УДК 658.562 + 519.95 + 519.5

ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ СИТУАЦИИ И ИХ ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ: АКСИОМАТИЧЕСКИЙ ПОДХОД

В.В.Христиановский

1. Введение

Выделение понятия *система* и соответствующего ему понятия *внешняя среда* при кибернетическом подходе к изучению окружающей нас действительности позволяет проводить анализ процессов, отражающих их взаимодействие. Многие из воздействий внешней среды на производственную систему являются дестабилизирующими по своей сути. Как правило, их действие на систему проявляется случайным образом в непредсказуемые моменты времени, что существенно мешает системе выполнять свое предназначение.

Системы, функционирующие в условиях дестабилизирующих воздействий внешней среды, называются ДДФ-системами [3]. Процесс управления такими системами сложен хотя бы потому, что система под действием дестабилизирующих факторов вынуждена находиться в различных функциональных режимах, а последние, что очевидно, зависят от сложившейся производственной ситуации, понимаемой нами как результат взаимодействия между системой и внешней средой. Исследованию этой проблемы и посвящена настоящая статья.

Большая сложность проблемы управления ДДФ-системами обусловлена следующими обстоятельствами. Во-первых, сложность объекта исследования. Во-вторых, отсутствует достаточно полный понятийный аппарат, адекватно отражающий потребности практики. Несмотря на отдельные разработки в этом направлении, в настоящее время отсутствуют даже устоявшиеся термины и понятия, что весьма затрудняет сам процесс исследования. В п.2 статьи изложены основные предпосылки, принимаемые нами при решении рассматриваемой проблемы. Именно эти предпосылки определяют уровень абстракции, определяющий используемую модель системы. Его главная особенность состоит в том, что на основе понятия дестабилизирующего фактора выделены исходные и дестабилизирующие параметры и установлена взаимосвязь между ними. В п.3 введены и исследованы основные характеристики параметров и дестабилизирующих факторов. Необходимость этого вызвана прежде всего тем, что любое эффективное управление в условиях дестабилизации с необходимостью должно быть основано на прогнозе.

В п.4 введены и исследованы основные конструкции, используемые для характеристики поведения всей системы в условиях дестабилизации. При этом нам удалось добиться унификации, состоящей в том, что все введенные конструкции являются результатом различных разметок либо одного и того же орграфа, либо одного и того же семейства орграфов. Следует отметить, что каждый из используемых размеченных орграфов представляет собой построенный из функциональных элементов преобразователь, преобразующий заданные значения входных параметров в соответствующие значения выходных параметров. Кроме того, в п.4 определены основные режимы функционирования исследуемой системы и дана соответствующая классификация траекторий параметров.

Все встречаемые и неопределяемые в работе понятия - такие же, как и в [1, 2].

2. Исходные предпосылки

В [3] разработан общий подход к исследованию систем, подверженных действиям дестабилизирующих факторов в предположении, что исходная система представлена той или иной моделью S абстрактной теории систем. С помощью понятия дестабилизатора D, элементы которого – упорядоченные наборы операторов или отображений, действующих на соответствующие компоненты исходной модели S введено формальное понятие ДДФсистемы $\Gamma = (S,D)$ как компактного представления (в неявной форме) семейства $\{S_d | d \in D\}$ обычных систем. При этом система S_i, где i – упорядоченный набор тождественных операторов и отображений, всегда совпадает с исходной моделью S. В [3] исследованы общие (абстрактные) свойства ДДФ-систем и общие принципы решения задач управления как траекторией, так и финальным состоянием на заданном промежутке $[0, t_0]$. Однако, такой высокий уровень абстракции не позволяет разработать общие схемы решения задач управления экономическими системами в условиях дестабилизации. Понижение уровня абстракции с необходимостью влечет структуризацию (того или иного типа) исходной модели. С целью построения такой структуризации в качестве исходных предпосылок будем считать, что выполнены следующие семь условий.

Условие 1. *Зафиксировано конечное множество* $U_{исх}$ *параметров, характеризующих* ***полное состояние*** *исходной модели S.*

Условие 2. *В множестве* $U_{исх}$ *выделены подмножества* $U_{вх}$, $U_{прмж}$ и $U_{рез}$, *соответственно,* ***входных, промежуточных*** и ***результирующих*** параметров, удовлетворяющие следующим равенствам:

$U_{вх} \cap U_{прмж} = U_{вх} \cap U_{рез} = U_{прмж} \cap U_{рез} = 0$ и

$U_{вх} \cup U_{прмж} \cup U_{рез} = U_{исх}$.

Условие 3. *Зафиксировано конечное* ***универсальное множество*** $\mathcal{U}_{дст}$ ***дестабилизирующих параметров****, удовлетворяющее следующему равенству:*

$\mathcal{U}_{дст} \cap U_{исх} = \emptyset$.

Условие 4. *Задано такое отображение*

$æ: D \times [0;\ t_0] \to B\ (\mathcal{U}_{дст})$,

Условие 5. *Равенство* $\bigcup\limits_{t \in [0, t_0]} æ(d, t) = 0\ (d \in D)$ *справедливо т.т.т., когда* $d = i$.

Условие 6. *Для каждого параметра* $u \in U_{исх} \cup \mathcal{U}_{дст}$ *задан промежуток* $[\alpha_u;\ \beta_u]$ *его допустимых значений, причем* $0 \in [\alpha_u;\ \beta_u]$ *для всех* $u \in \mathcal{U}_{дст}$

Условие 7. *Для любого дестабилизирующего параметра* $u \in \mathcal{U}_{дст}$ *равенство* $u(t) = 0$ $(t \in [0; t_0])$ *означает, что параметр u не проявляет себя в момент времени t.*

3. Характеристики дестабилизирующих факторов и параметров

Отображение æ дает возможность в каждый момент времени $t \in [0;\ t_0]$ определить на множестве D следующее отношение $\le_D^t$ частичного порядка

$$d_1 \le_D^t d_2 \Leftrightarrow æ(d_1,\ t) \subseteq æ\ (d_2,\ t)\ (d_1,\ d_2 \in D;\ t \in [0;\ t_0]). \quad (1)$$

Из (1) вытекает следующая важная интерпретация введенных отношений частичного порядка на множестве D: отношение $\le_D^t$ $(t \in [0;\ t_0])$ характеризует *глубину воздействия дестабилизирующего фактора на исходную модель в момент времени t.*

Семейство $\{\le_D^t \mid t \in [0;\ t_0]\}$ отношений частичного порядка на множестве D определяет *локальные* (по времени, т.е. относительно фиксированного момента времени $t \in [0;\ t_0]$) *характеристики* глубины воздействия дестабилизирующих факторов на исходную модель. Рассмотрим теперь *глобальные* (по времени, т.е. относительно всего исследуемого промежутка времени $[0;\ t_0]$) *характеристики* воздействия дестабилизирующих факторов на исходную модель. С этой целью определим на множестве D отношения частичного порядка $\le_D^{слн}$ и $\le_D^{слб}$ следующим образом:

$$d_1 \leq_D^{\text{слн}} d_2 \Leftrightarrow d_1 \leq_D^t d_2 \text{ для всех } t \in [0;\, t_0] \; (d_1, d_2 \in D) \tag{2}$$

и
$$d_1 \leq_D^{\text{слб}} d_2 \Leftrightarrow \bigcup_{t \in [0,t_0]} æ\,(d_1, t) \subseteq \bigcup_{t \in [0;t_0]} æ(d_2, t) \;\; (d_1, d_2 \in D)\;. \tag{3}$$

Из (2) вытекает, что имеет место равенство

$$\leq_D^{\text{слн}} = \bigcap_{t \in [0,t_0]} \leq_D^t,$$

т.е. $d_1 \leq_D^{\text{слн}} d_2$ $(d_1, d_2 \in D)$ т.т.т., когда в каждый момент времени $t \in [0;\, t_0]$ любой дестабилизирующий параметр, проявляющий себя при дестабилизирующем факторе d_1, проявляет себя также и при дестабилизирующем факторе d_2. Поэтому будем говорить, что на исследуемом промежутке времени $[0;\, t_0]$ отношение $\leq_D^{\text{слн}}$ определяет *сильную* (относительно глубины воздействия дестабилизирующих факторов на исходную модель) *упорядоченность* множества D. В свою очередь, из (3) вытекает, что $d_1 \leq_D^{\text{слб}} d_2$ $(d_1, d_2 \in D)$ т.т.т., когда каждый дестабилизирующий параметр, проявляющий себя (хотя бы в один момент времени) при дестабилизирующем факторе d_1 проявляет себя также (хотя бы в один момент времени) и при дестабилизирующем факторе d_2. Поэтому будем говорить, что на исследуемом промежутке времени $[0;\, t_0]$ отношение $\leq_D^{\text{слб}}$ определяет *слабую* (относительно глубины воздействия дестабилизирующих факторов на исходную модель) *упорядоченность* множества D.

Важный специальный случай для введенных отношений частичного порядка имеет место тогда, когда каждое из них определяет на множестве D *верхнюю полуструктуру* (т.е. когда для любых двух элементов множества D однозначно определена их *точная верхняя грань*). Это дает возможность для любого отношения частичного порядка $\leq$, принадлежащего множеству $\left\{\leq_D^t \,\middle|\, t \in [0, t_0]\right\} \cup \left\{\leq_D^{\text{слн}},\ \leq_D^{\text{слб}}\right\}$, определить согласованную с ним бинарную операцию $*_{\leq}$ в соответствии с правилом: $d_1 *_{\leq} d_2 = d_3$ $(d_1, d_2, d_3 \in D)$ т.т.т., когда d_3 является относительно отношения $\leq$ точной верхней гранью для d_1 и d_2. Определенные таким образом операции являются *ассоциативными* и *коммутативными*, т.е. каждая из них превращает множество D в *коммутативную полугруппу*. При этом, в каждой полугруппе любой элемент множества D является *идемпотентом*. Значение введенных операций $*_{\leq}$ $(\leq \in \left\{\leq_D^t \,\middle|\, t \in [0; t_0]\right\} \cup \left\{\leq_D^{\text{слн}},\ \leq_D^{\text{слб}}\right\})$ состоит в том, что каждая из них дает эффективный способ декомпозиции дестабилизирующих факторов. Действительно, пусть $D_{\leq}^{\min}$ – подмножество множества D, состоящее из всех минимальных относительно отношения частичного порядка $\leq$ элементов. Тогда для каждого дестабилизирующего фактора $d \in D$ можно подобрать такие элементы $d_1, \ldots, d_k \in D_{\leq}^{\min}$ $(k \geq 1)$, что имеет место равенство

$$d = d_1 *_{\leq} \ldots *_{\leq} d_k\,, \tag{4}$$

причем разложение (4) единственно с точностью до порядка сомножителей.

Следует отметить, что важным общим свойством отношений частичного порядка $\leq_D^t$ $(t \in [0;\, t_0])$, $\leq_D^{\text{слн}}$ *и* $\leq_D^{\text{слб}}$ является то, что все они определяют глобальные по множеству дестабилизирующих параметров характеристики дестабилизирующих факторов.

Рассмотрим теперь основные локальные по множеству дестабилизирующих параметров характеристики дестабилизирующих факторов.

Предположим, что зафиксирована такая определенная на множестве T мера $\underline{mes}$, что для исследуемого промежутка времени $[0;\ t_0]$ справедливы неравенства

$$0 < \underline{mes}\,[0;\ t_0] < \infty .$$

Отображение $S_{\text{длт}}: D \times \mathcal{U}_{\text{дст}} \to [0,\ 1]$, определяемое с помощью равенства

$$S_{\text{длт}}(d,u) = \frac{\underline{mes}\,\{t \in [0;\ t_0]\ u\ \in\ æ\ (d,\ t)\}}{\underline{mes}[0;\ t_0]} \quad (d\ \in D,\ u\ \in \mathcal{U}_{\text{дст}})$$

характеризует *длительность* действия на исследуемом промежутке времени $[0; t_0]$ дестабилизирующего параметра u при дестабилизирующем факторе d. Поэтому, отображения $S^{\max}_{\text{длт}}: D \to [0;\ 1]$, $S^{\min}_{\text{длт}}: D \to [0;\ 1]$ и $S^{\text{ср}}_{\text{длт}}: D \to [0;\ 1]$, определяемые равенствами

$$S^{\max}_{\text{длт}}(d) = \max_{u \in \mathcal{U}_{\text{дст}}} S_{\text{длт}}(d,u) \quad (d \in D),$$

$$S^{\min}_{\text{длт}}(d) = \min_{u \in \mathcal{U}_{\text{дст}}} S_{\text{длт}}(d,u) \quad (d \in D)$$

и

$$S^{\text{ср}}_{\text{длт}}(d) = \begin{cases} 0, & \text{если } d = i \\ \dfrac{\sum\limits_{u \in \mathcal{U}_{\text{дст}}} S_{\text{длт}}(d,\ u)}{\left|\bigcup\limits_{t \in [0;t_0]} æ\ (d,\ t)\right|}, & \text{если } d \neq i \end{cases} \quad (d\ \in D)$$

характеризуют на исследуемом промежутке $[0;\ t_0]$, соответственно, *максимальную, минимальную* и *среднюю длительности действия дестабилизирующих параметров при дестабилизирующем факторе d*.

Обозначим через $u(t)$ $(u\ \in \mathrm{U}_{\text{исх}} \cup \mathcal{U}_{\text{дст}}\ ;\ t \in [0; t_0])$ значение параметра u в момент времени t. Величина

$$\eta_{\text{интнс}}\ (u(t)) = \begin{cases} \dfrac{|u(t)|}{\beta_u - \alpha_u}, & \text{если } u(t)\ \in [\alpha_u;\ \beta_u] \\ \infty, & \text{если } u(t)\ \notin [\alpha_u;\ \beta_u] \end{cases} (u \in \mathrm{U}_{\text{исх}} \cup \mathcal{U}_{\text{дст}}\ ;\ t \in [0;\ t_0])$$

характеризует *интенсивность* параметра u в момент времени t. Поэтому, если параметр $u \in \mathrm{U}_{\text{исх}} \cup \mathcal{U}_{\text{дст}}$ рассматривается как функция времени на промежутке $[0; t_0]$, то величины

$$\gamma^{\max}_{\text{интнс}}(u) = \sup_{t \in [0;t_0]} \eta_{\text{интнс}}\ (u(t)),$$

$$\gamma^{\min}_{\text{интнс}}(u) = \inf_{t \in [0;t_0]} \eta_{\text{интнс}}\ (u(t)),$$

и

$$\gamma^{\text{ср}}_{\text{интнс}}\ (u) = \frac{int(u)}{\underline{mes}[0;t_0]},$$

где

$$int(u)=\begin{cases}\sum\limits_{t\in[0;\,t_0]}\eta_{\text{интнс}}(u(t)), \text{ если } [0;\ t_0] \text{ дискретно}\\ \int\limits_0^{t_0}\eta_{\text{интнс}}(u(t))\,dt, \text{ если } [0;\ t_0] \text{ непрерывно}\end{cases}$$

характеризуют на исследуемом промежутке $[0;\ t_0]$, соответственно, *максимальную, минимальную* и *среднюю интенсивности параметра u.*

Рассмотрим теперь основные характеристики интенсивности дестабилизирующих факторов. Отображения $\nu^{\max}_{\text{интнс}} : D\times T\to R\cup\{\infty\}$, $\nu^{\min}_{\text{интнс}} : D\times T\to R\cup\{\infty\}$ и $\nu^{\min}_{\text{ср}} : D\times T\to R\cup\{\infty\}$ определяемые равенствами

$$\nu^{\max}_{\text{интнс}}(d,t)=\begin{cases}0, \text{ если } æ\,(d,t)\ =\ 0\\ \max\limits_{u\in æ(d,t)}\eta_{\text{интнс}}(u(t)), \text{ если } æ\,(d,t)\ \neq\ 0\end{cases}\quad (d\in D,\ t\in T)$$

$$\nu^{\min}_{\text{интнс}}(d,t)=\begin{cases}0, \text{ если } æ\,(d,t)\ =\ 0\\ \min\limits_{u\in æ(d,t)}\eta_{\text{интнс}}(u(t)), \text{ если } æ\,(d,t)\ \neq\ 0\end{cases}\quad (d\in D,\ t\in T)$$

и
$$\nu^{\text{ср}}_{\text{интнс}}(d,t)=\begin{cases}0, \quad \text{если } æ\,(d,\,t)=\emptyset\\ \dfrac{\sum\limits_{u\in æ(d,t)}\eta_{\text{интнс}}(u(t))}{|æ\,(d,\ t)|}, \text{ если } æ\,(d,t)\neq\emptyset\end{cases}\quad (d\in D,\ t\in T)$$

характеризуют в момент времени t, соответственно, *максимальную, минимальную* и *среднюю интенсивности дестабилизирующих параметров при дестабилизирующем факторе d*. Следовательно, величины

$$f^{\max}_{\text{интнс}}(d)=\sup_{t\in[0,t_0]}\nu^{\max}_{\text{интнс}}(d,t)\qquad (d\in D),$$

$$f^{\min}_{\text{интнс}}(d)=\inf_{t\in[0,t_0]}\nu^{\min}_{\text{интнс}}(d,t)\qquad (d\in D)$$

и
$$f^{\text{ср}}_{\text{интнс}}(d)=\frac{int(\nu^{\text{ср}}_{\text{интнс}}(d,t))}{mes[0;t_0]}\qquad (d\in D),$$

где
$$int(\nu^{\text{ср}}_{\text{интнс}}(d,t))=\begin{cases}\sum\limits_{t\in[0;\,t_0]}\nu^{\text{ср}}_{\text{нтнс}}(d,t), \text{ если } [0;\ t_0] \text{ дискретно}\\ \int\limits_0^{t_0}\nu^{\text{ср}}_{\text{интнс}}(d,t)\ dt, \quad \text{если } [0;\ t_0] \text{ непрерывно}\end{cases}$$

характеризуют на исследуемом промежутке $[0;\,t_0]$, соответственно, *максимальную, минимальную* и *среднюю интенсивности дестабилизирующих параметров при дестабилизирующем факторе d.*

4. Основные конструкции

С целью разработки унифицированного подхода к созданию эффективных методов решения проблем управления ДДФ-системами выберем в качестве исходной следующую формальную модель.

Определение 1. ***Структурой среза системы*** S_d *($d \in D$) в момент времени* $t \in [0;\, t_0]$ *назовем упорядоченную четверку*

$P_r\underset{t}{}S_d = (W, \mathrm{т}, M, \mathcal{A})$, *состоящую из:*

1) ***множества параметров*** $W = U_{\text{исх}} \cup \text{æ}(d,t) = \{w_1, \ldots w_2\}\,(n = n(t))$;

2) *системы множеств* $\mathrm{т} = (W_{\text{вх}}, W_{\text{прмж}}, W_{\text{рез}})$, *где* $W_{\text{вх}}, W_{\text{прмж}}$ *и* $W_{\text{рез}}$ *– такие множества, соответственно,* ***входных, промежуточных*** и ***выходных параметров***, что

$W_{\text{вх}} \supseteq U_{\text{вх}}$, $W_{\text{прмж}} \supseteq U_{\text{прмж}}$, $W_{\text{рез}} \supseteq U_{\text{рез}}$,

$W_{\text{вх}} \cap W_{\text{прмж}} = W_{\text{вх}} \cap W_{\text{рез}} = W_{\text{прмж}} \cap W_{\text{рез}} = \emptyset$,

$W_{\text{вх}} \cup W_{\text{прмж}} \cup W_{\text{рез}} = W$;

3) *булевой* ***матрицы связей*** $M = (m_{ij})$ $i, j \in \{1, \ldots, n\}$, *где* $m_{ij} = 1$ $(i, j = 1, \ldots, n)$ *т.т.т., когда в момент времени t значение параметра* w_i *непосредственно используется при вычислении значения параметра* w_j, *причем* $m_{ij} = 0$ $(i = 1, \ldots, n)$ *для всех* $w_j \in W_{\text{вх}}$;

4) *множества* ***алгоритмов*** $\mathcal{A} = \left\{A_{w_j} \,\middle|\, w_j \in W_{\text{прмж}} \cup W_{\text{рез}}\right\}$, *где* A_{w_j} *– алгоритм, вычисляющий значение параметра* w_j, *причем входом алгоритма* A_{w_j} *являются только значения таких параметров* $w_i \in W$, *что* $m_{ij} = 1$.

Структура среза $P_r\underset{t}{}S_d$ $(t \in [0;\, t_0], d \in D)$ может быть следующим образом представлена в виде размеченного орграфа.

Определение 2. ***Ассоциированным*** *со структурой среза* $P_r\underset{t}{}S_d$ *($t \in [0;\, t_0]$, $d \in D$) назовем размеченный орграф*

$$\Gamma^{cs}_{t,d} = (W, M, W_{\text{вх}} \cup \mathcal{A}, f^{cs}_{\text{mark}}), \tag{6}$$

где W – ***множество вершин***, *M –* ***матрица смежности вершин***, $W_{\text{вх}} \cup \mathcal{A}$ ***– множество отметок вершин***, *а* $f^{cs}_{\text{mark}}: W \to W_{\text{вх}} \cup \mathcal{A}$ ***– функция разметки вершин***, *определяемая равенством*

$$f^{cs}_{mark}(w) = \begin{cases} w, & \text{если } w \in W_{\text{вх}} \\ A_w, & \text{если } w \in W_{\text{прмж}} \cup W_{\text{рез}} \end{cases} \quad (w \in W)$$

Размеченный орграф $\Gamma^{cs}_{t,d}$ $(t \in [0;\, t_0], d \in D)$ может быть проинтерпритирован как *преобразователь*, имеющий множество $W_{\text{вх}}$ *внешних входов*, множество $W_{\text{рез}}$ *внешних выходов*, построенный из *функциональных элементов*, образующих множество $W_{\text{прмж}} \cup W_{\text{рез}}$ и *соединенных* между собой в соответствии с матрицей M. При этом функционирование функционального элемента $w \in W_{\text{прмж}} \cup W_{\text{рез}}$ определяется алгоритмом A_w. Функционирование преобразователя осуществляется следующим образом. При подаче на внешние входы любого допустимого набора значений начинается их последовательное преобразование функциональными элементами. Выход алгоритма A_w $(w \in W_{\text{прмж}} \cup W_{\text{рез}})$ интерпретируется как *состояние* функционального элемента w. В то же время, выход алгоритма A_w $(w \in W_{\text{рез}})$ интерпретируется так же и как значение на внешнем выходе w. Таким образом, множество $W_{\text{вх}}$ образует *информационный базис* структуры среза $\underset{t}{P_r} S_d$ $(t \in [0; t_0], d \in D)$.

Безусловным достоинством определений 1 и 2 является возможность рекурсивного использования понятия структуры среза. Действительно, те или иные параметры, принадлежащие множеству $W_{\text{вх}}$, в свою очередь могут быть представлены как результирующие параметры тех или иных структур среза, возникающих в результате дальнейшей декомпозиции исследуемой проблемы. Это дает возможность использовать при вычислении значений промежуточных и результирующих параметров стандартные методы, лежащие в основе организации систем моделирования.

Определения 1 и 2 являются настолько общими, что включают в себя, по сути дела, любую алгоритмическую сетевую модель. С целью избежания трудностей, связанных с *зацикливаниями* и *проблемами остановки*, будем считать, что выполнены следующие две аксиомы.

А к с и о м а 1. *Орграф $G = (W,M)$ является **циклическим**, причем **корни** образуют множество $W_{\text{вх}}$, а **листья** – множество $W_{\text{вых}}$.*

А к с и о м а 2. *Каждый алгоритм $A_w \in \mathcal{A}$ при любых допустимых значениях входа останавливается через конечное число шагов.*

Из аксиомы 1, в частности, вытекает, что матрица связей M удовлетворяет следующим двум условиям:

У с л о в и е 8. $m_{ij} = 0 (j = 1,..., n)$ *для всех* $w_i \in W_{\text{рез}}$.

У с л о в и е 9. *В результате переиндексации параметров матрица связей M всегда может быть приведена к такому клеточному виду, что ненулевыми являются только клетки, состоящие непосредственно над клетками, образующими главную диагональ.*

При построении аксиоматики ДДФ-систем в [3] было показано, что исходная модель S всегда является элементом S_i семейства $\{S_d | d \in D\}$. С целью сохранения этой унификации, ее согласования с условием 7 и уточнения класса вычислений, используемых в алгоритмах из множества $\mathcal{A}$, будем считать, что выполнена следующая аксиома.

А к с и о м а 3. *Если в момент времени $t \in [0; t_0]$ значения всех параметров $w \in æ(d,t) \cap W_{\text{вх}}$ $(d \in D)$ равны нулю, то при любых допустимых значениях параметров $w' \in U_{\text{вх}}$ выполнены следующие два условия.*

У с л о в и е 10. *Значение любого параметра $w'' \in æ(d,t) \setminus W_{\text{вх}}$, вычисляемое алгоритмом $A_{w''} \in \mathcal{A}$, равно нулю.*

У с л о в и е 11. *Значение любого параметра $w''' \in U_{\text{прмж}} \cup U_{\text{рез}}$, вычисляемое алгоритмом $A_{w'''} \in \mathcal{A}$, совпадает со значением параметра w''', вычисленным для исходной модели S при тех же значениях параметров, принадлежащих множеству $U_{\text{вх}}$.*

Зафиксируем дестабилизирующий фактор $d \in D$ и рассмотрим систему S_d. Предположим, что на исследуемом промежутке времени $[0; t_0]$ каждый параметр w, входящий в информационный базис $W_{\text{вх}}$, представлен в виде заданной функции времени $\omega_w : [0; t_0] \to R$.

О п р е д е л е н и е 3. ***Полным состоянием** системы S_d $(d \in D)$ в момент времени $t \in [0; t_0]$ назовем размеченный орграф:*

$$\Gamma_{t,d}^{st} = (W, M, R, f_{\text{mark}}^{st}), \tag{7}$$

*где W – **множество вершин**, M – **матрица смежности вершин**, R – **множество отметок вершин**, а $f^{st}_{\text{mark}}: W \to R$ – **функция разметки вершин**, определяемая равенством*

$$f^{nc}_{\text{mark}}(w) = \begin{cases} \omega_w(t), \text{ если } & w \in W_{\text{вх}} \\ \text{выход алгоритма } A_w, \text{ если } & w \in W_{\text{п рмж}} \cup W_{\text{рез}} \end{cases} \qquad (w \in W)$$

Из определения 3 вытекает, что полным состоянием системы $S_d\,(d \in D)$ в момент времени $t \in [0;\, t_0]$ является преобразователь $\Gamma^{cs}_{t,d}$ (т.е. структура среза), в котором внешние входы размечены значениями соответствующих входных символов, а функциональные элементы – их состояниями, полученными в результате переработки поданного на преобразователь значения информационного базиса.

Пусть $\omega^{\text{исх}}_w(t)$ и $\omega^d_w(t)$ $(w \in U_{\text{исх}};\ t \in [0;t_0],\ d \in D)$ – значения параметра w в момент времени t, соответственно, в исходной модели S и в системе S_d.

О п р е д е л е н и е 4. ***Сбоем параметра** $w \in U_{\text{исх}}$ в момент времени $t \in [0;\, t_0]$ при дестабилизирующем факторе $d \in D$ назовем величину*

$$\Delta_{w,d}(t) = \omega^{\text{исх}}_w(t) - \omega^d_w(t)$$

Таким образом, для каждого дестабилизирующего фактора $d \in D$ в любой момент времени $t \in [0;\, t_0]$ сбой исходного параметра $w \in U_{\text{исх}}$ определяет величину отклонения значения параметра w от эталонного.

О п р е д е л е н и е 5. ***Производственной ситуацией** в момент времени $t \in [0;\, t_0]$ при дестабилизирующем факторе $d \in D$ назовем размеченный орграф*

$$\Gamma^{ps}_{t,d} = (W, M, R, f^{ps}_{\text{mark}}), \qquad (8)$$

*где W – **множество вершин**, M – **матрица смежности вершин**, R – **множество отметок вершин**,* а $f^{ps}_{\text{mark}}: W \to R$ – ***функция разметки вершин**, определяемая равенством*

$$f^{ps}_{mark}(w) = \begin{cases} w, \text{ если } w \in (d,t) \\ \Delta_{w,d}(t), \text{ если } w \in U_{\text{исх}} \end{cases}$$

Из определения 5 вытекает, что производственная ситуация в момент времени $t \in [0;\, t_0]$ при дестабилизирующем факторе $d \in D$ получается из полного состояния системы S_d в момент времени t в результате замены значений внешних входов $w \in U_{\text{вх}}$ нулями, а состояний функциональных элементов $w \in U_{\text{исх}} \setminus U_{\text{вх}}$ – их отклонениями от эталонных.

Определения 2, 3 и 5 создают основу для унифицированного представления фундаментальных понятий, лежащих в основе управления при действии дестабилизирующих факторов. Действительно, из (6)-(8) вытекает, что при фиксированных $t \in [0;\, t_0]$ и $d \in D$ структура среза, полное состояние и производственная ситуация *являются результатом различных разметок одного и того же орграфа* $G=(W,M)$. Эта унификация может быть следующим образом естественно сохранена при распространении указанных понятий на весь исследуемый промежуток времени.

О п р е д е л е н и е 6. Назовем ***траекториями структуры срезов, полного состояния*** и ***производственной ситуации*** на промежутке $[0;\, t_0]$ при дестабилизирующем факторе $d \in D$, соответственно, семейства размеченных орграфов:

$$\mathcal{T}^{cs}_d = \left\{ \Gamma^{cs}_{t,d} \middle| t \in [0;t_0] \right\} \quad (d \in D) \qquad (9)$$

$$\mathcal{T}_d^{st}=\left\{ \Gamma_{t,d}^{st} \middle| t\in[0;t_0] \right\} \quad (d\in D) \tag{10}$$

$$\mathcal{T}_d^{ps}=\left\{ \Gamma_{t,d}^{ps} \middle| t\in[0;t_0] \right\} \quad (d\in D) \tag{11}$$

Из (9)-(11) вытекает, что для любого $d\in D$ траектории $\mathcal{T}_d^{cs}, \mathcal{T}_d^{st}$ и $\mathcal{T}_d^{ps}$ являются результатом различных разметок одного и того же семейства орграфов $\{G(t)=(W(t)), M(t)) \mid t\in[0;\ t_0]\}$.

При управлении системами, подверженными действиям дестабилизирующих факторов для выработки корректирующих управляющих воздействий исходной информацией, как правило, являются результаты наблюдений или прогнозов для выбранных тем или иным способом моментов времени. Определение 6 дает возможность представить эту информацию в следующем виде.

Определение 7. *Назовем* ***следами траекторий*** *структуры срезов, полного состояния и производственной ситуации при дестабилизирующем факторе* $d\in D$, *определяемыми заданной конечной последовательностью*

$$\Gamma_1,\ldots,\Gamma_k (0\le \Gamma_1<\ldots<\Gamma_k<t_0)$$

моментов времени, соответственно, последовательности

$$\Gamma_{\Gamma_1,d}^{cs},\ldots,\Gamma_{\Gamma_k,d}^{cs},$$

$$\Gamma_{\Gamma_1,d}^{st},\ldots,\Gamma_{\Gamma_k,d}^{st}$$

и $$\Gamma_{\Gamma_1,d}^{ps},\ldots,\Gamma_{\Gamma_k,d}^{ps}$$

Назовем *траекториями* параметра $w\in U_{\text{исх}}$ в исходной модели *и* при действии дестабилизирующего фактора $d\in D$, соответственно, функции $y_w^{\text{исх}}=\omega_w^{\text{исх}}(t)$ и $y_w^d=\omega_w^d(t)$ $(t\in[0;\ t_0])$. Обозначим через $1_w^{(i)}$, $u_w^{(i)}$ $(w\in U_{\text{исх}};\ i=1,2)$ фиксированные операторы, переводящие каждую траекторию $\omega_w^{\text{исх}}$ в функции, удовлетворяющие неравенствам

$$\begin{gathered}\alpha_w\le \mathbf{1}_w^{(2)}(\omega_w^{\text{исх}}(t)) \le \mathbf{1}_w^{(1)}(\omega_w^{\text{исх}}(t)) \le \\ \le \omega_w^{\text{исх}}(t) \le \boldsymbol{u}_w^{(1)}(\omega_w^{\text{исх}}(t)) \le \boldsymbol{u}_w^{(2)}(\omega_w^{\text{исх}}(t)) \le \beta_w\end{gathered} \tag{12}$$

для всех $t\in[0;\ t_0]$. Из (12) вытекает, что для каждой траектории $\omega_w^{\text{исх}}$ $(w\in U_{\text{исх}})$ в каждый момент времени $t\in[0;\ t_0]$ определено разбиение промежутка $[\alpha_w,\beta_w]$ на следующие пять промежутков:

$$\left.\begin{gathered}\left[\alpha_w;\ \mathbf{1}_w^{(2)}(\omega_w^{\text{исх}}(t))\right],\ (\mathbf{1}_w^{(2)}(\omega_w^{\text{исх}}(t));\ \mathbf{1}_w^{(1)}(\omega_w^{\text{исх}}(t))\,],\\ (\mathbf{1}_w^{(1)}(\omega_w^{\text{исх}}(t));\ \boldsymbol{u}_w^{(1)}(\omega_w^{\text{исх}}(t))),\\ [\,\boldsymbol{u}_w^{(1)}(\omega_w^{\text{исх}}(t));\boldsymbol{u}_w^{(2)}(\omega_w^{\text{исх}}(t)));\ \left[\boldsymbol{u}_w^{(2)}(\omega_w^{\text{исх}}(t));\ \beta_w\right].\end{gathered}\right\}$$

С помощью этих промежутков построим классификацию *режимов функционирования* исследуемой системы относительно параметра $w\in U_{\text{исх}}$ (или, иными словами, в *w-направлении*).

Определение 8. *В момент времени* $t\in[0;\ t_0]$ *траектория* ω_w^d *по отношению к траектории* $\omega_w^{\text{исх}}$ *называется*

a) ***неотличимой****, если* $\omega_w^d(t)\in(1_w^{(1)}(\omega_w^{\text{исх}}(t));\ u_w^{(1)}(\omega_w^{\text{исх}}(t)))$;

b) ***легко-корректируемой****, если*

$\omega_w^d(t) \in (1_w^{(2)}(\omega_w^{исх}(t)); 1_w^{(1)}(\omega_w^{исх}(t))\ ] \cup \left[u_w^{(1)}(\omega_w^{исх}(t));\ u_w^{(2)}(\omega_w^{исх}(t))\right)$;

*c) **допустимой**, если* $\omega_w^d(t) \in \left[\alpha_w;\ 1_w^{(2)}(\omega_w^{исх}(t))\ \right] \cup \left[\ u_w^{(2)}(\omega_w^{исх}(t));\beta_w\right]$;

*d) **фатальной**, если* $\omega_w^d(t) \notin [\alpha_w;\ \beta_w]$

Определение 9. *Траектория* $\omega_w^d(w \in U_{исх}; d \in D)$ ***на исследуемом промежутке*** $[0;\ t_0]$ ***называется:***

a) неотличимой, легко-корректируемой либо допустимой, если она является таковой в каждый момент времени $t \in [0;\ t_0]$;

b) фатальной, если она является таковой хотя бы в один момент времени $t \in [0;\ t_0]$.

Приведенная классификация траекторий параметра может быть следующим образом охарактеризована в терминах принятия корректирующих действий. В случае неотличимой траектории параметра корректирующие действия вообще не осуществляются, т.е. предполагается, что расхождение ликвидируется за счет внутренних ресурсов системы. Действия, ликвидирующие расхождение для легко-корректируемой траектории параметра определяются заранее и табулируются. Допустимые траектории параметра заранее не анализируются. Для них корректирующие действия определяются только либо при их возникновении, либо их прогнозе. Наконец, коррекция фатальных траекторий может быть осуществлена только при изменении структуры исследуемой системы.

Следует отметить, что, как правило, промежутки $\left[\alpha_w;\omega_w^{исх}(t)\right]$ и $\left[\ \omega_w^{исх}(t);\beta_w\right]$ $(w \in U_{исх},\ t \in [0;\ t_0])$ неравноценны. Один из них (который именно, определяется экономическим смыслом параметра w) предпочтительнее другого. Назовем более предпочтительный промежуток – *позитивным*, а менее предпочтительный – *негативным*. Содержательно, принадлежность траектории ω_w^d параметра w позитивному промежутку означает, что для ликвидации расхождения достаточно "сдерживать" систему. В то же время принадлежность негативному промежутку означает, что для ликвидации расхождения необходимы дополнительные ресурсы и организационно-технические мероприятия.

Классификация режимов функционирования в w-направлении $(w \in U_{исх})$ является локальной (по множеству основных параметров) характеристикой. Рассмотрим теперь соответствующую глобальную характеристику. Пусть $H = \{i,\ e\text{-}c,\ a, f\}$ – множество типов траекторий параметров, т.е. i – неотличимая, $e\text{-}c$ – легко-корректируемая, a – допустимая и f – фатальная.

Определение 10. ***Режимом функционирования*** *исследуемой системы в момент времени* $t \in [0;\ t_0]$ *при дестабилизирующем факторе* $d \in D$ *назовем размеченный орграф:*

$$\Gamma_{t,d}^{om} = (W, M, H \cup R, f_{\text{mark}}^{om}),$$

где W *– **множество вершин**,* M *– **матрица смежности вершин**,* $H \cup R$ *– **множество отметок вершин**, а* f_{mark}^{om} *– **функция разметки вершин**, определяемая равенством*

$$f_{\text{mark}}^{om}(w) = \begin{cases} \text{тип траектории параметра } w \text{ в} \\ \text{момент времени } t, \text{ если } w \in U_{исх}, \\ \omega_w^d(t), \text{ если } w \in æ\,(d,t). \end{cases}$$

Семейство размеченных орграфов

$$\mathcal{F}_d^{om} = \left\{\Gamma_{t,d}^{om} \,\middle|\, t \in [0,t_o]\ \right\} \quad (d \in D)$$

назовем *траекторией режимов функционирования* исследуемой системы на промежутке $[0;\ t_0]$ при дестабилизирующем факторе d, а последовательность

$$\Gamma^{om}_{\Gamma_1,d},\dots,\Gamma^{om}_{\Gamma_k,d} \qquad (0 \le \Gamma_1 <\dots< \Gamma_k < t_0)$$

назовем *следом траектории режимов функционирования* исследуемой системы, определяемым последовательностью $\Gamma_1,\dots,\Gamma_k$ моментов времени.

Рассмотренная выше классификация режимов функционирования как в w-направлении ($w \in U_{исх}$), так и всей исследуемой системы в целом была построена непосредственно по значениям параметров в исходной модели и в исследуемой системе. Из определения 4 вытекает, что для промежутков (13) справедливы следующие отношения:

$$\omega^d_w(t) \in \left[\alpha_w;\ \mathbf{1}^{(2)}_w(\omega^{исх}_w(t))\right] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \Delta_{w,d}(t) \in \left[\ \omega^{исх}_w(t) - \mathbf{1}^{(2)}_w(\omega^{исх}_w(t));\ \omega^{исх}_w(t) - \alpha_w\right],$$

$$\omega^d_w(t) \in \left(\mathbf{1}^{(2)}_w(\omega^{исх}_w(t));\ \mathbf{1}^{(1)}_w(\omega^{исх}_w(t))\right] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \Delta_{w,d}(t) \in \left[\ \omega^{исх}_w(t) - \mathbf{1}^{(1)}_w(\omega^{исх}_w(t)),\ \omega^{исх}_w(t) - \mathbf{1}^{(2)}_w(\omega^{исх}_w(t)),\right.$$

$$\omega^d_w(t) \in \left(\mathbf{1}^{(1)}_w(\omega^{исх}_w(t));\ \boldsymbol{u}^{(1)}_w(\omega^{исх}_w(t))\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \Delta_{w,d}(t) \in \left(\omega^{исх}_w(t) - \boldsymbol{u}^{(1)}_w(\omega^{исх}_w(t));\ \omega^{исх}_w(t) - \mathbf{1}^{(1)}_w(\omega^{исх}_w(t))\right),$$

$$\omega^d_w(t) \in \left[\ (\boldsymbol{u}^{(1)}_w(\omega^{исх}_w(t));\ \boldsymbol{u}^{(2)}_w(\omega^{исх}_w(t))\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \Delta_{w,d}(t) \in \left(\omega^{исх}_w(t) - \boldsymbol{u}^{(2)}_w(\omega^{исх}_w(t));\ \omega^{исх}_w(t) - \boldsymbol{u}^{(1)}_w(\omega^{исх}_w(t))\ \right],$$

$$\omega^d_w(t) \in \left[\ \boldsymbol{u}^{(2)}_w(\omega^{исх}_w(t));\ \beta_w\right] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \Delta_{w,d}(t) \in \left[\ \omega^{исх}_w(t) - \beta_w;\ \omega^{исх}_w(t) - \boldsymbol{u}^{(2)}_w(\omega^{исх}_w(t))\ \right].$$

Таким образом, классификация режимов функционирования в w-направлении ($w \in U_{исх}$) полностью определяется величиной сбоя параметра w, а классификация режимов функционирования всей исследуемой системы в целом – производственной ситуацией.

РЕЗЮМЕ

В статті в рамках загальної теорії систем вводиться поняття виробничої ситуації і визначаючих її основних конструкцій. Для цього використаний аксіоматичний підхід.

Введені визначення використовуються для характеристики поведінки всієї системи в умовах дестабілізуючих впливів зовнішнього середовища.

SUMMARY

The notion of "production situation" and its basic determinant constructions have been introduced within the bounds of general theory of systems on the basis of axiomatic approach. The elaborated definitions are used to characterize the behavior of the whole system when exposed to destabilizing influence of the environment.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мальцев А.И. Алгебраические системы. – М.: Наука, 1970.
2. Месарович М.Д., Такахара И. Общая теория систем: математические основы. – М.: Мир, 1978.
3. Скобелев В.Г., Христиановский В.В. Исследование систем в условиях дестабилизации. – Донецк: ДонГУ, 1997.

Надійшла до редакції 14.10.1997 р.