

УДК 539.3

**НЕЛИНЕЙНЫЕ АНГАРМОНИЧЕСКИЕ ВОЗМУЩЕНИЯ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ
ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ПРОДОЛЬНО-СДВИГОВЫХ НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН
В УПРУГОМ ЦИЛИНДРЕ**

А. В. Елагин, В. И. Сторожев

В статье представлены вторые гармоники осесимметричных нормальных волн продольно-сдвигового типа, распространяющиеся вдоль осевого направления в изотропном цилиндре кругового сечения с закрепленной боковой поверхностью. С использованием аналитических представлений нелинейных вторых гармоник проанализированы амплитудно-частотные зависимости для нелинейных ангармонических возмущений волн в волноводе из дюралюминия. Представлены результаты анализа форм волновых движений во вторых гармониках с изменяемой относительной длиной.

Ключевые слова: цилиндрический волновод, физическая и геометрическая нелинейность, продольно-сдвиговые волны, нелинейные вторые гармоники, амплитудно-частотные эффекты.

Введение. Исследование нелинейных эффектов при распространении нормальных упругих волн в деформируемых волноводах различной геометрической формы является одной из важных современных задач механики деформируемого твердого тела.

Самый малоизученный класс задач о нелинейных ангармонических эффектах при распространении упругих волн составляют задачи о нелинейных свойствах нормальных волн в пространственных упругих волноводах различного геометрического строения. Прогресс в исследованиях по этому направлению связан с появившимися возможностями использования средств компьютерной алгебры для проведения громоздких аналитических преобразований в процессе построения численно-аналитических решений соответствующих граничных задач. Для упругих анизотропных волноводов в виде монокристаллического слоя кубической системы анализ различных задач описания нелинейных вторых гармоник упругих волн проведен в работах [1-8].

В весьма ограниченном числе работ в различных вариантах анализировалась проблема распространения нелинейных упругих волн в волноводах цилиндрической формы. К этим работам можно отнести публикацию [9], в которой анализ данной проблемы проводится в стержневом приближении - на основе математической модели нелинейного динамического деформирования стержня. В пространственной постановке отдельные вопросы о нелинейных эффектах при распространении волн вдоль изотропно упругого цилиндра рассматривались в работах [10, 11]. Анализ в этих работах подвергался вопрос о нелинейном взаимодействии мод крутильных и продольно-сдвиговых осесимметричных нормальных волн при совпадении их фазовых скоростей (т.е. в точке пересечения характеризующих моды этих волн дисперсионных кривых). Выражений для функций напряженности вторых гармоник нормальных крутильных и продольно-сдвиговых волн, позволяющих исследовать амплитудно-частотные и амплитудно-фазовые характеристики нелинейных эффектов, кинематические и энергетические свойства вторых гармоник нормальных волн, в указанных выше работах получено не было.

Таким образом, несмотря на имеющие достаточно большую историю весьма широкие теоретические исследования по проблемам нелинейных упругих волн, многие задачи этого типа остаются практически неисследованными ввиду крайней сложности построения соответствующих теоретических решений. Именно к этой группе и относятся актуальные задачи о нелинейных ангармонических эффектах при распространении нормальных упругих волн в цилиндрических волноводах трехмерной геометрии.

Постановка и концепция анализа рассматриваемой задачи. Рассматривается задача исследования нелинейных вторых гармоник монохроматических нормальных волн, распространяющихся вдоль осевого направления в изотропном цилиндре кругового сечения с радиусом R , который в нормированных цилиндрических координатах $Or\theta z$ и прямоугольных декартовых координатах $Ox_1x_2x_3$ занимает область

$$V = \{0 \leq r \leq R, 0 \leq \theta \leq 2\pi, -\infty < z < \infty\} = \{(x_1^2 + x_2^2)^{1/2} \leq R, -\infty < x_3 < \infty\} \quad (1)$$

Используемая в работе модель нелинейного динамического деформирования изотропных упругих сред с учетом эффектов геометрической и физической нелинейности основывается на тензорном представлении функции упругого потенциала U с квадратичными и кубическими членами по деформациям ε_{ij} , а коэффициенты этого представления выражаются через компоненты тензоров упругих постоянных второго и третьего порядка.

В качестве U используется упругий потенциал Мурнагана [12] в форме

$$U = \frac{\lambda + 2\mu}{2} E_1^2 - 2\mu E_2 + \frac{l + 2m}{3} E_1^3 - 2m E_1 E_2 + n E_3. \quad (2)$$

Здесь λ, μ – параметры Ламе линейной модели деформирования материала цилиндра; l, m, n – упругие постоянные третьего порядка соответствующей модели нелинейного деформирования; E_i ($i = 1, 2, 3$) – главные инварианты тензора деформаций Грина, которые связаны формулами

$$E_1 = I_1, \quad E_2 = \frac{1}{2}(I_1^2 - I_2), \quad E_3 = \frac{1}{6}(I_1^3 - 3I_1 I_2 + 2I_3) \quad (3)$$

с алгебраическими инвариантами

$$I_1 = E_{rr} + E_{\theta\theta} + E_{zz}, \quad I_2 = E_{\theta\theta} E_{zz} - E_{\theta z} E_{z\theta} + E_{zz} E_{rr} - E_{rz} E_{zr} + E_{rr} E_{\theta\theta} - E_{r\theta} E_{\theta r}, \\ I_3 = E_{rr} E_{\theta\theta} E_{zz} - E_{rz} E_{\theta\theta} E_{zr}. \quad (4)$$

Нелинейные представления компонентов тензора упругих деформаций в соотношениях (2) – (4) задаются в форме

$$\varepsilon_{rk} = \frac{1}{2} (u_{r,k} + u_{k,r} + u_{l,r} u_{l,k}) \quad (5)$$

где $u_{r,k} = \partial u_r / \partial x_k$, u_r – компоненты вектора волновых упругих перемещений.

Для изотропного материала рассматриваемого цилиндрического волновода представления нормированных отнесенных к μ компонент второго тензора напряжений Пиола-Кирхгофа на основных площадках цилиндрической системы координат имеют вид

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(l)} + \sigma_{ij}^{(n)}, \\ \sigma_{ij}^{(l)} = \frac{2\sigma}{1 - 2\sigma} I \delta_{ij} + 2\varepsilon_{ij}, \\ \sigma_{ij}^{(n)} = \left[\frac{l}{\mu} I_1^2 - \left(2\frac{m}{\mu} - \frac{n}{\mu} \right) I_2 \right] \delta_{ij} + \left(2\frac{m}{\mu} - \frac{n}{\mu} \right) I_1 \varepsilon_{ij} + \frac{n}{\mu} \varepsilon_{ik} \varepsilon_{kj}, \\ (i, j = r, \theta, z). \quad (6)$$

Представления для компонент тензора напряжений Лагранжа (первого тензора напряжений Пиола-Кирхгофа) на основных площадках цилиндрической системы координат следуют из соотношения

$$\begin{bmatrix} S_{rr} & S_{r\theta} & S_{rz} \\ S_{\theta r} & S_{\theta\theta} & S_{\theta z} \\ S_{zr} & S_{z\theta} & S_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\partial u_r}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta}{r} & \frac{\partial u_r}{\partial z} \\ \frac{\partial u_\theta}{\partial r} & 1 + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} & \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial u_z}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} & 1 + \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{rr} & \sigma_{r\theta} & \sigma_{rz} \\ \sigma_{\theta r} & \sigma_{\theta\theta} & \sigma_{\theta z} \\ \sigma_{zr} & \sigma_{z\theta} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (7)$$

и, соответственно, могут быть представлены в форме

$$S_{\alpha\beta} = S_{\alpha\beta}^{(l)} + S_{\alpha\beta}^{(n)} \quad (\alpha, \beta = r, \theta, z). \quad (8)$$

Рассматривается случай жесткого закрепления боковой поверхности волновода, описываемый краевыми условиями

$$(u_r)_{r=R} = (u_\theta)_{r=R} = (u_z)_{r=R} = 0. \quad (9)$$

Методика численно-аналитического решения. Используемой в работе методикой определения нелинейных эффектов в упругих волнах малой интенсивности является методика определения малых нелинейных “добавок” (ангармонических возмущений, вторых гармоник) в представлениях функций волновых упругих перемещений. Указанные добавки пропорциональны малому параметру δ в виде акустического числа Маха (отношения амплитуды рассматриваемой упругой волны к ее длине). В этом случае компоненты вектора упругих волновых перемещений u_j представляются в виде суммы линейных составляющих $u_j^{(l)}$ и нелинейных ангармонических возмущений $u_j^{(n)}$:

$$u_j = u_j^{(l)} + u_j^{(n)}, \quad |u_j^{(n)}| \sim \delta |u_j^{(l)}|. \quad (10)$$

В задаче о вторых гармониках осесимметричных волн продольно-сдвигового типа в рассматриваемом цилиндре, искомое поле волновых перемещений в линейной волне имеет структуру

$u_r^{(l)} = u_r^{(0,l)}(r)e^{-i(\omega t - kz)}$, $u_z^{(l)} = u_z^{(0,l)}(r)e^{-i(\omega t - kz)}$, $u_\theta^{(l)}(r, z, t) \equiv 0$. Соответственно, в первом приближении задача сводится к однородной спектральной задаче относительно функций волновых упругих перемещений $u_r^{(l)}, u_z^{(l)}$, имеющей вид

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_r^{(l)}}{\partial t^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r S_{rr}^{(l)}(u_r^{(l)}, u_z^{(l)})) + \frac{\partial S_{rz}^{(l)}(u_r^{(l)}, u_z^{(l)})}{\partial z} - \frac{S_{\theta\theta}^{(l)}(u_r^{(l)}, u_z^{(l)})}{r} &= 0, \\ \rho \frac{\partial^2 u_z^{(l)}}{\partial t^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r S_{zr}^{(l)}(u_r^{(l)}, u_z^{(l)})) + \frac{\partial S_{zz}^{(l)}(u_r^{(l)}, u_z^{(l)})}{\partial z} &= 0, \\ (u_r^{(l)})_{r=R} = 0, (u_z^{(l)})_{r=R} &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Неоднородная граничная задача для определения комплексных функций волновых упругих перемещений $u_r^{(n)}, u_z^{(n)}$ в нелинейных вторых включает неоднородную систему дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_r^{(n)}}{\partial t^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r S_{rr}^{(l)}(u_r^{(n)}, u_z^{(n)})) + \frac{\partial S_{rz}^{(l)}(u_r^{(n)}, u_z^{(n)})}{\partial z} - \frac{S_{\theta\theta}^{(l)}(u_r^{(n)}, u_z^{(n)})}{r} &= \\ = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r S_{rr}^{(n)}(u_r^{(l)}, u_z^{(l)})) - \frac{\partial S_{rz}^{(n)}(u_r^{(l)}, u_z^{(l)})}{\partial z} + \frac{S_{\theta\theta}^{(n)}(u_r^{(l)}, u_z^{(l)})}{r}, & (12) \\ \rho \frac{\partial^2 u_z^{(n)}}{\partial t^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r S_{zr}^{(l)}(u_r^{(n)}, u_z^{(n)})) + \frac{\partial S_{zz}^{(l)}(u_r^{(n)}, u_z^{(n)})}{\partial z} &= \\ = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r S_{zr}^{(n)}(u_r^{(l)}, u_z^{(l)})) - \frac{\partial S_{zz}^{(n)}(u_r^{(l)}, u_z^{(l)})}{\partial z}, & \end{aligned}$$

с граничными условиями

$$(u_r^{(n)})_{r=R} = 0, (u_z^{(n)})_{r=R} = 0. \quad (13)$$

Решение волновых уравнений линейной задачи относительно амплитудных функций $u_r^{(0,l)}, u_z^{(0,l)}$, которое описывает первые гармоники нормальных осесимметричных продольно – сдвиговых волн в цилиндре, может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} u_r^{(0,l)} &= A(-\tilde{\alpha} J_1(\tilde{\alpha} r) + \frac{\tilde{\alpha} J_1(\tilde{\alpha} R)}{ik J_1(\tilde{\beta} R)} ik J_1(\tilde{\beta} r)), \\ u_z^{(0,l)} &= A(ik J_0(\tilde{\alpha} r) - \frac{\tilde{\alpha} J_1(\tilde{\alpha} R)}{ik J_1(\tilde{\beta} R)} \tilde{\beta} J_0(\tilde{\beta} r)). \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь A – произвольный амплитудный множитель; $J_n(\alpha r)$ – цилиндрическая функция Бесселя индекса n . Дисперсионное уравнение для волн этого типа, которое определяет полный спектр линейных осесимметричных нормальных продольно-сдвиговых волн в цилиндре имеет вид

$$\begin{aligned} k^2 J_0\left(\sqrt{-k^2 + \frac{\Omega^2}{\zeta}} r\right) J_1\left(\sqrt{-k^2 + \Omega^2} r\right) + \\ + \sqrt{-k^2 + \Omega^2} \sqrt{-k^2 + \frac{\Omega^2}{\zeta}} J_0\left(\sqrt{-k^2 + \Omega^2} r\right) J_1\left(\sqrt{-k^2 + \frac{\Omega^2}{\zeta}} r\right) &= 0, \end{aligned}$$

где $\Omega = \omega R / v_s$ – безразмерный нормированный частотный параметр, $\tilde{k} = kR$ – безразмерное нормированное волновое число.

Решение неоднородной граничной задачи (12), (13) на основе разработанного алгоритма аналитических преобразований в среде специализированного пакета Mathematica 6.0 получено в виде:

$$\begin{aligned} u_r^{(n)} &= -2B_1 \tilde{\alpha} J_1(2\tilde{\alpha} r) + B_2 ik J_1(2\tilde{\beta} r) + F_1(r), \\ u_z^{(n)} &= B_1 ik J_0(2\tilde{\alpha} r) - 2B_2 \tilde{\beta} J_0(2\tilde{\beta} r) + F_2(r), \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$F_1(r) = \sum_{p=1}^{\infty} a_p r^p, \quad F_2(r) = \sum_{p=1}^{\infty} b_p r^p, \quad B_1 = (\chi_{12} F_2(R) - \chi_{22} F_1(R)) / (\chi_{11} \chi_{22} - \chi_{21} \chi_{12}),$$

$$B_2 = (\chi_{11} F_2(R) - \chi_{21} F_1(R)) / (\chi_{12} \chi_{21} - \chi_{11} \chi_{22}), \quad \chi_{11} = -2\tilde{\alpha} J_1(2\tilde{\alpha} r), \quad \chi_{12} = ik J_1(2\tilde{\beta} r),$$

$$\chi_{21} = ik J_0(2\tilde{\alpha} r), \quad \chi_{22} = -2\tilde{\beta} J_0(2\tilde{\beta} r).$$

Здесь a_p, b_p – коэффициенты степенных рядов, в форме которых получено частное решение системы неоднородных уравнений (12). Данные коэффициенты рассчитываются на основе рекуррентных соотношений:

$$a_1 = \alpha_1 / \Delta_{13}^{(n)}, \quad b_1 = \beta_1 / \Delta_{23}^{(n)};$$

$$a_2 = \frac{\alpha_2 - b_1 \Delta_{14}^{(n)}}{\Delta_{12}^{(n)} + 2\Delta_{13}^{(n)} + 2\Delta_{15}^{(n)}}, \quad b_2 = \frac{\beta_2 - a_1 (\Delta_{22}^{(n)} - \Delta_{24}^{(n)})}{2\Delta_{23}^{(n)} + 2\Delta_{25}^{(n)}};$$

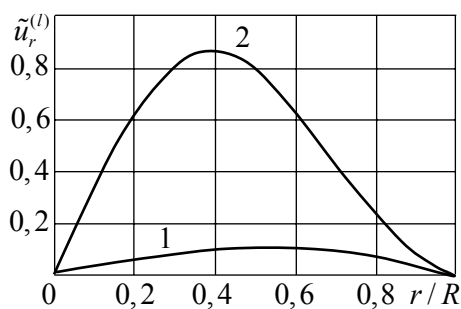
$$a_{p+2} = \frac{\alpha_{p+2} - \Delta_{11}^{(n)} a_p - \Delta_{14}^{(n)} (p+1) b_{p+1}}{\Delta_{12}^{(n)} + \Delta_{13}^{(n)} (p+2) + \Delta_{15}^{(n)} (p+2)(p+1)},$$

$$b_{p+2} = \frac{\beta_{p+2} - \Delta_{21}^{(n)} b_p - \Delta_{22}^{(n)} a_{p+1} - \Delta_{24}^{(n)} (p+1) a_{p+1}}{\Delta_{23}^{(n)} (p+2) + \Delta_{25}^{(n)} (p+2)(p+1)} \quad (p = \overline{1, \infty}).$$

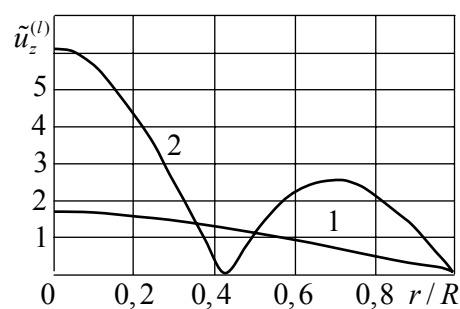
Результаты численных исследований. При численных исследованиях был проведен анализ радиальных распределений для безразмерных нормированных амплитуд волновых смещений в линейных бегущих нормальных волнах продольно-сдвигового типа, принадлежащих первой и второй моде дисперсионного спектра с относительными длинами $\lambda = 8R, \lambda = 10R, \lambda = 12R, \lambda = 14R$, а также в их нелинейных вторых гармониках. Расчеты ангармонических эффектов были проведены для волновода из дюралюминия со следующими физико-механическими параметрами: $\rho = 2.79 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$; $\sigma = 0.31$; $\mu = 2.6 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$; $\lambda = 2\sigma\mu / (1 - 2\sigma) = 4.2 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$; $l = -26.46 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$; $m = 38.22 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$; $n = 36.26 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$.

Для контроля достоверности разработанного алгоритма вычислений результаты, касающиеся свойств первых линейных гармоник сопоставлялись с данными, приведенными в работе [13]. Достоверность полученных представлений нелинейных вторых гармоник контролировалось на основе анализа степени выполнения дифференциальных уравнения и краевых условий задачи. Для получения устойчивых результатов расчетов, точность которых зависит от количества слагаемых, удерживаемых в представлениях частных решений $F_1(r), F_2(r)$ с коэффициентами a_p, b_p , порядок суммирования должен был не превышать 160. Это позволяло получать представления вторых гармоник, в которых дальнейшее увеличение числа удерживаемых слагаемых приводило к относительным изменениям анализируемых характеристик, не превышающим 1%.

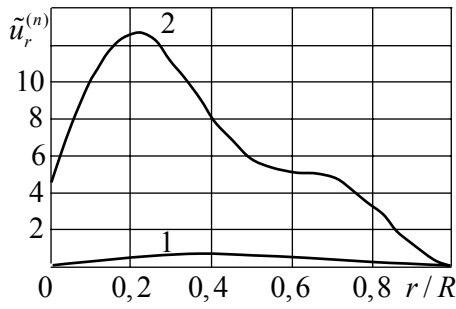
На основе расчетов получен ряд сопоставительных выводов о характере зависимостей от параметра относительной длины λ/R для форм и относительных амплитудных уровней нелинейных вторых гармоник волн из двух низших мод соответствующих дисперсионных спектров (рис. 1-4).



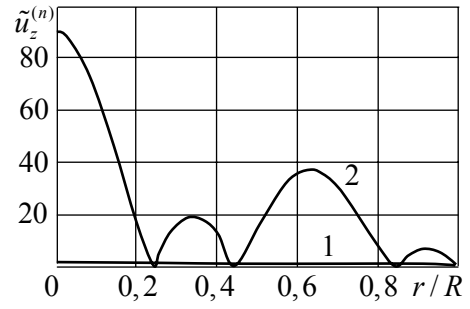
а) Форма смещений $\tilde{u}_r^{(l)} = |u_r^{(l)}| / u^{(0)}$



б) Форма смещений $\tilde{u}_z^{(l)} = |u_z^{(l)}| / u^{(0)}$

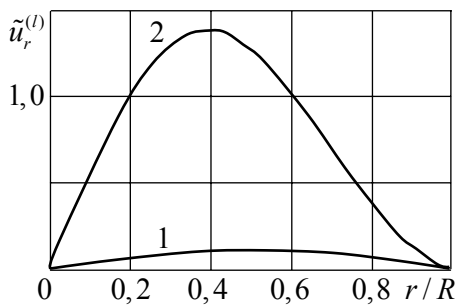


в) Форма смещений $\tilde{u}_r^{(n)} = |u_r^{(n)}| / (u^{(0)})^2$

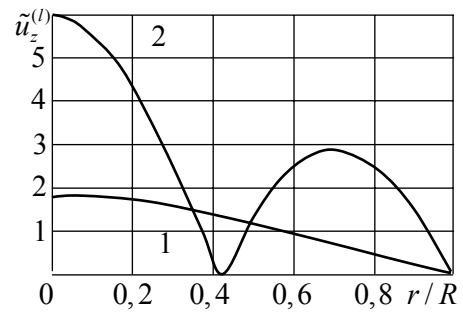


г) Форма смещений $\tilde{u}_z^{(n)} = |u_z^{(n)}| / (u^{(0)})^2$

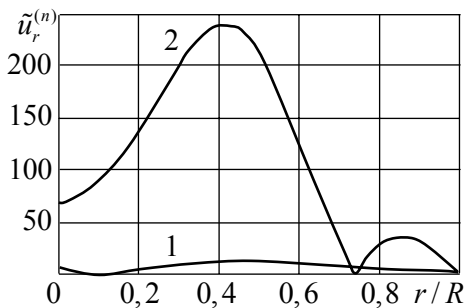
Рис. 1. Амплитудные формы волновых смещений в первых линейных и вторых нелинейных гармониках P-SV волн с относительной длиной $\lambda = 8R$ (1 – первая мода, 2 – вторая мода).



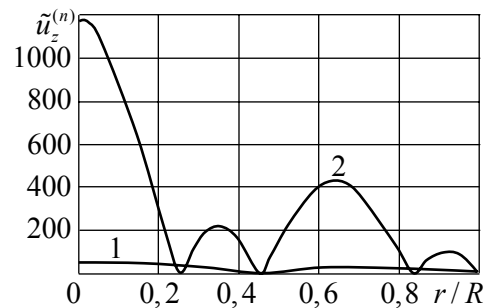
а) Форма смещений $\tilde{u}_r^{(l)} = |u_r^{(l)}| / u^{(0)}$



б) Форма смещений $\tilde{u}_z^{(l)} = |u_z^{(l)}| / u^{(0)}$

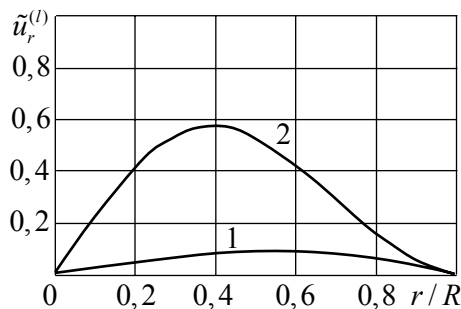


в) Форма смещений $\tilde{u}_r^{(n)} = |u_r^{(n)}| / (u^{(0)})^2$

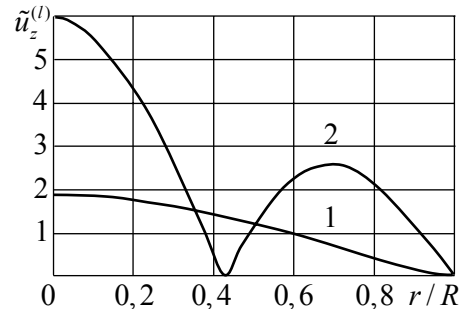


г) Форма смещений $\tilde{u}_z^{(n)} = |u_z^{(n)}| / (u^{(0)})^2$

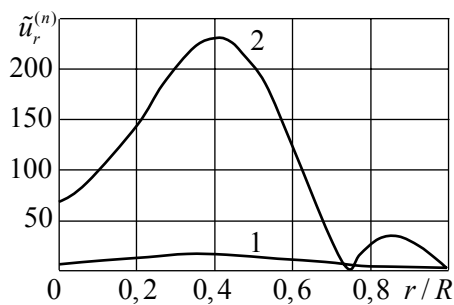
Рис. 2. Амплитудные формы волновых смещений в первых линейных и вторых нелинейных гармониках P-SV волн с относительной длиной $\lambda = 10R$ (1 – первая мода, 2 – вторая мода).



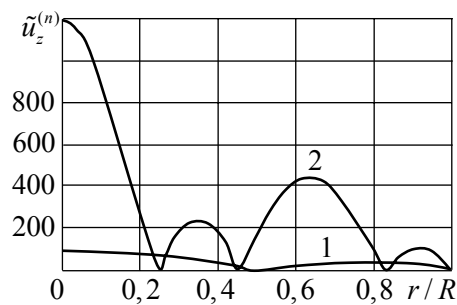
а) Форма смещений $\tilde{u}_r^{(l)} = |u_r^{(l)}| / u^{(0)}$



б) Форма смещений $\tilde{u}_z^{(l)} = |u_z^{(l)}| / u^{(0)}$

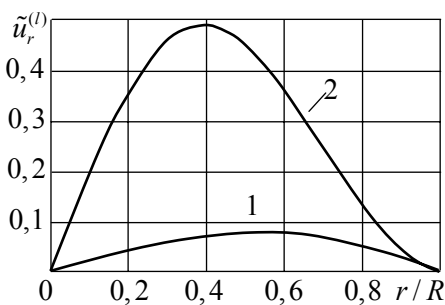


в) Форма смещений $\tilde{u}_r^{(n)} = |u_r^{(n)}| / (u^{(0)})^2$

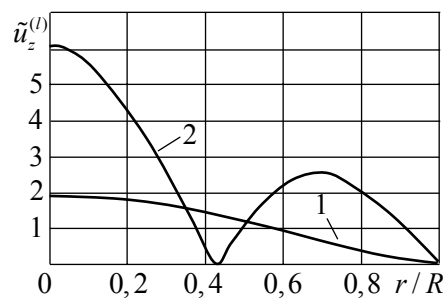


г) Форма смещений $\tilde{u}_z^{(n)} = |u_z^{(n)}| / (u^{(0)})^2$

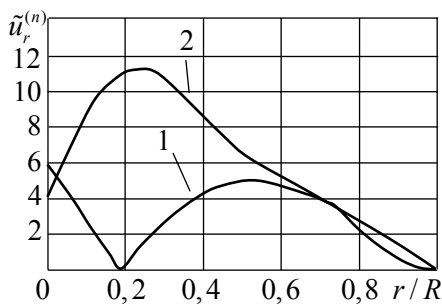
Рис. 3. Амплитудные формы волновых смещений в первых линейных и вторых нелинейных гармониках P-SV волн с относительной длиной $\lambda = 12R$ (1 – первая мода, 2 – вторая мода).



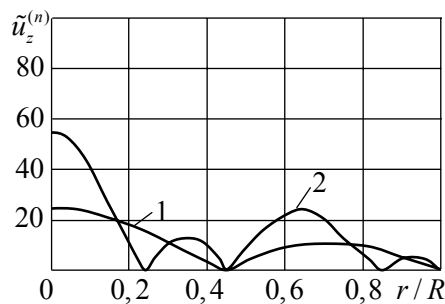
а) Форма смещений $\tilde{u}_r^{(l)} = |u_r^{(l)}| / u^{(0)}$



б) Форма смещений $\tilde{u}_z^{(l)} = |u_z^{(l)}| / u^{(0)}$



в) Форма смещений $\tilde{u}_r^{(n)} = |u_r^{(n)}| / (u^{(0)})^2$



г) Форма смещений $\tilde{u}_z^{(n)} = |u_z^{(n)}| / (u^{(0)})^2$

Рис. 4. Амплитудные формы волновых смещений в первых линейных и вторых нелинейных гармониках P-SV волн с относительной длиной $\lambda = 14R$ (1 – первая мода, 2 – вторая мода).

Анализ свойств амплитудных форм волновых перемещений позволяет сделать следующие заключения. При высокой степени стабильности анализируемых форм для первых линейных гармоник рассматриваемых волн в исследуемом диапазоне их относительных длин, формы волновых перемещений во вторых гармониках имеют гораздо более высокую степень изменчивости. Так, амплитудные формы перемещений $|u_r^{(n)}|$ во вторых гармониках волн первой моды стабильны в диапазоне от $8R \leq \lambda \leq 12R$, а при $\lambda = 14R$ резко трансформируется с появлением окружной узловой линии. Формы вторых гармоник волн моды 2 существенно трансформируются в интервалах $8R \leq \lambda \leq 10R$ и $12R \leq \lambda \leq 14R$. При этом амплитудные уровни нормированных напряженностей для этой компоненты ангармонических возмущений интенсивно изменяются. В рассмотренном диапазоне относительных длин они является максимальным при $\lambda = 10R$. Амплитудные формы нормированных волновых перемещений $|u_z^{(n)}|$ для волн второй и первой моды в рассматриваемом диапазоне варьирования λ наиболее стабильны и эти перемещения имеют большую интенсивность, чем нормированные перемещения $|u_r^{(n)}|$, в связи с чем вторые гармоники волн обоих рассматриваемых мод могут быть отнесены к преимущественно продольным.

Формы $|u_z^{(n)}|$ для вторых гармоник моды 1 также достаточно стабильны, но их интенсивность при всех рассматриваемых λ существенно меньше интенсивности вторых гармоник волн моды 2.

Выводы. С использованием алгоритма для построения аналитического решения рассматриваемой задачи и его численного исследования проведен анализ некоторых свойств нелинейных монохроматических осесимметричных нормальных волн продольно-сдвигового типа, принадлежащих двум низшим модам дисперсионного спектра для цилиндра с закрепленной боковой цилиндрической поверхностью. Проанализированы амплитудно-частотные характеристики ангармонических возмущений и формы распределений амплитуд волновых смещений во вторых гармониках по радиальной координате.

РЕЗЮМЕ

У статті представлені другі гармоніки осесиметричних нормальних хвиль поздовжньо-зсувного типу, що розповсюджуються уздовж осевого напрямку в ізотропному циліндрі кругового перерізу із закріпленою бічною поверхнею. З використанням аналітичних представлень нелінійних других гармонік проаналізовано амплітудно-частотні залежності для нелінійних ангармонічних збурень хвиль в хвилеводі з дюралюмінію. Представлені результати аналізу форм хвильових рухів у других гармоніках із змінною відносною довжиною.

Ключові слова: циліндричний хвилевід, фізична і геометрична нелінійність, поздовжньо-зсувні хвилі, нелінійні друга гармоніки, амплітудно-частотні ефекти.

SUMMARY

In the article the second harmonics of axisymmetric normal longitudinal-shear waves propagating along the axial direction in an isotropic cylinder of circular section with a clamped lateral surface are presented. Using of analytical representations of non-linear second harmonics, the amplitude-frequency dependence for the non-linear anharmonic perturbations of waves in duralumin waveguide are analyzed. The results of the analysis of the forms of wave motion in the second harmonics with changed relative length are presented.

Keywords: cylindrical waveguide, the physical and geometric nonlinearity, longitudinal-shear waves, the nonlinear second harmonics, amplitude-frequency effects.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Куренная К. И. Вторые гармоники нелинейных нормальных SH-волн в пластине из монокристалла германия / К. И. Куренная, В. И. Сторожев // Теорет. и прикладная механика. – 2002. – Вып. 35. – С. 131-138.
2. Куренная К. И. Ангармонические эффекты при распространении нелинейных нормальных P-SV волн в анизотропном упругом слое / К. И. Куренная, В. И. Сторожев // Теорет. и прикладная механика. – 2002. – Вып. 36. С. 116-124.
3. Куренная К. И. Частотные зависимости нелинейных эффектов при распространении нормальных SH-волн в слое из монокристалла германия / К. И. Куренная, В. И. Сторожев // Труды III Всероссийской конференции по теории по теории упругости с международным участием (г. Ростов-на-Дону – Азов, 13-16 октября 2003 г.). – Ростов-н/Д: “Новая книга”, 2004. – С. 248-250.
4. Курінна К. І. Розповсюдження нелінійних ультраакустичних хвиль в кристалічних пластинчатих хвилеводах / К. І. Курінна, В. І. Сторожев // Машинознавство. – 2003. – № 9. – С. 27-31.
5. Kurennaia K. I., Analyses of nonlinear ultraacoustic wave properties in germanium monocrystal layer / K. I. Kurennaia, V. I. Storozhev // Journal of Computational and Applied Mechanics. – 2005. – Vol. 6, No 1. – P. 67-82.
6. Kurennaia K. I. Nonlinear acoustic effects while spreading of the normal waves in anisotropic elastic layer / K. I. Kurennaia, V. I. Storozhev // Proceedings of the Tenth International Congress on Sound and Vibration (Stockholm, Sweden, 7-10 July 2003). – Stockholm, IIAV, 2003. – P. 3605-3612.
7. Kurennaia K.I. Nonlinear effects while interacting SH waves in cubical system lamina spreading / K. I. Kurennaia, V. I. Storozhev // 4th ICCSM. Proceedings (offprints) of the 4th International Congress of Croatian Society of Mechanics (Bizovac, Croatia, September 18-20, 2003). – Zagreb, Croatian Society of Mechanics, 2003. – 658 p. – P. 299 -305.
8. Kurennaia K. I. Propagation of nonlinear ultraacoustic waves in lamina of cubical system / K. I. Kurennaia, V. I. Storozhev // Acta Acoustica United with Acoustica. Euronoise 2003. 5th European Conference on Noise Control. AIA 2003. XXX Congress of the Acoustical Society of Italy (Naples, Italy, 19-21 May 2003) – 2003. – Vol. 89, Suppl. 1. – P. 123-124.
9. Островский Л. А. Нелинейные упругие волны в стержнях / Л. А. Островский, А. М. Сутин // ПММ. – 1977. – Т. 41, № 3. – С. 531-537.
10. Sugimoto N. Numerical investigation of nonlinear mode coupling of elastic waves / N. Sugimoto // J. Acoust. Sos. Am. – 1978. – Vol. 64, No 4. – P. 1190-1195.
11. Sugimoto N. Nonlinear mode coupling of elastic waves / N. Sugimoto, M. Hirao // J. Acoust. Sos. Am. – 1977. – Vol. 62, No 1. – P. 23-32.
12. Гузь А. Н. Устойчивость упругих тел при конечных деформациях/ А. Н. Гузь. – К.: Наук. думка, 1973. – 271 с.
13. Гринченко В. Т. Гармонические колебания и волны в упругих телах. / В. Т. Гринченко, В. В. Мелешко – К.: Наук. думка, 1981. – 284 с.

Поступила в редакцию 26.05.2010 г.