УДК 531.38

Г.В. Горр, А.В. Мазнев

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ДВИЖЕНИЙ ГИРОСТАТА ЖУКОВСКОГО С ПЕРЕМЕННЫМ ГИРОСТАТИЧЕСКИМ МОМЕНТОМ

В работе рассмотрена задача о движении гиростата Жуковского в случае, когда постоянен угол между неизменной в гиростате осью и вектором момента количества движения гиростата. Предполагается, что величина гиростатического момента зависит от времени. Найденные условия на параметры гиростата и выражение для гиростатического момента характеризуют новое решение уравнений Жуковского с переменным гиростатическим моментом. Доказано, что оно описывает полурегулярную прецессию первого типа относительно вектора момента количества движения.

Ключевые слова: Гиростат, гиростатический момент, инвариантное соотношение, полурегулярная прецессия

1. Введение. Н.Е. Жуковский при рассмотрении задачи о движении твердого тела, содержащего полости с жидкостью, вывел уравнения движения свободного гиростата [1]. В своих исследованиях он получил дополнительный первый интеграл и дал геометрическое истолкование движения, которое основано на свойствах момента количества движения гиростата. Его подход принципиально отличается от метода Пуансо прямого истолкования, поскольку движение представлено качением со скольжением некоторого конуса по неподвижной в пространстве плоскости. Уравнения работы [2] позволили в [3-5] дать кинематическое истолкование движения гиростата Жуковского в частных случаях. Интегрирование уравнений движения свободного гиростата в общем случае выполнено в [6]. Полученные результаты показывают, что компоненты вектора угловой скорости тела-носителя выражаются через сигма-функции Вейерштрасса, что в значительной степени затрудняет применение теоремы Пуансо для общего случая.

Свободный гиростат можно рассматривать и в постановке, когда величина гиростатического момента зависит от времени [7]. Так, например, в [8] изучены равномерные движения такого гиростата.

Данная работа посвящена исследованию движений гиростата Жуковского с переменным гиростатическим моментом в предположении, что угол между фиксированной в гиростате осью и вектором момента количества движения гиростата постоянен.

2. Постановка задачи. Рассмотрим уравнение движения свободного гиростата в векторном виде [1,6,7]

$$A\dot{\boldsymbol{\omega}} = (A\boldsymbol{\omega} + \lambda(t)\boldsymbol{\alpha}) \times \boldsymbol{\omega} - \dot{\lambda}(t)\boldsymbol{\alpha} \tag{2.1}$$

где введены обозначения: $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ – вектор угловой скорости тела-носителя; $\lambda(t)\boldsymbol{\alpha}$ – гиростатический момент, в выражении которого $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ – единичный вектор; A – тензор инерции гиростата с компонентами A_{ij} $(i, j = \overline{1,3})$; точка над переменными обозначает производную по времени (для $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ – относительную производную).

Очевидно, уравнение (2.1) имеет первый интеграл

$$(A\boldsymbol{\omega} + \lambda(t)\boldsymbol{\alpha})^2 = c^2 \tag{2.2}$$

где c – произвольная постоянная. Поскольку зависимость $\dot{\lambda}(t)$ не задана, то система скалярных уравнений, вытекающая из (2.1), не замкнута.

Запишем уравнение (2.1) в новых переменных. Положим $\boldsymbol{x} = A\boldsymbol{\omega}$ тогда $\boldsymbol{\omega} = a\boldsymbol{x}$. Здесь a – гирационный тензор с компонентами a_{ij}. В скалярной форме имеем

$$\begin{aligned} &\omega_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3, \quad \omega_2 = a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \\ &\omega_3 = a_{13}x_1 + a_{23}x_2 + a_{33}x_3 \end{aligned} \tag{2.3}$$

где x_1, x_2, x_3 – координаты вектора $\boldsymbol{x}$. В силу указанной замены из (2.1) имеем

$$\dot{\boldsymbol{x}} = (\boldsymbol{x} + \lambda(t)\boldsymbol{\alpha}) \times \boldsymbol{\omega} - \dot{\lambda}(t)\boldsymbol{\alpha} \tag{2.4}$$

Запишем уравнение (2.4), используя абсолютную производную вектора $\boldsymbol{x} + \lambda(t)\boldsymbol{\alpha}$:

$$\frac{d(\boldsymbol{x} + \lambda(t)\boldsymbol{\alpha})}{dt} = \mathbf{0} \tag{2.5}$$

Из равенства (2.5) вытекает, что в неподвижном пространстве вектор $\boldsymbol{x} + \lambda(t)\boldsymbol{\alpha}$ постоянен:

$$\boldsymbol{x} + \lambda(t)\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{c} \tag{2.6}$$

где $\boldsymbol{c}$ – вектор, постоянный в неподвижной системе координат. Введем единичный вектор $\boldsymbol{\nu} = (\boldsymbol{x} + \lambda(t)\boldsymbol{\alpha})/c$ и рассмотрим движение свободного гиростата в случае, когда постоянен угол между единичным вектором $\boldsymbol{a}$, неизменно связанным с телом-носителем, и вектором $\boldsymbol{\nu}$. Такое движение называется прецессионным движением относительно вектора $\boldsymbol{\nu}$ и может быть описано инвариантным соотношением $\boldsymbol{\nu}\cdot\boldsymbol{a}=a_0$, где $a_0=\cos\theta_0$ и $\theta_0=\angle(\boldsymbol{\nu},\boldsymbol{a})$. В силу (2.6) запишем его так

$$(\boldsymbol{x}+\lambda(t)\boldsymbol{\alpha})\cdot\boldsymbol{a}=\kappa_0,\quad \kappa_0=a_0\cdot c \tag{2.7}$$

В новых переменных x_1, x_2, x_3 интеграл (2.2) упрощается:

$$(x_1+\lambda(t)\alpha_1)^2+(x_2+\lambda(t)\alpha_2)^2+(x_3+\lambda(t)\alpha_3)^2=c^2 \tag{2.8}$$

Третью ось подвижной системы координат направим по вектору $\boldsymbol{a}$, т.е положим $\boldsymbol{a}=(0,0,1)$. Тогда из равенства (2.7) следует

$$x_3=\kappa_0-\lambda(t)\alpha_3 \tag{2.9}$$

На основании выражения (2.9) равенство (2.8) можно параметризовать, вводя новую переменную u:

$$x_1=d_0\cos u-\lambda(t)\alpha_1,\quad x_2=d_0\sin u-\lambda(t)\alpha_2 \tag{2.10}$$

Здесь $d_0=\sqrt{c^2-\kappa_0^2}=c\sin\theta_0$.

Таким образом, в данной статье поставлена задача об исследовании у уравнения (2.4) инвариантных соотношений (2.9),(2.10).

3. Построение решения. Поскольку компоненты вектора $\boldsymbol{x}$ выражаются по формулам (2.9),(2.10), то компоненты угловой скорости можно записать в виде

$$\begin{aligned} \omega_1 &= a_{11} d_0 \cos u + a_{12} d_0 \sin u + a_{13} \kappa_0 - \beta_1 \lambda(t) \\ \omega_2 &= a_{12} d_0 \cos u + a_{22} d_0 \sin u + a_{23} \kappa_0 - \beta_2 \lambda(t) \\ \omega_3 &= a_{13} d_0 \cos u + a_{23} d_0 \sin u + a_{33} \kappa_0 - \beta_3 \lambda(t) \end{aligned} \tag{3.1}$$

В соотношениях (3.1) введены обозначения

$$\begin{aligned} \beta_1 &= a_{11}\alpha_1 + a_{12}\alpha_2 + a_{13}\alpha_3 \\ \beta_2 &= a_{12}\alpha_1 + a_{22}\alpha_2 + a_{23}\alpha_3 \\ \beta_1 &= a_{13}\alpha_1 + a_{23}\alpha_2 + a_{33}\alpha_3 \end{aligned} \tag{3.2}$$

где a_{ij} – компоненты гирационного тензора. На основании (3.2) введен вектор $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$:

$$\boldsymbol{\beta} = a\boldsymbol{\alpha} \tag{3.3}$$

Запишем уравнение (2.4) в скалярной форме

$$
\begin{aligned}
&\dot{x}_1 + \dot{\lambda}(t)\alpha_1 = x_2\omega_3 - x_3\omega_2 + \lambda(t)(\alpha_2\omega_3 - \alpha_3\omega_2) \\
&\dot{x}_2 + \dot{\lambda}(t)\alpha_2 = x_3\omega_1 - x_1\omega_3 + \lambda(t)(\alpha_3\omega_1 - \alpha_1\omega_3) \qquad (3.4) \\
&\dot{x}_3 + \dot{\lambda}(t)\alpha_3 = x_1\omega_2 - x_2\omega_1 + \lambda(t)(\alpha_1\omega_2 - \alpha_2\omega_1)
\end{aligned}
$$

В силу (2.9),(2.10) из последнего равенства системы (3.4) следует соотношение $\omega_2 \cos u - \omega_1 \sin u = 0,$ которое, с учетом формул (3.1), приводится к уравнению

$$
F_1(u)\lambda(t) = F_2(u) \qquad (3.5)
$$

$$
\begin{aligned}
&F_1(u) = \beta_2 \cos u - \beta_1 \sin u \\
&F_2(u) = \frac{1}{2} d_0 (a_{22} - a_{11}) \sin 2u + a_{12} d_0 \cos 2u - a_{13}\kappa_0 \sin u + a_{23}\kappa_0 \cos u
\end{aligned} \qquad (3.6)
$$

Подставим x_1, x_2, x_3 из формул (2.9),(2.10) в первое и второе уравнения системы (3.4). Тогда получим равенство (3.5) и уравнение

$$
\begin{aligned}
&d_0 \dot{u} = -\frac{1}{2}\kappa_0 d_0 (a_{22} - a_{11}) \cos 2u + a_{12}\kappa_0 d_0 \sin 2u + a_{13}(\kappa_0^2 - d_0^2)\cos u + \\
&+ a_{23}(\kappa_0^2 - d_0^2)\sin u + \frac{1}{2}\kappa_0 d_0 (a_{11} + a_{22} - 2a_{33}) - \lambda(t)(\kappa_0 \beta_1 \cos u + \qquad (3.7) \\
&+ \kappa_0 \beta_2 \sin u - d_0 \beta_3)
\end{aligned}
$$

Следовательно, исследование условий существования прецессии (2.7) для уравнения (2.4) сведено к изучению уравнений (3.5),(3.7), в которых приняты обозначения (3.2),(3.6).

После нахождения условий существования решения уравнений (3.5),(3.7) тип прецессии можно определить следующим образом. Так как производная от левой части равенства (2.7) в силу уравнения (2.4) равна нулю $\boldsymbol{\omega}\cdot\left[\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{x}+\lambda(t)\boldsymbol{\alpha})\right]=0,$ то вектор угловой скорости лежит в плоскости векторов $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{x}+\lambda(t)\boldsymbol{\alpha}$ [9]:

$$\boldsymbol{\omega}=\dot{\varphi}\boldsymbol{a}+\frac{1}{c}\dot{\psi}(\boldsymbol{x}+\lambda(t)\boldsymbol{\alpha}) \tag{3.8}$$

Учитывая соотношение $d_0\dot{u}=\kappa_0(\omega_1\cos u+\omega_2\sin u)-\omega_3 d_0,$ которое получается на этапе нахождения уравнения (3.7), на основе скалярных равенств, вытекающих из (3.8), найдем

$$\dot{\psi}=\frac{c}{d_0}(\omega_1\cos u+\omega_2\sin u),\quad \dot{\varphi}=-\dot{u} \tag{3.9}$$

Вид правых частей уравнений (3.9) и определяет тип прецессии [9].

Уравнение (3.5) выполняется для любой функции $\lambda(t)$ в двух вариантах. В первом варианте имеют место условия

$$a_{ij}=0(i\neq j),\quad a_{22}=a_{11},\quad \alpha_1=\alpha_2=0,\quad \alpha_3=1 \tag{3.10}$$

а решение уравнений (3.4) таково

$$\begin{gathered}x_1=d_0\cos u,\quad x_2=d_0\sin u,\quad x_3=\kappa_0-\lambda(t)\\ \dot u=\kappa_0(a_{11}-a_{33})+a_{33}\lambda(t)\end{gathered} \tag{3.11}$$

На основании равенств (3.1),(3.10) из первой формулы системы (3.9) следует, что $\dot\psi=const$. Условия (3.10) показывают, что решение (3.11) характеризуется тем, что ось гиростата, проходящая через ось собственного вращения, служит осью динамической симметрии гиростата (условие Лагранжа).

Второй вариант характеризуются условиями

$$a_{23}=a_{12}=0,\quad a_{22}=a_{11},\quad \alpha_2=0,\quad a_{11}\alpha_1+a_{13}\alpha_3=0,\quad \kappa_0=0 \tag{3.12}$$

а решение уравнений (3.4) имеет вид

$$\begin{gathered}x_1=d_0\cos u-\lambda(t)\alpha_1,\quad x_2=d_0\sin u,\quad x_3=-\lambda(t)\alpha_3\\ \dot u=-a_{13}d_0\cos u+(a_{13}\alpha_1+a_{33}\alpha_3)\lambda(t)\end{gathered} \tag{3.13}$$

В случае (3.12),(3.13) также $\dot{\psi} = const$, но в отличие от первого варианта прецессия гиростата может быть регулярной, то есть $\dot{\varphi} = \gamma_0 = const,$ если функция $\lambda(t)$ удовлетворяет равенству

$$\lambda(t) = \frac{d_0}{a_{13}\alpha_1 + a_{33}\alpha_3}(a_{13}d_0 \cos\gamma_0 t - \gamma_0) \qquad (3.14)$$

На основании последнего условия (3.12) ось собственного вращения ортогональна в неподвижном пространстве вектору момента количества движения ($\theta_0 = \pi/2$). Поскольку уравнение гирационного эллипсоида в подвижной системе координат $(Oxyz)$ на основании равенств (3.12) имеет вид

$a_{11}(x^2 + y^2) + a_{33}z^2 + 2a_{13}xz = const,$ то вектор $\boldsymbol{a}$ ортогонален круговому сечению гирационного эллипсоида (аналог условия Гесса).

В общем случае, исключая вырождение формулы (3.5), имеем

$$\lambda(t) = F_2(u)\left[F_1(u)\right]^{-1} \qquad (3.15)$$

Подставив выражение (3.15) в уравнение (3.7), зависимость $u = u(t)$ определим путем обращения интеграла

$$\int_{u_0}^{u} \frac{(\beta_2 \cos u - \beta_1 \sin u)du}{C_2 \cos 2u + C_2' \sin 2u + C_1 \cos u + C_1' \sin u + C_0} = \frac{1}{d_0}(t - t_0) \tag{3.16}$$

$$\begin{aligned}
&C_2 = d_0^2(2a_{12}\beta_3 - a_{23}\beta_1 - a_{13}\beta_2)/2 \\
&C_2' = d_0^2\left[(a_{22} - a_{11})\beta_3 - a_{13}\beta_1 - a_{23}\beta_2\right]/2 \\
&C_1 = \kappa_0 d_0\left[a_{23}\beta_3 - a_{12}\beta_1 - (a_{33} - a_{11})\beta_2\right] \\
&C_1' = \kappa_0 d_0\left[a_{12}\beta_2 - a_{13}\beta_3 - (a_{22} - a_{33})\beta_1\right] \\
&C_0 = (2\kappa_0^2 - d_0^2)(a_{13}\beta_2 - a_{23}\beta_1)/2
\end{aligned} \tag{3.17}$$

4. Анализ результатов. *4.1. Случай* $\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{a}$. Рассмотрим вариант, для -+которого $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,\ \ \alpha_3 = 1.$ Из равенств (2.2) получим $\beta_1 = a_{13},\ \ \beta_2 = 0,\ \ \beta_3 = a_{33}.$ Равенство $\beta_2 = 0$ обусловлено выбором подвижной системы координат. Поскольку случай вырождения формулы (3.5) в тождество рассмотрен выше, то предполагаем $a_{13} \neq 0.$ Тогда на основании принятых предположений из уравнения (3.15) имеем

$$\lambda(t) = \frac{1}{a_{13}\sin u}\left[\frac{1}{2}d_0(a_{11} - a_{22})\sin 2u - a_{12}d_0\cos 2u + a_{13}\kappa_0 \sin u\right] \tag{4.1}$$

Будем предполагать, что функция $\lambda(t)$ ограничена для всех значений $u \in R.$ Тогда в формуле (4.1) необходимо положить $a_{12} = 0,$ т.е. формула (4.1) упрощается:

$$\lambda(t) = \frac{1}{a_{13}}[d_0(a_{11} - a_{22})\cos u + a_{13}\kappa_0] \qquad (4.2)$$

Подставим выражение (4.2) в уравнение (3.7)

$$\dot{u} = \alpha + \beta\cos u \qquad (4.3)$$

$$\alpha = \frac{\kappa_0 a_{22}}{a_{13}}, \quad \beta = \frac{d_0}{a_{13}}\left[a_{33}(a_{11} - a_{22}) - a_{13}^2\right] \qquad (4.4)$$

Из уравнения (4.3) легко получить зависимость $u(t)$. Выпишем результат на примере $|\alpha| > |\beta|, \quad \beta > 0$:

$$u = 2\mathrm{arctg}\left[\sqrt{\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}}\mathrm{tg}\frac{\sqrt{\alpha^2-\beta^2}}{2}(t-t_0)\right] \qquad (4.5)$$

В силу (3.1),(4.2)-(4.5) из первого равенства системы (3.9) следует, что $\dot{\psi} = const$, т.е. прецессия (3.8) является полурегулярной прецессией гиростата. Зависимость $\varphi(t)$ можно найти, обратившись ко второй формуле системы (3.9) и к равенству (4.3). Зависимость $\lambda(t)$ устанавливается из (4.2), где

$$\cos u = \frac{\alpha \cos \upsilon - \beta}{\alpha - \beta \cos \upsilon}, \quad \upsilon = (t - t_0)\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} \tag{4.6}$$

То есть из формул (3.3),(3.6) следует следующее значение скорости собственного вращения

$$\dot{\varphi} = \frac{\beta^2 - \alpha^2}{\alpha - \beta \cos \upsilon} \tag{4.7}$$

Если в формуле (4.3) $\beta = 0,$ то есть, $a_{13}^2 = a_{33}(a_{11} - a_{22}),$ то прецессия становится регулярной, а указанное равенство характеризует условие Гесса [9].

4.2. Случай $\boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{a} = 0.$ Подвижную систему координат выберем так, чтобы $\boldsymbol{\alpha} = (1,0,0).$ Рассмотрим случай, когда $a_{12} = 0.$ Тогда вектор $\boldsymbol{\beta}$ имеет координаты $\beta_1 = a_{11}, \beta_2 = 0, \beta_3 = a_{13}.$ Будем считать, что $\lambda(t)$ – ограниченная функция для любых значений переменной u. Тогда необходимо положить $a_{23}\kappa_0 = 0.$ Следовательно, из формулы (3.15) вытекает

$$\lambda(t) = \frac{1}{a_{11}}\left[d_0(a_{11} - a_{22})\cos u + a_{13}\kappa_0\right] \tag{4.8}$$

Подставим $\lambda(t)$ из (3.8) в уравнение (2.7)

$$\dot{u} = \frac{1}{a_{11}}\left[-a_{13}a_{22}d_0\cos u - a_{23}a_{11}d_0\sin u + \kappa_0(a_{13}^2 + a_{11}a_{22} - a_{11}a_{33})\right] \tag{4.9}$$

Формулы (4.8),(4.9) имеют место в двух вариантах: $\kappa_0 = 0$ или $a_{23} = 0.$ Функция $u(t)$ находится путем обращения интеграла

$$\int_{u_0}^{u} \frac{du}{A_0 + B_0\cos u + C_0\sin u} = t - t_0 \tag{4.10}$$

$$A_0 = \frac{\kappa_0}{a_{11}}[a_{13}^2 + a_{11}(a_{22} - a_{33})], \quad B_0 = -\frac{a_{13}a_{22}d_0}{a_{11}}, \quad C_0 = -a_{23}d_0$$

а $\lambda(t)$ – из соотношения (4.8) подстановкой в него $u(t)$. Из первой формулы системы (3.9) в силу (4.8),(4.9) вытекает, что $\dot{\psi} = ca_{22}$. Прецессия гиростата характеризуется постоянством скорости прецессии. Вычисление интеграла (4.10) не представляет затруднений.

4.3. Общий случай. При исследовании общего случая подвижную систему координат можно выбрать следующим образом. В силу формулы (3.3) $\det a \neq 0$. Это значит, что единичный вектор $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ с помощью равенства (3.3) преобразуется в вектор $\boldsymbol{\beta} \neq \mathbf{0}$. Так как третья ось подвижной системы координат фиксирована (она направлена по вектору $\boldsymbol{a}$), то поворотом вокруг этой оси можно добиться равенства $\beta_2 = 0$

($a_{12}\alpha_1 + a_{22}\alpha_2 + a_{23}\alpha_3 = 0$). Тогда для сохранения свойства ограниченности функции $\lambda(t)$, полученной из (3.5), при любых значениях переменной u необходимо положить

$$a_{12} = 0, \quad a_{23}\kappa_0 = 0 \tag{4.11}$$

Функция $\lambda(t)$ из формулы (3.15) такова

$$\lambda(t) = \frac{1}{\beta_1}\left[d_0(a_{11} - a_{22})\cos u + a_{13}\kappa_0\right] \tag{4.12}$$

В силу (4.11),(4.12) уравнение (3.7) принимает вид

$$\begin{gathered}\dot{u} = \frac{1}{\beta_1}\left\{d_0\left[\beta_3(a_{11} - a_{22}) - \beta_1 a_{13}\right]\cos u - a_{23}d_0\beta_1\sin u + \right. \\ \left. +\kappa_0\left[a_{13}\beta_3 + \beta_1(a_{22} - a_{33})\right]\right\}\end{gathered} \tag{4.13}$$

Из второго условия системы (4.11) следует, что имеют место два случая. В первом из них $a_{23} = 0$ и поэтому уравнение (4.13) аналогично уравнению (4.9), а функция $\lambda(t)$ из равенства (4.12) не изменяет своего вида. При этом вектор $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, 0, \alpha_3)$ лежит в главной плоскости гирационного эллипсоида (или эллипсоида инерции).

Во втором случае $\kappa_0 = 0$ и на основании формулы (2.7) $\theta_0 = \pi/2$, т.е. ось собственного вращения гиростата ортогональна вектору момента количества движения гиростата. Зависимость $u(t)$ находится из уравнения (4.13), которое упрощается:

$$\dot{u} = \frac{d_0}{\beta_1}\left\{\left[\beta_3(a_{11} - a_{22}) - \beta_1 a_{13}\right]\cos u - a_{23}\beta_1 \sin u\right\}.$$

Отметим, что в общем случае зависимость $u(t)$ может принимать несколько другой вид по сравнению с (4.5). Пусть в уравнении (4.13)

$$a_* = \frac{\kappa_0}{\beta_1}\left[a_{13}\beta_3 + \beta_1(a_{22} - a_{33})\right], \quad a_{23} = 0, \quad b_* = \frac{d_0}{\beta_1}\left[\beta_3(a_{11} - a_{22}) - \beta_1 a_{13}\right] \tag{4.14}$$

причем полагаем $b_* > 0, \quad |a_*| < |b_*|$. Тогда из уравнения (4.13) в силу (4.14) получим

$$u = 2\operatorname{arctg}\left[e_0 \operatorname{tg} h_0(t - t_0)\right], \quad e_0 = \sqrt{\frac{b_* + a_*}{b_* - a_*}}, \quad h_0 = \frac{1}{2}\sqrt{b_*^{\,2} - a_*^{\,2}} \tag{4.15}$$

Заключение. В работе рассмотрена задача о движении гиростата Жуковского в случае, когда постоянен угол между неизменной в гиростате осью и вектором момента количества движения гиростата. Отличие от подхода [10] состоит в том, что величина гиростатического момента предполагается переменной. Показано, что прецессия гиростата Жуковского является полурегулярной прецессией первого типа относительно вектора момента количества движения гиростата. В силу соотношений (2.9),(2.10) решение уравнений (3.4) имеет вид

$$x_1 = d_0 \cos u(t) - \lambda(t)\alpha_1, \quad x_2 = d_0 \sin u(t) - \lambda(t)\alpha_2, \quad x_3 = \kappa_0 - \lambda(t)\alpha_3,$$

где функции $u(t), \lambda(t)$ являются элементарными функциями времени. Примеры этих функций приведены в формулах (4.2),(4.5),(4.15). Если отказаться от требования ограниченности функции $\lambda(t)$, то решение задачи определяется формулами (3.15)-(3.17).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жуковский Н.Е. О движении твердого тела, имеющего полости, наполненные однородной капельной жидкостью // Собр. соч. М.Л: ОГИЗ, 1949. Т.2. С. 152-309.
2. Харламов П.В. Кинематическое истолкование движения тела, имеющего неподвижную точку // Прикл. математика и механика. 1964. Т.28. Вып. 3. С. 158-159.
3. Харламова Е.И. О движении гиростата по инерции. Разделяющие движения // Механика твердого тела. 1978. Вып.10. С. 34-40.

4. Ковалева Л.М. Один случай движения гиростата по инерции // Механика твердого тела. 1978. Вып.10. С. 41-45
5. Кравчук Д.Н. Геометрическое истолкование одного класса движений гиростата по инерции // Механика твердого тела. 1986. Вып.18. С. 15-22.
6. Volterra V. Sur la théorie des variations des latitudes // Acta. Math. 1899. V.22. P. 201-358
7. Харламов П.В. Об уравнениях движения системы твердых тел // Механика твердого тела. 1972. Вып.4. С. 52-73.
8. Дружинин Э.И. О перманентных вращениях уравновешенного неавтономного гиростата // Прикл. математика и механика.1999.Т.63. Вып.5. С. 825-826.
9. Горр Г.В. Прецессионные движения в динамике твердого тела и динамике систем связанных твердых тел // Прикл. математика и механика. 2003. Т.67. Вып.4. С. 573-587.
10. Вархалев Ю.П., Горр Г.В. К вопросу о классификации движений гиростата Жуковского // Прикл. механика. 1984. Т.20. № 8. С. 104-111.

Горр Геннадий Викторович, ведущий научный сотрудник отдела прикладной механики Института прикладной математики и механики Академии наук Украины, профессор, д. физ.-мат. наук, Украина, 83050, г. Донецк, пр-т Б. Хмельницкого, 69, кв. 38, т. (062) 335-92-20
gvgorr@gmail.com

Мазнев Александр Владимирович, доцент кафедры высшей математики и методики преподавания математики Донецкого национального университета, канд. физ.- мат наук, академик Украинской технологической академии, Украина, 83004, г. Донецк, ул. Артема 193-в, кв.61, т.066-914-08-79
maznev_av@rambler.ru

Институт прикладной математики и механики
Донецкий национальный университет