

УДК 534.231

## ОСОБЕННОСТИ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН В ТРЁХСЛОЙНОМ ГИДРОАКУСТИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ С ПОГЛОЩЕНИЕМ

О.Р.Ластовенко, В.А.Лисютин, А.А.Ярошенко,  
Севастопольский национальный технический университет

**Введение.** В настоящее время вследствие необходимости освоения природных ресурсов шельфовой части морей возрастает интерес к исследованию особенностей распространения звука в мелком море [1]. Мелким принято считать море, в котором звуковое поле определяется не только профилем скорости звука, но и акустическими характеристиками слоистого дна, причём чем большее влияние на звуковое поле оказывает дно, тем с большим основанием водный слой можно считать мелким [1-5]. Поскольку в мелком море любой исходящий из излучателя луч при достаточном его продолжении будет испытывать отражение от дна, «очень мелким» можно назвать море, где профиль скорости звука можно считать постоянным. Значительная доля акватории северо-западной части Чёрного и всё Азовское море с глубинами  $\approx 20$  м – «очень мелкое». В очень мелком море утечка акустической энергии из волновода, образованного водным слоем и границами раздела жидкость-воздух (сверху) и жидкость-дно (снизу) будет значительно больше, чем из рефракционного волновода со звуковым каналом, возникающим на горизонте минимума профиля скорости звука.

Следует обратить внимание, что поглощение звука в дне приводит не только к его дополнительному ослаблению, но и существенно изменяет закон дисперсии групповой скорости мод вблизи критических частот. При наличии затухания в средах не происходит полного внутреннего отражения на границе раздела вода-дно, и критические частоты должны определяться уже не с помощью закона Снеллиуса, который становится неприменим, а исходя из условий излучения [6-8]. В волноводе с поглощающим дном «собственные» волноводные моды подразделяются на «диссипативные» и «захваченные» [8]. Комплексные волновые числа, соответствующие собственным модам являются решениями дисперсионного уравнения, для всех собственных мод выполняется условие излучения, однако для диссипативных мод угол скольжения эквивалентного луча оказывается больше предельного [8].

Изменение пространственной структуры нормальных волн в мелком море в зависимости от частоты и слоистой структуры дна исследовалось с помощью численного эксперимента в серии работ Н. С. Агеевой и В. Д. Крупина [3-5]. Для расчета критических частот они допускали существование предельного угла скольжения, что неизбежно подразумевает малость мнимой части волновых чисел. В таком приближении в волноводе существуют лишь захваченные моды, закон дисперсии групповой скорости которых хорошо известен [1,9,10], и не зависит от величины поглощения. Кроме того, система собственных функций, составленная только захваченными модами, является неполной [6,7].

Целью настоящей статьи является численное исследование частотных характеристик как захваченных, так и диссипативных нормальных волн в горизонтально-слоистом волноводе очень мелкого моря с поглощающим дном и прояснение физического смысла комплексных профилей мод.

**Постановка задачи.** Модель дна в виде промежуточного слоя и полупространства, состоящих из жидких сред с затуханием, соответствует илу на песчаном основании, причём скорость звука в илистом слое может быть немного больше или меньше скорости звука в воде, а его толщина сравнима с глубиной водного слоя [11].

Модель волновода, показанная на рис.1 состоит из изоскоростного водного слоя «1» глубиной  $h$ , промежуточного донного слоя «2» толщиной  $d$  и жидкого полупространства «3». Скорости звука в средах «1», «2», «3» –  $c_1, c_2, c_3$ , их плотности –  $\rho_1, \rho_2, \rho_3$ , причём  $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$ , но возможны случаи, когда  $c_1 \leq c_2 < c_3$  или  $c_2 \leq c_1 < c_3$ . Затухание в средах характеризуется тангенсами углов потерь  $\gamma_2$  и  $\gamma_3$ .

Для исследования частотных характеристик нормальных волн дисперсионное уравнение целесообразно записать в виде [9]:

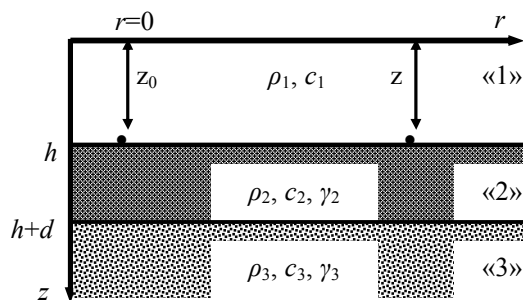


Рис.1. Схема трёхслойного волновода

$$1 + V \exp(2ib_1 h) = 0, \quad (1)$$

где  $b_1$  – вертикальное волновое число (проекция волнового вектора  $\vec{k}_1$ ,  $k_1 = \omega / c_1$  на ось  $z$ ) в водном слое,  $V$  – коэффициент отражения от слоистого дна (коэффициент отражения от поверхности равен  $-1$ ).

Собственные моды для волновода с поглощением, система которых обладает математической полнотой, определяются следующим образом: модальное вертикальное волновое число (ВВЧ)  $b_1$  в водном слое является корнем уравнения (1), но мнимая часть ВВЧ  $b_3$  в полупространстве отрицательна. Последнее обеспечивает выполнение условия затухания частично бегущей вдоль вертикали нормальной волны при неограниченном возрастании координаты  $z$  [8].

**Частотные характеристики нормальных волн.** Для численного решения уравнение (1) было преобразовано к виду

$$-2hb_l + (2l-1)\pi - i \ln(V) = 0, \quad (2)$$

где  $l=1,2,3\dots$  – номер моды. Коэффициент отражения  $V$  и входной импеданс дна  $Z_{in}$  рассчитывался по формулам [9,12]:

$$V = \frac{Z_{in} - Z_1}{Z_{in} + Z_1}, \quad Z_{in} = \frac{Z_3 - iZ_2 \operatorname{tg}(b_2 d)}{Z_2 - iZ_3 \operatorname{tg}(b_2 d)} Z_2, \quad (3)$$

где  $b_2$  – ВВЧ в промежуточном слое «2»,  $Z_{1,2,3} = \omega \rho_{1,2,3} / b_{1,2,3}$  – импедансы слоев «1», «2» и полупространства «3». Вертикальные волновые числа в промежуточном слое и полупространстве в (3) были выражены через  $b_1 = b_l$  с помощью соотношений:

$$b_2 = b_{2l} = \sqrt{k_2^2 - \xi_l^2}, \quad b_3 = b_{3l} = \sqrt{k_3^2 - \xi_l^2}, \quad \xi_l = -\sqrt{k_1^2 - b_l^2}, \quad (4)$$

где  $\xi_l$  – горизонтальное волновое число. Волновые числа промежуточном слое и полупространстве задавались в виде:  $k_2 = \omega / c_2(1 - i\gamma_2)$ ,  $k_3 = \omega / c_3(1 - i\gamma_3)$ .

Уравнение (2) решалось методом секущих, начальные приближения корней  $0.5\pi/h$  и  $l\pi/h$ .

На рис.2 показан 2-й квадрант комплексной плоскости горизонтально-волновых чисел и корни (2), соответствующие собственным модам на частоте  $f=500$  Гц для волновода с параметрами:  $h=20$ м,  $d=25$ м,  $c_2/c_1=1.02$ ,  $c_3/c_1=1.28$ ,  $\rho_2/\rho_1=1.4$ ,  $\rho_3/\rho_1=1.9$ ,  $\gamma_2 = 0.001$ ,  $\gamma_3 = 0.01$  (кружки);  $\gamma_2 = 0.01$ ,  $\gamma_3 = 0.02$  (точки). Вертикальными пунктирными линиями отмечены разрезы, выходящие из точек ветвления второго и третьего радикалов в (4).

При меньшем затухании (кружки) собственных мод – 13, из них 5 диссипативных, при большем затухании (точки) собственных мод – 16, из них 8 диссипативных. Из рис.2 видно, что корни (2) располагаются и правее разреза, выходящего из точки  $-hk_3$ , соответствующей предельному углу скольжения эквивалентного луча в водном слое ( $\cos \alpha_{np} = c_1 / c_3$ ).

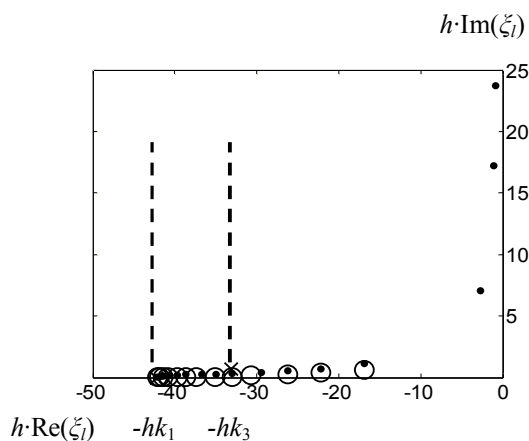


Рис. 2. Расположение полюсов на плоскости горизонтально-волновых чисел для двух значений угла потерь

На рис.3 показаны частотные зависимости действительных и мнимых частей вертикальных волновых чисел 1-5 мод (слева – направо) в полупространстве и водном слое для волновода с  $\gamma_2 = 0.01$ ,  $\gamma_3 = 0.03$  (остальные параметры те же). По горизонтали – безразмерная относительная частота  $k_1 h \nu / \pi$ ,  $\nu = \sqrt{1 - (c_1 / c_3)^2}$ . Крестиками на оси абсцисс отмечены критические частоты мод, соответствующие волноводу без поглощения.

Из рис.3а виден характер изменения  $\operatorname{Im}(b_{3l})$  при приближении к критической частоте, где  $\operatorname{Im}(b_{3l}) = 0$ .

Выражение [9]  $p_{3l}(z) = p_{2l}(z = h + d) \exp(-ib_{3l}(z - h - d))$  для поля в полупространстве, разделив действительные и мнимые части  $b_{3l}$  запишем иначе:

$$p_{3l}(z) = p_{2l}(z = h + d) e^{\text{Im}(b_{3l})(z-h-d)} e^{-i\text{Re}(b_{3l})(z-h-d)} = |p_{3l}| e^{-i\arg(p_{3l})}$$

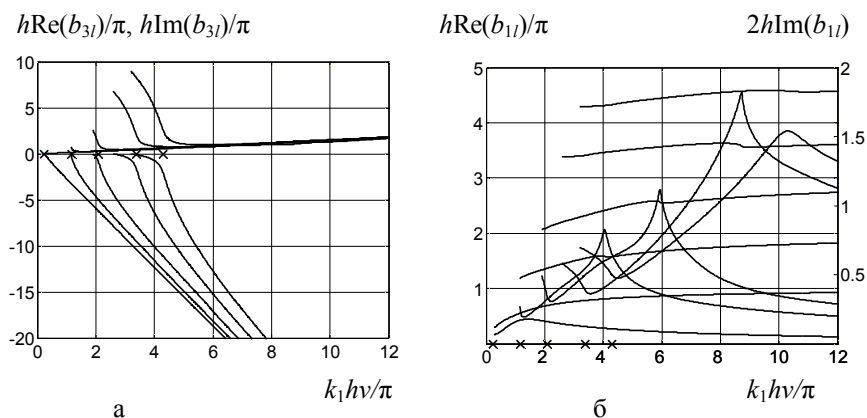


Рис. 3. Частотные зависимости действительных и мнимых частей вертикальных волновых чисел: а – в полупространстве, б – в водном слое  
 — — — — —  $\text{Re}(b)$ ,    - - - - -  $\text{Im}(b)$

Можно видеть, что  $\text{Im}(b_{3l})$  имеет смысл «вертикального» показателя затухания, а  $\text{Re}(b_{3l})$  – вертикальной пространственной частоты нормальной волны. Таким образом, профиль диссипативной моды в полупространстве будет иметь осциллирующий характер с постепенным затуханием.

На рис. 3б – графики действительных и мнимых частей волновых чисел в водном слое. Заметим, что значение  $h \text{Re}(b_{1l})$  на критической частоте за счёт наличия промежуточного слоя оказывается меньше величины  $(2l-1)\pi/2$ , характерной для волновода Пекериса (модель Пекериса – волновод с дном в виде полупространства без поглощения) [9].

Частота звука и угол скольжения эквивалентного модального луча в волноводе связаны друг с другом посредством дисперсионного уравнения. Записав (1) в форме

$$V_l = e^{-2h \text{Im}(b_{1l})} e^{i(\pi(2l-1) - 2h \text{Re}(b_{1l}))} = |V_l| e^{i \arg(V_l)},$$

видно, что  $\text{Im}(b_{1l})$  определяет модуль коэффициента отражения, а  $\text{Re}(b_{1l})$  – его фазу. Возрастание  $\text{Im}(b_{1l})$  приводит к уменьшению  $|V|$  и увеличению утечки звуковой энергии в дно. На высоких частотах, где  $\text{Im}(b_{1l}) \rightarrow 0$ ,  $|V| \rightarrow 1$ , а  $\arg(V) \rightarrow -\pi$ .

На рис.4 показаны частотные зависимости модуля и фазы коэффициентов отражения  $V_l$  для 1-5 мод от параметра  $fh/c_1 = h/\lambda$  ( $f$  – частота,  $\lambda$  – длина волны в водном слое). Модуль коэффициента отра-

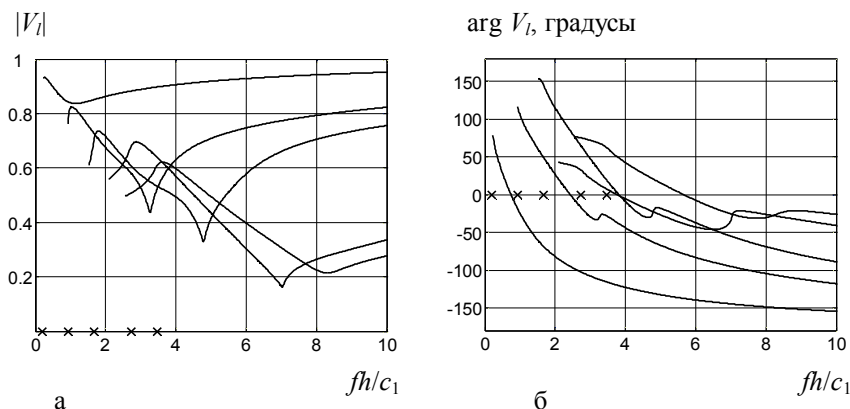


Рис. 4. Зависимость модуля и фазы коэффициента отражения от частоты

жения на определённой частоте имеет минимум, соответствующий максимальной акустической «прозрачности» промежуточного слоя. Минимум возникает при интерференции волн, отраженных от границ раздела водный-промежуточный слой и промежуточный слой-полупространство. Ниже критической частоты для волновода без поглощения (отмечена крестиками на оси абсцисс)  $|V_l|$  монотонно снижается.

На рис.5 – частотные зависимости входного импеданса дна для 1, 2-й моды и вертикальные профили (зависимость комплексной амплитуды поля, создаваемого нормальной волной от вертикальной координаты) 2-й моды, рассчитанные по формулам:

$$\text{в водном слое} - p_{1l} = \sin(b_{1l}z),$$

$$\text{промежуточном} - p_{2l} = (A \sin(b_{2l}z) + B \cos(b_{2l}z)) \rho_2 / \rho_1,$$

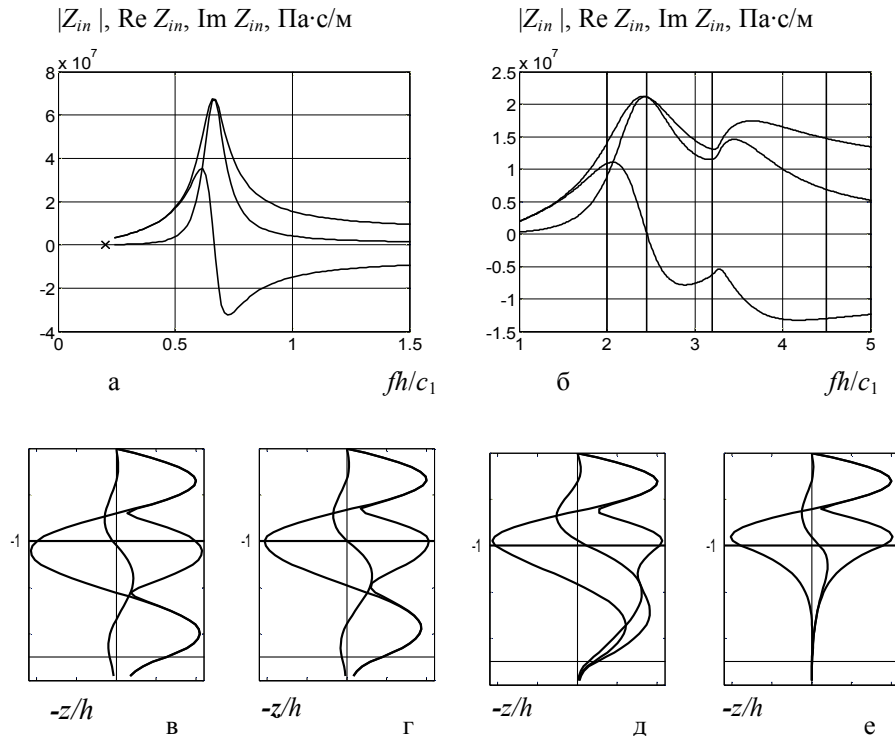


Рис. 5. Частотные зависимости входного импеданса дна для первой (а) и второй (б) моды и вертикальных профилей  $p(z)$  второй моды (в-е). Линии: — модуль, ---- активная (действительная), реактивная (мнимая) составляющие

$$\text{где } A = \frac{b_{1l}}{b_{2l}} \cos(b_{2l}h) \cos(b_{1l}h) + \frac{\rho_1}{\rho_2} \sin(b_{2l}h) \sin(b_{1l}h), \quad B = -\frac{b_{1l}}{b_{2l}} \sin(b_{2l}h) \cos(b_{1l}h) + \frac{\rho_1}{\rho_2} \cos(b_{2l}h) \sin(b_{1l}h).$$

Частотные характеристики входного импеданса дна для первой моды имеют «одногогорбый», второй и высших мод – «двугорбый» вид, вследствие упомянутых интерференционных явлений. Увеличение отношения  $c_2/c_1$  приводит к обострению пиков. При увеличении толщины промежуточного слоя экстремум на частотной зависимости импеданса дна для 1 моды смещается в сторону более высоких частот, что объясняется удалением максимума на профиле моды от границы водный-промежуточный слой. Для высших мод изменение толщины промежуточного слоя воздействует только на «седловую» часть, никак не влияя на левый и правый скаты частотной характеристики (рис.5б).

Рассмотрим вертикальные профили 2 моды (захваченной) на четырех частотах (рис.5в-е), отмеченных на рис.5б вертикальными сплошными линиями. Горизонтальными толстой и тонкой линиями на рис.5в-е отмечены соответственно границы водного и промежуточного слоёв. На наибольшей частоте ( $h/\lambda=4.5$ ) второй максимум модуля поля 2-й нормальной волны находится в водном слое, а в промежуточном слое поле убывает аperiodически – рис.5е. С уменьшением частоты ( $h/\lambda=3.2$ , рис.5д) второй максимум поля приближается к дну, в промежуточном слое поле постепенно приобретает осциллирующий характер. На рис.5г ( $h/\lambda=2.45$ ) второй максимум поля совпадает с дном, мнимая часть профиля мо-

ды и реактивная составляющая входного импеданса дна равны нулю, импеданс дна чисто активен и имеет максимум. На этой частоте фаза коэффициента отражения второй моды (рис.4б) равна нулю. На ещё более низкой частоте – рис.5в ( $h/\lambda=2$ ), второй максимум поля перемещается в промежуточный слой, а реактивная составляющая входного импеданса дна меняет знак. Здесь  $\arg V_2 > 0$ .

На рис.6 показаны частотные зависимости модального коэффициента поглощения  $\alpha_l = 8.69 \cdot \text{Im}(\xi_l)$ . При толщине промежуточного слоя  $d < h$  он оказывает существенное влияние только на моды с номерами  $l > 1$  (рис.6а). При увеличении толщины слоя свыше  $h$ , максимумы поглощения становятся менее острыми и смещаются по оси частот вниз.

При наличии низкоскоростного слоя (рис.6б) условия для распространения звука наиболее неблагоприятны, коэффициент поглощения даже 1-й моды возрастает почти на порядок.

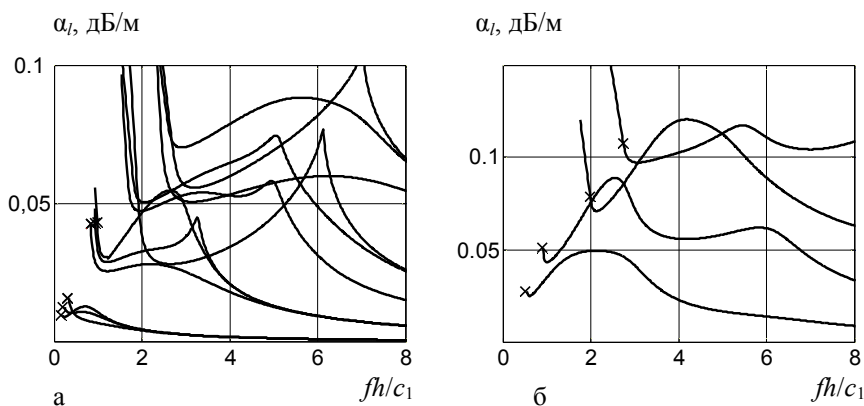


Рис. 6. Частотные зависимости модального коэффициента поглощения, 1-4 моды.  
а – при различной толщине промежуточного слоя,  $c_2 \geq c_1$ ,  
(.....)  $d=10\text{м}$ , (----)  $d=25\text{м}$ , (—)  $d=40\text{м}$ ; б – для случая  $c_2 < c_1$ ,  $d=10\text{м}$

Для оценки возможности обнаружения моды в канале известен следующий критерий [8]. Величина поглощения при длине трассы, равной десятикратной глубине канала, не должна превышать 10 дБ, что для канала с  $h=20\text{м}$  составляет 0.05 дБ/м. Учитывая приведенный критерий, можно сделать вывод, что поле в волноводах со слоистым дном на низких частотах ( $h/\lambda < 8$ ) будет формироваться 1, 2-й и ограниченно 3-й захваченными модами.

Частотные зависимости фазовой  $v_l = \omega / \text{Re}(\xi_l)$  и групповой  $u_l \approx \Delta\omega / \Delta \text{Re}(\xi_l)$  скоростей мод показаны на рис.7.

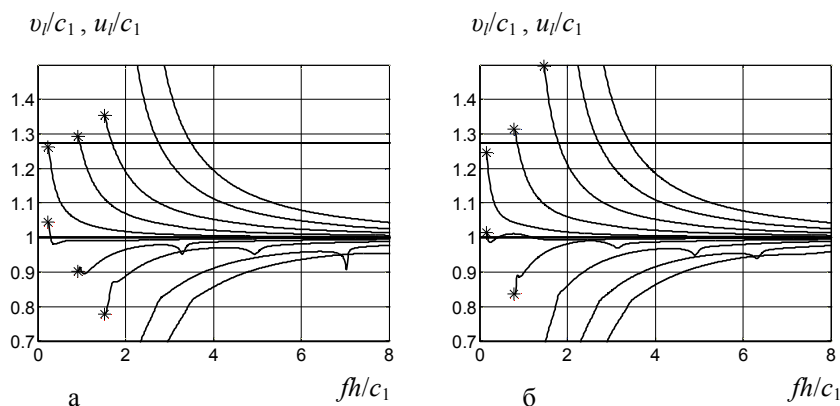


Рис.7. Частотные зависимости фазовой (пунктир) и групповой (сплошная) скоростей; а –  $d=25\text{м}$ , б –  $d=50\text{м}$ . 1-5 моды

Сплошной горизонтальной линией отмечено отношение  $c_3 / c_1$ . Частотная характеристика групповой скорости 1-й моды почти классического вида [9], с двумя максимумами. Групповая скорость  $u_1$  на критической частоте (отмечена звездочкой) на рис.7 не достигает скорости звука в полупространстве только вследствие дискретности вычисления волновых чисел и расчета производной. Фазовые скорости высших мод на частоте ниже критической для волновода без поглощения (легко определяется как точка пересече-

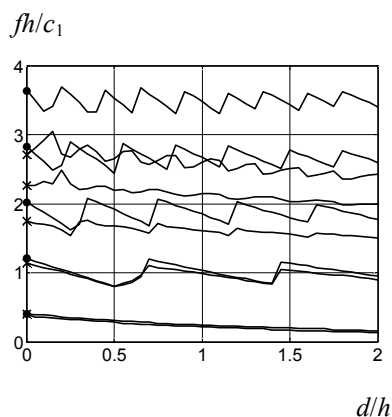


Рис. 8. Зависимость критической частоты от толщины промежуточного слоя для 1-5 мод. Пунктир – волновод без поглощения, сплошная – с поглощением

ния кривой фазовой скорости и горизонтали  $c_3/c_1$ ) возрастают выше  $c_3$ , а групповые резко уменьшаются. Это проявление возрастающего поглощения при приближении к критической частоте. Вторым максимум  $u_1(f)$  формируется при разделении законов дисперсии в двух парциальных волноводах, причем групповые скорости различных мод на некоторой частоте могут оказаться очень близкими или даже равными (рис.7б, 1 и 2 моды). Промежуточный слой проявляется так же и в том, что при определённой скорости звука  $c_2$  на определённой частоте существует глубокий минимум групповой скорости. Модуль коэффициента отражения (рис.4а) и модальные коэффициенты поглощения (рис.6а) на этих же частотах имеет соответствующие экстремумы. Здесь утечка энергии через промежуточный слой в полупространство максимальна.

Зависимость от толщины промежуточного слоя критической частоты мод, модуля, фазы коэффициента отражения на критической частоте, а также вертикальные профили 2-й моды показаны на рис.8, рис.9.

На рис.8 точками и крестами на оси ординат (что соответствует толщине  $d$  промежуточного слоя равной нулю – переход к модели Пекериса, состоящей только из водного слоя и полупространства) отмечены критические частоты непоглощающего и поглощающего волноводов. Зависимости критической частоты и модуля коэффициента отражения от толщины слоя монотонны только для 1-й моды, а для остальных имеют сложный осциллирующий характер. Размах осцилляций для поглощающего волновода при увеличении толщины слоя снижается, для волновода без поглощения – практически не изменяется.

Фаза коэффициента отражения второй моды (рис.9) при увеличении толщины промежуточного слоя возрастает от 0 (при  $d=0$ ) до  $\pi$  ( $d/h=0.6$ ), при этом минимум модуля акустического поля на профиле моды постепенно перемещается из водного слоя и приближается к дну. При  $d/h=0.6$  величина коэф-

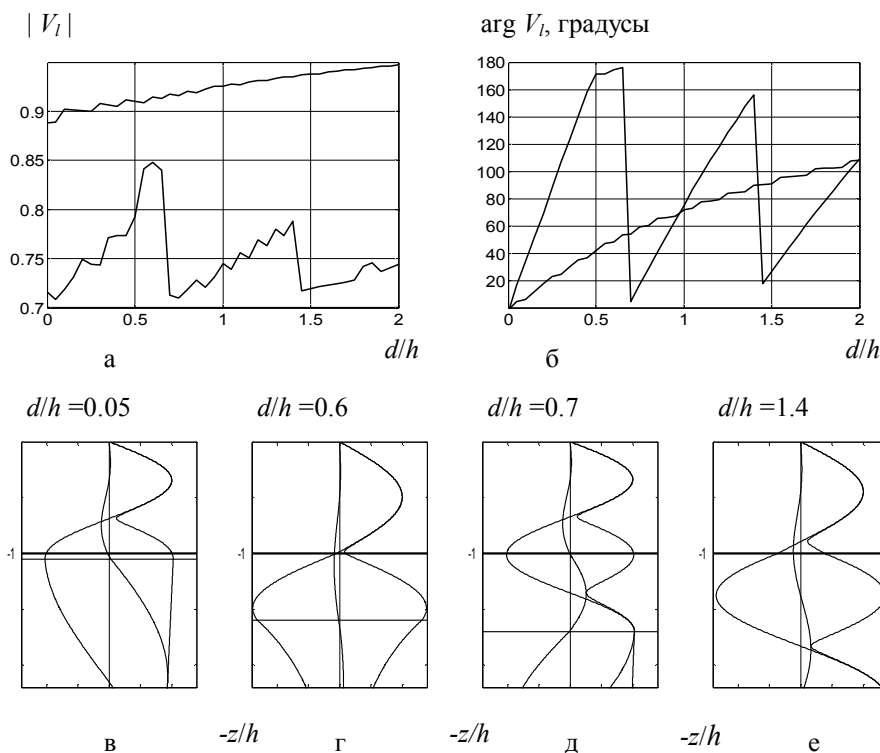


Рис. 9. Зависимости модуля и фазы коэффициента отражения на критической частоте 1 и 2 моды (а, б) и изменение профиля 2 моды (в-е) от толщины промежуточного слоя (—)  $|p(z)|$ ; (-----)  $\text{Re } p(z)$ ; (.....)  $\text{Im } p(z)$

коэффициента отражения максимальна, и экспоненциальный «хвост» на профиле моды в полупространстве затухает с глубиной наиболее быстро. При возрастании толщины слоя до  $d/h=0.7$  коэффициент отражения резко уменьшается, фаза снова приближается к значению  $0^\circ$ , и минимум поля возвращается в водный слой. При дальнейшем увеличении толщины промежуточного слоя фаза коэффициента отражения снова возрастает, стремясь к  $\pi$ , и минимум поля снова приближается к дну. Такая периодическая перестройка пространственной структуры нормальной волны, необходимая для удовлетворения условий неразрывности поля на границах водный-промежуточный слой и промежуточный слой-полупространство и приводит к осцилляциям критической частоты всех мод, кроме первой. На профиле 1-й моды в водном и промежуточном слоях минимумов нет (кроме поверхности), в полупространстве поле экспоненциально затухает – поэтому критическая частота монотонно уменьшается. Для 1-й моды водный и промежуточный слой образуют единый волновод с усложненным законом дисперсии.

Коэффициент бегущей волны, рассчитанный как отношение амплитуд в узле и пучности для 1, 3 и 4-го профилей рис.9в,д,е, составляет КБВ $\approx$ 0.12, для 2-го профиля (рис.9г) КБВ $\approx$ 0.08.

**Заключение.** С помощью численного моделирования проанализированы частотные характеристики нормальных волн в гидроакустическом волноводе с дном в виде промежуточного слоя и полупространства с поглощением. Показано, что на фиксированной частоте в поглощающем волноводе число собственных мод непостоянно, а возрастает при увеличении затухания в средах. Уточнены законы дисперсии фазовой и групповой скорости нормальных волн вблизи критических частот, а также зависимости критической частоты от толщины промежуточного слоя.

## РЕЗЮМЕ

Розглядається ізошвидкісний гідроакустичний хвилевід з дном, складеним з жидкого проміжного шару і полупростору. Ураховується згасання в шарі та полупросторі. Визначаються критичні частоти мод в залежності від товщини шару. Обчислюються частотні характеристики хвильових чисел, модуля та фази коефіцієнта відбиття, вхідного імпедансу дна, модальних коефіцієнтів поглинання, фазової та групової швидкостей нормальних хвиль.

## SUMMARY

The isovelocity hydroacoustic waveguide with the bottom consist of liquid intermediate layer and half-space bottom is considered. The attenuation in the layer and half-space bottom is considered. The critical modes frequencies depend on layer depth are defined. The frequency characteristics of the wave numbers, module and phase of the reflection coefficient, input bottom impedance, modal absorption coefficients, phase and group normal wave velocities are calculated.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Кацнельсон Б.Г. Акустика мелкого моря / Б.Г.Кацнельсон, В.Г.Петников. – М.: Наука, 1997. – 191 с.
2. Агеева Н.С. Распространение звука в мелком море / Н.С.Агеева // Акустика океана. Современное состояние. – М.: Наука, 1982. – С.107-117.
3. Агеева Н.С. Структура инфразвукового поля в мелком море / Н.С.Агеева, В.Д.Крупин // Акуст. журн. – 1979. – Т. XXV. – Вып. 3. – С.340-345.
4. Агеева Н.С. Влияние дна на формирование звукового поля в мелком море / Н.С.Агеева, В.Д.Крупин // Акуст. журн. – 1980. – Т. XXVI. – Вып.2. – С.161-166.
5. Агеева Н.С. Частотные характеристики нормальных волн в мелком море со слоистым поглощающим дном / Н.С.Агеева, В.Д.Крупин // Акуст. журн. – 1981. – Т. XXVII. – Вып.5. – С. 669-677.
6. Касаткин Б.А. Альтернативные решения и обобщенные нормальные волны в теории волноводов с импедансной границей / Б.А.Касаткин // Акустика океана. Доклады 9-ой школы-семинара акад. Л.М. Бреховских, XII сессия РАО. – М.: ГЕОС, 2002. – С.144-147.
7. Касаткин Б.А. Сравнительный анализ альтернативных решений задачи Пекериса в корректной постановке (обзор) / Б.А.Касаткин, Н.В.Злобина // Акустика океана. Доклады XI-ой школы-семинара акад. Л. М. Бреховских, XVII сессия РАО. – М.: ГЕОС, 2006. – С.86-91.
8. Buckingham M.J. On the acoustic field in a Pekeris waveguide with attenuation in the bottom half-space / M.J.Buckingham, E.M. Giddens // J. Acoust. Soc. Am. – 2006, January. – Vol. 119. – № 1. – P.123-147.
9. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах / Л.М.Бреховских. – М.: Наука, 1973. – 343 с.
10. Кряжев Ф.И. Нормальные волны в трехслойной среде / Ф.И.Кряжев, Н.А.Петров // Акуст. журн. – 1960. – Т. VI. – Вып.2. – С.229-236.
11. Богушевич В.К. Особенности влияния нижней границы волновода на угловую структуру звукового поля в шельфовых районах Северо-Западной части Черного моря / В.К.Богушевич, Л.Н.Замаренова, М.И.Скипа // Мор. гидрофиз. журн. – 2003. – № 5. – С.40-46.
12. Бреховских Л.М. Акустика неоднородных сред. В 2 т. Т. 1: Основы теории отражения и распространения звука / Л.М.Бреховских, О.А.Годин. – М.: Наука, 2007. – 442 с.

Поступила в редакцию 17.03.2010 г.