УДК 531.38

О ПРЕЦЕССИИ СФЕРИЧЕСКОГО ГИРОСТАТА С ПЕРЕМЕННЫМ ГИРОСТАТИЧЕСКИМ МОМЕНТОМ В ПОЛЕ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

А. В. Мазнев

В работе рассмотрены условия существования прецессионных движений тяжелого сферического гиростата в случае, когда величина гиростатического момента зависит от времени. Получены новые решения уравнений движения твердого тела, описывающие полурегулярную прецессию первого типа и прецессию общего вида относительно вертикали

Ключевые слова: гиростат, гиростатический момент, полурегулярные прецессии, прецессии общего вида.

Введение. Важный для приложений класс прецессионных движений ранее был рассмотрен для уравнений движения твердого тела с постоянным гиростатическим моментом [1]. Ж. Лиувилль [2] предложил механическую модель, которую можно интерпретировать как задачу о движении гиростата с переменным гиростатическим моментом. Н. Е. Жуковский [3] рассмотрел движение твердого тела, имеющего полости, заполненные однородной капельной жидкостью в предположении, что вектор циркуляции отличен от нуля, и получил уравнения движения, аналогичные уравнениям Ж. Лиувилля. П.В. Харламов, изучая систему связанных твердых тел, предложил под гиростатом называть систему тел, в которой тело-носитель имеет произвольную форму, а носимые тела вращаются вокруг неподвижных в этом теле осей, несущих их центры масс и являющихся осями динамической симметрии [4].

Не смотря на то, что в случае, когда гиростатический момент зависит от времени и система дифференциальных уравнений движения является не замкнутой, для прецессионных движений уравнения могут быть редуцированы к замкнутой системе трех дифференциальных уравнений второго порядка [5].

При рассмотрении частных случаев движения гиростата были изучены равномерные вращения уравновешенного гиростата [6], равномерные вращения тяжелого гиростата вокруг наклонной оси [7, 8], маятниковые движения [9].

Движения сферического гиростата были исследованы только в случае постоянного гиростатического момента [10, 11].

В данной статье рассмотрены прецессии сферического гиростата в предположении, что гиростатический момент зависит от времени. Получены новые решения уравнений движения гиростата с переменным гиростатическим моментом.

Постановка и решение задачи. Пусть гиростат движется в поле силы тяжести и его эллипсоид инерции в неподвижной точке O является сферой. То есть тензор инерции $A = \mathrm{diag}(\mu,\mu,\mu)$. Уравнение движения гиростата запишем в виде

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mu^{-1}\Big(\lambda(t)\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\omega} - \dot{\lambda}(t)\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{s}\times\boldsymbol{\omega}\Big), \quad \dot{\boldsymbol{\nu}} = \boldsymbol{\nu}\times\boldsymbol{\omega}, \tag{1}$$

где введены обозначения: где введены обозначения: $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1,\omega_2,\omega_3)$ – вектор угловой скорости тела-носителя; $\boldsymbol{\nu} = (\nu_1,\nu_2,\nu_3)$ – единичный вектор, указывающий направление силы тяжести; $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$ – единичный вектор гиростатического момента; $\lambda(t)$ – величина гиростатического момента; $\boldsymbol{s} = (s_1,s_2,s_3)$ – вектор, сонаправленный с вектором $\boldsymbol{OC}$ ($\tilde{N}$ – центр масс) и $|\boldsymbol{s}| = mg|\boldsymbol{OC}|$, где m – масса гиростата, g – ускорение свободного падения; точка над переменными $\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\nu}, \lambda(t)$ обозначает производную по времени.

Уравнения (1) имеют два первых интеграла

$$\boldsymbol{\nu}\cdot\boldsymbol{\nu} = 1, \qquad (\mu\boldsymbol{\omega} + \lambda(t)\boldsymbol{\alpha})\cdot\boldsymbol{\nu} = k. \tag{2}$$

Движение гиростата называют прецессией относительно вертикали, если постоянен угол θ_0 между вектором $\boldsymbol{a}$, имеющим начало в точке O и неизменно связанным с гиростатом и вектором $\boldsymbol{\nu}$. Это движение может быть охарактеризовано инвариантным соотношением [1]

$$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{\nu} = a_0 \qquad (a_0 = \cos\theta_0). \tag{3}$$

В силу второго уравнения из системы (1) вытекает векторное равенство

$$\boldsymbol{\omega} = \dot{\varphi}\boldsymbol{a} + \dot{\psi}\boldsymbol{\nu}. \tag{4}$$

Здесь $\varphi(t),\psi(t)$ – переменные, играющие роль углов Эйлера. Если связать третью ось подвижной системы координат с вектором $\boldsymbol{a}$, то есть положить $\boldsymbol{a} = (0,0,1)$, то второму уравнению из системы (1), равенству (4) и первому равенству из системы (2) можно удовлетворить, положив [1]

$$\nu_1 = a_0' \sin\varphi, \quad \nu_2 = a_0' \cos\varphi, \quad \nu_3 = a_0 \qquad (a_0' = \sin\theta_0). \tag{5}$$

Следовательно, в силу (4) компоненты вектора угловой скорости таковы

$$\omega_1 = a_1'\dot{\psi}\sin\varphi, \quad \omega_2 = a_0'\dot{\psi}\cos\varphi, \quad \omega_3 = a_0\dot{\psi} + \dot{\varphi}. \tag{6}$$

Внесем выражение (4) в первое уравнение из (1) и рассмотрим равенства, которые вытекают из полученного уравнения в результате скалярного умножения на независимые векторы $\overline{a}, \overline{\nu}, \overline{a} \times \overline{\nu}$

$$(\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{a})\dot{\lambda}(t) + \mu(\ddot{\varphi} + a_0\ddot{\psi}) - \lambda(t)\dot{\psi}[\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\nu})] - \boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{s}\times\boldsymbol{\nu}) = 0, \tag{7}$$

$$(\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\nu})\dot{\lambda}(t) + \mu(a_0\ddot{\varphi} + \ddot{\psi}) + \lambda(t)\dot{\varphi}[\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\nu})] = 0, \tag{8}$$

$$\begin{gathered}[\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\nu})]\dot{\lambda}(t) + [a_0(\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{a}) - (\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\nu})]\lambda(t)\dot{\varphi} + [(\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{a}) - \\ - a_0(\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\nu})]\lambda(t)\dot{\psi} + \mu a_0'^2\dot{\varphi}\dot{\psi} + (\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{s}) - a_0(\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{\nu}) = 0.\end{gathered} \tag{9}$$

Интерес уравнений (7)-(9) состоит в том, что они записаны в инвариантной форме, то есть с учетом только инвариантного соотношения (3) и выражения (4).

Запишем интеграл моментов из системы (2) с учетом (3), (4)

$$\mu\left(a_0\dot{\varphi} + \dot{\psi}\right) + \lambda(t)\left(\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\nu}\right) = k, \tag{10}$$

где k – произвольная постоянная.

Поворотом подвижной системы координат вокруг вектора $\boldsymbol{a}$ добьемся векторного равенства $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, 0, \alpha_3)$. Тогда из (7)-(10) с учетом равенства (5) имеем

$$\alpha_3\dot{\lambda}(t) + \mu(\ddot{\varphi} + a_0\ddot{\psi}) - a_0'\alpha_1\dot{\psi}\lambda(t)\cos\varphi + a_0'(s_2\sin\varphi - s_1\cos\varphi) = 0, \tag{11}$$

$$(a_0'\alpha_1\sin\varphi + a_0\alpha_3)\dot{\lambda}(t) + \mu(a_0\ddot{\varphi} + \ddot{\psi}) + a_0'\alpha_1\lambda(t)\dot{\varphi}\cos\varphi = 0, \tag{12}$$

$$\begin{gathered}\alpha_1\dot{\lambda}(t)\cos\varphi + \lambda(t)[(a_0'\alpha_3 - a_0\alpha_1\sin\varphi)\dot{\psi} - \alpha_1\dot{\varphi}\sin\varphi] + \\ + a_0'\mu\dot{\varphi}\dot{\psi} + (a_0's_3 - a_0s_1\sin\varphi - a_0s_2\cos\varphi) = 0,\end{gathered} \tag{13}$$

$$\dot{\psi} = \mu^{-1}\left[k - a_0\mu\dot{\varphi} - (a_0'\alpha_1\sin\varphi + a_0\alpha_3)\lambda(t)\right]. \tag{14}$$

Условия существования решений системы уравнений (11)-(14) и служат условиями существования прецессионных движений сферического гиростата. Соотношение (14) является интегралом уравнения (12), поэтому система (11)-(14) зависима. Однако исследование уравнения (12) целесообразно, например, при изучении регулярных прецессий ($\dot{\varphi} = n, \quad \dot{\psi} = m; \quad m$ и n – постоянные).

Подставим выражение $\dot{\psi}$ из формулы (14) в равенства (11),(13)

$$\begin{gathered}\mu(a_0'\alpha_3 - a_0\alpha_1\sin\varphi)\dot{\lambda}(t) + \alpha_1\cos\varphi(a_0'\alpha_1\sin\varphi + a_0\alpha_3)\lambda^2(t) - \\ - \alpha_1k\cos\varphi\lambda(t) + a_0'\mu^2\ddot{\varphi} + \mu(s_2\sin\varphi - s_1\cos\varphi) = 0,\end{gathered} \tag{15}$$

$$\begin{gathered}\mu\alpha_1\cos\varphi\dot{\lambda}(t) - (a_0'\alpha_3 - a_0\alpha_1\sin\varphi)(a_0'\alpha_1\sin\varphi + a_0\alpha_3)\lambda^2(t) + \\ + [k(a_0'\alpha_3 - a_0\alpha_1\sin\varphi) - 2a_0'\mu(a_0'\alpha_1\sin\varphi + a_0\alpha_3)\dot{\varphi}]\lambda(t) + \\ + a_0'\mu k\dot{\varphi} - a_0'a_0\mu^2\dot{\varphi}^2 + a_0'\mu s_3 - a_0\mu(s_2\cos\varphi + s_1\sin\varphi) = 0.\end{gathered} \tag{16}$$

Уравнения (15), (16) служат для определения функций $\varphi(t), \lambda(t)$. Если эти функции будут найдены, то из формулы (14) можно найти $\psi(t)$, и установить решение (5),(6).

Случай $\alpha_3 = 1, \alpha_1 = 0, a_0 = 0.$ Из уравнения (16) определим $\lambda(t)$:

$$\lambda(t) = -\mu k^{-1}\left(s_3 + k\dot{\varphi}(t)\right). \tag{17}$$

Подставим выражение (17) в уравнение (15) и потребуем, чтобы полученное равенство было тождеством для любых значений φ. Тогда приходим к условиям $s_2 = s_1 = 0$, то есть вектор $\boldsymbol{s}$ коллинеарен вектору $\boldsymbol{a}$. При условиях $\alpha_3 = 1, \alpha_1 = 0, a_0 = 0$ из формулы (14) следует, что $\dot{\psi} = k / \mu = const$. Таким образом, в силу данного условия из формулы (4) следует, что прецессия сферического гиростата является полурегулярной прецессией первого типа [1]. При этом функция $\varphi(t)$ – произвольная дифференцируемая функция времени. Зависимость $\lambda(t)$ определена формулой (17). То есть она зависит от скорости собственного вращения гиростата.

Полученный класс движений представляет большой интерес для приложений в силу свойства, что гиростат вращается вокруг собственной, горизонтальной в неподвижном пространстве, оси с произвольной собственной скоростью вращения.

Случай $\alpha_3 = 1, \alpha_1 = 0, a_0 \neq 0$. Положим в уравнениях (15),(16) $\alpha_3 = 1, \alpha_1 = 0$. Тогда

$$a_0'\dot{\lambda}(t) + a_0'\mu\ddot{\varphi} + (s_2 \sin\varphi - s_1 \cos\varphi) = 0, \tag{18}$$

$$\begin{aligned} &a_0' a_0 \lambda^2(t) + a_0'(2a_0\mu\dot{\varphi} - k)\lambda(t) - a_0'\mu k\dot{\varphi} + a_0' a_0 \mu^2 \dot{\varphi}^2 - \\ &- a_0'\mu s_3 + a_0\mu(s_2\cos\varphi + s_1 \sin\varphi) = 0. \end{aligned} \tag{19}$$

Продифференцируем левую часть уравнения (19) и подставим в полученное уравнение значение $\dot{\lambda}(t)$, найденное из (18)

$$(s_1\cos\varphi - s_2 \sin\varphi)(2a_0\lambda(t) + 3a_0\mu\dot{\varphi} - k) = 0. \tag{20}$$

Если полагать $s_2 = s_1 = 0$, то из уравнения (18) вытекает

$$\lambda(t) = -\mu\dot{\varphi}(t) + \kappa_0, \tag{21}$$

где κ_0 – произвольная постоянная. В рассматриваемом случае уравнение (19) становится тождеством. Из (14) следует, что $\dot{\psi} = (k - a_0\kappa_0)/\mu.$ То есть имеем аналог случая $\alpha_1 = 0, a_0 = 0.$ Но в отличии от него в данном варианте ось собственного вращения не ортогональна вектору вертикали. Хотя скорость собственного вращения гиростата может быть произвольной.

Положим, что $s_1^2 + s_2^2 \neq 0.$ Тогда из уравнения (20) следует следующее значение $\lambda(t)$

$$\lambda(t) = 0{,}5a_0^{-1}(k - 3a_0\mu\dot{\varphi}(t)). \tag{22}$$

Подставив $\lambda(t)$ из (22) в уравнение (18), получим уравнение на функцию $\varphi(t)$. Общее решение его таково

$$\dot{\varphi}^2 = F(\varphi), \quad F(\varphi) = -4\left(a_0'\mu\right)^{-1}\left(s_1 \sin\varphi + s_2\cos\varphi\right) + c, \tag{23}$$

где c – произвольная постоянная. То есть из (23) следует, что функцию $\varphi(t)$ можно получить обращением интеграла

$$\int\limits_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{F(\varphi)}} = t - t_0. \tag{24}$$

В силу (23),(24) $\varphi(t)$ – эллиптическая функция времени.

Значение скорости прецессии найдем, подставив $\lambda(t)$ из (22) в правую часть формулы (14)

$$\dot{\psi}(t) = \left(2\mu\right)^{-1}\left(2k - a_0\mu\dot{\varphi}(t)\right). \tag{25}$$

Отметим основные свойства полученного решения уравнений (18),(19). Если учесть предположение $a_0 \neq 0$, то первое свойство решения состоит в том, что ось собственного вращения гиростата не может занимать горизонтальное положение. Второе свойство вытекает из условия $s_1^2 + s_2^2 \neq 0$ и характеризует неколлинеарность векторов $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{s}$. Третье свойство относится к типу прецессии (4) – в силу формул (23),(25) гиростат совершает прецессию общего вида. При этом в силу (25) скорости прецессии и собственного вращения гиростата связаны линейной зависимостью.

Случай $\alpha_1 = 1, \alpha_3 = 0, a_0 = 0$. Уравнения (15),(16) при этих условиях принимают вид

$$\cos\varphi\sin\varphi\cdot\lambda^2(t) - k\cos\varphi\cdot\lambda(t) + \mu^2\ddot{\varphi}(t) + \mu(s_2\sin\varphi - s_1\cos\varphi) = 0, \tag{26}$$

$$\cos\varphi\cdot\dot{\lambda}(t) - 2\dot{\varphi}(t)\sin\varphi\cdot\lambda(t) + k\dot{\varphi}(t) + s_3 = 0. \tag{27}$$

Структура уравнения (27) позволяет рассмотреть частный, но весьма интересный случай, который определяется условием $s_3 = 0.$ Переходя в уравнении (27) к дифференцированию по φ, получим

$$\lambda'(\varphi)\cos\varphi - 2\lambda(\varphi)\sin\varphi + k = 0. \tag{28}$$

Общее решение уравнения (28) таково

$$\lambda(\varphi) = \left(c_0 - k\sin\varphi\right)/\cos^2\varphi, \tag{29}$$

где c_0 – произвольная постоянная.

Выражение (29) позволяет интегрирование уравнения (26) свести к квадратурам, то есть к обращению интеграла

$$\int\limits_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{\cos\varphi\cdot d\varphi}{\sqrt{2\mu\cos^2\varphi(c^{(0)} + s_1\sin\varphi + s_2\cos\varphi) - 2c_0 k\sin\varphi - (c_0^2 + k^2)}} = \frac{1}{\mu^2}(t - t_0), \tag{30}$$

где $c^{(0)}$ – произвольная постоянная. Из формулы (30) вытекает, что значения $\varphi = \pi/2 + \pi n \quad (n \in N)$ не входят в область изменения функции $\varphi(t)$. Поэтому значение $\lambda(\varphi)$ из (29) принимает конечные значения.

В частном случае ($s_2 = 0$) для исследования интеграла (30) можно ввести новую переменную $y = \sin\varphi$. Тогда из формулы (30) получим

$$\int_{y_0}^{y} \frac{dy}{\sqrt{g(y)}} = \frac{1}{\mu^2}(t - t_0), \tag{31}$$

где

$$g(y) = -2\mu s_1 y^3 - 2\mu c^{(0)} y^2 + 2(c_0 k + \mu s_1) y + 2\mu c^{(0)} - c_0^2 - k^2.$$

Действительности интеграла (31) можно добиться, например, потребовав выполнения неравенства

$$2\mu c^{(0)} - c_0^2 - k^2 > 0.$$

Скорость прецессии найдем, подставив выражение (29) в формулу (14)

$$\dot\psi(t) = \left(k - c_0 \sin\varphi(t)\right) / \cos^2\varphi(t). \tag{32}$$

Отметим основные свойства полученного решения при $s_2 = 0$. Первое свойство заключается в том, что ось собственного вращения ортогональна вектору вертикали ($a_0 = 0$). Второе свойство дают условия ортогональности вектора гиростатического момента и вектора $\overline{s}$ к оси собственного вращения ($\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{\alpha} = 0, \quad \boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{a} = 0$). Третье свойство определяется видом соотношений $\dot\varphi(t), \dot\psi(t)$. При этом $\dot\varphi(t)$ можно найти из формулы (30), а $\dot\psi(t)$ выражается формулой (32). То есть третье свойство решения характеризуется прецессией (4) общего вида. В силу соотношений (30)–(32) решение (5),(6) уравнений (1) выражается эллиптическими функциями времени.

О редукции системы (15), (16). Если в системе (15),(16) задавать функцию $\varphi(t)$, то её исследование сводится к изучению решений двух уравнений класса Рикатти. Укажем другой способ рассмотрения решений уравнений (15),(16). Исключим из этих уравнений $\dot\lambda(t)$. Тогда получим уравнение

$$\begin{aligned} &g_1(\varphi) g_2(\varphi) \lambda^2(t) + (2a_0'\mu g_1(\varphi) h_1(\varphi)\dot\varphi - k g_2(\varphi))\lambda(t) + \\ &+ a_0' a_0 \mu^2 h_1(\varphi)\dot\varphi^2 - a_0'\mu k h_1(\varphi)\dot\varphi + a_0'\alpha_1\mu^2\cos\varphi\cdot\ddot\varphi + h_2(\varphi) = 0, \end{aligned} \tag{33}$$

где

$$g_1(\varphi) = a_0'\alpha_1\sin\varphi + a_0\alpha_3,\ g_2(\varphi) = \alpha_1^2\cos^2\varphi + \left(a_0'\alpha_3 - a_0\alpha_1\sin\varphi\right)^2,\ h_1(\varphi) = a_0'\alpha_3 - a_0\alpha_1\sin\varphi,$$

$$h_2(\varphi) = \frac{1}{2} a_0'^2 \alpha_1 s_2 \sin 2\varphi + a_0 a_0'\alpha_3 s_2\cos\varphi + a_0 a_0'\left(s_1\alpha_3 + s_3\alpha_1\right)\sin\varphi - \left(s_1\alpha_1 + a_0' s_3\alpha_3\right).$$

Из уравнения (33) определим

$$\lambda(t) = \frac{1}{2g_1(\varphi)g_2(\varphi)}[k g_2(\varphi) - 2a_0'\mu g_1(\varphi) h_1(\varphi)\dot\varphi + \sqrt{\varDelta(\varphi,\dot\varphi,\ddot\varphi)}]. \tag{34}$$

Здесь

$$\begin{aligned} \varDelta(\varphi,\dot\varphi,\ddot\varphi) = {} & 4a_0'\mu^2\alpha_1 g_1(\varphi) h_1(\varphi) f_1(\varphi)\dot\varphi^2 - 4a_0'\mu^2\alpha_1 g_1(\varphi) g_2(\varphi)\ddot\varphi\cos\varphi + \\ & + g_2(\varphi)(k^2 g_2(\varphi) - 4 g_1(\varphi) h_2(\varphi)), \end{aligned}$$

$$f_1(\varphi) = a_0'\alpha_3\sin\varphi - a_0\alpha_1.$$

Подстановка выражения (34) в уравнение (15) приводит к одному уравнению третьего порядка иррациональной структуры на функцию $\varphi(t)$. В силу его сложности здесь выписывать его не целесообразно.

Уравнения на функции $\varphi(t), \psi(t)$. В статье [1] при изучении прецессий в случае постоянного гиростатического момента показана эффективность использования уравнений на функции $\varphi(t), \psi(t)$. Это связанно с тем, что их применение удобно в исследовании конкретных классов прецессий (например, прецессий классов Докшевича, Брессана-Гесса и прецессионно-изоконических движений [1]). Выпишем аналоги этих уравнений в случае переменного гиростатического момента. Для этой цели из уравнения (14) определим

$$\lambda(t) = \frac{1}{a_0'\alpha_1\sin\varphi + a_0\alpha_3}\ [k - \mu(a_0\dot\varphi + \dot\psi)] \tag{35}$$

и подставим выражение (35) в уравнения (11),(13)

$$\mu g_1(\varphi)(\alpha_1\ddot{\varphi}\sin\varphi - h_1(\varphi)\ddot{\psi}) + \alpha_1\mu[\alpha_3(1+a_0^2) + \\ + a_0' a_0 \alpha_1 \sin\varphi]\dot{\varphi}\dot{\psi}\cos\varphi + \alpha_1\alpha_3(\mu a_0\dot{\varphi} - k)\dot{\varphi}\cos\varphi + \\ + \alpha_1 g_1(\varphi)(\mu\dot{\psi} - k)\dot{\psi}\cos\varphi + g_2^2(\varphi)(s_2\sin\varphi - s_1\cos\varphi) = 0, \tag{36}$$

$$\alpha_1\mu g_1(\varphi)(\ddot{\psi} + a_0\ddot{\varphi})\cos\varphi - \alpha_1\mu[a_0'\alpha_1(1+\sin^2\varphi) + \\ + 2a_0\alpha_3\sin\varphi]\dot{\varphi}\dot{\psi} - \alpha_1 e_1(\varphi)(a_0\mu\dot{\varphi} - k)\dot{\varphi} + g_1(\varphi)h_1(\varphi)(\mu\dot{\psi} - k)\dot{\psi} - \\ - g_1^2(\varphi)(a_0' s_3 - a_0 s_1\sin\varphi - a_0 s_2\cos\varphi) = 0, \tag{37}$$

где $e_1(\varphi) = a_0'\alpha_1 + a_0\alpha_3\sin\varphi$.

Уравнения (36),(37) целесообразно использовать при исследовании регулярных и полурегулярных прецессий. Например, можно показать, что сферический гиростат не может совершать регулярных прецессий.

Выводы. Таким образом, в статье изучены условия существования прецессий для тяжелого сферического гиростата в случае переменного гиростатического момента. В предположении, что $\lambda = \lambda(t)$ получены новые решения уравнений Эйлера-Пуассона, которые могут быть охарактеризованы полурегулярной прецессией первого типа и прецессией общего вида.

РЕЗЮМЕ

У роботі розглянуті умови існування прецесійних рухів важкого сферичного гіростата у випадку, коли величина гіростатичного моменту залежить від часу. Отримані нові розв'язки рівнянь рухів твердого тіла, що описують напіврегулярну прецесію першого типу та прецесію загального виду відносно вертикалі.

Ключові слова: гіростат, гіростатичний момент, напіврегулярні прецесії, прецесії загального виду.

SUMMARY

The existence terms of heavy spherical gyrostat precession motions in the case when gyrostatic moment size depends on time were considered. The new decisions of solid motions equalizations were discovered. They describe the first type semiregular precession and general view precession in relation to a vertical line.

Keywords: grostat, gyrostatic moment, semiregular precessions, precessions of general view.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горр Г. В. Прецессионные движения в динамике твердого тела и динамике систем связанных твердых тел / Г. В. Горр // Прикл. математика и механика. – 2003. – Т. 67. – Вып. 4. – С. 573-587.
2. Liouville J. Dèveloppements sur un chapitre de la Mècanique de Poisson / J. Liouville // J. math. pures et appl. – 1858. – Vol. 3. – P. 1-25.
3. Жуковский Н. Е. О движении твердого тела, имеющего полости, наполненные однородной капельной жидкостью/ Н.Е.Жуковский // Собр. соч. – М.-Л.: ОГИЗ, 1949. – Т. 2. – С. 152-309.
4. Харламов П. В. Об уравнениях движения системы твердых тел / П. В. Харламов // Механика твердого тела. – 1972. – Вып. 4. – С. 52-73.
5. Мазнев А. В. Прецессионные движения гиростата с переменным гиростатическим моментом под действием потенциальных и гироскопических сил / А. В. Мазнев // Механика твердого тела. – 2010. – Вып. 40. – С. 91-104.
6. Дружинин Э. И. О перманентных вращениях уравновешенного неавтономного гиростата / Э. И. Дружинин // Прикл. математика и механика. – 1999. – Т.63. – Вып. 5. – С. 825-826.
7. Волкова О. С. Равномерные вращения вокруг наклонной оси твердого тела, несущего маховик / О.С. Волкова // Механика твердого тела. – 2008. – Вып. 38. – С. 80-86.
8. Ковалева Л. М. Равномерные вращения вокруг наклонной оси твердого тела с одним маховиком / Л. М. Ковалева, Е. В. Позднякович // Механика твердого тела. – 2000. – Вып. 30. – С. 100-105.
9. Волкова О. С. Маятниковые вращения тяжелого гиростата с переменным гиростатическим моментом / О. С. Волкова, И. Н. Гашененко // Механика твердого тела. – 2009. – Вып. 39. – С. 42-49.
10. Горр Г. В. Новые решения обобщенной задачи динамики твердого тела с неподвижной точкой / Г. В. Горр, Е. В. Верховод, А. В. Мазнев // Докл. АН Украины. Сер. А. Физ.–мат. и техн. науки. – 1992. – № 5. – С. 50-54.
11. Мазнев А. В. О полурегулярной прецессии второго типа в обобщенной задаче динамики твердого тела / А. В. Мазнев // Механика твердого тела. – 1993. – Вып. 25. – С. 26-30.

Поступила в редакцию 31.01.2011 г.