УДК 531.38

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ.

А. В. Зыза

В работе исследуется специальных класс полиномиальных решений уравнений задачи о движении гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона. Условия существования этого класса получены в виде системы алгебраических уравнений на параметры задачи и параметры решения. Построено новое частное решение уравнений движения гироскопа, которое зависит от шести независимых параметров.

Ключевые слова: полиномиальное решение, первые интегралы, гиростат, инвариантное соотношение, эффект Барнетта-Лондона, элементарные функции времени, максимальная степень полинома.

Введение. Классическая задача о движении гиростата в поле силы тяжести [1] имеет многочисленные обобщения в динамике твердого тела [2]. Особый интерес представляет задача о движении гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона [3-5], поскольку уравнения движения допускают только два первых интеграла и к ним неприменима теория Якоби интегрирования уравнений динамики [1]. В связи с этим проводятся исследования по построению частных решений различных классов [6-8].

В данной работе продолжено изучение полиномиальных решений класса Докшевича [9] уравнений движения гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона. Полученные результаты дополняют классы полиномиальных решений вида Стеклова-Ковалевского-Горячева [1] уравнений динамики твердого тела, рассмотренные в работах [7, 10].

Постановка задачи. Рассмотрим движение гиростата с неподвижной точкой в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона. Эффект Барнетта-Лондона состоит в том, что первоначально ненамагниченные и сверхпроводящие твердые тела при движении в магнитном поле намагничиваются вдоль оси вращения. Возникающая при вращении намагниченность линейно зависит от угловой скорости тела. Магнитный момент тела при взаимодействии с внешним магнитным полем будет стремиться к направлению вектора напряженности магнитного поля. При этом взаимодействие вызванной вращением тела намагниченности с внешним магнитным полем приводит к прецессии вектора кинетического момента тела вокруг вектора поля [3-5].

Следуя работам [3, 4], запишем уравнения движения гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона

$$A\dot{\boldsymbol{\omega}} = \left(A\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\lambda}\right)\times\boldsymbol{\omega} + B\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{\nu} + \boldsymbol{\nu}\times\left(C\boldsymbol{\nu} - \boldsymbol{s}\right), \quad \dot{\boldsymbol{\nu}} = \boldsymbol{\nu}\times\boldsymbol{\omega}. \tag{1}$$

Первые интегралы уравнений (1) таковы

$$\boldsymbol{\nu}\cdot\boldsymbol{\nu} = 1, \quad \left(A\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\lambda}\right)\cdot\boldsymbol{\nu} = k. \tag{2}$$

Изменение полной энергии гиростата определяется соотношением

$$\left[\left(A\boldsymbol{\omega}\cdot\boldsymbol{\omega}\right) - 2\left(\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{\nu}\right) + \left(C\boldsymbol{\nu}\cdot\boldsymbol{\nu}\right)\right]^{\bullet} = 2\left(B\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{\nu}\right)\cdot\boldsymbol{\omega}, \tag{3}$$

поэтому уравнения (1) не имеют интеграла энергии.

В уравнениях (1)-(3) приняты обозначения: A – тензор инерции гиростата; $\boldsymbol{\omega}$ – угловая скорость гиростата; $\boldsymbol{\nu}$ – единичный вектор, характеризующий направление магнитного поля; $\boldsymbol{\lambda}$ – гиростатический момент; $\boldsymbol{s}$ – вектор обобщенного центра масс; B и C – симметричные матрицы третьего порядка; k – постоянная интеграла; точка над переменными обозначает относительную производную. Поскольку для уравнений (1) в общем случае допустимы только два первых интеграла (2), то для этих дифференциальных уравнений неприменима теория последнего множителя Якоби [1]. Если же для динамического уравнения из (1) имеет место равенство $B = \alpha E$ (E – единичная матрица), то из соотношения (3) вытекает интеграл энергии для уравнений (1). Тогда уравнения (1) будут описывать задачу о движении гиростата в поле потенциальных и гироскопических сил.

Пусть в (1), (2) матрицы A, B, C имеют диагональный вид, $\boldsymbol{\omega} = \left(\omega_1, \omega_2, \omega_3\right)$, $\boldsymbol{\nu} = \left(\nu_1, \nu_2, \nu_3\right)$, $\boldsymbol{s} = \left(s_1, s_2, s_3\right)$, $\boldsymbol{\lambda} = \left(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\right)$. Тогда уравнения движения (1) и интегралы (2) запишем в виде

$$\left.\begin{aligned}
A_1\dot{\omega}_1 &= \left(A_2 - A_3\right)\omega_2\omega_3 + \lambda_2\omega_3 - \lambda_3\omega_2 + B_2\omega_2\nu_3 - B_3\omega_3\nu_2 + s_2\nu_3 - s_3\nu_2 + \left(C_3 - C_2\right)\nu_2\nu_3,\\
A_2\dot{\omega}_2 &= \left(A_3 - A_1\right)\omega_1\omega_3 + \lambda_3\omega_1 - \lambda_1\omega_3 + B_3\omega_3\nu_1 - B_1\omega_1\nu_3 + s_3\nu_1 - s_1\nu_3 + \left(C_1 - C_3\right)\nu_1\nu_3,\\
A_3\dot{\omega}_3 &= \left(A_1 - A_2\right)\omega_1\omega_2 + \lambda_1\omega_2 - \lambda_2\omega_1 + B_1\omega_1\nu_2 - B_2\omega_2\nu_1 + s_1\nu_2 - s_2\nu_1 + \left(C_2 - C_1\right)\nu_1\nu_2;
\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

$$\dot{\nu}_1 = \omega_3\nu_2 - \omega_2\nu_3, \quad \dot{\nu}_2 = \omega_1\nu_3 - \omega_3\nu_1, \quad \dot{\nu}_3 = \omega_2\nu_1 - \omega_1\nu_2; \tag{5}$$

$$\nu_1^2 + \nu_2^2 + \nu_3^2 = 1, \quad \left(A_1\omega_1 + \lambda_1\right)\nu_1 + \left(A_2\omega_2 + \lambda_2\right)\nu_2 + \left(A_3\omega_3 + \lambda_3\right)\nu_3 = k. \tag{6}$$

Поставим задачу об исследовании условий существования у уравнений (4), (5) при $s_3 = 0$, $\lambda_3 = 0$ решений следующего вида

$$\begin{gathered}\omega_1 = p, \quad \omega_2 = Q(p) = \sum_{k=0}^{n} b_k p^k, \quad \omega_3^2 = R(p) = \sum_{i=0}^{m} c_i p^i, \quad \nu_1 = \varphi(p) = \sum_{j=0}^{l} a_j p^j, \\ \nu_2 = \psi(p) = \sum_{i=0}^{n_1} g_i p^i, \quad \nu_3 = r\kappa(p), \quad \kappa(p) = \sum_{j=0}^{m_1} f_j p^j,\end{gathered} \tag{7}$$

где n, m, l, n_1, m_1 – натуральные числа или нули; b_k, c_i, a_j, g_i, f_j – неизвестные постоянные. Указанным классом полиномов можно описать решение Докшевича [9]. Подставим выражения (7) в уравнения (4), (5) и геометрический интеграл из (6)

$$\dot{p} = \left(\varphi'(p)\right)^{-1}\left(\psi(p) - Q(p)\kappa(p)\right)\sqrt{R(p)}; \tag{8}$$

$$\left.\begin{aligned}&\psi'(p)\left(\psi(p) - Q(p)\kappa(p)\right) = \varphi'(p)\left(p\kappa(p) - \varphi(p)\right), \\ &\left(R(p)\kappa^2(p)\right)'\left(p\kappa(p) - \varphi(p)\right) = 2\psi'(p)\kappa(p)\left(Q(p)\varphi(p) - p\psi(p)\right);\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

$$\begin{gathered}A_1\left(p\kappa(p) - \varphi(p)\right) = \psi'(p)\Big[Q(p)\big((A_2 - A_3) + B_2\kappa(p)\big) + \\ +\psi(p)\big((C_3 - C_2)\kappa(p) - B_3\big) + s_2\kappa(p) + \lambda_2\Big];\end{gathered} \tag{10}$$

$$\left.\begin{aligned}&A_2Q'(p)\left(p\kappa(p) - \varphi(p)\right) = \psi'(p)\Big[(C_1 - C_3)\kappa(p)\varphi(p) + B_3\varphi(p) - \\ &\quad -B_1p\kappa(p) - s_1\kappa(p) + (A_3 - A_1)p - \lambda_1\Big], \\ &A_3R'(p)\left(p\kappa(p) - \varphi(p)\right) = 2\psi'(p)\Big[(C_2 - C_1)\varphi(p)\psi(p) + B_1\psi(p)p - \\ &\quad -B_2Q(p)\varphi(p) + (A_1 - A_2)pQ(p) + \lambda_1Q(p) - \lambda_2p + s_1\psi(p) - s_2\varphi(p)\Big];\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

$$\varphi^2(p) + \psi^2(p) + \kappa^2(p)R(p) = 1. \tag{12}$$

Здесь A_i, B_i, C_i $\left(i = \overline{1,3}\right)$ – диагональные элементы матриц A, B, C; штрихом обозначена производная по вспомогательной переменной p. Уравнение (8) устанавливает зависимость p от времени t.

Новое частное решение. Рассмотрим случай когда максимальные степени полиномов из (7) таковы: $n = 2$, $m = 2$, $l = 3$, $n_1 = 2$, $m_1 = 2$. Тогда полиномы из (7) примут вид

$$\begin{gathered}Q(p) = b_2p^2 + b_1p + b_0, \quad R(p) = c_2p^2 + c_1p + c_0, \\ \varphi(p) = a_3p^3 + a_2p^2 + a_1p + a_0, \quad \psi(p) = g_2p^2 + g_1p + g_0, \quad \kappa(p) = f_2p^2 + f_1p + f_0.\end{gathered} \tag{13}$$

Подставим полиномы из (13) в динамическое уравнение (10). Требование того, чтобы полученное соотношение было тождеством по p приводит к условиям на параметры. Выпишем часть этих условий

$$\alpha = C_3 - C_2, \quad \alpha g_2 + B_2b_2 = 0, \quad \alpha g_1 + B_2b_1 = 0. \tag{14}$$

Тогда в силу (14) динамическое уравнение (10) примет вид

$$\left(p\kappa(p) - \varphi(p)\right) = A_1^{-1}\psi'(p)\left(D_2p^2 + D_1p + D_0\right), \tag{15}$$

где

$$\begin{gathered}D_2 = (A_2 - A_3)b_2 - B_3g_2 + f_2(s_2 + \alpha g_0 + B_2b_0), \\ D_1 = (A_2 - A_3)b_1 - B_3g_1 + f_1(s_2 + \alpha g_0 + B_2b_0), \\ D_0 = (A_2 - A_3)b_0 - B_3g_0 + f_0(s_2 + \alpha g_0 + B_2b_0) + \lambda_2.\end{gathered} \tag{16}$$

Исключим из уравнений (9), (11) разность $(p\kappa(p) - \varphi(p))$ с помощью формулы (15). Подставим в полученные уравнения и уравнения (12), (15) полиномы из (13), и потребуем их выполнения при всех p. После преобразований получим систему условий на параметры задачи и параметры решения

$$\begin{gathered}C_1 = C_3, \quad A_1(f_2 - a_3) = 2g_2D_2, \quad A_1(f_1 - a_2) = 2g_2D_1 + g_1D_2, \\ A_1(f_0 - a_1) = 2g_2D_0 + g_1D_1, \quad -A_1a_0 = g_1D_0, \quad -A_1b_2f_2 = 3a_3D_2, \\ -A_1(b_2f_1 + b_1f_2) = 3a_3D_1 + 2a_2D_2, \quad A_1\left(g_2 - (b_2f_0 + b_1f_1 + b_0f_2)\right) = 3a_3D_0 + 2a_2D_1 + a_1D_2,\end{gathered}$$

$$\begin{gathered}
A_1\left(g_0-b_0f_0\right)=a_1D_0,\quad A_1\left(g_1-\left(b_1f_0+b_0f_1\right)\right)=2a_2D_0+a_1D_1,\\
A_1^{-1}\left[\left(4c_2f_1+5c_1f_2\right)D_2+6c_2f_2D_1\right]=2\left(b_2a_2+b_1a_3\right),\\
A_1^{-1}\left[\left(2c_2f_0+3c_1f_1+4c_0f_2\right)D_2+\left(4c_2f_1+5c_1f_2\right)D_1+6c_2f_2D_0\right]=\\
=2\left(b_2a_1+b_1a_2+b_0a_3-g_2\right),\\
A_1^{-1}\left[\left(c_1f_0+2c_0f_1\right)D_2+\left(2c_2f_0+3c_1f_1+4c_0f_2\right)D_1+\left(4c_2f_1+5c_1f_2\right)D_0\right]=\\
=2\left(b_2a_0+b_1a_1+b_0a_2-g_1\right),\quad A_1^{-1}D_0\left(c_1f_0+2c_0f_1\right)=2b_0a_0,\\
A_1^{-1}\left[\left(c_1f_0+2c_0f_1\right)D_1+\left(2c_2f_0+3c_1f_1+4c_0f_2\right)D_0\right]=2\left(b_1a_0+b_0a_1-g_0\right),\\
2A_2A_1^{-1}b_2D_2=B_3a_3-B_1f_2,\quad A_2A_1^{-1}\left(D_2b_1+2b_2D_1\right)=B_3a_2-B_1f_1-s_1f_2,\\
A_2A_1^{-1}\left(D_1b_1+2b_2D_0\right)=B_3a_1-B_1f_0-s_1f_1+\left(A_3-A_1\right),\\
A_2A_1^{-1}D_0b_1=B_3a_0-s_1f_0-\lambda_1,\\
A_3A_1^{-1}c_2D_2=\left(A_1-A_2\right)b_2-\left(\alpha g_0+B_2b_0\right)a_3-s_2a_3+B_1g_2,\\
A_3A_1^{-1}\left(D_2c_1+2c_2D_1\right)=2\left[\left(A_1-A_2\right)b_1-\left(\alpha g_0+B_2b_0\right)a_2+\lambda_1b_2+s_1g_2-s_2a_2+B_1g_1\right],\\
A_3A_1^{-1}\left(D_1c_1+2c_2D_0\right)=2\left[\left(A_1-A_2\right)b_0-\left(\alpha g_0+B_2b_0\right)a_1+\lambda_1b_1+s_1g_1-\lambda_2-s_2a_1+B_1g_0\right],\\
A_3A_1^{-1}D_0c_1=2\left[\lambda_1b_0-\left(\alpha g_0+B_2b_0\right)a_0+s_1g_0-s_2a_0\right],\\
a_0^2+g_0^2+c_0f_0^2=1.
\end{gathered}\tag{17}$$

Система алгебраических уравнений (14), (16), (17) разрешима относительно параметров A_1, A_2, , A_3, B_1, B_2, B_3. При этом получим

$$\begin{gathered}
b_1=0,\quad c_1=0,\quad g_1=0,\quad f_1=0,\quad a_2=0,\quad a_0=0,\quad \lambda_1=0,\quad s_1=0,\\
\alpha=B_2\left(B_1\left(3A_2-2A_3\right)+B_3\left(2A_1-3A_2\right)\right)\left(2A_2\left(A_1-A_3\right)\right)^{-1},\\
g_2=2\left(A_1-A_3\right)^3\sqrt{k}\Big/\left(\left(3A_2-2A_3\right)^2\left(B_1-B_3\right)^2\left[B_1\left(3A_2-2A_3\right)+B_3\left(2A_1-3A_2\right)\right]\right),\\
g_0=-\left(B_1\left[3A_1\left(A_2-2A_3\right)+A_3\left(3A_2+2A_3\right)\right]+B_3\left(2A_1-3A_2\right)\left(3A_1-A_3\right)\right)/\sqrt{k},\\
c_2=-\left(3A_2-2A_1\right)^2\left(3A_2-2A_3\right)^{-2},\\
c_0=\left[3A_2\left(2A_1-3A_2\right)^2\left(B_1-B_3\right)^3\left(B_1\left(3A_2-4A_3\right)+B_3\left(4A_1-3A_2\right)\right)\right]\Big/\left(k\left(A_1-A_3\right)^2\right),\\
b_2=-\left(A_1-A_3\right)^2\sqrt{k}\left(A_2\left(3A_2-2A_3\right)^2\left(B_1-B_3\right)^2\right)^{-1},\\
b_0=\left(B_1-B_3\right)\left(B_1\left(3A_1\left(A_2-2A_3\right)+A_3\left(3A_2+2A_3\right)\right)+B_3\left(2A_1-3A_2\right)\left(3A_1-A_3\right)\right)\cdot\\
\cdot\left(\left(A_1-A_3\right)\sqrt{k}\right)^{-1},\\
f_2=-2\left(A_1-A_3\right)^4k\left(3A_2\left(2A_1-3A_2\right)\left(3A_2-2A_3\right)^2\left(B_1-B_3\right)^4\cdot\right.\\
\left.\cdot\left[B_1\left(3A_2-2A_3\right)+B_3\left(2A_1-3A_2\right)\right]\right)^{-1},\\
a_3=2\left(A_1-A_3\right)^4k\left(3A_2\left(3A_2-2A_3\right)^3\left(B_1-B_3\right)^4\left[B_1\left(3A_2-2A_3\right)+B_3\left(2A_1-3A_2\right)\right]\right)^{-1},\\
a_1=f_0=\left(A_3-A_1\right)\left(B_1-B_3\right)^{-1},\\
\lambda_2=\left(B_1^2\left[\left(A_3-A_2\right)\left(27A_2^2-24A_2A_3-4A_3^2\right)+A_1\left(15A_2^2-36A_2A_3+20A_3^2\right)\right]+\right.\\
+2B_1B_3\left[A_1\left(18A_1A_2-16A_1A_3+34A_2A_3-39A_2^2\right)+A_2\left(27A_2^2-27A_2A_3+4A_3^2\right)\right]+\\
\left.+B_3^2\left(2A_1-3A_2\right)\left[3\left(A_1-A_2\right)\left(2A_1-3A_2\right)+\left(2A_1-A_2\right)A_3\right]\right)\left(2\sqrt{k}\left(A_3-A_1\right)\right)^{-1},\\
s_2=\left\{B_1^2\left[A_2\left(9B_1A_2\left(\left(A_2-A_3\right)\left(3A_2-2A_3\right)+A_1\left(2A_3-A_2\right)\right)-8B_1A_1A_3^2\right)+\right.\right.\\
\left.+B_2\left\{A_3^2\left(\left(2A_3+3A_2\right)\left(2A_3-A_2\right)+4A_1\left(3A_1+2A_2-4A_3\right)\right)+3A_1^2A_2\left(A_2-4A_3\right)\right\}\right]+\\
+B_3^2\left[A_2\left(-9B_3A_2\left(\left(A_2-A_1\right)\left(3A_2-2A_1\right)+A_3\left(2A_1-A_2\right)\right)+8B_3A_1^2A_3\right)+\right.\\
+B_2\left\{A_1^2\left(4\left(A_3-A_1\right)\left(A_3-3A_1\right)+A_2\left(9A_2-24A_1+32A_3\right)\right)+\right.
\end{gathered}\tag{18}$$

$$+A_2A_3\left(3A_2\left(A_3-A_1\right)-A_1\left(9A_2+8A_3\right)\right)\Big\}\Big]+B_1B_3A_2\Big[9A_2^2\left(B_1\left(7A_1+11A_3\right)-B_3\left(11A_1+7A_3\right)\right)+$$
$$+18A_2\left(B_3\left(2A_1^2+A_3^2\right)-B_1\left(A_1^2+2A_3^2\right)+8A_1A_3\left(B_1\left(A_1+2A_3\right)-B_3\left(2A_1+A_3\right)\right)+\right.$$
$$\left.+27\left(B_3-B_1\right)A_2\left(3A_2^2+2A_1A_3\right)\right]+4B_1B_2B_3\left(A_1^2\left(2A_3\left(2A_2-3A_1+4A_3\right)+3A_2\left(A_1-A_2\right)\right)+\right.$$
$$\left.+A_3^2\left(2A_3\left(A_2-A_1\right)-9A_1A_2\right)+3A_1A_2^2A_3\right)\Big\}\left(2A_2\left(A_1-A_3\right)^2\sqrt{k}\right)^{-1}.$$

Здесь

$$k=\left(B_1\left(3A_2-2A_3\right)+B_3\left(2A_1-3A_2\right)\right)\Big(B_1\Big[-2A_3\left(3A_1-A_3\right)^2+3A_1A_2\left(5A_1-12A_2+10A_3\right)+$$
$$+9A_2\left(A_2-A_3\right)\left(3A_2+A_3\right)\Big]+B_3\Big[3\left(2A_1-3A_2\right)\left(3A_1^2-4A_1A_2+3A_2^2\right)-$$
$$-A_3\left(2A_1\left(6A_1-9A_2-A_3\right)+3A_2A_3\right)\Big]\Big).$$

Из (18) вытекает, что одним из условий существования действительных значений параметров решения (7), (13) является система неравенств

$$\left(B_1-B_3\right)\left(B_1\left(3A_2-4A_3\right)+B_3\left(4A_1-3A_2\right)\right)>0,\quad k>0. \tag{19}$$

Покажем, что примером действительности решения (7), (13) уравнений (8)-(11) при наличии равенств (18) и системы (19) могут служить следующие условия $A_1=a$, $A_2=1{,}5a$, $A_3=2a$, $B_1=b$, $B_2=2b$, $B_3=3b$, $\left(a>0,\ b>0\right)$.

Тогда параметры задачи и решение (7) примут вид

$$\delta=\sqrt{1141},\quad \alpha=\frac{14}{3}\frac{b^2}{a},\quad C_1=C_3,\quad \lambda_1=0,\quad \lambda_2=-195b\left(2\delta\right)^{-1},\quad s_1=0,\quad s_2=-529b^2\left(3\delta a\right)^{-1}; \tag{20}$$

$$\begin{gathered}\xi=\frac{a}{b},\quad \omega_1=p,\quad \omega_2=-3^{-1}\delta\xi p^2+8\left(\delta\xi\right)^{-1},\quad \omega_3^2=-25\left(p^2-180\left(\delta\xi\right)^{-2}\right),\\ \nu_1=-2^{-1}\xi p\left(\frac{163}{9}\xi^2p^2+1\right),\quad \nu_2=7^{-1}\delta\xi^2p^2-4\delta^{-1},\quad \nu_3=-2^{-1}\xi\left(\frac{163}{45}\xi^2p^2+1\right)\omega_3.\end{gathered} \tag{21}$$

Так как функция $p\left(t\right)$ находится из уравнения

$$\dot{p}=9^{-1}\delta\xi\sqrt{-p^2+180\left(\delta\xi\right)^{-2}}\cdot p^2, \tag{22}$$

где $\left|p\right|\le 6\sqrt{5}\left(\delta\xi\right)^{-1}$ то действительность в данном примере показана.

В этом решении остается свободный параметр ξ, который является масштабной единицей и его можно устранить переходом к безразмерным величинам.

Сведем решение (20)-(22) к квадратурам. Дифференциальное уравнение (22) запишем так

$$dt=9\left(\delta\xi\right)^{-1}\frac{dp}{p^2\sqrt{180\left(\delta\xi\right)^{-2}-p^2}} \tag{23}$$

Решение уравнения (23) дает зависимость p от времени

$$p^2=180\Big/\left(400\left(t-c\right)^2+\left(\delta\xi\right)^2\right),\quad c\in R. \tag{24}$$

Это позволяет получить зависимость от времени всех переменных задачи.

Выводы. Решение (20), (21), (24) выражается через элементарные функции времени и характеризуется одним инвариантным соотношением, устанавливающим линейную зависимость между второй компонентой вектора угловой скорости гиростата и второй компонентой единичного вектора ν. Полученное решение является новым частным решением, которое не имеет аналога в задаче о движении тяжелого гиростата и в задаче о движении гиростата под действием потенциальных и гироскопических сил.

РЕЗЮМЕ

У роботі досліджується спеціальний клас поліноміальних розв'язків рівнянь задачі про рух гіростата у магнітному полі з врахуванням ефекту Барнетта-Лндона. Умови існування цього класу отримані у вигляді системи алгебраїчних рівнянь на параметри задачі і параметри розв'язка. Побудовано новий частинний розв'язок рівнянь руху гіростата, який залежить від шести незалежних параметрів.

Ключові слова: поліноміальний розв'язок, перші інтеграли, гіростат, інваріантне співвідношення, ефект Барнетта-Лондона, елементарні функції часу, максимальна степень полінома.

SUMMARY

The paper deals with a special class of polynomial solutions of equations of the task about a gyrostat movement in a magnetic field with the allowance for the Barnett-London effect. The conditions of this class existence have been obtained in the form of algebraic equations for task and solution parameters. A new private solution of the gyrostat movement equation has been built which depends on six independent parameters.

Key words: polynomial solution, first integrals, gyrostat, invariant correlation, Barnett-London effect, elementary time functions, maximum degree of a polynomial.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Харламов П. В. Лекции по динамике твердого тела / П.В. Харламов. – Новосибирск: Изд-во Новосибир. ун-та, 1965. – 221 с.
2. Горр Г. В. Динамика гиростата, имеющего неподвижную точку / Г. В. Горр, А. В. Мазнев. – Донецк: ДонНУ, 2010. – 364 с.
3. Самсонов В. А. О вращении твердого тела в магнитном поле / В. А. Самсонов // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 1984. – № 4. – С. 32-34.
4. Козлов В. В. К задаче о вращении твердого тела в магнитном поле / В. В. Козлов // Изв.РАН. Механика твердого тела. – 1985. – № 6. – С. 28-33.
5. Урман Ю. Н. Динамические эффекты, обусловленные вращательным движением сверхпроводника в магнитном подвесе / Ю. Н. Урман // Докл. АН СССР. – 1984. – Т. 276, № 6. – С. 1402-1404.
6. Миронова Е. Н. О решении уравнений движения тела в магнитном поле на основе полиномиальных решений / Е. Н. Миронова // Прикл. механика. – 2001. – **37**, № 2. – С. 105-113.
7. Зыза А. В. Об одном классе полиномиальных решений уравнений Кирхгофа / А. В. Зыза // Вісник Донецького університету. Сер.А: Природничі науки. – 2006. – № 1. – С. 40-46.
8. Зыза А. В. О новом классе полиномиальных решений уравнений движения гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона / А. В. Зыза // Вісник Донецького університету. Сер. А: Природничі науки. – 2010. – № 1. – С. 52-56.
9. Докшевич А. И. Новое частное решение уравнений движения гиростата, имеющего неподвижную точку / А. И. Докшевич // Механика твердого тела. – 1970. – Вып. 2. – С. 12-15.
10. Горр Г. В. Полиномиальные решения в одной задаче о движении гиростата с неподвижной точкой / Г. В. Горр, А. В. Зыза // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 1998. – № 6. – С. 12-21.

Поступила в редакцию 16.05.2010 г.