

ЭЛЕКТРОВИХРЕВЫЕ ТЕЧЕНИЯ В ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ СТАЛЕПЛАВИЛЬНЫХ ПЕЧАХ ПОСТОЯННОГО ТОКА С ПОДОВЫМ ЭЛЕКТРОДОМ*О. В. Казак, А. Н. Семко*

Работа посвящена моделированию магнитогидродинамического эффекта электровихревого движения расплава металла в ограниченных объемах на примере электрометаллургических печей постоянного тока с подовым электродом. Приводится физическая и математическая осесимметричная постановка задачи. Разработан алгоритм решения и получены результаты электромагнитных и гидродинамических полей в расплаве стали при помощи программно-вычислительных комплексов ANSYS и COMSOL.

Ключевые слова: сила Лоренца, электровихревые течения, численное моделирование.

Введение. Анализ промышленных процессов при помощи физических и математических моделей является наиболее актуальным и динамически развивающимся направлением в современных численных методах. Разработка максимально упрощенных, но в тоже время адекватно отображающих реальные процессы моделей, определение границ применения этих моделей и проверка их на адекватность наиболее сложная задача в этих методах. Упрощение моделей ведет к снижению требований к расчетной технике, программам их реализующих, а также снижает расчетное время.

Одним из таких процессов является электровихревое течения жидких проводников под действием собственного магнитного поля при пропускании через них электрического тока. Этот эффект наблюдается в целом ряде промышленных устройств: электродуговая сварка, электрометаллургический переплав (включая вакуумно-дуговые печи, электролизеры и индукционные канальные печи), выращивание кристаллов полупроводников, электрореактивные двигатели и т.д. [1]. Особое внимание при этом заслуживают электрические дуговые печи постоянного тока с подовым электродом, получившие в последнее время широкое распространение в металлургии. Эксплуатация таких печей показала, что они обладают более высоким КПД, низким процентом угара металла, меньшим износом деталей печи, и что наиболее важно, более высоким качеством приготавливаемой стали. В сравнении с дуговыми печами переменного тока, эти печи экономически выгоднее на 30 % и экологически чище на 90 % [2]. В таких печах возможно использование электрохимических реакций для очистки расплава от примесей и контроль качества стали путем корректировки состава легирующими добавками [3].

Для улучшения качества стали необходимо перемешивание расплава, которое можно производить, используя электровихревое течение. Однако у такого движения существует и негативное действие. Эксплуатация таких печей показала повышенный износ футеровки в окрестности подового электрода, причиной которого, по предварительным оценкам, является вихревое движение расплава. В среднем подовый электрод служит в 10 раз меньше чем все основные элементы печи, и выходит из строя через 300 - 400 плавов [2]. Это приводит к длительному простоям печи, дорогостоящей и технически сложной замене подины и самого подового электрода. Поэтому актуальной является задача управления электровихревыми течениями расплава.

Экспериментальные исследования электровихревых течений в сталеплавильных печах затруднены из-за высоких температур. Поэтому на практике широко проводятся эксперименты на моделях печей и сплавах, имеющих низкую температуру плавления (порядка 10 - 300 °С). Подробно такие эксперименты освещены в [4, 5]. Однако экспериментальное изучение является очень сложной и дорогостоящей задачей. Единственной альтернативой экспериментальным исследованиям является численное моделирование, которое позволяет оценить влияние разных факторов на интенсивность движения расплава металла.

В первых работах, посвященных моделированию электросталеплавильных печей постоянного тока цилиндрической формы, рассматриваются физические процессы, протекающие в расплаве в плоской или осесимметричной постановке [6-9]. В работе [8] рассматривается трехмерная модель магнитной гидродинамики для дуговой печи постоянного тока в виде сегмента сферической печи. В работах [10, 11] моделируется движение расплава под действием электрической дуги с учетом тепломассопереноса. Ряд работ посвящен не только анализу движения расплава под действием тех или иных сил, но и анализу возможности управления движением расплава. Так в работах [12, 13] предлагается управлять движением расплава за счет продувки. Однако процессы, протекающие в электросталеплавильных печах постоянного тока, являются недостаточно изученными, а модель нуждается в уточнении.

Для численного моделирования процессов в электрических печах сейчас широко используются как специализированные пакеты программ, так и пакеты мультифизики [8, 9]. Большие трудности в использовании пакетов широкого назначения возникают с выбором метода решения и соответствующих настроек, а также на этапе постановки задачи с выбором расчетной области и размерностью модели. На некоторых режимах работы процессы, протекающие в электросталеплавильной печи носят пространст-

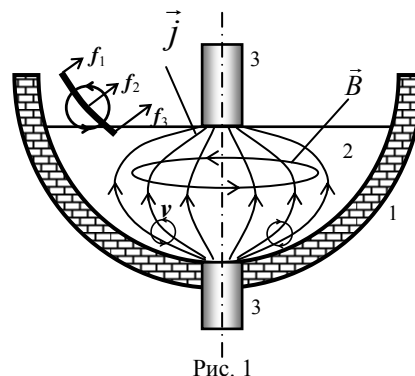
венный характер, моделирование которого в трехмерной постановке требует значительных мощностей расчетной техники. Однако большую часть времени работы процессы в электрометаллургической печи находятся в установившемся режиме и могут быть смоделированы в осесимметричной постановке. Осесимметричная постановка задачи позволяет наиболее точно построить конечноэлементное разбиение и расположить элементы в пропорции к градиентам величин изменяющихся в рассматриваемых областях.

В настоящей работе исследуется электровихревое движение расплава в осесимметричной электрометаллургической печи постоянного тока с подовым электродом. Получено поле объемных электромагнитных сил Лоренца, ротора этих сил, а также гидродинамическая картина движения расплава под действием электромагнитных сил. Практическое применение результатов работы позволит оптимизировать работу печи и сократить расходы на выплавку металла.

Физическая и математическая постановка задачи. В работе электрической печи постоянного тока с подовым электродом можно выделить несколько основных периодов: нагрев и плавление шихты, жидкий период, во время которого приготавливается сталь, и слив жидкого металла. Время жидкого периода колеблется от 15 до 60 % от общего времени плавки в зависимости от марки приготавливаемой стали и исходного сырья [14, 15]. В жидкий период плавки металл полностью расплавлен и находится при температуре около 1550-1600 °С. Оценим процессы в промышленной осесимметричной дуговой печи в жидкий период. Тепло, производимое электрической дугой, мало и только компенсирует потери тепла через защитный слой футеровки. Относительная мощность джоулева тепла невелика и составляет около 10^{-5} по сравнению с тепловой мощностью электрической дуги. Тепловое число Пекле, характеризующее относительную роль конвективного переноса тепла в сравнении с его переносом за счет молекулярной теплопроводности $Pe = 0,055$. Число Грасгофа, характеризующее отношение архимедовой силы в неоднородном поле температур к силам вязкого трения, составляет $G_r = 0,054$. Эти оценки позволяют на данном этапе рассматривать процессы в расплаве без учета конвекции и теплопереноса.

На рис. 1 приведена упрощенная схема цилиндрической электросталеплавильной печи постоянного тока с двумя электродами. Здесь 1 – огнеупорная футеровка, 2 – жидкий металл, 3 – электроды. Будем считать, что печь имеет осесимметричную форму и круглые электроды расположены осесимметрично. Так как вся конструкция имеет осевую симметрию, то и протекающие в ней физические процессы будут обладать осевой симметрией.

Рассмотрим гидродинамические и электромагнитные процессы, протекающие в такой печи. Предположим, что металл в печи расплавлен и на электроды подано некоторое постоянное напряжение, положительное на нижний и отрицательное на верхний электрод. Под действием приложенного к электродам напряжения в жидком металле потечет ток. В силу симметрии линии плотности тока \vec{j} будут лежать в меридиональных сечениях. Из



закона полного тока для любого поперечного сечения печи $I = \oint_S \vec{j} d\vec{S} = const$, где S – площадь поперечного сечения печи, и хода линий тока, можно сделать вывод, что плотность тока должна убывать при удалении от оси симметрии. Этот ток создает осесимметричное магнитное поле, вектор магнитной индукции \vec{B} которого лежит в азимутальной плоскости, а линии магнитной индукции – концентрические окружности в этой плоскости.

На проводник с током в магнитном поле действует сила Ампера с объемной плотностью $\vec{f}_e = [\vec{j}, \vec{B}]$, которая перпендикулярна вектору плотности тока \vec{j} и вектору магнитной индукции \vec{B} . Для рассматриваемой схемы сила \vec{f}_e направлена к оси симметрии, лежит в меридиональной плоскости и имеет две составляющие: радиальную и осевую. Радиальная составляющая направлена к оси симметрии, а меридиональная к противоположному электроду. Радиальная составляющая силы Ампера вызывает поперечное сжатие проводника (пинч-эффект).

Выделим небольшой кусочек жидкого проводника вдоль линии тока слева от электрода (см. рис. 1). На разные части этого кусочка будет действовать разная удельная сила, уменьшающаяся при удалении от оси симметрии ($f_1 < f_2 < f_3$). Эта сила сообщает выделенному элементу поступательное и вращательное движение, так как создает вращающий момент. Под действием этой силы элемент будет перемещаться как целое к оси симметрии и поворачиваться против часовой стрелки. Но так как проводник жидкий, то в нем возникнет вихревое течение, направление которого указано на рис. 1. Необходимым условием возникновения вихревого течения ($rot \vec{v} \neq 0$) является вихревой характер электромагнитной силы \vec{f}_e ($rot \vec{f}_e \neq 0$). Такой характер течения как раз и наблюдается при пространственной неоднородности электрического тока.

В данном примере вихревое движение жидкого проводника возникает при подводе электрического тока в отсутствие внешних магнитных полей при пространственной неоднородности электрического тока. Электрический ток в жидком проводнике создает собственное магнитное поле, которое при определенных условиях вызывает вихревое движение жидкости.

Для построения физической модели процесса сделаем следующие допущения:

- 1) среда считается немагнитной ($\mu = 1$, для железа точка Кюри равна 760°C);
- 2) среда является хорошим проводником и ее диэлектрической проницаемостью можно пренебречь ($\varepsilon=1$);
- 3) конвективным током, вызванным движением среды, по сравнению с током проводимости, можно пренебречь;
- 4) физические характеристики среды предполагаются однородными и изотропными;
- 5) расплав считается несжимаемой жидкостью с одинаковой по объему температурой, тепловая конвекция не учитывается;
- 6) химические реакции не учитываются.

Протекающие в электрической печи процессы при выплавке металла нестационарные. Однако они протекают достаточно медленно и с хорошей точностью могут описываться в стационарной постановке с учетом электромагнитной силы Лоренца $\rho^{-1}[\vec{j}, \vec{B}]$. По предварительным оценкам число Рейнольдса составляет величину порядка 10^6 , что дает основания рассматривать движение расплава как турбулентное. Поэтому для замыкания уравнений движения использовалась $k-\varepsilon$ модель турбулентности. Для квазистационарных процессов система уравнений магнитной гидродинамики, описывающих турбулентное движение изотермического расплава металла в печи, имеет вид [7, 16-18]:
уравнение Навье-Стокса:

$$(\vec{v}\nabla)\vec{v} = \vec{g} - \frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\Delta\vec{v} + \frac{1}{\rho}[\vec{j}, \vec{B}]; \quad (1)$$

уравнение неразрывности

$$\nabla\vec{v} = 0; \quad (2)$$

уравнения $k-\varepsilon$ модели турбулентности

$$\rho\vec{v}\nabla k = \nabla\left(\left(\eta + \frac{\eta_T}{\sigma_k}\right)\nabla k\right) + \eta_T P(\vec{v}) - \rho\varepsilon; \quad (3)$$

$$\rho\vec{v}\nabla\varepsilon = \nabla\left(\left(\eta + \frac{\eta_T}{\sigma_\varepsilon}\right)\nabla\varepsilon\right) + C_{\varepsilon 1}\varepsilon\eta_T P(\vec{v}) - \frac{C_{\varepsilon 2}\rho\varepsilon^2}{k}; \quad (4)$$

где

$$P(\vec{v}) = \frac{\nabla\vec{v}}{\nabla\vec{v} + \nabla\vec{v}^T}, \quad \eta_T = \frac{C_\mu\rho k^2}{\varepsilon}; \quad (5)$$

уравнения Максвелла

$$[\nabla, \vec{E}] = 0; \quad \nabla\vec{D} = \rho_e; \quad (7)$$

$$\nabla\vec{B} = 0; \quad [\nabla, \vec{H}] = \vec{j}; \quad (8)$$

закон Ома для движущейся среды

$$\vec{j} = \sigma(\vec{E} + [\vec{v}, \vec{B}]); \quad (9)$$

закон сохранения заряда

$$\nabla\vec{j} = 0; \quad (10)$$

где \vec{v} , ρ и p – скорость, плотность и давление жидкости; \vec{g} – ускорение свободного падения; \vec{j} – плотность тока; \vec{B} – индукция магнитного поля; ν – коэффициент кинематической вязкости среды; $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$, C_μ – константы модели турбулентности; k , ε – параметры модели турбулентности; η – вязкость; η_T – турбулентная вязкость; σ – удельная проводимость среды; \vec{E} – напряженность электрического поля. В уравнении (1) учтены силы: давления $-\rho^{-1}\nabla p$, вязкого трения $\nu\Delta\vec{v}$, тяжести \vec{g} , электромагнитная сила Лоренца $\rho^{-1}[\vec{j}, \vec{B}]$.

Задача решалась при следующих граничных условиях:
условия прилипания на границе расплава

$$\vec{v} = 0. \quad (11)$$

для электрического поля

$$E_{\tau_1} = E_{\tau_2}, D_{n_1} = D_{n_2}; \quad (12)$$

для магнитного поля

$$B_{n_1} = B_{n_2}, B_{\tau_1} = B_{\tau_2}; \quad (13)$$

для плотности тока на поверхности футеровки

$$j_n = 0; \quad (14)$$

на торцах электродов

$$j_n = j_0 = I/S. \quad (15)$$

Условия прилипания использовались как в соприкосновении расплава с футеровкой, так и со шлаком на верхней поверхности расплава. Такое приближение справедливо, т.к. вязкость шлака на поверхности расплава значительно выше вязкости расплава. На границах расчетной области использовались условия магнитной и электрической изоляции (электрическое и магнитное поле не распространяется за пределы расчетной области) или неотражающие граничные условия (электрическое и магнитное поле не отражается от искусственных границ расчетной области) [19], которые были опробованы в работах [20].

Стратегия решения с использованием сопряженного анализа. Рассматриваемая задача не имеет аналитического решения и поэтому решается численно. По результатам анализа численных методов решения был выбран метод конечных элементов [21] и система ANSYS [18]. Задача относится к классу мультифизических и стратегия решения такой задачи состоит из следующих этапов: моделирование электромагнитных полей; моделирование электровихревых течений.

Такая последовательность в решении задачи обусловлена особенностями решения задач мультифизики в рамках системы ANSYS. Результатом моделирования электромагнитных полей является значения электромагнитной силы и других электромагнитных параметров, полученные для каждой узловой точки по объему расплава. Кроме того, результатом решения 1-го этапа является определение количества Джоулева тепла на единицу объема, полученное в каждой узловой точке. Задавая распределения электромагнитной силы в виде начальной нагрузки на 2-м этапе можно рассчитать скорость движения расплава, вызванное электромагнитным воздействием. Далее необходима проверка влияния движения расплава на распределение электромагнитных параметров и тепла по объему. Учитывая все эти факторы и повторяя эту последовательность до получения сходимости результатов, получаем распределение скоростей по объему расплава максимально приближенное к промышленным электросталеплавильным печам.

Моделирование электровихревых движений в осесимметричной печи. Рассмотрим электромагнитные и гидродинамические процессы в модели осесимметричной печи постоянного тока, схема и размеры расчетной области которой приведены на рис. 2.

Для моделирования за основу взяты данные, соответствующие параметрам реальной промышленной печи: сила тока $I = 80$ кА, проводимость металла $\sigma_1 = 0,9 \cdot 10^6$ (Ом·м)⁻¹, проводимость электродов $\sigma_2 = 0,2 \cdot 10^6$ (Ом·м)⁻¹, относительная магнитная проницаемость металла и окружающей среды $\mu = 1$, относительная диэлектрическая проницаемость среды $\varepsilon = 1$. Гидродинамические параметры для температуры расплава были взяты из [22], константы $k - \varepsilon$ модели турбулентности (3)-(5) из работы [9].

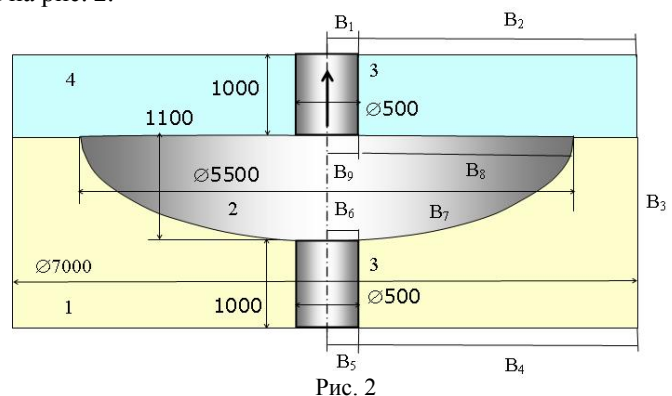


Рис. 2

В силу осевой симметрии задачи расчетная область составляла половину реальной области. Расчеты проводились с использованием различных видов анализа на различных сетках. Выяснено существенное влияние на результаты расчетов размеров расчетной сетки и формы конечных элементов. По предварительному анализу было определено оптимальное разбиение на конечные элементы и их форма. Расчетная область разбивалась на элементы неравномерно: в области подового электрода, где большие градиенты электромагнитных параметров, элементы располагались густо и имели небольшие размеры, порядка 0,01 от радиуса электрода. По мере удаления от подового электрода, в связи с уменьшением градиентов параметров, размеры элементов увеличивались пропорционально расстоянию до оси симметрии, увеличиваясь в десять раз на периферии.

Для решения задачи использовались следующие условия для границ, обозначенных на рис. 2: для границ V_1, V_5, V_6, V_9 плотность тока (15); для границ V_8, V_7 изоляция электрического тока (14); для границ V_6, V_7, V_8, V_9 условия непрерывности электрического (12) и магнитного поля (13).

Гидродинамические процессы рассматривались только для области расплавленного металла и на границах чаши печи V_6, V_7, V_8, V_9 задавалось условие прилипания (11).

Исследовано влияние граничных условий для электромагнитного поля на искусственных границах расчетной области V_2, V_3, V_4 на параметры в центральной зоне. В расчетах использовались условия магнитной изоляции, которые являются стандартными для электромагнитного анализа, и неотражающие граничные условия. Выяснено незначительное влияние разных граничных условий на параметры в центральной зоне. Результаты расчетов с условиями магнитной изоляции и неотражающими условиями различаются в пределах погрешностей расчета на 0,7%. В дальнейшем расчеты проводились с неотражающими граничными условиями и за расчетную область был выбран расплав металла, защитный слой футеровки, верхний и нижний электроды.

На рис. 3 приведено векторное и контурное поле силы Лоренца около подового электрода (анода). На рисунке обозначены: 1 – огнеупорная футеровка, 2 – жидкий металл, 3 – электроды, 4 – воздух. Значение силы Лоренца в расчетах изменялось от 0,01 Н до 39,3 кН и в среднем составило величину порядка 30% от объемной силы тяжести. Результаты расчетов подтверждают факт, что сила Лоренца в печах с подовым электродом является определяющей при возникновении электровихревого течения. На рис. 4 приведено контурное поле ротора силы Лоренца.

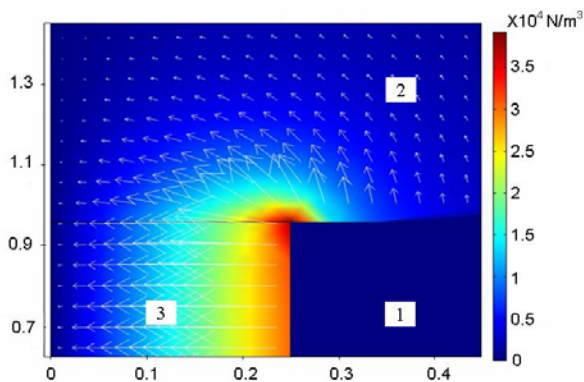


Рис. 3

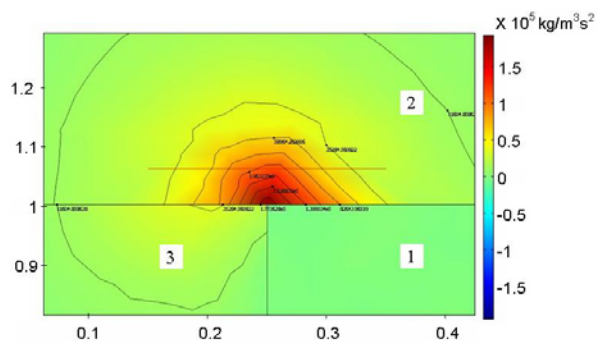


Рис. 4

Из графиков видно, что ротор силы Лоренца достигает максимальных значений в области подового электрода, что подтверждает теоретическое предположение о вихревом характере движения расплава, вызванного этой силой.

Для проверки предположения об отсутствии существенно влияния термогравитационной конвекции на общий характер движения расплава, а также для завершения первого этапа было смоделировано распределение температур по объему расплава. На рис. 5 представлены изолинии и контурный график распределения температуры по объему расплава. Как видно из графика наибольший градиент температур локализован в области электрической дуги (области верхнего электрода), а распределение температур происходит сверху вниз, что делает невозможным возникновение существенных конвективных потоков.

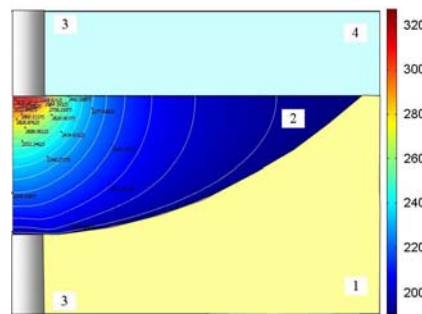


Рис. 5

На следующем этапе, согласно стратегии решения задачи, были смоделированы гидродинамические процессы в расплаве металла в осесимметричной постановке. На рис. 6 приведены гидродинамические поля модуля скорости, вектора скорости и линии тока расплава. Как видно из графиков в расплаве возникает интенсивное вихревое движение. Вихрь образуется в области подового электрода, как показано на рис. 6, и там имеет максимальную скорость. Поток расплава на оси симметрии восходящий и, достигая верхней границы объема расплава, устремляется вниз. Максимальная скорость вихревого движения наблюдается на оси электродов и достигает 0,5 м/с. Скорость расплава у торца анода возле футеровки около 0,1 м/с.

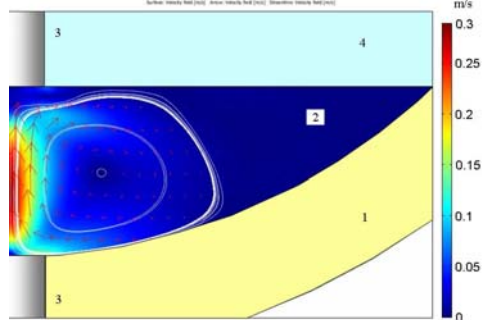


Рис. 6

Рассмотрим потери энергии за счет турбулентного характера течения. На рис. 7 представлен график турбулентной вязкости по объему расплава. Как видно из графика турбулентная вязкость достигает

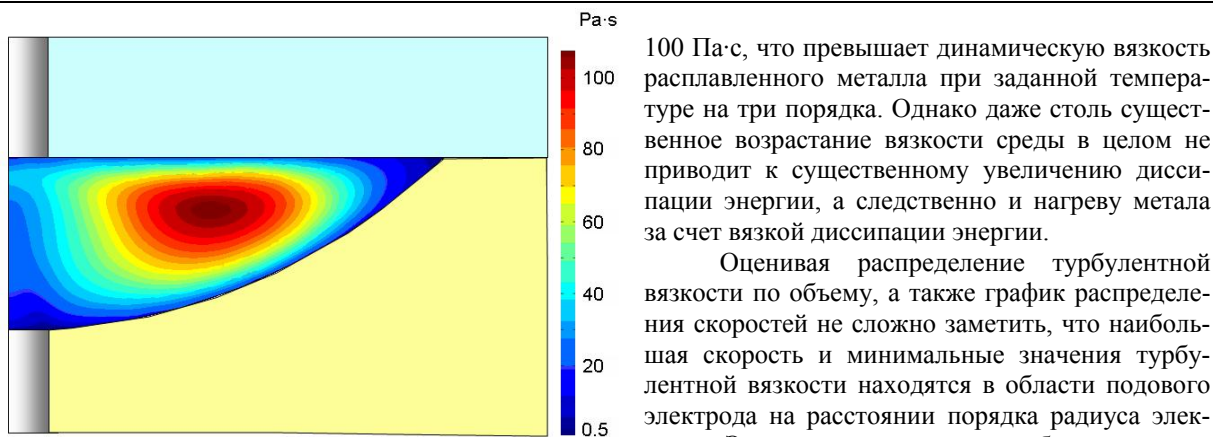


Рис. 7

100 Па·с, что превышает динамическую вязкость расплавленного металла при заданной температуре на три порядка. Однако даже столь существенное возрастание вязкости среды в целом не приводит к существенному увеличению диссипации энергии, а следственно и нагреву металла за счет вязкой диссипации энергии.

Оценивая распределение турбулентной вязкости по объему, а также график распределения скоростей не сложно заметить, что наибольшая скорость и минимальные значения турбулентной вязкости находятся в области подового электрода на расстоянии порядка радиуса электрода. Это свидетельствует о наибольшем влиянии электровихревого течения на размывание

футеровки в непосредственной близости подового электрода, что подтверждается экспериментальными данными по повышенному износу подового электрода и футеровки в его области.

Для верификации полученных результатов аналогичные расчеты были проведены в системе COMSOL. Сравнение результатов полученных в COMSOL и ANSYS показало незначительное отклонение, которое составило порядка 5%. Хорошее совпадение расчетов разными методами и пакетами говорит о надежности моделей, методов и достоверности полученных результатов.

Выводы. Для описания процессов в электрической печи использована модель магнитной гидродинамики, учитывающая пространственное распределение электрического тока, электрического и магнитного полей и силы Лоренца. Разработана стратегия решения поставленной сопряженной задачи при помощи пакета ANSYS. В осесимметричной и пространственной постановке решена задача, на которой отработаны методы расчета электромагнитных и гидродинамических полей, оценено влияние искусственных граничных условий на границах расчетной области на параметры в центральной зоне. Определен оптимальный тип конечных элементов, размеры сетки и вид анализа.

Показано, что пространственное распределение тока в расплаве металла приводит к возникновению вихревого поля силы Лоренца, которая вызывает электровихревое движение расплава. Установлено, что сила Лоренца составляет около 30 % от объемной силы тяжести и играет определяющую роль в возникновении вихревого движения расплава, максимальная скоростью которого достигает 1 м/с.

Результаты расчетов в ANSYS сравнивались с экспериментальными данными и расчетами в COMSOL. Хорошее совпадение расчетов разными методами и пакетами говорит о надежности методов и достоверности результатов.

РЕЗЮМЕ

Робота присвячена моделюванню електровихревих полів в обмежених об'ємах металу на прикладі металургійних печей. Наводиться фізична та математична вісі симетрична постановка задачі. Розроблений алгоритм розв'язання та отримані результати електромагнітних та гідродинамічних полів у розплаві сталі, за допомогою програмно-обчислювального комплексу ANSYS.

Ключові слова: сила Лоренца, електровихрові течії, чисельне моделювання.

SUMMARY

Work is devoted to modelling magneto hydrodynamic effect of electro vortex movement in finite volume of liquid metal appears in DC electro steel smelting furnace with bottom electrode. The physical and mathematical axial symmetry statements are provided. The algorithm of solution is developed. The results of electromagnetic and hydrodynamic fields in liquid steel with help of ANSYS and COMSOL software packages.

Key words: Lorenz force, electro vortex movement, numerical modelling.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Электровихревые течения / В.В. Бояревич, Я.Ж. Фрейберг, Е.И. Шилова и др. – Рига: Зинатие, 1985. – 315 с.
2. DC arc melting furnaces / S.M. Nekhamin, A.G. Lunin, M.M. Krutyanskii, A.K. Filippov // Refractories and Industrial Ceramics. – 2005, Vol. 46, No 1. – P. 37-39.
3. Губинский В. И. Металлургические печи / В. И. Губинский – Днепропетровск: НМетАУ, 2006. – 85 с.
4. Исследование тепловых и гидродинамических эффектов, сопровождающих растекание электрического тока в объеме жидкого металла / В. М. Жилин, Ю. П. Ивочкин, А.А. Оксман и др. // VI minsk international heat and mass transfer for UM MIF 2008, (Minsk, May 19-23, 2008). – Minsk, 2008. – P. 9-16.
5. Ячиков И. М. Моделирование электровихревых течений в ванне дуговой печи постоянного тока / И. М. Ячиков, О. И. Карандаева, Т. П. Ларина. – Магнитогорск, ГОУ ВПО «МГТУ», 2008. – 234 с.
6. Ushio M. Mathematical modelling of flow field and heat transfer in high-current arc discharge / M. Ushio, J. Szekely, C. W. Chang // Ironmaking and Steelmaking. – 1981, No 6. – P. 279-286.

7. Szekely J. Heat-transfer fluid flow and bath circulation in electric arc furnaces and dc plasma furnaces / J. Szekely, J. McKelliget, M. Choudhary // Ironmaking and Steelmaking. – 1983, Vol. 10, No 4. – P. 169-179.
8. Henning B. DC furnace containment vessel design using computational fluid dynamics / B. Henning, M. Shapiro, L.A. le Grange // Proceedings: Tenth International Ferroalloys Congress; INFACON X: «Transformation through Technology» – (Cape Town, South Africa, 1-4 February 2004). – 2004. – P. 565-574
9. Wang F. Numerical study of dc arc plasma and molten bath in dc electric arc furnace / F. Wang, Z. Jin, Z. Zhu // Ironmaking and Steelmaking. – 2006, Vol 33, No 1. – P. 39-44
10. Modeling of heat transfer from an electric arc – a simulation of heating – Part I / J. Alexis, M. Ramirez, G. Trapaga, P. Jonsson // Electric Furnace Conference Proceedings. –1999. – P. 279-287.
11. Modeling of a DC Electric Arc Furnace – Heat Transfer from the Arc / J. Alexis, M. Ramirez, G. Trapaga, P. Jonsson // ISIJ International. – 2000, Vol. 40, No 11. – P. 1089-1097.
12. Effects of the Arc, Slag and Bottom bubbling of argon on the fluid flow and heat transfer of a DC EAF Bath – Part II / M. Ramirez, G. Trapaga, J. Alexis, P. Jonsson // Electric Furnace Conference Proceedings. – 1999. – P. 751-761.
13. Ramirez M. J. Fluid flow and heat transfer in steel or steel/slag baths of a DC electric arc furnace under the influence of the arc and gas injection / M. Ramirez, G. Trapaga, and McKelliget // Paper presented at the Brimacombe Memorial Symposium (Vancouver, British Columbia, Canada, 4 October 2000). – 2000. – P. 14-18
14. Малиновский В. С. Техничко-экономические результаты промышленного освоения дуговых печей постоянного тока нового поколения / В. С. Малиновский, И. Б. Власова, В. Д. Малиновский // Черная металлургия: Бюл. НТИ. – 2010, № 2. – С. 26-40.
15. Малиновский В. С. Дуговые печи постоянного тока нового поколения (ДППТНП) в сталеплавильном производстве./ В.С. Малиновский // Труды 6-го конгресса сталеплавильщиков. – 2001. – С. 213-220.
16. Ландау Л. Д. Теоретическая физика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц – М.: Физматлит, 2001. – Т. VIII: Электродинамика сплошных сред. – 656 с.
17. Повх И. Л. Магнитная гидродинамика в металлургии / И. Л. Повх, А. Б. Капуста, Б. В. Чекин. – М.: Металлургия, 1974. – 240 с.
18. ANSYS Advanced analysis techniques guide ANSYS Release 10.0. – U.S.A. Canonsburg, august 2005. – 340 p.
19. Ryaben’kii V. S. Global discrete artificial boundary conditions for time-dependent wave propagation / V. S. Ryaben’kii, S. V. Tsynkov, V. I. Turchaninov // Journal of Computational Physics. – 2002, No 174 – P. 712-758
20. Казак О. В. Вихревое движение расплава в сталеплавильных печах / О. В. Казак, А. Н. Семко // Международная научная конференция «Физика конденсированного состояния» (ФКС-XVII) (Гродно, Беларусь, 21-23 апр. 2010). – 2010. – С. 39 – 42.
21. Trif D. Basics of fluid mechanics and introduction to computational fluid dynamics / D. Trif, T. Petrila. – Boston: Springer Science Business Media Inc, 2005. – 438 p.
22. Таблицы физических величин. Справочник. // Под ред. И. К. Кикоина. – М.: Атомиздат, 1976. – 1008 с.

Надійшла до редакції 20.04.2010 р.