

ЭЛЕКТРОВИХРЕВЫЕ ПОЛЯ В СТАЛЕПЛАВИЛЬНЫХ ПЕЧАХ ПОСТОЯННОГО ТОКА С ПОДОВЫМ ЭЛЕКТРОДОМ

О.В.Казак, А.Н.Семко

Введение. На современном этапе развития численное моделирование является наиболее актуальным и стремительно развивающимся направлением в физике. Численное моделирование позволяет с одной стороны получить относительно точное решение задач, не имеющих аналитического решения, а с другой стороны обойтись без проведения сложных и дорогостоящих, а порой просто невозможных натуральных экспериментов. Одной из таких задач является изучение движения расплава в электросталеплавильных печах постоянного тока с подовым электродом во время приготовления стали. Особенностью печей этого типа является возникновение вихревого движения расплава при пропускании постоянного электрического тока. Изучение характера движения расплава крайне важно для повышения качества выплавляемой стали, уменьшения стоимости и времени приготовления металла, повышения надежности электросталеплавильных печей. Непосредственное изучение движения расплава во время работы печи невозможно по причине высокой температуры расплава и химической агрессивности среды. Проведение натурального моделирования – дорогостоящая и сложная задача. Единственным оптимальным решением остается численное моделирование процессов, протекающих в расплаве.

Наиболее сложной задачей в численном моделировании является построение корректной, адекватно отображающей реальные процессы физической модели. Для построения такой модели необходима оценка всей совокупности многообразия физических процессов протекающих в реальной установке, их оценка и выявление определяющих физических процессов. Корректно построенная физическая модель позволяет получить наиболее точный результат расчетов и обойтись без затруднительной верификации полученных результатов.

Существует много работ по изучению физических процессов в токопроводящих средах, связанных с возникновением электровихревых течений в расплавах металла под действием собственного магнитного поля в частности [1-5]. Наиболее полно теоретические и экспериментальные исследования электровихревых движений жидких металлов рассмотрены в работе [1].

Смежной к рассматриваемой задаче является задача изучения физических процессов в электролизерах для приготовления алюминия и сплавов. В одном из примеров моделирования электромагнитных и гидродинамических процессов в электролизерах приводится физическая и математическая модель, а также результаты моделирования, полученные при помощи пакета прикладных программ ANSYS [2,3].

Известен целый ряд современных работ, содержащих собственную разработку программного обеспечения с предшествующей разработкой физической и математической модели процессов протекающих в печи [4,5]. Однако в этих работах отсутствует анализ размеров расчетной области, граничных условий, а разработанный авторами программный продукт имеет целый ряд существенных ограничений на производимые в нем расчеты.

В связи с чрезвычайной сложностью моделирования всей совокупности физических процессов рассматриваемая задача до сих пор не имеет наиболее точной физической и математической модели протекающих в печи процессов и является актуальной.

Физические процессы в расплаве металла. Для выплавки стали широкое распространение получили электрические печи с подовым электродом, работающие на постоянном токе. Примерная схема такой печи с двумя электродами приведена на рис. 1. Здесь 1 – огнеупорная футеровка, 2 – жидкий металл, 3 – электроды, 4 – электрическая дуга между верхним электродом и поверхностью металла, 5 – шлак на поверхности металла. Будем считать, что печь имеет осесимметричную форму и круглые электроды так же расположены осесимметрично. Так как вся конструкция имеет осевую симметрию, то и протекающие в ней физические процессы будут обладать осевой симметрией.

Рассмотрим гидродинамические и электромагнитные процессы, протекающие в такой печи. Предположим, что металл в печи уже расплавлен и на электроды подано некоторое постоянное напряжение, положительное на нижний и отрицательное на верхний электрод. На

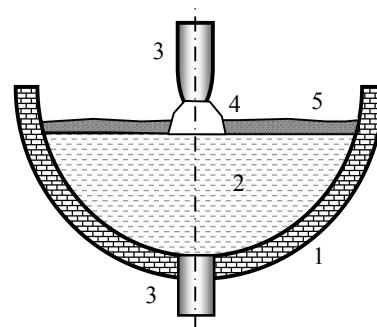


Рис. 1

электроды подается напряжение $U = 500 - 1000$ В. Под действием приложенного к электродам напряжения, в жидком металле потечет ток (рис. 2). Линии электрического тока, отмеченные символом \vec{j} , будут лежать в меридиональных сечениях, как показано на рис. 2. Из закона полного тока для любого поперечного сечения печи $I = \oint_S \vec{j} d\vec{S} = const$, где S – площадь

поперечного сечения печи, и хода линий тока, можно сделать вывод, что плотность тока должна убывать при удалении от оси симметрии.

Этот ток создает осесимметричное магнитное поле, вектор магнитной индукции которого будет лежать в плоскости, перпендикулярной оси симметрии, т.е. в горизонтальной плоскости. Линии магнитной индукции (они отмечены символом \vec{B}) будут концентрическими окружностями, перпендикулярными линиям плотности тока.

На проводник с током в магнитном поле действует сила Ампера с объемной плотностью $\vec{f}_e = [\vec{j}, \vec{B}]$. Эта сила перпендикулярна плотности тока \vec{j} и вектору магнитной индукции \vec{B} , а ее направление согласовано с направлением этих векторов по правилу правого винта. Для рассматриваемой схемы сила \vec{f}_e направлена к оси симметрии, лежит в меридиональной плоскости и имеет две составляющие: радиальную и осевую. Радиальная составляющая направлена к оси симметрии, а меридиональная – к противоположному электроду. Радиальная составляющая вызывает поперечное сжатие проводника, так называемый пинч-эффект.

Выделим небольшой кусочек жидкого проводника вдоль линии тока слева от электрода (рис. 3). На разные части этого кусочка будет действовать разная удельная сила, уменьшающаяся при удалении от оси симметрии ($f_1 < f_2 < f_3$). Эта сила сообщает выделенному элементу поступательное и вращательное движение, так как создает вращающий момент. Под действием этой силы элемент будет перемещаться как целое к оси симметрии и поворачиваться против часовой стрелки. Но так как проводник жидкий, то в нем возникнет вихревое течение, как указано на рис. 3. Необходимым условием возникновения вихревого течения ($\text{rot } \vec{v} \neq 0$) является вихревой характер электромагнитной силы \vec{f}_e : необходимо, чтобы $\text{rot } \vec{f}_e \neq 0$. Такой характер течения как раз и наблюдается при пространственной неоднородности электрического тока.

В данном примере, как и во многих других подобных случаях, вихревое течение жидкости возникает при подводе электрического тока к проводящей жидкости в отсутствии внешних магнитных полей при пространственной неоднородности электрического тока. Электрический ток в жидкости создает собственное магнитное поле, которое при определенных условиях вызывает вихревое движение жидкости.

Оценка электромагнитных эффектов в расплаве металла. Метал, в расплавленном состоянии, имеет целый ряд особенностей, отличных от твердого состояния. Структура жидких металлов, в отличие от кристаллической структуры, имеет статистический характер. В соответствии с этим следует брать за основу все параметры расплава, усредненные по большому времени и объему расплава [6].

В рассматриваемой задаче имеет место целый ряд физических эффектов связанных с пропусканием электрического тока через сложную систему проводников в сталеплавильной печи. Рассмотрим наиболее распространенные эффекты и оценим возможное влияние каждого из них. В системе протекают как термоэлектрические эффекты, так и гальваномагнитные эффекты. К термоэлектрическим эффектам относятся совокупность физических явлений, обусловленных взаимосвязью между тепловыми и электрическими процессами в металлах и полупроводниках. К этим эффектам относятся эффект Зеебека, эффект Пельтье и эффект Томсона. В некоторой степени все эти эффекты одинаковы, поскольку причина всех термоэлектрических явлений – нарушение теплового равновесия в потоке носителей (то есть отличие средней энергии электронов в потоке от энергии Ферми) [7].

Эффект Зеебека состоит в том, что в замкнутой цепи, состоящей из разнородных проводников, возникает ЭДС (термоэдс), если места контактов поддерживают при разных температурах. Цепь, которая состоит только из двух различных проводников называется термоэлементом или термопарой. Для соеди-

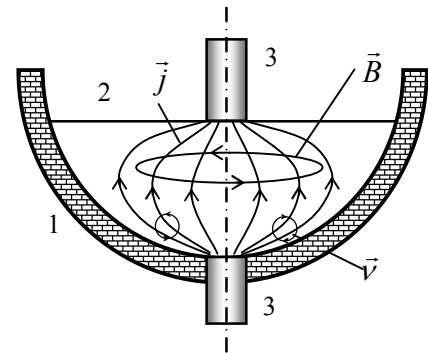


Рис. 2

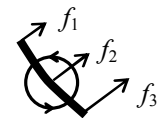


Рис. 3

нений меди и железа в местах контакта электродов эффект составит $23,6 \cdot 10^{-6}$ В/град, что ничтожно мало в сравнении с током проводимости.

Эффект Пельтье – процесс выделения или поглощения тепла при прохождении электрического тока через контакт двух разнородных проводников. Величина выделяемого тепла и его знак зависят от вида контактирующих веществ, силы тока и времени прохождения тока, то есть количество выделяемого тепла пропорционально количеству прошедшего через контакт заряда. Для контактов электродов составит 22,2 Дж, что много меньше тепла выделяемого по закону Джоуля-Ленца.

Эффект Томсона – одно из термоэлектрических явлений, заключающееся в том, что если в проводнике с током существует перепад температур, то дополнительно к теплоте, выделяемой в соответствии с законом Джоуля-Ленца, в объёме проводника будет выделяться или поглощаться дополнительная теплота Томсона. Численно эффект составит 84,2 Дж/с, что также ничтожно мало в сравнении с джоулевым теплом

Гальваномагнитные эффекты – совокупность эффектов, связанных с воздействием магнитного поля на электрические свойства проводников (металлов и полупроводников), по которым течёт ток. Наиболее существенны гальваномагнитные эффекты в магнитном поле, которое направленно перпендикулярно току. К гальваномагнитным эффектам относятся: эффект Холла, магнетосопротивление, эффект Эттингсгаузена, гигантское магнитное сопротивление [7]. Для рассматриваемой системы наибольшее значение имеет эффект Холла, все остальные эффекты на несколько порядков меньше.

Эффект Холла – явление возникновения поперечной разности потенциалов (называемой также холловским напряжением) при помещении проводника с постоянным током в магнитное поле. Однако влияние этого эффекта ничтожно мало в сравнении с током проводимости.

Подводя итоги оценки влияния различных эффектов на рассматриваемую систему можно сделать вывод о несущественном вкладе каждого из них в сравнении с током проводимости и выделением тепла согласно закону Джоуля-Ленца, а также магнитным полем, создаваемым неравномерным распределением тока проводимости.

Рассмотрим основные допущения, принятые для упрощения описания процессов в электрической сталеплавильной печи:

- среда считается немагнитной (ее магнитная проницаемость мало отличается от единицы; известно, что ферромагнетики имеют точку Кюри, при нагревании выше которой они становятся парамагнетиками; для железа точка Кюри составляет 760 °С);

- среда является хорошим проводником и ее диэлектрической проницаемостью можно пренебречь;

- при небольших частотах переменного тока можно пренебречь током смещения, процесс считать квазистационарным. Условия квазистационарности:

1) $T \gg l/c$, T – характерное время процесса, l – длина электрической цепи, c – скорость света;

2) $j \gg \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \rightarrow \bar{j} = \sigma \bar{E}$, $\bar{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \bar{E} \rightarrow T \gg \frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\sigma}$, ε – относительная диэлектрическая проницаемость вещества, σ – проводимость;

3) σ, ε, μ – не зависят от частоты $\rightarrow T \gg \lambda/V$, V и λ – средняя длина и средняя скорость электронов конвективным током, вызванным движением среды, по сравнению с током проводимости можно пренебречь $\rho_{св} \cdot \bar{V}$ – конвективный ток, $\rho_{св}$ – плотность свободных зарядов, \bar{V} – скорость движения зарядов

- физические характеристики среды (проводимость, коэффициенты вязкости и теплопроводности и т.д.) предполагаются однородными и изотропными и не зависят от температуры и давления;

- химические реакции не учитываются.

Математическая постановка задачи. Система уравнений, описывающих электромагнитные процессы в расплаве для принятых допущений, имеет вид:

уравнения Максвелла

$$\nabla \bar{B} = 0; [\nabla, \bar{H}] = \bar{j}; \quad (1)$$

$$[\nabla, \bar{E}] = 0; \nabla \bar{D} = \rho_e; \quad (2)$$

уравнение Ома для движущейся среды

$$\bar{j} = \sigma (\bar{E} + [\bar{v}, \bar{B}]); \quad (3)$$

закон сохранения заряда

$$\nabla \bar{j} = 0; \quad (4)$$

где \vec{v} – скорость жидкости, \vec{j} – плотность тока, \vec{E} – напряженность электрического поля, \vec{B} – индукция магнитного поля, σ – удельная проводимость среды.

Поставленная задача решается при соответствующих граничных условиях для электромагнитного поля: для электрического поля

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}, D_{n1} = D_{n2}; \quad (5)$$

для магнитного поля

$$B_{n1} = B_{n2}, \vec{n} \times \vec{B} = \vec{n} \times (B_n \vec{n} + B_\tau \vec{\tau}) = B_\tau = 0; \quad (6)$$

Для плотности тока

на поверхности футеровки (изолятора)

$$j_n = 0, \quad (7)$$

на торце электродов

$$j_n = j_0 = I/S. \quad (8)$$

На границах расчетной области используют искусственные неотражающие граничные условия [8].

Алгоритм решения задачи в рамках пакета ANSYS. Рассматриваемая задача не имеет аналитического решения и поэтому решается численно. По результатам анализа численных методов решения был выбран метод конечных элементов [9] и пакет ANSYS. По терминологии пакета ANSYS задача относится к классу мультифизических и стратегия решения такой задачи состоит из следующих этапов:

1-й этап – моделирование электромагнитных полей;

2-й этап – моделирование электровихревых течений;

3-й этап – моделирование электровихревых течений с учетом теплообмена и конвекции.

Такая последовательность в решении задачи обусловлена особенностями решения задач мультифизики в рамках пакета ANSYS. Результатом моделирования электромагнитных полей является значения электромагнитной силы и других электромагнитных параметров, полученные для каждой узловой точки по объему расплава. Кроме того, результатом решения 1-го этапа является определение количества Джоулева тепла на единицу объема, полученное в каждой узловой точке. Значения этой теплоты можно использовать как начальные данные для решения задачи с учетом теплообмена и конвекции. Задавая распределения электромагнитной силы в виде начальной нагрузки на 2-м этапе можно рассчитать скорость движения расплава, вызванное электромагнитным воздействием. На следующем 3-м этапе используя распределение Джоулева тепла, а также тепла образованного в области пятна электрической дуги можно получить распределение скоростей расплава с учетом теплообмена и конвекции. Далее необходима проверка влияния движения расплава на распределение как электромагнитных параметров так и распределение тепла по объему. Учитывая все эти факторы и повторяя эту последовательность до получения сходимости результатов, получаем распределение скоростей по объему расплава максимально приближенное к промышленным электросталеплавильным печам.

В настоящей работе представлены результаты решения 1-го этапа сопряженной задачи – проведено моделирование электромагнитных полей. Для нахождения распределения электромагнитных полей задача разбивается на две подзадачи: на первом этапе решается задача определения плотности тока во всех токопроводящих элементах, включая расплав, второй этап состоит в определении магнитного поля в объеме расплава. Для первого этапа выполняется решение системы уравнений Максвелла (1-2) методом скалярного потенциала на основании соотношения

$$\vec{E} = -grad\varphi,$$

где φ – электрический потенциал. Искомая плотность тока определяется из уравнения (3). В качестве граничных условий для получения однозначного решения, задается распределение тока на границе. При решении используется конечный элемент PLANE 121.

На втором этапе были рассчитаны распределения электромагнитных полей для электросталеплавильной печи постоянного тока с подовым электродом. Поскольку в модели имеются ферромагнитные области, образующие замкнутые контуры (защитный слой футеровки), то для решения используется обобщенный метод скалярного магнитного потенциала – метод GSP (General Scalar Potential). В этом случае искомый вектор напряженности магнитного поля \vec{H} представляется в виде суммы двух составляющих:

$$\vec{H} = \vec{H}_g - grad\Psi,$$

где \vec{H}_g – некоторое приближенное значение напряженности поля (оно всегда удовлетворяет условию (1)), а Ψ – обобщенный магнитный потенциал. Подставляя это уравнение в уравнение связи $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$ получаем уравнение вида

$$\operatorname{div}(\mu\operatorname{grad}\Psi) - \operatorname{div}(\mu\vec{H}_g) = 0.$$

Пространственная область, Ω в которой имеется магнитное поле подразделяется на множество областей, не содержащих ферромагнитных частей Ω_A , и множество ферромагнитных областей Ω_F .

Метод GPS предполагает четырех шаговую процедуру поиска решения. На первом шаге во всей области Ω по закону Био-Савара рассчитывается значения напряженности \vec{H}_S , обусловленные протекающими в системе токами:

$$\vec{H}_S(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{[\vec{j} \times \vec{r}]}{r^3} dV.$$

Здесь интеграл берется по объему токоведущей части, \vec{r} – радиус вектор от этой части до текущей точки области Ω .

На втором шаге решения расчет выполняется только для ферромагнитных элементов, то есть в Ω_F . Принимая, что в Ω_F

$$\vec{H}_g = \vec{H}_S,$$

уравнение Био-Савара решается с условием

$$\vec{n} \cdot \mu(\vec{H}_g - \operatorname{grad}\Psi) = 0$$

на границе $\partial\Omega_F$ области Ω_F (здесь \vec{n} – вектор внешней нормали к поверхности области). В результате находится новое приближение для напряженности магнитного поля в области Ω_F :

$$\vec{H}_F = \vec{H}_S - \operatorname{grad}\Psi.$$

На третьем шаге решение уравнения Био-Савара выполняется в области Ω_A с подстановкой

$$\vec{H}_g = \vec{H}_S$$

и с граничными условиями $\vec{n} \cdot \vec{H}_g = \vec{n} \cdot \vec{H}_F$ на $\partial\Omega_F$ и $\lim_{r \rightarrow \infty} H_g(\vec{r}) = 0$.

В результате новое приближение для поля в неферромагнитной части Ω_A имеет вид

$$\vec{H}_A = \vec{H}_S - \operatorname{grad}\Psi.$$

На последнем, четвертом шаге область Ω рассчитывается целиком, при этом полученные ранее векторы напряженности \vec{H}_F и \vec{H}_A используются в качестве начальных приближений:

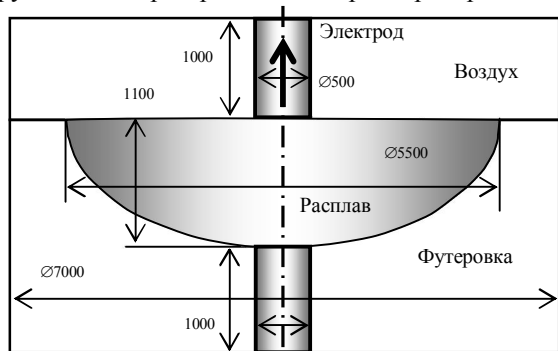
$$\vec{H}_g = \begin{cases} \vec{H}_F \in \Omega_A \\ \vec{H}_A \in \Omega_F \end{cases}.$$

На основании найденного из решения уравнения закона Био-Савара значения потенциала Ψ определяется окончательное значение напряженности магнитного поля во всей расчетной области Ω :

$$\vec{H} = \vec{H}_g - \operatorname{grad}\Psi.$$

При решении для защитного ферромагнитного слоя футеровки зависимость магнитной проницаемости от напряженности поля $\mu(H)$ определяется в программе ANSYS на основании вводимой аппроксимации для кривой намагниченности $B(H)$, которая была взята из работы [5]. При решении применялся конечный элемент PLANE 13.

Определение оптимальной модели для численного моделирования электромагнитных параметров. Для уточнения размеров расчетной области было проведено несколько тестовых расчетов при различных размерах расчетной области и граничных условиях. На первом этапе за расчетную область был выбран расплав металла, область футеровки, электроды такой длины, чтобы в них установилась необходимая плотность тока и его распределение по поперечному сечению электродов, а также область окружающего пространства. Все размеры приведены на рис. 4.



емкость печи $m - 100$ т
 диаметр печи $D - 5500$ мм
 глубина ванны h с жидкой сталью – 1100 мм
 ток постоянный
 сила тока $I = 80 - 100$ кА
 напряжение между электродами $U = 500 - 1000$ В
 мощность потребляемого тока $N - 40 - 100$ МВт
 полярность электродов: «+» на подовом электроде
 диаметр электрода $d - 500$ мм
 толщина футеровки $\Delta h_c - 650$ мм

Рис. 4. Модель электросталеплавильной печи и первоначальная расчетная область

За основу для модели возьмем следующие исходные данные, максимально соответствующие промышленной электросталеплавильной печи. В силу осевой симметрии расчетная область составляет половину реальной области. Исходные данные для проведения расчетов следующие: сила тока $I = 80$ кА, проводимость металла $\sigma_1 = 0,9 \cdot 10^6$ (Ом·м)⁻¹, проводимость электродов $\sigma_2 = 0,2 \cdot 10^6$ (Ом·м)⁻¹, относительная магнитная и диэлектрическая проницаемость металла $\mu = 1$, $\epsilon = 1$.

Для проверки влияния на параметры в центральной зоне граничных условий на искусственной границе расчетной области были рассмотрены неотражающие граничные условия и условия магнитной изоляции. Выяснено незначительное влияние изменения граничных условий с магнитной изоляцией по сравнению с неотражающими граничными условиями, и составило порядка 0,7-0,9 % от значений всех электромагнитных параметров в центральной зоне.

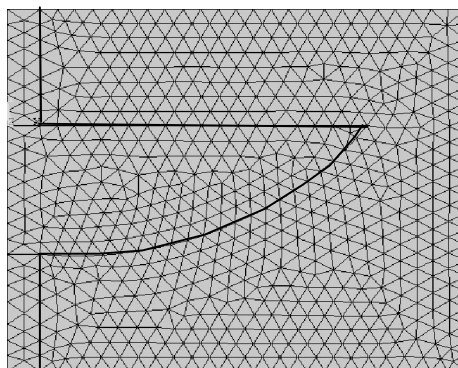


Рис. 5. Расчетная область и конечноэлементная сетка

На втором этапе за расчетную область был выбран расплав, электроды и защитный слой футеровки (рис. 6). На границе футеровки использовались не отражающие граничные условия. Отклонение значений в сравнении с предыдущей расчетной областью составила порядка 0,1 %. При использовании граничных условий магнитной изоляции отклонение составило 3-4 %. Из этого следует, что в данной постановке необходимо использовать неотражающие граничные условия.

Нижче приведені деякі результати розрахунків, отримані для моделі задачі з використанням оброблених методів розрахунку. На рис. 7 зображені розподіли густоти струму по всій моделі і навколо анода, а також розподіли сили Лоренца в області підового електрода, яке дозволяє оцінити інтенсивність сил, викликають вихрове рух розплаву навколо анода. Сила Лоренца складала 30 % від об'ємної сили тяжесті, що дозволяє розглядати дію сили Лоренца як визначаючу при виникненні вихрового руху розплаву

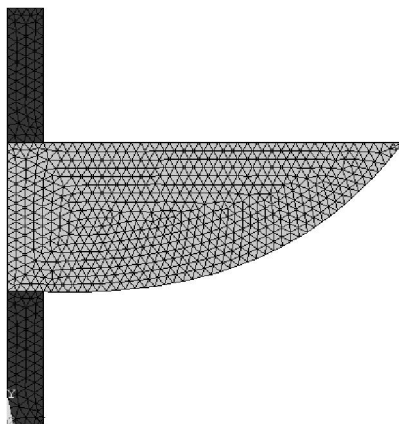


Рис. 6. Расчетная область и конечноэлементная сетка

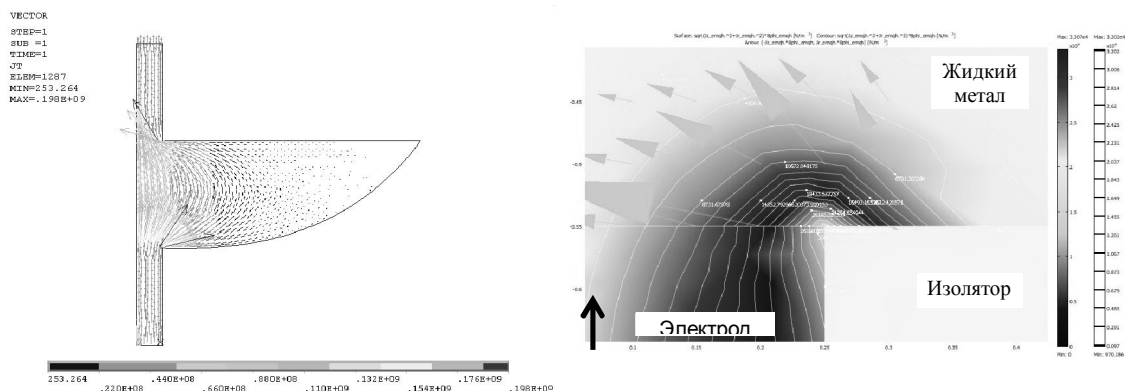


Рис. 7. Геометрическая модель электросталеплавильной печи и первоначальная расчетная область и расчетная конечноэлементная сетка

Результаты расчетов подтверждают факт, что сила Лоренца в таких печах является определяющей при возникновении электровихревого течения. Данные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными (повышенный износ футеровки).

Выводы. Рассмотрены физические процессы протекающие в электросталеплавильных печах постоянного тока с подовым электродом. Построена физическая и математическая модель, произведена подробная оценка всех электромагнитных процессов и эффектов, протекающих в печи. Показано, что пространственное распределение тока в печи приводит к электровихревому движению расплавленного металла. Для описания процессов в электросталеплавильной печи адаптирована модель магнитной гидродинамики, которая учитывает пространственное распределение тока, электрического и магнитного полей, силу Лоренца. Разработана стратегия решения поставленной сопряженной задачи. В осесимметричной постановке поставлена и решена модельная задача, на которой отработаны методы расчета электромагнитных полей в рамках пакета ANSYS. Произведена оценка размеров расчетной области, граничных условий на искусственной границе расчетной области, оценено влияние условий на границах расчетной области на параметры в центральной зоне. Выяснено, что за расчетную область целесообразно выбрать расплав металла и защитный слой футеровки, а также токоподводящие электроды с не отражающими граничными условиями. По результатам расчетов определен оптимальный тип конечных элементов, размеры сетки и вид анализа. Результаты расчетов в ANSYS сравнивались с аналитическими предположениями.

ми, експериментальними даними. Хорошее совпадение расчетов разными методами говорит о надежности методов и достоверности полученных результатов.

Из проведенных расчетов можно сделать следующие выводы. Предложенные модели и методы позволяют рассчитать электромагнитные и силовые поля для модели электрической печи. Установлено, что максимальные градиенты значений индукции магнитного поля, плотности тока и силы Лоренца локализованы в непосредственной близости анода (подового электрода) на расстояниях порядка радиуса электрода. При удалении от анода эти величины быстро убывают. По оценкам объемная плотность силы Лоренца составляет около 30% силы тяжести.

РЕЗЮМЕ

Робота присвячена моделюванню електровихрових полів в обмежених об'ємах металу на прикладі металургійних печей. Наводиться постановка задачі, фізична та математична модель процесів що протікають. Розроблений алгоритм розв'язання та отримані результати електромагнітних полів у розплаві сталі, за допомогою програмно-обчислювального комплексу ANSYS.

SUMMARY

Work is devoted to modelling electrovortical field in limit volume of liquid steel case study on electric furnaces. Statement of a problem, physical and mathematical model of proceeding processes is resulted. The algorithm of the decision of a problem is developed and a result, of electromagnetic fields in molten metal, executed by programmatic-calculable complex ANSYS is received.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бояревич В.В. Электровихревые течения / В.В. Бояревич, Я.Ж. Фрейберг, Е.И. Шилова и др. – Рига: Зинатие, 1985. – 315 с.
2. Будилов И.Н. Моделирование магнитно-гидродинамических процессов в промышленных электролизерах в ANSYS / И.Н. Будилов, Ю.В. Лукашук // ANSYS Solutions. Русская редакция. Инженерно-технический журнал. – 2007, Осень. – С. 13-18.
3. Калужский Н.А. Исследование магнитных свойств ферромагнитных элементов конструкций алюминиевых электролизеров / Калужский Н.А., Скворцов А.П. Павлов А.В. и др. // Техничко-економический вестник Брянского авт. завода. –2002, № 5. – С. 57-60.
4. Манагаров В.Н. Моделирование электромагнитных процессов в ванне расплава дуговой печи постоянного тока / И.М. Ячиков, В.Н. Манагаров // Програмные продукты и системы. – 2008, №3. – С. 81-83
5. Манагаров В.Н. Моделирование объемных электромагнитных сил в ванне расплава ДППТ / И.М. Ячиков, В.Н. Манагаров // Вестник Ижевского гос. тех. университета. – 2008, №4. – С. 192-195
6. Таблицы физических величин. Справочник / Под ред. И.К. Кикоина. – М.: Атомиздат, 1976. – 1008 с.
7. Ландау Л.Д. Теоретическая физика. Т. VIII. Электродинамика сплошных сред / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц – М.: Физматлит, 2001. – 656 с.
8. Ryaben'kii V.S. Global discrete artificial boundary conditions for time-dependent wave propagation / V.S. Ryaben'kii, S.V. Tsynkov, V.I. Turchaninov // Journal of Computational Physics. – 2002, №174 – P. 712-758
9. Trif D. Basics of fluid mechanics and introduction to computational fluid dynamics / D. Trif, T. Petrila. – Boston: Springer Science Business Media Inc, 2005. – 438 p.

Поступила в редакцию 29.04.2010 г.