

УДК 669.162.266.24:542.961

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ И ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ НЕПРЕРЫВНОГО АЛЮМИНИЕВОГО СЛИТКА

Ф.В.Недопекин, В.В.Белюсов, Е.В.Гамалий

В настоящее время в цветной металлургии широко используется непрерывный вертикальный способ производства алюминиевых заготовок [7]. При этом актуальной является проблема получения качественных непрерывных слитков. В большой степени на формирование физико-химической структуры литого металла влияют процессы переноса импульса, тепла и массы. Целью настоящей работы является разработка математической модели процессов гидродинамики и теплопереноса в алюминиевом слитке непрерывной разливки и метода ее численной реализации для определения оптимальных режимов затвердевания слитка.

Рассматривается цилиндрическая область радиусом 0,3 м, состоящая из трех технологических зон. Верхняя часть (0,15 м) – теплоизолирующий насадок, затем – зона кристаллизатора, протяженностью 0,1 м и зона вторичного охлаждения, размеры которой равны 0,05 м. В насадок непрерывно поступает жидкий алюминий. Охлаждение осуществляется с помощью подаваемой под давлением 3 атм. воды, которая, попадая на кожух кристаллизатора, непосредственно стекает по затвердевшему металлу в зоне вторичного охлаждения. Скорость вытягивания слитка равна 0,0066 м/с.

Рассмотрим задачу о движении расплава, вызванном вынужденным перемешиванием его заливочной струей, поступающей в пристеночную область кристаллизатора через заливочное отверстие радиуса R , и конвективным перемешиванием, обусловленным теплоотводом от внешней поверхности слитка. Скорость поступления расплава компенсируется скоростью вытягивания затвердевшего металла. Начальная температура расплава 730°C . Температура кристаллизатора 20°C .

При математической постановке задачи использованы следующие приближения:
– приближение Буссинеска в пристеночной области кристаллизатора, т.е. зависимость плотности расплава от температуры T выражается в виде [1]

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta_T (T - T_k)];$$

где ρ_0 – плотность расплава при температуре кристаллизации T_k ;

– струя идеально организована;

– приближение затопленной струи, т.е. не учитывается эффект удара струи о дно кристаллизатора, а предполагается, что имеется некоторый начальный уровень расплава $y = h$ ($y = L_y$), температура которого в начальный момент времени соответствует температуре заливаемого металла, а величина скорости равна 0;

– поверхность уровня плоская.

Ввиду несимметричности процесса задача решается в декартовой системе координат, которая выбрана следующим образом. Ось OX направлена по зеркалу металла в направлении от левой границы осевого сечения слитка. Ось OY направлена вдоль левой границы сечения слитка параллельно вектору силы тяжести.

Гидродинамические и теплофизические процессы в системе расплав – насадок – кристаллизатор – зона вторичного охлаждения записываются в переменных Гельмгольца и имеют следующий вид [4].

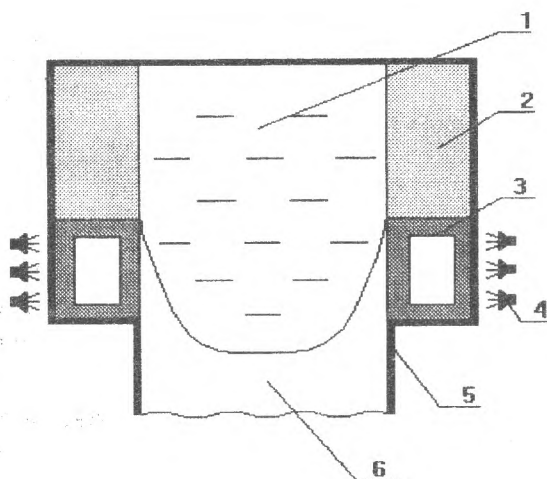


Рис.1. Расчетная область:

- 1 – расплав,
- 2 – тепловая насадка,
- 3 – кристаллизатор,
- 4 – система вторичного охлаждения;
- 5 – зона вторичного охлаждения;
- 6 – затвердевший металл.

Уравнение переноса вихря:

$$\frac{\partial \omega}{\partial Fo} + (1 - \xi) \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} - (1 - \xi) \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} = Pr \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) + Pr^2 Gr \frac{\partial \theta}{\partial x}; \quad (1)$$

Уравнение теплопереноса:

$$c_{эф} \frac{\partial \theta}{\partial Fo} + (1 - \xi) \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial x} - (1 - \xi) \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial y} = \lambda_{эф} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right); \quad (2)$$

Уравнение Пуассона относительно функции тока:

$$\omega = -(1 - \xi) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - (1 - \xi) \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}; \quad (3)$$

где $Pr = \frac{\nu}{a}$; $Gr = \frac{g\beta T_0 x_0^3}{\nu^2}$; $Fo = \frac{at}{x_0^2}$ – критерии Прандтля, Грасгофа и Фурье [3]; ω – завихренность;

$$\omega = -\frac{\partial v_1}{\partial y} - \frac{\partial v_2}{\partial x}; \quad (4)$$

V – скорость расплава; t – текущее время; ρ – плотность расплава; P – давление; ν – кинематический коэффициент вязкости; β – коэффициент теплового изменения плотности расплава; T – текущая температура; $c_{эф} = 1 - \frac{W}{c_{ж} T_0} \frac{\partial \xi}{\partial T}$ – эффективная теплоемкость; $c_{ж}$ – теплоемкость в жидкой фазе расплава; W – скрытая теплота кристаллизации; T_0 – начальная температура расплава; $\theta = T/T_0$ – безразмерная текущая температура; ξ – доля твердой фазы, которая определяется по формуле [2]:

$$\xi(y) = 1 - \left(1 + \frac{c}{W}(T_l - T_s)\right) \left[1 - \left(\frac{T_l - T}{T_l - T_s}\right)^{2/3}\right] + \frac{c}{W}(T_l - T_s); \quad (5)$$

T_l – температура ликвидус; T_s – температура солидус; $\lambda_{\text{эф}} = (1 - \xi)\lambda_{\text{ж}} + \xi\lambda_{\text{т}}$ – эффективный коэффициент теплопроводности; $\lambda_{\text{ж}}, \lambda_{\text{т}}$ – коэффициенты теплопроводности в жидкой и твердой фазах. За характерный размер выбрана ширина кристаллизатора $X_0 = L_x$. Коэффициенты теплопроводности, удельной теплоемкости и кинематический коэффициент вязкости считаются постоянными. Связь компонент скорости с функцией тока осуществляется следующим образом [3]:

$$v_1 = \frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad v_2 = -\frac{\partial \psi}{\partial x}; \quad (6)$$

Система уравнений (1) – (3) замыкается граничными условиями [4,8,9].

Начальные условия:

$$F_0 = 0; \quad \omega = 0; \quad \psi = 0; \quad \xi = 0.$$

Граничные условия для функции тока, этап наполнения кристаллизатора:

$$\begin{aligned} x = 0: \quad & \psi = 0; \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = V_c; \\ x = L_x: \quad & \psi = 0; \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0; \\ y = h: \quad & \psi = \begin{cases} -V_c x; \\ -V_c R \frac{L_x - x}{L_x - R}, \end{cases} \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = \begin{cases} 0; & 0 < x < R; \\ 0; & R \leq x \leq L_x; \end{cases} \\ x = L_y: \quad & \psi = 0; \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0; \end{aligned}$$

Граничные условия для функции тока, этап затвердевания:

$$\begin{aligned} x = 0: \quad & \psi = 0; \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = V_{\text{л}}; \\ x = L_x: \quad & \psi = V_{\text{л}} x; \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = V_{\text{л}}; \\ y = 0: \quad & \psi = \begin{cases} -V_c x; \\ -V_c R \frac{L_x - x}{L_x - R}, \end{cases} \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = \begin{cases} 0; & 0 < x < R; \\ 0; & R \leq x \leq L_x; \end{cases} \\ x = L_y: \quad & \psi = V_{\text{л}}; \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0; \end{aligned}$$

Граничные условия для температуры:

$$y = 0: \quad \theta = 1;$$

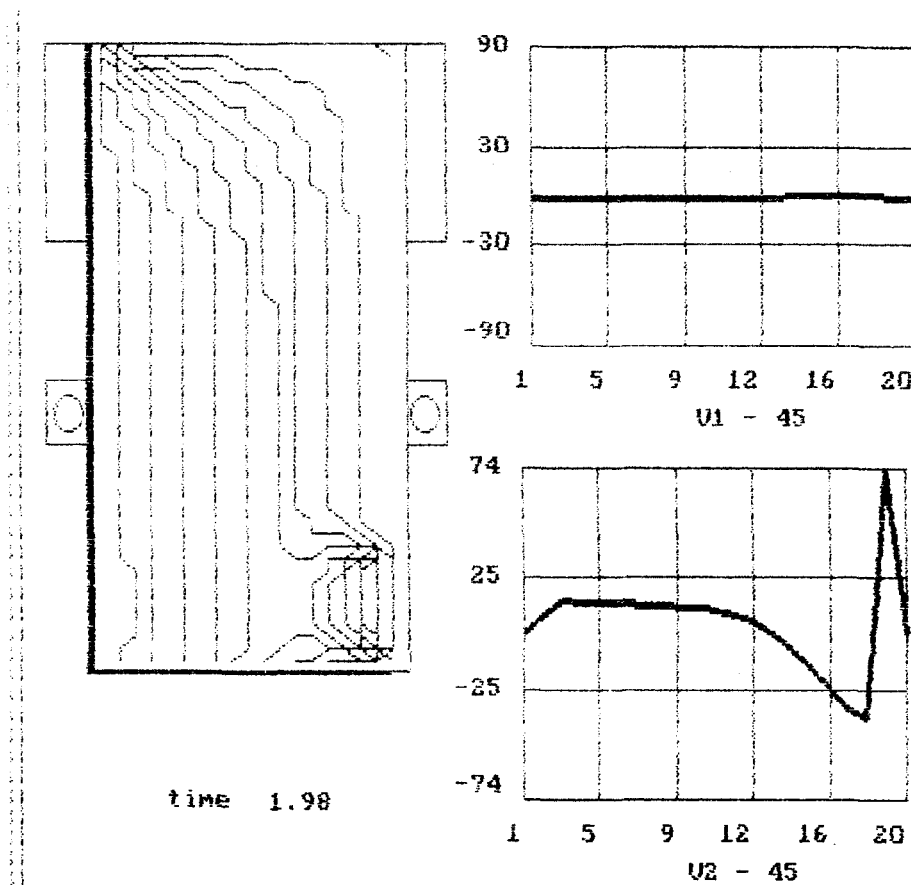
$$x=0 \text{ and } x=L_x: \frac{\partial \theta}{\partial x} = \begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0; & 0 < y < h_{mn} \\ \frac{\partial \theta}{\partial x} = -Bi_{кр} (\theta - \theta_{кр}) & h_{mn} < y \leq h_k \\ \frac{\partial \theta}{\partial x} = -Bi_{вод} (\theta - \theta_{вод}) & h_k < y \leq h_{зво} \\ \frac{\partial \theta}{\partial x} = -Bi_{воз} (\theta - \theta_{воз}) & h_{зво} < y, \end{cases}$$

$$y=L_y: \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\lambda_{затр}}{\lambda_m} \frac{\partial \theta}{\partial y}; \theta_+ = \theta_-.$$

$Bi_{кр}$, $Bi_{зво}$, Bi_v – числа Био для областей кристаллизатора, зоны вторичного охлаждения и на границе воздух-алюминий [4]; $h_{тн}$, h_k , $h_{зво}$ – высоты теплового насадка, кристаллизатора и зоны вторичного охлаждения.

Задача решается с использованием интегро-интерполяционного метода, метода разностей против потока и “возмущенного” оператора [1, 4], а также метода прогонки.

Разработан пакет прикладных программ, позволяющий реализовать математическую модель на языке Паскаль для IBM-совместимых компьютеров. В ходе численного эксперимента получена следующая картина процесса: сначала течение безвихревое; при этом наблюдались нисходящие потоки, вызванные механическим влиянием струи. Приблизительно через 1,5 с в правом нижнем углу области, образуется вихрь.



a)

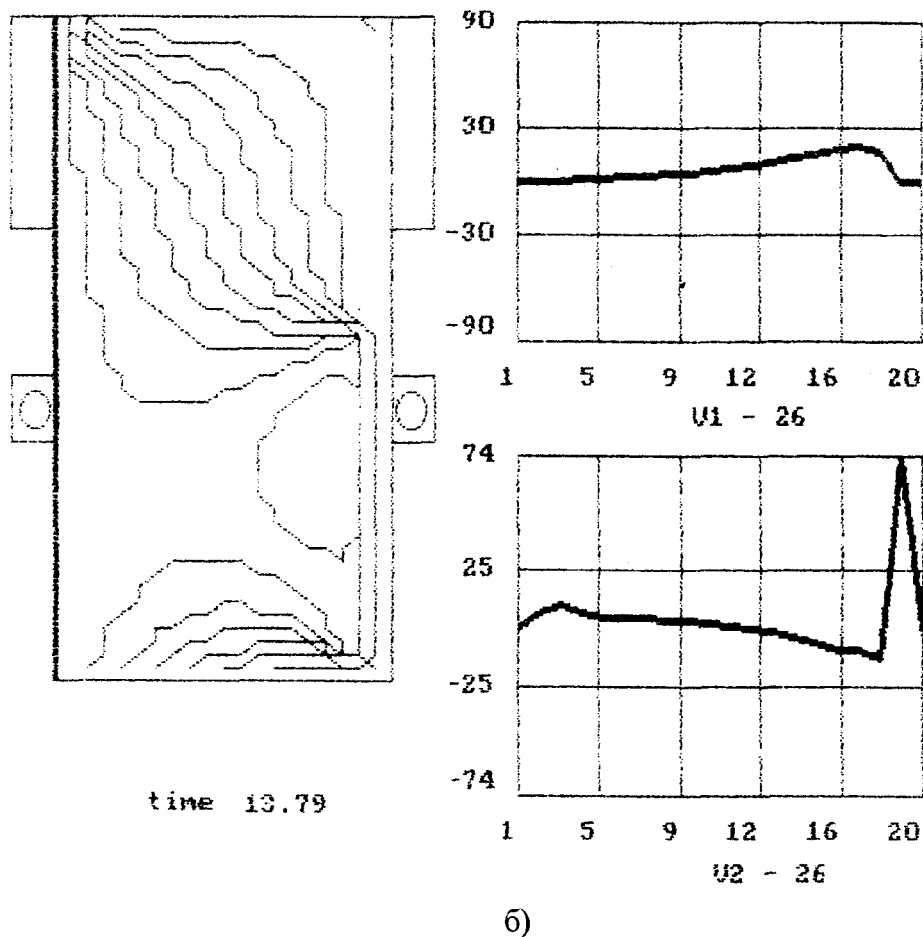


Рис.2. Линии функции тока эпюры вертикальной и горизонтальной компонент скорости в различные моменты времени формирования непрерывного алюминиевого слитка

В дальнейшем картина имеет вихревой нестационарный характер. Выделение твердой фазы происходит практически симметрично (разница во времени составляет приблизительно 2 сек, что объясняется односторонним инжектирующим влиянием струи). Форма границы твердая фаза-расплав указывает на то, что лунка достаточно пологая. Это является важным условием получения качественного слитка [7].

Через 3 мин в нижней части зоны вторичного охлаждения наблюдается полное затвердевание слитка, а через 6 мин от начала процесса затвердевания гидродинамическая картина носит стационарный характер. Последнее говорит о том, что тепловая обстановка в слитке стабилизируется.

Таким образом сформулирована физическая и математическая модель гидродинамических и теплообменных процессов в формирующемся непрерывном алюминиевом слитке. Полученное распределение полей скорости, температуры и кинетика затвердевания твердой корочки подтверждают нестационарный характер затвердевания слитка.

Проведенные исследования позволяют сформулировать следующие задачи управления качеством слитка.

1. Определение оптимальных условий затвердевания слитков для управления формированием их структуры. В связи с этим интерес представляет задача оптимального управления теплоотводом в зоне вторичного охлаждения с привлечением прямо-

го екстремального метода [5,6].

2. Расчет термических напряжений в слитке.

3. Определение оптимальной высоты кристаллизатора с целью увеличения теплоотвода в зоне вторичного охлаждения слитка [7].

РЕЗЮМЕ

Сформульована та чисельно реалізована задача твердіння алюмінієвого зливка безперервного розливу, враховуючи змушене і конвективне перемішування сплаву. В результаті розрахунків одержані розподіли полів швидкості і температури і кінетика затвердіння твердої кірки сплаву. Відзначені два етапи формування зливка: нестационарний – на початку процесу твердіння, і стационарний, котрий спостерігається протягом всього останнього циклу безперервного лиття.

SUMMARY

The task is formulated and numeric of a solidification is realized Aluminium ingot continuous having pour. with allowance for conditions and convective intermixing of an alloy. In an outcome of calculations the distribution of fields of a velocity both temperature and kinetics is obtained solidifications rigid rim. Two phases of shaping are marked ingot: non-stationary in the beginning of the process of a solidification and fixed during all stayed time of a cycle continuous moulding

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Беляев Н.М., Рядно А.А. Методы теории теплопроводности. М.: Высш. шк., 1982. – Ч.1. – 27 с.; Ч.2. – 300 с.
2. Никитенко Н.И. Теория тепломассопереноса. – Киев: Наукова думка, 1983.
3. Повх И.Л. Техническая гидродинамика. – Л.: Машиностроение. – 519 с.
4. Огурцов А.П., Недопекин Ф.В., Белоусов В.В. Процессы формирования стального слитка: Математическое моделирование заполнения и затвердевания – Днепро-дзержинск: ДГТУ. – 180 с.
5. Соболев В.В., Трефилов П.М. Теплофизика затвердевания металла при непрерывном литье. – М.: Metallurgia, 1988. – 160 с.
6. Толстых В.К. Прямой экстремальный подход для оптимизации систем с распределенными параметрами. – Донецк: Юго-Восток, 1997. – 177 с.
7. Горшков И.Е. Литье слитков цветных металлов и сплавов. – М.: Гостехиздат, 1952. – 416 с.
8. Недопекин Ф.В. Математическое моделирование гидродинамики и тепломассопереноса в слитках. – Ижевск. Изд-во Удмуртского ун-та, 1994 г.

Надійшла до редакції 24.11.1997 р.