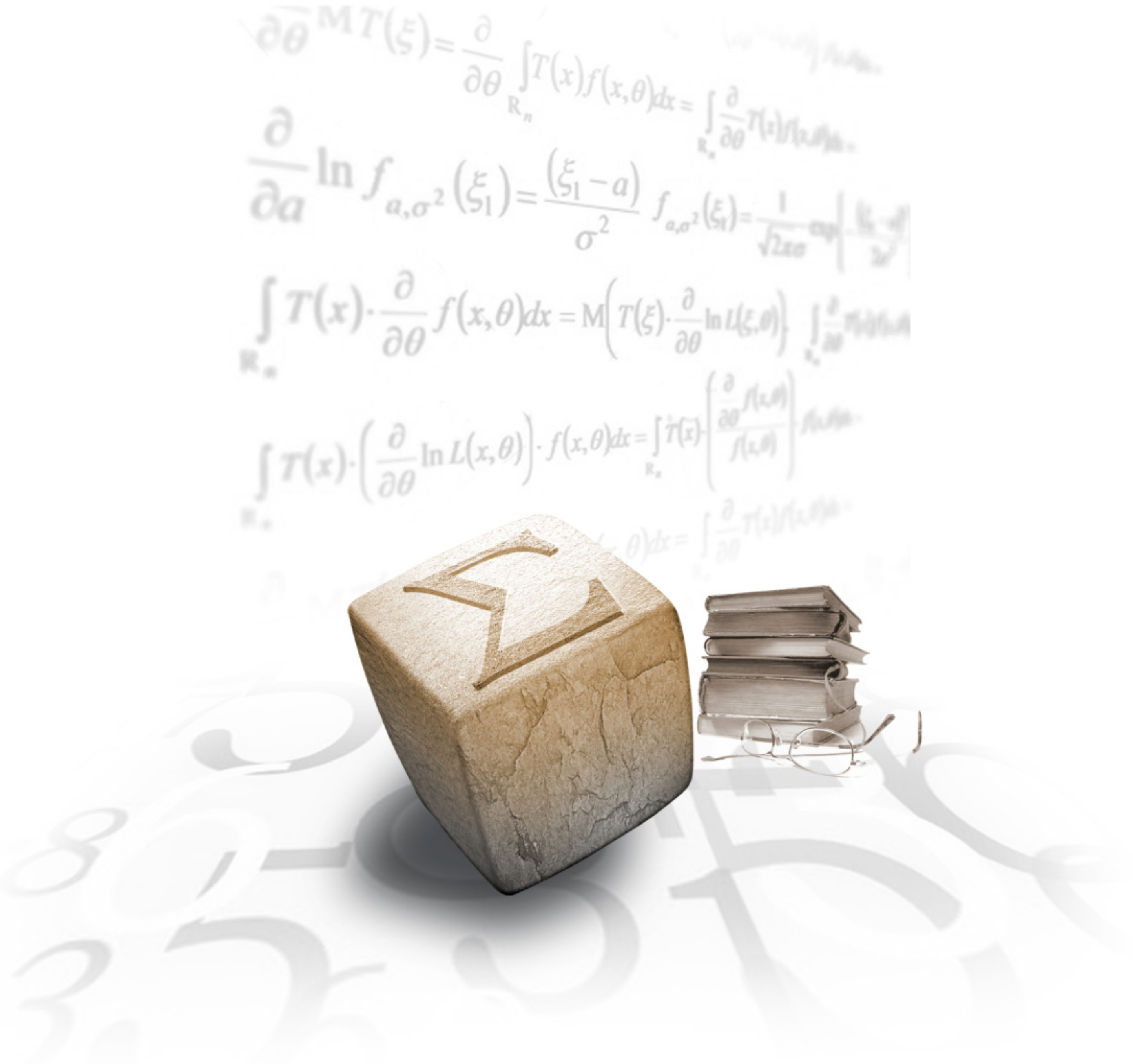
О.Г. Євсеєва



ТЕОРЕТИКО - МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ ДІЯЛЬНІСНОГО ПІДХОДУ ДО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

СТУДЕНТІВ ВИЩИХ ТЕХНІЧНИХ ЗАКЛАДІВ ОСВІТИ

О. Г. Євсеєва

ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ ДІЯЛЬНІСНОГО ПІДХОДУ ДО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТІВ ВИЩИХ ТЕХНІЧНИХ ЗАКЛАДІВ ОСВІТИ

Монографія

Науковий редактор
доктор педагогічних наук, професор
О. І. Скафа

Донецьк
ДВНЗ "ДонНТУ"
2012

УДК 378.14:[51:004]
Є 25

Рекомендовано до видання вченою радою ДВНЗ
"Донецький національний технічний університет"
(протокол № 11 від 23 грудня 2011р.)

Рецензенти:

В. А. Петрук*,* доктор педагогічних наук, професор, професор кафедри вищої математики, заступник директора Головного центру довузівської підготовки Вінницького національного технічного університету;

М. В. Працьовитий, доктор фізико-математичних наук, професор, директор фізико-математичного інституту Національного педагогічного університету ім. М. П. Драгоманова;

Н. А. Тарасенкова, доктор педагогічних наук, професор, проректор з наукової роботи Черкаського національного університету ім. Б. Хмельницького.

Євсеєва О. Г.

Є-25 **Теоретико-методичні основи діяльнісного підходу до навчання математики студентів вищих технічних закладів освіти : монографія /** О. Г. Євсеєва; науковий редактор д.пед.н., проф. О. І. Скафа. – Донецьк: ДВНЗ "ДонНТУ", 2012. – 455 с.: іл.

ISBN 978-966-377-131-1

У монографії представлена методична система діяльнісного навчання вищої математики студентів технічних напрямів підготовки. Обґрунтовано структуру і можливість використання для проектування й організації діяльнісного навчання предметної моделі студента технічного університету з вищої математики. Отримана діяльнісно орієнтована технологія навчання, описано цілі, зміст, методи, організаційні форми, засоби і продукти начальної діяльності.

Монографія може бути рекомендована викладачам математики вищих технічних навчальних закладів, студентам магістратури, що вивчають дисципліну "Методика навчання математики у вищій школі", а також науковцям та аспірантам галузі теорії та методики навчання математики.

УДК 378.14:[51:004]
ISBN 978-966-37-131-1

З М І С Т

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ……………………….. 6

ВСТУП…………………………………………………… 7

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТІВ ВИЩИХ ТЕХНІЧНИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДІВ НА ЗАСАДАХ ДІЯЛЬНІСНОГО ПІДХОДУ………… 11

1.1. Тенденції розвитку діяльнісного підходу до навчання………………………………………… 11

1.1.1. Навчання на засадах діяльнісного підходу як дидактичний феномен…………………… 11

1.1.2. Основні положення теорії діяльності як теоретичної основи навчання на засадах діяльнісного підходу…………………................... 20

1.1.3. Виникнення і розвиток діяльнісного підходу до навчання……………………....................... 28

1.1.4. Особливості навчальної діяльності у навчанні на засадах діяльнісного підходу………...… 36

1.2. Діяльнісний підхід як теоретична основа навчання математики у вищій технічній школі …..……….… 49

1.2.1. Сучасні підходи до навчання математики у ВТНЗ……………..…………………......... 49

1.2.2. Дидактичні принципи навчання математики у ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу……..... 69

1.3. Психолого-педагогічні передумови впровадження діяльнісного підходу у навчання математики у вищій технічній школі ………………………… 75

1.3.1. Особливості розвитку особистості студента.. 75

1.3.2. Психологічні основи формування інженерного професійного мислення............................ 83

1.3.3. Психологічні основи формування мотивації до навчання математики студентів ВТНЗ… 93

РОЗДІЛ 2. ДИДАКТИЧНІ ОСНОВИ ЗАСВОЄННЯ ЗМІСТУ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН У НАВЧАННІ НА ЗАСАДАХ ДІЯЛЬНІСНОГО ПІДХОДУ……… 102

2.1. Засвоєння змісту навчання на засадах діяльнісного підходу…………………………………………….. 102

2.2. Освоєння математичних предметних дій…….......... 108
2.2.1. Математичні предметні дії ………………… 108
2.2.2. Властивості математичних предметних дій………………………………………………… 119
2.2.3. Поетапне освоєння дій……………............................ 130
2.2.4. Система навчальних дій у навчанні математики…………………………………………… 136
2.3. Засвоєння знань під час навчання математики на засадах діяльнісного підходу……………………….. 147
2.3.1. Знання як об'єкт дослідження…………….… 149
2.3.2. Знання як дидактична категорія…………… 152
2.3.3. Знання як категорія когнітивної психології………………………………… 155
2.3.4. Роль знань у навчанні на засадах діяльнісного підходу……………………………….. 158
2.4. Структурування математичних знань на рівні понять…………………………………………........ 165
2.4.1. Установлення ієрархії предметних понять… 165
2.4.2. Структурування понять як вид навчальної діяльності……......……………………............... 172
2.5. Предметна модель студента як основа проектування і організації навчання…………………… …. 185
2.6. Діяльнісна концепція навчання математики студентів вищих технічних навчальних ………………. 206
РОЗДІЛ 3. МЕТОДИЧНА СИСТЕМА ДІЯЛЬНІСНОГО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТІВ ТЕХНІЧНИХ ЗАКЛАДІВ ОСВІТИ............................ 212
3.1. Модель проектування і організації навчання математики студентів ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу…………………………...………… 212
3.2. Методичні вимоги до проектування цілей діяльнісного навчання математики у ВТНЗ……………… 222
3.3. Зміст навчання математики у ВТНЗ як компонент методичної системи……………………......... 222
3.4. Методи діяльнісного навчання математики............... 237
3.5. Організаційні форми діяльнісного навчання математики у ВТНЗ..………………………………... 255
3.5.1. Методичні вимоги до організації лекцій у діяльнісному навчанні………………………… 255

3.5.2 Проектування практичних занять з математики…………………………………… 264
3.5.3. Організація самостійної роботи студентів на засадах діяльнісного підходу……………… 272
3.6. Засоби діяльнісного навчання математики………… 286
3.6.1. Засоби навчання математики, спрямовані на освоєння математичних дій..………………. 288
3.6.2. Комп'ютерно орієнтовані засоби у системі діяльнісного навчання математики у ВТНЗ... 290
3.7. Продукти навчальної діяльності та їх контроль при кредитно-модульній організації навчання………… 301
РОЗДІЛ 4. ТЕХНОЛОГІЇ ПРОЕКТУВАННЯ Й ПРОВАДЖЕННЯ ЗАСОБІВ ДІЯЛЬНІСНОГО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТІВ ВТНЗ………… 316
4.1. Розробка предметної моделі студента технічного університету з вищої математики…….…………….. 317
4.1.1. Тематичний компонент ПМС……......………. 317
4.1.2. Семантичний компонент ПМС……..……… 319
4.1.3. Функціональний компонент ПМС…..……… 329
4.1.4. Процедурний компонент ПМС..…..………… 333
4.1.5. Операційний компонент ПМС..…..………… 336
4.2. Побудова системи задач на основі спектрального методу…………………..……………………. 339
4.3. Використання схем орієнтування у навчанні вищої математики ……..…………………………. 353
4.4. Встановлення міжпредметних та внутрішньо предметних зв’язків математичних дисциплін на базі предметної моделі студента………………… 366
4.5. Навчальний посібник “Система підготовки до модульних контролів з математики у ВТНЗ………… 377
4.6. Створення навчального посібника за діяльнісною технологією “Вчимося працюючи”……………... 389
4.7. Комп’ютерно орієнтована система “Автоматизоване робоче місце викладача математики у ВТНЗ”…. 396
ВИСНОВКИ……………………………………………….. 402
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ……………………... 410
ДОДАТКИ……………………………………………….…. 446

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

ВНЗ – вищий навчальний заклад;

ВТНЗ – вищий технічний навчальний заклад;

ДонНТУ – Донецький національний технічний університет;

ЕДК – евристико-дидактична конструкція;

ЕНМП – електронний навчально-методичний посібник;

ІКТ – інформаційні комунікаційні технології;

ММ – математична модель;

НМФ – нормативна модель фахівця;

ОКХ – освітньо-кваліфікаційна характеристика;

ООД – орієнтувальна основа діяльності;

ОПП – освітньо-професійна програма;

ОК – операційний компонент предметної моделі студента;

ПЗ – програмний засіб;

ПМС – предметна модель студента;

ППЗ – педагогічний програмний засіб;

ПК – процедурний компонент предметної моделі студента;

СК – семантичний компонент предметної моделі студента;

СНТК – студентська науково-технічна конференція;

СРС – самостійна робота студента;

ТК – тематичний компонент предметної моделі студента;

ФК – функціональний компонент предметної моделі студента;

CAS – система комп'ютерної алгебри;

ECTS – Європейська кредитно-трансферна система.

ВСТУП

Україна чітко визначила свій орієнтир на європейську інтеграцію, напрямами якої є впровадження європейських норм і стандартів в освіті. У Плані дій щодо забезпечення якості вищої освіти України та її інтеграції в європейське і світове освітнє співтовариство [304] ставиться завдання "розробки механізмів запровадження в систему вищої освіти в рамках традиційного навчання розвивальних технологій професійної освіти, в тому числі і діяльнісно орієнтованих технологій".

Запровадження таких технологій навчання не може бути здійснено у рамках традиційного навчання. Це можливо тоді, коли саме навчання буде організоване на засадах діяльнісного підходу. Тому розгляд проблеми упровадження діяльнісного підходу в освітній процес вищих технічних навчальних закладів (ВТНЗ) є вельми актуальним.

Кожна дисципліна в системі вищої інженерної освіти робить свій внесок у формування майбутнього фахівця. Надзвичайно важлива роль при цьому належить математиці і як універсальній міждисциплінарній мові для опису й вивчення інженерних об'єктів і процесів, і як універсальному інструменту здійснення професійної діяльності інженера.

Питання розвитку математичної освіти студентів вищих технічних навчальних закладів розглядалися в роботах таких учених як Н. А. Вірченко [62], К. В. Власенко [65-68], Г. Я. Дутка [114, 115], В. І. Клочко [234-236], В. В. Корнещук [247], Т. В. Крилова [252-254], О. Я. Кучерук [247], Л. І. Нічуговська [311-313], В. А. Петрук [328], М. В. Працьовитий [345], І. М. Реутова [357], С. О. Семеріков [376, 377], О. І. Скафа [385, 389], П. О. Стеблянко [405-407] та ін.

У цих дослідженнях зосереджувалася увага на фундаменталізації, диференціалізації, інтенсифікації та професійної спрямованості навчання вищої математики у ВНЗ, на розробці методичних систем та технологій формування прийомів професійно орієнтованої діяльності майбутніх інженерів. Але проблема, пов'язана з повною перебудовою традиційної системи навчання математичних дисциплінах у ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу, майже не розглядалася.

Монографія присвячена розробці науково обґрунтованої теоретико-методичної системи навчання математичних дисциплін студентів інженерних спеціальностей на засадах діяльнісного підходу. Враховуючи вимоги сьогодення і перспективи розвитку вищої освіти, навчання математики студентів технічних спеціальностей має вийти на новий рівень. Розв'язання цього завдання можливо за умови розробки такої методичної системи навчання математики, яка б дала можливість викладачам вищих технічних навчальних закладів здійснювати науково-обґрунтовану модернізацію навчання. Така методична система може бути розроблена на засадах діяльнісного підходу.

Діяльнісний підхід виник у психології і ґрунтується на тому, що психіка людини обумовлена її діяльністю і розвивається тільки в процесі діяльності.

Діяльнісний підхід у навчанні виник у середині минулого століття і є альтернативою традиційному підходу. Метою традиційного навчання є формування у студентів заданої системи знань, яка, фактично, відірвана від діяльності. При цьому знання важливі самі по собі незалежно від того, чи мають вони практичну цінність. Тому традиційний підхід був названий "знанньовим".

Основні положення діяльнісного підходу до навчання розроблені в роботах Б. Ц. Бадмаєва [25], Л. С. Виготського [71], П. Я. Гальперіна [77-79], О. М. Леонтьєва [266], Ю. І. Машбиця [291], З. О. Решетової [360], С. Л. Рубінштейна [367], Н. Ф. Тализіної [413-417] та ін. У завершеному вигляді теорія діяльнісного навчання з орієнтацією на вищу школу була сформульована Г. О. Атановим [19]. Ним було введено поняття діяльнісного навчання і розроблено його методологічне обґрунтування.

Метою навчання математики на засадах діяльнісного підходу є освоєння студентами певної системи дій, які будуть потрібні їм у майбутній професійній діяльності. Ця система дій має бути описана якомога детальніше; на її основі будується методика навчання, що дозволяє освоїти кожну дію. При цьому знання відіграють дуже важливу роль. Вони тепер є засобом навчання, за допомогою якого дії готуються, виконуються і освоюються.

Для того, щоб знання можна було використовувати як засіб, їх необхідно структурувати. Розробка п'ятикомпонентної предметної моделі студента технічного університету з вищої математики шляхом тематичного, семантичного, функціонального, операційного і процедурного структурування знань дає змогу поповнити засоби навчання потужним інструментом. Усі компоненти цієї моделі, а особливо її семантичний компонент, який подається у вигляді семантичного конспекту, є засобами проектування й організації навчання математики.

У монографії розглядаються питання проектування й організації навчання математики студентів ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу. Задля реалізації мети дослідження в першому розділі розглянуто навчання на засадах діяльнісного підходу як дидактичний феномен, обґрунтовано використання діяльнісного підходу як теоретико-методичної основи навчання математики студентів технічних напрямів підготовки. Результати досліджень, що розглядаються у першому розділі, опубліковано в роботах [121, 122, 132, 149, 173, 174, 175, 181]

У другому розділі подано дидактичні засади засвоєння змісту математичних дисциплін. За для цього розглянуті психолого-педагогічні процеси освоєння предметних дій і засвоєння знань, обґрунтовано можливість використання предметної моделі студента як основи проектування і організації навчання. Основні результати другого розділу опубліковані в роботах [119, 140, 141, 144, 151, 154, 157, 158, 159, 163, 184].

Розроблення теорії і методики проектування й організації діяльнісного навчання математики студентів ВТНЗ відбувається на підставі діяльнісної концепції навчання, яка визначає, що *д*іяльнісне навчання математики у ВТНЗ – це передача і засвоєння досвіду суспільно-історичної практики у предметній галузі математичних дисциплін, яке є частиною фундаментальної підготовки у системі інженерної освіти; кінцевою метою навчання математики у ВТНЗ є освоєння способів дій, що забезпечують здійснення майбутньої професійної діяльності; цілі навчання математичних дисциплін для кожного конкретного напряму підготовки визначаються на основі державних стандартів, вони полягають у освоєнні *математичних предметних дій*; зміст діяльнісного навчання математики представляється системою математичних предметних дій, що задається характером майбутньої професійної діяльності, і знаннями, які забезпечують виконання й освоєння цих дій.

Третій розділ присвячено питанням розробки методичної системи навчання математики студентів ВТНЗ, що передбачає проектування всіх її структурних елементів і визначення методичних вимог до завдання дидактичних цілей навчальної діяльності, побудови її змісту, визначення методів і засобів її здійснення, а також її організаційних форм і продуктів. Аналіз продуктів навчальної діяльності є необхідним для усвідомлення того, які мають бути очікувані результати навчання у побудованій методичній системі. Особливістю побудованої методичної системи є введення у навчальну діяльність з математичних дисциплін діяльності з розв'язання системи задач, спрямованих на послідовне освоєння математичних предметних дій, за допомогою процедури орієнтування, що дає змогу сформувати у студентів *повну* орієнтовну основу діяльності.

Результати третього розділу опубліковані в роботах [120, 123, 134, 135, 136, 137, 161, 162, 168, 179, 182, 186, 188, 189, 190].

Четвертий розділ присвячено методиці проектування спеціальних засобів навчання математики на засадах діяльнісного підходу: предметної моделі студента технічного ВНЗ з математики, системи задач, що спрямована на послідовне освоєння дій, навчального посібника за діяльнісною технологією "Вчимося працюючи", схем орієнтувальної основи діяльності, комп'ютерної системи "Автоматизоване робоче місце викладача математики", дистанційного курсу "Вища математика", розробленого на засадах діяльнісного підходу, навчального посібника "Система підготовки до модульних контролів у ВТНЗ". Основні ідеї четвертого розділу втілено в навчальних і навчально-методичних посібниках [117, 126, 130, 131, 142, 155, 156, 170, 176, 177, 178, 191], а також циклах статей [118, 124, 129, 132, 146, 147, 148, 152, 153, 165, 166, 167, 185].

Проведений нами педагогічний експеримент підтвердив ефективність та результативність побудованої методичної системи діяльнісного навчання математики у ВТНЗ. Методика проведення і результати експерименту опубліковано у роботах [127, 128, 138].

Автор висловлює глибоку вдячність за плідну співпрацю, яка була стимулом і основою для написання цієї монографії, доктору фізико-математичних наук, професору Г. О. Атанову, без підтримки і допомоги якого ця робота була б неможливою.

РОЗДІЛ 1

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТІВ ВИЩИХ ТЕХНІЧНИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДІВ НА ЗАСАДАХ ДІЯЛЬНІСНОГО ПІДХОДУ

1.1. Тенденції розвитку діяльнісного підходу до навчання

Діяльнісний підхід до життя взагалі є видатним досягненням психології. Він є основним підходом до вивчення закономірностей розвитку свідомості людини та особистості в психології.

Дослідження з діяльнісного підходу у психології започаткували О. М. Леонтьєв [266-268] і С. Л. Рубінштейн [367]. У подальшому внесок у розробку проблеми діяльності зробили вчені К. О. Абульханова-Славська [1], Б. Г. Ананьєв [12], А. В. Брушлінський [47, 48], Л. С. Виготський [71], П. Я. Гальперін [76-79], В. В. Давидов [100, 101], П. І. Зінченко [210], Є. О. Климов [233], Б. Ф. Ломов [274], О. Р. Лурія [279], В. Д. Шадріков [449, 450] та ін.

Цей пункт присвячено розгляду питань виникнення і розвитку діяльнісного підходу до навчання, його методології, принципам організації; визначенню наріжних понять таких, як навчання, його цілі та зміст, навчальна діяльність та інші.

1.1.1. Навчання на засадах діяльнісного підходу як дидактичний феномен. Властивість навчатися належить до фундаментальних властивостей усіх живих систем. Уперше систематичними науковими дослідженнями проблем навчання займалися психологи Е. Л. Торндайк [423], Е. К. Толман, як зазначає Б. Хегенхан [437]. Вони активно працювали у 1930-1940 роках і прагнули побудувати теорію навчання, яка б увійшла до одного ряду з такими фундаментальними науками, як фізика, хімія, математика.

Поняття “навчання” багатозначне. У психології навчання (у широкому сенсі) визначають як процес, який дозволяє накопичувати інформацію в нервовій системі (за Ж. Годфруа [88, с. 348]). Це призводить до зміни зовнішньої (фізичної) та внутрішньої (психічної) діяльності учня.

У педагогічній літературі найчастіше навчання трактується як процес передачі знань, умінь і навичок та оволодіння ними (Б. П. Єсипов [318, с. 101]), або як передача соціального досвіду (М. М. Скаткін [109, с. 130]). М. О. Данілов [104, с. 7] сутність навчання бачить не просто в передачі учню знань, а в управлінні вчителем діяльністю учнів, метою якої є одержання освіти.

Розглянемо деякі трактування поняття “навчання”:

– “цілеспрямована взаємодія викладача й учнів, у ході якої розв’язуються завдання освіти учнів” (Ю. К. Бабанський [324, с. 339]);

– “сукупність послідовних взаємозалежних дій учителя та учнів, спрямованих на засвоєння системи знань, умінь і навичок” (М. М. Скаткін [109, с. 131]);

– “цілеспрямований процес взаємодії вчителя й учнів, у процесі якого відбувається засвоєння знань, умінь і навичок, здійснюється виховання й розвиток учнів” (Т. О. Ільїна [218, с. 202]);

– “уміла організація та стимулювання активної навчально-пізнавальної діяльності учнів з оволодіння науковими знаннями, вміннями і навичками, у розвитку їх творчих здібностей, світогляду й морально-естетичних поглядів і переконань” (І. Ф. Харламов [436, с. 149]);

– “процес стимулюванні й управління зовнішньою і внутрішньою активністю учнів, у результаті якого формуються певні знання, навички і вміння” (Л. Б. Ітельсон [223, с. 56];

– “управління станом пам’яті учня, тобто його знаннями” (Л. О. Растрігін [355, с. 58]);

– “цілісний двосторонній процес педагогічної діяльності вчителя (викладання) і навчально-пізнавальної діяльності учнів, спрямований на досягнення навчально-виховних завдань” (Б. С. Кобзар [110, с. 34]).

На думку В. К. Дяченка [116] й Ю. І. Машбиця [291], терміни “передача знань”, “групова (спільна, колективно розподілена) діяльність”, “єдність викладання і навчання”, “озброєння знаннями, вміннями, навичками”, “цілеспрямований вплив”, “двосторонній процес”, “управління навчальною (пізнавальною) діяльністю”, “розв’язання (педагогічної, дидактичної) задачі” не дають зрозумілої й чіткої уяви про сутність процесу навчання. Кожна з наведених вище характеристик поняття “навчання” відображає певний його аспект. Кожний із цих аспектів, будучи цілком правомірним сам по собі, стає некоректним, якщо претендує на універсальність визначення процесу навчання, як зазначає М. І. Махмутов [290]. Навіть включення кількох аспектів в одне визначення не відбиває всієї повноти процесу навчання.

Ми підтримуємо зауваження Ю. І. Машбиця [291] про те, що визначення навчання як процесу “передачі знань учителем учню”, подане у навчальному посібнику з дидактики середньої школи під редакцією М. М. Скаткіна [109, с. 84], у психологічному плані взагалі позбавлене сенсу, бо знання як ідеальне утворення не може бути безпосередньо передано одним суб’єктом іншому, воно може бути вироблено тільки самим суб’єктом як результат його власної активності.

Зазначений пріоритет знань дозволив Б. Ц. Бадмаєву [25] назвати традиційний підхід до навчання знанньовим, і, за його оцінкою, у практиці навчання на пострадянському просторі підхід до навчання є таким на 85%. Ось як професор Московського державного університету З. О. Решетова [359, с. 3] охарактеризувала ситуацію в освіті, що склалася: “...посилюється інтерес, з одного боку, до дослідження самих цілей навчання, з іншого боку, – до пошуку адекватних засобів їх досягнення. Діапазон цих пошуків досить широкий, але результати надто скромні, бо ведуться вони в *рамках теоретичних концепцій традиційної педагогіки і сформованих ними стереотипів педагогічного мислення.* І хоча робляться заявки на нові підходи: “діяльнісний”, “системний”, “системно-діяльнісний” – фактично вони є поки деклараціями. Методологічні основи для дидактичних розробок залишаються колишніми, і дидактична теорія загалом не зазнає суттєвих змін. <…> Система навчання *розглядається без системоутворювального чинника – діяльності студента*… Програма навчання, його зміст, форми, засоби і методи розглядаються безвідносно до завдання формування діяльності учня… Спроби конструювати моделі з новою технологією навчання по суті відтворюють <…> модель традиційного навчання – *засвоєння* “*готових” знань, відчужених від діяльності*, що формує їх зміст і необхідні якісні характеристики”.

Засвоєння знань відбувається в єдності із засвоєнням способів дії з ними. Н. Д. Левітов [264, с. 11] підтверджує цю думку: “Люди роблять що-небудь не тому, що думають, а думають, тому що повинні що-небудь зробити”. Але протиставлення дій знанням відносне, оскільки будь-яке навчання основ наук одночасно є навчання відповідних розумових дій, вважає О. М. Леонтьєв [266]. У підтвердження цієї думки Ж. Годфруа [87, с. 352] вказує на те, що формування розумової дії неможливе без засвоєння певних знань, оскільки найбільш ефективне поглиблення в досліджуваний предмет відбувається при самостійній роботі учня над цим предметом, встановленні ним зв’язків між різними аспектами предмета. Н. Д. Левітов [264, с. 14] також вважає, що “мета змушує людину думати”.

Людина не народжується з готовими поглядами на світ, знаннями про нього, вмінням розв’язувати задачі. Здійснювати діяльність людині дозволяє досвід суспільно-історичної практики, що засвоюється нею, досвід людства, який передається за допомогою старшого покоління. Цей досвід втілений у предметах матеріальної і духовної культури (знаряддях і засобах виробництва, витворах мистецтва, всіляких носіях інформації і т. ін.) і, головне, у способах виконання дій з ними. Реалізація цих способів і є діяльність. По суті справи, йдеться про різні технології праці, результатом втілення яких у практику є предмети матеріальної і духовної культури людини.

Засвоєння досвіду суспільно-історичної практики відіграє вирішальну роль у житті людини протягом усього її життя. Як відзначає Н. Ф. Тализіна [413], існують два види діяльності людей, які спеціально організуються одними для інших, у процесі яких засвоюється досвід попередніх поколінь, – виховання і навчання. Передачу практичного досвіду попередніх поколінь називають навчанням. У ході навчання людина вчиться. Призначення ж виховання – передати майбутнім поколінням культурну спадщину.

Т. В. Габай [73, с. 5] підкреслює, що під час навчання здійснюються “діяльнісні процеси передачі та засвоєння соціального досвіду людини”. Тобто у навчанні існує дві діяльності. Одна з яких полягає у передачі досвіду. Це діяльність викладача. Друга діяльність полягає у засвоєнні досвіду і це діяльність студента.

Зі сказаного вище виходить, що діяльнісний підхід повинен реалізуватися і у навчанні. Це означає, що в результаті навчання студентами повинні бути освоєні дії, які забезпечують розв'язання задач певного типу. Зрозуміло, що це може бути зроблене тільки в тому випадку, якщо в ході навчання студенти самі будуть здійснювати певну діяльність.

Таким чином, навчання необхідно розглядати як діяльність. Для викладача це означає, що в процесі навчання, при передачі досвіду суспільно-історичної практики він повинен розв'язувати завдання формування у студентів уміння здійснювати діяльність. Отже, навчання є діяльність, яка спрямована на засвоєння та набуття досвіду. Саме так визначає навчальну діяльність Д. Б. Ельконін [457], який вперше ввів це поняття.

Як указує Н. Ф. Тализіна [413], з погляду діяльнісного підходу два традиційні завдання педагогіки, що полягають у передачі знань і в формуванні вмінь по їх застосуванню і, що розв'язуються послідовно, замінюються однією задачею формування вмінь за допомогою знань. Знання і вміння або дії, за допомогою яких ці вміння реалізовуються, розглядаються тепер не в протиставленні одне одному, а в єдності. Це надзвичайно важливе положення, і з погляду не тільки психології, але і філософії, бо воно відображає прояв першого основного закону діалектики про єдність і боротьбу протилежностей.

Таким чином, ми бачимо, що навчання має здійснюватися в діяльності. У загальному випадку діяльністю називають специфічну форму активного відношення до навколишнього світу, зміст якої становить його доцільну зміну й перетворення (за О. М Леонтьєвим [268, с. 38]). Тому сутністю процесу навчання є діяльність. Усвідомлення того, що суть навчання полягає у навчанні дій, тобто діяльності, поклало початок нової концепції навчання – діяльнісної, або діяльнісному підходу до навчання. Цей підхід інтенсивно розвивається на сучасному етапі як у середній так і у вищій школі і фактично є соціальним замовленням суспільства системі освіти, на що наголошується у роботах [43, 63].

У психології вже давно встановлено, що знанням можна навчитися тільки в процесі їх використання в діяльності, тільки оперуючи ними (О. М. Леонтьєв [268]). Як зазначає Ю. І. Машбиць [291], це зумовлене тим, що засвоєння знань відбувається одночасно з освоєнням способів дії з ними. Будь-яке навчання основ наук у той же час є і навчанням відповідної розумової діяльності, а формування вміння виконувати розумову діяльність неможливе без засвоєння певних знань. Діалектичне розуміння тут полягає в тому, що набути знання означає здійснити з їх допомогою яку-небудь певну діяльність.

Якщо ми будемо ставити знання попереду діяльності, то ці знання будуть безпредметними, і, фактично, їх засвоїти не можна, їх можна тільки запам'ятати. Тому первинними з погляду цілей навчання є діяльність і дії, що входять до її складу, а не знання. Кінцевою метою навчання з погляду діяльнісного підходу є формування способів дій. Спосіб дій – це поняття, не притаманне традиційному *знаннєвому* підходу. З психологічної точки зору спосіб дій – це спосіб здійснення діяльності, яку повинен уміти виконувати майбутній фахівець.

Якщо кінцевою метою навчання є формування способу дій, то його загальним завданням є засвоєння студентом *змісту* навчання. Саме при засвоюванні цього змісту і формується спосіб дій. Діяльнісний підхід потребує перегляду традиційного поняття "зміст навчання". Його повинні складати не "задана система знань" (ідеї, теорії, інша наукова інформація), як вважається при традиційному підході, а, насамперед, задана система дій, що визначається характером майбутньої професійної діяльності.

Таким чином, конкретні і цілі навчання, і його зміст об'єктивно визначаються саме характером майбутньої професійної діяльності. Ми згодні з думкою Б. Ц. Бадмаєва [25], що з погляду діяльнісного підходу, знання стають не метою навчання, а його *засобом*. Вони засвоюються для того, щоб з їх допомогою виконувати дії, здійснювати діяльність, тобто розв'язувати задачі, а не для того, щоб вони просто запам'ятовувалися і служили тільки підвищенню ерудиції.

Проектування навчання на засадах діяльнісного підходу необхідно починати не з визначення того, що майбутній фахівець повинен знати. Інакше система знань – порожня декларація, бо ця система буде безпредметною. Проектування навчання має починатися з аналізу діяльності майбутніх фахівців. Спочатку треба зрозуміти, що фахівець повинен буде робити і, отже, має уміти.

Причому не в загальних формулюваннях, а в деталях, на рівні дій, або операцій.

Такий аналіз діяльності називають технологічним. Без нього неможливе дослідження трудової і навчальної діяльності, успіх в яких визначається врахуванням і розумінням всіх необхідних дій і операцій, що становлять цю діяльність. Тільки після технологічного аналізу діяльності, як зазначає В. О. Іванніков [213], можуть бути визначені необхідні знання, які пояснять необхідні практичні дії, дозволять визначити, як треба робити, і забезпечать виконання цих дій.

Таким чином, у навчанні знання по відношенню до діяльності вторинні, вони відіграють допоміжну роль, пояснюючи і готуючи дії. Зміст навчання складають задана система дій і ті знання, які забезпечують освоєння цієї системи.

При організації навчання первинними є знання, і саме тому, що вони виконують службову функцію. Починати навчання діяльності треба з підготовки засобів, інструменту її виконання. Спочатку повинні з'явитися предметні об'єкти, поняття, які потім вступають у різні відносини між собою і перетворюються, створюючи предметні знання. Після виникнення предметні знання відразу ж повинні починати оброблятися. Студент, оперує ними, тим самим формуючи вміння, освоюючи способи дій.

Розумова діяльність – це завжди перетворення знань, а засвоєне знання – це не те, яке просто запам'яталося, а те, що перетворилося в уміння практично діяти, уміння розв'язувати задачі.

Згідно з діяльнісним підходом спочатку необхідно спроектувати навчальну діяльність, надаючи пріоритет майбутній професійній діяльності, організувати її, і тільки потім можливе її здійснення. Викладач при цьому стає менеджером, він управляє навчальною діяльністю.

Таким чином, у нашому дослідженні приймаємо точку зору Г. О. Атанова [19], Б. Ц. Бадмаєва [25], П. Я. Гальперіна [77], З. О. Решетової [359], Н. Ф. Тализіної [413] у тому, що навчання – це *передача і засвоєння досвіду суспільно-історичної практики*, досвіду попередніх поколінь. Крім того, приймаємо сформульовані Г. О. Атановим [19, с. 26] методологічні положення навчання на засадах діяльнісного підходу:

– при проектуванні й організації навчання *первинними є задана характером майбутньої спеціальності діяльність і дії*, що становлять цю діяльність;

– *кінцевою метою навчання є освоєння способу дій*, що забезпечують здійснення майбутньої професійної діяльності, але не запам’ятовування знань;

– зміст навчання складає *задана характером майбутньої спеціальності система дій і тільки ті знання, які забезпечують виконання всіх цих дій*, але не якась задана система або сума знань;

– знання не самодостатні, вони є лише *засобом виконання дій і навчання, але не його метою*, оскільки відіграють допоміжну роль, пояснюючи і готуючи практичні дії;

– в процесі навчання студенти повинні *здійснювати навчальну діяльність, що моделює майбутню професійну діяльність*, а не просто накопичувати знання;

– механізмом здійснення навчальної діяльності є *розв’язування задач, а не опрацювання навчального матеріалу*;

– *знати – значить за допомогою знань здійснювати певну діяльність*, а не тільки пам’ятати певні знання;

– *засвоювати знання можна тільки оперуючи ними*, а не просто запам’ятовуючи їх. Запам’ятовування знань повинне бути результатом їх застосування та використовування;

– навчання є *сукупністю двох взаємопов’язаних, але самостійних діяльностей*, — діяльності викладача і навчальної діяльності;

– *діяльність викладача полягає в проектуванні* навчальної діяльності, *організації* навчальної діяльності і *управлінні* нею.

Модель навчання, що відповідає наведеним методологічним положенням, відображено на рис. 1.1.

Терміни “той, кого навчають” і “той, хто навчає” є дидактичними категоріями. Вони передбачають навчання, яке спеціально організується одними людьми для інших. Залежно від того, про яку систему навчання йдеться, змінюється сенс цих термінів. У системі початкової або середньої освіти той, кого навчають, це учень, а той, хто навчає – вчитель. У системі вищої освіти – це студент і викладач відповідно. Ці терміни ми й будемо вживати в нашому дослідженні. Якщо ж мова буде йтися не про вищу освіту, то під терміном “студент” будемо розуміти “той кого, навчають”, а під терміном “викладач” – “той, хто навчає”.

Рис. 1.1. Функціональна модель навчання
на засадах діяльнісного підходу

Таким чином, *під навчанням на засадах діяльнісного підходу будемо розуміти передачу і засвоєння досвіду суспільно-історичної практики з метою формування способів дій майбутньої професійної діяльності, зміст яких складають предметні дії і знання, що забезпечують освоєння цих дій.*

1.1.2. Основні положення теорії діяльності як теоретичної основи навчання на засадах діяльнісного підходу. Діяльнісний підхід до життя, засновниками якого були С. Л. Рубінштейн [367] і О. М. Леонтьєв [267, 268], є видатним досягненням психології. Він заснований на принциповому положенні про те, що психіка людини нерозривно пов'язана з її діяльністю і нею ж і зумовлена.

При цьому діяльність розуміється як навмисна активність людини, яка виявляється в процесі її взаємодії з навколишнім світом і полягає в розв'язанні життєво важливих завдань, що визначають існування і розвиток людини. За О. М. Леонтьєвим [268, с. 81], людське життя – це "сукупність, точніше система, діяльностей, які замінюють одна одну".

Схематично модель діяльності, що відповідає поглядам С. Л. Рубінштейна [367] і О. М. Леонтьєва [267, 268] і основоположника діяльнісного підходу в навчанні П. Я. Гальперіна [75], показана на рис. 1.2. Ця модель відображує також погляди Б. Ц. Бадмаєва [25], Ю. І. Машбиця [291], Н. Ф. Тализіної [413], Л. М. Фрідмана [434]. Найбільш повно модель діяльності описана Г. О. Атановим [19].

Розглянемо детально структуру діяльності як вона описана Г. О. Атановим [19]. Діяльність здійснюється її *суб'єктом* і спрямована на певний *об'єкт*. При цьому діяльність здійснюється у певній предметній галузі.

Загальноприйняте, що діяльність складається з таких елементів: *потреба – мотивація – ціль – підцілі – задачі – дії – операції*. При цьому суттєво, що діяльність протікає у певних *зовнішніх* і *внутрішніх* (по відношенню до суб'єкта діяльності) умовах.

Всі дії і вчинки людини визначаються якими-небудь його *потребами* (рис. 1.2). Під потребою розуміють стан людини, що відображає її нестаток у чому-небудь, необхідному для її існування і розвитку.

Потреба виступає джерелом *активності* людини. Те, *заради чого* здійснюється діяльність, називають мотивом. Мотив є спонукальною силою діяльності.

До певної діяльності суб'єкта спонукає, як правило, сукупність мотивів, які можуть бути і суперечливими. Цю сукупність називають *мотивацією.*

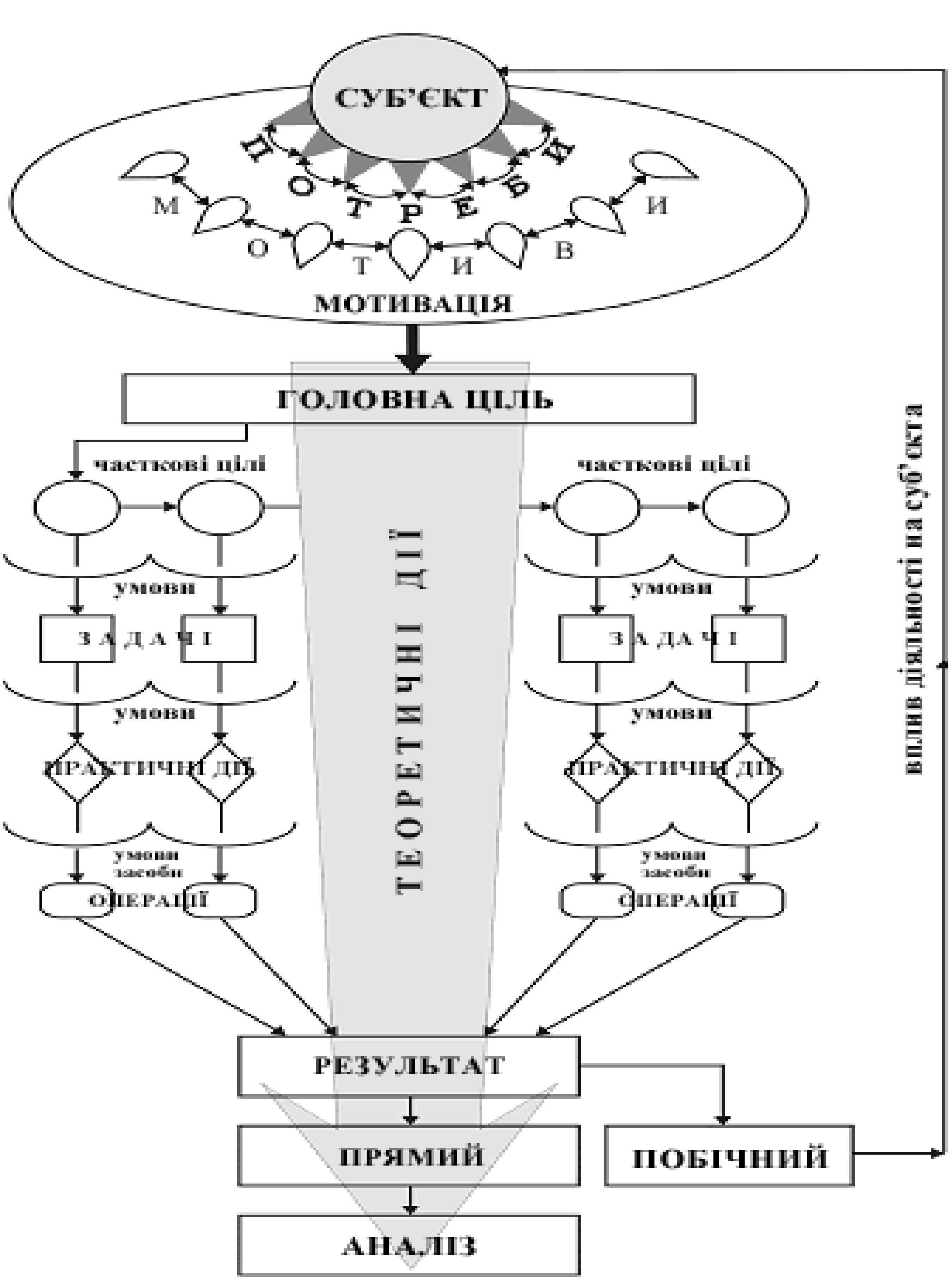


Рис. 1.2. Модель діяльності

Характер мотивації, як і характер самої діяльності, визначається найбільш значущим мотивом, який називають *домінуючим*. Кожний мотив зумовлюється своєю потребою. При цьому мотив суб'єктом діяльності може усвідомлюватися явно, неявно, а може і не усвідомлюватися зовсім. Те, *для чого* здійснюється діяльність, або отримання її бажаного результату, є *ціллю* діяльності. Часто ціль досягається не відразу, а поступово, розчленовуючись на низку часткових цілей або *підцілей*. Таке розчленування може відбуватися як на початку діяльності, так і в її перебігу. Підцілі можуть виникати і задовольнятися в процесі діяльності.

Співвіднесення суб'єктом діяльності цілі з конкретними умовами її досягнення утворює *задачі*, які ставляться і розв'язуються одна за одною відповідно до здійснення діяльності (рис. 1.2). Якщо ціль говорить про те, *що повинне бути створено* в процесі діяльності, який повинен бути її результат, то задачі визначають, як, *яким чином він досягається*, що необхідно зробити безпосередньо, щоб домогтися цього результату. При цьому своїх задач вимагають і підцілі , а для досягнення однієї цілі (підцілі) може бути потрібне розв'язання кількох задач. Розгорнення діяльності на рис. 1.2 дано для окремої підцілі, про що говорить стрілка, що зв'язує підціль з головною ціллю. Цей хід повторюється для кожної підцілі. У загальному випадку, процес досягнення підцілей є послідовним, тобто спочатку досягається одна підціль, потім інша і т.ін. (на це вказують стрілки, що зв'язують підцілі).

Дуже важливо розуміти, що і ціль, і кожна підціль досягаються (а це означає, що спочатку ставляться, а потім розв'язуються відповідні задачі) у певних *умовах*, у яких протікає діяльність або які можуть виявитися пізніше. Умови можуть бути як *зовнішніми* по відношенню до суб'єкта діяльності, так і *внутрішніми*, що визначаються станом і особливостями самого суб'єкта. Урахування цих умов, причому з найбільшою повнотою, *опора* на них, – запорука успішності будь-якої діяльності. Це означає, що перед тим як безпосередньо здійснювати діяльність, необхідно розібратися в ситуації, зрозуміти її, *зорієнтуватися* в її сутності і змісті, тобто виконати *орієнтування* (П. Я. Гальперін [78]). Іншими словами, необхідно сформувати *орієнтувальну основу діяльності*.

Орієнтувальну основу діяльності формує суб'єкт діяльності, і це насправді характеристика не діяльності, а суб'єкта, що здійснює цю діяльність. Орієнтувальна основа діяльності визначається тими умовами, на які реально спирається суб'єкт. На нашу думку, її можна назвати *суб'єктивною* характеристикою діяльності.

При цьому зрозуміло, що різні суб'єкти, виконуючи одну і ту ж діяльність, будуть по-різному розбиратися в ситуації, тобто орієнтуватися в ній, а значить, будуть формувати різну орієнтувальну основу діяльності. Звідси виходить, що можна говорити про орієнтувальну основу діяльності і в *об'єктивному* значенні, розуміючи під цим сукупність умов, на які *необхідно* спиратися в даній діяльності (Г. О. Атанов [19]). Звичайно, точно встановити орієнтувальну основу діяльності в об'єктивному значенні складно, а іноді й просто неможливо, але певні її оцінки отримати можна. Це дуже важливо, особливо в навчальній діяльності, тому що в цьому випадку з'являється еталон, за яким можна оцінювати досконалість орієнтувальної основи діяльності, сформованої кожним студентом.

Орієнтування, за Ю. І. Машбицем [291], складається з двох компонентів – загального орієнтування і орієнтування на виконання. Загальне орієнтування, з одного боку, для об'єктів предметної галузі, в якій відбувається діяльність, забезпечує виділення їх властивостей і якостей, що суттєві для перетворення цих об'єктів. Без цього неможливе урахування зовнішніх умов. З іншого боку, в процесі загального орієнтування суб'єкт співвідносить зовнішні і внутрішні умови, що і дозволяє йому робити певні висновки. Наприклад, суб'єкт встановлює між об'єктами предметної галузі наявність певного зв'язку, і цей зв'язок є зовнішньою умовою. Суб'єкт може знати теоретичні положення, що розкривають сутність цього зв'язку, а може і не знати, і це є внутрішні умови. Якщо він знає, то використовує ці знання для подальших міркувань, а якщо не знає, то має у який-небудь спосіб отримати необхідні знання.

Орієнтування на виконання спрямоване на вироблення плану здійснення діяльності, на визначення підцілей, формулювання задач, визначення методів їх розв'язування і складання плану розв'язання.

Таким чином, людина повинна починати діяльність з усвідомлення і формулювання цілі. Цей процес, а також процеси, що йдуть услід, перемежовуючись між собою, а саме: усвідомлення і формулювання проміжних цілей, урахування умов, у яких протікає діяльність, постановки задач (вони разом являють собою формування орієнтувальної основи діяльності) – це складні розумові процеси, що створюють *теоретичну сторону* діяльності, яка не приводить до перетворення об'єктів предметної галузі, а тільки готує і забезпечує *практичну сторону* діяльності, спрямовану на перетворення цих об'єктів, на безпосереднє отримання результату.

Якщо про цілі і мотивацію мають деяке уявлення практично всі, хто виконує професійну діяльність, то про теоретичну її сторону уявлень явно недостатньо. На цьому фоні часто гіпертрофоване значення надається мотивації у збиток всебічному урахуванню умов, орієнтуванню, формуванню орієнтувальної основи діяльності. Зрозуміло, що *наявність мотивації — необхідна умова, але не достатня*. Мотивація тільки *ініціює* діяльність, спонукає до неї, а ось успішність її здійснення визначається мірою повноти урахування умов, тобто мірою досконалості орієнтувальної основи діяльності і умінням виконувати практичні дії.

У літературі з психології вказується, що задачі розв'язуються за допомогою дій. С. Л. Рубінштейн [367] визначив дію як *одиницю діяльності*. Г. О. Атанов [19] вводить на розгляд *теоретичні дії*, за допомогою яких ми аналізуємо, зіставляємо, укладаємо і таке інше. Вони забезпечують виконання згаданої вище теоретичної сторони діяльності, яка не приводить до перетворення об'єктів предметної галузі. Теоретичні дії обслуговують саму діяльність, вони визначають її власні внутрішні механізми. Під діями, за допомогою яких розв'язуються задачі, маються на увазі *практичні* дії, спрямовані на безпосереднє перетворення об'єктів предметної галузі, на матеріалі якої відбувається діяльність, на безпосереднє отримання результату. Вони складають практичну сторону діяльності. Ці практичні дії є *розумовими* в тому сенсі, який вкладав у цей термін П. Я. Гальперін [76] у теорії поетапного формування розумових дій.

Перед тим як здійснювати практичні дії, треба виконати загальне орієнтування, але ціль його тут має локальний характер, вона обмежена конкретною задачею. Орієнтування на виконання означає визначення способу розв'язування задачі, складання плану її розв'язання, що дозволяє визначити, які дії, в якому порядку і як повинні виконуватися, за допомогою яких знань це має відбуватися. Дії при цьому можуть бути складними і дробитися на дії більш низького порядку.

Спонукальною силою будь-якої дії є домінуючий мотив діяльності, до складу якої входить ця дія. Однак кожна дія може мати і свої додаткові мотиви. У навчанні наявність таких мотивів є надто бажаною, і викладачеві потрібно затратити певні зусилля щодо їх формування у студентів.

Критерій, за яким розрізнюються дії і діяльність, визначений О. М. Леонтьєвим [266]. За Леонтьєвим, діяльність — це сукупність дій, які зумовлені одним і тим же мотивом. Дії виконуються за допомогою операцій, що являють собою *більш прості, добре освоєні* дії. Операції характеризують *технічну сторону* виконання дій. Одна і та ж дія може бути виконана за допомогою різних операцій, або у різні способи. Наприклад, квадратне рівняння можна розв'язувати за теоремою Віта або за допомогою дискримінанта.

Як зазначає Ю. Б. Гіппенрейтер [82], головна властивість операцій полягає в тому, що вони мало усвідомлюються або не усвідомлюються зовсім. Цим вони принципово відрізняються від дій, які передбачають і ціль, що усвідомлюється, і свідомий контроль їх виконання. Операції поділяють на *автоматичні* дії і *автоматизовані* дії, або *навички*. Першими є або уроджені акти, або ті, які формуються в ранньому віці, наприклад, ходьба, інші рухи, які ми і формуємо, і робимо, не задумуючись. Ці операції не усвідомлюються і не можуть бути викликані у свідомість ні за яких умов.

Навичка – дія, що сформована шляхом повторення, характеризується високою мірою освоєння і відсутністю свідомої регуляції і контролю. Розрізняють навички перцептивні, інтелектуальні, рухові.

Перцептивна навичка – автоматизоване чуттєве відображення властивостей і характеристик добре знайомого предмета, що неодноразово сприймався раніше. У навчанні математики перцептивними є навички сприймати певні математичні об'єкти. Таким чином, наприклад, студент визначає, чи є даний йому об'єкт, об'єктом певного типу: матрицею, вектором, лінійним рівнянням, нерівністю, невизначеним інтегралом, функцією тощо.

Інтелектуальна навичка – автоматизований прийом, спосіб розв'язання задачі, що зустрічалася раніше. Прикладом інтелектуальної навички у математиці можуть слугувати дії обчислення, знаходження табличних похідних і інтегралів тощо.

Рухова навичка – автоматизована дія, спрямована на зовнішній об'єкт за допомогою рухів у цілях його перетворення, що неодноразово здійснювалося раніше. Рухові навички включають перцептивні і інтелектуальні та регулюються ними на основі автоматизованого відображення предмета, умов і порядку здійснення актів дії, спрямованої на перетворення реальних об'єктів. Прикладом рухової навички у математиці може бути креслення простих геометричних фігур (трикутник, коло, прямокутник).

Види операцій наведено на рис. 1.3.

Рис. 1.3. Види операцій

Навички у людини виробляються свідомо і з певною метою. Вони знаходяться на межі свідомості і підсвідомості і відрізняються від автоматичних дій тим, що не усвідомлюються тільки в звичайних умовах. Але при виникненні труднощів або помилок, а також внаслідок наміру, навичка цілком або частково повертається в свідомість. Операції виконуються в певному порядку і за певними правилами і спираються на засоби здійснення діяльності. Ці засоби мають принципове значення, і проектування діяльності –

це, багато в чому, проектування її засобів. Зрозуміло, що ці засоби повинні співвідноситися з ціллю. Одна ціль досягається за допомогою одних засобів, інша – за допомогою інших. Часто одна і та ж ціль може задовольнятися з використанням різних засобів. Наприклад, устрій і принцип роботи машин і пристроїв можна вивчати на самих цих машинах і пристроях, але можна і на їх моделях або макетах, нарешті, на їх схемах. І все це буде засобами.

Внаслідок виконання дій, які передбачені діяльністю і входять до її складу, виникають *продукти діяльності.* При цьому продукти частково або навіть повністю не співпадають з цілями (бажаним результатом), і це спостерігається найрізноманітніших видах діяльності. У загальному випадку, в продукті діяльності є дві частини: частина, яка зумовлена ціллю діяльності, і частина, яка ціллю не зумовлена.

Частину продукту, яка відповідає очікуваному, запланованому результату діяльності, тобто її цілі, називають *прямим продуктом*; в іншому випадку продукт називають *побічним*.

Здійснюючи будь-який акт діяльності (теоретичні і практичні дії, операції, іноді навіть окремі рухи), треба бути упевненим, що він потрібен, здійснюється правильно і приводить до правильного результату. А це означає, що в процесі діяльності необхідний постійний самоконтроль, здійснення якого також відноситься до теоретичної сторони діяльності. Контроль у діяльності спрямований на перевірку правильності результатів виконання як теоретичних, так і практичних дій, на відстеження ходу виконання діяльності, як її теоретичної, так і практичної сторін, на перевірку відповідності її запланованому, на співвіднесення продукту діяльності з її ціллю.

Таким чином, діяльність являє собою складний динамічний процес, спрямований на отримання значущих результатів. Діяльність характеризується взаємопереходами один в одного її елементів: цілей, продуктів і засобів. Ці переходи здійснюються в різному порядку, чергуючись між собою. Основну частину діяльності складає її теоретична сторона, яка *пронизує* (рис. 1.2) всю діяльність і призначення якої полягає в підготовці і забезпеченні практичної сторони діяльності, спрямованої на безпосереднє отримання продукту діяльності, аналізі і контролі її окремих актів і самого продукту діяльності.

1.1.3. Виникнення і розвиток діяльнісного підходу до навчання. Діяльнісний підхід до навчання базується на поглядах О. М. Леонтьєва [268, с. 89], який дав таке означення діяльності: “Ми називаємо діяльністю не будь-який процес. Цим терміном ми позначаємо тільки такі процеси, які, здійснюючи те чи інше ставлення людини до світу, відповідають певній потребі”. За О. М. Леонтьєвим, діяльність – це форма активності. Активність спонукається потребою, тобто станом потреби в певних умовах нормального функціонування індивіда. Ключовими моментами теорії діяльності О. М. Леонтьєва [268] є такі положення (методологічні принципи):

1. Принцип *предметності*. Він означає, що в самому зародженні діяльності виявляється її предметна природа.

2. Принцип *активності*. Він розкритий у положеннях про упередженість психічного відбиття суб’єкта, що опосередковує діяльність. Принцип активності дає змогу постулювати положення про творчий і перетворювальний характери діяльності суб’єкта.

3. Принцип *неадаптивної природи предметної діяльності*, який випливає з відомої формули активності за О. М. Леонтьєвим: “внутрішнє (суб’єкт) діє через зовнішнє й тим самим саме себе змінює”.

4. Принцип *інтеріоризації й екстеріоризації*. Внутрішня діяльність вторинна: вона формується в процесі інтеріоризації зовнішньої предметної діяльності. Друга грань інтеріоризації – екстеріоризація – відбиває перехід від “я” до “ми” і є необхідною умовою виникнення новоутворень. Завдяки їй внутрішні форми дії стають доступними спостереженню, керуванню й контролю.

5. Принцип *опосередковування*. Він включає кілька ключових положень: а) опосередковування психічного відбиття змістовним процесом, який зв’язує суб’єкта з предметним світом, тобто процесом предметної діяльності; б) опосередковування міжособистісних відносин спільною предметною діяльністю.

6. Принцип *психологічної будови діяльності*. Цілісна діяльність, згідно з цим принципом, має такі складові: потреба, мотив, мета, умови досягнення мети, єдність цілей і умов становить задачі, дії, операції, функціональні блоки.

Суттєвий внесок у розробку діяльнісного підходу зробив психолог П. Я. Гальперін [76-79]. У 1950-ті роки минулого століття він почав активно розбудовувати новий напрямок психологічних досліджень у рамках створюваної ним теорії поетапного формування розумових дій і понять, що стала основою оригінального й багато в чому принципово нового розуміння предмета і методів психології.

Головною заслугою П. Я. Гальперіна є те, що він дослідив структуру дії. У роботах О. М. Леонтьєва і С. Л. Рубінштейна увага була зосереджена лише на мотиваційно-цільовому аспекті дій. П. Я. Гальперін увів у розгляд і вивчив усі елементи структури діяльності, у тому числі операційні. Особливо слід зупинитися на елементі, вперше виділеному їм і названому орієнтовною основою дії (ООД). Дослідження П. Я. Гальперіним змісту ООД показало, що вона містить у собі, по-перше, знання (повні або неповні) про об'єктивні умови успішного виконання дії, пов'язані з даною предметною галуззю. По-друге, до складу ООД входять відомості (також повні або неповні) про саму дію: про мету, склад і послідовності виконання операцій, що складають цю дію.

У результаті П. Я. Гальперіним [76] була розроблена спеціальна психолого-педагогічна теорія, яка на основі зовнішніх предметних дій забезпечує формування вміння діяти у внутрішньому плані. Він виділяє в способі дій (системі операцій, яка забезпечує розв'язок навчальних завдань певного типу) виконавчу, орієнтовну й контрольну частини.

Ось що пише про виникнення діяльнісного підходу до навчання доктор психологічних наук Б. Ц. Бадмаєв [25, с. 19-20]: "Давно стала загальноприйнятою думка, що людина, яка пройшла який-небудь курс навчання, отримує певний набір знань теоретичних і практичних – і стає грамотнішою як фахівець. До такого розуміння ролі і призначення навчання люди настільки звикли, що не зазнають ніяких сумнівів. У науковій педагогічній психології помилковість такого уявлення цілі навчання стала усвідомлюватися в 50-х роках 20-го сторіччя, коли в Московському державному університеті ім. М. В. Ломоносова почався критичний аналіз сутності навчання, і як його результат стала розроблятися теорія поетапного формування розумових дій і понять П. Я. Гальперіна. Якщо у всіх підручниках з педагогіки, у методичних посібниках з різних дисциплін про знання, про їх заучування і запам'ятовування говориться як про цілі навчання, то згідно з цією теорією ціллю навчання є не озброєння знаннями, не накопичення їх, а формування вміння діяти зі знанням справи. П. Я. Гальперін почав з того, що в дослідженні поставив запитання: для чого людина вчиться? І відповів: для того, щоб навчитися що-небудь робити, а для цього – дізнатися, як це треба робити. Тобто ціль навчання – дати людині вміння діяти, а знання повинні стати засобом навчання дій".

Дещо раніше П. Я. Гальперіна аналогічно про кінцеву ціль навчання писав і С. Л. Рубінштейн, він її бачив у "… підготовці до майбутньої самостійної трудової діяльності" [367, с. 499].

Подальший розвиток теорії П. Я. Гальперіна ми знаходимо в роботах Н. Ф. Тализіної [414, 416]. Вона дослідила особливості скорочення розумових дій у процесі їх формування, розкрила психологічні механізми становлення й функціонування наукових понять. У 60-ті роки 20-го століття з появою програмованого навчання Н. Ф. Тализіною проведено аналіз загальної теорії управління, досліджено можливості її використання в навчанні [414]. Нею була сформульована діяльнісна концепція програмованого навчання, що відрізняється від американського аналога, побудованого на основі біхевіоризму [416]. Н. Ф. Тализіна продовжила дослідження з дидактики, побудованої на діяльнісній теорії навчання. Насамперед слід зазначити розробку методології побудови змісту навчання з опорою на модель цілей, поданих у вигляді типових задач [414].

Теорію П. Я. Гальперіна розвинув Ю. І. Машбиць [291], який виділив у орієнтовній частині дії два компоненти. Перший компонент – загальне орієнтування – забезпечує виділення властивостей і якостей об'єктів діяльності. Наявність другого компонента – орієнтування на виконавчу частину – зумовлюється тим, що для виконання дій необхідно виробити план їх виконання. Серед операцій, що входять в орієнтовну частину способу дії, виділяють так звані логічні операції: встановлення необхідних і достатніх ознак поняття, підведення об'єкта під поняття, систематизація властивостей об'єкта, що розглядається [291, с.44].

Вивчення особливостей ООД дало змогу П. Я. Гальперіну [78] виділити три типи орієнтовної основи дії. В основу виділення типів ООД були покладені такі характеристики:

а) повнота надання в змісті ООД умов, що забезпечують успішність виконання дії;

б) міра спільності умов, що визначають границі використання даної ООД;

в) спосіб одержання ООД суб'єктом дії: знайдена самостійно або отримана від іншої людини.

Порівняльна ефективність типів ООД широко досліджувалася (Л. І. Айдарова [2], З. О. Решетова [358], В. П. Сохіна [400], Н. Ф. Тализіна [413] та ін.). Проведені дослідження показали, що найбільш продуктивним типом ООД є третій тип, що характеризується повнотою змісту ООД, узагальненістю умов, які існують, і самостійним способом одержання ООД суб'єктом дії в кожному конкретному випадку.

При навчанні математичних дисциплін, а саме в процесі розв'язання задач, дуже важливим моментом є визначення студентом алгоритму розв'язання. Цій проблемі присвячено багато робіт провідних математиків-методистів. Найбільш продуктивним нам здається підхід, що запропонований О. І. Скафою [387], який базується на використанні евристик.

З. О. Решетова [360], вивчаючи особливості типів орієнтування, дійшла до висновку, що при розробці цієї проблеми можуть бути продуктивно використаний системний підхід. Вона запровадила в розробку змісту навчального предмета системне подання досліджуваного об'єкта. Це дозволило виділити "основні одиниці" матеріалу (за П. Я. Гальперіним) і їх відношення (тобто структуру системи) не емпірично, а за допомогою методів системно-структурного аналізу, планомірно й цілеспрямовано.

Орієнтування на інваріантну будову людської діяльності суттєво полегшує людині процес розв'язання й творчих завдань. І. П. Калошина [226] встановила, що між елементами дії (діяльності) існують взаємозв'язки типу уподібнення (за О. М. Леонтьєвим). Знаючи ці взаємозв'язки, можна встановити за відомими елементами діяльності характеристики невідомих (шуканих) елементів.

І. П. Калошина [226] встановила, що знаряддя діяльності уподібнюються продукту, що одержують з їхньою допомогою. Вона показала, що структурні одиниці засобів діяльності уподібнюються структурним одиницям продуктів, які отримують за допомогою цих знарядь. Інакше кажучи, засоби є похідними від продуктів діяльності. Уже це дослідження дозволило наблизитися до механізмів *творчого технічного мислення*: виділення умов, що визначають усе різноманіття можливих способів одержання заданого продукту, визначає сферу пошуку ідей нових засобів.

У навчанні математики роль засобів навчання виконують предметні знання, а продуктом діяльності навчання є засвоєні студентом дії. Нами досліджено структурування предметних знань і використання їх як засобів навчання.

Порівняльний аналіз типів ООД склав окремий напрямок у дослідженнях В. В. Давидова [99], відомий під назвою змістовного узагальнення, руху в пізнанні від абстрактного до конкретного. В. В. Давидов показав, що другий тип ООД (повна, конкретна, одержувана в готовому вигляді) – це орієнтування на рівні явища, без проникнення в його сутність. Такий тип орієнтування, використовуваний систематично, приводить до формування емпіричного мислення.

Навпаки, орієнтування на сутність – це шлях до формування теоретичного мислення. Саме в цьому випадку йде рух від абстрактного до конкретного. У дослідженнях В. В. Давидова [99] учень не одержує абстракцію в готовому вигляді: йому допомагають відкрити її самому. Фактично це новий тип ООД, тому що при цьому типі орієнтування учні самостійні не тільки при побудові ООД у конкретних випадках, але й при виявленні загальної основи (сутності). Але оскільки сутність не можна виділити, минаючи явища, то практично рух іде від явища до сутності (від конкретного до абстрактного), а вже потім – від абстрактного до нових виглядів конкретного. "Пізнати сутність, – пише В. В. Давидов, – значить знайти загальне як основу, як єдине джерело деякого різноманіття явищ, і потім показати, як це загальне визначає виникнення і взаємозв'язок явищ, тобто існування конкретності" [99, с. 271].

Діяльнісний підхід дозволив Н. Ф. Тализіній [413] розробити теоретико-експериментальний метод моделювання, за допомогою якого будується модель діяльності, яка потім проходить експериментальну перевірку. Цей метод спирається на аналіз задач, які повинні розв'язуватися за допомогою досліджуваних дій, а також на структурний і функціональний інваріанти діяльності, які відомі в теорії П. Я. Гальперіна [77].

Дослідження дії привело до виділення її функціональних частин – виконавчої, орієнтовної та контрольної. Останнє дозволило змістовно зрозуміти місце й функції уваги в психічній діяльності людини, відкрило можливість цілеспрямованого формування уваги. Виявилося, що увага здійснює контрольну функцію. Однак не будь-яку дію контролю можна назвати увагою, а тільки таку, яка виконується в розумовій формі, скорочено й автоматизовано [76].

Третій аспект вивчення дій, що складають діяльність навчання, – їх властивості. Насамперед слід зазначити, що П. Я. Гальперін виділив дві групи властивостей: первинні і вторинні. Це усунуло ієрархію властивостей. Якщо первинні властивості становлять зміни дії в процесі її засвоєння, то вторинні, навпаки, залежать від первинних, є наслідком їх змін.

Серед первинних властивостей дії найбільше детально вивчена форма дії. Узагальнюючи результати досліджень, присвячених генезису форм дії, Н. М. Салміна [369] виділяє семіотичну (знаково-символьну) діяльність. Установлено, що ступінь оволодіння семіотичною діяльністю лімітує види знаково-символьної діяльності, доступні даному суб'єктові. Так, якщо людина вміє лише розділити план відбиття і план змісту, то їй доступна тільки така знаково-символьна діяльність, як заміщення. Здійснення діяльності кодування додатково вимагає вміння виділяти алфавіт і правила комбінації в конкретній системі. Моделювання як найбільш розвинутий вид знаково-символьної діяльності припускає оволодіння всіма діями, що входять у символьну діяльність.

Дослідження, проведені Н. М. Салміною [369] і її співробітниками, суттєво збагатили нашу уяву про форми, у яких може бути засвоєний соціальний досвід. При цьому важливо відзначити, що Н. М. Салміна переконливо довела важливість оволодіння різними системами засобів (візуальними, слуховими) як особливою діяльністю (семіотичною). Оволодіння цією діяльністю дозволяє людині у всіх сферах соціального досвіду відокремлювати зміст від форми, використовувати найбільш адекватні, різномодельні форми для зберігання, використання й передачі знань.

Дослідженням використання знаково-символьних засобів у навчанні математики присвячена робота Н. А. Тарасенкової [418]. Нею визначено понятійно-методологічний апарат, розкрита діалектика зв'язків логічного і візуального в процесі опанування учнями шкільного курсу математики, виявлені зміст і функції семіотичного компонента математичної підготовки школярів підліткового віку. Теоретично розроблена й експериментально обґрунтована концепція комплексного, системного і діяльнісного підходів до використання знаково-символьних засобів у навчанні математики учнів 5–9 класів.

У дослідженні У. Х. Лопес [275] було показано, що в тих випадках, коли об’єкти мають загальний колір і загальну форму, але ці властивості не входять у зміст орієнтовної основи виконуваних дій, за цими властивостями узагальнення не відбувається. І навпаки, навіть у дошкільників із затримками розумового розвитку можна одержати повноцінні узагальнення, якщо вдається ввести в зміст орієнтовної основи їх дій ті властивості предметів, за яким планується узагальнення.

Під керівництвом П. Я. Гальперіна [76] спеціально вивчалася також міра скороченості дії: перехід від розгорнутого (сукцесивного) виконання дії до виконання скороченого (симультанного). Аналогічні результати отримані й Г. І. Лернер [272], яка вивчала генезис “бачення” об’ємних фігур за їх зображенням на площині. Було доведено, що бачення об’ємної фігури на проекції складається в результаті поступового перетворення дії з відновлення зображеної фігури.

Не розглядаючи інших досліджень, виконаних у руслі цієї теорії, відзначимо лише, що вона дозволила інакше підійти до проблеми творчості й до проблеми розвивального навчання. Запропонований П. Я. Гальперіним підхід успішно пройшов випробування при дослідженні перцептивних видів діяльності, а також при формуванні різних умінь (О. І. Подольський [337]).

Результати цих досліджень не тільки експериментально підтвердили коректність висунутої П. Я. Гальперіним початкової схеми переходу зовнішніх матеріальних дій у внутрішні, ідеальні, але й суттєво доповнили первісні уявлення про цей процес. Первісна схема утворення розумових дій перетворилася в розвинену теорію походження конкретних психічних процесів і явищ. Подальший її розвиток ішов по декільком лініям.

Оскільки дана теорія дозволяє управляти процесом засвоєння, передбачати відхилення в цьому процесі і вчасно ліквідувати їх, виявилося можливим значно підвищити вікові можливості засвоєння наукових знань, а тим самим змінити й хід інтелектуального розвитку дітей (В. В. Давидов, Д. Б. Ельконін [101]). У зв’язку із цим було показано, що етапи розумового розвитку, описані Ж. Піаже [333], відбивають значною мірою стихійний хід цього процесу. У випадку керування процесом міняються не тільки терміни, але й зміст етапів. Ці дослідження, проведені в умовах систематичного й порівняно тривалого навчання, експериментально показали, що ефективне навчання, як говорив Л. С. Виготський [71], веде за собою розвиток: міняючи тип навчання, ми міняємо тим самим і характер розвитку. Вони суттєво просунули проблему розвивального ефекту навчання, яку Л. С. Виготський і О. М. Леонтьєв вважали центральною для педагогічної психології.

Ідеологом упровадження діяльнісного підходу до навчання вже багато років є кафедра педагогічної психології Московського державного університету ім. Ломоносова, співробітниками якої були П. Я. Гальперін, Н. Ф. Тализіна, З. О. Решетова. На базі факультету психології МДУ зараз створений спеціальний Центр з підготовки викладачів, здатних будувати навчальний процес на засадах діяльнісного підходу до навчання. У рамках роботи цього центру читається курс "Діяльнісна теорія навчання як основа інноваційної освіти".

У наш час розвитком теорії діяльнісного навчання у вищій школі займається Г. О. Атанов [18-23]. Ним розроблено методологічні положення діяльнісного навчання, введено поняття теоретичної сторони діяльності, теоретичних дій і умінь. Г. О. Атанов узагальнив і розвинув структурування діяльності, яке включає дві сторони теоретичну і практичну, і п'ять частин; виявив суперечності в теорії поетапного і формування розумових дій і розвинув теорію орієнтування, що спирається на опорні знання подані у вигляді декларативних і процедурних знань. Він розвинув уявлення про знання як засіб діяльності та навчання. Робота [18] є першою систематичною працею щодо цього. Г. О. Атанов увів у розгляд предметне моделювання студента, поглибив уявлення про навчальну діяльність, як діяльність студента, сформулював її особливості.

Таким чином, протягом усіх років свого розвитку діяльнісний підхід до навчання успішно використовувався в практиці на всіх рівнях. Він дозволив принципово інакше підійти до розв'язання таких важливих практичних проблем, як проблеми психодіагностики й програмованого навчання (Н. Ф. Тализіна [416]), а також розвивального навчання (В. В. Давидов [100], Д. Б. Ельконін [457]). Результати досліджень на основі діяльнісного підходу до навчання вже сьогодні дозволяють суттєво просунути розв'язання цілої низки найважливіших проблем дидактики. На основі цього підходу може бути побудована нова ефективна дидактична система навчання, яка дозволить органічно поєднати фундаменталізацію й професіоналізацію освіти виходячи з потреб суспільства.

1.1.4. Особливості навчальної діяльності у навчанні на засадах діяльнісного підходу. Існує розповсюджена думка, що навчальна діяльність є сумісною діяльністю викладача і студента. Так Т. В. Габай вважає [73, с. 116], що навчальна діяльність – це "спільна діяльність, у якій один з її учасників засвоює досвід, а інші створюють сприятливі умови для цього". По суті справи, у цьому висловлюванні йдеться не про навчальну діяльність, а про навчальний процес. Хоча студент і викладач зайняті в єдиному процесі навчання, кожний із них здійснює свою специфічну діяльність – один передає, а другий сприймає досвід. І мотиви, і цілі в діяльності викладача і студента різні, тому сумісної діяльності у них бути не може.

Слід зазначити, що існують і інші погляди щодо специфічних особливостей навчальної діяльності. Так, В. В. Давидов [100] і його послідовники відносять до навчальної діяльності тільки такі її види, які ведуть до формування теоретичного мислення. У складі такої навчальної діяльності В. В. Давидов виділяє шість дій: перетворення ситуації для виявлення загального відношення розглянутої системи; моделювання виділеного відношення в предметній, графічній і знаковій формах; перетворення моделі відношення для вивчення його властивостей у чистому вигляді; виділення й побудова серії завдань, що розв'язуються загальним способом; дії контролю й оцінки. Крім того, вищевказані дії можуть входити в структуру не тільки навчання, але й інших видів людської діяльності.

І. І. Ільясов [219] вбачає специфіку навчальної діяльності в змісті, що складають її дії, хоча й не обмежує її якимось одним типом.

Ми приймаємо погляд Д. Б. Ельконіна [457], який розглядає навчальну діяльність як активну діяльність учнів із засвоєння досвіду. Головною особливістю цього трактування навчальної діяльності є той факт, що учень одночасно є об'єктом та суб'єктом діяльності, бо його суб'єктивні дії спрямовані на перетворення себе як об'єкта. Таким чином, теорія навчальної діяльності, основу якої розробив Д. Б. Ельконін, трактує навчальну діяльність як соціальну за змістом (у ній відбувається засвоєння всього культурного та наукового досвіду людства), соціальну за значенням (вона є суспільно значущою та суспільно оцінюваною) та соціальну за формою свого існування (вона можлива тільки в суспільній взаємодії). До того ж навчальна діяльність є цілеспрямованою, вона ставить ціллю освоєння узагальнених способів дії. Тому в навчальній діяльності повинні бути наявними такі компоненти:

1) навчальна задача (надана або самостійно поставлена);
2) навчальні дії (способи та прийоми діяльності);
3) дії контролю (самоконтролю) процесу засвоєння;
4) оцінювання (самооцінювання) процесу засвоєння.

Таким чином, *під навчальною діяльністю ми розуміємо спеціально організовану діяльність студентів, спрямовану на засвоєння ними досвіду попередніх поколінь, результатом якої є освоєння способів дій.* Це означає, що у результаті навчальної діяльності студент повинен освоїти способи дій, на використанні яких ґрунтується його майбутня професійна діяльність.

Однією з основних особливостей навчальної діяльності, що відрізняє її від інших видів діяльності, є те, що студент, — це *не тільки суб'єкт діяльності, але, одночасно, і її об'єкт*. Це пояснюється тим, що ціллю навчальної діяльності є зміни в самому суб'єкті діяльності, а не перетворення об'єктів зовнішнього світу, не зміна предметів, з якими діє суб'єкт, хоча, звичайно, це і має місце в навчальній діяльності. *Діяльність студента спрямована на перетворення самого себе.*

Як вже було зазначено, зміни в студенті, означають освоєння ним певних способів дій і засвоєння знань, відповідних цим способам дій, набуття власного досвіду. Оскільки саме для цього й організується процес навчання, то результати освоєння способів дій і засвоєння знань, або відповідні цьому *зміни* суб'єкта, — це і є прямий продукт навчальної діяльності.

Ю. І. Машбиць [291] визначив, що систему дій, яка забезпечує розв'язання задач певного типу, називають способом дій. У традиційному навчанні орієнтовна частина способу дії, і насамперед саме орієнтування, виступає як побічний продукт. Тим часом, остання становить серцевину в засвоєнні способу дії. Це дало привід Я. О. Пономарьову [342] стверджувати, що в навчанні побічний продукт більш значимий, ніж прямий. Відомо, що побічний продукт запам'ятовується й засвоюється менш ефективно, чим прямий, а це значить, що засвоєння способу дії потребує багато часу й буде доступно не всім студентам, а узагальнення далеко не завжди досягне необхідного рівня. Тому, на наш погляд, одним з найважливіших завдань викладача виступає розробка видів навчальної діяльності, у яких властиво орієнтування виступало б як її прямий продукт. При цьому діяльність є навчальною лише в тому випадку, як зазначає Л. М. Фрідман [435], коли зміни, що відбуваються у зв'язку з нею у суб'єктові, відповідають її цілям.

Таким чином, одна з особливостей навчальної діяльності полягає в невід'ємності її прямого продукту від її суб'єкта. У будь-яких же інших видах діяльності її прямі продукти відчужуються від її суб'єктів, вони служать іншим людям, для цього вони і створюються. Продукти діяльності продаються, демонструються в картинних галереях, театрах, кіно, по телевізору. Це відноситься і до пізнавальної (науково-дослідної) діяльності, продукти якої публікуються у вигляді звітів, статей, монографій тощо.

Виконуючи будь-яку іншу, відмінну від навчальної, діяльність, її суб'єкт також змінюється, набуває *особистий досвід*, часто засвоює деякі нові знання і освоює деякі нові способи дій. При цьому зрозуміло, що, отримуючи один і той же продукт, різні люди будуть освоювати і засвоювати різне. Вони будуть змінюватися, але змінюватися кожний буде по-своєму. Однак ці зміни ціллю діяльності не передбачаються. Вони завжди складають побічний продукт діяльності. Так само побічним продуктом можуть бути і деякі зміни в суб'єкті навчальної діяльності, якщо ці зміни не передбачаються ціллю цієї діяльності.

Відзначимо, що побічний продукт діяльності, у тому числі і навчальної, часто в повній мірі, а іноді і повністю, не усвідомлюється суб'єктом діяльності, але відіграє важливу роль у формуванні його особистого досвіду. Цей досвід виступає засобом розв'язання задач у подальшій діяльності.

Оскільки і прямий, і побічний продукти навчальної діяльності являють собою зміни в студенті, то прийнято вважати, що прямий і побічний продукти навчальної діяльності збігаються, як відзначає Ю. І. Машбиць [291, с.75]. Насправді це, звичайно, різні продукти, які співпадають тільки за формою.

Ю. І. Машбиць також наголошує, що увага дослідників приділялася, практично, тільки одному типу побічного продукту – способу розв'язання задач. Але спосіб розв'язання задач – це, практично, спосіб дій. Спосіб же дій, як ми бачили, є кінцевою ціллю навчання. Тому спосіб розв'язання задач не можна відносити до побічних продуктів навчальної діяльності як результат, передбачуваний ціллю навчання.

Нехай студент розв'язує задачу з математики, наприклад, на обчислення модуля вектора. Він засвоїв необхідні для цього поняття (вектор; координати вектора; модуль вектора) і формули (знаходження координат вектора, знаходження модуля вектора), тобто знання, що забезпечують формування необхідних умінь для розв'язання цієї задачі. Але з'ясувалося, що він не вміє добувати квадратний корінь, і йому довелося освоїти відповідні дії. За даним вище визначенням прямого продукту діяльність з добування квадратного кореня повинна бути віднесена до прямих продуктів навчальної діяльності, бо вона освоювалася усвідомлено. Але це не так, тому що це не збігається з ціллю діяльності.

Багато що стає на своє місце, якщо визначити прямі продукти навчальної діяльності як продукти, що відповідають цілям самої діяльності, а не цілям суб'єкта діяльності. Ці цілі формулює викладач, вони можуть бути не до кінця осягатися студентами. Часто в цьому і немає необхідності, тому що студент може здійснювати свою навчальну діяльність, не знаючи навчальних цілей.

Суттєвою особливістю навчальної діяльності є те, що механізмом її здійснення є розв'язання задач. Студентом розв'язання задач сприймається як цілі навчальної діяльності. Але ціллю самої навчальної діяльності при навчанні математики є формування вмінь виконувати математичні предметні дії. Це об'єктивна ціль діяльності, яку студент може не усвідомлювати.

Будь-яка діяльність здійснюється шляхом розв'язання задач, причому ці задачі повинні бути специфічними для діяльності даного виду. У виробничій, науково-дослідній діяльності її прямими продуктами є результати розв'язання задач, саме для отримання цих результатів й організовувалася діяльність. Таким чином, цілям діяльності відповідає факт розв'язання. Тут не важливо, як вирішувалася задача, важливо, що виникло в процесі її розв'язання. У навчальній же діяльності важливим є не результат, отриманий в процесі розв’язання задачі, а сам процес розв’язання, його процедура, бо це є процедура формування способу дій.

Таким чином, у навчальній діяльності розв’язання задач – це не ціль, а засіб досягнення цілей, саме, навчальних цілей. Іншими словами, сам по собі результат розв’язання навчальних задач у навчальній діяльності не має ніякого прагматичного інтересу, єдине, що від нього потрібно, – бути правильним. Важливий процес їх розв’язання, оскільки саме в цьому процесі формується спосіб дій, формування якого і є кінцевою ціллю навчання. *Це центральний момент навчання – навчити розв’язувати задачі.* Правильна ж відповідь на задачу свідчить про високу ймовірність того, що спосіб дій сформовано.

У будь-яких видах діяльності за винятком навчальної (наприклад, у виробничій, науково-дослідній) засоби діяльності співпадають із засобами розв’язання задач, оскільки результати розв’язання задач співпадають з цілями діяльності, заради них і відбувається ця діяльність. У навчальній же діяльності засоби діяльності і засоби розв’язання задач не тотожні, оскільки тут є важливим не результат розв’язання задач, а *процес отримання* цього результату.

У процесі розв’язання задач відбувається застосування знань, використання їх. І найкращій та найшвидший спосіб запам’ятовувати знання – використання їх при розв’язанні задач, при виконанні певних дій. *Запам’ятовування знань повинне бути результатом їх використання*. Але тут важливо, щоб задачі не були однотипні, вони повинні бути такими, щоб одні і ті ж знання використовувались у різних умовах, при різних зв’язках між математичними об’єктами.

Якщо ж говорити про засоби навчальної діяльності, то тут особливу роль відіграють так звані засоби *регулювання* діяльності. Сюди відносяться знання про математичні об’єкти і зв’язки між ними, знання про способи перетворення цих об’єктів, знання про правила вибору і послідовність застосування необхідних перетворень, знання про способи контролю і оцінки діяльності й ін.

Зрозуміло, що ці засоби входять до змісту навчальної діяльності. Спочатку вони стають предметом засвоєння, тобто ціллю, і тільки потім, будучи засвоєні, перетворюються в засоби регулювання цієї діяльності.

Дуже важливою властивістю засобів діяльності є їх *динамічність*. Виступаючи в даний момент як засоби досягнення цілі, вони спочатку самі можуть бути цілями діяльності.

Як приклад наведемо дві теореми з розділу "Границя функції однієї незалежної змінної":

Теорема 1. *Якщо функція має скінчену границю при деякому прямуванні аргументу, то вона може бути подана у вигляді суми цієї границі і нескінченно малої величини.*

Теорема 2. *Границя алгебраїчної суми кінцевого числа функцій однієї змінної при одному й тому ж прямуванні незалежної змінної дорівнює алгебраїчній сумі границь цих функцій.*

Наприклад, необхідно довести теорему 2, для доведення якої необхідна теорема 1. У цьому випадку теорема 1 – це *засіб* досягнення цілі, тобто доведення теореми 2. Але теорему 1 саму необхідно довести, причому довести раніше, ніж теорему 2, тому спочатку доведення теореми 1 – *ціль*. Описану властивість діяльності визначають як *динаміку переходу цілей в засоби.*

Насправді теореми є елементами змісту, а ціллю є не сама теорема, а її засвоєння. Точно так цілями є не яка-небудь дія, хоча так і прийнято вважати, а освоєння цієї дії. Сама ж дія є елементом змісту навчальної діяльності.

Засобами розв'язання задач будь-яких видів діяльності можуть бути матеріальні об'єкти (знаряддя праці, машини, інструменти, різні пристрої і таке інше), матеріалізовані об'єкти (креслення, схеми, карти, знакові системи і таке інше), ідеальні об'єкти (образи, знання, уміння).

Навчальна діяльність, хоча і здійснюється спільно з діяльністю викладача, проте знаходиться в її рамках. Для викладача вона є об'єктом управління, і навчання суттєво визначає структуру, закономірності функціонування і формування навчальної діяльності. Як вже було відмічено, саме управління навчальною діяльністю, тобто процесом розв'язання задач, а не передача знань, є механізмом навчання. Таким чином, при проектуванні навчальної діяльності первинним є навчання, в рамках якого і повинна здійснюватися дана навчальна діяльність.

Діяльність, в тому числі й навчальна, – будова багатопланова, і вона може бути структурована з різних поглядів, у різні способи. Усього таких способів структурування відомо чотири, і їх можна назвати таким чином: функціональний, динамічний, операційний, організаційний (рис. 1.4). Як видно з самих назв, кожний спосіб структурування акцентує увагу на різних компонентах діяльності і їх зв'язках. Перші три способи структурування навчальної діяльності запропоновані Ю. І. Машбицєм [291], четвертий спосіб – Л. М. Фрідманом [435].

Рис. 1.4. Схема структурування навчальної діяльності

Перший спосіб – функціональний – як складові діяльності передбачає її *функціональні частини й сторони.* При цьому простежуються зв'язки між такими компонентами діяльності як дії і мотиви та знання. Засвоєння знань розглядається у зв'язку зі здійсненням дій, які цими знаннями забезпечуються, а також мотивами, які не тільки впливають на формування способу дій, але і самі знаходяться під впливом знань і вмінь.

Як узагальнення поглядів різних дослідників будемо розглядати таке функціональне структурування навчальної діяльності, що передбачає наявність п'яти функціональних частин (змістовної, мотиваційної, орієнтувальної, виконавчої і контрольної, або контрольно-коректувальної) і двох сторін (теоретичної і практичної) [19]. Таке структурування зображене на рис. 1.5.

При цьому важливо розуміти, що ролі як студента так і викладача, у всіх частинах навчальної діяльності різні. Змістовна частина визначає предмет діяльності (те, на що діяльність спрямована), і провідна роль тут належить викладачу. Роль студента у визначенні змісту навчання пасивна, хоча, звичайно, він може привносити в нього свої особисті елементи. Однак йому відводиться сама активна роль в засвоєнні цього змісту.

Рис. 1.5. Функціональна структура навчальної діяльності

Змістовна частина є основою навчальної діяльності, оскільки саме для засвоєння змісту і зорганізується ця діяльність. Як вже було відзначено, зміст навчання – це задана система дій, що підлягають освоєнню, і ті знання, які забезпечують освоєння цієї системи. Зміст навчання повинен відповідати рівню сучасної науки, включати відомості, необхідні для створення у студентів поняття про загальнонаукові методи пізнання, показувати найважливіші закономірності процесу пізнання.

Мотиваційна частина передбачає, що принциповим моментом в навчальній діяльності є формування мотиваційної сфери. Її сформованість означає вироблення у студента системи цінностей, прийнятих в суспільстві, потреби в суспільно корисній діяльності, засвоєнні нових знань і засвоєнні нового досвіду, розкриття особистісного значення навчання, тобто усвідомлення того, як навчання допоможе йому визначити своє місце в житті.

Орієнтувальна частина багато в чому забезпечує успіх діяльності. По суті справи, орієнтувальна частина діяльності — це орієнтування, задачею якого є облік умов, при яких протікає навчальна діяльність. Орієнтування дозволяє осягнути логіку діяльності, зрозуміти цю діяльність і визначити дії, що її складають.

Навчання орієнтуванню повинне бути предметом особливої турботи викладача. І це повинне здійснюватися, в першу чергу, на лекційних заняттях. На лекціях треба не просто повідомляти математичні знання, а показувати, як знання виникають, яку роль вони виконують, як знання використовуються, як на їх основі робляться висновки. При цьому треба розуміти, що активними учасниками цього процесу повинні бути самі студенти, вони повинні бути залучені в описану вище діяльність.

Орієнтування складається з двох частин — *загального* орієнтування і орієнтування *на виконання.* Загальне орієнтування забезпечує розуміння загальної ситуації. Орієнтування на виконання спрямоване на вироблення плану здійснення діяльності, формулювання задач, визначення методів їх розв'язання і складання плану розв'язання. Загальне орієнтування повинне передувати орієнтуванню на виконання, готувати і забезпечувати його.

Орієнтування починається з аналізу умови задачі і зіставлення зовнішніх і внутрішніх умов. Зовнішніми умовами при виконанні навчальної діяльності є знання й уміння, що становлять зміст математичних дисциплін. Внутрішніми ж умовами є засвоєні студентом знання і сформовані у нього уміння. Зіставлення внутрішніх і зовнішніх умов породжує факти "знаю\не знаю" і "вмію\не вмію", які є підставою для подальшого здійснення навчальної діяльності. Використання орієнтувальної основи діяльності при навчанні математичних дисциплін описано нами в роботах [124, 174].

Виконавча частина безпосередньо забезпечує перетворення математичних об'єктів і розв'язання задач. При цьому важливо розуміти, що результат цього розв'язання не є кінцевим продуктом навчальної діяльності, оскільки такий продукт — це зміни в студенті. Розв'язання задач — це засіб досягнення цих змін. Ціль тут полягає в освоєнні процедури отримання результату. Студенти часто не усвідомлюють необхідність орієнтування і поспішають відразу здійснювати виконавчу частину.

Так, при розв’язанні задачі вони, не проаналізувавши її умову (загальне орієнтування), не склавши плану розв’язання (орієнтування на виконавчу частину), тобто не виконавши дії, зумовлені теоретичною стороною діяльності, відразу приступають до виконання практичних дій. Викладачі повинні це розуміти і в зв'язку з цим вживати спеціальних заходів. Треба спеціально вчити виконувати орієнтовну частину діяльності і дій.

Контрольно-коректувальна частина спрямована на перевірку правильності результатів як орієнтувальної частини, так і виконавчої, на відстеження ходу виконання діяльності, тобто розв’язання задач, на перевірку відповідності її наміченому плану, на співвіднесення прямого продукту діяльності з її ціллю. Контроль правильності розв’язання задачі студентом означає спрямованість його свідомості на власну діяльність, на абстракцію і узагальнення здійснюваних дій. У разі виявлення помилки, відхилення від правильного ходу дії виникає необхідність виправлення, корекції діяльності.

При другому способі структурування навчальної діяльності – динамічному – в ній виділяються цілі, задачі, засоби і продукти (рис. 1.6).

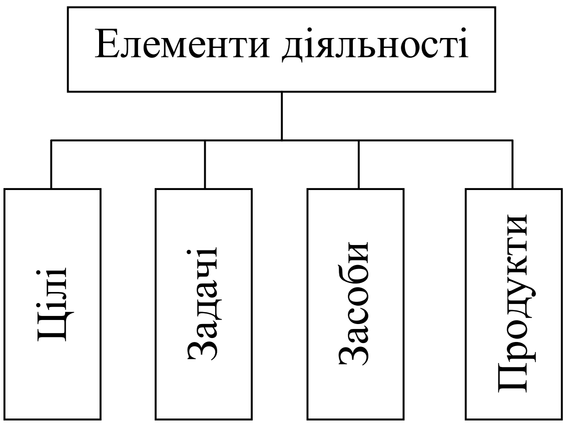


Рис. 1.6. Схема динамічного структурування навчальної діяльності

Третій спосіб структурування – *операційний* – передбачає виділення операторів як компонентів діяльності, що забезпечують певні дії зі знаннями, і програми управління цими операторами. Таке виділення дозволяє з’ясувати процедурні особливості навчальної діяльності, що мають принципове значення для проектування процесу розв'язання навчальних задач і управління цим процесом. При цьому кожний етап розв'язання навчальної задачі описується за допомогою відповідного оператора. По суті справи, мова тут йде про алгоритмізацію діяльності.

Якщо ж студент, зазнає непереборних труднощів у виконанні якогось етапу розв'язання задачі, то даний етап розгортається в окрему допоміжну задачу (підзадачу), а конкретний оператор — в систему інших операторів. У деяких випадках це може бути передбачене в процесі проектування навчальної діяльності, іноді таких коректив вимагає реальний процес навчання.

Згідно з четвертим – організаційним – способом структурування, у навчальній діяльності виділяються три етапи: увідно-мотиваційний, операційно-пізнавальний, контрольно-оцінний. Назви цих етапів наведені за Л. М. Фрідманом [435]. Вважаємо, що "операційно-пізнавальний" не дуже вдала назва, і пропонуємо використовувати словосполучення "операційно-виконавчий".

Структура організаційних етапів діяльності показана на рис. 1.7.

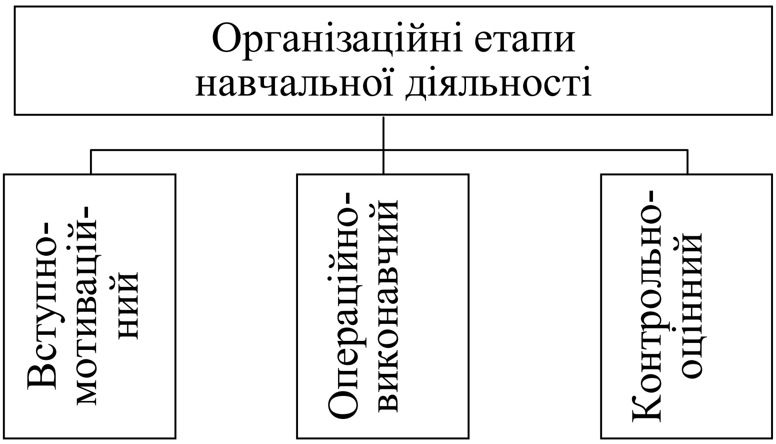


Рис. 1.7. Схема організаційного структурування навчальної діяльності

Серед організаційних етапів діяльності центральну роль відіграє *вступно-мотиваційний етап*. Задача цього етапу – "увести" студента в діяльність, підготувати його до неї. Внаслідок виконання цього етапу студент, підготовляється до проведення діяльності в цілому. Звичайно вступно-мотиваційний етап спрямований на усвідомлення і розуміння студентом:

– цілей і задач (лекції, навчального заняття, індивідуального завдання тощо);

– характеру явищ, процесів, ситуацій, які є предметом навчальної діяльності, властивостей математичних об'єктів та їх взаємодії;

– умінь і знань, які необхідні для досягнення навчальних цілей. Саме оперування цими знаннями приводить до формування спочатку необхідних для розв'язання конкретної задачі умінь, а потім і образу дій загалом.

На цьому етапі розв'язуються задачі додаткового мотивування діяльності на фоні домінуючого мотиву, а також задачі формування орієнтувальної основи діяльності.

Якщо вступно-мотиваційний етап не буде правильно організований, то навчальна діяльність буде спонукатися, головним чином, зовнішніми мотивами, не буде відповідати значущим потребам і інтересам студента. Навчальна діяльність йому буде нецікава, і як результат вона буде сліпою, неусвідомленою і неефективною.

Протягом *операційно-виконавчого етапу* реалізовується виконавча частина діяльності. Студенти вивчають і засвоюють зміст відповідних порцій навчального матеріалу, в них формуються необхідні вміння. Навчальна діяльність на цьому етапі полягає в безпосередньому розв'язанні навчальних задач.

Контрольно-оцінний етап спрямований на реалізацію контрольно-коректувальної частини діяльності. На цьому етапі повинна бути забезпечена організація таких дій студентів: узагальнення засвоєного навчального матеріалу і включення його в загальну систему знань і умінь; встановлення фактів розв'язання навчальних задач; визначення того, що зроблено не так, як треба, а що не зроблено зовсім, що засвоєно, що не засвоєно і чому. На основі такого аналізу студенти повинні оцінити як свою діяльність загалом, так і окремі її дії, свої успіхи і невдачі, а також, у разі необхідності, провести коректування зробленої роботи, ліквідувати виявлені недоліки. Дуже важливо при цьому, щоб студенти могли виділяти в своїй діяльності використані методи і способи дій, відділяти їх від змісту навчального матеріалу. Але вся ця робота повинна бути організована викладачем.

Таким чином, ми дійшли висновку, що навчальна діяльність – це діяльність, яку виконує студент під час навчання У навчанні на засадах діяльнісного підходу вона має певні особливості у порівнянні з іншими видами діяльності:

1. Цілями навчальної діяльності є формування вмінь виконувати предметні дії, зокрема математичні, і засвоєння знань, необхідних для цього. Цілі навчальної діяльності задаються не суб'єктом цієї діяльності (студентом), а іншою людиною (викладачем), і можуть бути не відомі студенту.

2. Змістову частину навчальної діяльності складають уміння, формування яких є її цілями, і знання, необхідні для цього. Зміст навчальної діяльності визначається не суб'єктом діяльності (студентом), а викладачем.

3. Механізмом здійснення навчальної діяльності є розв'язання задач, що студентом сприймається як ціль навчання. Навчальна задача — це будь-яка задача, що пред'являється студенту, якщо вона спрямована на досягнення цілей навчання.

4. Суб'єкт навчальної діяльності одночасно є і її об'єктом, тому що продукти навчальної діяльності — не перетворення зовнішніх предметів, а зміни в самому суб'єктові діяльності (студент, переробляє, перетворює, змінює сам себе). Продукт навчальної діяльності, на відміну від продуктів інших видів діяльності, не відторгається від її суб'єкта, оскільки є невід'ємною властивістю самого суб'єкта.

5. Прямий продукт навчальної діяльності являє собою зміни в студенті, передбачені цілями навчальної діяльності. Побічний продукт навчальної діяльності являє собою зміни в студенті, не передбачені цілями навчальної діяльності. Прямий і побічний продукт навчальної діяльності співпадають за формою.

6. Навчальна діяльність може бути структурована у чотири способи: функціональний, динамічний, операційний, організаційний.

7. Проектування й організація навчальної діяльності, а також управління нею – це ціль і зміст діяльності викладача.

8. Навчання математики у ВТНЗ проектується і організується викладачем заради здійснення навчальної діяльності, підчас якої студентами засвоюється зміст навчання. Тому саме навчальна діяльність є системоутворювальним чинником навчання.

9. Навчальна діяльність зорієнтована на майбутню професійну діяльність і має організовуватися як її аналог, модель. Вона є психологічною моделлю фахової діяльності, до якої готується майбутній інженер. Таким чином органічно пов'язуються два

процеси: навчання як орієнтувальна діяльність і професійна діяльність за фахом як виконавча діяльність.

1.2. Діяльнісний підхід як теоретична основа навчання математики у вищий технічній школі

Сучасний етап розвитку вищої освіти в Україні вимагає якісних змін системи підготовки фахівців у галузі природничо-математичних і комп’ютерних наук, перегляду цілей і завдань, змісту, форм і засобів навчальної діяльності студентів. У сучасних умовах випускник ВНЗ повинен не тільки досконало знати, правильно експлуатувати довірену йому техніку, але і чітко розуміти принципи її застосування в різних умовах, бути здібними до постійної самоосвіти, самовдосконалення. Підготовка такого фахівця є задачею вищої професійної освіти.

Розв’язання цієї задачі можливо за умови упровадження у навчання діяльнісного підходу. Метою даного пункту є розгляд сучасних тенденцій удосконалення математичної складової вищої інженерної освіти, визначення місця діяльнісно орієнтованих технологій у технологіях навчання математики у ВТНЗ, формулювання принципів, цілей і змісту такого навчання.

1.2.1. Сучасні підходи до навчання математики у ВТНЗ. Упровадження нових, наукоємних технологій у виробництво значно підвищує вимоги до фундаментальної підготовки фахівців, зокрема математичної підготовки, що пред'являються до випускників вищих навчальних закладів інженерного профілю. Вони повинні володіти глибокими професійними знаннями й уміннями, володіти математичними методами і застосовувати їх у практичній діяльності (і не тільки в стандартних ситуаціях). Як навчальна дисципліна математика несе в собі величезний гуманітарний і прикладний потенціал, що дозволяє не тільки своїми методами і засобами виявляти істотні зв'язки реальних явищ і процесів у виробничій діяльності. Математика дає змогу формувати у майбутніх інженерів уміння математичного дослідження прикладних питань, побудови і аналізу математичних моделей інженерних задач. Вона також розвиває інтуїцію і рефлексію в процесах прогнозування й ухвалення рішення в умовах невизначеності. Тому курс математики у ВТНЗ повинен встановлювати зв'язки із спеціальними дисциплінами та ілюструвати ефективність математичних методів, відповідати процесу формування базових характеристик особистості майбутнього інженера.

Дослідження з приводу навчання математики у вищій школі спираються на велику кількість вітчизняних робіт з теорії і методики навчання математики в школі, серед яких провідну роль грають дослідження В. Г. Бевз [30], Г. П. Бевза [33], М. І. Бурди [51], М. Я. Ігнатенка [224], В. Г. Моторіної [302], С. П. Семенця [373], О. І. Скафи [387], С. О. Скворцової [390], З. І. Слєпкань [393], Н. А. Тарасенкової [418], О. С. Чашечникової [441], В. О. Швеця [452], М. І. Шкіля [5, 6] та ін.

Вітчизняні й закордонні педагоги і математики пропонують різні варіанти вдосконалення методики навчання математики у середній та вищій школі. Удосконалення математичної підготовки студентів ВТНЗ є багатогранною проблемою, розв’язання якої вимагає, на наш погляд, глибокого освоєння основ математичної науки, вміння бачити й використовувати внутрішньо предметні й міжпредметні зв'язки, прикладну спрямованість курсу вищої математики, формування у студентів уміннями застосовувати математику для розв'язання практичних завдань, моделювати явища і процеси, що відбуваються на виробництві й у природі.

У той же час однією з тенденцій розвитку сучасної освіти є скорочення кількості годин, що виділяються на вивчення математичних дисциплін у ВТНЗ. Одночасно відбувається зростання вимог, які висуваються ринком праці до професійної компетенції майбутніх фахівців. З урахуванням цього ведеться інтенсивний пошук шляхів удосконалення навчання математики в ВНЗ. Розглянемо наріжні питання підвищення якості математичної підготовки у технічному вищому навчальному закладі.

Однією з робіт, у якій комплексно розглянуто наукові основи навчання математики студентів нематематичних спеціальностей (на базі металургійних, енергетичних і електромеханічних спеціальностей вищого закладу технічної освіти), є дисертація Т. В. Крилової [251]. Ми згодні з автором у тому, що методична система навчання математики в технічному ВНЗ має бути побудована таким чином, щоб у комплексі розв’язувати всі питання, що забезпечують досягнення тих цілей, які висуває сучасність до вищої інженерної математичної освіти. Це можливо тільки якщо саме навчання буде здійснюватися на засадах діяльнісного підходу.

Проведений нами аналіз дисертаційних робіт з навчання математики у технічному ВНЗ показав, що більшість з них присвячена окремим питанням удосконалення навчання математики у ВНЗ. Одним із найважливіших з них є питання зв'язок навчання математики з майбутньою професійною діяльністю студентів. Це питання розглядалося багатьма дослідниками, які одностайні в тому, що в умовах професійно спрямованого (контекстного) навчання підсилюється мотивація студентів до вивчення дисципліни, що є важливим чинником підвищення ефективності навчання.

У дослідженні проблеми професійної спрямованості навчання математики в технічних ВНЗ можна виділити чотири основні напрямки. Представники першого напряму досліджують цю проблему в загально методичному аспекті: виявляють засоби, шляхи, умови, що сприяють найбільш ефективній реалізації принципу професійної спрямованості (С. І. Федорова [429], Г. О. Бокарєва [41], Л. П. Гусак [99], С. В. Плотнікова [336], Н. М. Самарук [370], Ю. М. Ткач [422] та ін.). Ряд дослідників зв'язують професійну спрямованість із застосуванням математичних знань і методів у професійній сфері (О. О. Василевська [59], Л. В. Васяк [102], В. А. Далінгер [102], Н. В.Скоробогатова [390] та ін.).

Представники третього напрямку з’ясовують значення професійної спрямованості як засобу мотивації навчальної діяльності студентів (О. О. Василевська [59], Плотнікова [336], Р. М. Зайкін [203] та ін.).

Найбільш змістовний варіант професійної спрямованості відбитий у четвертому напрямку (К. В. Власенко [65], Н. Р. Жарова [197], Р. О. Жарєнкова [198], В. І. Клочко [234], Т. В. Крилова [252], Л. Д. Кудрявцев [256], Л. І. Нічуговська [313], В. Г. Моторіна [302], Ю. В. Триус [424] та ін.). При цьому професійна спрямованість навчання математики співвідноситься з особистісною спрямованістю процесу навчання і має на увазі таке використання педагогічних засобів (змісту, форм, методів навчання), яке, забезпечуючи засвоєння студентами програмного обсягу знань, умінь і навичок, сприяє формуванню й розвитку професійних якостей особистості. У роботах цього напряму виділяється ряд професійно значущих якостей особистості інженера: розуміння ролі математики в професійній діяльності інженера; набуття студентами умінь, необхідних для успішного засвоєння ними інших дисциплін, якісного виконання курсового й дипломного проектування; вміння здійснювати адекватний вибір того або іншого математичного методу при розв'язанні певних прикладних задач; уміння самостійно розв'язувати математичні задачі; вміння аналізувати результати, порівнювати різні способи розв'язання однієї й тієї ж задачі, проявляти ініціативу й активність; уміння адекватно оцінювати свою діяльність і т.ін. Однак виділені якості мають досить узагальнений характер і не відбивають специфіки професійної діяльності інженера. Зокрема, у студентів не формуються: уява про взаємозв'язок змісту математичної освіти й змісту дисциплін спеціалізації (предметний аспект); інтелектуальні вміння, обумовлені характером професійної діяльності (інтелектуальний аспект); сприйняття математики як засобу професійного вдосконалювання своєї особистості (мотиваційний аспект).

Питанням професійної спрямованості навчання математики студентів технічних ВНЗ присвячена велика кількість дисертаційних робіт у останнє десятиліття. Так в роботі М. С. Амосової [11] розглянуто професійну спрямованість навчання математики студентів гірничих факультетів ВНЗ як засіб формування їх математичної компетентності. У дисертації О. І. Ісмагілової [222] досліджувався інтегративно-модульний компонент професійної спрямованості навчання математики майбутніх інженерів радіоелектротехнічних спеціальностей. Професійно спрямоване навчання вищої математики при підготовці інженерів у військових технічних ВНЗ розглядає у своїй роботі А. Ф. Салімова [368]. У роботі О. В. Бочкарьової [45] досліджувалася професійна спрямованість навчання математики студентів інженерно-будівельних спеціальностей ВНЗ. Вона бачить підвищення рівня професійної підготовки фахівця у взаємозв'язку змісту математичної освіти зі змістом дисциплін спеціалізації, специфіку професійного мислення інженера-будівельника, вплив математичної підготовки на професійне вдосконалювання особистості. Нею розроблено сукупність професійно орієнтованих математичних задач, в умові яких відбита модель певної професійної ситуації, цілеспрямовано впроваджено ці задачі в навчальний процес.

Л. П. Гусак [99] розглянула професійну спрямованість навчання вищої математики студентів економічних напрямів підготовки ВНЗ. Автором доведено, що ефективність формування у студентів потрібних мотиваційних факторів діяльності висококваліфікованого фахівця у процесі навчання вищої математики залежить від узгодженості педагогічних умов професійного спрямування навчання вищої математики із сучасними завданнями підготовки фахівця, від систематичності і цілеспрямованості визначення оптимальних умов формування професійної культури спеціаліста у процесі навчання математики.

Л. С. Васіна [54] розглянула проблему інтеграції знань з математики та спеціальних дисциплін у підготовці майбутніх радіотехніків. Нею визначено основні компоненти змісту професійної та математичної підготовки та розглянуто їх взаємодію, теоретично обґрунтовано необхідні та достатні дидактичні умови інтеграції математичних і спеціальних дисциплін у підготовці радіотехніків, конкретизовано дидактичні принципи науковості, технологічності, проблемності, наступності, прогностичності та доступності для інтеграції знань з математики та спеціальних дисциплін у підготовці фахівців радіотехнічного профілю, з урахуванням яких розроблено систему прикладного математичного забезпечення для підготовки майбутніх радіотехніків і сформовано методику використання пакетів прикладних програм для її реалізації за умов технічного коледжу. Л. С. Васіна вважає, що інтеграція знань із математики та спеціальних дисциплін на базі інформаційних технологій сприяє підвищенню якості професійної підготовки майбутніх радіотехніків за умов: цілеспрямованого формування у студентів узагальнених прикладних математичних знань; навичок застосування математичних прийомів і методів з урахуванням прогностичної моделі майбутньої професійної діяльності; систематичного використання комп’ютерних програм при розв’язуванні задач професійного спрямування на заняттях із математики; посилення прикладного характеру математичних знань і вмінь у професійній підготовці.

Л. В. Васяк у дисертаційній роботі [55] розглядає формування спеціальної компетентності майбутніх інженерів в умовах інтеграції математики й спецдисциплін засобами професійно орієнтованих задач. У дисертаційній роботі І. М. Гридчиної [93] розглянуто взаємозв'язок математичних і спеціальних дисциплін у підготовці інженера. М. Нассер у дисертації [306] розробив методику реалізації міжпредметних зв'язків засобами розв'язання прикладних задач у процесі навчання математики у ВНЗ.

Упровадження нових наукомістких технологій у розробку й функціонування економіки значно підвищує вимоги з фундаментальних наук, що пред'являються до випускників вищих навчальних закладів інженерного профілю. Вони повинні мати глибокі професійні знання й уміннями, володіти математичними методами й застосовувати їх у практичній діяльності (і не тільки в стандартних ситуаціях). Як навчальна дисципліна математика має величезний гуманітарний і прикладний потенціал, що дозволяє не тільки своїми методами й засобами виявляти істотні зв'язки реальних явищ і процесів у виробничій діяльності, але й розбудовувати навички майбутніх інженерів у математичному дослідженні прикладних питань, уміння будувати й аналізувати математичні моделі інженерних задач, розбудовувати інтуїцію й рефлексію в процесах прогнозування й ухвалення рішення в умовах невизначеності. Тому розгляд комплексу прикладних і професійно орієнтованих задач у курсі математики повинен не тільки встановлювати зв'язки зі спеціальними дисциплінами й ілюструвати ефективність математичних методів, але й акумулювати математичні знання в єдину цілісність, відповідати процесу формування базових характеристик особистості майбутнього інженера. У цьому, зокрема, полягає основа для розуміння єдності математики, підвищення якості освоєння її змісту майбутніми інженерами, розвитку мотивації й інтересу до оволодіння майбутньою професією, потреби в інженерно орієнтованих математичних знаннях і методах.

Так, у дисертації Т. В. Ігнатьєвої [215] розглянуто методику конструювання задач-компактів прикладної спрямованості і їх використання як засобу удосконалення навчання математики в технічних ВНЗ. У дисертації О. І. Кузьменко [259] розглядалися математичні задачі як засіб формування професійної компетентності студентів аграрних спеціальностей вищих навчальних закладів. У роботі М. П. Бородіна [44] розглядається вдосконалення математичної підготовки студентів технічних ВНЗ за допомогою навчально-методичного комплексу, створеного на основі системи типових задач. Н. В. Скоробогатова [391] досліджує наочне моделювання професійно орієнтованих задач у навчанні математики студентів інженерних напрямків технічних ВНЗ. Нею розроблено методику дослідження професійно орієнтованих задач у навчанні математики майбутнього інженера на основі наочного моделювання технічних процесів і реальних явищ. Ю. О. Семеняченко [375] розглядає математичні задачі як засіб розвитку якостей продуктивного мислення студентів.

Таким чином, розглянувши роботи, що присвячені професійній спрямованості математичних дисциплін у технічному ВНЗ, ми дійшли висновку, що підвищенню рівня професійної підготовки фахівця сприяють:

– взаємозв'язок змісту математичної освіти зі змістом дисциплін спеціалізації;

–інтеграція знань із математики та спеціальних дисциплін засобами професійно орієнтованих задач;

– математичні задачі як засіб розвитку якостей продуктивного інженерного мислення студентів.

Для забезпечення професійної спрямованості навчання математичних дисциплін необхідно:

– розробити сукупність професійно орієнтованих математичних задач, в умові яких відбита модель певної професійної ситуації;

– систематично розв’язувати задачі професійного спрямування на аудиторних заняттях із математики;

– включити систему професійно орієнтованих задач до змісту самостійної роботи студентів.

Але, на нашу думку, для забезпечення професійної спрямованості навчання математичних дисциплін необхідно провести технологічний аналіз майбутньої професійної діяльності інженера для визначення тих предметних математичних дій, які необхідні для виконання цієї діяльності. Тільки на основі такого аналізу можна буде сформувати систему професійно орієнтованих задач.

Ще один шлях забезпечення якості інженерної освіти є реалізація профільного навчання в старшій школі орієнтована на соціалізацію учнів із урахуванням потреб суспільства, взаємодію школи із закладами ВТНЗ. Якісна математична освіта майбутнього інженера є основою його професійної підготовки і це зумовлює важливість реалізації наступності у навчанні математики в системі неперервної освіти "технічний ліцей – ВТНЗ".

Аналіз психолого-педагогічної та методичної літератури свідчить, що питання наступності між загальноосвітньою школою й професійними технічними закладами освіти стали предметом дослідницької уваги С. Я. Батишева [28], Г. Б. Гордійчук [90], О. С. Дубінчука [5, 6], А. В. Литвина [273], М. І. Махмутова [290], Г. О. Федорової [430] та ін. Розв'язання проблеми реалізації наступності через міжпредметні зв'язки та пошук дидактичних основ зв'язку навчання з виробництвом пропонують П. Р. Атутов [17], Ю. А. Кустов [263], О. Г. Мороз [301], О. М. Пишкало [404], М. М. Скаткін [109] та ін. У різний час проблему наступності в системі "школа – ВНЗ", "коледж – ВНЗ", "ліцей – ВНЗ" розглядали В. М. Алфімов [10], О. І. Коломок [239], Р. Б. Кохужева [249], О. В. Литвин [273], М. М. Мавлюшов [281], Л. Н. Мазаєва [282], О. Г. Мороз [301], О. М. Пишкало [404], І. В. Реутова [357], Н. О. Улякіна [427], Л. В. Форкунова [432] та ін.

Так в дисертації Л. В. Форкунової [432] розроблено методику формування дослідницької компетентності школярів у сфері застосувань математики при взаємодії школи і ВНЗ. М. В. Шабанова в роботі [447] досліджує формування методологічних знань при вивченні математики в системі "школа-ВНЗ". Робота, спрямована на реалізацію наступності в системі неперервної освіти "технічний ліцей – ВТНЗ", виконана І. В. Реутовою [357]. Нею розроблено методичну систему навчання геометрії в технічному ліцеї (старшій школі технічного профілю), методичні рекомендації з питання забезпечення наступності в навчанні геометрії, створено дидактичне забезпечення навчання геометрії, зокрема, система задач з геометрії для учнів старшої школи технічного профілю, методичні розробки лабораторно-практичних робіт з геометрії.

Таким чином, аналіз праць, присвячених проблемі наступності математичної освіти в системі "школа – ВНЗ", дозволяє виділити основні напрямки її розв'язання. До таких напрямків належать установлення спадкоємних зв'язків між цілями загальної і професійної математичної освіти, між змістом навчання математики в школі та ВНЗ, формами організації процесу навчання, методами організації навчання. З погляду діяльнісного навчання цілями навчальної діяльності є формування вмінь, що забезпечують виконання професійної діяльності, тому, на наш погляд, тільки наступність у формуванні вмінь може забезпечити взаємозв'язок навчання математики в системі "технічний ліцей – ВТНЗ".

Пошукам шляхів підвищення якості математичної освіти майбутніх інженерів властива ще одна новація, відома в теорії навчання як ідея дидактичного випередження. Суть цієї ідеї полягає в тому, що в навчальну діяльність студентів навмисно вводиться інформація (навчальний матеріал), яка стане предметом засвоєння (вивчення) надалі. Це робиться з метою полегшення сприйняття й розуміння студентами досліджуваного надалі математичного змісту.

Про використання ідеї дидактичного випередження з абстрактними математичними ідеями, поняттями й методами неодноразово висловлювалися провідні вчені. Так, академік Л. Д. Кудрявцев [256], надає особливу значимість постановці в процесі навчання освітніх перспектив. Відомий педагог-математик В. А. Тестів [418] у своїх книгах орієнтує на активне використання у вищій школі різних варіантів пропедевтичної роботи. Професор Є. М. Вєчтомов [58] вважає за необхідне використання в освітній практиці ВНЗ такого прийому мотивації до навчання, як видачу студентам для попереднього ознайомлення тексту однієї або кількох наступних лекцій. Автор підручників з математики М. І. Шабунін [448] запропонував принцип "послідовних фаз", суть якого полягає в тому, що навчальний матеріал спочатку сприймається на інтуїтивному або евристичному рівні, потім освоюється термінологія, визначення й доведення, а далі наступає фаза засвоєння, розширення знань і їх використання. Реалізації ідеї дидактичного випередження при навчанні вищої математики у вищому навчальному закладі присвячена дисертаційна робота Н. В. Лушнікової [280].

Інтелектуально-творчий розвиток особистості розглянуто в роботах І. А. Зязюна [212]. Ще одним з підходів, який дозволяє реалізувати творчий потенціал студентів при навчанні математики є евристичне навчання. Науково обґрунтована методична система евристичного навчання математики була запропонована О. І. Скафою у роботі [387].

Т. С. Максимовою [283] розглянуто методику формування професійно орієнтованої евристичної діяльності студентів вищих технічних навчальних закладів на практичних заняттях з вищої математики. Істотними передумовами, що сприяють формуванню евристичних умінь майбутніх інженерів під час навчання вищої математики на практичних заняттях, Т. С. Максимова вважає реалізацію системного, комплексного, діяльнісного підходів до навчання. Ми згодні з тим, що евристичне навчання сприяє розвитку інтелекту й творчої особистості студентів, але лише у тому разі, якщо саме навчання буде здійснюватися на засадах діяльнісного підходу.

Нові вимоги, що пред'являються з боку суспільства до професійної підготовки інженерів, зокрема її математичної складової, а також реформуванням вищої освіти відповідно до Болонської декларації та кредитно-модульної системи навчання, вимагає від викладача здійснення чітко спланованих контролюючих та коригуючих заходів. Цій проблемі присвячена робота О. М. Кондратьєвої [245]. Нею побудовано методичну систему контролю і коригування знань та умінь студентів технічних спеціальностей у процесі навчання вищої математики. За для цього визначено наукові засади організації та проведення контролю і коригування знань та умінь студентів у процесі навчання вищої математики; виявлено системно-структурні зв'язки двох процесів – контролю і коригування, – під час вивчення студентами курсу вищої математики; удосконалено методичну систему контролю знань та умінь студентів у процесі навчання вищої математики; розроблено основи поділу на види контролю і коригування знань та умінь студентів у процесі навчання вищої математики; обґрунтовано доцільність використання тих чи інших видів контролю і коригування знань та умінь студентів у процесі навчання вищої математики в залежності від поставленої мети у відповідності до вимог Болонської декларації.

Ми згодні з О. М. Кондратьєвою в тому, що впровадження у процес навчання вищої математики у ВНЗ комплексної методичної системи контролю і коригування, розробленої на засадах діяльнісного підходу з урахуванням вимог індивідуалізації та диференціації навчання, забезпечить підвищення якості математичних знань та умінь студентів технічних спеціальностей.

Методиці контролю математичних знань студентів технічних ВНЗ з використанням комп'ютерного контролюючого комплексу присвячена робота М. О. Бурковської [52]. Дослідниця доводить, що застосування комп'ютерних технологій в контролі математичних знань студентів технічних ВНЗ дозволить забезпечити об'єктивність і регулярність контролю, швидкий зворотній зв'язок і можливість корекції, індивідуалізацію і диференціацію контролю, а також ґрунтовніше перевірити фундаментальні математичні знання студентів за рахунок надання комп'ютерної підтримки при виконанні контрольних завдань.

Ми не згодні з М. О. Бурковською, в тому що контролю підлягають математичні знання. Такий підхід відповідає парадигмі знаннього навчання. Діяльнісне навчання передбачає, що контролюватися повинні результати навчальної діяльності. Тобто контролю мають підлягати не знання, а застосування цих знань. Це можливо при рейтинговій оцінці результатів навчальної діяльності, яка враховує рівні освоєності предметних математичних дій, рівні сформованості вмінь, виконання самостійної роботи студентів.

Саме сформованість математичної діяльності пропонує контролювати Т. А. Табішев [412] у методичній системі моніторингу математичної підготовки студентів ВНЗ. Автор дійшов висновку, що результативним аспектом методичної системи моніторингу математичної підготовки студентів ВНЗ є формування в них професійної математичної діяльності як системи мотивованих психічних дій, спрямованих на оволодіння комплексом специфічних розумових умінь, навичок і здібностей — математичних компетенцій.

Концепція "компетенції" набуває істотної ваги в становленні сучасного типу особистості в умовах модернізації освітнього простору. Ця тенденція полягає в тому, що підвищується роль когнітивних та інформаційних початків в освіті, а звідси більш адекватним стає поняття "компетенція" на відміну від поняття "кваліфікація". В умовах нового типу економіки все більший пріоритет серед вимог до випускників вищих навчальних закладів одержують вимоги системно організованих інтелектуальних, комунікативних, моральних початків. Це дозволяє успішно організовувати діяльність у соціальному, економічному, культурному контекстах. Отже, найважливішим завданням сучасної освіти є її переорієнтація на визначення компетенцій, що забезпечують якість освіти, адекватну вимогам часу.

Теорія компетентнісно орієнтованого підходу до навчання, зокрема формування професійної компетентності у вищих навчальних закладах, розглянута у працях О. Ю. Беляніної [34], С. А. Ракова [352], С. І. Федорова [429] та ін.

Математична компетенція є однією з 8 ключових компетенцій, якими повинен володіти кожний європеєць, що запропоновані у європейському проекті TUNING [483].

Питання формування математичних компетенцій вчителя математики розглянуто у дисертаційному дослідженні С. А. Ракова [352]. Ним визначено математичну компетентність вчителя математики як усвідомлення та вміння використовувати на практиці усі складники дослідницької і прикладної діяльності в галузі математики. Дослідником запропоновано до математичних компетентностей віднести процедурну компетентність (уміння розв'язувати типові математичні задачі); логічну компетентність (володіння дедуктивним методом доведення та спростування тверджень); технологічну компетентність (володіння сучасними інформаційними технологіями підтримки математичної діяльності); дослідницьку компетентність (володіння математичними методами дослідження соціально значущих задач); методологічну компетентність (уміння оцінювати доцільність використання математичних методів).

Ми згодні з С. А. Раковим у тому, що ефективне навчання математики базується на формуванні у студентів математичних предметних умінь, система яких, фактично, і складає математичну компетентність фахівця.

До проблеми формування математичних умінь і компетенцій зверталися й інші дослідники. Так, О. Ю. Беляніна в роботі [34] розглядає технологічний підхід до розвитку математичної компетентності студентів економічних спеціальностей. Проблемі розвитку математичної компетентності студентів економічних спеціальностей присвячена також робота Д. О. Картьожнікова [229]. Автор пропонує розв'язувати її за умови створення візуального навчального середовища. У роботі О. Л. Черемних [442] розглянуто формування комплексу математико-методологічних умінь при навчанні математики майбутніх бакалаврів фізико-математичного напряму в педагогічному ВНЗ.

Стосовно ВТНЗ питання формування компетенцій розглядалися у таких аспектах. У дисертації І. А. Азізян [3] на прикладі теорії ймовірностей розглянуто формування мовних компетенцій в курсі математики політехнічного ВНЗ. В роботі О. О. Валіханової [53] розглядається формування інформаційно-математичної компетентності студентів інженерних ВНЗ у навчанні математики з використанням комплексу прикладних задач. В дисертації В. А. Петрук [328] увага зосереджена на формуванні базових професійних компетенцій у майбутніх фахівців технічних спеціальностей. Нею визначені поняття базових професійних компетенцій майбутнього фахівця технічного профілю; розроблені концептуальні положення щодо формування базових професійних компетенцій майбутнього випускника технічного вищого навчального закладу в процесі вивчення фундаментальних дисциплін; удосконалена методика викладання дисциплін фізико-математичного циклу на основі використання інноваційних технологій.

Ми підтримуємо думку В. А. Петрук про те, що формування базових професійних компетенцій майбутнього фахівця з вищою технічною освітою має розглядатись як складова його фундаментальної, зокрема математичної, підготовки.

Найважливішими засобами навчання математики є сучасні комп'ютерно орієнтовані системи, які сприяють підготовці студентів професійної діяльності, формуванню творчої особистості.

Питанням використання інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) у навчанні математики вищої школи присвячено роботи Н. І. Бойко [40], Є. Ф. Вінниченка [61, 195], О. В. Вітюка [194], К. В. Власенко [65], Ю. В. Горошка [91, 195], В. В. Дровозюк [113], М. І. Жалдака [195, 414], О. Б. Жильцова [200], В. І. Клочка [234, 235], Т. Г. Крамаренко [225], Р. М. Літнаровича та Ю. Г. Лотюка [276], С. А. Ракова [352], С. О. Семерікова [225], В.М.Соловйова [398], Г. М. Торбіна [200], Ю. В. Триуса [424], Р. П. Явича [459] та ін.

Використання інформаційних технологій навчання математики у технічній вищій школі системно розглянуто в роботі В. І. Клочка [234]. Ним запропоновано підхід до побудови комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математики у технічному ВНЗ, обґрунтовано ефективність застосування нових інформаційних технологій з метою формування математичних понять, опанування студентами прийомів математичного моделювання.

У роботі С. Ф. Катержиної [228] досліджено розвиток пізнавальної самостійності студентів технічного ВНЗ при навчанні математики з використанням Web-Технологій. Р. П. Явич в роботі [459] розглядає управління математичною підготовкою студентів технічного ВНЗ на основі телекомунікаційних технологій. Проблему використання інформаційних технологій навчання математики у машинобудівній інженерній школі розглядає К. В. Власенко [65]. Нею запропоновано методичну систему інтенсифікації навчання вищої математики студентів машинобудівних напрямів підготовки засобами прикладних програм комп'ютерної алгебри, динамічної геометрії та інших.

Ми згодні з тим, що використання інформаційно-комунікаційних технологій у технічному ВНЗ призводить до інтенсифікації навчання, підвищує мотивацію студентів до навчання, дозволяє надати процесу навчання математики професійної спрямованості. Але, на нашу думку, разом із використанням прикладних програм у навчанні математики, необхідно також використовувати методи інженерії знань. Ці методи, а саме методи подання, обробки, витягання предметних знань, методи моделювання студента є інформаційними не за засобом здійснення діяльності, а за її змістом.

Демократизація суспільного життя спричиняє поворот до гуманістичних позицій. У цей час проблема гуманізації й гуманітаризації вищої освіти дуже актуальна. Висока якість освіти визначається єдністю в освітньому процесі цілей навчання, виховання і розвитку. Дана єдність дозволяє забезпечити формування якостей не тільки фахівця, але й особистості.

На необхідність використання особистісно орієнтованого підходу як стратегічного засобу інтенсифікації процесу навчання при розробці сучасних технологій навчання йдеться в роботах І. Д. Беха [39], О. С. Падалки [320], О. М. Пєхоти [330], З. І. Слєпкань [394] та ін.

Вагомо це торкнулося змісту математичної освіти й методів навчання математики. Гуманізація навчання математики означає таке навчання, яке головним визначає особистість студента, його інтереси, здібності й духовний світ. Сутність гуманізації освіти, у тому числі й математичної, полягає у визнанні особистості кожного студента вищою соціальною цінністю суспільства. Основою реалізації принципу гуманізації є здійснення особистісного підходу в навчанні математики, спрямованість процесу навчання на задоволення запитів і потреб студентів, на встановлення рівноваги особистих і суспільних інтересів.

Велика кількість дослідників у своїх роботах упроваджує особистісно орієнтований і диференційований підходи до навчання математики у ВТНЗ. У роботі Л. М. Глушкової [85] побудовано методичну систему математичної підготовки студентів технічних ВНЗ на основі особистісно орієнтованого підходу. В дисертації

О. О. Костіної [248] розглянуто диференційоване навчання математики в технічному ВНЗ з урахуванням рівня розвитку компонентів математичних здібностей студента. М. О. Приходько [349] розглядає навчальну мотивацію як засіб управління індивідуально орієнтованим навчанням математики студентів аграрного університету.

При цьому стверджується, що домінуюча тенденція сучасної освіти полягає в переході від знаннєвої парадигми до особистісної, основу якої складає особистісно орієнтований підхід. Зі слів Е. Ф. Зеєр і Г. М. Романцева [28, с. 18], "є обґрунтованим становлення особистісно орієнтованої освіти в середині 90-х років. Воно засноване на методологічному принципі, згідно з яким учень повинен стати і об'єктом, і суб'єктом освіти. Це означає, що необхідно враховувати передусім його потреби, мотиви, цілі, здібності, активність, інтелект і інші індивідуально-психологічні особливості". Але у навчання як такого не може бути ні суб'єкта, ні об'єкта – ці категорії є атрибутами діяльності.

Як вже наголошувалося, навчання у вищій школі – це сукупність двох, хоча і взаємопов'язаних між собою, але самостійних діяльностей – діяльності викладача і діяльності студента. Викладач у своїй діяльності передає досвід, а студент у навчальній діяльності цей досвід сприймає. І, звичайно, в кожній з цих діяльностей є і свій суб'єкт, і свій об'єкт.

По суті справи, таке твердження – це сприйняття положення про те, що студент є і суб'єктом навчальної діяльності, і її об'єктом. Цей результат був отриманий психологією шляхом аналізу навчальної діяльності. Це особливість навчальної діяльності, її об'єктивна властивість.

Проектуючи навчання, необхідно передусім виходити з навчальних цілей, які диктуються майбутньою професійною діяльністю. Професійна діяльність, як ми бачили, задає і зміст навчання. Якщо цілі і зміст навчання визначити, а потім відповідно до теорії діяльності спроектувати і навчальний процес, то навчання буде *об'єктивно* орієнтованим на особистість, оскільки теорія діяльності – це загальнолюдська теорія, вона базується на об'єктивних властивостях особистості.

Особистісно орієнтоване навчання може протиставлятися знаннєвому навчанню тільки в тому разі, коли воно буде діяльнісним. Само таке навчання буде відповідати принципу гуманізму, згідно з яким метою математичної підготовки у ВНЗ стає виховання й формування особистості фахівця засобами математики, що припускає розвиток інтелекту, творчих здібностей, моральних якостей студента, реалізацію професійної спрямованості.

До проблеми розвитку ідей діяльнісного підходу в методиці навчання математики зверталися такі вчені, як О. Б. Єпішева [193], О. О. Задкова [202], Т. О. Іванова [214], В. І. Крупіч [255], М. О. Родіонов [363], Г. І. Саранцев [371], З. І. Слєпкань [394], А. А. Столяр [408] та ін. Вони розглядають використання діяльнісного підходу при навчанні математики у чотирьох варіантах: створення ситуації самостійного відкриття й засвоєння способів діяльності; виділення сукупності дій, адекватних їхньому предметному змісту; проектування і організація навчальної діяльності; діяльнісний підхід як одна зі складових методології методики навчання математики. Але більшість досліджень робилася на матеріалі середньої школи. Так О. Б. Єпішева [193] розглядає діяльнісний підхід як теоретичну основу проектування методичної системи навчання математики у середній школі. Нею технологічно спроектована система цілей математичної освіти мовою дій учнів, відповідна система узагальнених типів навчальних задач і прийомів навчальної діяльності, що забезпечують досягнення спроектованих цілей, і спроектовані на цій основі технологічні процедури діяльності учнів у навчальному процесі з математики.

Теоретико-методичні основи навчання вищої математики на засадах системно-діяльнісного підходу у вищій технічній школі розробила О. А. Малигіна [286]. Дослідницею пропонується впровадити у навчальний процес технічного ВНЗ експериментальне навчання, у процесі якого формуються два типи знань: математичні і методологічні. До методологічних відносяться знання про діяльність як основу отримання нових знань, знання про методи наукового пізнання, такі як метод системного аналізу, метод математичного моделювання, синтезу, побудови гіпотези, доведення. На нашу думку, в роботі О. А. Малигіної перевага надається формуванню діяльності структурного аналізу і математичного моделюванню, і недостатньо уваги приділяється структуруванню і поданню знань, які є засобом навчання математики на засадах діяльнісного підходу.

Проведений нами аналіз великої кількості дисертаційних досліджень з проблеми навчання математики показав, що в багатьох з них йдеться про навчання, яке здійснюється на засадах діяльнісного підходу. Але на практиці йдеться про знаннєве навчання. Так, наприклад, у роботі Г. С. Пастушок [322], яка присвячена методиці вивчення математики на економічних факультетах вищих закладів освіти, вказується, що методологічну і теоретичну основу дослідження становили системний, комплексний та діяльнісний підхід до формування спеціаліста економічного профілю. В той же час, на захист виноситься структуру засобів створення цілісної системи математичних понять, які виконують пізнавальні, тренувальні, інструктивні та довідкові функції, і сприяють запам'ятовуванню та відтворенню навчального матеріалу і методичні рекомендації для організації діагностики й оцінювання знань студентів. Тобто йдеться в роботі про знаннєве навчання, цілями якого є запам'ятовування і відтворення знань, оцінюються в якому також знання.

Таким чином, багато робіт присвячено впровадженню елементів діяльнісного підходу до навчання математики. Але дуже часто запровадження діяльнісного підходу є декларацією, у той час, коли саме навчання залишається знаннєвим.

Як показують результати проведеного нами аналізу, багато авторів дисертаційних досліджень стоять на позиціях знаннєвого навчання. Так, дисертаційна робота Н. Й. Падалки [320] є теоретико-експериментальним дослідженням проблеми формування професійних знань майбутніх програмістів у процесі вивчення математичних дисциплін. Автором визначено структуру професійних знань програміста; виділено фактори, окреслено критерії і показники сформованості професійних знань програмістів. Розроблено технологію поетапного формування професійних знань майбутніх програмістів у процесі вивчення математичних дисциплін. Загальна мета дослідження формулюється автором як більш повна й якісна підготовка майбутніх програмістів на основі формування системи професійних знань, які виступають цілями навчання.

Така ж ціль навчання сформульована і в дисертаційному дослідженні О. В. Левчук [265], яке присвячене проблемі інтеграції природничо-математичної та спеціальної підготовки майбутніх економістів-аграріїв. Автором доведено, що процес інтеграції навчальних дисциплін виявиться ефективним за умов: формування системи природничо-математичних, економічних та спеціальних знань аграрного профілю на основі інтегративного підходу.

Робота З. І. Ісаєвої [221] присвячена впровадженню діяльнісного підходу у навчання математики в основній школі. У той же час, гіпотезу роботи складає твердження, що формування прийомів розв'язання цілих і дробово-раціональних рівнянь на основі теорії розвитку теоретичного (рефлексивного) мислення учнів може сприяти підвищенню усвідомленості й узагальненості знань про способи діяльності, що виконується. І знов знання передують діяльності, що свідчить про знаннєву, а не діяльнісну парадигму навчання.

Ще однією роботою, в якій розглядається реалізація діяльнісного підходу в навчання математиків у основній школі, є робота Г. Р. Черняєвої [443]. Вона пропонує методику формування просторового мислення учнів при навчанні побудові перерізів многогранників на засадах діяльнісного підходу. На думку автора, ця методика навчання сприяє формуванню в учнів просторового мислення, підвищує рівень їх математичної підготовки, підтримує інтерес до математики, дозволяє досягти більш високих результатів при визначенні якості геометричних знань і вмінь учнів. На нашу думку, в роботі Г. Р. Черняєвої розглянуто тільки елементи інтегративно-діяльнісного підходу, який реалізується шляхом інтеграції традиційних засобів навчання і авторських програмних засобів. При цьому знання не виступають у якості засобів навчання, як це має бути у діяльнісному навчанні. Йдеться про якість знань, які в цьому випадку знов виступають у ролі цілей навчання.

Велика кількість психолого-педагогічний досліджень присвячена розгляду окремих питань, які співзвучні діяльнісній парадигмі навчання. Так, дисертація Л. А. Мойсеєнко [296] присвячена дослідженню психологічної сутності творчого математичного мислення студентів технічного ВНЗ. На основі експериментального дослідження автором з'ясовано процесуально-динамічну характеристику складових процесів, спрямованих на розв'язання творчої математичної задачі: процесу розуміння задачі, процесу отримання її розв'язку, процесу апробації математичних результатів – та взаємодію цих процесів у творчому математичному мисленні.

На наш погляд, перші два з описаних процесів складають процедуру орієнтування при розв'язуванні математичних задач. Так, процес розуміння задачі фактично є процедурою загального орієнтування, а процес отримання розв'язку – орієнтування на виконання.

У дисертації О. Б. Желавського [199] обґрунтовано педагогічні умови та розроблено модель засвоєння математичних понять у студентів-економічних спеціальностей ВНЗ в умовах кредитно-модульної системи навчання. О. Б. Желавським уточнено сутність і зміст терміну “математичне поняття” та виділено модульні структури математичних понять, які повинні бути сформовані в студентів-економістів з вищої математики.

Ми вважаємо, що структурування математичних знань взагалі і, зокрема, на рівні понять, є передумовою використання знань як засобів навчання при навчанні математики на засадах діяльнісного підходу.

Ще одним важливим чинником запровадження діяльнісного підходу до навчання математики є формування у студентів орієнтувальної основи діяльності. Це зроблено в дисертації Л. І. Новицької [314]. Нею розглянуто формування вмінь розв’язувати прикладні задачі в процесі вивчення математики студентами аграрного університету. Л. І. Новицька визначила роль, місце та функції прикладних задач у системі професійної освіти майбутнього фахівця-аграрія; виділила групи прикладних задач, які описують виробничі ситуації і відповідні математичні моделі, що лежать в основі розв’язання цих груп задач; запропонувала види орієнтовних основ діяльності з їх розв’язання.

Ми вважаємо, що складовою діяльнісною орієнтованої технології навчання має бути система прикладних професійно орієнтованих задач, диференційованих за складністю, яка спрямована на поетапне формування вмінь. Ми також згодні з Л. І. Новицькою в тому, що необхідно формувати орієнтовну основу діяльності при навчанні розв’язуванню задач.

Методика конструювання системи задач і її застосування в навчанні математики студентів ВТНЗ розглянута також у роботі М. В. Хохлової [439]. Ми згодні з нею в тім, що процес навчання вищої математики в технічному ВНЗ буде ефективнішим, якщо будуть виявлені принципи побудови системи задач в курсі математики технічних спеціальностей і умови їх реалізації, і потім на їх основі буде розроблена система задач. Але, на відміну від М. В. Хохлової, яка запропонувала типологію задач за рівнем складності, ми вважаємо, за необхідне провести побудову системи задач на основі спектрального аналізу знань і вмінь, необхідних для розв'язання кожної задачі.

Таким чином, розглянувши роботи, що присвячені методології і методиці навчання математики студентів ВТНЗ, ми дійшли висновків, що:

– у психолого-педагогічній літературі не сформувалося однозначного розуміння діяльнісного підходу до навчання математики студентів ВТНЗ;

– у навчанні математики студентів ВТНЗ відсутні методики формування цілей навчальної діяльності з математики в термінах предметних математичних дій, що забезпечують професійну діяльність інженера;

– для впровадження діяльнісного підходу в практику навчання необхідно використання методів інженерії знань, зокрема моделювання студента, яке забезпечить структурування предметних знань з вищої математики з метою забезпечення проектування і організації навчальної діяльності у процесі навчання вищої математики;

– для забезпечення засвоєння студентами способів дій, необхідних у майбутній професійній діяльності, необхідна розробка системи задач як засобу послідовного формування вмінь унаслідок відсутності методик такої розробки з вищої математики;

– для навчання розв'язанню задач студентів ВТНЗ з вищої математики необхідне формування орієнтовної основи діяльності;

– необхідна розробка системи контролю й оцінювання результатів навчальної діяльності студентів при навчанні математики на засадах діяльнісного підходу у зв'язку з відсутністю методик, які б дозволяли оцінювати не знання, а результати застосування цих знань;

– для забезпечення інтенсифікації навчання, розробки діяльнісно орієнтованих технологій навчання, необхідно використання нових інформаційно-комунікаційних технологій, зокрема методів інженерії знань;

– для забезпечення теоретичної сторони навчальної діяльності необхідно використання елементів евристичного навчання.

Крім того ми переконалися, що методична система навчання математики студентів ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу повинна забезпечувати:

– наступність в математичній підготовці між профільною старшою школою і ВТНЗ;
– реалізацію зв'язків математики з загальнотехнічними і спеціальними дисциплінами;
– професійну спрямованість навчання математики;
– контроль результатів навчальної діяльності, а не знань;
– диференційованість навчання, особистісну орієнтованість.

1.2.2. Дидактичні принципи навчання математики у ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу. У педагогічній літературі принципи навчання визначають як "основні вихідні положення в навчанні, що задають спрямованість навчального процесу і діяльності вчителя" [327, с. 291]. У такій постановці йдеться про діяльність вчителя, тому основою для формування принципів є практика навчання, досвід і знахідки вчителів, які узагальнюються і осмислюються. Однак це осмислення відбувається в формі встановлення загальних фактів при певних стихійних умовах, тому вони не можуть виконувати функцію спрямування навчального процесу.

У різних дидактичних посібниках, наприклад, [9, 29, 260, 261, 262, 323, 326], наводиться певний склад дидактичних принципів, але серед цих принципів є такі, що складають певне ядро. При цьому показовою є логіка встановлення цих принципів. Так Л. Я. Зоріна [211] вказує, що пізнавальний досвід учнів починається з речей як джерела пізнання; звідси стверджується *принцип наочності*. Без активного осмислення сприйманого неможливе засвоєння знань, – звідси встановлюється *принцип активності та свідомості*. Але осмислити та засвоїти учень може тільки те, що йому під силу, що відповідає його рівню розвитку, віковим і індивідуальним особливостям, тому вводиться *принцип доступності* і урахування можливостей учнів. Використання знань можливе, якщо вони зберігаються у пам'яті, звідси принцип міцності знань. Усі знання, що засвоюються, мають бути науково вірогідними, – принцип науковості у навчанні.

На нашу думку, ці принципи, подаючи "вихідні положення" дидактики як теорії навчання, виражають уявлення про засвоєння знань, що не опосередковані діяльністю. Такий підхід співзвучний знанньовому підходу до навчання і механістичній теорії навчання:

безпосереднє враження, відповідна реакція на подразник, виникнення асоціацій. У діяльнісному підході за вихідне положення береться діяльність учня або навчальна діяльність. Функція цієї діяльності – засвоєння соціально-історичного досвіду. На цій платформі і повинні формулюватися дидактичні принципи навчання.

Загально-дидактичні принципи навчання, що базується на засадах діяльнісного підходу у навчанні, сформулювала З. О. Решетова [433]. Вона вважає, що діяльнісний підхід у навчанні відкриває нове розуміння дидактичних принципів, дає можливість наповнити їх конструктивним змістом. При цьому нею виділяються такі принципи навчання:

1. *Принцип науковості*, який полягає в тому, що науковим має бути не тільки "знанньовий", а й "діяльнісний" аспект навчання.

2. *Принцип наступності* в навчанні, сутність якого в тому, що способи дії мають засвоюватися у послідовності розвитку навчальної дисципліни.

3. *Принцип системності* який вимагає інтеграції навчального матеріалу у концептуальні цілісності, що мають структурну організацію, незалежно від його обсягу і рівня навчання.

4. *Принцип розвивального навчання,* який полягає в такій організації навчальної діяльності, яка адекватна предметному змісту, і забезпечує формування теоретичного мислення студентів.

5. *Принцип активності у навчанні,* який припускає не тільки формування потреби у навчальній діяльності, але й організації такої діяльності, яка призводить до активного освоєння способів дій.

Ці принципи стосуються навчання взагалі, але для навчання окремих дисциплін, зокрема математики, вони мають бути конкретизовані.

Спробу сформулювати принципи навчання математики на засадах діяльнісного підходу зроблено у роботі О. Б. Єпішевої [193]. Нею сформульовано такі принципи для середньої школи:

– принцип особистісно орієнтованого навчання;
– принцип цілісності (системності);
– принцип особистісно діяльнісного підходу до навчання. Сутність його полягає в тому, що учень повинен вчитися сам, а вчитель повинен залучати учня до діяльності;
– принцип дидактичного кільця, яке утворюється в результаті прагнення з'єднати в процесі навчання "поля" навчальної

діяльності учня і “поля” управляючої діяльності вчителя для проектування навчального процесу;

– принцип технологічності навчання;
– принцип безперервності;
– принцип відвертості і саморозвитку системи навчання.

Системоутворювальним чинником в системі принципів навчання математики в школі О. Б. Єпішева [193, с. 87] вважає формування прийомів навчальної діяльності учнів.

Вважаємо, що ці принципи не можна назвати дидактичними принципами навчання на засадах діяльнісного підходу. Принципово неправильним з погляду діяльнісного підходу до навчання є твердження, що учень повинен вчитися сам, а вчитель повинен включати учня в діяльність, тому що навчальна діяльність, в тому числі самостійна, повинна проектуватися, організовуватися і керуватися вчителем. Неправильним також є прагнення об’єднати дві діяльності – вчителя і учня, тому що це дві самостійні діяльності, як вже зазначалося раніше.

І, нарешті, принциповим є визначення системоутворювального чинника навчання, тому що це те, заради чого і здійснюється навчання. Це не може бути “формування прийомів навчальної діяльності учнів”, тому що діяльнісна навчання проектується, організовується і здійснюється заради самої навчальної діяльності, а не заради формування її прийомів.

О. М. Пишкало [404] як системооутворювальний чинник навчання виділяє діяльність вчителя, що теж не може бути правильним з погляду діяльнісного навчання, тому що діяльність викладача повинна полягати в проектуванні навчальної діяльності, організації навчальної діяльності та управлінні нею. Тобто саме заради навчальної діяльності і будується процес навчання.

Принципи навчання у вищих технічних навчальних закладах на засадах діяльнісного підходу сформульовані О. А. Малигіною [286]. Це такі принципи:

– принцип системної побудови змісту курсу вищої математики;
– принцип подання курсу вищої математики у єдності загального, особистісного та одиничного;
– принцип оптимального поєднання фундаментальності та професійної спрямованості;
– принцип розвивального навчання;

– принцип особистісно-орієнтованого навчання;

– принцип предметної діяльності у процесі навчання вищої математики.

Тільки останній принцип відповідає суті саме діяльнісного навчання, решта ж є загальними педагогічними принципами, принципами наукового пізнання взагалі або знаннього навчання.

На основі робіт, що присвячені методології і методиці навчання математики студентів ВТНЗ, нами в п. 1.2.1. сформульовані основні положення щодо навчання математики студентів ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу. Це дозволило нам, враховуючи також методологічні положення щодо діяльнісного навчання (за Г. О. Атановим [19]), сформулювати дидактичні принципи навчання математики студентів вищих технічних навчальних закладів на засадах діяльнісного підходу:

1. *Принцип первинності діяльності,* який полягає в тому, що при проектуванні й організації навчання математичних дисциплін первинними є задана характером майбутньої спеціальності діяльність і дії, що складають цю діяльність.

Інженери будь-яких спеціальностей повинні розв‘язувати певні типи математичних задач. При проектуванні й організації навчання математики в технічному ВНЗ спочатку необхідно визначити потреби майбутнього спеціаліста у розв'язанні математичних задач певних класів для того, щоб сформулювати цілі та зміст навчання математичних дисциплін. При цьому кінцевою ціллю навчання є освоєння способів дій, які забезпечують здійснення майбутньої професійної діяльності.

Принцип діяльнісного цілепокладання, який визначає, цілепокладання також має визначатися майбутньою професійною діяльністю студентів. Цілепокладання – це, по-перше, прийняття і утримання цілей, поставлених іншою людиною перед суб'єктом, і, подруге, самостійна постановка цілей. В основі цілепокладання, як зазначає В. Г. Бевз, лежать основні процеси свідомості суб'єкта – споглядання, уява, мислення [30]. Умови здійснення і функціонування у свідомості студентів цілепокладання слід враховувати в організації навчально-виховного процесу і підготовці студентів до майбутньої професійної діяльності.

2. *Принцип діяльнісного визначення змісту навчання,* який стверджує, що зміст навчання математики складає задана харак-

тером майбутньої спеціальності система дій і тільки ті знання, які забезпечують виконання цих дій. Це фактично означає, що необхідно для кожної дії, яка має бути освоєна, визначити ті знання, які необхідні для цього.

Проектування змісту навчання необхідно починати не з визначення того, що майбутній фахівець повинен знати. Інакше система знань – пуста декларація, бо ця система буде безпредметною. Проектування змісту має починатися з аналізу діяльності майбутніх фахівців. Спочатку треба зрозуміти, що фахівець повинен буде робити і, отже, має уміти. Причому не в загальних формулюваннях, як це прийнято зараз, а в деталях, на рівні дій а то й операцій. Після цього необхідно визначити ті знання, які необхідні для формування вмінь.

Таким чином, зміст математичних дисциплін, який має бути засвоєний студентом, складають математичні предметні дії, що визначаються майбутньою професійною діяльність, і ті знання, що необхідні для освоєння студентами цих дій.

3. *Принцип діяльнісного засвоєння змісту навчання*, який визначає діяльнісний механізм освоєння математичних предметних дій шляхом засвоєння знань і формування вмінь у перебігу навчальної діяльності.

З погляду діяльнісного навчання засвоювати знання можна, тільки оперуючи ними, тому засвоєне знання — це не те, яке просто запам'яталося, а те, що перетворилося в уміння практично діяти, уміння розв'язувати задачі, як вказує П.. Гальперін [76]. Тому засвоєння знань – це специфічна діяльність, яка здійснюється в три етапи: сприйняття, розуміння, використання.

Спочатку повинно статися сприйняття ситуації (а ця ситуація, по суті справи, є навчальною задачею), внаслідок якого виробляються уявлення про об'єкти предметної галузі і зв'язки між ними. Потім ця ситуація повинна стати зрозумілою. Розуміння задачі дозволяє визначити знання і вміння, за допомогою яких ця задача має розв'язуватися. Заключним етапом є використання цих знань через певні дії. Саме в процесі використання знань, застосування їх, оперування ними і відбувається остаточне засвоєння знань. Фактично засвоєння знань означає формування відповідних умінь.

Механізмом здійснення навчальної діяльності є розв'язання задач, і якщо студент не розв'язує навчальні задачі, то це означає, що його навчальна діяльність не організована. Навчальна діяльність з розв'язання навчальних задач є традиційною для навчання математики. Кожна задача має свій спектр умінь, тобто перелік умінь, необхідних для її розв'язання. Але для забезпечення формування вмінь, необхідно побудувати систему задач, яка дає можливість послідовно сформувати всі зазначені вміння.

4. *Принцип професійної спрямованості навчання,* який вимагає, щоб у процесі навчання математики студенти здійснювали навчальну діяльність, яка моделює майбутню професійну діяльність, тобто розв'язували професійно-спрямовані задачі.

Для реалізації цього принципу необхідно, щоб у всі види навчальної діяльності студентів були включені завдання, що реалізують способи дій майбутньої професійної діяльності. Це можуть бути задачі професійної спрямованості, які розв'язуються на лекціях, практичних заняттях, в індивідуальних домашніх завданнях, реферативній і науково-дослідницькій роботі.

Крім того, ми вважаємо доцільним прийняти декілька з принципів, визначених З. О. Решетовою [433]. Це принципи науковості, наступності і системності. Що стосується принципів активності, особистісно-орієнтованого навчання, розвивального навчання, то, на наш погляд, якщо навчання буде діяльнісним і навчальна діяльність буде організовуватися з урахуванням психологічних закономірностей засвоєння, то воно буде забезпечувати виконання всіх зазначених принципів.

Таким чином, розглянувши різні підходи до визначення дидактичних принципів навчання, ми дійшли висновку, що навчання математики студентів вищих технічних навчальних закладів на засадах діяльнісного підходу має здійснюватися у відповідності до таких принципів: *предметної діяльності; діяльнісного цілепокладання; діяльнісного визначення й засвоєння змісту навчання; професійної спрямованості; науковості; наступності; системності.*

Системоутворювальним чинником у системі принципів навчання математики на засадах діяльнісного підходу є навчальна діяльність, тому що саме навчальна діяльність з множини компонентів – цілей, змісту, методів, форм, продуктів навчання – утворює систему, об'єднує їх.

1.3. Психолого-педагогічні передумови впровадження діяльнісного підходу у навчання математики у вищій технічній школі

У сучасному освітньому процесі найважливішим напрямком упровадження діяльнісного підходу в навчання математики у вищій технічній школі є створення таких психолого-педагогічних умов, у яких студент може зайняти активну особистісну позицію для здійснення навчальної діяльності. Знання викладачем психологічних закономірностей розвитку студентів дозволяє розуміти і правильно оцінювати та аналізувати різноманітні суперечливі результати навчальної діяльності.

Діяльнісно орієнтована парадигма освіти як пріоритет вищої освіти розглядає орієнтацію на розвиток особистості, адекватний сучасним тенденціям суспільного розвитку [295]. Це передбачає визнання унікальності особистості кожного студента, розуміння всієї складності та багатогранності її структури, виявлення її спадкових та набутих здібностей і можливостей, бачення багатозначності вчинків і дій, різноманітності почуттів, емоцій, мотивів. На урахуванні професійних інтересів, пов’язаних з вибором певної спеціальності, акцентує З.Н.Курлянд [262], вимагаючи від викладача орієнтації на формування якостей, необхідних для успішного здійснення професійної діяльності в сучасних умовах.

1.3.1. Особливості розвитку особистості студента. У знанньовому навчанні вважається, що рівень кваліфікації фахівця визначається обсягом знань, отриманих у процесі навчання. Діяльнісний підхід пов’язує рівень кваліфікації зі способами дій, що освоєні фахівцем. Формування способів дій майбутньої професійної діяльності відбувається під час навчання, зокрема математики, зміст якого складають математичні предметні дії і знання. Однак, як зазначає В. І. Ковальов [237], навіть міра засвоєння змісту навчання істотно залежить від індивідуальних особливостей людини, яка навчається. Важливу роль у цьому процесі відіграють не тільки характеристики пізнавальних процесів (сприйняття, пам’яті, мислення та ін.), але й індивідуально-типологічні особливості особистості та її мотивація, відмічає О. І. Скафа [386].

Тому передумовою упровадження діяльнісного підходу у навчання математики студентів у вищій технічній школі є урахування цілісної психологічної характеристики студентського віку.

Студент як людина певного віку і як особа може характеризуватися з трьох боків:

1) з психологічного, який є єдністю психологічних процесів, станів і властивостей особистості. Головне в психологічній характеристиці – психічні властивості (спрямованість, темперамент, характер, здібності), від яких залежить протікання психічних процесів, виникнення психічних станів, прояв психічних процесів;

2) з соціального, в якому втілюються громадські стосунки, якості, що породжуються приналежністю студента до певної соціальної групи, національності й таке інше;

3) з біологічного, який включає тип вищої нервової діяльності, будову аналізаторів, безумовні рефлекси, інстинкти, фізичну силу, статуру, риси обличчя, колір шкіри, очей і т. д. Цей бік в основному зумовлений спадковістю й уродженими задатками, але у відомих межах змінюється під впливом умов життя.

Вивчення особистості студента з цих боків розкриває його якості і можливості, його вікові особливості. Порівняно з іншим віком у юнацькому віці відзначається найвища швидкість оперативної пам’яті і перемикання уваги, розв’язання вербальних завдань тощо. Так, студентський вік характеризується досягненням найвищих, “пікових” результатів, що базуються на усіх попередніх процесах біологічного, психологічного, соціального розвитку.

Сьогодні студентство складає значну і, з кожним днем, зростаючу частину населення і відіграє особливу роль у розв’язанні важливих соціальних, економічних, політичних та моральних проблем суспільства. Воно є, безсумнівно, особливою соціальною категорією. Адже це специфічна спільність людей, організаційно поєднаних інститутом вищої освіти. Вона характеризується професійною спрямованістю, сформованістю ставлення до майбутньої професії. В соціально-психологічному аспекті студентство порівняно з іншими групами населення, відрізняється більш високим освітнім рівнем, більш високою культурою та високим рівнем пізнавальної мотивації.

Незважаючи на безсумнівний інтерес психологів до проблеми мислення й здібностей у школі, психолого-педагогічні дослідження вченими студентського віку стосуються вивчення логічного мислення, просторового мислення, змін у вербальному й невербальному інтелекті, або інженерному мисленні взагалі.

Сутністю інженерної діяльності є інтелектуальне забезпечення процесів створення й обслуговування технічних систем відповідно до потреб суспільства. Загальновизнано, що в умовах наростання темпів технічного прогресу, коли знання й технології старіють досить швидко, на перший план виходить не стільки проблема озброєння випускника технічного ВНЗ знаннями й методами, скільки розвитку його розумових здібностей, необхідних для освоєння й розробки нових інженерних технологій. Як у період навчання у ВНЗ, так і в самостійній роботі фахівця-інженера, основним апаратом технічної творчості є математика. У роботах В. В. Кондратьєвої [245] обґрунтовано, що готовність до інженерної творчості містить у собі розвинене математичне мислення як одну з необхідних складових. Це закономірно, оскільки математичне мислення й математичні здатності необхідні інженерові для опису й дослідження проектованих їм технічних систем. Проте, дослідження інженерної освіти України показують, що математична підготовка й рівень розвитку математичних здібностей випускника технічного вузу є недостатніми для інженерної діяльності.

Час навчання у ВНЗ збігається з другим періодом юності або першим періодом зрілості, який відрізняється складністю становлення особистих рис (роботи Б. Г. Ананьєва [13], І. С. Кона [244], та ін.). Характерною рисою морального розвитку в цьому віці є посилення свідомих мотивів поведінки. Помітно зміцнюються ті якості, яких бракувало повною мірою в старших класах, – цілеспрямованість, рішучість, наполегливість, самостійність, ініціатива, уміння володіти собою.

Центральними психічними процесами юнацького віку є розвиток свідомості і самосвідомості. Завдяки розвитку свідомості у старшокласників формується цілеспрямоване регулювання їх ставлення до довкілля і до своєї діяльності, домінуючою діяльністю періоду ранньої юності є навчально-професійна діяльність. У цей період життя людина вирішує, в якій послідовності вона докладе свої здібності для реалізації себе в праці і в самому житті.

До психологічних особливостей юності І. С. Кон [244] відносить розвиток самостійного логічного мислення, образної пам’яті, індивідуального стилю розумової діяльності, інтерес до наукового пошуку.

У юності людина прагне до самовизначення як особистість і як людина, включена в громадське виробництво, в трудову діяльність. Пошук професії – найважливіша проблема юності.

Період юності, що збігається з першими двома роками навчання у ВНЗ, є сприятливим періодом для розвитку математичних здібностей. Аналіз досягнень відомих учених-математиків дозволяє зробити висновок про те, що один з піків прояву творчих здібностей у математиці припадає на період до 20 років. Підтвердженням цьому факту може слугувати аналіз біографій відомих математиків Н. Абеля, Є. Галуа, К. Ф. Гаусса, Ж. Л. Лагранжа, Г. В. Лейбница, І. Ньютона, Б. Паскаля, Л. Ейлера, що зробили перші математичні відкриття саме у цьому віці. В чому є причина того, що ці творчі здібності не реалізується у всіх студентів?

Навчальна діяльність – лише одна з багатьох сторін життя студента. У період здобуття вищої освіти молода людина продовжує свій особистісний розвиток, зіштовхуючись із багатьма проблемами, пов’язаними з початком дорослого життя (нове середовище ровесників і дорослих, перегляд уявлень про себе, необхідність заробітку, можливий переїзд до іншого міста тощо). Постійне розв’язання цих проблем потребує внутрішньої самоорганізації, уміння розподілити час і сили в навчальному режимі, стимулює роботу з виявлення й усвідомлення життєвих цінностей, уточнення перспективних планів.

Необхідною умовою ефективності навчальної діяльності студента є успішне подолання процесу адаптації. Адаптація як соціальне явище являє собою процес включення особистості в нове для неї соціальне середовище, зокрема в колектив, становлення її діячем, активною функціонуючою частиною, об’єктом і суб’єктом відносин цього середовища, перетворення нового середовища найближчого оточення в засіб життєдіяльності. Критерії адаптації, як зазначає С. І. Самигін [323, с.283], виявляють ступінь активності в колективі, різнобічність її діяльності, значення для суспільства чи колективу, що адаптується.

Соціальна адаптація студентів у ВНЗ за С. І. Самигіним [323, с.284-285] ділиться на:

– *професійну адаптацію* (пристосування до характеру, змісту, умов і організації навчального процесу, формування навичок самостійності в навчальній і науковій роботі);

– *соціально-психологічну адаптацію* (пристосування особистості до групи, взаємовідносин в ній, формування власного стилю поведінки).

Психологічний аспект адаптації першокурсників складається з руйнації роками вироблених установок, навичок, звичок, ціннісних орієнтацій вихованців середньої школи і виробничих колективів, утрати роками закріплених взаємин з колективом. Зі вступом до ВНЗ юнаки і дівчата потрапляють у нові, незвичні для них умови, що неминуче спричиняє до зміни динамічного стереотипу і пов'язаних з нею емоційних переживань.

Нерідко соціально-психологічна дезадаптація породжує втрату сформованих позитивних установок і відносин студента-першокурсника. Важким наслідком дезадаптації є стан напруженості і сторожкості новачків, зниження їхньої активності у навчанні, зниження інтересу до громадської роботи, погіршення поведінки, невдачі на першій сесії, а в ряді випадків – втрата віри у свої можливості, розчарування у життєвих планах.

Дослідники дійшли висновку, що насамперед в абітурієнтів після періоду психічного стану радості, успіху, віри в майбутнє, планування перспектив студентського життя, очікування початку навчального року настає цілком реальний і досить складний для більшості першокурсників період адаптації. Наприклад, А. І. Кузьмінський [261, с. 314-315] зазначає, що багато студентів на перших курсах навчання відчувають великі труднощі, пов'язані з відсутністю навичок самостійної роботи, роботи з підручником та першоджерелами, аналізом інформації великого оobсягу, чіткого висловлювання своїх думок.

С. І. Самигін [323] зазначає, що адаптація студентів до навчального процесу закінчується в кінці 2-го на початок 3-го навчального семестру. Студенти зіштовхуються з труднощами, обумовленими психологічною непідготовленістю до освоєння обраної професії, що негативно відбивається на ході процесу адаптації. Розрізняють три форми адаптації студентів-першокурсників до умов ВНЗ:

1. *Формальна адаптація*, стосується пізнавально-інформаційного пристосування студентів до нового оточення, до структури вищої школи, до вимог і своїх зобов'язань;

2. *Суспільна адаптація* – це процес внутрішньої інтеграції груп студентів-першокурсників і інтеграція цих груп зі студентським оточенням в цілому;

3. *Дидактична адаптація,* стосується підготовки студентів до нових форм і методів навчальної роботи у вищій школі [323, с.285-287].

Отже, першокурсники мають труднощі в засвоєнні навчального матеріалу не тому, що отримали слабку підготовку в середній школі, а тому, що у них не сформувалися такі риси особистості, як: готовність до навчання, здатність навчатися самостійно, контролювати і оцінювати себе, володіння своїми індивідуальними особливостями пізнавальної діяльності, вміння правильно розподілити свій робочий час для самостійної підготовки. Викладач вищого навчального закладу повинен допомогти студенту-першокурснику у подоланні цих труднощів.

Зазвичай першокурсники при стихійному формуванні навчальної діяльності слабо диференціюють її компоненти від конкретного змісту навчального матеріалу і ситуацій його засвоєння. Як показують дослідження О. Є. Мальської [285], до 70 % студентів першого курсу не використовують прийом систематизації матеріалу для його кращого розуміння. Усі ці чинники приводять, як правило, або до великих перевантажень, або до зменшення мотивації навчальної діяльності, коли першокурсник відчуває, що не може опанувати необхідний обсяг матеріалу в досить стислі терміни.

При вивченні курсу вищої математики в технічному ВНЗ зазначені проблеми стоять найгостріше. В силу специфіки викладання цього предмета (як правило, лише на першому і другому курсах) від того, наскільки правильно організований процес навчання і як при цьому враховуються індивідуальні особливості студентів, наскільки швидко і ефективно вони зможуть втягнутися в роботу в першому ж семестрі, залежить не лише їх успішність з цього предмета, але і те, наскільки успішно вони самі зможуть організувати навчальну діяльність на подальших курсах.

Тому математику без перебільшення можна назвати найбільш виховуючою дисципліною в технічному ВНЗ, особливо в період адаптації в першому семестрі.

Оскільки зміна середовища є "пусковим" механізмом процесу природної адаптації, то цілеспрямована робота з урахуванням особливостей вивчення курсу вищої математики вже в першому семестрі приносить найбільший ефект.

Більшість сучасних розробок, присвячених вирішенню питання підвищення якості підготовки студентів (зокрема математичної) в умовах їх адаптації впродовж першого семестру навчання в технічному ВНЗ, орієнтована на використання тестових технологій в процесі навчання, застосування яких дійсно виявляється певною мірою ефективним (В. П. Беспалько [37], Н. А. Гулюкіна [95] і ін.).

Фундаментальною розробкою теоретичних основ адаптованих технологій навчання є дисертаційне дослідження О. З. Власової [69], де представлено теоретичне обґрунтування необхідності ефективного використання розвивального потенціалу інформатики для вдосконалення професійної підготовки студентів педагогічних ВНЗ. Незважаючи на очевидну цінність результатів її роботи як вирішення великої теоретичної проблеми в сфері проектування і розробки адаптивних технологій навчання, ми, зі свого боку, повинні враховувати особливості навчання студентів математики і специфіку навчання в технічному ВНЗ.

Сучасні розробки з адаптивних систем і технологій навчання в основному орієнтовані або на використання тільки тестових комп'ютерних технологій (Н. О. Гулюкіна [95]), або на нематематичні дисципліни (О. З. Власова [69]), або на навчання не у технічному ВНЗ, тобто не розглядають проблеми цього дослідження: підвищення якості математичної підготовки студентів технічного ВНЗ в умовах упровадження діяльнісного підходу до навчання. Зокрема, недостатньо досліджені можливості системи інноваційних методів і засобів, що ефективно впливають на процес підвищення рівня математичної підготовки у рамках діяльнісного підходу до навчання.

Шляхи подолання труднощів студентів першого курсу ВТНЗ запропоновані К. В. Смірновою [395]. Нею розглянуто адаптивну систему навчання вищої математики студентів першого курсу технічного ВНЗ. Використання засобів навчально-методичного комплексу, який включає робочу програму, адаптований курс лекцій з вищої математики, дидактичні матеріали і методичні рекомендації, для викладача зі створення і застосування експрес-карт у процесі навчання вищої математики забезпечує можливість формування у студентів першого курсу технічного ВНЗ навчальної діяльності вищого рівня.

Вважаємо доцільним упровадження навчально-методичного комплексу, запропонованого К. В. Смірновою, але, на нашу думку, адаптація студентів першого курсу технічного ВНЗ підвищується при використанні в навчанні математики методичної системи, розробленої на засадах діяльнісного підходу. Ця система, з одного боку, реалізується в період інтенсивної адаптації першокурсників і орієнтована на засвоєння матеріалу кожним студентом з урахуванням його індивідуальних особливостей і реального рівня математичної підготовки, і з іншою, – відбиває логіку і специфіку математики як науки, задовольняє потреби суміжних наук (за рахунок включення в зміст прикладних завдань) і спирається на інноваційні підходи до навчання у рамках його традиційної зовнішньої форми.

1.3.2. Психологічні основи формування інженерного професійного мислення. Зростаюча технічна складність засобів виробництва пред'являє високі вимоги до професійних інтелектуальних якостей інженера і до його творчих здібностей. Технічне мислення є професійно важливим видом мислення інженера. Сформованість цього виду мислення і успішність інженера в майбутній професійній діяльності багато в чому визначаються якістю освітнього процесу на етапі професійної підготовки у ВНЗ. Орієнтація освіти на розвиток особистості пов'язана зі створенням умов для розкриття і формування індивідуальності студента, його якостей як суб'єкта соціальної, професійної і інтелектуальної активності. Тому все більшу актуальність нині придбавають дослідження шляхів професійного становлення особистості в процесі підготовки у ВНЗ, і зокрема, можливостей формування професійно важливого для майбутніх інженерів виду мислення.

Інженерне мислення залучало до себе пильну увага педагогів і психологів вже на етапі становлення, а тим більше в процесі розвитку інженерної освіти. Дослідження Б. Ф. Ломова [274], Т. В. Кудрявцева [257], Е. Ф. Зеєра [208], І. С. Якіманської [460] і інших учених дозволили виділити інженерне технічне мислення, встановити його структуру, обґрунтувати його самостійність і намітити шляхи формування. Проте при розгляді проблем формування технічного мислення психологи і педагоги вирішували в основному методичні завдання. Так, наприклад, М. М. Зиновкиною [209] запропонована система формування творчого інженерного мислення в процесі вивчення курсу "Деталі машин", Л. В. Занфировою [207] розроблені шляхи формування технічного мислення в процесі підготовки студентів агроінженерних ВНЗ.

Проведений аналіз дозволяє констатувати, що у формування інженерного мислення роблять вагомий внесок фундаментальні дисципліни, зокрема вища математика, яка дозволяє акумулювати вже відомі способи формування технічного мислення і забезпечує можливість комплексного і цілеспрямованого їх використання в практиці навчання для формування професійно важливого виду мислення майбутніх інженерів.

З цієї точки зору мають значення дослідження мислення, зокрема технічного. З 60-х рр. розгортаються дослідження "технічного мислення". Вони ведуться в професійному аспекті як "особливості оперативного мислення" людини, включеної в управління великими системами, як особливості "конструкторського мислення", мислення широкопрофільних фахівців. З іншого боку, проблема технічного мислення ставиться як теоретична проблема "технічного інтелекту" – "особливого виду інтелектуальної діяльності". У дослідженні технічного мислення намітилися два напрями. Один – опис зовнішніх виявів технічного мислення, його особливостей, інший – пояснення механізму цих особливостей.

При розгляді особливостей технічного мислення можна виділити кілька тенденцій. Перша тенденція – виділення окремих ознак (чи різних їх поєднань), що характеризують виконання практичної діяльності: самостійність у складанні і розв'язанні практичних завдань, велика різноманітність розв'язуваних завдань, творчий характер їх розв'язання й ін. Друга – пояснення особливостей технічного мислення запасом технічних знань і методом їх засвоєння (передусім відзначається значення знань з математики, фізики, технічної механіки). Третя тенденція зв'язує основу технічного мислення з деякими загальними здібностями людини в їх вираженні при розв'язанні технічних завдань: багатство понять, здатність комбінувати, міркувати, встановлювати логічні зв'язки, здібності уваги і зосередженості, просторового перетворення об'єктів та ін. Мали місце і спроби зв'язати технічне мислення з властивостями особистості: наявністю технічних інтересів, значущістю технічного мислення для особи, віковими особливостями.

Інженерне мислення фахівця XXI ст. є складною системною побудовою, що включає синтез образного і логічного мислення і синтез наукового і практичного мислення. У діяльності інженера поєднуються ці полярні стилі мислення, потрібно рівноправ'я логічного і образно-інтуїтивного мислення, рівноправ'я правого і лівого півкуль мозку. Для розвитку образного мислення інженера потрібні мистецтво, культурологічна підготовка. У розвитку наукового мислення головну роль відіграють фундаменталізація освіти, оволодіння базовими фундаментальними науками. Практичне інженерно-технічне мислення формується, обертається між трьома точками: базові фундаментальні науки (фізика, математика і т. д.), тип практичного об'єкта і його технічна модель, сформульована в технічних науках.

Технічна діяльність складається з проектування техніки, виготовлення і експлуатації техніки. Якщо традиційне проектування наслідує принципи: 1) реалізованість проекту; 2) конструктивна цілісність; 3) оптимальність; 4) економічна рентабельність, то для сучасного проектування актуальні додаткові принципи: мінімізації екологічного збитку; ергономічного обліку психологічних можливостей людини і створення зручності і безпеки для її роботи з технічними засобами; естетичного принципу зручності і краси.

Мислення сучасного інженера істотно ускладнюється, включає суміжні типи мислення: логічне, образно-інтуїтивне, практичне, наукове, естетичне, економічне, екологічне, ергономічне, управлінське і комунікативне.

Оскільки у сферу технічного проектування включається екологічна рефлексія, що розглядає внаслідок введення технічної системи в середовище мешкання людини, ергономічна рефлексія, що досліджує відповідність технічної системи і можливостей людини, нарешті, екзистенціональна рефлексія, що розглядає технічну систему як засіб реалізації людських цілей, як самовизначення людського існування. Таким чином, проявляється необхідність комунікації, узгодження і ухвалення системного рішення. Можливість безлічі поглядів, вільне їх вираження, організація розуміння, рефлексії і критики – ось істотні умови сучасної проектної культури. Так, інженерові необхідно мати досить високі комунікативні навички спілкування, взаємодії, взаєморозуміння з іншими фахівцями, розвиненим комунікативним мисленням. Формуванню комунікативного мислення і навичок сприяє знання психології. Тобто, при навчанні і підготовці інженерів XXI століття разом з фундаментальними і технічними дисциплінами необхідно здійснювати синтез з економічними, соціально-управлінськими, екологічними, культурологічними, психологічними науками.

Характер, особливості, умови професійних завдань задають напрям, у якому розгортається сам процес мислення як розв'язання задачі. І хоча цей процес виявляється опосередкованим внутрішніми умовами (вихідними знаннями, здібностями, особливостями нервової системи), об'єктивний же напрям і зміст розумовому процесу задає саме завдання. Тому необхідно провести аналіз технічних, виробничих завдань, виділити їх специфічні особливості.

Перша особливість технічних завдань (за Т. В. Кудрявцевим [257]) вбачається в тому, що це завдання з невизначеною зоною пошуку; друга – у можливості багатоваріантних розв'язків у виборі переважного варіанту; третя – в їх теоретико-практичному характері – безперервному поєднанні і взаємодії теоретичних і практичних дій. Практичний компонент, виконуючи функцію перевірки теорії практикою, підтверджуючи її істинність, стимулює подальший рух думки для перевірки практики теорією. Швидкість переходу від одного плану діяльності до іншого – від вербально-абстрактного до наочно-дієвого, і навпаки, виділяється як критерій рівня розвиненості технічного мислення. Як розумовий процес технічне мислення має трикомпонентну структуру: поняття – образ – дія з їх складними взаємодіями. Найважливішою особливістю технічного мислення є характер протікання розумового процесу, його оперативність: швидкість актуалізації необхідної системи знань для реагування на незаплановані ситуації, ймовірнісний підхід при розв'язанні багатьох завдань і вибір оптимальних рішень, що робить процес розв'язання виробничих і технічних завдань особливо складним.

Але об'єктивно-предметний зміст завдань, їх характер і особливості самі по собі ще не визначають ні особливостей розумової діяльності, ні змісту і структури розумового образу.

Психологічні механізми мислення П. Я. Гальперін [77] убачає в його орієнтовній функції як діяльності, що має специфічні завдання орієнтування утилітарної, зокрема практичної, діяльності. Як будується розумовий образ, орієнтуючий розв'язання завдань (практичних і теоретичних) і як він використовується, функціонує, це і розкриває психологічний механізм мислення. Розгляд мислення як орієнтовної діяльності і складає його власне психологічний аспект. Що стосується якості сформованого орієнтовного образу, то він визначається можливим на його основі типом орієнтування суб'єкта в предметі діяльності і її умовах, що у свою чергу і визначає характер розв'язуваних завдань. Відображення предмета в образі може бути різним, це залежить від того, як образ будувався, за яких умов він формувався. У одному випадку об'єкт в образі може бути поданий властивостями, не пов'язаними між собою, часто випадковими, несуттєвими, в іншому випадку властивостями, що мають закономірну будову, але при цьому вони виступають у своїх специфічних індивідуальних особливостях. У третьому випадку він відбиває будову індивідуального об'єкта через призму загальних законів організації об'єктів цієї природи. Так що при одному і тому ж об'єктивному змісті предмета діяльності його відображення може бути різним і орієнтування на його основі в реальній ситуації розв'язання задачі відбувається теж по-різному.

Мислення – одна з форм орієнтування. Специфічні особливості мислення, як відзначає П. Я. Гальперін [77], полягають не в тому, що воно є діяльністю з розв'язання задач "у думці", а в тому, що ця діяльність регулюється орієнтуванням в понятійній формі, що відкриває суб'єктові нову дійсність, завдяки чому і стає можливим розв'язання "розумових" завдань. Рівні абстракції і узагальнення суспільно фіксуються різними системами понять. Їх засвоєння і перехід суб'єкта від орієнтування в одній системі понять до іншої – системі більш високих абстракцій – означає оволодіння ним усе більш широкою дійсністю, що розсовує горизонти його можливостей за розв'язанням розумових завдань, іншими словами, перехід до нового рівня інтелектуального розвитку.

Ця концепція П. Я. Гальперіна дозволяє вбачати психологічні основи професійної діяльності в особливостях орієнтування фахівця в предметі своєї діяльності. Усі описувані характеристики технічного мислення є вираженням сформованого в професійній діяльності типу орієнтування. Особливостями орієнтування (орієнтовної основи діяльності) можна пояснити і психологічні відмінності в мисленні широкопрофільного і багатопрофільного фахівця: різноманіття професійних завдань вирішується на основі різного способу відображення їх предмета. Широкопрофільний фахівець відображує предмет в його загальній основі і різноманітті конкретних форм його вираження в різних завданнях. Багатопрофільний фахівець загальної основи і предмета не бачить, і кожен варіант предмета виступає для нього як різні предмети. Ці особливості орієнтування важливо мати на увазі при організації професійної підготовки широкопрофільного фахівця, при завданні формування його політехнічного мислення. У процесі навчання предмет діяльності має бути розкритий йому в інваріантному вигляді і його різноманітних варіантах – конкретних формах існування, в якому він і виступає в різних завданнях. Так, технічні об'єкти різного призначення, з різними принципами функціонування повинні виступити в загальній основі – передусім їх системній організації, загальному типі структури і різноманітності видів цього типу в різних технічних об'єктах.

Широкопрофільні професії – це не поєднання колишніх професій, а новий тип професійної діяльності, з іншим змістом, функціями, який вимагає нового способу орієнтування в предметі своєї діяльності. Для широкопрофільного працівника характерний такий спосіб організації пізнавальної діяльності, який дозволяє йому на єдиній орієнтовній основі вирішувати різнотипні професійні завдання: проектування, конструювання, виробництво, експлуатацію технічних систем.

Політехнізм як "якість" широкопрофільного працівника проявляється в особливому способі його технічного мислення – в універсальному типі орієнтування в технічних об'єктах при будь-яких видах діяльності (і практичної, і теоретичної): проектуванні, конструюванні, експлуатації й ін. Такі можливості відкриває системний тип орієнтування – відображення об'єкта як системи.

Політехнічне навчання не слід протиставляти професійному. Навпаки, професійно-технічне навчання, де б воно не здійснювалося (в середній школі, професійно-технічному училищі, технікумі або ВНЗ), у сучасних умовах має бути політехнічним. Навчання має "політехнізуватися" не за принципом збільшення суми загальнотехнічних предметів (чи розширення їх обсягу), а за принципом виховання політехнічного способу мислення при вивченні кожного з них.

Навчальний предмет повинен розкриватися студентом багатовимірно: у своїх істотних характеристиках, в статиці і динаміці, в інваріантному змісті і конкретних варіантах, в єдності зовнішніх і внутрішніх зв'язків. Навчальний предмет описується на різних рівнях абстракції і узагальнення, виражаючи єдність загального особливого і одиничного. Для диференціації цих рівнів предмет описується трьома системами понять. Загальна його форма як предмета науки взагалі описується поняттями системного аналізу, як особливий предмет (конкретної науки) – поняттями цієї науки, як її одиничний предмет – поняттями відповідного розділу конкретної науки.

Важливою характеристикою ефективних навчальних програм є і те, що навчальний предмет описується не лише системою знань, але і змістом діяльності, що вимагає опису видів діяльності, які підлягають засвоєнню.

У логіці системного аналізу не лише викладається лекційний курс, але і будується діяльність учнів з засвоєння його змісту у формі рішення системи пізнавальних завдань, яка організовується по ходу лекційного курсу на семінарському і практичному занятті.

Засвоєння цих дій, відтворюючих певний зміст знань про об'єкт, відбувається в завданнях двох типів. Один тип – "аналітичний", він припускає аналіз якого-небудь одного аспекту системи, наприклад, виділення властивостей системи як цілого і їх аналіз або виділення структури якого-небудь з рівнів будови і так далі. Інший тип завдань називають таким, що "синтезує", він вимагає синтезу кількох прийомів аналізу або усієї сукупності дій системного аналізу, наприклад, поєднання таких прийомів, як виділення рівнів будови системи і аналіз структур кожного рівня. У випадках, коли потрібне послідовне здійснення прийомів системного аналізу в цілому, це можуть бути завдання з прогнозування появи нових властивостей системи при деяких змінах в її структурі або завдання на конструювання варіантів системи з тими або іншими особливостями її властивостей та ін. Завдання можуть виконуватися як в теоретичній, так і в практичній формі. Таким чином, усі ці особливості навчальної програми виражають не лише своєрідність представлення навчального предмета, але і способу його засвоєння. При цьому зміст предмета виступає в нерозривній єдності з методом його вивчення.

Реалізація системного підходу в навчанні, навіть обмеженого лише завданням розкриття навчального предмета як "системи", відкриває можливості істотного підвищення теоретичного рівня навчання, формування системного і діалектичного мислення.

Системний спосіб організації навчальної діяльності визначає зміст засвоюваних знань, у процесі інтеріоризації діяльності він стає способом системного мислення. Таким чином, процес засвоєння і є та діяльність, в якій формується спосіб мислення і засвоюється зміст знань про предмет, що відповідає йому, і інші їх характеристики.

В умовах сучасного науково-технічного прогресу вимоги до фахівця нового типу у будь-якій сфері професійної праці зростають: з одного боку, він повинен мати широту знань не лише у своїй предметній галузі, але і в суміжних, уміти орієнтуватися у виникненні наукових знань і своєчасно їх асимілювати у своїй професійній діяльності, без цього він не зможе протистояти швидкому моральному старінню отриманих професійних знань. З іншого боку, він повинен добре володіти професійними знаннями у прямому значенні слова, тобто необхідними для вирішення порівняно вузького кола професійних завдань. Існуючі досі форми і методи організації процесу навчання виходили з виокремлювального шляху розв'язування цих проблем. Так, тенденція до фундаменталізації призвела до розширення предмета навчальних дисциплін, до "розмивання" їх власного предмета, з одного боку, і до послаблення його прикладного значення – відображення загальнотеоретичних основ предмета в змісті професійних знань – з іншого.

У свою чергу спроби "професіоналізувати" загальнотеоретичні дисципліни приводили до розширення одних розділів і неправомірного скорочення інших, що руйнувало теоретичну цілісність опису навчального предмета, курс перетворювався на набір "корисних" знань.

Фундаменталізація навчання пов'язана із загальною формою теоретичного опису предметів незалежно від їх природи. Розкриття "фундаментального" в предметі представляється як виділення основ його існування, єдиних для усіх конкретних форм його буття. Метод розкриття цих основ повинен стати для студента засобом засвоєння предмета. Загальнонауковий метод дослідження – системний аналіз – відкриває основи об'єкта в його системній організації, в специфічному типі структури як носія його "якості". Структура і її особливості складають інваріантний аспект системи. Системно-структурна організація є об'єктивна загальна властивість складних об'єктів. І сучасна наука прагне синтезувати і упорядкувати знання про предмет в логіці і структурі, що відбиває його системну організацію. Проекцією цієї тенденції в навчальному процесі є системний спосіб представлення предмета навчальної дисципліни. Але "фундаментальне" – один бік справи. Другий полягає в тому, як фундаментальне в предметі зробити змістом професійних знань, орієнтуючих на розв'язання практичних професійних завдань. Специфічну пізнавальну діяльність, що відкриває “основи” предмета, організовують через розв’язання пізнавальних завдань, включених до зміст професійних завдань як побудову їх орієнтовної основи.

Новий тип професійної праці (широкопрофільність) і відповідно новий тип професійних завдань передбачає діяльність, що забезпечує повний “життєвий цикл” технічного об’єкта: дослідження, виробництво, експлуатацію. Проте нині ці завдання вирішують окремі групи спеціальностей: інженери-дослідники, інженери-конструктори-технологи, інженери-організатори виробництва – експлуатаційники. Засвоєння “фундаментального” змісту предмета відбувалося через діяльність за рішенням завдань вказаних типів. Для організації засвоєння програмного матеріалу використовувалися завдання, що формують у студентів можливості аналізу професійних ситуацій: дослідження, розробки і експлуатації технічного об’єкта іншими словами, уміння бачити в цих ситуаціях професійне завдання і дозволяти її професіонально-кваліфіковано розв’язувати.

Таким чином, фундаменталізація навчання, що сталася за рахунок зміни типу орієнтування в предметі, відкрила перед студентами новий аспект діяльності в розв’язанні навчально-професійних завдань цієї предметної галузі – співвідношення реальних професійних ситуацій з конкретним предметним матеріалом. Основу цієї діяльності складають багатоаспектний аналіз об’єкта і внесення обмежень для його дослідження: встановлення усіх характеристик, зв’язків і стосунків цього об’єкта, виділення підстав для вибору способу розв’язання, аналізу його результатів з предметного і професійного погляду для розробки практичних рекомендацій.

Професійний зміст знань повинен мати загальну форму теоретичного знання про об’єкт і універсально орієнтувати в різнотипних завданнях. Формування системного орієнтування в предметі професійної діяльності і специфічний зміст об’єкта, що відкривається нею, складають головні моменти психологічних “основ” професійного навчання.

Вплив навчання вищої математики студентів ВТНЗ на формування професійних якостей взагалі, зокрема інженерного мислення, досліджено в роботі К. В. Власенко [65]. Нею побудована методична система формування інтенсивної навчальної діяльності майбутніх інженерів машинобудівників. Здійснюючи дослідження на засадах діяльнісного підходу, авторка підкреслює, що вчасно приділена увага викладача математики студентам з високим рівнем розвитку *гностичного компонента* професійно-важливих якостей сприяє досягненню високих результатів у подальшому навчанні. Такі студенти надалі беруть участь у всеукраїнських та міжнародних олімпіадах з різних спеціалізованих дисциплін, посідають призові місця, що вже є підтвердженням їхньої талановитості та високої якості знань. Ще на студентській лаві вони заявляють про себе як про фахівців з глибокими знаннями, розвиненим професійним мисленням, з неординарним, нестандартним, творчим підходом до справи. Такі студенти стають конкурентоспроможними фахівцями, їхні знання та діяльність у подальшому користуються попитом на різних підприємствах та організаціях. Студенти, які зуміли проявити себе під час навчання у ВТНЗ, розуміють та цінять свою значущість як особистості, так і фахівця.

Рівень розвитку *гностичного компонента* професійно-важливих якостей майбутнього інженера К. В. Власенко пропонує визначати за допомогою контрольної роботи, що складається з одного математичного і одного професійно орієнтованого завдання.

Ще одним показником, який свідчить про розвиток інженерного мислення і спроможність розв'язувати інженерні завдання, є *операційно-діяльнісний компонент професійно-важливих якостей майбутнього інженера*. Він вимірювався за допомогою теста Бенетта, що дозволяє виявити рівень розвитку, що припускає усвідомленість студентом змісту майбутньої професійної діяльності. Психологічний тест Беннета дав можливість визначити рівень розуміння техніки (механічного розуміння), уміння читати креслення; перевірити вміння розбиратися в схемах технічних пристроїв та їх роботі, розв'язувати технічні задачі.

Високий рівень розвитку у студентів гностичного і операційно-діяльнісного компонентів професійно важливих якостей майбутнього інженера свідчить про розвинуте інженерне мислення у студентів, що досягається в рамках упровадженої К. В. Власенко методичної системи навчання вищої математики у технічних навчальних закладах.

Тобто, розвиток інженерного мислення має бути здійснений у рамках діяльнісного підходу до навчання математики студентів

ВТНЗ за допомогою процедури орієнтування при розв'язанні задач професійної спрямованості.

1.3.3. Психологічні основи формування мотивації до навчання математики студентів ВТНЗ. Принциповим моментом у навчальній діяльності є формування мотиваційної сфери. Її сформованість означає вироблення у студента системи цінностей, прийнятих в суспільстві, потреби в суспільно корисній діяльності, засвоєнні нових знань і придбанні нового досвіду, розкриття особистісного значення навчання, тобто усвідомлення того, як навчання допоможе йому визначити своє місце в житті.

З цією метою на мотиваційну сферу необхідно впливати, і тут розрізнюють *специфічні* і *неспецифічні* впливи. До перших відносяться відомості про систему ідеалів, ціннісних орієнтацій і мотивів, що соціально схвалюються, до других – система оцінних думок студента. Неспецифічні впливи здійснюються за рахунок спеціальної організації процесу навчання.

Загальне системне представлення мотиваційної сфери людини дозволяє дослідникам класифікувати мотиви. Як відомо, в загальній психології види мотивів (мотивації) поведінки (діяльності) розмежовуються за різними підставами, наприклад, у залежності: а) від характеру участі в діяльності (усвідомлені, неусвідомлені,реально діючі мотиви, за О. М. Леонтьєвим [268]); б) від часу обумовлення діяльності (далека – коротка мотивація, за Б. Ф. Ломовим [274]); в) від соціальної значущості (соціальні – вузькоособистісні, за П. М. Якобсоном [462]); г) від факту включеності в саму діяльність (широкі соціальні мотиви і вузькособистісні мотиви); д) мотиви певного виду діяльності, наприклад, навчальної діяльності та ін.

П. М. Якобсону [462] належить заслуга розмежування мотивів за характером спілкування (ділові, емоційні). Згідно з О. М. Леонтьєвим [268], соціальні потреби, що визначають інтеграцію і спілкування, можна грубо розділити на три основні типи, орієнтованих на: а) об'єкт або мету взаємодії; б) інтереси самого комунікатора; в) інтереси іншої людини або суспільства в цілому.

До визначення домінуючої мотивації її діяльності доцільно також підійти і з позиції особливостей інтелектуально-емоційновольової сфери самої особи як суб'єкта. Відповідно вищі духовні потреби людини можуть бути представлені як потреби (мотиви) морального, інтелектуально-пізнавального і естетичного планів. Ці мотиви співвідносяться із задоволенням духовних потреб людини, з якими нерозривно пов'язані такі спонукання, за П. М. Якобсоном [462], як почуття, інтереси, звички і т. д. Іншими словами, вищі соціальні, духовні мотиви умовно можуть бути розділені на три групи: 1) мотиви інтелектуально-пізнавальні; 2) морально-етичні мотиви; і 3) емоційно-естетичні мотиви.

У системі "Студент – викладач" студент є не лише об'єктом управління цієї системи, але і суб'єктом діяльності. Розглядаючи мотивацію навчальної діяльності, необхідно підкреслити, що поняття *мотив* тісно пов'язано з поняттями *мета* і потреба. У особі людини вони взаємодіють і дістали назву мотиваційна сфера. У літературі цей термін включає усі віди спонукань: інтереси, цілі, стимули, мотиви, схильності, установки.

Навчальна мотивація визначається як вид мотивації, включений у певну діяльність, – у даному випадку навчальну діяльність. Як і будь-який інший вид мотивації, навчальна мотивація визначається через специфічні для тієї діяльності, в яку вона включається, чинники. По-перше, вона визначається самою освітньою системою, освітньою установою; по-друге, – організацією освітнього процесу; по-третє, – суб'єктними особливостями студента; по-четверте, – суб'єктивними особливостями викладача і, передусім, системи його відношення до студента, до справи; по-п'яте, – специфікою навчального предмета.

Навчальна мотивація, як і будь-який інший її вид, системна, характеризується спрямованістю, стійкістю і динамічністю.

Відповідно, при аналізі мотивації стоїть складне завдання визначення не лише домінуючого мотиву, але і урахування усієї структури мотиваційної сфери людини. Розглядаючи цю сферу стосовно навчання, Г. К. Маркова [287] підкреслює ієрархічність її будови. На думку авторки, до неї входять: потреба у навчанні, сенс навчання, мотив навчання, мета, емоції, відношення і інтерес.

Характеризуючи інтерес (у загальнопсихологічному визначенні – це емоційне переживання пізнавальної потреби) як один з компонентів навчальної мотивації, необхідно звернути увагу на те, що в повсякденному побутовому, та і в професійному педагогічному спілкуванні термін “інтерес” часто використовується як синонім навчальної мотивації. Про це можуть свідчити такі висловлювання, як “у нього немає інтересу до навчання”, “необхідно розвивати пізнавальний інтерес” і так далі. Таке зміщення понять пов’язане, по-перше, з тим, що в теорії навчання саме інтерес був першим об’єктом вивчення мотивації. По-друге, воно пояснюється тим, що сам по собі інтерес – це складне неоднорідне явище.

Потрібна умова для створення у студентів інтересу до змісту навчання і до самої навчальної діяльності – можливість проявити у навчанні розумову самостійність і ініціативність. Чим активніше методи навчання, тим легше зацікавити ними студентів.

Велику роль у формуванні інтересу до навчання грає створення проблемної ситуації, зіткнення студентів з протиріччям, яке вони не можуть вирішити за допомогою наявного у них досвіду; стикаючись з протиріччям, вони переконуються в необхідності отримання нового досвіду або застосування старого в новій ситуації. Цікава тільки та робота, яка вимагає постійної напруги. Подолання труднощів у навчальній діяльності – найважливіша умова виникнення інтересу до неї. Складність навчального матеріалу і навчального завдання призводить до підвищення інтересу тільки тоді, коли ця складгність посильна, переборна, інакше інтерес швидко зникає.

Навчальний матеріал і прийоми навчальної роботи мають бути досить (але не надмірно) різноманітні. Різноманітність забезпечується не лише зіткненням студентів з різними об’єктами в ході навчання, але і тим, що в одному і тому ж об’єкті можна відкривати нові сторони. Новизна матеріалу – найважливіша передумова виникнення інтересу до нього. Проте, пізнання нового повинне спиратися на вже наявний у студента досвід. Використання раніше засвоєних знань – одна з основних умов появи інтересу.

Встановлений (на достовірному рівні значущості) позитивний зв’язок мотиваційних орієнтацій з успішністю студентів. Найщільніше пов’язаними з успішністю виявилися орієнтації на процес і на результат, менш щільно – орієнтація на “оцінку викладачем”. Зв’язок орієнтації на “уникнення неприємностей” з успішністю слабкий. Істотний, але неоднозначний вплив на навчання робить потребу в спілкуванні і домінуванні.

Надзвичайно важливе для організації навчальної діяльності положення про можливість і продуктивність формування мотивації через цілеполягання навчальної діяльності. Спочатку навчально-пізнавальний мотив починає діяти, потім стає домінуючим і набуває самостійність і лише після цього усвідомлюється, тобто першою умовою є організація, становлення самої навчальної діяльності. При цьому сама дієвість мотивації, краще формується при установці на способи, чим на "результат" діяльності. В той же час вона по-різному проявляється для різних вікових груп в залежності, як від характеру навчальної ситуації, так і від суворого контролю викладача.

Психологічна стійкість визначається, як здатність підтримувати необхідний рівень психічної активності при широкому варіюванні чинників, що діють на людину. Стосовно навчальної мотивації її стійкість – це така динамічна характеристика, яка забезпечує відносну тривалість і високу продуктивність діяльності, як в нормальних, так і в екстремальних умовах. Встановлено, що до психологічних детермінант стійкості відносяться:

– початковий тип мотиваційної структури;
– особова значущість предметного змісту діяльності;
– вид навчального завдання;
– найбільш сильними є внутрішні чинники: домінування мотиваційної орієнтації, особливості внутрішньоструктурної динаміки і психологічний зміст мотиваційної структури.

Таким чином, навчальна мотивація – це особливий вид мотивації, який характеризується складною структурою, однією з форм якої є структура внутрішньої (на процес і результат) і зовнішньої (нагорода, уникнення) мотивації. Істотні такі характеристики навчальної мотивації, як її стійкість, зв'язок з рівнем інтелектуального розвитку і характером навчальної діяльності.

На думку П. Я. Гальперіна [77], в навчальній діяльності реально діють три типи мотивації: *ділова*, *змагальна*, *пізнавальна*.

Перший тип навчальної мотивації відмічається тоді, коли мотиви навчальної діяльності абсолютно не пов'язані з процесом навчання і є зовнішніми по відношенню до нього. П. Я. Гальперін назвав це "діловою" мотивацією, оскільки людину цікавить не те, що безпосередньо витікає з навчання (знання, отримання свободи наукового орієнтування з певних питаннях, набуття умінь здійснювати професійну діяльність), а щось таке, чим він хотів би займатися, але поки що не займається. Він сподівається отримати таку можливість або таке право після навчання.

Другий тип навчальної мотивації – це так звана змагальна мотивація. Суть її міститься в прагненні бути першим в своїй справі або, принаймні, не гірше інших. У навчальній діяльності така мотивація спостерігається там, де надається великого значення оцінкам. Боротьба за хорошу оцінку, за похвалу, за приз – це сильний активізуючий чинник, дійова мотивація, але часто, на жаль, зовнішня по відношенню до змісту навчання. Щоб вона не залишалася такою, а впливала саме на засвоєння змісту предмета, що вивчається, висока оцінка повинна ставитися не за формальний признаком, а за реальні результати навчальної діяльності.

Третій тип навчальної мотивації – це мотивація пізнавальна, що внутрішньо пов’язана з процесом навчання. При наявності пізнавальної мотивації студенту, цікавий сам процес навчання, він вчиться не ради диплома, хоча той йому і не байдужий, а для того, щоб стати професіоналом. І чим більше він засвоює знань, тим більше хочеться засвоїти, бо за кожним новим відкривається ще більш нове. Пізнавальний інтерес сам себе підкріплює і є найкращою мотивацією навчальної діяльності, практично невичерпною, вважав П. Я. Гальперін.

Проблема формування мотивації навчання, як відмічає В. І. Чирков [445], є однією з найважливіших проблем в педагогіці і педагогічній психології. У навчальний процес у вищому навчальному закладі залучені молоді люди, у яких триває формування особи, тому проблема полягає в тому, щоб знайти методи і засоби підвищення мотивації навчання, сприяючі максимальному розвитку особистісних якостей студентів, необхідних для їх успішної професійної діяльності. Викладачам нерідко доводиться стикатися з проблемою нерозуміння студентами необхідності вивчення тих або інших дисциплін. У студентів-першокурсників часто виникає питання: “Навіщо студентові технічного ВНЗ вивчати вищу математику”?

Причини відсутності у студентів інтересу до зайнять з вищої математики різні. Спосіб вибору абітурієнтом спеціальності значно позначається на мотивації навчання студента: якщо майбутня професія вибрана неусвідомлено, випадково, то у студента, як правило, слабка мотивація до навчання; при усвідомленому виборі для студента характерна сильна мотивація. Наявність професійної мотивації, активності студентів сприяють підвищенню якості засвоєння змісту навчання. Відповідно до розробленої В. О. Якуніним і О. О. Реаном методики "Вивчення мотивів навчальної діяльності студентів" [463, с. 434], нами було запропоновано студентам молодших курсів обрати зі списку шістнадцяти мотивів навчальної діяльності п'ять найбільш вагомих для них. В результаті домінуючими мотивами виявилися такі, як "стати висококласним фахівцем", "забезпечити успішність майбутньої професійної діяльності", "отримати диплом", "постійно отримувати стипендію", "придбати глибокі і міцні знання". Але навіть у зацікавлених у своїй майбутній професії студентів часто спостерігається нерозуміння необхідності вивчення вищої математики і спеціальних математичних курсів.

Ще одна методика для діагностики навчальної мотивації студентів запропонована Н. Ц. Бадмаєвою [27, с. 151-154]. Методика розроблена на основі опитувача В. О. Якуніна і О. О. Реана [463, с. 434], до 16 тверджень якого було додано твердження, що характеризують мотиви навчання, виділені В. Г. Леонтьєвим [269, с. 194], а також твердження, що характеризують мотиви навчання, отримані нами в результаті опитування студентів і школярів. Це комунікативні, професійні, навчально-пізнавальні, широкі соціальні мотиви, а також мотиви творчої самореалізації, уникнення невдач та престижу.

У тесті пропонується оцініти за 5-бальною системою наведені мотиви навчальної діяльності за значимістю для респондента. 1 бал відповідає мінімальній значущості мотиву, 5 балів – максимальній.

Н. Ц. Бадмаєвою запропоновані мотиви навчальної діяльності, які сформульовані як відповідь на питання: "Чому я вчуся?":

1. Тому що мені подобається обрана професія.
2. Щоб забезпечити успішність майбутньої професійної діяльності.
3. Хочу стати фахівцем.
4. Щоб дати відповіді на актуальні питання, що відносяться до сфери майбутньої професійної діяльності.

5. Хочу повною мірою використати наявні у мене завдатки, здібності і схильності до вибраної професії.

6. Щоб не відставати від друзів.

7. Щоб працювати з людьми, потрібно мати глибокі і усебічні знання.

8. Тому що хочу бути в числі кращих студентів.

9. Тому що хочу, щоб наша навчальна група стала кращою в інституті.

10. Щоб заводити знайомства і спілкуватися з цікавими людьми.

11. Тому що отримані знання дозволять мені добитися усього необхідного.

12. Необхідно закінчити інститут, щоб у знайомих не змінилася думка про мене, як здібній, перспективній людині.

13. Щоб уникнути засудження і покарання за погане навчання.

14. Хочу бути шанованою людиною колективу.

15. Не хочу відставати від однокурсників, не бажаю виявитися серед тих, що відстають.

16. Тому що від успіхів в навчанні залежить рівень моєї матеріальної забезпеченості в майбутньому.

17. Успішно вчитися, складати іспити на “4” і “5”.

18. Просто подобається вчитися.

19. Потрапивши в інститут, вимушений вчитися, щоб закінчити його.

20. Хочу бути постійно готовим до зайняття.

21. Успішно продовжити навчання на подальших курсах, щоб дати відповіді на конкретні навчальні питання.

22. Щоб придбати глибокі і міцні знання.

23. Тому що в майбутньому думаю зайнятися науковою діяльністю за фахом.

24. Будь-які знання згодяться в майбутній професії.

25. Тому що хочу принести більше користі суспільству.

26. Щоб стати висококваліфікованим фахівцем.

27. Щоб дізнаватися нове, займатися творчою діяльністю.

28. Щоб дати відповіді на проблеми розвитку суспільства, життєдіяльності людей.

29. Хочу бути на хорошому рахунку у викладачів.

30. Хочу добитися схвалення батьків.

31. Заради виконання боргу перед батьками, школою.

32. Тому що знання надають мені упевненість в собі.

33. Тому що від успіхів у навчанні залежить мій майбутній службовий стан.

34. Хочу отримати диплом з гарними оцінками, щоб мати перевагу перед іншими.

Мотиви, що аналізуються в тесті згруповані за 7 групами:

Шкала 1. Комунікативні мотиви: відповіді14, 10, 32, 7, 6.

Шкала 2. Мотиви уникнення: відповіді 13, 6, 12, 15, 19.

Шкала 3. Мотиви престижу : відповіді 8, 9, 29, 30, 34.

Шкала 4. Професійні мотиви: відповіді 4, 5, 26, 1, 2, 3

Шкала 5. Мотиви творчої самореалізації: відповіді 27, 28

Шкала 6. Навчально-пізнавальні мотиви: відповіді 22, 23, 24, 17, 18, 20, 21.

Шкала 7. Соціальні мотиви: відповіді 25, 31, 33, 16, 11.

При інтерпретації результатів тестування підраховується середній показник за кожною шкалою опитувача.

Нами проведене тестування 140 студентів технічних напрямів підготовки з ціллю виявлення домінуючих мотивів навчальної діяльності. Виявилося, що у більшості спостерігається наявність комбінації мотивів за двома або трьома шкалами. При цьому у більшості студентів домінуючими є професійні мотиви (38 %), мотиви творчої самореалізації (22 %) і навчально-пізнавальні мотиви (32 %), які комбінуються з іншими менш значимими мотивами.

Отримані нами експериментальні результати дозволили зробити висновок, що існує тісний зв’язок між мотиваційними показниками і показниками особистісних, у тому числі інтелектуальних характеристик студента, його успішності у навчанні.

Вивчення структури мотивації навчальної діяльності студентів показало, що окрім усвідомлюваних мотивів, існують і менш усвідомлювані мотиви, але реально діючі, які безпосередньо спонукають до навчання. Це мотиви творчої самореалізації і комунікативні мотиви. Н. Ц. Бадмаєва [27, с. 232] дійшла висновку, що разом з професійними і навчально-пізнавальними мотивами, що є провідними в період навчання у ВНЗ, велику спонукальну силу має комунікативна мотивація. А мотиви творчої самореалізації можуть проявлятися залежно від системи навчання у ВНЗ.

У цілому, мотиви розумової діяльності формуються на основі базових потреб людини в пізнанні, спілкуванні, творчий самореалізації, які задовольняються в навчально-пізнавальній, комунікативній і творчий діяльності. Процес формування цих мотивів названо, відповідно, навчально-пізнавальною, комунікативною і творчою мотивацією.

Тобто розвиток загальних розумових здібностей (інтелектуальних, мнемонічних, перцептивних) залежить від інтенсивності самих розумових процесів, яка обумовлюється усвідомленістю мотивації і значущістю для особи процесу і результату її діяльності. Комунікативна мотивація більшою мірою пов'язана з процесом, а творча мотивація – з результатом навчальної діяльності. Таким чином, мотиваційні чинники є найважливішими детермінантами інтелектуального і творчого розвитку особистості.

Вважаємо, що традиційна система навчання у ВНЗ продовжує залишатися за рідкісним виключенням авторитарною, повною мірою не враховує індивідуальні особливості студентів і не забезпечує свою розвивальну функцію.

Шляхи підвищення мотивації у навчанні вищої математики у технічному ВНЗ ми бачимо в упровадженні діяльнісного підходу, який вимагає:

– залучення студента до діяльності на всіх етапах навчання;
– професійної спрямованості навчання математики;
– оцінювання результатів навчальної діяльності;
– адаптації студентів 1-го курсу до навчання у ВНЗ;
– наступності у навчанні математики;
– використання діяльнісних методів, форм і засобів навчання;
– використання комп'ютерних технологій навчання;
– використання дистанційних курсів для підтримки самостійної роботи студентів.

РОЗДІЛ 2

ДИДАКТИЧНІ ОСНОВИ ЗАСВОЄННЯ ЗМІСТУ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН У НАВЧАННІ НА ЗАСАДАХ ДІЯЛЬНІСНОГО ПІДХОДУ

2.1. Засвоєння змісту навчання на засадах діяльнісного підходу

Загальноприйнятим вважається положення, згідно з яким до складу навчального матеріалу входять три компоненти: *знання, уміння, навички*. Термін знання тут вживається в значенні навчальної інформації, яку належить сприйняти. *Під умінням розуміють освоєний людиною спосіб виконання дій*. Уміння виражається в здатності усвідомлено застосувати знання на практиці для виконання певних дій. Навичка являє собою дію, освоєну шляхом повторення в різних умовах; при цьому дія стає *автоматизованою* і виконується без активного контролю свідомості.

У педагогічних дослідженнях знання, уміння й навички розглядаються, як правило, у двох аспектах – *навчальному* й *змістовному.* Так, А. Л. Бердичевський [36] визначає навчальні знання як знання студента про цілі, предмет, процес і результат навчальної діяльності. Усвідомленість *мети* означає передбачення певних результатів у розвитку навичок і вмінь, які повинні бути сформовані в процесі роботи над певним матеріалом, на певному занятті. Сюди також включається особиста зацікавленість студента в запланованому результаті.

У найзагальнішому вигляді в психолого-педагогічній літературі навичка визначається як "дія, сформована шляхом повторення, що характеризується високим ступенем освоєння й відсутністю свідомої регуляції й контролю" [250, с.195]. Але є багато дослідників, які вважають, що навичка – це до автоматизму освоєне уміння виконувати дію. Але з погляду діяльнісного навчання навичка – це не уміння, а *дія.* Правда, дія не проста, а автоматизована. Уміння ж – це здатність виконувати дію, у тому числі і навичку. А особливості виконання дій характеризуються не якимись якостями умінь, а властивостями самих дій.

От як, наприклад, трактуються згадані вище поняття в комплексі нормативних документів для розробки галузевих стандартів вищої освіти, створеному Інститутом інноваційних технологій і змісту освіти Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України [243].

"*Навички – вміння, які унаслідок багатократного повторення стають автоматичними і виконуються без контролю свідомості*".

Тут звертає на себе увагу, по-перше, що, навичка – це вміння. По-друге, те, що вміння, як дія, виконується. Наступне визначення вносить додаткові суперечності.

"*Уміння – здатність людини виконувати певні дії на основі знань і навичок*".

Раніше говорилося, що навичка – це уміння, а потім стверджується, що уміння – це не навичка, оскільки уміння реалізується за допомогою навички. Справа тут у тому, що вмінням приписують властивості дій. З цієї ж причини введено поняття "рівні сформованості умінь". Таких рівнів, як зазначається в [243], нараховується три:

– здатність виконувати дію, спираючись на матеріальні носії інформації відносно неї;
– здатність виконувати дію, спираючись на постійний розумовий контроль без допомоги матеріальних носіїв інформації;
– здатність виконувати дію автоматично, на рівні навички.

З погляду теорії діяльності, наведені "рівні сформованості вмінь", по суті справи, є формами дії.

На думку І. П. Підласого [338, с. 26], вміння, на відміну від навичок, завжди спираються на активну інтелектуальну діяльність і містять у собі процеси мислення. Вміння визначається як "готовність свідомо і самостійно виконувати практичні й теоретичні дії на основі засвоєних знань, життєвого досвіду і придбаних навичок". Уміння розглядаються як використання знань і навичок для вибору прийомів дії відповідно до поставленої мети й утворюються в результаті координації навичок, їх об'єднання в системи за допомогою свідомо-контрольованих дій. Передумови для формування міцного вміння створюють численні вправи, що варіюють умови навчальної діяльності, що й передбачають її поступове ускладнення [325]. Сформоване вміння уможливлює виконання дії в змінених умовах. На думку І. П. Підласого, якщо навички за своєю природою стереотипні, то вміння носять творчий характер.

Підхід до навчання як до діяльності зажадав перегляду поглядів на знання і уміння, їх ролі й співвідношення. Згідно з точкою зору О. М. Леонтьєва [266] й Ю. І. Машбиця [291], засвоєння знань відбувається одночасно з освоєнням способів дії з ними.

Як було з'ясовано у розділі 1, з погляду діяльнісного підходу до навчання цілями навчання у ВТНЗ є освоєння способів дій майбутньої професійної діяльності, а зміст навчання складає система дій, що мають бути освоєні студентами, а також знання, що необхідні для освоєння цих дій.

Структуру знань утворюють структурні одиниці матеріалу, що вивчається. Вони являють собою мінімальні порції навчального матеріалу, що мають смислову цінність на даному етапі вивчення предмета. Такими одиницями є, наприклад, поняття, закони, теорії і т. ін.

Розчленування матеріалу, що вивчається, на структурні одиниці відбувається згідно з логікою побудови, а використовуються структурні одиниці згідно з логікою використання, причому логіка побудови, як правило, відрізняється від логіки використання [18]. Ця обставина спричиняє необхідність переструктурування одиниць, що є дуже важким завданням для студента. Щоб перейти від логіки побудови до логіки використання, необхідно здійснити глибокий аналіз своїх знань і дій. Цей аналіз є необхідним елементом процесу засвоєння знань. Таким чином, навчальна діяльність включає в себе дії зі *з'ясування* змісту навчання і дії з його *обробки*.

Виклад навчального матеріалу на лекціях і в підручниках заснований на логіці побудови структурних одиниць, а розв'язання різного роду навчальних задач відбувається згідно з логікою їх використання. Отже, необхідним компонентом навчального матеріалу є система дій, виконуючи які студент міг би виявити логічні зв'язки структурної одиниці з тими одиницями, які вже засвоєні.

Освоєння способів дій, необхідних для засвоєння елементів навчального матеріалу, відбувається в три етапи. Перший етап засвоєння складає сприйняття, завдяки якому виникають уявлення, середній рівень — розуміння і вищий рівень — використання.

Засвоєння відбувається тільки при певному порядку сприйняття і обробки змісту навчального матеріалу, його використання, оперування ним, зазначає Г. О. Атанов [19].

Нижній рівень складають дії, виконання яких сприяє виникненню уявлень про елемент навчального матеріалу, що вивчається, у свідомості студента. Середній рівень складають дії, що сприяють встановленню взаємозв'язків між елементами навчального матеріалу і виявленню його логічної структури. Ці дії є необхідною основою для осмислення і, отже, розуміння навчального матеріалу, складання орієнтовної основи діяльності.

Вищий рівень – використання навчального матеріалу – є результатом трьох видів діяльності: теоретичної, практичної і комунікативної. Практична навчальна діяльність здійснюється в предметних діях студентів, які при навчанні математики читають, пишуть, креслять, обчислюють, тощо. Засвоєнню знань сприяє розв'язання сукупності задач, які розкривають різноманіття взаємозв'язків між елементами навчального матеріалу в різних випадках і ситуаціях.

Оскільки способи дій на практиці реалізовуються за допомогою дій, то цілі навчання повинні формулюватися в термінах дій. І зрозуміло, що дії можуть бути освоєні тільки внаслідок оперування знаннями. При цьому, звичайно, потрібне щось і уміти. І якщо йдеться про освоєння яких-небудь дій як про ціль, то викладач повиннен усвідомлювати, які знання і дії необхідні для цього. Таким чином, для освоєння дії необхідні знання і інші дії, якими до цього часу необхідно вже оволодіти. Таке освоєння дій відбувається під час розв'язання задач. Будучи освоєною, дія, нарівні з іншими вже освоєнними діями і певними знаннями, стає засобом освоєння більш складної дії і т. ін. Так, наприклад, для освоєння дії "знаходити похідні складених елементарних функцій" необхідно вміти визначати, чи є функція складеною, а також обчислювати похідні основних елементарних функцій.

Крім того необхідно знати таблицю похідних основних елементарних функцій. Загальна схема освоєння дії "Знаходити похідні складених елементарних функцій" показана на рис. 2.1.

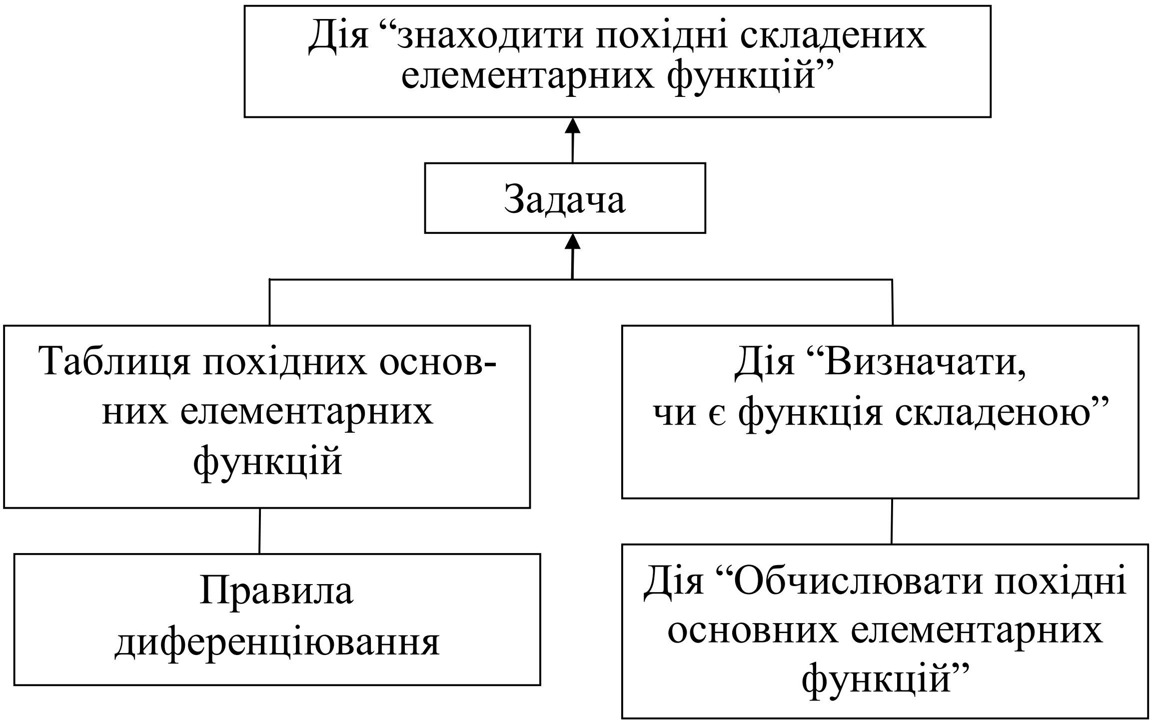


Рис. 2.1. Схема формування вміння
"Знаходити похідні складених елементарних функцій"

На підставі викладеного можна сказати, що освоєння дій фактично означає засвоєння знань. На перший погляд, тут виникає суперечність. З одного боку, знання засвоюються в діяльності, але, з іншого боку, одночасно виконувати дію і засвоювати знання неможливо. Дійсно, з повсякденного досвіду відомо, що людина не може одночасно усвідомлювати, що вона робить і як вона це робить, особливо там, де є новизна. Наприклад, всі ми можемо слухати і одночасно писати; в цьому випадку дія писання виконується автоматизовано. Але якщо при цьому виникають труднощі у виконанні писання, наприклад, виявляється дефект паперу, ламається ручка, то свідомість тут же відключається від слухання, яке виконувалося усвідомлено, і переключається на писання, яке виконувалося автоматизовано. Точно так, внаслідок психологічних особливостей студент не може одночасно усвідомлювати, *що* він пізнає і *як* він поступає при цьому.

Однак насправді тут суперечності немає. Знання засвоюється в тому випадку, якщо виконання дії доведене до автоматизму і свідомістю не контролюється, тобто алгоритм виконання дії переведений у підсвідомість. Таким чином, необхідні дії мають бути освоєні, доведені до автоматизму, тобто перетворитися на *навички*, і тоді в процесі навчальної діяльності будуть засвоюватися предметні знання.

Сьогодні в структурі навчальної діяльності у навчанні математики можна виділити три групи дій. Дії, що підлягають засвоєнню, становлять першу групу і можуть бути підрозділені на неспецифічні (наприклад, дії, що становлять різні логічні прийоми мислення) і специфічні (утворюють основу математичного виду пізнання). Другий компонент становлять дії, необхідні студентам для організації діяльності – як навчальної, так і будь-якої іншої. До них належать дії *планувати, контролювати, коректувати, оцінювати свою діяльність*. Третій компонент діяльності навчання пов'язаний із проходженням студента за етапами процесу засвоєння. Згідно з теорією П. Я. Гальперіна, процес засвоєння нової дії припускає п'ять якісно різних перехідних станів цієї дії [77].

Навчальні дії, як зазначає Н. Ф. Тализіна [414] можна класифікувати у різний спосіб . Наприклад, в процесі розв'язання кожної навчальної задачі можна виділити таку послідовність дій.

1. Дії цілепокладання. Перш ніж приступити до розв'язання задачі, студент повинен прийняти її як завдання, яке необхідно виконати.

2. Дії планування. Приймаючи для себе мету розв'язання навчальної задачі, студент встає перед необхідністю підбору відповідних дій з її розв'язання, встановлення їх послідовності.

3. Виконавчі дії. Ці дії класифікують за різними ознаками:

а) перетворюючі і дослідницькі дії. Під *перетворюючими* діями розуміються безпосередні маніпуляції над конкретним об'єктом з метою виявлення його властивостей. *Дослідницькі* дії спрямовані на розкриття загальних закономірностей, які раніше не були відомі студенту;

б) *перцептивні, мнемічні і інтелектуальні* дії. *Перцептивні* дії включають розпізнавання, ідентифікацію, виділення об'єкта, відділення головного від другорядного. *Мнемічні* дії здійснюються на базі процесу запам'ятовування, серед них можна виділити заучування, фільтрацію інформації, її структуризацію, збереження, відтворення. *Інтелектуальні* дії включають передусім логічні операції – порівняння, аналіз, синтез, узагальнення, абстрагування, класифікацію та ін.

в) *репродуктивні і продуктивні дії.* До *репродуктивних* відносяться відтворюючі дії, які здійснюються за заданими критеріями, шаблонним способом. Дії перетворення, створення нового, що виконуються за самостійно сформованими критеріями, розглядаються як *продуктивні*.

4. *Дії самоконтролю і самооцінювання студента.* При розв'язанні задачі кожен отриманий результат звіряється з поставленою метою. Таким чином оцінюється, наскільки процес розв'язання наблизився до досягнення поставленої мети.

Якщо навчальна діяльність здійснюється з певного предмета, то всі навчальні дії, що описані, є діями з цього навчального предмета. У навчанні математики студент освоює дії, у предетній галузі математичних дисциплін, тому будемо називати їх математичними предметними діями.

Наступний пункт присвячено розгляду математичних предметних дій та механізму їх освоєння. Розглянуто співвідношення між такими категоріями, як дія, вміння, навичка, операція.

2.2. Освоєння математичних предметних дій

2.2.1. Математичні предметні дії. *Під математичними предметними діями будемо розуміти дії, що мають бути освоєні студентом у процесі навчання математики і які складають зміст цього навчання.*

Математичні предметні дії можна розподілити на *теоретичні* дії, які підготовлюють перетворення математичних об'єктів у навчальній діяльності, і *практичні* дії, виконання яких спрямоване на безпосереднє перетворення цих об'єктів і отримання результату. Теоретичні дії – це дії, за допомогою яких аналізують, зіставляють, узагальнюють і таке інше. Вони забезпечують виконання теоретичної сторони діяльності, яка не приводить до перетворення математичних об'єктів. Теоретичні дії обслуговують саму діяльність, вони визначають її власні внутрішні механізми. Практичні ж дії – це дії, за допомогою яких здійснюється *практична сторона* діяльності, які спрямовані на безпосереднє отримання результату, дії, що становлять зміст виконавчої частини діяльності. Вони приводять до безпосереднього перетворення математичних об'єктів. Як теоретичні, так і практичні дії є розумовими діями, які студент виконує подумки [19].

Особливістю практичних математичних предметних дій є наявність трьох їх видів у залежності від того, в якому вигляді подані об'єкти дії. Математичні об'єкти можуть бути подані у числовому, символьному і графічному вигляді. У таблиці 2.1 наведено приклади практичних дій, що виконуються з різними об'єктами.

Таблиця 2.1

Практичні математичні предметні дії

Вид подання об'єкта дії		
числовий	***символьний***	***графічний***
досліджувати; застосовувати; знаходити; обчислювати; подавати; переходити; приводити до канонічного вигляду; розв'язувати; складати рівняння тощо.	записувати; застосовувати; знаходити; подавати; позначати; переходити тощо.	будувати; виконувати операції; знаходити перетин; знаходити проекцію; креслити тощо.

Так, наприклад, при вивченні теми "Векторна алгебра" однією з предметних дій, яку має освоїти студент, є обчислення скалярного добутку векторів. Якщо вектори задані координатами, які є числами, то дія виконується з числами. Наприклад, задано два вектори:

$$\overline{a} = (3; -1; 2),\ \overline{b} = (-3; 5; -1).$$

Обчислення скалярного добутку цих векторів зводиться до таких арифметичних дій:

$$3 \cdot (-3) + (-1) \cdot 5 + 2 \cdot (-1) = -9 - 5 - 2 = -16.$$

Якщо ж вектори задані координатами, але в символьному вигляді, то дія виконуються з символами. Символьний вигляд є особливою формою формалізованого подання математичних предметних знань, і практично кожна дія може виконуватися як з символьними, так і з числовими об'єктами. Нехай задані вектори:

$$\overline{a} = (a_x; a_y; a_z),\ \overline{b} = (b_x; b_y; b_z).$$

Їх скалярний добуток буде дорівнювати:

$$a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z.$$

Але це вже буде дія, яка є не обчисленням, а знаходженням скалярного добутку векторів у символьному вигляді.

Крім виконання математичних дій в числовому і символьному вигляді, є ще один тип дій, який полягає у введенні позначень. Це також практичні дії, які оперують з символьними об'єктами. Так, скалярний добуток векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$ студент має позначити: $\overline{a} \cdot \overline{b}$.

Якщо розглядати освоєння і виконання дій у хронологічному порядку, то спочатку має бути освоєна і виконана дія позначення, потім дія в символьному вигляді, а вже потім числова дія. В цьому разі запис буде таким:

$$\overline{a} \cdot \overline{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 3 \cdot (-3) + (-1) \cdot 5 + 2 \cdot (-1) = -9 - 5 - 2 = -16.$$

Практичні дії, що виконуються з графічними об'єктами, полягають у виконанні операцій з векторами, що подані у графічному вигляді, побудові зображень поверхонь і кривих другого порядку, побудові зображень геометричних тіл на площині тощо.

Наведемо приклади практичних дій, які студент має освоїти при навчанні вищої математики у ВТНЗ:

– *будувати* (у декартовій системі координат на площині: точки, вектори, криві другого порядку; лінії, що задані параметричними рівняннями, графіки елементарних функцій однієї змінної, області визначення функцій двох змінних; лінії рівня функцій двох змінних; у декартовій системі координат у просторі: точки, лінії перетину площини з координатними площинами; поверхні другого порядку, графіки функцій двох змінних; лінії у полярній системі координат);

– *виконувати* (арифметичні операції з дійсними і комплексними числами; операції з множинами; лінійні операції з матрицями, векторами; заміну змінної в невизначеному, визначеному і кратних інтегралах; диференціальні операції другого порядку за допомогою операторів Гамільтона і Лапласа);

– *використовувати* (властивості: визначників, операцій з матрицям, операцій з векторами, невизначеного і визначеного інтегралів, основних елементарних функцій дійсної і комплексної змінної);

– *досліджувати* (функції однієї змінної на неперервність, монотонність, екстремум, опуклість, наявність асимптот; невластиві інтеграли першого і другого роду на збіжність; функції кількох змінних на неперервність, екстремум і умовний екстремум; числові і функціональні ряди на збіжність);

– *записувати* (лінійні оператори за допомогою матриць, квадратичні форми за допомогою матриць);

– *записувати у символьному вигляді* (лінійні і квадратні рівняння; системи лінійних алгебраїчних рівнянь; загальне рівняння площини, рівняння прямої на площині в загальному вигляді, з кутовим коефіцієнтом, що проходить через задану точку, через задану точку з відомим кутовим коефіцієнтом; диференціальні рівняння першого порядку з відокремлюваними змінними, однорідні, лінійні і рівняння Бернулі; диференційні рівняння другого і вищих порядків, що допускають зниження порядку; лінійні однорідні і неоднорідні рівняння; системи лінійних диференціальних рівнянь; хвильове рівняння, рівняння теплопровідності);

– *застосовувати* (диференціал функції однієї та кількох змінних для наближених обчислень; матриці, вектори, лінійні оператори, функції однієї та кількох змінних, визначені інтеграли, диференціальні рівняння для складання математичних моделей; степеневі ряди для наближення функцій многочленами, інтегрування функцій, знаходження значень та границь функцій, розв’язування диференціальних рівнянь; тригонометричні ряди Фур’є для знаходження сум числових рядів, розв’язування диференційних рівнянь, формулу Гріна; теореми Остроградського та Стокса; умови Коші-Рімана для знаходження функції комплексної змінної за дійсною чи уявною частиною; інтегральну формулу Коші для функцій комплексної змінної та їх похідних);

– *знаходити* (обернену матрицю; орт вектора; лінійну комбінацію векторів, кут між векторами, кут між прямими на площині і у просторі, кут між площинами, матрицю добутку перетворень, матрицю оберненого перетворення, власні числа та власні вектори лінійних перетворень, матриць лінійних операторів при переході до нового базису, границі послідовностей і функцій, похідні першого і старших порядків функції однієї змінної, що задана явно, неявно і у параметричному виді, найбільше, диференціал першого і старших порядків функцій однієї змінної, найменше і середнє значення функції однієї змінної на відрізку, повторні границі функцій кількох змінних; частинні, повні та за напрямком похідні функцій кількох змінних, диференціал першого і старших порядків функцій кількох змінних, градієнт функції кількох змінних, похідних вектор-функцій скалярних аргументів, першої та другої похідної за довжиною дуги; кривини та кручення кривих, загальних і частинних розв'язків диференціальних рівнянь першого, другого і вищих порядків, інтегральні (потік, циркуляція) та диференціальні (дивергенція, ротор) характеристики векторного поля; дійсну і уявну частину функцій комплексної змінної, похідних функції комплексної змінної; інтегралів від функції комплексної змінної; функції комплексної змінної, які відображають одну множину на іншу; образи заданих множин при відображеннях за допомогою функцій комплексної змінної; лишки відносно вказаних точок; інтеграли від Функцій комплексної змінної за допомогою лишків);

– *знаходити у символічному вигляді* (визначники; алгебраїчне доповнення і мінор елемента квадратної матриці; ранг матриці; суму матриць; добуток матриці на число; добуток матриці на матрицю; модуль і напрямні косинуси вектора; орт вектора; лінійну комбінацію векторів; скалярний і векторний добуток двох векторів; мішаний добуток трьох векторів; кут між векторами, кут між прямими на площині і у просторі, кут між площинами, матрицю добутку перетворень, матрицю оберненого перетворення, власні числа та власні вектори лінійних перетворень, матриць лінійних операторів при переході до нового базису, визначені інтеграли; площі фігур на площині, об'єми тіл обертання, роботу змінної сили, силу тиску на пластину за допомогою визначеного інтеграла; подвійні, потрійні криволінійні інтеграли у стандартних випадках; об'єми тіл, площі плоских пластин, площі поверхонь, статичні моменти, моменти інерції, координати центра мас плоских пластин і об'ємних тіл, маси кривих за допомогою кратних і криволінійних інтегралів; поверхневі інтеграли за координатами; границі послідовностей і функцій, похідні першого і старших порядків функції однієї змінної, що задана явно, неявно і у параметричному вигляді, найбільше, диференціал першого і старших порядків функцій однієї змінної, найменше і середнє значення функції однієї змінної на відрізку, повторні границі функцій кількох змінних; частинні, повні та за напрямком похідні функцій кількох змінних, диференціал першого і старших порядків функцій кількох змінних, градієнт функції кількох змінних, похідних вектор-функцій скалярних аргументів, першої та другої похідної за довжиною дуги; кривини та кручення кривих, загальних і частинних розв'язків диференціальних рівнянь першого, другого і вищих порядків, інтегральні (потік, циркуляція) та диференціальні (дивергенція, ротор) характеристики векторного поля; дійсну і уявну частину функцій комплексної змінної, похідних функції комплексної змінної; інтегралів від функції комплексної змінної; функції комплексної змінної, які відображають одну множину на іншу; образи заданих множин при відображеннях за допомогою функцій комплексної змінної; лишки відносно вказаних точок; інтеграли від функцій комплексної змінної за допомогою лишків);

– *класифікувати* (точки розриву функцій однієї змінної, нулі та особливі ізольовані точки функцій комплексної змінної);

– *обчислювати* (визначники; алгебраїчне доповнення і мінор елемента квадратної матриці; ранг матриці; суму матриць; добуток матриці на число; добуток матриці на матрицю; модуль і напрямі косинуси вектора; скалярний і векторний добуток двох векторів; мішаний добуток трьох векторів; визначені інтеграли; площі фігур на площині, об'єми тіл обертання, роботу змінної сили, силу тиску на пластину за допомогою визначеного інтеграла; подвійні, потрійні криволінійні інтеграли у стандартних випадках; об'єми тіл, площі плоских пластин, площі поверхонь, статичні моменти, моменти інерції, координати центра мас плоских пластин і об'ємних тіл, масу кривих за допомогою кратних і криволінійних інтегралів; поверхневі інтеграли за координатами);

– *переходити* (від одного способу завдання векторів до іншого, до нового базису у просторі, від однієї форми запису комплексного числа до іншої);

– *подавати* (елементарні функції однієї змінної за формулою Тейлора, функції у вигляді їх розвинення в степеневі та тригонометричні ряди Фур'є; функції комплексної змінної у вигляді розвинення у ряди Тейлора і Лорана);

– *позначати* (множини, стандартні числові множини, матрицю, вектор, модуль вектора, лінійний оператор, визначник, алгебраїчне доповнення і мінор елемента квадратної матриці; ранг матриці, обернену матрицю; орт вектора; лінійну комбінацію векторів, кут між векторами, кут між прямими на площині і у просторі, кут між площинами);

– *приводити до канонічного виду* (рівняння кривих другого порядку, поверхонь другого порядку, квадратичні форми);

– *розв'язувати* (лінійні і квадратні рівняння; системи лінійних алгебраїчних рівнянь; диференціальні рівняння першого порядку з відокремлюваними змінними, однорідні, лінійні і рівняння Бернулі; диференційні рівняння другого і вищих порядків, що допускають зниження порядку; лінійні однорідні і неоднорідні рівняння; системи лінійних диференціальних рівнянь; хвильове рівняння, рівняння теплопровідності);

– *складати рівняння* (на площині: прямої, кривих другого порядку; у просторі: прямої, площини, поверхонь другого прядку);

– *тлумачити* (геометрично: скалярний і векторний добуток двох векторів, мішаний добуток трьох векторів, похідну функції однієї змінної, визначений інтеграл).

Крім практичних дій при навчанні математики, студент повинен освоїти також і теоретичні дії. У роботі [387] О. І. Скафа наводить види розумових дій, які, на нашу думку, є теоретичними діями. До таких дій О. І. Скафа відносить дії *аналізу, синтезу, порівняння (протиставлення і зіставлення), абстрагування, узагальнення, класифікації, систематизації, встановлення і використання аналогій*. Так, наприклад, шляхом порівняння і встановлення аналогій виконуються дії *визначати,* чи є об'єкт, що розглядається, об'єктом певного типу та *розпізнавати* певні об'єкти серед інших об'єктів.

Наведемо приклади теоретичних дій, які студент має освоїти при навчанні вищої математики у ВТНЗ:

– *порівнювати* (дійсні числа, нескінченно малі величини, визначені інтеграли);

– *розпізнавати серед інших об'єктів* (натуральні, цілі, раціональні, ірраціональні, дійсні і комплексні числа; алгебраїчні вирази, многочлени, правильні і неправильні дроби, множини, матриці, вектори, лінійні оператори, лінійні простори, алгебраїчні лінійні рівняння, однорідні та неоднорідні системи лінійних алгебраїчних рівнянь, функції однієї або кількох змінних, прості та складені функції, елементарні функції, невизначені та визначені інтеграли; диференціальні рівняння першого порядку з відокремлюваними змінними, однорідні, лінійні і рівняння Бернулі; диференційні рівняння другого і вищих порядків, що допускають зниження порядку; лінійні однорідні і неоднорідні рівняння; системи лінійних диференціальних рівнянь; хвильове рівняння, рівняння теплопровідності);

– *визначати, чи є об'єкт об'єктом певного типу* (натуральним, цілим, раціональним, ірраціональним, дійсним. комплексним числом; алгебраїчним виразом; многочленом; правильним, або неправильним дробом; множиною; матрицею; вектором; лінійним оператором; лінійним простором, алгебраїчним лінійним рівнянням, функцією однієї або кількох змінних, складеною функцією, елементарною функцією, невизначеним інтегралом, визначеним інтегралом, диференціальним рівнянням першого порядку з відокремлюваними змінними, однорідним, лінійним і рівнянням Бернулі; диференційним рівнянням другого і вищих порядків, що допускають зниження порядку; лінійним однорідним або неоднорідним диференційним рівняння; системою лінійних диференціальних рівнянь; хвильовим рівнянням, рівнянням теплопровідності);

– *класифікувати* (точки розриву функцій однієї змінної, нулі та особливі ізольовані точки функцій комплексної змінної).

На рис. 2.2 зображено складену нами типологію математичних предметних дій.

Так само як і в діяльності загалом, у дії можна виділити функціональні частини. Насамперед, мова тут йде про практичну дію. Як зазначає Н. Ф. Тализіна [414], необхідно введення попереднього етапу дії, де головне завдання повинно полягати в створенні у студентів позитивних мотивів. Іншими словами, математична предметна дія має *мотиваційну частину*.

Крім того, математична предметна дія має певний зміст, і, отже, має змістовну частину. Для виконання дії спочатку необхідно зорієнтуватися (орієнтувальна частина), і тільки потім виконати її (виконавча частина). Як зазначає Г. О. Атанов [19], атрибутом дії є контрольна частина, яка трансформувалася в контрольно-коректувальну частину.

Рис. 2.2. Види математичних предметних дій

Так, наприклад, розглянемо діяльність, що полягає у розв'язання математичної задачі. Ця діяльність складається з окремих дій. Нехай маємо задачу на знаходження рівняння дотичної до графіка функції у даній точці. Дії, з яких складається діяльність з розв'язання цієї задачі, такі:

1) записати формулу знаходження рівняння дотичної;
2) обчислити значення функції у даній точці;
3) знайти похідну функції;
4) обчислити похідну функції в даній точці;
5) підставити значення абсциси точки, функції і похідної у даній точці в загальне рівняння дотичної;
6) привести рівняння, що отримане до стандартного виду.

Спонукальною силою будь-якої дії є єдиний, або *домінуючий*, мотив усієї діяльності, до складу якої входить дана дія. Тобто певна мотивація дії створюється в процесі реалізації мотиваційної частини всієї діяльності. Проте, завжди треба прагнути до створення “локальної” мотивації самої дії, і кращим засобом для цього є перенесення дії в особистісний план студента, створення умов, коли він вважає виконання дії своїм особистим обов’язком.

Мотивація розв’язання задачі в цілому, тобто самої діяльності, може бути створена за рахунок професійної спрямованості задачі, включення задачі до переліку типових задач при підготовці до модульного контролю. Таким чином, створюється домінуючий мотив усієї діяльності, який визначає мотивацію кожної окремої дії. Але кожна дія, у свою чергу, може мати і свої мотиви. Мотивація виконання кожної дії створюється внаслідок виконання орієнтувальної частини діяльності, коли студент усвідомлює, для чого необхідно виконати кожну дію, яке її місце у розв’язанні задачі.

Так у мотиваційній частині діяльності студентові можна надати відомості про використання похідних у техніці. Можна навести такі приклади похідних:

1) при русі тіла пройдений шлях s є функцією від часу t, швидкість руху v в даний момент часу t є похідною від шляху s за часом t, тобто $v=ds/dt$;

2) при обертальному русі твердого тіла навколо вісі Ox, кут повороту φ є функцією часу t (рис.2.3): $\varphi=f(t)$; кутова швидкість ω у даний момент часу t є похідною від кута повороту φ за часом: $\omega=d\varphi/dt$;

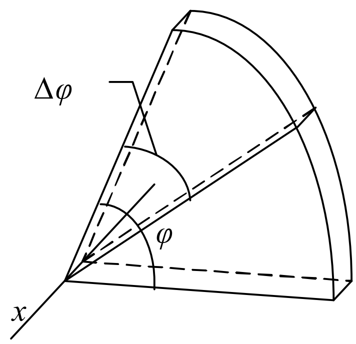


Рис. 2. 3

3) при охолодженні тіла температура T тіла є функцією часу t: $T=f(t)$; швидкість охолодження у момент часу t є похідною від температури T за часом: dT/dt;

4) теплоємність C для температури t є похідною від кількості теплоти Q за температурою t: $C=dQ/dt$;

5) при нагріванні стержня його подовження Δl, як показують ретельні досліди, лише приблизно можна вважати пропорційним зміні температури Δt. Тому функція $l=f(t)$ є нелінійною, а відношення $\Delta l/\Delta t$ лише середнім коефіцієнтом лінійного розширення на відрізку $[t, t+\Delta t]$. Коефіцієнт лінійного розширення α є похідною від довжини l за температурою t

$$\alpha = dl/dt.$$

Як раніше було відзначено (див. п. 1.1.2), дія виконується за допомогою операцій. Під оперцією ми розуміємо оперативно освоєну дію. Тобто виходить, що дія віиконується за допомогою інших дій. Ці операції визначають склад дії, що виконується. Але для того щоб виконати операцію, треба спочатку дізнатися, як вона виконується, а потім навчитися її виконувати, сформувати уміння щодо її виконання. Таким чином, дія має зміст, який визначається наборами знань і вмінь, необхідних для виконання цієї дії (рис. 2.4).

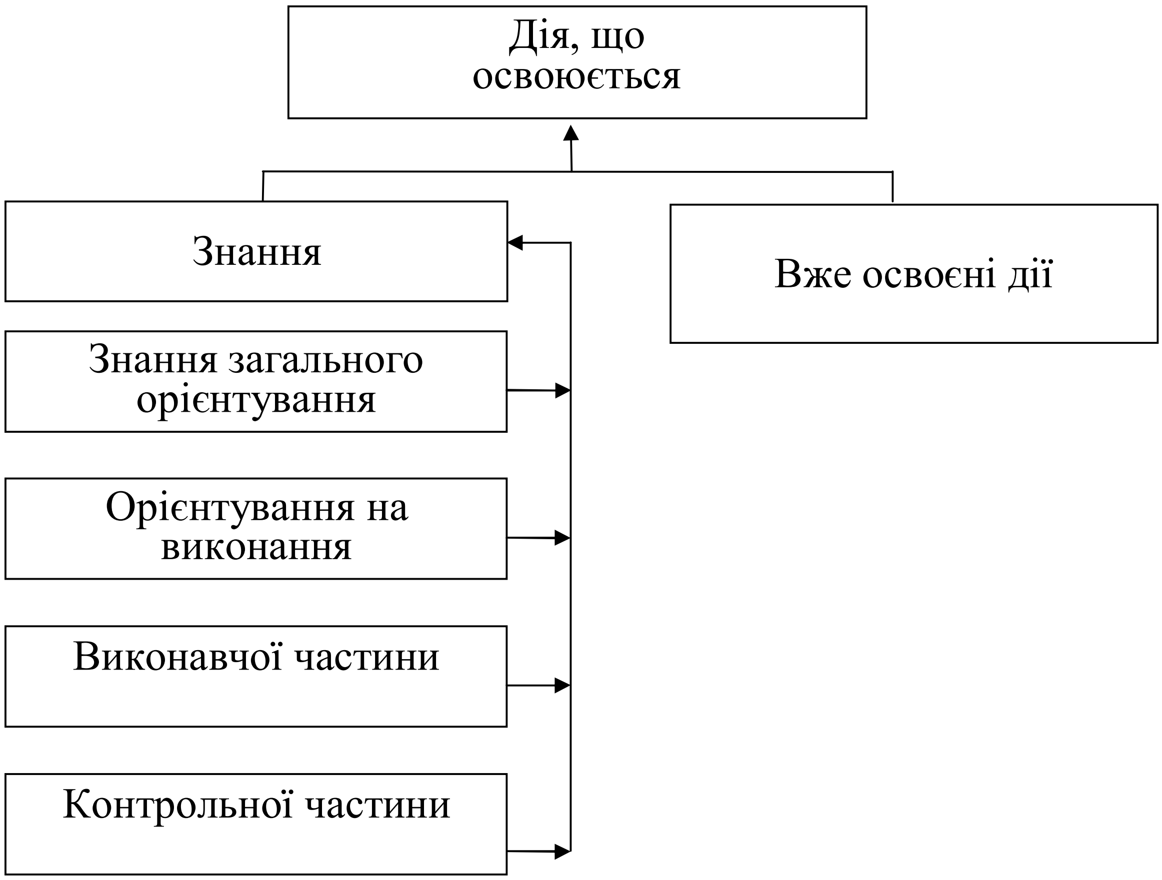


Рис. 2.4. Схема освоєння дії

Ці набори, або *спектри*, умінь і знань і становлять змістовну частину дії. Тому можна сказати, що кожна дія має свої спектр знань і спектр умінь.

Загальне орієнтування забезпечує виділення властивостей і якостей об'єктів навчального предмета, які суттєві для їх перетворення. Орієнтування на виконання спрямовано на вироблення плану виконання дії, на визначення того, які операції і в якій послідовності мають виконуватися.

Так орієнтування при знаходженні похідної функції полягає в з'ясуванні того, яка функція надана, за якими формулами обчислюється її похідна.

Виконавча частина кожної дії є елементом виконавчої частини діяльності в цілому і являє собою його робочу частину, так як забезпечує безпосереднє перетворення математичних об'єктів. Характер такого перетворення задається змістом навчального предмета. В математиці виконавча частина здійснюється за рахунок математичних операцій. Наприклад, при обчисленні значення функції, або похідної у даній точці – це алгебраїчні операції, операції обчислення трансцендентних функцій.

Контрольно-коректувальна частина дії спрямована на перевірку правильності як орієнтовної, так і виконавчої частин дії. Вона полягає у співвідношенні результату, що отримано при виконанні кожної дії з результатами виконання інших дій, спостереження за ходом виконання дії і перевірка відповідності його плану, що розроблено. Крім того, на цьому етапі здійснюється співвіднесення продукту дії з її ціллю. У разі виявлення помилки, відхилення від правильного ходу дії виникає необхідність виправлення помилки, коректування ходу навчальної діяльності. Так у контрольно-коректувальній частині дії з підстановки значення абсциси точки, функції і похідної у даній точці в загальне рівняння дотичної, необхідно контролювати правильність обчислень. Крім того, необхідно переконатися, що отримане рівняння є рівнянням першого порядку.

Таким чином, так само, як і для діяльності, будемо розглядати *змістовну, мотиваційну, орієнтувальну, виконавчу і контрольно-коректувальну* частини дії (іноді контрольно-коректувальну частину уявляють як дві частини — контрольну і коректувальну).

2.2.2. Властивості математичних предметних дій. Математична предметна дія, як і будь-яка інша дія, за своєю природою характеризується цілим рядом властивостей, серед яких є первинні і вторинні. До первинних відносяться незалежні характеристики дій, жодна з яких не є наслідком інших: узагальненість, розгорнутість, освоєність, самостійність і автоматизованість дії (рис. 2.5).

Перші чотири властивості були введені П. Я. Гальперіним [75], п'ята – Г. О. Атановим [19].

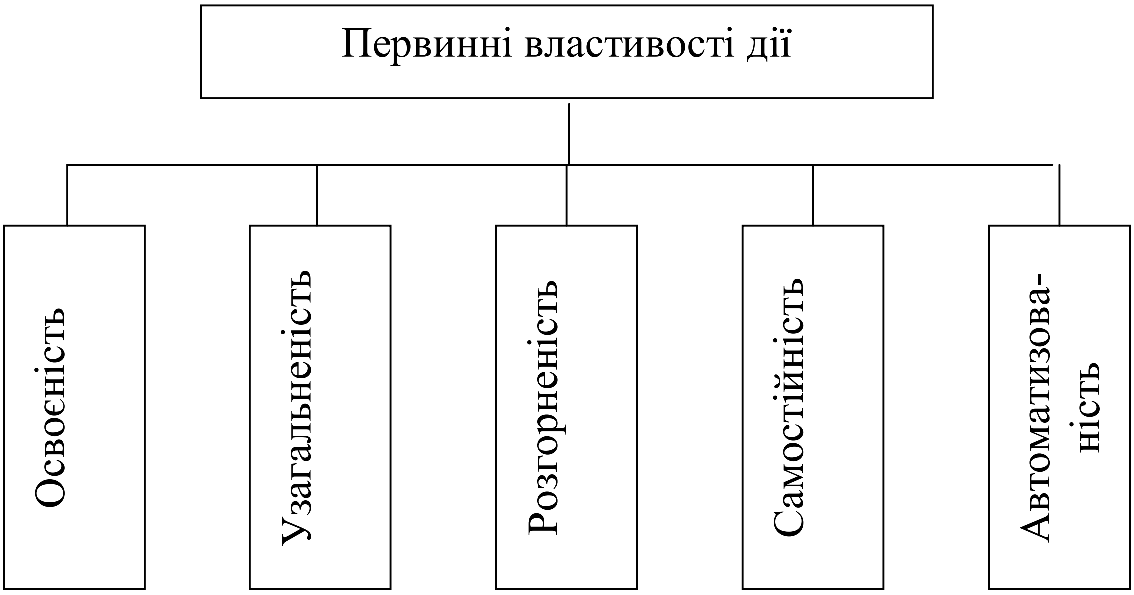


Рис. 2.5. Структура первинних властивостей дії

Незалежність цих властивостей означає, що сформованість будь-якої з них не призводить до сформованості інших. Вторинні ж властивості є наслідком однієї або кількох первинних, і їх не можна сформувати без допомоги первинних. Вторинними властивостями дії є міцність, усвідомленість, розумність, критичність і форма дії.

Усі первинні властивості дії мають *міру*. П. Я Гальперін, який ввів поняття "властивість дії", відзначав, що міра є важливою характеристикою властивостей дії, але такою, що не має кількісного виразу. Проте, як ми побачимо далі, для всіх первинних властивостей дії легко встановлюється їх кількісна міра. Це відкриває шлях до експериментального дослідження цих властивостей.

Усі властивості дії проявляються через суб'єкта діяльності, що виконує цю дію. І, якщо ми говоримо, наприклад, що дія має якусь форму, то це означає, що дія в такій формі виконується суб'єктом. Якщо ж йдеться про узагальненість, розгорнутість, освоєність, самостійність дії, то це означає, що суб'єкт певною мірою узагальнює, розгортає, освоює дію, виконує її з тією або іншою мірою самостійності.

Так що характеристики дії, крім форми, насправді являють собою характеристики суб'єкта, що виконує цю дію. У цьому значенні вони суб'єктивні. У загальному випадку, характеристики дії різні не тільки для різних суб'єктів, що виконують одну і ту ж дію, але навіть для одного і того ж суб'єкта, що виконує одну і ту ж дію в різний час.

Освоїти дію означає навчитися її виконувати. Тобто треба освоїти, або навчитися виконувати, всі операції, що становлять цю дію. Якщо ж освоєні не всі операції, що входять до складу дії, то говорять про певний ступінь її освоєності. Відношення кількості освоєних операцій до загальної кількості операцій, що входять до складу дії, називають *мірою освоєності дії* (M_o). Міра освоєності дії характеризує ступінь її освоєності. Міра освоєності повністю освоєної дії дорівнює одиниці. Таким чином, M_o обчислюється за формулою:

$$M_o = \frac{m_o}{n}, \qquad (2.1)$$

де $0 \le M_o \le 1$, m_o – кількість освоєних операцій, n – загальна кількість операцій, що входять до складу дії.

Багато які дії, освоєні для виконання певної діяльності, можуть з успіхом використовуватися в інших видах діяльності. Студент переносить їх в іншу сферу, дії *узагальнюються* ним. Це відбувається тоді, коли студент стає здатним виділяти в дії, що освоюється, деякі загальнозначущі операції, які залишаються практично незмінними в різних змінних умовах дії. Узагальненість дії показує здатність студента орієнтуватися на суттєві ознаки дії в різноманітних умовах. Вона забезпечує гнучкість у поведінці, пристосовність студента до умов, що змінюються.

Проте різні студенти таке узагальнення проводять різною мірою. Це значить, що вони виділяють різну кількість загальнозначущих операцій. Відношення реально виділених загальнозначущих операцій до їх загального числа у дії називається *мірою узагальненості дії* (M_y). Міра узагальненості дії, таким чином, показує, наскільки повно суб'єкт діяльності реалізує можливості узагальнення. Найбільше значення міри узагальненості дії дорівнює одиниці. Таким чином, M_y обчислюється за формулою:

$$M_y = \frac{m_y}{n}, \tag{2.2}$$

де $0 \le M_y \le 1$, m_y – кількість реально виділених загальнозначущих операцій, n – загальна кількість операцій, що входять до складу дії.

Указане вище значення поняття "міра" відноситься також і до розгорнутості, самостійності дії. Коли дія тільки починає освоюватися, студент послідовно усвідомлює і виконує кожну необхідну операцію цієї дії окремо, він керує кожною операцією. Це і означає розгорнутість дії. З перебігом освоєння дії вона починає поступово скорочуватися і автоматизуватися. У міру освоєння дії управління низкою операцій поступово виходить з поля усвідомлення в підсвідомість. Це значить, що ці операції *автоматизуються.* Таким чином, кількість операцій, що виконуються усвідомлено, скорочується, і дія починає автоматизуватися, тобто перетворюватися у навичку. У літературі з психології для опису цієї обставини використовують вираз "дія скорочується" [77]. Проте це є некоректним. Адже скорочення дії означає зменшення числа операцій, які входять до її складу, а склад дії змінитися не може, змінюється тільки характер виконання операцій.

Відношення кількості операцій, управління якими залишається у свідомості, до загальної кількості операцій цієї дії називають *мірою розгорнутості дії* (M_P). Для повністю розгорненої дії її *міра розгорнутості* дорівнює одиниці. У міру освоєння дії вона зменшується до нуля. Це значення відповідає тому, що дія перетворилася на навичку, оскільки при цьому всі операції, що входять до складу дії, не усвідомлюються. Таким чином, M_P обчислюється за формулою:

$$M_P = \frac{m_P}{n}, \tag{2.3}$$

де ,$0 \le M_P \le 1$, m_P – кількість операцій, управління якими залишається у свідомості, n – загальна кількість операцій, що входять до складу дії.

Починаючи освоювати нову дію, студент часто не може виконати її самостійно, він потребує допомоги викладача, який фактично бере на себе виконання деяких операцій. Поступово необхідність у допомозі зменшується, і студент проявляє все більший ступінь самостійності. Цей ступінь оцінюється *мірою самостійності* дії (M_c), яка визначається відношенням числа операцій, які студент виконує самостійно, до загального числа операцій у дії. Найбільше значення міри самостійності дії дорівнює одиниці. Це значить, що студент самостійно виконує всі операції. Таким чином, M_c обчислюється за формулою:

$$M_c = \frac{m_c}{n}, \tag{2.4}$$

де $0 \le M_c \le 1$, m_c – кількість операцій, які студент виконує самостійно, n – загальна кількість операцій, що входять до складу дії.

Таким чином, усі первинні властивості дії мають кількісну характеристику – міру. Причому для повністю освоєної, повністю узагальненої і повністю самостійної дії значення її мір освоєності, узагальненості і самостійності дорівнює одиниці, а для повністю розгорненої дії значення міра розгорнутості дорівнює нулю. З метою однорідності значень мір властивостей дій замість розгорнутості можна використовувати іншу властивість, залежну від розгорнутості, автоматизованість дії. Вона визначається тим, наскільки автоматизовані операції, що складають дію. Відношення кількості автоматизованих операцій до загального числа операцій дії визначить міру автоматизованості дії (M_a). Для повністю розгорненої дії значення її міри автоматизованості також дорівнює одиниці. Тобто M_a обчислюється за формулою:

$$M_a = \frac{m_a}{n}, \tag{2.5}$$

де $0 \le M_a \le 1$, m_a – кількість автоматизованих операцій, n – загальна кількість операцій, що входять до складу дії.

Легко бачити, що сума міри розгорнутості дії і міри автоматизованості дії дорівнює одиниці, тобто виконується:

$$M_P + M_a = 1. \tag{2.6}$$

Таким чином, у дослідженні будемо розглядати такі кількісні характеристики первинних властивостей дії:

1) міра освоєності дії (M_o);

2) міра узагальненості дії (M_y);

3) міра розгорнутості дії (M_P);

4) міра самостійності дії (M_c);

5) міра автоматизованості дії (M_a),

які будемо обчислювати, відповідно, за формулами (2.1) – (2.5).

На нашу думку, в процесі навчання математики найбільш значущими є освоєність, автоматизованість і розгорнутість дії. Будь-яка дія спочатку повинна виконуватися в повному складі, розгорнено і з усвідомленням усіх операцій, що входять до її складу. Тільки в цьому випадку може бути зрозуміла сутність дії, її логіка і студент, забувши щось, зможе самостійно відновити забуте. Тому пропонуємо на початку освоєння нової дії вводити її з найбільшою мірою розгорнутості. Відповідно до того, як студент буде дію освоювати, буде зростати міра освоєності і міра самостійності. При цьому міра розгорнутості буде зменшуватися.

Як було відмічено вище, дія володіє вторинними властивостями: міцністю, усвідомленістю, розумністю, критичністю і формою (рис. 2.6). Нагадаємо, що вторинні властивості не є незалежними, оскільки міра їх сформованості є наслідком міри сформованості первинних властивостей.

Міцність дії визначає "виживаємість" дії і знань, що цю дію забезпечують. Усім відомо, що згодом багато що забувається. Чим більше пройшло часу, тим менше знань зберігається, тим менша можливість виконання певної дії. Багато викладачів вважає, що для підвищення міцності потрібні повторення. Частково це так. Але набагато важливіше, щоб дія починала освоюватися повністю розгорненою, була необхідним чином узагальнена і освоєна.

Усвідомленість виконання дії полягає в умінні студента обґрунтовувати, аргументувати правильність виконання дії, віддавати собі звіт про те, що відбувається. Він повинен уміти в мовній формі пояснити, що в даний момент робить, чому робить саме так, а не інакше, для чого це робить, до яких результатів дія або конкретна операція можуть привести, що станеться, якщо дія буде виконана неправильно або взагалі не буде здійснена і таке інше. Причому це повинен бути не формальний переказ інструкції, алгоритму, інструкцій або іншої навчально-методичної літератури, а вільна розповідь своїми словами про значення і зміст дії. І в певні моменти діяльності потрібно вимагати від студента, такі проміжні словесні звіти. Усне пояснення дозволяє йому подивитися на свої дії ніби зі сторони, показує, що він не тільки знає, як треба робити, але і робить, а також усвідомлює, що саме він знає і робить.

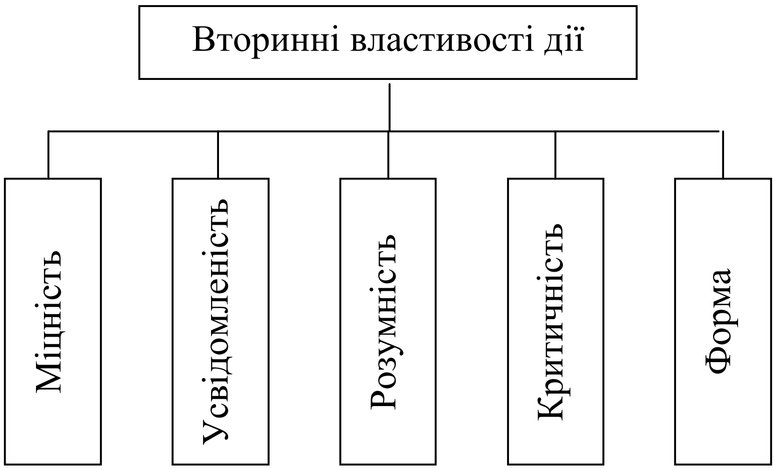


Рис. 2.6. Структура вторинних властивостей дії

Розумність дії визначається тим, наскільки важливі для виконання цієї дії умови, які враховує студент при її виконанні, тобто наскільки його суб'єктивна орієнтувальна основа дії близька до об'єктивної. Розумність виявляється в розумінні і контролі кожної операції аж до виконання окремого руху, вживання понять, термінів. Для забезпечення розумності дії протягом її засвоєння необхідно, по-перше, діяти повільно, особливо на початку освоєння дії, щоб у поспіху не пропустити яку-небудь зовнішню умову, по-друге, діяти завжди уважно, постійно контролюючи себе, щоб не допустити жодної помилки.

Критичність дії полягає в умінні студента оцінювати свої дії з погляду їх повноти і достатності, використовуючи для цього існуючі критерії оцінки, а іноді навіть самостійно виробляючи такі критерії. Якщо критичність відсутня, то студент перетворюється в механічного виконавця чужих вказівок і інструкцій, позбавляється самостійності в поведінці і прийнятті рішень.

Дія людиною освоюється не відразу, а поступово, поетапно. Ці етапи уперше були виявлені П. Я. Гальперіним і лягли в основу його теорії поетапного формування розумових дій [77]. Суть її полягає в тому, що, освоюючись, дія послідовно приймає деякі форми, і та або інша форма дії залежить від міри її освоєності.

Усього П. Я. Гальперіним було виділено чотири форми: *матеріальна (матеріалізована)*, голосно *мовна*, *мовна про себе*, розумова. Він відносив форму до первинних властивостей дії. Проте, це не відповідає термінології, введеній ним. Первинні властивості дії, за П. Я. Гальперіним, незалежні, а вторинні властивості є наслідком однієї або кількох первинних, і їх не можна сформувати без допомоги первинних. Але, як ми тільки що бачили, форма дії залежить від її міри освоєності, а освоєність дії є первинною властивістю. Крім того, всі первинні властивості мають кількісну характеристику – міру. Форма ж міри не має. Таким чином, об'єктивно форму необхідно віднести до вторинних властивостей дії.

Відповідно до форм дії П. Я. Гальперін ввів скорочені назви. Дію в матеріальній (матеріалізованій) формі він назвав матеріальною (матеріалізованою) дією, дію в мовних формах – мовною дією, дія в розумовій формі – розумовою дією.

Зазвичай у літературі з психології (наприклад, [73, 82, 223, 342, 367]) дії класифікують таким чином: матеріальною називають дію, яку виконують з реальними предметами, всі операції якої виконуються руками (фізично). Якщо дія виконується із замінниками реальних предметів (кресленнями, схемами, картами та ін.), то говорять про матеріалізовану дію; мовна дія припускає використання замість матеріальних і матеріалізованих предметів їх мовних еквівалентів. При цьому підкреслюється, що освоєння мовної дії означає не уміння розповісти про те, як дія виконується, а повноцінне виконання дії в мовній формі; дія в розумовій формі вважається освоєнною, якщо спочатку студент виконував дію *в зовнішньому плані,* перетворюючи зовнішні предмети, то, освоївши дію в розумовій формі, він виконує її в думці, оперуючи образами цих предметів, без якої-небудь опори на зовнішні матеріальні (матеріалізовані) або мовні орієнтири. Предмети при цьому можуть представлятися як в наочній формі, так і у вигляді понять. Дія переходить із зовнішнього плану у внутрішній. На цьому рівні освоєння дії структурними елементами є образні уявлення, поняття, розумові операції, які виконуються в думці [25]. Описану вище дію прийнято називати *розумовою.* Зовнішні операції у дії розумової форми виключаються повністю.

Таким чином, як ми бачимо, терміни “розумова дія” і “дія в розумовій формі” ототожнюються, а “розумовій дії” протиставляється “практична дія”. Але ж, за П. Я. Гальперіним [77], матеріальна (матеріалізована), мовна, розумова форми – це різні форми *однієї і тієї ж практичної дії*, суть якої полягає в перетворенні об’єктів предметної галузі. І ця практична дія, що спочатку має матеріальну форму, освоюючись, послідовно приймає форми мовні і розумові. Вживання ж термінів “матеріальна дія”, “мовна дія”, “розумова дія” створює ілюзію, що йдеться про різні дії.

Ми згодні з Г. О. Атановим [19, с. 56], який вважає, що дія нікуди переходити не може, вона може тільки виконуватися. Переходити може *управління виконанням* дії. Але перейти в “розумовий план” управління виконанням дії не може, тому що воно там і знаходиться, тобто будь-яка дія управляється розумом і знаходитиметься до тих пір, поки дія у своєму освоєнні не досягне межі, тобто стане автоматизованою. А як вже зазначалося, виконання автоматизованої дії перестає управлятися свідомістю. Управління виконанням дії переходить з “розумового плану” *в підсвідомість. Це значить, що дія перетворилася на навичку.*

Отже, на думку Г. О. Атанова [19], вживання утворюючих суперечність скорочених назв “матеріальна (матеріалізована) дія”, “мовна дія”, “розумова дія” є некоректним. Більш того, некоректним є і вживання терміна “розумова форма дії”. Враховуючи вище сказане, форму дії на завершальному етапі її засвоєння природно назвати “автоматизована”. А якщо зберегти поняття “розумова форма дії”, то його треба відносити до будь-якої практичної дії, поки вона не перетворилася у навичку. Адже її виконання управляється розумом.

Т. В. Габай виділяє ще одну форму дії – перцептивну, або *сенсорну,* яка характеризує здатність сприйняття за допомогою органів чуття [73]. Але, форми дії були введені П. Я. Гальперіним для характеристики однієї і тієї ж практичної дії, яка, освоюючись, їх послідовно приймає. Перцептивної ж форми в процесі освоєння дія не приймає, так що її введення не виправдано. До того ж, перцептивні дії є теоретичними. Введення цього термінапояснюється механічним перенесенням розуміння поняття “форма дії” на перцептивні дії, призначення яких полягає в забезпеченні процесу сприйняття.

На нашу думку у процесі навчання математичних дисциплін дуже важливим є ще одна форма дії, а саме письмово мовна форма. Дія в письмово мовній формі, по суті справи, є відображенням дії в матеріальній формі. Процес формування дії в мовній формі буде успішним, якщо студент буде орієнтуватися і на предметний зміст дії, і на символьне подання цього змісту. Формування дії в письмово мовній формі передбачає сформованість її в повноцінній матеріальній формі. Тільки після цього можливе перетворення форми дії в мовну. Виділені властивості дії закріплюються за словами, після чого можливі відрив цих властивостей від предметів і використання їх у вигляді абстракцій, повноцінного мовного об'єкта. При переході дії у письмово мовну форму все, що студент промовляв словами, має бути записане.

Письмово мовна форма відіграє дуже важливу роль під час освоєння математичної дії. З погляду діяльнісного підходу до навчання, засобом виконання дій є знання. Можна говорити про три види знань, відповідні різним рівням освоєння дії [19]. Перший рівень — це *уявне* знання. Нам часто здається, що ми знаємо те, про що йдеться або про що нас питають, ми точно відчуваємо, що предмет обговорення нам відомий. Але як тільки виникає необхідність вимовити те, що, як здається, ми знаємо, це не завжди вдається зробити. Напевно, цей феномен переживав кожний, і не один раз. Ремінісценції знань, їх відгомони ми часто приймаємо за самі знання.

Ми не можемо промовити необхідне знання тому, що в нашій оперативній пам'яті немає всіх тих слів, які передають це знання, або там відсутні зв'язки між цими словами. Нам тільки здається, що ми їх знаємо. Необхідність промовити знання, поперше, примушує нас зрозуміти, що ми цього зробити не можемо, а по-друге, штовхає нас на пошук цих слів і зв'язків, які передають сенс знання. Але ось необхідні слова знайдені, знання вимовляється, і знання стає *вимовленим* знанням. Його можна вголос інтерпретувати, аналізувати, за допомогою нього робити висновки, виконувати дії. Саме для розуміння знання і потрібно розмовляти вголос, саме вимовлене знання і допомагає виконувати дії.

Але коли необхідно записати це знання, то це не завжди вдається, тому що усна і письмова мова будуються за різними правилами. Зайві слова, які практично не передають значення і якими насичена усна мова, в письмовій мові практично не допускаються.

Треба знову думати, напружуватися, щоб записати вже, взагалі, зрозуміле. Думка відточується, приймає закінчену лаконічну форму і записується. Так виникає знання *записане.* Тому записане знання для формування мовної форми дії ефективніше за вимовлене.

Таким чином, надалі в нашій роботі будемо говорити про дії в матеріальній, голосно мовній, письмово мовній, мовній про себе і автоматизованій формах (рис. 2.7).

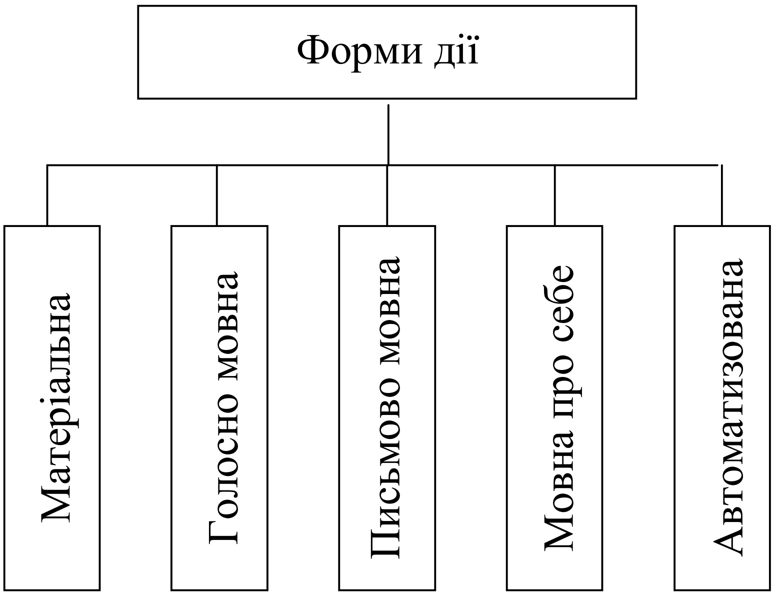


Рис. 2.7. Форми практичної дії

Поняття міри, яке є кількісною характеристикою первинних властивостей дії, для вторинних властивостей дії не існує. У нашому дослідженні відносно вторинних властивостей дії, окрім форми дії, будемо користуватися тільки модальностями, наприклад, *більше, менше, достатньо, недостатньо*.

Вважаємо що у навчанні математики найбільш значущими є аналіз, наскільки усвідомленою і критичною є виконувана студентом дія, тому що критичність дії служить одним із критеріїв творчого потенціалу особистості. Усвідомленість виконання дії дозволяє активно відображати зовнішню дію у свідомості студента і свідчить про те, що зовнішнє орієнтування в діях перетворилося у внутрішнє. Крім того, на нашу думку, у процесі навчання математики дуже важливим є забезпечення міцності дій, що освоюються студентом. Для цього доцільно виконувати повторення дії, але не механічно, а кожного разу в нових умовах, при різних зв’язках між математичними об’єктами, шляхом розв’язання задач різного типу.

2.2.3. Поетапне освоєння дій. Як вже було сказано раніше, практична дія освоюється студентом у вигляді навички не відразу, а поступово. При цьому освоєння проходить поетапно і кожен подальший етап якісно відрізняється від попередніх. Освоєння дії і, отже, засвоєння знань, що забезпечують її виконання, буде найуспішнішим за умови, що студент послідовно пройде всі ці етапи. Таким чином, освоєння навички – ієрархічний процес. Це вперше було визначено П. Я. Гальперіним і знайшло віддзеркалення в створеній ним теорії поетапного формування розумових дій [77]. Всього ним було виділено п’ять таких етапів: увідно-мотиваційний, етап матеріальної дії, етап голосно мовної дії, етап мовної дії про себе, етап розумової дії. Проте в попередньому підрозділі було показано, що насправді треба говорити не про різні дії на кожному етапі, а про форми однієї і тієї ж дії. Крім того, за Гальперіним “розумова дія” є навичкою, а відповідна йому форма дії названа автоматизованою. Тому ми будемо використовувати запропоновані Г. О. Атановим [19, с. 57] такі назви етапів освоєння навички: вступно-мотиваційний етап, етап матеріальної (матеріалізованої) форми, етап мовної форми вголос, етап мовної форми про себе, етап автоматизованої форми дії (рис. 2.8).

На першому етапі – увідно-мотиваційному – дія ще не виконується, вона тільки готується. Студент знайомиться з дією і умовами її виконання. Він осмислює мету дії, її предмет, знання і вміння, на які необхідно спиратися, виконуючи дію. Ним здійснюється орієнтування: спочатку загальне, а потім і орієнтування на виконання.

Студент складає план виконання дії, визначаючи її послідовність операцій, за допомогою яких виконується дія. Він повинен зрозуміти логіку освоювання дії, оцінити можливість її виконання.

На цьому етапі розв’язується і задача додаткової мотивації дії. Цьому передує мотивація діяльності в цілому, і, як правило, вона у студента вже сформована. Проте, її можна підсилити мотивацією конкретної дії, наприклад, шляхом діалогу, залучаючи студента до процесу орієнтування, використовуючи різні методи активізації, вносячи в зміст дії елементи професійної спрямованості тощо.

Рис. 2.8. Етапи освоєння навички

Розглянемо, наприклад, освоєння дії обчислення похідної складеної функції. При цьому на увідно-мотиваційному етапі студентові необхідно усвідомити, що задана функція – це диференційована функція; похідна функції обчислюється за правилом, що залежить від її вигляду. Тому загальне орієнтування полягає в визначенні вигляду даної функції, а орієнтування на виконання в визначенні формул, за якими буде виконуватися диференціювання.

На цьому етапі студент, для того, щоб з’ясувати, якою є функція, фактично повинен провести порівняння аналітичного виразу, що задає функцію в умові задачі, з виразами основних елементарних функцій, потім функцій, що є сумою, добутком, часткою основних елементарних функцій, і, нарешті, складених елементарних функцій. Далі студент повинен з’ясувати, за якими формулами він має обчислити похідну.

На другому етапі – етапі матеріальної (матеріалізованої) форми – дія виконується з розгортанням усіх операцій, що входять до її складу. Таким чином, для студента створюється можливість освоїти повний склад дії, а для викладача – проконтролювати виконання кожної операції. На цьому етапі освоєння дії студент не може працювати без опори на матеріальні або матеріалізовані засоби навчальної діяльності. Наприклад, на конспект лекцій, на різні методичні матеріали, довідники тощо.

На етапі матеріальної (матеріалізованої) форми всі необхідні студенту знання (визначення функції однієї змінної; визначення складеної функції; визначення основних елементарних функцій; формули таблиці похідних та правила диференціювання) мають бути надані у матеріалізованій формі, тобто студент ще не пам'ятає їх.

При цьому студенту для розв'язання не повинно пропонуватися великої кількості однотипних задач. Інакше результатом їх розв'язання буде "дострокова" автоматизація дії. При цьому міра узагальненості дії буде низька, що призведе до вироблення штампів, формалізму. Крім того, це ускладнить освоєння дії на етапі голосно мовної форми. Для полегшення переходу на етап дії в голосно мовній формі при виконанні дії корисно промовляти, формулювати в мові все, що виконується практично.

Освоєність дії в матеріальній (матеріалізованій) формі означає, що студент навчився виконувати дію, у нього сформувалася здатність її виконувати, хай навіть з опорою на щось. А як ми знаємо, здатність виконувати дію є уміння. Таким чином, на етапі матеріальної (матеріалізованої) форми формуються уміння.

Наступний етап спрямований на переведення дії в голосно мовну форму. Цей етап характерний тим, що студент вже може спочатку частково, а потім і повністю обійтися без опори на матеріальні або матеріалізовані предмети.

Тобто при обчисленні похідної студент вже не дивиться у конспект, він розв'язав вже достатньо вправ, щоб тримати всі необхідні знання у пам'яті. Проте він поки що не зовсім упевнений у правильності виконання дії і тому часто підкріплює себе міркуваннями вголос. Це допомагає виконувати функції орієнтування і самоконтролю і до того ж, що дуже важливо для навчання, забезпечує можливість зовнішнього контролю.

У результаті освоєння дії в мовній формі вголос її особливості, що були виділені студентом, закріплюються за певними словами, після чого можливо відрив цих особливостей від предметів і використовування їх у вигляді абстракцій, повноцінного мовного об'єкта. При цьому зникає необхідність опори на мову вголос.

Четвертий етап – це етап виконання дії у мовній формі про себе. Особливість цього етапу полягає у тому, що студент промовляє процес виконання вже не всієї дії, а тільки окремих її операцій, і робить він це про себе, без зовнішнього прояву, беззвучно. Ця мова вже недоступна зовнішньому контролю. На цьому етапі дія освоюється студентом на рівні операції, оскільки в психології операція визначається як добре освоєна дія [268].

Освоєність дії у мовній формі про себе означає, що студент здатний виконувати дію без опори на що-небудь. Всі необхідні для виконання математичної дії знання і формули студент промовляє про себе.

Зменшення міри розгорнутості дії свідчить про те, що її виконання переходить на завершальний етап – етап автоматизованої форми. Дія швидко автоматизується, і врешті-решт управління дією повністю переходить в підсвідомість. Вона перетворюється у навичку. Ми згодні з Г. О. Атановим у тому, що коректною назвою теорії поетапного формування розумових дій П. Я. Гальперіна є “теорія поетапного освоєння навички”.

Ми дійшли того, що в процесі освоєння дії студенту потрібна підтримка або опора, причому дієвість цієї опори слабшає відповідно до освоєння дії. На етапі матеріальної (матеріалізованої) форми опора також має матеріальну (матеріалізовану) форму; на етапі голосно мовної форми опорою є слух студента, тобто опора також має голосно мовну форму; на етапі мовної форми про себе опорою є мова студента про себе. На етапі автоматизованої форми студент підтримки не потребує, і умовно можна сказати, що на цьому етапі форма опори автоматизована. При цьому в студента спочатку формується вміння виконувати дію, потім він освоює дію на рівні операції і, нарешті, дія освоюється ним на рівні навички.

Таким чином, для того, щоб сформувати навички виконання предметних математичних дій, необхідно, щоб ці дії поступово проходили всі етапи освоєння.

Для цього доцільним є розв’язання студентом системи завдань, в якій для різних об’єктів у різних умовах поступово буде дія освоюватися. Це означає, що, наприклад, для освоєння предметної дії “знаходження похідних складених елементарних функцій”, студенту необхідно запропонувати для розв’язання сукупність завдань для освоєння цілої низки предметних дій, що полягають у знаходженні похідних кожної зі складених елементарних функцій.

Наведемо приклад сукупності вправ для освоєння навички знаходження похідної складеної степеневої функції. Сукупність завдань містить такі завдання на знаходження похідної, Для розв’язання яких студенту необхідно використовувати всі формули таблиці похідної для основних елементарних функцій, формулу похідної складеної степеневої функції і правила диференціювання. Наведемо приклад такої сукупності завдань:

1) $y=(x+1)^3$; 9) $y=\dfrac{5}{ctg^4x}$; 17) $y=(x\cdot\log_3 x)^{-2}$;

2) $y=\sqrt{2x}$; 10) $y=\dfrac{-3}{\sqrt{2\sin x+3\cos x}}$; 18) $y=\sqrt{\left(3^x\cdot 5^x\right)^5}$;

3) $y=\sqrt[3]{(2x^2+1)^2}$; 11) $y=3\arcsin^{-4}x$; 19) $y=\left(\dfrac{9^x}{7^x}\right)^{-5}$;

4) $y=\dfrac{1}{(2-x)^3}$; 12) $y=\sqrt{5\arccos^3 x}$; 20) $y=(\log_2 x)^2$;

5) $y=\dfrac{1}{\sqrt[3]{4x+3}}$; 13) $y=\sqrt[3]{arctg^4x}$; 21) $y=\sqrt{3\ln^{-3}x}$;

6) $y=2\sin^2 x$; 14) $y=\dfrac{1}{7arcctgx}$; 22) $y=\dfrac{3}{\ln^3 x}$;

7) $y=\sqrt{3\cos^5 x}$; 15) $y=\dfrac{1}{\sqrt[7]{\arcsin x\cdot\arccos x}}$; 23) $y=\left(\dfrac{x^2-2}{e^x}\right)^6$;

8) $y=\sqrt[5]{4tgx}$; 16) $y=\left(e^x+e^{-x}\right)^7$; 24) $y=\sqrt{(3x+\ln x)^{3/2}}$;

25) $y=\sqrt[3]{\dfrac{3x^3+2x}{\ln x}}$.

Завдання підібрані таким чином, що показники степеню практично не повторюються, причому в усіх завданнях використовуються різні формули диференціювання. Ці завдання можуть виконуватися в довільному порядку, але з необхідною підтримкою, відповідно до етапів освоєння навички.

Слід відзначити, що різним студентам необхідна різна кількість завдань, для того, щоб сформувати навичку. Проведене нами окреме дослідження показало, що в контрольній групі студентів, яка складалася з 44 осіб, дія автоматизується після розв’язання 5-ти завдань у 3-х студентів (6,8 %), після виконання 10-ти завдань – у 6-ти осіб (13,6 %), 15-ти завдань – у 10-ти студентів (22,7 %), 20-ти завдань – у 12-ти студентів (27,3 %), 25-ти завдань – у 10-ти осіб (22,7 %) студентів. При цьому залишилися 3 студенти (6,8 %), яким була потрібна матеріалізована підтримка після розв’язання всіх 25 задач. Робота з таким студентами потребує індивідуальної корекції.

Таким чином, бачимо, що для того, щоб студенту освоїти математичну предметну дію до рівня навички, необхідно розв'язати велику кількість задач. Це практично неможливо в умовах скорочення часу, що відводиться на вивчення математичних дисциплін, відсутності у навчальному навантаженні студентів індивідуальних завдань, які б дали змогу студентам освоїти необхідні математичні дії.

Практика показує, що теорія поетапного формування розумових дій не взята на озброєння при навчанні математики у ВТНЗ.

У той же час існує багато прикладів того, що методики навчання, побудовані відповідно до цієї теорії, дозволяють досягнути результатів більш високої якості, в більш короткі терміни, з меншими витратами зусиль і матеріально-фінансових ресурсів. Б. Ц. Бадмаєв наводить приклади таких методик і вказує на їх особливості [25]:

– методики в багато разів прискорюють (мінімум в два рази, а іноді і на порядок) процес вироблення інтелектуальних і практичних навичок і умінь високої якості;

– методики індивідуалізують процес навчання, доводячи буквально кожного студента до потрібного рівня професіоналізму;

– методики роблять навчання практично безпомилковим для учнів (немає "помилок", які властиві знанньовим методам);

– методики надають можливість самонавчання будь-кому, якщо він захоче оволодіти якою-небудь новою для себе діяльністю;

– методики виключають необхідність спеціального завчання, роблять непотрібним завчасне запам'ятовування знань до початку їх застосування;

– методики дають довготривалий економічний ефект, бо кожна методика служить так довго, скільки існує дана спеціальність або дана професійна діяльність;

– методики забезпечують таку якість підготовки з діяльності, що освоюється, що, як правило, її виконують безпомилково від 95 до 100 % студентів, які можуть працювати як професіонали відразу після завершення навчання.

Досвід навчання математики у вищій технічній школі за допомогою описаних методик не значний, тому дуже важливим є питання розробки таких методик. На нашу думку, вирішити проблему освоєння студентами математичних предметних дій можливо за умови:

– структурування математичних предметних знань і умінь задля визначення їх спектрів, які необхідні студенту для освоєння кожної дії [118,129, 154, 155, 156, 172, 173];

– розробки методичних посібників, у яких подано систему завдань, що дозволяють студентам освоїти математичні предметні дії на рівні навичок [117,160, 165, 166, 169, 170];

– створення мотивації навчальної діяльності з освоєння математичних предметних дій шляхом включення до системи завдань професійно орієнтованих задач і впровадження рейтингової системи оцінювання результатів навчальної діяльності [179, 182,183, 187].

2.2.4. Системи навчальних дій у навчанні математики. З погляду діяльнісного підходу до навчання, як зазначалося у п. 1.2, цілями навчання математичних дисциплін у ВТНЗ є освоєння студентами системи дій, необхідних у майбутній професійній діяльність. Але в педагогічній літературі практично немає систематизації таких дій. Зазвичай розглядаються вміння виконувати дії і, оскільки ми розглядаємо вміння як перший рівень освоєння дії, в подальшому будемо вести мову про вміння у навчанні.

Багато дослідників приділяють увагу саме класифікації вмінь. Вважається, що вміння діляться на *рухові, пізнавальні, теоретичні й практичні.* Перші становлять зовнішній, моторний аспект діяльності, другі співвідносяться з основними психічними процесами, треті припускають формування знань, пов'язаних з абстрактним інтелектом, останні можуть бути прирівняні до навчальних.

Ще одна класифікація вмінь, запропонована В. І. Андрєєвим [11, с.107]. Учений виділяє чотири групи вмінь: операційні, технічні, комунікативні й організаційні. П. Ю. Романов [365], який досліджував формування дослідницьких вмінь в процесі математичної підготовки студентів, доповнив їх самостійною групою діагностичних умінь. Ним виділено п'ять груп дослідницьких умінь:

- *операційно-гностичні вміння* включають розумові прийоми й операції, що застосовуються в дослідницькій і пізнавальній діяльності: порівняння, аналіз і синтез, абстрагування й узагальнення, висування гіпотези, зіставлення й узагальнення й інші розумові операції;

- *інформаційні дослідницькі вміння* дають можливість працювати з різними джерелами інформації, представляти наочно й конкретно ідеї й результати діяльності у вигляді моделей, схем, графіків ін.;
- *конструктивно-проектувальні вміння* дозволяють застосовувати приймання самоорганізації, планування в науково-дослідній або навчально-дослідницькій діяльності, регулювати свої дії в процесі розв'язку дослідницьких завдань;
- *діагностичні вміння* дають можливість здійснювати вивчення індивідуальних особливостей вихованців, учнів і колективу, їх досягнень і утруднень, проводити експериментальне дослідження, спостерігати й оцінювати факти, події, обробляти емпіричні дані, отримані за допомогою різних способів дослідження;
- *комунікативні вміння* дозволяють здійснювати спільні дослідження, застосовувати приймання співробітництва в процесі дослідницької діяльності, здійснювати взаємодопомогу, взаємоконтроль, грамотно й обґрунтовано в рамках наукової етики привселюдно представляти результати індивідуальної й спільної дослідницької діяльності.

Т. С. Максимова [283] розглядає формування евристичних умінь у процесі навчання вищої математики у технічному ВНЗ за допомогою використання евристичних прийомів навчальної діяльності. На наш погляд, евристичні вміння за Т. С. Максимовою, необхідні студенту на всіх етапах навчальної діяльності.

Аналіз показує, що в навчанні існує певна система навчальних дій, вміння виконувати які мають бути сформовані. Основою для побудови такої системи є послідовний характер освоєння дій, умова наявності раніше освоєних дій у структурі навчальних дій, які будуть формуватися в подальшому. Причому перед освоєнням подальших дій багато попередніх дій мають бути освоєні на рівні навички. Першим рівнем освоєння дії є її освоєння на рівні вміння. Тому можна сказати, що засвоєння будь-якого навчального предмета означає послідовне формування вмінь з кількох блоків, що становлять систему вмінь. Ці вміння названі Г. О. Атановим [22, 465] базовими, методологічними, загальними, міжпредметними, предметними. Над предметними стоять професійні уміння, що становлять суть діяльності фахівця. Професійні вміння визначають кінцеву ціль навчання зі спеціальності.

Але, на нашу думку, міжпредметні вміння, які Г. О. Атанов визначає як вміння, що використовуються в різних навчальних предметах, є предметними вміннями. Так, наприклад, до міжпредметних він відносить математичні предметні вміння, які використовуються в фізиці та інших дисциплінах. Ми пропонуємо міжпредметні вміння не виділяти як окремий вид умінь, тому що це, фактично, вміння, які вже мають бути сформовані у студента до початку вивчення дисципліни. Для всіх спеціальних дисциплін такими є математичні вміння. Вважаємо також, що до системи предметних умінь необхідно включити евристичні вміння, які дозволяють здійснювати навчальну діяльність з використанням евристичних прийомів діяльності.

Таким чином, пропонуємо розглядати таку систему вмінь при навчанні математичних дисциплін у технічному ВНЗ (рис. 2.9):

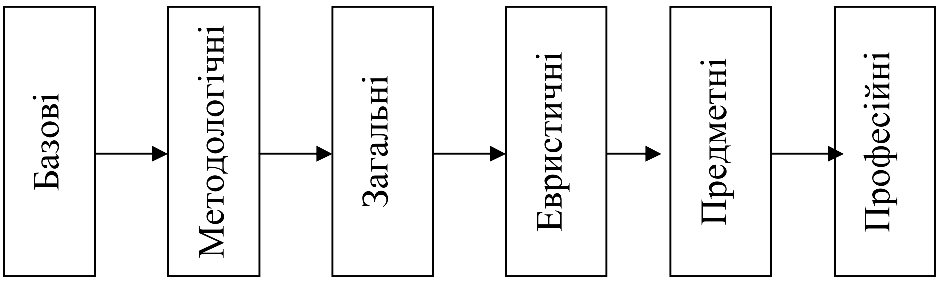


Рис. 2.9. Система вмінь у навчанні математики

Система вмінь є ієрархічною, системоутворювальним чинником тут є послідовність формування вмінь. Уміння з кожного блоку спочатку є ціллю навчання, а після того, як вони освояться і трансформуються в навичку, вони перестають бути ціллю і перетворюються в засіб досягнення нової цілі, а саме – освоєння умінь наступного блоку.

Перерахуємо вміння, які входять до складу вказаних блоків системи вмінь. При цьому треба розуміти, що наводиться, звичайно, не повний їх перелік. Тут головна мета – обґрунтувати наявність системи вмінь у навчанні і указати порядок їх формування.

Базові вміння визначають когнітивні (пізнавальні) здібності студента. Блок складається з таких умінь:

– концентрувати увагу;

– відчувати;

– сприймати;

– осмислювати;
– запам’ятовувати;
– пам’ятати;
– згадувати;
– спостерігати;
– зіставляти і протиставляти різні факти і явища;
– порівнювати нове з раніше відомим;
– мислити логічно;
– мислити нелогічно;
– використовувати прийоми мислення (індукцію і дедукцію);
– систематизувати і класифікувати;
– структурувати;
– проводити уявний експеримент;
– інтерполювати і екстраполювати.

Уміння кожного блоку є складними. Для реалізації кожного з них необхідно уміти виконувати більш прості дії. Іншими словами, складові уміння являють собою певний набір більш простих умінь. Наприклад, уміння *мислити логічно* передбачає наявність таких умінь: ідеалізувати; порівнювати; аналізувати; узагальнювати; абстрагувати; конкретизувати.

Якщо студент володіє всіма цими вміннями, це і означає, що він володіє умінням *мислити логічно.*

Кожне з перерахованих умінь, у свою чергу, можна розкласти на ще більш прості вміння. Наприклад, уміння *узагальнювати* складається з умінь:

– зіставляти поняття, що аналізуються;
– виділяти в кожному з понять загальні ознаки і називати їх;
– об’єднувати поняття за цими ознаками.

Методологічні уміння визначають підхід до пізнання. Ними є такі уміння:

– виділяти в об’єкті предмет вивчення;
– виявляти причину і наслідок;
– враховувати кількісну і якісну сторони явища;
– виявляти і розв’язувати суперечності;
– переходити від загального розгляду до конкретного;
– дотримуватися об’єктивно-реального підходу до дійсності;
– розглядати будь-яке явище з урахуванням умов його існування;

– переходити від живого спостерігання до абстрактного мислення, а від нього до практики;

– бачити часткове загалом;

– формулювати ціль діяльності;

– вибирати відповідні засоби і методи для досягнення цілі;

– відділяти суттєве від несуттєвого;

– виявляти загальні закономірності;

– критично ставитися до досягнутих результатів;

– перетворювати і перегруповувати матеріал, що вивчається.

Кожне вміння з цього блоку, так само як і раніше, є складовим і може бути розкладене на більш прості уміння. Наприклад, уміння *розглядати будь-яке явище з урахуванням умов його існування* включає в себе вміння:

– враховувати умови існування;

– враховувати суттєве в процесі (явищі) на даний момент розвитку.

Загальні уміння виконують організаційні, забезпечуючи і виконавчі функції. У їх склад входять такі вміння:

– планувати і організовувати як свою діяльність загалом, так і окремі дії;

– здійснювати самоконтроль;

– знаходити інформацію за допомогою довідників і словників;

– користуватися інформаційно-пошуковими системами;

– правильно зберігати літературні дані;

– систематизувати знання;

– висловлювати свої думки;

– володіти мовою символів;

– писати грамотно;

– формулювати нестандартні запитання;

– організовувати власну розумову діяльність;

– виражати оцінні думки;

– шукати і виправляти свої помилки;

– планувати самостійну роботу;

– доводити почату справу до кінця;

– робити висновки;

– організовувати свої дії відповідно до заздалегідь наміченого плану;

– працювати з підручниками і іншою літературою.

Укажемо склад одного з перерахованих вище вмінь — *організовувати власну розумову діяльність*. У нього входять такі уміння:

– характеризувати поняття, що вивчається, максимальною кількістю ознак;

– виділяти суттєві ознаки понять, що вивчаються;

– об'єднувати поняття за загальними ознаками;

– структурувати матеріал, що вивчається.

Інше з перерахованих умінь — *працювати з підручниками* — складається з таких умінь:

– виділяти в прочитаному головні ідеї і опорні поняття;

– виявляти зв'язки між фактами, закономірностями і поняттями;

– розбивати за значенням і групувати матеріал;

– самостійно формулювати висновки з прочитаного;

– складати план відтворення прочитаного;

– конспектувати прочитане.

Евристичні вміння, які використовуються при розв'язанні інженерних задач (за Т. В. Максимовою):

1. Уміння співвідносити задачу з іншими задачами:

– підводити задачу під певний тип;

– виявляти задачі, схожі за змістом або даними.

2. Уміння перебудовувати „свою" систему знань:

– розділяти в умові задачі дані та вимоги;

– перевіряти узгодженість даних;

– виявляти в умові задачі суттєве та несуттєве для її розв'язування;

– встановлювати зв'язки між даними, між даними і вимогами;

– виявляти приховані дані;

– встановлювати, які дані достатні для розв'язування задачі, які недостатні, які надмірні;

– співвідносити різні форми подання даних;

– обирати ефективний зручний запис подання даних;

– поділяти умову на частини;

– розробляти первинну модель задачі;

– переформульовувати задачу іншою мовою, в іншому ключі.

3. Уміння виявляти загальні закономірності розв'язання допоміжних задач:

– знаходити спільне в розв'язанні із спільного в компонентах задач;

– розглядати часткові випадки задачі;

– об’єднувати дані про розв’язання часткових випадків;

– знаходити спільне та різне в методах розв’язання задач, які вплинуть на відмінність або спільність методу розв’язання вихідної задачі та тієї, яка розглядається;

– видозмінювати задачу з метою, що її розв’язання наведе на розв’язання вихідної задачі;

– формулювати еквівалентну задачу на основі виявленої властивості;

– ділити об’єкти на частини;

– співвідносити ціле та частину, частину і частину, ціле та ціле;

– розробляти модель задачі;

– надавати граничні значення об’єктам, умовам;

– робити перебір варіантів:

– розв’язувати з кінця;

– висувати гіпотези щодо розв’язання;

– доводити або спростовувати гіпотези;

– переформульовувати цілі, питання задачі в загальному вигляді.

4. Уміння використовувати „свої” вміння та вміння, набуті під час розв’язування задачі:

– проводити міркування, які ґрунтуються на фактах, зв’язках, установлених на попередніх етапах;

– інтегрувати всі факти, зв’язки, установлені на попередніх етапах.

5. Уміння коригувати знайдену стратегію в процесі розв’язання:

– перевіряти правильність виконаних дій;

– співвідносити кроки пошуку розв’язання між собою та з питаннями задачі;

– встановлювати недоліки розв’язання ще до отримання результату;

– відхилятися від знайденого плану.

Предметні вміння визначаються, насамперед, характером предмета, що вивчається, хоча існують предметні уміння, загальні для різних предметів. До них можна, наприклад, віднести:

– будувати математичні моделі, що описують конкретні процеси і явища;

– встановлювати межі застосовності моделей;

– встановлювати зв’язки між відповідними величинами;

– робити наукові узагальнення;

– конкретизувати положення наукових теорій по відношенню до реальних умов;

– розв'язувати задачі.

Це, по суті справи, методологічні предметні вміння. Кожний навчальний предмет, у свою чергу, має властиві тільки йому загальні і конкретні уміння.

Усі вказані вище вміння є складними. Наприклад, уміння *розв'язувати задачі* складається з таких більш простих умінь:

– виділяти потрібну для розв'язання інформацію з умови задачі;

– вибирати раціональний метод розв'язання;

– складати план розв'язання задачі;

– виявляти суттєві взаємовідношення між об'єктами, що входять в умову задачі;

– виводити розрахункову формулу;

– якісно і кількісно оцінювати результат розв'язання і обґрунтовувати його;

– оформляти розв'язання задачі;

– робити малюнок до задачі;

– подавати в символьному вигляді умову задачі;

– встановлювати зв'язок між задачами, які розв'язуються за допомогою одного методу.

Склад уміння *виділяти з умови задачі потрібну для розв'язання інформацію* може бути визначений так:

– визначати, про яке явище або процес йдеться в задачі;

– визначати, які величини задані в умові задачі;

– виділяти суттєві для даної задачі ознаки величин;

– визначати формули, що встановлюють зв'язки між величинами.

Для виконання дій, відповідних до цих умінь, студенту необхідно оволодіти уміннями з попередніх блоків, а саме:

– концентрувати увагу (базове);

– зіставляти і протиставляти факти і явища (базове);

– аналізувати (базове);

– абстрагуватися (від реальних умов) (базове);

– бачити часткове загалом (методологічне);

– відділяти суттєве від несуттєвого (методологічне);

– виділяти суттєві ознаки поняття, що вивчається (загальне);

– складати та розв'язувати рівняння (математичне);

– перетворювати алгебраїчні вирази (математичне);

– проводити обчислення (математичне).

Набір таких умінь, їх можна назвати підготовчими, може бути встановлений для кожного предметного вміння. Однак, як ми бачили, всі ці вміння є складними; розкриваючи їх склад, можна отримати більш детальну і розгалужену структуру вмінь, що готують освоєння даних умінь і т.ін.

Математичні предметні вміння *будемо визначати як здатність виконувати математичні предметні дії, освоєння яких є цілями навчання матеатики*. Ці вміння можуть бути розподілені на дві групи – прості і складені. Прості предметні уміння – це уміння, для реалізації яких необхідно виконати тільки одну предметну дію. Складені уміння складаються з кількох простих предметних умінь, їх реалізація вимагає виконання кількох предметних дій. Важливо відзначити, що складене уміння може бути сформовано тільки тоді, коли сформоване кожне вміння, що входить до його складу.

З векторної алгебри нами були виділені такі предметні вміння:

1. Для наданих геометричних векторів визначати:
   – чи є об'єкт вектором;
   – чи є вектори колінеарними;
   – чи є вектори однаково спрямованими;
   – чи є вектори протилежно спрямованими;
   – чи є вектори перпендикулярними;
   – чи є вектори рівними;
   – чи є вектор протилежним наданому;
   – чи є вектор радіус-вектором точки;
   – чи є вектор сумою двох векторів;
   – вектора чи є вектор різницею векторів;
   – проекцію на вісь, або інший вектор.
2. За наданими координатами вектора на площині, чи у просторі:
   – визначати модуль вектора;
   – визначати напрямні косинуси вектора ;
   – записувати розвинення вектора за декартовим базисом;
   – знаходити добуток вектора на число;
   – знаходити орт вектора;
   – визначати, чи є вектор одиничним;
   – визначати, чи є вектор нульовим.
3. Визначати координати вектора на площині, чи у просторі:
   – за наданими координатами начала і кінця вектора;

– за наданими напрямними косинусами та модулем;
– за наданим розвиненням вектора за декартовим базисом;
– за наданими координатами орта вектора та модулем.

4. За наданими координатами двох векторів на площині, чи у просторі:

– визначати, чи є вектори рівними;
– знаходити суму та різницю векторів;
– визначати, чи є вектори колінеарними;
– знаходити скалярний добуток векторів;
– визначати, чи є вектори перпендикулярними;
– знаходити проекцію одного вектора на інший;
– визначати косинус кута між векторами;
– знаходити векторний добуток векторів;
– знаходити площу паралелограма, що побудовано на цих векторах;
– роботу сили з переміщення матеріальної точки вздовж вектора;
– момент сили, що прикладена до тіла, відносно деякої точки.

5. За наданими координатами трьох векторів у просторі:

– знаходити мішаний добуток векторів;
– знаходити об'єм піраміди і паралелепіпеду, що побудовані на цих векторах;
– визначати, чи є вектори компланарними;
– визначати, чи можуть три вектори утворювати базис у просторі;
– переходити до нового базису у просторі.

Серед наведених вмінь є прості і складені вміння [146]. Розглянемо, наприклад, предметне вміння з векторної алгебри *"визначати векторний добуток векторів"*. Сформувати це вміння фактично означає сформувати цілу низку вмінь:

– *визначати, кут між векторами;*
– *визначати, модуль вектора, який є векторним добутком векторів;*
– *визначати напрям вектора, який є векторним добутком векторів;*
– *визначати визначник третього порядку;*

Так, вміння “*визначати векторний добуток векторів”* є складеним, і всі перераховані вище вміння складають його спектр дій.

Уміння ж *“визначати координати вектора”* теж є складеним вмінням, тому що його виконання хоч і передбачає виконання однієї предметної дії, але це дія з певного переліку вмінь. Щоб вміти визначати координати вектора на площині, чи у просторі, фактично необхідно вміти виконувати цю дію за різними даними:

– наданими координатами начала і кінця вектора;

– наданими напрямними косинусами та модулем;

– наданим розвиненням вектора за декартовим базисом;

– наданими координатами орта вектора та модулем.

Яке саме вміння з цього переліку буде реалізоване при знаходженні координат вектора, залежить від умов задачі, але студент повинен володіти всіма ними для виконання предметної дії *“визначати координати вектора”*.

Математичні предметні вміння, як і предметні дії можуть бути представлені таки типовими вміннями:

– будувати;
– визначати, чи є об’єкт об’єктом певного типу;
– виконувати;
– використовувати;
– досліджувати;
– записувати;
– записувати у символьному вигляді;
– застосовувати;
– знаходити;
– знаходити у символічному вигляді;
– класифікувати;
– обчислювати;
– переходити;
– подавати;
– позначати;
– порівнювати;
– приводити до канонічного виду;
– розв’язувати;
– розпізнавати серед інших об’єктів;
– складати рівняння;
– тлумачити.

Професійні вміння – це ті вміння, які повинні бути сформовані у студента наприкінці навчання в цілому. В термінах цих вмінь мають формулюватися цілі навчання вцілому. Як правило професійні уміння описуються у освітньо-професійній програмі певного напряму підготовки.

Так, наприклад, у документі "Освітньо-професійна програма підготовки бакалавра напряму 0915 "Комп'ютерна інженерія" [315] зазначено, що фахівець повинен виконувати в умовах виробничої діяльності математичні перетворення та розрахунки, які необхідні для розробки та використання технічного об'єкту та програмного об'єкта і які потребують застосування основних понять, законів і методів вищої математики.

Для того, щоб сформувати у студентів таке вміння, безумовно, в нього мають бути сформовані предметні математичні вміння. Це є необхідною, але недостатньою умовою формування професійних умінь. Формування професійних умінь відбувається під час вивчення дисциплін спеціалізації, з використанням математичних предметних дій, які вже мають бути освоєні студентом.

2.3. Засвоєння знань підчас навчання математики на засадах діяльнісного підходу

Одним із принципових методологічних положень навчання на засадах діяльнісного підходу є те, що знання виконують роль засобів навчання. Те, що знання стали розглядатися не як ціль, а як засіб, як інструмент навчання, ніскільки їх не принизило. Навпаки, це додало новий імпульс дослідженню самих знань, примусило вивчати їх більш глибоко.

Принциповим моментом у вивченні знань з'явилася поява комп'ютера. Якщо раніше знання були предметом вивчення практично лише в когнітивній психології і в дидактиці, то у другій половині минулого століття ситуація різко змінилася. Виникла нова могутня галузь знань – інженерія знань, однією з основних задач якої є створення комп'ютерних систем, заснованих на знаннях, або інтелектуальних систем. За своєю суттю ці системи є комп'ютерними програмами.

Інтелектуальні системи покликані розв'язувати різноманітні задачі, моделюючи інтелектуальну діяльність людини. На відміну від звичайних обчислювальних комп'ютерних програм, які, в основному, являють собою набір арифметичних операторів, що послідовно виконуються, інтелектуальні системи являють собою набір правил, що спрацьовують при певних умовах, а не виконуються послідовно. При цьому системи оперують предметними знаннями, які зберігаються в так званій базі знань, і тут дуже явно видно, що ці знання – це засоби розв'язання задач.

Предметом глибоких досліджень стали знання як такі, і всередині штучного інтелекту виник новий напрям – *інженерія знань*. Основною її ціллю є забезпечення обробки знань і оперування ними за допомогою комп'ютера. Її метою є перетворення знань, які досі могла накопичувати і застосовувати на практиці тільки людина, в об'єкт обробки за допомогою комп'ютера [343].

Гілку штучного інтелекту, предметом якої є застосування методів інженерії знань у навчанні, називають *штучним інтелектом у навчанні*.

Якщо раніше використання знань для розв'язання різних задач було прерогативою людини, то тепер це став виконувати і комп'ютер. А оскільки комп'ютер працює за програмою, створеною людиною, стала потрібна глибока формалізація знань і всіх операцій, пов'язаних з їх використанням. Виникли нові методи роботи зі знаннями. Зараз ефективне навчання неможливе без систематичного застосування методів *витягання, обробки* і *систематизації* знань, розвинених в інженерії знань. Однак, використання цих методів при навчанні людини без застосування комп'ютера усвідомлене ще недостатньо. Хоча, взагалі, зрозуміло, що ці методи дозволять глибше усвідомити структуру предметних знань, встановити більш глибокі зв'язки між предметними поняттями, а значить, сформувати основу для створення нових видів навчальної діяльності і технологій навчання.

Цей пункт присвячено розгляду питань, пов'язаних з класифікацією знань, їх характеристиками, властивостями і можливістю використання.

2.3.1. Знання як об'єкт дослідження. Загальне визначення знань, що використовуються в комп'ютерних технологіях, сформульоване Д. Уотерменом [428, с. 150-151], виглядає таким чином: "Знання – продукт суспільної матеріальної і духовної діяльності людей; ідеальне вираження в знаковій формі об'єктивних форм і зв'язків світу, природного і людського". Т. А. Гаврилова [74, с. 9] під знаннями розуміє "…основні закономірності предметної галузі, що дозволяють людині розв'язувати конкретні виробничі, наукові та інші завдання, тобто факти, поняття, взаємозв'язки, оцінки, правила, евристики, а також стратегії прийняття рішень в цій галузі".

Тобто змістовне значення поняття "знання", введене цими авторами, зводиться до того, що знання відображають наше уявлення про предметну галузь і виражають *систему понять, відносин і залежностей між поняттями*. Прикладами понять у математиці можуть слугувати, зокрема, "змінна величина" і "число"; прикладами відносин між поняттями "змінна величина" і "число" є значення змінної величини; прикладом залежності між ними є функція. У навчанні як приклад понять можна навести "знання" і "число"; відносинами між цими поняттями є оцінка; залежністю між оцінкою і знаннями є критерії оцінок.

З погляду використання знань у комп'ютерних програмах виділяють чотири специфічні ознаки, що характеризують знання: *структурованість, інтерпретованість, зв'язність, активність* [74, 343].

Структурованість знань, як зазначає Т. О. Гаврилова [74], означає, що знання мають структуру, тобто між елементами знань існують певні зв'язки, що характеризують міру осмислення і виявлення основних закономірностей і принципів, діючих в даній предметній галузі. Предметні галузі за ступенем структурованості знань можна розділити на: добре структуровані (з чіткою аксіоматизацією, широким застосуванням математичного апарату, термінологією, що усталилася); середньо структуровані (з термінологією, що визначається, розвивається теорією, явними взаємозв'язками між явищами); слабко структуровані (з розмитими визначеннями, багатою емпірикою, схованими взаємозв'язками, з великою кількістю "білих плям"). Математика належить до добре стуктурованих предметних галузей.

Інтерпретованість знань (інтерпретувати – значить тлумачити, пояснювати) зумовлюється змістом, або семантикою, знань, а також тим, що елементи знань пов'язані зі способами їх використання. Зв'язність знань зумовлюється наявністю ситуативних відносин між елементами знань; ці елементи можуть бути пов'язані між собою в окремі блоки, наприклад, тематично, семантично, функціонально. Активність знань означає їх здатність породжувати нові знання і зумовлюється спонуканням людини бути пізнавально активною.

Поряд зі знаннями в комп'ютерних технологіях існує поняття "дані". Хоча чітку межу між даними і знаннями можна провести не завжди, проте, між ними є принципові відмінності. Дані – це інформація, яка не задовольняє перераховані вище вимоги структурованості, інтерпретованості, зв'язності і активності. Можна сказати, що дані – це ізольовані факти, відносини яких із зовнішнім світом і між собою не зафіксовані. Знання ж – це елементи інформації, пов'язані як між собою, так і з зовнішнім світом.

Знання можна розглядати з різних поглядів і, відповідно до цього, їх класифікувати. Розрізняють так звані знання *першого* і *другого роду* [344, 456]. Знання першого роду — це деперсоніфіковані знання, тобто знання, позбавлені особистісного сенсу. Це добре відомі, визнані в даній предметній галузі загальнозначущі факти, явища, визначення, закономірності, теорії, які звичайно зафіксовані, викладені і досить добре освітлені в спеціальній літературі (книгах, статтях, підручниках, довідниках і т.ін.) з даної предметної галузі. При цьому велика частина знань подана у вигляді статичної сукупності фактів (декларативні знання), що подаються разом з невеликим набором універсальних процедур для маніпулювання цими фактами (процедурні знання). Деперсоніфікований сенс знань першого роду передається за допомогою різних епітетів. Їх називають також *загальнодоступними*, *поверхневими, текстовими* знаннями. Крім того, ці знання іноді ще називають *канонізованими*, вказує Т. О. Гаврилова [74], оскільки вони являють собою визнані фахівцями знання, а іноді – *концептуальними*.

Знання другого роду називають *індивідуальними*, або *особистісними*, тим самим підкреслюючи їх особистісний сенс. Взагалі говорячи, знання будь-якого індивідуума складаються з двох компонентів. Перший компонент уявляє собою описані вище текстові знання, що почерпнуті цим індивідуумом з різних джерел. При цьому деяка частина цих знань може бути здобута самим індивідуумом і потім повідомлена іншим людям, тобто деперсоніфікована.

Другий компонент – це емпіричні правила, або евристики, і факти, виявлені людиною на основі власного, особистого досвіду, накопиченого внаслідок багаторічної практики, її інтуїтивні міркування. Вони не відштовхуються від індивідуума і дають йому можливість приймати рішення навіть в умовах неповних і суперечливих початкових даних. Саме цей другий компонент і складає індивідуальні знання, і саме *особистісний* характер цих знань і визначає сенс терміна "знання другого роду". Зі сказаного виходить, що в цьому випадку найбільш повно передає значення епітет "особистісні". Відповідно до цього надалі знання другого роду будуть називатися *особистісними*.

Особистісні знання не усвідомлюються індивідуумом до кінця. Всі ми здійснюємо вчинки, приймаємо рішення, але чітко і ясно пояснити, чому ми так робимо, можемо далеко не завжди. Описана обставина зумовлює ще одну назву особистісних знань – *глибинні* знання, тобто знання, що знаходяться в глибинах нашої свідомості, так глибоко, що навіть ми самі часто не маємо туди доступу, практично в підсвідомості.

Деякі автори трактують поняття поверхневих і глибинних знань інакше. До глибинних знань відносять абстракції, образи, аналогії, в яких відбивається розуміння структури предметної галузі, а також визначення і взаємозв'язок окремих понять (в фундаментальних науках до глибинних знань відносять закони і теоретичні основи). До поверхневих знань Т. О. Гаврилова [74] відносить лише сукупності емпіричних асоціацій і причинно-наслідкових відносин між поняттями предметної галузі; на думку J.Self [473], вони є процедурним описом процесу розв'язання задач.

Так, прикладом поверхневого знання в описаному розумінні є знання, наприклад, формули для обчислення похідної певної функції; відповідне глибинне знання включає в себе означення похідної, а також знання про те, які задачі приводять до поняття похідної, який її геометричний і механічний сенс, і т.ін.

Як ми бачимо, і поверхневі, і глибинні знання тут є знаннями деперсоніфікованими (текстовими, загальнодоступними). Тому в наведеному контексті правильніше було б говорити не про поверхневі і глибинні знання як такі, а про поверхневе або глибоке засвоєння текстових знань, поверхневе або глибоке володіння ними. А це категорії дидактичні. Знання (фактично, запам'ятовування) текстових знань характеризує студента, а не самі знання.

Існують також і інші класифікації знань, які використовуються експертними системами. Наприклад, Ж.-Л. Лорьєр [276 с. 187] виділяє вісім основних типів знань:

1. Об'єкти реального світу (базові елементи). Вони пов'язані з безпосереднім сприйняттям людиною навколишнього світу.

2. Твердження і визначення понять.

3. Концепції. Вони являють собою перегрупування або узагальнення базових об'єктів.

4. Відносини. Вони виражають собою як елементарні зв'язки між поняттями, так і відносини між концепціями.

5. Теореми (з правилами їх використання).

6. Алгоритми розв'язання.

7. Стратегії і евристики. До них відносяться природжені або придбані правила поведінки, що дозволяють приймати рішення про необхідні дії в конкретних ситуаціях.

8. Метазнання.

В цій класифікації під метазнаннями розуміють знання про властивості предметних знань і способи їх використання. Це, наприклад, знання про вибір алгоритмів для розв'язання яких-небудь задач, знання про вибір способів інтерпретації предметних знань. Метазнання – це, по суті справи, знання про знання.

2.3.2. Знання як дидактична категорія. У традиційній дидактиці знання визначають як основні факти науки і теоретичні узагальнення (поняття, правила, закони, висновки та ін.), що з них витікають [89]. Володіння знаннями розуміють як їх збереження в пам'яті, розуміння і вміння їх відтворювати. Однак, у такому трактуванні, на нашу думку, знання є продуктом суб'єктно-об'єктної взаємодії.

Згідно з теорією оптимізації системи навчання А. Л. Бердичевського [36], продуктивність навчання визначається через рівні засвоєння знань (дидактична характеристика) і рівні пізнавальної активності студентів (психологічна характеристика). За О. Л. Бердичевським, засвоєння знань відбувається на чотирьох рівнях: усвідомлене сприйняття, запам'ятовування (відтворення), застосування знань за зразком (у знайомій ситуації), творче застосування знань (у незнайомій ситуації). Цим рівням засвоєння відповідають певні знання: знання-знайомство, знання-репродукція, повноцінне знання, знання-трансформація відповідно. Ці знання характеризують досягнуті результати, а чотири рівні пізнавальної активності (інформаційний, репродуктивний, проблемний, евристично-дослідницький) – шляхи їх досягнення. Обидві характеристики взаємозалежні й доповнюють одна одну.

На нашу думку, фахівцеві потрібні знання всіх рівнів, однак динаміка процесу навчання повинна проявлятися в сходженні від знань-знайомств до знань-трансформацій. Причому знання повинні увесь час активізуватися, використовуватися, поглиблюватися, оскільки ігнорування фактора безперервності діяльності веде до поступової втрати колись набутих знань.

В. І. Заварзін [204] визначає рівні знань у такий спосіб:

– володіння інформацією (здатність визначити призначення, місце інформації в змісті дисципліни, а також вміння знайти потрібну інформацію);

– розуміння (здатність пояснити взаємозв'язки між поняттями предметної галузі і їх властивості);

– уміння розв'язувати типові задачі дисципліни (вміння побудувати схему розв'язання. типової задачі);

– уміння розв'язувати прикладні міждисциплінарні задачі (здатність декомпозувати прикладну задачу на типові, сформулювавши їх предметні та математичні постановки).

Ми вважаємо, що оскільки В. І. Заварзін визначає рівень знань через вміння, фактично він визначає рівні сформованості знань, тому що з погляду діяльнісного навчання засвоїти певну порцію знань, значить виконувати за допомогою їх певну діяльність.

І. В. Малафіік [284, с. 58] також вказує на чотири рівні знань: розпізнавальний, репродуктивний, продуктивний, творчий. Розпізнавальний рівень характеризується тим, що репродуктивна діяльність із засвоєною інформацією виконується з опорою на підказку. При репродуктивному рівні засвоєння учень відтворює матеріал самостійно, без опори на будь-яку підказку. Продуктивний рівень засвоєння передбачає, що учень здатний виконувати продуктивну діяльність, тобто діяльність, пов'язану з перетворенням знань, засвоєних на репродуктивному рівні. І. В. Малафіік вважає, що при цьому учень створює нову навчальну інформацію, шляхом перетворення раніше засвоєної з використанням вже засвоєних способів діяльності. При творчому рівні засвоєння знань відбувається відтворення знань, як з елементами перетворення, так і з елементами кодування, тобто переведенні інформації з однієї форми вираження в іншу. Наприклад, із вербальної у графічну, математичну, а також самостійне розроблення способів розв'язання нестандартних задач.

І. В. Малафіік замість поняття "знання" вживає поняття "навчальна інформація". На нашу думку, треба розуміти різницю між цими поняттями. Навчальна інформація – це певна знакова система, яку повинен сприйняти й засвоїти студент. Для розуміння нової інформації студент, як відомо, використовує вже наявні в нього знання. Інформація одержується студентом у результаті взаємодії сприйняття, мислення, короткочасної й довгочасної пам'яті. Знання ж не є просто перекодована мовою мозкових структур інформація. Знання є підструктурою особистості, що включає не тільки відбиття предметів об'єктивної дійсності, але й дієве відношення до них, особистісний зміст засвоєного.

З погляду діяльнісного навчання цілями навчання є формування способів дії, тобто вмінь, а це завжди *перетворення і застосування знань*. Тому засвоєне знання — це не те, яке просто запам'яталося, а те, що перетворилося в уміння практично діяти, уміння розв'язувати задачі, як зазначає О. М. Леонтьєв [266]. Тому засвоєння знань – це не запам'ятовування і потім відтворення їх. Засвоєння знань – це специфічна діяльність. Вона здійснюється в три етапи, що складають ієрархічну структуру (ієрархію послідовності): сприйняття, розуміння, використання. Іншою назвою останнього етапу може бути "застосування".

Спочатку повинно статися сприйняття ситуації (а ця ситуація, по суті справи, є навчальною задачею), внаслідок якого виробляються уявлення про об'єкти предметної галузі і зв'язки між ними. Потім ця ситуація повинна бути зрозуміла. Розуміння задачі дозволяє визначити знання і вміння, за допомогою яких ця задача має розв'язуватися. Заключним етапом є використання цих знань через певні дії. Саме в процесі використання знань, застосування їх, оперування ними і відбувається остаточне засвоєння знань. Фактично засвоєння знань означає формування відповідних умінь.

2.3.3. Знання як категорія когнітивної психології. Дослідженням закономірностей процесу пізнання, мислення, засвоєння, набуття і застосування знань займається когнітивна психологія. Свій внесок у ці дослідження зробили такі вчені як М. Б. Вільницький [350], В. З. Дем'янков [251], Л. Б. Ітельсон [223], П. В. Копнін [350], Е. С. Кубрякова [251], Л. Г. Лузіна [251], В. К. Нішанов [310], М. Олсон [437], С. Осуга [316], Ю. Г. Панкрац [251], Ж. Піаже [333], Ю. Саеки [348], В. М. Сергєєв [379], Р. Л. Солсо [397], Н. Ф. Тализіна [413, 414], М. Уено [347], Б. Хегенхан [437], J. R. Anderson [467, 468] та ін.

Погляди когнітивних психологів на знання виражає визначення знань Ж. Піаже [333]. Він вважає, що знання є результатом структурування реальності, а не просто її копія, і що розвиток інтелекту є процес конструкції, здійснюваної суб'єктом, який привносить її в зовнішню реальність, а не витягає звідти. На його думку, наукові знання, що включають у себе факти, поняття, закони, закономірності й теорії, повинні стати надбанням особистості, увійти в структуру її досвіду.

У когнітивній психології розрізняють знання *декларативні* і *процедурні*. Так, Дж. Андерсон у книзі "Архітектура пізнання" [467] будує узагальнену модель мислення людини, яка пояснює пам'ять, знання людини, прийняття рішень, навчання та інші аспекти мислення. За Дж. Андерсоном, навчання розподіляється на два етапи – декларативний і процедурний, на кожному з яких формується відповідний тип знань. Декларативні знання являють собою твердження, або декларації, про об'єкти предметної галузі, їх властивості і відносини між ними. Загальноприйнятий тут полягає у тому, що декларативні знання – це *факти* з предметної галузі, або фактичні знання. Процедурні ж знання – це *правила* перетворення об'єктів предметної галузі. Сюди ж включаються і правила із застосування декларативних знань. Це можуть бути рецепти, алгоритми, методики, інструкції, техніки, стратегії прийняття рішень. Таким чином, про декларативні і процедурні знання говорять як про факти і правила відповідно.

Розглянемо декларативний етап навчання за Дж. Андерсоном [467]. Припустимо, що ми тільки-но розглянули формули для тригонометричних функцій суми та різниці двох кутів, тобто формули:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta;$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta.$$

Нехай потрібно обчислити значення $\sin 105^0$. Припустимо, що нас не навчили, коли яку формулу необхідно застосовувати. Оскільки нам треба обчислити синус, то це повинна бути формула для $\sin(\alpha+\beta)$, або $\sin(\alpha-\beta)$. Тобто кут 105^0 нам потрібно представити у вигляді суми двох кутів ($\alpha+\beta$), або їх різниці – ($\alpha-\beta$). Ми можемо представити 105^0, наприклад як 100^0+5^0, або як 110^0-5^0. У першому випадку нам потрібно буде обчислити

$$\sin 105^0 = \sin 100^0 \cos 5^0 + \cos 100^0 \sin 5^0.$$

У другому випадку ми маємо:

$$\sin 105^0 = \sin 110^0 \cos 5^0 - \cos 110^0 \sin 5^0.$$

Але вирази, що стоять у правій частині наведених рівностей обчислити складно. Якщо звернутися до довгострокової пам'яті, то неважко згадати, що ми вже обчислювали синуси і косинуси для кутів 30^0, 45^0, 60^0 та 90^0. Тому представимо кут 105^0, наприклад, як суму 45^0+60^0 або різницю (90^0+60^0) – 45^0. У першому випадку нам потрібно буде обчислити синуси і косинуси для кутів 45^0 та 60^0, які відомі. У другому випадку нам треба буде обчислити синуси і косинуси для кутів 45^0 та ($90^0+\ 60^0$), а задля цього доведеться використовувати додаткові формули. Тому обираємо перший варіант.

На декларативному етапі при розв'язанні задачі навіть за однією формулою необхідна дуже складна обробка знань, і учень, виконуючи цю роботу, зазнає труднощів і витрачає багато часу. На цьому етапі знання знаходяться у формі декларацій, або фактів, як наприклад: "$\sin(\alpha+\beta)$ є $\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$, де α і β – змінні", без інформації про те, де і за яких умов цю формулу використовувати.

Тобто на декларативному етапі знання знаходять у пам'яті у формі висловлювань і їх не можна безпосередньо використовувати. Задля використання цього типу знань необхідно провести їх інтерпретацію. Така інтерпретація виконується за допомогою зіставлення наявних у оперативній пам'яті знань з умовою задачі і перетворення декларативних знань у процедурні, які є правилами перетворення об'єктів. У нашому прикладі такі знання можуть мати, наприклад, вигляд:

– якщо необхідно знайти значення деякого тригонометричного виразу, то треба знайти придатну для цього формулу;

– якщо необхідно знайти значення деякого тригонометричного виразу і знайдена придатна для цього формула, то треба підставити значення кута з умови задачі замість змінної у формулу;

– якщо змінна у формулі представлена як сума двох змінних $\alpha + \beta$, то треба таким же чином представити кут в умові задачі.

На процедурному етапі навчання з отриманих процедурних знань утворюються процедурні знання, які фактично є алгоритмом розв'язання задачі. У нашому прикладі це: "Для знаходження значення синуса кута використовується формула $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$, для цього кут представляється у вигляді суми стандартних кутів (30^0, 45^0, 60^0 та 90^0), після чого знайдені α і β підставляються у формулу".

За отриманим алгоритмом знаходимо:

$$\sin(105^0) = \sin 60^0 \cos 45^0 + \cos 60^0 \sin 45^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}.$$

Перехід від декларативного до процедурного етапу дозволяє скоротити час, необхідний для пошуку розв'язку задачі. Після того, як учень розв'яже велику кількість задач, в його пам'яті вже будуть знаходитися процедурні знання, які можна бути застосовувати для розв'язання.

Розділення знань на декларативні і процедурні в повній мірі дозволяє розв'язувати задачі інженерії знань, але з погляду дидактики, як зазначає Г. О. Атанов [18], воно не зовсім коректно і вимагає уточнення і розвитку. По-перше, з того, що декларативні знання визначають, задають відносини між об'єктами предметної галузі, витікає, що ці знання, по суті справи, також є правилами. Об'єкти предметної галузі пов'язані між собою за певними правилами.

Таким чином, і процедурні, і декларативні знання є правилами; відмінність між ними полягає в тому, що декларативні знання – це *правила зв'язку*, а процедурні знання – це *правила перетворення*.

Розглянемо, наприклад, визначення функції однієї змінної [334, с.17]: "Якщо кожному значенню змінної *x,* що належить деякій області, відповідає одне певне значення змінної *y*, то *y* є однозначною функцією від *x*". Це вислів, що задає правило перетворення однієї змінної величини в іншу, тобто є процедурним знанням. Інше означення функції [319, с.85]: "Функція однієї змінної – це відображення числової множини *X* на числову множину *Y*" є декларативним фактом, що задає правило зв'язку між двома множинами.

По-друге, поняття факту в навчанні більш широке, ніж це прийнято вважати в інженерії знань. Легко зрозуміти, що, наприклад, граматичні правила правопису, правила, за якими визначаються різні величини, часто правила поведінки в багатьох ситуаціях, пов'язаних з перетворенням об'єктів навчальної предметної галузі, – все це факти з цієї предметної галузі. Але в цих випадках вони є процедурними знаннями. Таким чином, *за своєю природою факти можуть бути як декларативними, так і процедурними.*

Факти, або фактичні знання, повинні передавати думки предметних знань. А як відомо, думки в мові передаються за допомогою речень, тому що речення – це закінчена думка. Таким чином, фактичні знання – це набір речень, або висловлювань, що передають певні думки предметної галузі. Декларативні факти являють собою твердження про об'єкти предметної галузі, їх властивості і відносини між ними, процедурні факти передбачають певні дії з об'єктами предметної галузі. Так процедурним фактом є, наприклад, таке висловлювання [334, с.18]: "Щоб задати многозначну функцію *y*, що залежить від однієї змінної *x*, необхідно кожному значенню змінної *x,* що належить множині *X*, поставити у відповідність декілька значень змінної *y*, що належить множині *Y*".

Декларативні і процедурні знання в сукупності складають предметні, знання. Предметні знання мають низку характерних властивостей, ці знання можна використовувати з різними цілями, в тому числі з метою навчання.

2.3.4. Роль знань у навчанні на засадах діяльнісного підходу. Щоб стати теоретично й практично компетентним, студентові необхідно зробити подвійний перехід: від знака (інформації) до думки, а від думки – до дії, вчинку.

На думку дослідників С. Осуги та Ю. Саєкі [348], люди через досвід здобувають різноманітні знання про світ. Однак вони не усмоктують у себе всю інформацію. Людина, спираючись на свої знання, визначає, яка частина з величезного обсягу інформації в умовах навчання є найбільш важливою, тобто сприйняття інформації і її систематизація здійснюються через знання. Або, іншими словами, людина при навчанні на основі наявних знань вибирає серед потенційно необмеженої інформації, що поставляється їй середовищем, найбільш важливу інформацію для відповідної діяльності.

Ж. Піаже [333] висунув постулат про те, що знання є дією. Очевидно, що знання про об'єкт, в остаточному підсумку, визначають дії, які можна над ним зробити. Поступово дії усе більш інтеріоризуются, стають надбанням психіки студента, у формі вмінь і навичок. Причому освоєння дій до рівня умінь найбільше ефективно здійснюється при їхній поетапній інтеріоризації на основі теорії поетапного формування розумових дій П. Я. Гальперіна [77] (см. п. 2.2.3).

Відомо, що навчальна діяльність, як зазначалося у п. 1.1.4, має складну структуру. З погляду функціонального структурування розрізнюють п'ять частин діяльності: *змістовну, мотиваційну, орієнтувальну,* що складається з загального орієнтування і орієнтування на виконання, *виконавчу, контрольно-коректувальну*. Якщо говорити про навчальну діяльність, то, більшою мірою, за допомогою декларативних знань здійснюється загальне орієнтування і орієнтування на виконання, за допомогою процедурних знань – орієнтування на виконання і виконавча частина діяльності. Контрольно-коректувальна частина здійснюється за допомогою як декларативних, так і процедурних знань.

При цьому важливо розуміти, що роль студента і викладача у всіх цих частинах діяльності різна. Змістовна частина визначає предмет діяльності (те, на що діяльність спрямована), і провідна роль тут належить викладачеві. Для здійснення змістовної частини викладач повинен володіти знаннями предметної галузі. Студент же засвоює зміст. У мотиваційній частині навчальної діяльності центральною фігурою є, звичайно, студент, адже йдеться саме про його мотиви, його мотивацію. Однак викладач при цьому не повинен знаходитися осторонь, дуже важливим його завданням є всіляке сприяння підвищенню мотивації студента, причому не тільки відносно до діяльності загалом, але і до окремих її дій. При цьому засобом створення навчальної мотивації можуть бути професійні знання про те, як використовують математичні предметні дії і знання у фаховій галузі знань.

Частини орієнтувальна, виконавча і контрольно-коректувальна виконуються безпосередньо студентом, роль викладача тут полягає в управлінні його діяльністю. При цьому можна говорити про знання, які забезпечують виконання кожної з цих частин. І викладач повинен уявляти, які знання визначають орієнтувальну частину, які – виконавчу, які – контрольно-коректувальну. Адже ці частини навчальної діяльності він повинен буде проектувати, а проектування діяльності – це багато в чому проектування засобів її здійснення.

Таким чином, можна говорити про знання, які забезпечують виконання кожної частини діяльності (рис. 2. 10).

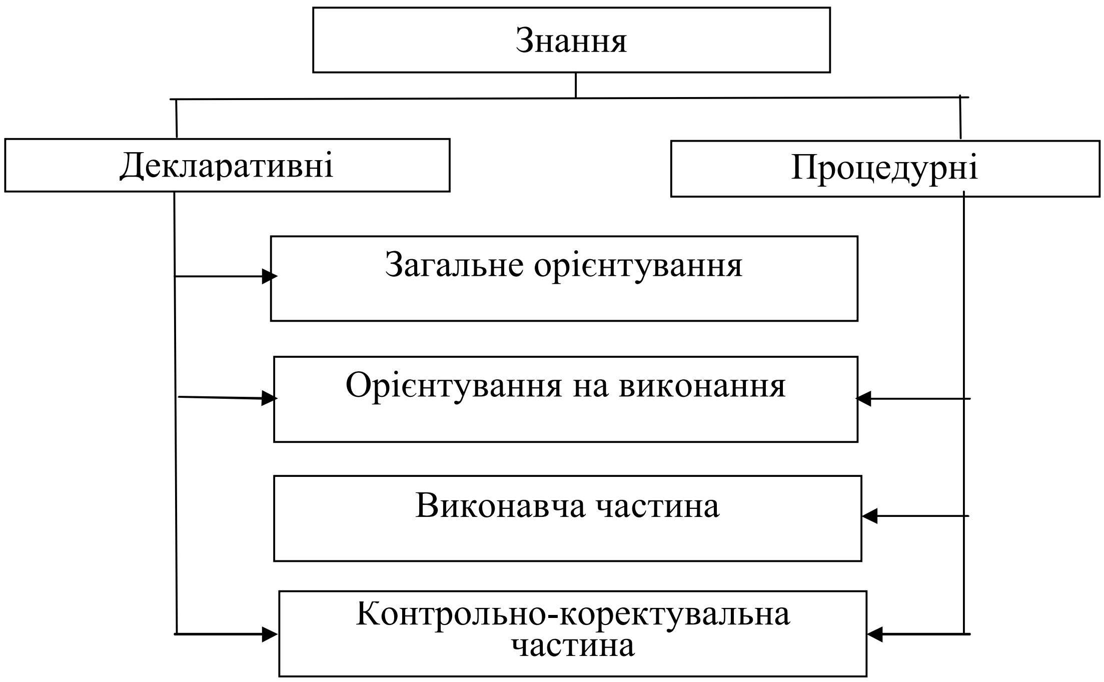


Рис. 2.10. Роль знань у діяльності

Розглянемо використання знань в орієнтувальній частині діяльності. Орієнтувальна частина багато в чому забезпечує успіх діяльності і, по суті справи, це орієнтування, завданням якого є урахування умов, у яких протікає навчальна діяльність. Орієнтування дозволяє осягнути логіку діяльності, зрозуміти цю діяльність і визначити дії, що її складають.

Як вже зазначалося у п. 1.1.4, орієнтування складається з загального орієнтування і орієнтування на виконання. Загальне орієнтування є необхідним етапом для розуміння умови задачі, загальної ситуації. Орієнтування на виконання спрямоване на вироблення плану здійснення діяльності, формулювання задач, визначення методів їх розв'язання і складання плану розв'язання. Загальне орієнтування повинне передувати орієнтуванню на виконання, готувати і забезпечувати його.

Орієнтування на виконання виконується на основі процедурних і декларативних знань, вироблених у результаті загального орієнтування. Кінцевою метою орієнтування є розробка процедури виконавчої частини діяльності.

Орієнтування починається з аналізу умови задачі і зіставлення зовнішніх і внутрішніх умов. Зовнішніми умовами при розв'язанні задач є знання й уміння, що становлять зміст математичних дисциплін. Внутрішніми ж умовами є засвоєні студентом знання і сформовані у нього вміння. Зіставлення внутрішніх і зовнішніх умов породжує усвідомлення того, чи все, що необхідно для розв'язання задачі засвоєне студентом.

Орієнтування при розв'язанні задач відбувається у декілька етапів. Наведемо укрупнену методику орієнтування для найзагальнішого випадку.

2.1. Аналіз умови задачі.

2.2. Визначення декларативних знань, на основі яких здійснюється загальне орієнтування.

2.3. Аналіз визначених декларативних знань.

2.4. Визначення об'єктів предметної галузі, що вимагають встановлення їх значень.

2.5. Визначення процедурних знань, на основі яких виконується орієнтування на виконання.

2.6. Визначення шляху розв'язання задачі.

2.7. Складання процедури виконавчої частини діяльності.

Перші чотири пункти методики відповідають загальному орієнтуванню, решта пунктів – орієнтуванню на виконання. Основним видом процедури виконавчої частини в навчальній діяльності є алгоритм.

Якщо в наведеній вище методиці орієнтування для конкретної задачі детально розписати всі пункти, то ми одержимо навчальний посібник, у якому буде даний повний приклад орієнтування. Такі посібники має сенс застосовувати на початку вивчення великих розділів навчального матеріалу. Далі можна обмежуватися наведенням тільки необхідних знань, і це будуть *опорні* знання. Розв'язати задачу буде можна, тільки спираючись на них. Опорні знання разом із необхідними вміннями, які також можна назвати опорними, задають зовнішні умови. А оскільки ці знання і вміння знаходяться в рамках навчальних предметів, то завжди для навчальної задачі можна здійснити облік *усіх* зовнішніх умов, іншими словами, сформувати *повну* орієнтовну основу діяльності і виконати *повне* орієнтування. Структура повної орієнтовної основи навчальної діяльності показана на рис. 2.11.

Рис. 2.11. Структура повної орієнтовної основи навчальної діяльності

Студенти часто не усвідомлюють необхідності орієнтування. Вони поспішають відразу виконувати виконавчу частину. Так, при розв'язанні задачі вони, не проаналізувавши її умову (загальне орієнтування), не склавши плану роботи (орієнтування на виконавчу частину), тобто не виконавши дії, обумовлені теоретичною стороною діяльності, відразу розпочинають виконання практичних дій. Викладачі повинні це розуміти і у зв'язку з цим спеціально вчити орієнтуванню.

Наприклад, при розв'язанні задачі знаходження похідної функції $y = e^{\sqrt{\cos x}}$ на етапі загального орієнтування студентові необхідно усвідомити, що надана функція – це функція однієї змінної; похідна функції обчислюється за правилом, що залежить від її типу, тому загальне орієнтування полягає у визначенні типу функції. В загальному випадку студент для того щоб з'ясувати, до якого типу належить функція, фактично повинен провести порівняння аналітичного виразу, що задає функцію в умові задачі, з загальними виразами для завдання спочатку основних елементарних функцій, потім функцій, що є сумою, добутком, часткою основних елементарних функцій, а вже потім – складених елементарних функцій. Здійснення загального орієнтування в задачі, що надана, виконується за допомогою таких декларативних знань:

1) визначення функції однієї змінної;
2) визначення складеної функції;
3) визначення степеневої функції;
4) визначення показникової функції;
5) визначення тригонометричної функції $y = \cos x$.

За допомогою цих знань студент зможе зробити висновок, що надана функція є складеною показниковою функцією $y = e^u$, аргументом якої є степенева функція $u = \sqrt{v}$, аргумент якої, в свою чергу, є тригонометричною функцією $v = \cos x$.

Далі на етапі орієнтування на виконання студент повинен з'ясувати, за якими формулами він має обчислити похідну. Якщо студентові надати процедурні знання, необхідні для обчислення похідної, то розв'язання не викличе труднощів. Ці процедурні знання є формулами для обчислення похідної складеної, показникової, степеневої функцій і тригонометричної функції.

Крім знань для розв'язання задачі студенту необхідні певні вміння. В наведеному прикладі це вміння:

1) визначати, чи є функція основною елементарною;
2) визначати, чи є функція простою або складеною;
3) визначати, чи є функція сумою, добутком або часткою основних елементарних функцій;
4) знаходити за формулами похідні основних елементарних функцій.

Загальна схема орієнтування, що відповідає описаній вище методиці створення повної орієнтувальної основи діяльності, наведена на рис. 2.12.

На цій схеі відображено той факт, що з умови задачі, проаналізувавши опорні процедурні знання, студент визначає, що йому треба знайти. Далі він визначає, як він буде це робити, тобто опорні процедурні знання, на яких грунтується орієнтування на виконання. Далі він визначає процедуру виконавчої частини діяльності і необхідні для цього опорні вміння.

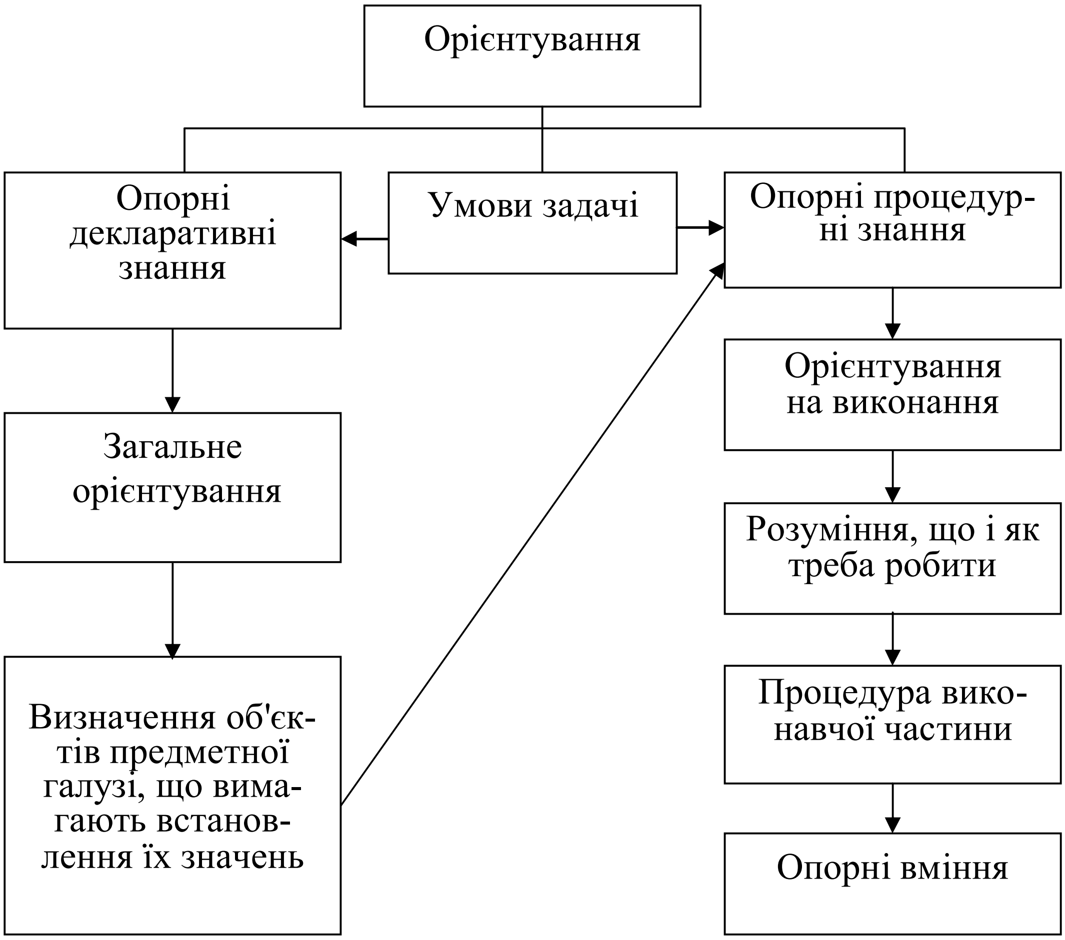


Рис. 2.12. Загальна схема орієнтування

Таким чином, знання при навчанні математики на засадах діяльнісного підходу використовуються у кожній частині навчальної діяльності. Особливе значення предметні знання відіграють в орієнтувальній частині діяльності, що дає підставу для розробки технології навчання математичних дисциплін на засадах діяльнісного підходу.

Для розробки такої технології нами проведено структурування знань з вищої математики у вигляді предметної моделі студента [155-158], розроблено методику формування у студентів орієнтовної основи дії при навчанні вищої математики [124, 174] для системи задач, що розроблено на основі спектрального підходу [172].

2.4. Структурування математичних знань на рівні понять

Питання структурування знань у процесі навчання різних дисциплін студіювали такі вчені, як: Г. О. Атанов [18], В. І. Клочко [234], В. К. Нішанов [310], І. М. Пустиннікова [23], Н. Ф. Тализіна [414], О. І. Скафа [387], А. М. Сохор [401] та ін. Вони одностайні в тому, що структурування предметних знань на рівні понять має бути складовою частиною діяльності як викладача, так і студента. Одним із видів такої діяльності є формування нових понять, іншим – встановлення ієрархії понять.

2.4.1. Установлення ієрархії предметних понять. Метою цього пункту є розробка методики стуктурування знань на рівні понять, а також обґрунтування можливості використання такого структурування у навчальній діяльності з математичних дисциплін студентів вищих технічних навчальних закладів на засадах діяльнісного підходу.

В методиці навчання математики питання засвоєння понять розглядалися в дослідженнях Г. П. Бевза [33], В. Г. Бевз [30], В. О. Далінгера [103], П. М. Ердніева [458], Ю. М. Колягіна [241], Г. Л. Луканкіна [241], А. М. Пишкало [404], Г. І. Саранцева [371], С. П. Семенця [373], О. І. Скафи [387], З. І. Слепкань [393], В. О. Швеця [452] та ін.

З погляду діяльнісного підходу до навчання для проектування й організації навчальної діяльності суттєве значення має логічна структура навчального предмета, тобто предметних знань. При цьому вона не переноситься механічно на навчальний предмет зі структури відповідної галузі науки. Дидактика з метою навчання переробляє зміст і структуру науки. Вона визначає обсяги знань і дій, які утворюють зміст навчального предмета, і логічну послідовність його вивчення. Логіка навчального процесу є сплавом логіки навчального предмета і психології засвоєння навчального матеріалу, тобто діяльності.

Розкриття логіки навчального процесу дає можливість знайти раціональне розв’язання питання про послідовність вивчення навчального матеріалу з метою свідомого його засвоєння, а також розвитку мислення у студента. У тих випадках, коли наукові положення не засвоюються, а лише механічно запам'ятовуються, вони не робляться справжнім надбанням студента, а тому не впливають на характер його навчальної діяльності. Велике значення має так зване *локальне* структурування, під яким розуміють систему внутрішніх зв'язків між поняттями, що входять в дану частину матеріалу, яку отримують шляхом встановлення ієрархії понять.

З погляду дидактики, поняття, як зазначає Н. Ф. Тализіна [413], використовуються для позначення однорідних груп фактів, подій, явищ і інших елементів реального світу. Вони визначаються сукупністю характеристик, відрізняючись від інших понять. У понятті зосереджене те загальне, що об'єднує окремі елементи в один клас та узагальнює предмети деякого класу за їх суттєвими ознаками.

Під поняттям розуміють форму мислення, в якій відображено загальні істотні, специфічні властивості й особливості предметів або явищ навколишньої дійсності. Зокрема, в українському тлумачному словнику [57] поняття трактується як одна з форм мислення, результат узагальнення суттєвих ознак об'єкта вивчення. Терміном „поняття" оперують для позначення розумового образу певного об'єкта чи явища або класів об'єктів і явищ. Ще одне визначення "поняття" надане Т. О. Гавриловою [74]. Під поняттям нею розуміється узагальнена інформація про множину об'єктів, поданих наборами ознак, яка:

а) відображає характерні для цієї множини логічні відносини між окремими ознаками;

б) є достатньою для розрізнення за допомогою деякого правила розпізнавання об'єктів, що належать множині, від об'єктів, які їй не належать.

Слово "узагальнена" в цьому випадку означає, що поняття включає лише суттєві ознаки, які характеризують множину об'єктів загалом, і не містить частинні ознаки, що індивідуалізують окремі об'єкти.

З психологічного погляду поняття визначається як символічне узагальнене подання предметів, людей або подій, що мають, щонайменше, одну спільну рису, яка виявляється незалежно від яких-небудь випадкових ситуацій (В. П. Гладун [83]). Як бачимо, це визначення практично поглинається попереднім. Таким чином, під поняттям будемо розуміти *узагальнене знання, що відображає суттєві властивості предметів і явищ.*

Одна з головних основ для виділення понять як елементів логічної структури навчального матеріалу полягає в тому, що вони мають важливе психологічне значення. З психологічного погляду мислити – значить оперувати поняттями (Ж. Годфруа, [87, с.154], а оволодіння поняттям, як зазначає В. М. Сергєєв [379] означає володіння всією сукупністю знань про предмети або явища, до яких дане поняття відноситься. З іншого боку, на думку Ж. Годфруа [87], розуміння взаємовідносин між поняттями служить основою засвоєння системи понять, що відображають реальні зв'язки і залежності між предметами і явищами дійсності.

Одним із провідних принципів педагогічної психології є принцип єдності знань і дій. Виділяють два роди знань: знання про предмети і явища дійсності (поняття) та знання про дії, які з ними потрібно виконувати. З цього приводу З. І. Слєпкань зауважує [393, с. 51]: „Недоліком традиційного і сучасного навчання математики є недостатня увага до знань другого роду. Часто учні та студенти, які добре знають означення математичних понять, не вміють застосовувати їх до доведення теорем і розв'язування задач, у тому числі й прикладного змісту. Тому дії, адекватні знанням, зокрема поняттям, мають стати не тільки засобом, але й предметом засвоєння". Саме в навчанні математики на засадах діяльнісного підходу ставиться завдання навчити не тільки знанням (знанням про поняття), але й знанням про способи їх одержання та застосування.

А. М. Сохор [401] підкреслює, що для визнання понять і дій рівноправними елементами структури навчального матеріалу є суттєві дидактичні основи. Поняття, що використовуються при вивченні будь-якого навчального предмета, бувають двох видів. Одні беруться з запасу понять, що вже є у студента до початку вивчення предмета. Вони або почерпнуті з інших залузей науки (наприклад, поняття "вектор", що вивчається в математиці, використовується в фізиці), або взагалі не отримують логічного визначення, мають "побутовий" характер (наприклад, поняття "точка" в шкільному курсі математики не визначається, але без цього поняття вивчення математики неможливе).

Відштовхуючись від цих понять, людина починає вивчати який-небудь предмет. Це означає, що вона на їх основі формує деякі досить прості нові поняття. Але ці поняття відносяться вже до предмета, що вивчається. Вони вводяться через означення.

Надалі, коли студент засвоїть, "зробить своїм надбанням" яке-небудь поняття, воно стане для нього звичним і не буде вимагати повсякчас спеціальної опори на означення (тобто використання цього поняття перетвориться в *навичку*). Тому доцільно розглядати поняття і дії з ними як рівноправні елементи структури навчального матеріалу.

Л. С. Виготський [71] уперше в психології ввів розподіл понять на наукові і ненаукові, або "життєві", при цьому він мав на увазі не зміст понять, що засвоюються, а шлях їх засвоєння. "Життєві" поняття формуються методом "проб і помилок", орієнтування відбувається як за суттєвими, так і за несуттєвими ознаками, суттєві ознаки часто є неусвідомлюваними. Специфіка ж формування наукових понять полягає в усвідомленні суттєвих ознак цих понять.

У поняттях розрізнюють *обсяг* і *зміст* [83, с. 102]. Під обсягом поняття розуміється клас об'єктів, які відносяться до цього поняття, тобто множина узагальнених у понятті предметів. Наприклад, в обсяг поняття "функція" входять усі функції незалежно від їх конкретних характеристик (елементарні або неелементарні, явні або неявні, алгебраїчні або трансцендентні та ін.). У обсяг поняття "матриця" входять, наприклад, такі матриці: нульова, прямокутна, квадратна, діагональна, одинична, скалярна, вироджена, невироджена, приєднана, обернена та інші.

Під змістом поняття розуміється та система суттєвих ознак, за якими відбувається об'єднання даних об'єктів в єдиний клас. Наприклад, функція – це відображення однієї числової множини в іншу; функціонал – відображення множини функцій у числову множину; оператор є відображенням множини функцій у множину функцій. Зміст поняття матриця – множина, подана у вигляді прямокутної таблиці.

Ознаками понять називають змістовні елементи, що дозволяють відрізняти поняття одне від одного [74]. Наприклад, щоб вектор можна було назвати ортом даного вектора він повинен володіти певними ознаками:

а) мати модуль, що дорівнює одиниці;

б) бути однаково спрямованим з даним вектором.

Якщо виконується тільки одна з указаних умов (вектор має одиничний модуль, але не є однаково спрямованим з даним вектором, або він є однаково спрямованим з даним вектором, але його модуль не дорівнює одиниці), то ортом даного вектора його назвати не можна.

Ознаки, що входять у поняття, за їх роллю в реалізації основних функцій цього поняття діляться на два типи – *розділові* та *об'єднувальні*. До розділових ознак відносяться такі, які за межами обсягу поняття не трапляються взагалі або трапляються рідко.

Об'єднувальними ознаками називаються ті, які властиві всім або багатьом елементам обсягу поняття, але можуть бути поширені і за межами обсягу цього поняття [83]. Наприклад, для всіх тригонометричних функцій характерне те, що вони є періодичними, оскільки їх значення повторюються через певні інтервали значень аргументу, найменший з яких називається періодом функції. Тобто для періодичних функцій виконується:

$$f(x \pm T) = f(x),$$

де T – період функції. Наявність періоду – це об'єднувальна ознака поняття "тригонометричні функції". Розділова ознака пов'язана з видом функції. Так, для функцій $y = \sin x$ та $y = \cos x$ період дорівнює $T = 2\pi$, а для функцій $y = tg\ x$ та $y = ctg\ x$ період дорівнює $T = \pi$.

З погляду діяльнісного навчання засвоєння знань невідривно пов'язане з діяльністю. Як зазначає Ю. І. Машбиць [292, с. 108], тільки у процесі навчальної діяльності студент засвоює знання Тому дуже важливим є встановлення у свідомості студентів ієрархії математичних понять. Щоб засвоювати нові поняття, треба володіти певними початковими знаннями. Навчальний процес у ВТНЗ будується таким чином, що студент, починаючи вивчати курс вищої математики, вже володіє достатніми знаннями, щоб сформувати перше предметне поняття. Ці знання отримані підчас вивчення курсу елементарної математики у школі. Поняття, що становлять ці знання, називають поняттями *нульового рівня* [18, 74].

На базі понять нульового рівня студенти починають вивчати вищу математику, тобто на їх основі формують деякі прості предметні поняття. Поняття, сформовані на основі понять нульового рівня, називають поняттями першого рівня. Освоївши перший рівень, студент, вже спираючись на поняття першого і нульового (або тільки першого) рівнів, формує (засвоює) більш складні поняття. Їх називають поняттями другого рівня. Якщо розвивати ці міркування далі, то можна сказати про поняття третього рівня, які спираються на поняття нульового, першого і другого рівнів (а точніше, на поняття не вище другого рівня), четвертого рівня і т.ін.

Таким чином, можна побудувати ієрархічну структуру математичних понять. У філософському словнику дається таке визначення терміну "ієрархія (греч. hieros – священний і arche – влада) – тип структурних стосунків у складних багаторівневих системах, що характеризується впорядкованістю, організованістю взаємодій між окремими рівнями по вертикалі" [431, с. 153].

Ієрархічність понятійної структури в свідомості людини підкреслює в роботах багато психологів, наприклад, А. М. Сохор [401], J. S. Bruner [471]. При цьому вважається, що основна особливість природного інтелекту і пам'яті зокрема – це зв'язаність усіх понять предметної галузі в деяку мережу, і ця мережа також має ієрархічну структуру. Таку мережу називають *ієрархією понять*. На стадії концептуалізації ця ієрархія понять перетворюється, як указують Т. О. Гаврилова і К. Р. Червинська [74], в *піраміду понять*. У піраміді понять перехід на кожний наступний рівень означає новий ступінь узагальнення і поглиблення уявлень про предметну галузь. Ієрархічна структура в загальному випадку не тільки показує, які поняття використовуються для виведення тієї або іншої закономірності, для обґрунтування того або іншого положення, для формулювання того або іншого поняття, але і встановлює зв'язки між поняттями.

Етап виявлення зв'язків між поняттями передбачає встановлення асоціативних взаємозв'язків між окремими поняттями. При цьому логічні зв'язки між елементами не лежать на поверхні, і часто буває дуже складно їх виявити.

Крім того, треба пам'ятати, що з погляду дидактики мова може йти лише про ті зв'язки, які або повинні бути встановлені у свідомості студентів або вже встановлені, як зазначає В. М.Сергєєв [379].

На рис. 2.13 зображено фрагмент піраміди понять з теми "Алгебра матриць" курсу вищої математики, що читається студентам технічних напрямів підготовки, який складено нами разом зі студентами напряму підготовки

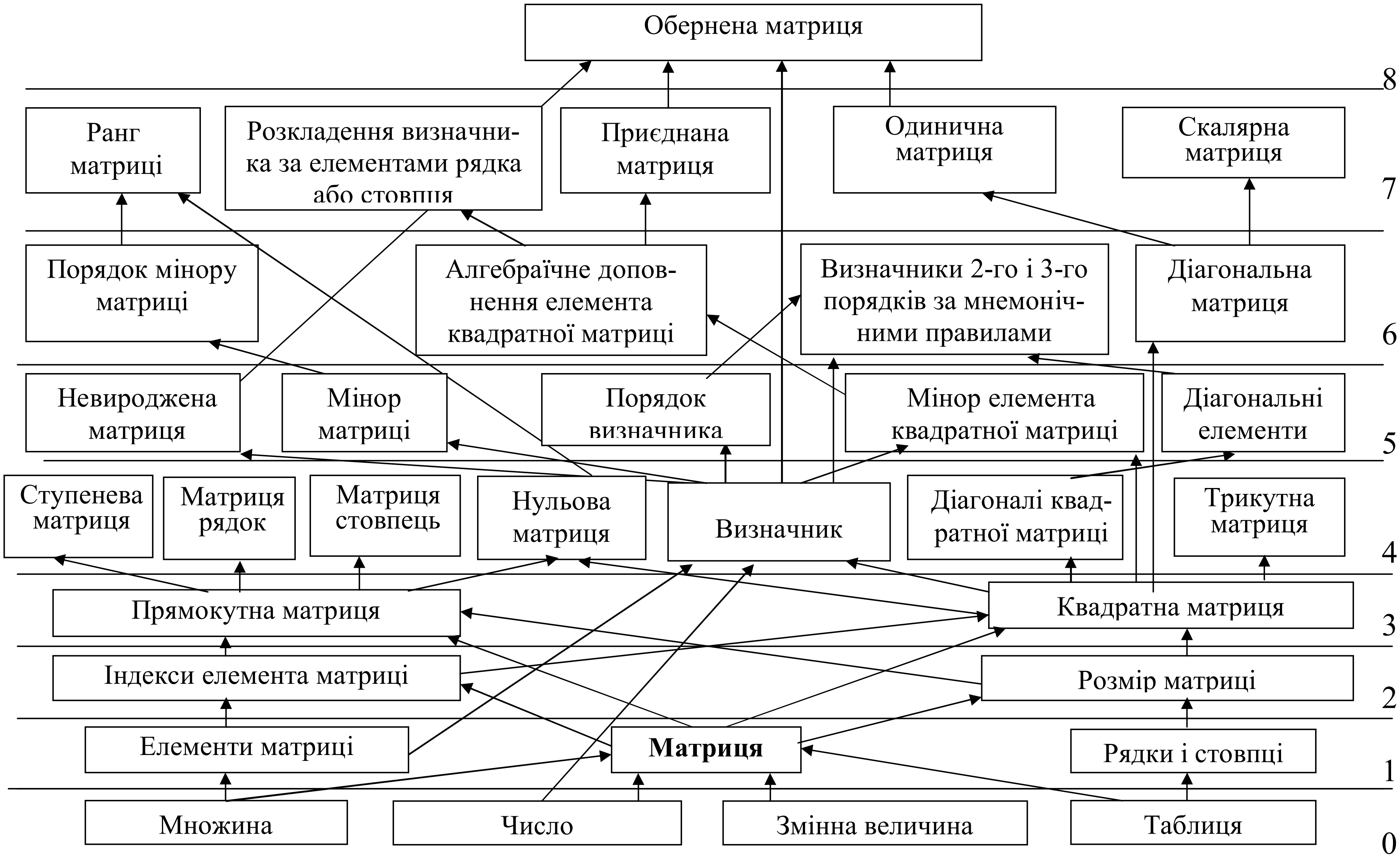


Рис. 2.13. Фрагмент піраміди понять з теми “Алгебра матриць

В наведеній піраміді на нульовому рівні знаходяться поняття "множина", "число" і "змінна величина", які студенти повинні були засвоїти у шкільному курсі математики, і поняття "таблиця", "рядки і стовпці", які є поняттями повсякденного життя. На основі цих понять на першому рівні мережі формуються поняття "матриця" і "елемент множини". На базі понять першого рівня формуються поняття другого рівня: "елемент матриці" і "розмір матриці".

На базі поняття другого рівня "розмір матриці" і першого рівня "матриця" формуються поняття третього рівня. І так продовжується, доки не буде введене поняття 8-го рівня "обернена матриця".

Тобто, побудувати піраміду понять означає розмістити поняття за рівнями з урахуванням того, що:

а) нульовий рівень займають непредметні поняття;

б) на першому рівні знаходяться поняття, що визначаються на основі понять тільки нульового рівня;

в) поняття n-го рівня формуються на основі понять не вище $(n-1)$-го рівня.

Таке структурування має бути проведене викладачем з метою встановлення логіки навчального предмету, визначення послідовності формування понять у свідомості студентів.

Крім того, встановлення ієрархії математичних понять з кожної теми може бути видом навчальної діяльності студентів ВТНЗ. При вивченні кожної теми поступово, разом із студентами викладач може встановлювати ієрархію понять, частину понять студенти можуть вносити до піраміди понять самостійно.

Таким чином, структурування математичних предметних знань на рівні понять дозволяє:

– встановити властивості предметних знань з точки зору знань взагалі;

– глибше зрозуміти структуру предметних знань;

– встановити зв'язки між поняттями і категоріями предмета;

– використовувати нові види навчальної діяльності.

2.4.2. Формування понять як вид навчальної діяльності. Проблемі формування понять, у тому числі і математичних, присвячені багато досліджень психологів і методистів. На їх думку, шлях формування понять у свідомості досить складний і виглядає так: відчуття – сприйняття – уявлення – поняття – вербальний символ поняття.

Вивчення понять, об’єктів та їх означень може здійснюватися в різних контекстах: логічному, змістовому (предметному), пізнавальному (гносеологічному), семантичному та інших. У методиці навчання математики доцільно вибрати логічну основу, що враховує специфіку математичних висловлень. Ураховуючи, що навчання можливе тільки в діяльності, формування математичних понять забезпечується, якщо виконується цілісна навчальна діяльність, тобто задіяні всі її структурні компоненти: потреби ⇔ мотиви ⇔ цілі ⇔ умови і засоби досягнення цілей ⇔ дії ⇔ операції [19].

У сучасних науково-методичних дослідженнях розглядають процес формування понять за напрямами, в основі яких, як зазначає Г. І. Саранцев [371], лежать три основні логічні концепції:

I концепція. Процес конструювання поняття протікає як пошук усіх необхідних умов, яких у сукупності достатньо для однозначного визначення необхідного класу об’єктів. При визначенні поняття часто використовують найближче родове по відношенню до нього поняття. У контексті цього логічного підходу зміст поняття ототожнюється з його означенням.

II концепція. Поняття розглядається як логічна функція необхідних умов, задана на безлічі суджень і набуваюча значення “істинно” або “неправдиво”.

Утворення поняття полягає в пошуку його необхідних і достатніх умов. У цій концепції одиницею змісту поняття виступає окрема необхідна умова, тому зміст поняття не збігається з його означенням.

Ш концепція. Під змістом поняття розуміють інформацію, що повідомляється ним (семантичну). Одиницею змісту виступають класи об’єктів, що виокремлюються поняттям з безлічі об’єктів, в термінах якої визначається дане поняття.

Формування понять при навчанні математики у ВТНЗ не вписується в чистому вигляді ні в одну з описаних вище логічних концепцій. Але елементи кожної з них є присутніми в практиці навчання. Таке положення можна пояснити тим, що логічні концепції самі по собі далеко не вичерпують усіх складових процесу формування поняття.

На думку Н.Ф. Тализіної [413, с. 32], „формування понять передбачає, по-перше, засвоєння системи спеціальних операцій для встановлення необхідних і достатніх ознак понять. По-друге, засвоєння системи операцій: підведення під дане поняття і одержання наслідків із належності об'єкта даного класу. Операційна частина і становить власне психологічний механізм поняття. Без нього поняття не може бути ні сформоване, ні застосоване до розв'язування різних задач. Через зазначену систему операцій і відбувається управління формуванням понять".

При формуванні понять доводиться користуватися багатьма прийомами розумової діяльності, заснованими на теоретичних діях. Спочатку за допомогою аналізу вичленовують окремі властивості (ознаки) предметів, а за допомогою синтезу предмети об'єднуються за істотними загальними ознаками. При цьому використовуються форми порівняння – зіставлення і протиставлення ознак. Потім загальні істотні ознаки предметів абстрагують і закріплюють у термінах. Процес завершується узагальненням – введенням поняття, застосованого до усіх предметів, що мають виділені властивості. Завданням викладача в цих умовах стає так організувати процес формування математичних понять, щоб студент зміг використати його надалі як засіб для формування нових понять, як засіб діяльності.

Поняття вводяться через означення. Термін "означення" має два змісти. З одного боку – це логічна операція, за допомогою якої встановлюється зміст поняття, з іншого боку – це речення (дефініція), що фіксує зміст поняття в мовному (знаковому) вираженні. Надалі під "означенням" ми будемо розуміти *висловлювання, що дозволяє відрізняти, відшукувати, будувати який-небудь об'єкт, формулювати значення терміну, що вводиться, або уточнювати значення вже існуючого терміна*.

Як зазначає С. П. Семенець [372], найпоширеніший спосіб означення понять у математиці через найближчий рід і видову ознаку. Структура цієї дії може бути представлена вербально: *найближчий рід* $\Rightarrow$ *термін* $\Leftrightarrow$ *видова ознака*.

Операції, що розкривають дію означення, є такими: 1) вибір найближчого родового об'єкта; 2) накладання на об'єкт обмеження, що розкривається у видових характеристиках.

Згідно з діяльнісним підходом необхідно акцентувати увагу на специфіці дій, що дозволяють виділити родові об'єкти, видові відмінності. Означення через найближчий рід та видові ознаки можуть мати такі різновиди: 1) означення об'єктів шляхом виділення характеристичної властивості; 2) означення, що формулюються на основі операції заперечення; 3) конструктивні і рекурсивні означення; 4) неявні означення первісних понять через систему аксіом.

За спостереженнями В. І. Клочка [234], часто студенти безпомилково відтворюють означення математичних понять, тобто виявляють формальне знання їх суттєвих ознак, однак застосувати ці знання на практиці не можуть. Іншими словами, запам'ятовування визначень понять є необхідною, але далеко не достатньою умовою їх засвоєння. Коли студент відтворює означення поняття, він, зрозуміло, виявляє деяке знання (репродуктивний рівень). Однак, уміючи відтворювати означення поняття, він далеко не завжди вміє встановлювати необхідні і достатні умови цього поняття, розпізнавати об'єкти, що відносяться до даного поняття і т.ін.

До означень висуваються вимоги, на яких наголошує З. І. Слєпкань [393]:

1. Відсутність порочного кола. Це означає, що поняття, яке означається, не повинне явно чи неявно міститись у новому понятті, через яке воно означається.

2. Відсутність омоніма. Це означає, що кожний термін (символ) має траплятися не більше одного разу як такий, що відповідає означуваному поняттю. У разі порушення цієї вимоги один і той самий термін (символ) позначатиме різні поняття.

3. Означення не має містити понять, які ще не означалися.

Засвоєння поняття передбачає формування вміння визначати, чи відноситься об'єкт, що розглядається, до даного класу (уміння підвести об'єкт під поняття). Для виконання цього студент повинен встановити наявність у об'єкта системи необхідних і достатніх ознак. При цьому він повинен володіти системою інших логічних знань і операцій: уміти виділяти властивості, відрізняти суттєві властивості від несуттєвих, спільні від виокремлювальних, необхідні від достатніх та інше.

Наприклад, при формуванні понять "частинна похідна" та "похідна за напрямом" суттєвими, необхідними і загальними ознаками є:

1) наявність функції кількох змінних;

2) наявність приросту аргументів;

3) наявність приросту функції.

Виокремлювальною ознакою тут є наявність напрямку диференціювання (збігається з ортами координатних осей при знаходженні частинних похідних і не збігається при находженні похідної за напрямком).

Таким чином, віднесення будь-якого об’єкта до того або іншого поняття передбачає встановлення для цього об’єкта достатніх ознак даного поняття або необхідних і, одночасно, достатніх ознак. Формуванню цього вміння, як показано вище, повинно передувати засвоєння цілого ряду теоретичних знань і використання дій, що засновані на цих знаннях. Для формування уміння безпомилково підводити предмети під те або інше поняття студент повинен навчитися:

– виділяти поняття;

– виділяти достатні ознаки понять (для цього необхідне вміння відтворити формулювання означення, але це вміння, будучи необхідним, зовсім не є достатнім);

– враховувати всю систему достатніх ознак при кон’юнктивній структурі понять або виділяти наявність однієї достатньої ознаки при диз’юнктивній структурі.

Знання характеру відношень між поняттями необхідне при розв’язанні задач, оскільки величини, що містяться в умові і в питанні задачі, повинні розглядатися як система, іншими словами, як об’єкти, пов’язані певними відношеннями. А розуміння цих відношень сприяє формуванню орієнтувальної частини способу дії, як загального орієнтування, так і орієнтування на виконавчу частину способу дії. Головною умовою, що забезпечує успішне розв’язання задач, передусім, є розуміння студентом тієї ситуації, яка описана в задачі.

Оволодіння узагальненими прийомами розумової діяльності не тільки підвищує якість засвоєння знань, але і скорочує час, необхідний для навчання. Узагальнення йде не просто на основі загального в предметах. Воно завжди йде лише по тих властивостях предметів, які увійшли до складу орієнтувальної частини способу дії, спрямованої на аналіз цих предметів.

Управління узагальненням навчальних дій, і знань, що необхідні для їх освоєння, повинно йти через побудову діяльності студента шляхом контролю викладачем змісту орієнтувальної частини способу дії, а не просто забезпеченням спільності властивостей в об'єктах навчальної діяльності.

Наведемо приклади завдань з теми "Алгебра матриць" на підведення під поняття, які розв'язуються за допомогою схем орієнтування [117]:

Завдання 2.1. Який з наведених об'єктів є матрицею:

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
A (3;-2)	$\overline{a} = (3;-2)$	$a = 3$	$A = (3 \ \ -2)$	$\lvert\overline{a}\rvert = 3$

Розв'язання. Складемо схему орієнтування (табл. 2.2):

Таблиця 2.2

Схема орієнтування до завдання 2.1

Загальне орієнтування	
Що дано?	Математичні об'єкти
Що треба знайти?	Який з даних об'єктів є матрицею
Що треба знати?	1. Означення матриці 2. Правило запису матриці. 3. Правило позначення матриці
Орієнтування на виконання	
Дії, що треба виконати.	Для кожного об'єкта визначити: 1. Чи містить об'єкт таблицю сталих або змінних величин. 2. Чи узято об'єкт у круглі, подвійні прямі або квадратні дужки. 3. Чи позначено об'єкт великою латинською літерою. 4. Чи немає між величинами, що складають об'єкт, розділових знаків.
Які формули необхідні?	Не потрібні

Виконаємо дії:

1. У об'єктах А, Б, і Г міститься два числа, які розташовані у одному рядку і двох стовпцях. Об'єкти В і Д містять числа, які можна розглядати як таблицю, що складається з одного рядка і одного стовпця. Таким чином, всі об'єкти містять таблицю чисел.

2. У круглі скобки узяті об'єкти А, Б, і Г.

3. Великою латинською літерою позначені об'єкти А, і Г.

4. Об'єкт, в якому між величинами, що його складають, немає розділових знаків, це об'єкт Г.

Відповідь: **Г:** $A = (3 \ \ -2)$.

Завдання 2.2. Визначте, чи є матрицею математичний об'єкт:

$$B = (-2).$$

Розв'язання. Скористайтеся схемою орієнтування завдання 2.1.

Виконайте дії. Визначте:

1. Чи містить об'єкт таблицю сталих або змінних величин.
2. Чи узято об'єкт у круглі, подвійні прямі або квадратні дужки?
3. Чи позначено об'єкт великою латинською літерою?
4. Чи немає між величинами, що складають об'єкт, розділових знаків?

Відповідь: даний об'єкт є матрицею.

Завдання 2.3. Визначте, які з наданих об'єктів є матрицями:

а)	C (5; – 1)	*е)*	B (3; 0)
б)	$b = 3{,}2$	*є)*	$J = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$
в)	$\overline{a} = (-3; 2; -1)$	*ж)*	$C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
г)	$B = (3 \ \ -2 \ \ \ 5)$	*з)*	$\overline{b} = (3; 4)$
д)	c = – 5	*і)*	$\lvert\overline{a}\rvert = \sqrt{5}$

Відповідь : *г), є), ж).*

Зараз студенти при вивченні математики в технічному університеті не знайомляться з логічною структурою означень, вони просто завчають безліч різних конкретних означень. І якщо щось в означенні забувається, то воно не може бути відновлене шляхом логічного міркування, оскільки студент не знає структури визначень, не володіє правилами їх побудови. Наприклад, при родовидовому заданні означення необхідна вказівка найближчого роду і видової відмінності. Визначення "діагональною називається матриця, в якій всі елементи, крім діагональних, дорівнюють нулю", не є правильним, оскільки поняття "діагональна матриця" визначається не через найближчий рід ("квадратна матриця"), а через вельми віддалене поняття – "матриця", яке, будучи необхідною умовою наявності, скажімо, діагональних елементів, зовсім не є достатнім, бо тільки квадратна матриця має діагональні елементи.

Одним із логічних прийомів, який широко використовується при побудові означень і без формування якого неможливе успішне навчання людини, є виділення наслідків з дотриманням вимог *закону контрапозиції* (нагадаємо, що, згідно з цим законом, якщо з деякого висловлювання *A* витікає висловлювання *B*, то із заперечення висловлювання *B* витікає заперечення висловлювання *A* [431]). Цей прийом при традиційному навчанні не виступає як предмет спеціального засвоєння, і далеко не всі студенти розуміють, що один і той же наслідок може бути пов'язаний з різними основами, тому від наявності або відсутності наслідку не можна перейти до твердження про наявність або відсутність основи. Так, студенти правильно вказують, що якщо вектори є рівними, то вони є однаково спрямованими. Але не можна затверджувати зворотне: якщо вектори однаково спрямовані, то вони є рівними.

Для того, щоб вектори були рівними, необхідно, щоб при дотриманні вище названої умови (збіг напрямів векторів), виконувалася ще одна: вектори мали рівні модулі. Один і той ж наслідок (збіг напрямів векторів) має різні основи (рівні вектори і однаково спрямовані вектори). Іншими словами, з виконання умови "якщо *A* то *B*" можна зробити висновок, що "якщо не *B* то не *A*". Дійсно, якщо вектори не є однаково спрямованими, то вони не є і рівними. Але звідси зовсім не витікає, що 1) "якщо не *A*, то не *B*" (якщо вектори не є рівними, то вони не є однаково спрямованими); 2) "якщо *B*, то *A*" (якщо вектори однаково спрямовані, то вони є рівними), оскільки умова, що з *A* обов'язково витікає *B*, зовсім не означає, що тільки *A* має такий наслідок.

Для формування зазначених прийомів студентам можна запропонувати такі завдання, наприклад, з теми “Алгебра матриць”.

Завдання 2.4. Укажіть, для якого з тверджень не виконується зворотне твердження:

А	Якщо матриця є невиродженою, то для неї існує обернена матриця
Б	Якщо матриці мають однакові розміри, то їх можна додавати
В	Якщо дві квадратні матриці мають однакові розміри, то їх можна множити
Г	Якщо визначник квадратної матриці дорівнює нулю, то вона є невиродженою
Д	Якщо матриці є рівними, то вони мають однакові розміри і їх елементи, що мають одні й ті ж самі індекси, дорівнюють один одному.

Відповідь: **В.**

Завдання 2.5. Укажіть, яке з тверджень є зворотним до твердження: “Якщо матриці є рівними, то вони мають однакові розміри”.

А	Якщо матриці не є рівними, то вони не мають однакові розміри.
Б	Якщо матриці мають однакові розміри, то вони є рівними.
В	Якщо матриці не мають однакові розміри, то вони не є рівними.
Г	Якщо матриці не мають однакові розміри, то вони є рівними.
Д	Якщо матриці не є рівними, то вони мають однакові розміри.

Відповідь: **Б**.

Потрібно відзначити, що навчання логічним прийомам мислення – це однин з необхідних компонентів навчальної діяльності. Але якщо прийоми логічного мислення не зробити предметом *спеціального* засвоєння, то вони виявляться не засвоєними багатьма студентами.

Зміст навчального матеріалу характеризується внутрішніми зв'язками між поняттями. Внаслідок навчання відбувається засвоєння знань, що означає формування вмінь, і запорукою цього є формування і зміцнення певної системи зв'язків між поняттями [401]. Для встановлення характеру відносин між поняттями необхідна також робота з означеннями.

Найбільш простими для аналізу є родовидові означення. Тут достатньо засвоїти, що:

– видове поняття визначається через найближчий рід;

– видове поняття обов'язково має всі властивості родового;

– у визначення входять тільки необхідні і достатні умови поняття.

Означення через *найближчий рід і видову відмінність* будуються таким чином: спочатку для поняття відшукується найближчий рід, а потім вказуються ознаки, які відрізняють визначуваний предмет від інших предметів цього ж роду [18].

Поняття "*a*" називають видовим по відношенню до поняття "*b*", якщо обсяг поняття "*a*" повністю поглинається обсягом поняття "*b*" ($V_a \in V_b$). Поняття "*b*", по відношенню до якого є видові поняття, називається родовим [83]. Якщо існує таке поняття "*c*", обсяг якого поглинає обсяг поняття "*a*", але сам поглинається обсягом поняття "*b*" ($V_a \in V_c \in V_b$), то родовим є поняття "*c*".

Розглянемо, наприклад, визначення одиничної матриці: "*одиничною матрицею називається діагональна матриця, діагональні елементи якої дорівнюють одиниці*". Найближчим родом тут є поняття "діагональна матриця", а видовою відмінністю – значення діагональних елементів.

Означення через найближчий рід і видову відмінність поширене у математиці. Наприклад: "*прямокутником називають паралелограм* (найближчий рід), *у якого всі кути прямі* (видова відмінність)".

Означення "квадратом називають чотирикутник, у якого всі сторони рівні" є помилковим, оскільки існує поняття "прямокутник", обсяг якого поглинає обсяг поняття "квадрат", але сам поглинається обсягом поняття "чотирикутник". Тому правильним буде визначення "квадратом називають прямокутник (найближчий рід), у якого всі сторони рівні (видова відмінність)".

З цього приводу студентам можна запропонувати такі завдання з теми "*Векторна алгебра*":

Завдання 2.6. Укажіть, родове поняття для означення:

"Векторний добуток двох векторів – це вектор, що є перпендикулярним даним векторам і утворює з ними праву трійку векторів, модуль якого дорівнює добутку модулів векторів на синус кута між ними".

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
синус кута між векторами	права трійка векторів	вектор	модуль вектора	добуток модулів векторів

Відповідь: **В**

Завдання 2.7. Укажіть, видову відмінність для означення:

"Вектори називаються колінеарними, якщо вони належать одній прямій або паралельним прямим".

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
одна пряма	паралельні прямі	вектор	належність прямій	взаємне розташування векторів

Відповідь: **Д**

Аналізуючи методичні дослідження і спираючись на досвід педагогічної роботи в цьому напрямі О. І.Скафа [387] виділяє в формуванні будь-якого поняття умовно чотири основних етапи:

1) *введення* – пропедевтичний етап: підготовка до формалізації (актуалізація знань і мотивація введення поняття);

2) *засвоєння* – етап розкриття змісту поняття і створення уявлення про його обсяг, засвоєння термінології і символіки;

3) *закріплення* – етап формування навичок використання поняття при розв'язанні простих завдань;

4) *застосування* – етап включення поняття в систему змістовних зв'язків з іншими поняттями.

На кожному з цих чотирьох етапів вирішальну роль грає підбір системи вправ. На етапі введення, де створюється мотивація введення поняття, авторка пропонує використовувати вправи практичного характеру на застосування раніше вивчених понять. На етапі засвоєння, на якому відбувається виділення істотних властивостей поняття, рекомендуються вправи на побудову об'єктів, що задовольняють вказаним властивостям і розпізнавання об'єктів, що входять в обсяг поняття. На етапі закріплення, на якому формуються уміння використання поняття при розв'язанні простих завдань, рекомендуються вправи на виділення наслідків з означення поняття і вправи на доповнення умов (розпізнавання і виведення наслідків). І, нарешті, на четвертому етапі застосування, де встановлюються зв'язкі поняття, що вивчається, з іншими поняттями, необхідні вправи на складання родового поняття, вправи на застосування поняття в різних ситуаціях і вправи на систематизацію понять.

Ми пропонуємо на всіх етапах формування понять використовувати тестові завдання на відповідність, в яких студентам треба встановити відповідність між даними поняттями та їх характеристиками: означеннями у вербальній формі, означеннями у символічному вигляді, позначеннями, математичними об'єктами, формулами для обчислення або рівняннями, властивостями, методами знаходження та ін.

Прикладами таких завдань з розділу "Векторна алгебра" можуть бути наступні вправи:

2.8. Установіть відповідність між поняттями (1-4) і їх означеннями (А-Д):

1.	Радіус-вектор точки	А:	Вектор, модуль якого дорівнює одиниці
2.	Нульовий вектор	Б:	Вектор, однаково спрямований з даним вектором, модуль якого дорівнює одиниці
3.	Одиничний вектор	В:	Вектор, початком якого є початок координат, а кінцем – задана точка
4.	Орт вектора	Г:	Вектор, модуль якого дорівнює нулю
		Д:	Вектор, однаково спрямований з даним вектором

2.9. Установіть відповідність між поняттями (1-4) і їх позначеннями (А-Д):

1.	Вектор з початком в точці A и кінцем в точці B	А:	$\overline{a} \,||\, \overline{b}$

2. Колінеарність векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$ — Б: $\overline{AB}$

3. Модуль вектора $\overline{AB}$ — В: $\overline{r}_M$

4. Радіус-вектор точки M — Г: $\left|\overline{AB}\right|$

Д: $\overline{a}=\overline{b}$

2.10. Установіть відповідність між поняттями (1-4) і їх властивостями (А-Д):

1. Нульовий вектор	А: Відповідні координати векторів є протилежними одна одній за знаком
2. Радіус-вектор точки M	Б: Координати вектора дорівнюють нулю
3. Протилежні вектори	В: Координати вектора дорівнюють координатам точки M
4. Рівні вектори	Г: Координати вектора дорівнюють одиниці.
	Д: Відповідні координати векторів дорівнюють одна одній

2.11. Установіть відповідність між поняттями (1-4) і їх означеннями у символьному вигляді (А-Д):

1. Рівність векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$	А: $\begin{cases} \overline{b} \uparrow\downarrow \overline{a}, \\ \left|\overline{b}\right| = \left|\overline{a}\right|. \end{cases}$
2. Одиничний вектор	Б: $\begin{cases} \overline{a} \uparrow\uparrow \overline{b}, \\ \left|\overline{a}\right| = \left|\overline{b}\right|. \end{cases}$
3. Орт вектора $\overline{a}$	В: $\left|\overline{e}_{\overline{a}}\right| = 1,\ \overline{e}_{\overline{a}} \uparrow\uparrow \overline{a}$.
4. Протилежність векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$	Г: $\left|\overline{e}\right| = 1$.

Д: $$\begin{cases} |\overline{b}| = |\overline{a}| \cdot |\lambda|; \\ \left[\begin{array}{l} \lambda > 0 \Rightarrow \overline{b} \uparrow\uparrow \overline{a}; \\ \lambda < 0 \Rightarrow \overline{b} \uparrow\downarrow \overline{a}; \\ \lambda = 0 \Rightarrow \overline{b} = \overline{0} \end{array} \right. \end{cases}$$

Таким чином, ми дійшли висновків:

1. Вивчення понять, об'єктів та їх означень може здійснюватися в різних контекстах: логічному, змістовому, пізнавальному, семантичному та інших.

2. При формуванні понять доводиться користуватися багатьма прийомами розумової діяльності, заснованими на теоретичних діях, такими як підведення під поняття, виведення наслідків та ін.

3. Оволодіння узагальненими прийомами розумової діяльності не тільки підвищує якість засвоєння знань, але і скорочує час, необхідний для навчання. Управління узагальненням навчальних дій, і знань, що необхідні для їх освоєння, повинно йти через побудову діяльності студента шляхом контролю викладачем змісту орієнтувальної частини способу дії.

4. Формування понять відбувається у чотири етапи: введення, засвоєння, закріплення і застосування. На кожному з цих чотирьох етапів вирішальну роль грає підбір системи вправ.

5. На всіх етапах формування понять доцільним є використання тестових завдань на відповідність між даними поняттями та їх характеристиками.

2.5. Предметна модель студента як основа проектування і організації навчання

У попередніх пунктах було розглянуто розвиток діяльнісного підходу до навчання, методологію навчання на засадах діяльнісного підходу, психолого-педагогічні закономірності засвоєння змісту діяльнісного навчання математики у вищій школі. Метою цього пункту є теоретичне обґрунтування використання предметної моделі студента для проектування й організації навчання математики у вищій технічній школі на засадах діяльнісного підходу. Задля цього визначаються поняття “модель студента”, “предметна модель студента”, “модель навчальної предметної галузі”, робиться огляд публікацій з моделювання студента, обирається структура моделі студента, що буде використана для проектування й організації навчання.

Модель студента є одним з центральних понять сучасної дидактики. Вона виникла в комп’ютерних технологіях навчання (штучному інтелекті в навчанні) і була покликана необхідністю формалізувати уявлення про студента. Моделюванням студента займалися такі вчені як Г. О. Атанов [20], П. Л. Брусиловський [46], Е. Е. Буль [50], Н. Ю. Добровольска [240], В. І. Заварзін [204], Ю. В. Кольцов [240], М. Г. Коляда [242], В. О. Петрушин [329], О. М. Пєчкурова [331], І. В. Пустиннікова [23], Л. О. Растрігін [355], Б. І. Селезньов [372], Н. І. Стовба [409], І. С. Теліна [371], Т. П. Хлопова [438], Г. О. Шикарєва [454], М. Х. Еренштейн [356], M. A. Ala-Rantala [476], J. S. Brown [469, 470], R. R. Burton [470], V. Devedzic [472], J. Debenham [472], C. L. Hausman [470], N. Henze [474], O. Nykänen [476], Shi Hongchi [478], B. Huggins [470], I. Goldstein [470], M. L. Miller [470], T. Murray [475], W. Nejdl [472], D. Popovic [472], J. A. Self [472], Yi Shang [478], Su-Shing Chen [478], D. Sleeman [479], K. Stauffer [480], E. Wenger [482] та ін.

У найширшому значенні під моделлю студента розуміють знання про нього, які використовуються для організації навчання. Це множина точно поданих фактів про студента, які описують різні сторони його стану: знання, особисті характеристики, професійні якості тощо. Або, іншими словами, модель студента – це безліч точно поданих фактів про студента, які можуть, наприклад, описувати його знання, уявлення, навички або дії. Це загальне визначення, на думку В. О. Петрушина [329, с. 85], допускає дві інтерпретації:

1) модель студента є моделлю індивідуального поточного стану знань і вмінь студента;

2) вона являє собою “ідеальну” модель знань про студента, включає знання про предметну галузь, типові помилки й когнітивні механізми.

Г. О. Атанов [20] вважає, що існують три погляди, за якими можна розглядати модель студента або наші знання про нього. По-перше, це знання про те, *яким* студент *є в даний момент* навчання; по-друге, це знання про те, *яким ми хочемо бачити* студента на певному етапі навчання; і, нарешті, це знання про те, *яким ми можемо побачити* студента в процесі навчання.

Знання про те, який є студент в даний момент навчання, встановлюються шляхом аналізу його поведінки в процесі навчання, і це фактично є *поведінкова* модель. Вона змінюється разом із зміною самого студента, тому її називають *динамічною*, або *поточною*, моделлю. Як зазначає E. Wenger [482], механізмом побудови цієї моделі є *діагностика*. За кордоном з цією метою часто використовують термін когнітивна діагностика, і дослідження в цій галузі розвинені досить широко [397]. По суті справи, поточна модель студента будується в процесі контролю результатів його навчальної діяльності на теперішній момент.

З математичних дисциплін поточна модель студента може бути отримана у результаті тестування або контрольних робіт. Так, наприклад, у роботі [127] описані результати проведеної нами нульової контрольної роботи з математики. За результатам цієї контрольної роботи оцінювалися рівні сформованості 27 базових умінь зі шкільного курсу математики. Для кожного студента було визначено вектор рівнів сформованості контрольованих умінь, який фактично є поточною моделлю студента на початок навчання.

Знання про те, яким ми хочемо бачити студента внаслідок навчання, тобто вимоги до його кінцевого стану як з окремих навчальних предметів, так і як до фахівця в цілому, називають *нормативною* моделлю. Нормативну модель по відношенню до фахівця прийнято називати *моделлю фахівця* (рис. 2.14).

Якщо нормативну модель обмежити тільки предметними знаннями й уміннями, то в результаті можна говорити про предметну модель студента. Нормативна модель щодо окремого навчального предмета отримала назву *предметної* моделі [464]. З погляду діяльнісного навчання предметна модель студента визначає зміст навчання предмета, тобто вміння, які мають бути сформовані, і знання, за допомогою яких ці вміння формуються, або знання з навчального предмета.

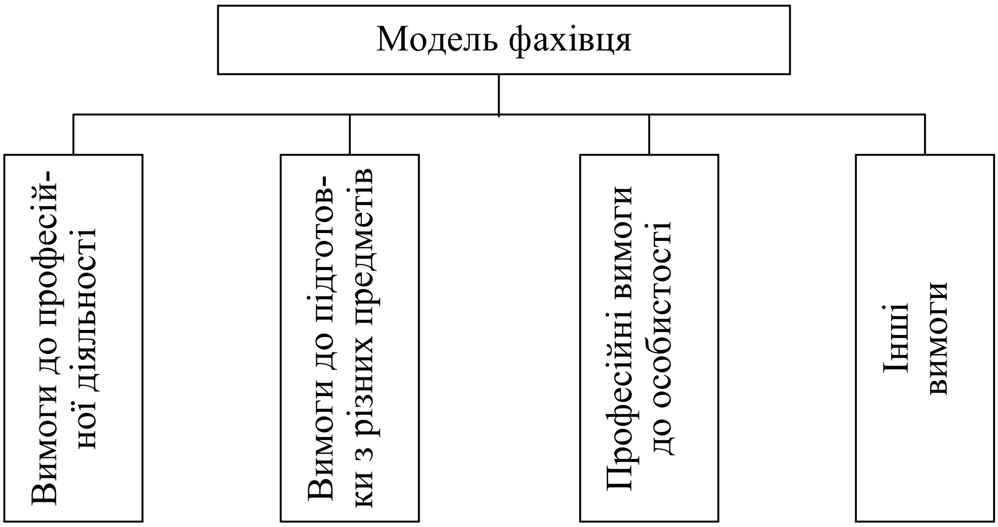


Рис. 2.14. Схема моделі фахівця

E. Wenger [482] назвав такі знання експертними, або *моделлю предметної галузі.* Цей термін у своїх дослідженнях використовують також П. Л. Брусіловський [46] і В. О. Петрушин [329]. Таким чином, предметна модель студента, складається з моделі навчальної предметної галузі і системи предметних умінь (рис.2.15) [19].

Рис. 2.15. Схема предметної моделі студента

Найпростішим прикладом нормативної моделі студента є галузеві стандарти навчання, а саме освітньо-кваліфікаційна характеристика та освітньо-професійна програма. Ці документи містять у собі вимоги до психологічної якості фахівця, професійні вимоги до особистості, вимоги до професійної діяльності. Вони також містять вимоги до підготовки з різних предметів, у тому числі з математичних дисциплін, але частіше за все це дуже загальні вимоги, які потребують конкретизації і деталізації. Так, наприклад, у документі "Освітньо-професійна програма підготовки бакалавра напряму 0915 "Комп'ютерна інженерія" зазначені такі вміння, що потребують застосування основних понять, законів і методів курсу вищої математики, які фахівець повинен виконувати в умовах виробничої діяльності [315]:

– виконувати математичні перетворення та розрахунки, які необхідні для розробки та використання технічного об'єкта (ТО) та програмного об'єкта (ПО) і які потребують застосування основних понять, законів і методів математичного аналізу;

– виконувати математичні перетворення та розрахунки, які пов'язані з розробкою та використанням ТО і ПО, застосовуючи основні поняття, закони і методи лінійної алгебри;

– виконувати математичні перетворення та розрахунки, пов'язані з розробкою та використанням ТО і ПО, застосовуючи основні поняття, закони і методи аналітичної геометрії.

Наведені вміння містять перелік розділів математики, на яких фактично базуються професійні вміння. Але, що саме повинен вміти і знати студент з математики, щоб опанувати ці вміння, в освітньо-професійній програмі не уточнюється. На нашу думку, цієї інформації недостатньо для проектування навчання з вищої математики, тому нормативна предметна модель з вищої математики потребує детальної розробки.

Кінцевою метою навчання є досягнення такого становища, коли поточна модель студента при випуску збігається з його нормативною моделлю, тобто моделлю фахівця. Суттєво при цьому, що первинною є нормативна модель, а поточна модель вторинна, оскільки вона має сенс тільки в тому випадку, якщо побудована в термінах нормативної моделі. Це означає, що спочатку необхідно побудувати бажаний образ студента, а потім вже визначати відповідність до цього образу реального студента. Ця відповідність встановлюється внаслідок контролю і результатами цього є поточна предметна модель студента.

Третій погляд на знання студента ґрунтується на тому, що в ході навчальної діяльності студент може помилятися. Досвідчені вчителі і викладачі знають, як важливо мати уявлення не тільки про те, що студенти знають і що уміють, але і про те, як вони *по-*

миляються і, головне, можуть помилятися. Ці знання являють собою відхилення від нормативної моделі і формуються на основі прогнозування можливих помилок студента у навчанні.

Робота викладача з визначення можливих помилок студента надзвичайно корисна з погляду дидактики; сукупність же цих помилок (бажано, з повним опрацюванням помилкової траєкторії) складає специфічну модель студента, яку називають *моделлю помилок* [464]. Загальними дослідженням моделі помилок займалися такі вчені, як J. S. Brown, R. R. Burton, M. L. Miller, J. De Kleer, S. Purcell, C. L. Hausman, R. Bobrow [470]. Для побудови моделей помилок необхідно осягнути так звану *суб'єктивну логіку* студентів, тобто особливості їх поведінки, мислення, зрозуміти причини помилок, ускладнень, нерозуміння окремих моментів у навчальному матеріалі і таке інше.

Модель помилок проектується заздалегідь, і в цьому сенсі вона подібна нормативній моделі. Але для кожного окремого студента вона має імовірнісний характер, адже він може як помилитися у передбачений при проектуванні спосіб, так і не помилитися. Фактичні ж помилки під час навчання фіксуються в поточній моделі студента.

Прикладом моделі помилок з математики може слугувати словник помилок, розроблений О. І. Скафою, К. В. Власенко і Л. Я. Федченко [388]. Ними було побудовано словник типових помилок, які допускаються учнями 7-11 класів середньої школи при розв'язуванні математичних задач. Словник включає рекомендації з виправлення помилок із посиланнями для кожної з них на навчальну літературу. Цей словник застосовується для автоматизованого рецензування письмових робіт з математики, для формування рекомендацій з подальшої корекції навчання. О. І. Скафа [384] наводить методичні основи побудови комп'ютерної програми автоматизованого рецензування розв'язування математичних задач, яка базується на моделі помилок.

На наш погляд, модель помилок є ефективною на контрольно-оціночному етапі навчання тому, що забезпечує зворотний зв'язок і дозволяє провести коректування навчання, але для проектування навчання в цілому її недостатньо. Крім того, ця модель також є вторинною по відношенню до нормативної моделі тому, що спочатку потрібно спроектувати правильні дії, які мають бути освоєні, а вже потім аналізувати, які помилки допускає студент при виконанні цих дій. Тому для проектування і організації навчання математики доцільно використання нормативної моделі, а точніше тієї її частини, що стосується змісту математичних дисциплін у системі вищої технічної освіти. Крім того, на окремих етапах навчання доцільна побудова поточної моделі студента з окремих тем і розділів математики, а також моделей помилок.

Зараз моделювання студента є напрямом штучного інтелекту в навчанні, що інтенсивно розвивається. Модель студента є одним з базових компонентів інтелектуальних комп'ютерних систем навчання. Вона містить достатньо повну інформацію про студента: рівень його знань, умінь і навичок, здібність до навчання, здатність до виконання завдань, особисті характеристики і інші параметри. Модель студента динамічна, тобто змінюється в процесі проходження курсу під час роботи з системою.

Детальний аналіз використання моделей студента в комп'ютерних навчальних системах зроблено в роботі Є. Є. Буля [50]. Під час досліджень ним було розглянуто майже 100 комп'ютерних навчальних систем. З'ясувалося, що моделі студента використовувалися лише приблизно в 50 з них. Аналіз моделей проводився з погляду параметрів, які відображали інформацію про студента. Найбільш розповсюдженими параметрами виявилися такі:

1) рівень знань;
2) психологічні характеристики (тип особистості, орієнтація);
3) швидкість/стиль навчання (засвоєння, вивчення);
4) виконання завдань;
5) рівень вмінь та навичок;
7) метод/стратегія навчання;
8) структура курсу.

На наш погляд, всі моделі, що розглянуті, є поточними моделями, що не задовольняють потребам предметного моделювання, так як в них предметні знання не структуровані. Це унеможливлює проектування навчальної діяльності. В той же час, ми згодні з Є. Є. Буль у тому, що використання в комп'ютерних навчальних системах моделі студента сприяє підвищенню ефективності навчання.

З таких же причин не задовольняє потреби нашого дослідження і модель студента, запропонована Т. П. Хлоповою [438]. Авторка розділяє поняття моделі навчальної предметної галузі і моделі студента.

Т. П. Хлопова визначає модель предметної галузі (МПО) як множину порцій (квантів) навчальної інформації (або елементарних дидактичних одиниць), які повинен засвоїти студент. В узагальненому вигляді вона пропонує цю модель представити таким чином:

МПО={НІ, МПЗ},

де НІ – навчальна інформація, МПЗ – модель міжпредметних зв'язків.

Модель студента (МС), з погляду Т. П. Хлопової можна представити таким чином:

МС={ БІ, ПН, ПОсв, МВз},

де БІ – базова інформація про студента, ПН – параметри навченості, ПОсв – параметри освіченості, МВз – моделі взаємозв'язку між параметрами навченості і освіченості студента.

Параметри освіченості – кількісні і якісні показники, що відображають соціально-професійну компетентність майбутнього фахівця. В цій моделі також відсутні предметні знання, які з погляду діяльнісного навчання є засобами освоєння предметних дій, тому вона не може бути використана для предметного моделювання на засадах діяльнісного підходу.

Ми згодні з В. І. Заварзіним [204], який вводить поняття семантичної моделі предметної галузі, яка, на його думку, є смисловим змістом, спрямованим на відображення того чи іншого знання та вміння. Цей зміст формується у свідомості студента на кожному ієрархічному рівні, а саме: структурна модель, понятійно-сутнісна, алгоритмічна і проблемна моделі дисципліни. Рівні знань при цьому визначаються таким чином:

– володіння інформацією (рівень знання, що полягає в здатності визначити призначення, місце інформації в змісті дисципліни, а також в умінні найти потрібну інформацію);
– розуміння (здатність пояснити взаємозв'язки між поняттями предметної галузі та їх властивості);
– уміння розв'язувати типові задачі дисципліни (вміння побудувати схему розв'язання типової задачі);
– уміння розв'язувати прикладні міждисциплінарні задачі (здатність декомпозувати прикладну задачу на типові, формуючи їх логічні і математичні постановки).

На нашу думку, в моделі В. І. Заварзіна описуються тільки предметні знання і не фігурують предметні вміння, які, з погляду діяльнісного навчання складають частину змісту навчання.

Б. І. Селезньов та І. С. Теліна [371] пропонують використовувати для управління підготовкою спеціалістів модель фахівця і модель необхідних знань. Модель фахівця, з їх погляду, повинна відображати вимоги до особистісних якостей майбутніх фахівців, їх професійних якостей і вмінь, знань і вмінь з різних навчальних предметів, характеристик фізичного і психічного стану і т.ін. На думку авторів, до складу моделі знань повинні входити тематична і семантична моделі (ці терміни запозичені у Г. О. Атанова [20]). Тематична модель, по суті справи, – звична для всіх програма курсу. Вона будується саме за тематичним принципом, у ній перераховуються розділи і теми, що підлягають вивченню. При цьому можлива деталізація різного ступеня. У модель були введені поняття модуля як однорідного, функціонально закінченого розділу дисципліни. Семантична модель є змістом предметної галузі на тому або іншому рівні знання.

Таким чином, Б. І. Селезньовим та І. С. Теліною запропонована двохкомпонентна модель навчальної предметної галузі. Однак, у їх дослідженні предметні знання не структуровані, не враховані функції, які ці знання виконують. Крім того, в предметній моделі фахівця не враховані вміння, які відіграють первинну роль в навчанні на засадах діяльнісного підходу. По суті справи, така модель є засобом знаннього навчання, і цілям нашого дослідження вона відповідати не може.

Моделювання предметної галузі виникло з появою комп’ютерних технологій навчання. Але виконувалося таке моделювання заради створення комп’ютерних систем. Більшою мірою розвивалося поточне моделювання і моделі помилок, які зараз є вельми розвиненою гілкою штучного інтелекту. В той же час, моделювання навчальних предметних знань розвинене в значно меншою мірою.

Моделювання навчальної предметної галузі суттєво відрізняється від моделювання не навчальних предметних галузей. Справа в тому, що цілі моделювання навчальних і не навчальних предметних галузей різні.

Будь-яка діяльність, як ми знаємо, здійснюється шляхом розв’язування задач, причому ці задачі є специфічними для діяльності цього виду. У виробничій, науково-дослідній діяльності результати розв'язання задач є її прямими продуктами, заради цих результатів і здійснюється ця діяльність, і, таким чином, цілям цієї діяльності відповідає сам *факт* розв'язання задач. У навчальній же діяльності розв'язання задач — це *не ціль, а засіб* досягнення цілей, а саме формування способу дій. Іншими словами, самі по собі результати розв'язання навчальних задач не уявляють ніякого прагматичного інтересу, єдине, що від них потрібно, – це бути правильними. Важливий процес розв'язування, оскільки саме в цьому процесі формується уміння їх розв'язувати, тобто спосіб дій. Правильна ж відповідь на задачу свідчить про високу імовірність того, що спосіб дій сформовано.

Звідси і відмінність цілей моделювання. Моделювання не навчальної, а наукової предметної галузі, повинно забезпечити отримання суспільно значущих результатів, моделювання ж навчальної предметної галузі здійснюється заради процесу розв'язання навчальних задач і потім формування способу дій у студентів. Для того, щоб навчити студента будь-якій діяльності, необхідно виділити всі дії цієї діяльності, а в кожній дії – всі операції, що забезпечують успіх цієї дії. І в цьому полягає одна з найважливіших задач моделювання студента. Моделювання не навчальних, а наукових предметних галузей такої задачі не ставить.

Термін "предметна модель студента" був введений Г. О. Атановим [464] задля того, щоб формалізувати уявлення про те, яким студент повинен бути у результаті навчання. Це дозволило зробити моделювання студента закінченим, оскільки дозволило визначити всі аспекти цього моделювання (яким студент повинен бути, який він є, яким він може бути).

З погляду діяльнісного навчання засвоїти певну порцію навчальних знань – значить не просто уміти виконувати за їх допомогою певну діяльність, але і визначати їх місце в структурі даного розділу навчального матеріалу. Це сприятиме розумінню, що є одним з етапів засвоєння знань, і формуванню орієнтовної основи діяльності. Тому першочерговим завданням при побудові предметної моделі повинне бути встановлення загальної структури предметних знань. На цю структуру можна дивитися під різними кутами зору, отримуючи при цьому певні компоненти предметної моделі студента. Г. О. Атановим було проведено структурування предметних знань. Ним визначені компоненти навчальних предметних знань (експертних знань).

По-перше, предметна модель повинна дати більш-менш укрупнене уявлення про що предметні знання. Це звичайно робиться переліком тем. Перелік тем, які необхідно вивчити, називають *тематичною* предметною моделлю студента. Так, наприклад, тематична модель студента з розділу "Векторна алгебра", яка використовується в курсі вищої математики, містить такі теми:

1) значення вектора, види векторів;
2) лінійні операції над векторами;
3) способи завдання векторів;
4) скалярний добуток двох векторів;
5) векторний добуток двох векторів;
6) мішаний добуток трьох векторів;
7) геометричні та механічні застосування добутків векторів.

З погляду методики дуже важливо визначити, яку роль відіграють ті або інші знання, які функції вони виконують, тобто здійснити *функціональне* структурування. Це можна зробити, склавши перелік функціональних рубрик, визначивши таким чином функціональні знання. При цьому серед них можуть бути знання, що виконують як не перетворюючі функції (декларативні знання, наприклад, визначення, наслідки, висновки), так і перетворюючі (процедурні знання, наприклад, методики, алгоритми). Разом вони складають *функціональний* компонент моделі студента. Вона ще не є самими предметними знаннями, вона показує, яку роль відіграють ті чи інші предметні знання. Функціональний компонент дає змогу деталізувати те, що студент має знати, тобто пам'ятати.

Так, з векторної алгебри були *виділені знання* за такими рубриками:

визначення:

– видів векторів (нульового вектора, одиничного вектора, орта вектора, колінеарних, перпендикулярних та компланарних векторів);

– проекції вектора на вісь;

– декартового базису;

– лінійних операцій з векторами (суми та різниці двох векторів, добутку вектора на число);

– скалярного добутку двох векторів;

– векторного добутку двох векторів;

– мішаного добутку трьох векторів;

властивості:

– лінійних операцій з векторами;
– напрямних косинусів вектора;
– скалярного добутку двох векторів;
– векторного добутку двох векторів;
– мішаного добутку трьох векторів;
– алгоритми та формули:
– знаходження модуля вектора;
– знаходження напрямних косинусів вектора;
– координат орта вектора;
– визначення, чи є два вектори колінеарними, перпендикулярними;
– визначення, чи є три вектори компланарними;
– знаходження косинуса кута між векторами;
– знаходження проекції одного вектора на інший;
– знаходження скалярного добутку двох векторів;
– знаходження векторного двох векторів;
– знаходження мішаного добутку трьох векторів;
– переходу до нового базису у просторі.

Як вже зазначалося, когнітивна психологія поділяє знання на *декларативні* і *процедурні* [22, 348]. Перші являють собою твердження про властивості об’єктів предметної галузі і про відносини між ними. Процедурні знання описують порядок і характер перетворення об’єктів предметної галузі. Ці знання складають *процедурний* компонент предметної моделі студента, який описує принципи і порядок перетворення об’єктів предметної галузі. Це безпосередньо є опис тих алгоритмів, якими повинен оволодіти студент.

З векторної алгебри *виділені такі алгоритми:*

знаходження:

– координат вектора;
– модуля вектора;
– напрямних косинусів вектора,
– координат орта вектора;
– косинуса кута між векторами;
– проекції одного вектора на інший;
– лінійної комбінації кількох векторів;
– скалярного добутку двох векторів;

– векторного добутку двох векторів;
– мішаного добутку трьох векторів;
– площі трикутника, що побудовано на двох векторах;
– площі паралелограма, що побудовано на двох векторах;
– об'єму паралелепіпеда, що побудовано на трьох векторах;
– об'єму піраміди, що побудовано на трьох векторах;

визначення:

– чи є три вектори компланарними;
– чи є два вектори колінеарними;
– чи є два вектори перпендикулярними;
– чи можуть три вектори утворювати базис у просторі;

переходу:

– від одного способу завдання вектора до іншого;
– до нового базису у просторі.

Наприклад, алгоритм знаходження мішаного добутку трьох векторів полягає у такому:

– визначити координати векторів, що перемножуються;
– скласти визначник з координат векторів;
– обчислити визначник, що складений.

Декларативні знання визначають змістовну, або семантичну, частину предметних знань і породжують *семантичний* компонент предметної моделі студента, який є безпосередньо предметними знаннями, структурованими у вигляді окремих висловлювань, що виражають одну закінчену думку, і які розташовані в послідовності їх вивчення. Як правило, семантична модель подається у вигляді так званого семантичного конспекту. Семантичний конспект – це повний набір лаконічно поданих думок предметної галузі. Виданий окремо, він є дуже тонкою брошурою, тому що в ній немає викладень, доведень і пояснень. Проте, вона містить усі положення курсу, що вивчається. Дидактичну сутність семантичного конспекту передає його інша назва – опорний конспект, оскільки він містить думки, на які необхідно спиратися при вивченні предмета [188, 189].

Усі висловлювання семантичного конспекту пронумеровані. Кожне висловлювання має номер, що складається з двох частин, розділених крапкою. Перша частина – це номер розділу, до якого належить дане висловлювання, друга частина – його номер в даному розділі. Крім того, деякі номери стоять також після висловлювань. Це номери інших висловлювань, від яких воно залежить, якими воно визначається, з яких виходить. Зв'язки між висловлюваннями можуть бути дуже простими, наприклад, посилання на терміни, які вживаються в даному вислові, і складнішими, більш глибокими, наприклад, зв'язок причини і наслідків. Ці зв'язки, по суті справи, задають структуру предметних знань, визначають розвиток навчального предмета, формальну логічну схему міркувань, і студенти повинні самостійно наповнити її конкретним змістом.

Наведемо фрагмент семантичного конспекту.

СК.20. Скалярний добуток векторів

СК.20.1. Скалярний добуток двох векторів – це число, що дорівнює сумі добутків однойменних координат векторів.

СК.20.2. Скалярний добуток векторів $\overline{a}$ *і* $\overline{b}$ *позначається* $\overline{a} \cdot \overline{b}$. *(СК.20.1)*

СК.20.3. Скалярний добуток векторів $\overline{a}$ *і* $\overline{b}$, *координати яких дорівнюють* $\overline{a} = (a_x; a_y; a_z)$ *і* $\overline{b} = (b_x; b_y; b_z)$, *обчислюється за формулою:* $\overline{a} \cdot \overline{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z$. *(СК.20.1, СК.20.2, СК.20.8)*

СК.20.4. Геометрична властивість скалярного добутку двох векторів: скалярний добуток двох векторів дорівнює добутку модулів цих векторів на косинус кута між векторами. (СК.20.1)

СК.20.5. Геометрична властивість скалярного добутку векторів $\overline{a}$ *і* $\overline{b}$, *кут між якими дорівнює* φ, *у символьному вигляді:*

$$\overline{a} \cdot \overline{b} = |\overline{a}| \cdot |\overline{b}| \cdot \cos\varphi,$$

де $|\overline{a}|$ *і* $|\overline{b}|$ *– модулі векторів. (СК.20.4)*

СК.20.6. Ознака перпендикулярності двох векторів: для того, щоб два вектори $\overline{a}$ *і* $\overline{b}$ *були перпендикулярними, необхідно і достатньо, щоб скалярний добуток цих векторів дорівнював нулю. (СК.20.1)*

СК.20.7. Ознака перпендикулярності векторів $\overline{a}$ *і* $\overline{b}$ *у символьному вигляді:* $\overline{a} \perp \overline{b} \Leftrightarrow \overline{a} \cdot \overline{b} = 0$. *(4.6)*

СК.20.8. Ознака перпендикулярності векторів $\overline{a}$ *і* $\overline{b}$, *координати яких дорівнюють* $\overline{a} = (a_x; a_y; a_z)$ *і* $\overline{b} = (b_x; b_y; b_z)$, *у символьному вигляді:*

$$\overline{a} \perp \overline{b} \Leftrightarrow a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z = 0.$$ *(СК.20.6)*

Г. О. Атановим [20] було визначено, що модель навчальної предметної галузі складається з чотирьох компонентів предметних знань, а саме: тематичного (ТК), функціонального(ФК), процедурного (ПК) і семантичного (СК).

Спосіб дій реалізовується в практичній діяльності через дії. Знання ж виступають як засоби, за допомогою яких освоюються дії. Механізмом освоєння дій є оперування знаннями (як декларативними, так і процедурними), що проявляється в поведінці людини. Таким чином, предметна модель студента включає в себе дії, які мають бути освоєні в перебігу навчання. Ці дії входять до складу змісту навчання. Перелік цих дій отримав назву *операційного* компонента (ОК) предметної моделі студента.

Операційний компонент предметної моделі студента являє собою ієрархічну багаторівневу систему предметних дії, в якій для кожної дії визначено знання, необхідні для її освоєння. Ці знання вказуються в дужках наприкінці кожної дії у вигляді номерів висловлювань семантичного конспекту. Так як дії освоюються шляхом розв'язання задач, то операційний компонент предметної моделі студента дає змогу визначити характер задач, які треба розв'язати студенту, щоб засвоїти певний розділ дисципліни.

Наведемо фрагмент операційного компонента предметної моделі студента з лінійної алгебри:

ОК.1. ***Використовувати властивості***

ОК.1.1. Використовувати властивість елементів матриці для знаходження їх місця в матриці.

ОК.1.2. Використовувати властивість діагональних елементів квадратної матриці для їх знаходження.

ОК.1.3. Використовувати властивість елементів транспонованої матриці для їх знаходження.

ОК.1.4. Використовувати властивості операції транспонування матриці для обчислення матричних виразів. Використовувати властивості операції множення матриці на число для обчислення матричних виразів. Використовувати властивості операції додавання матриць для обчислення матричних виразів.

ОК.1.5. Використовувати властивості операції множення матриці на матрицю для обчислення матричних виразів.

Тобто, насправді, предметна модель студента складається з *тематичного, семантичного, процедурного, операційного і функціонального компонентів* (рис. 2.16).

Підхід, запропонований Г. О. Атановим [20], дозволив перетворити поняття "предметна модель студента" у загально дидактичну категорію. Це дало змогу здійснювати моделювання студента не тільки в предметній галузі комп'ютерних дисциплін, а й в інших навчальних предметах.

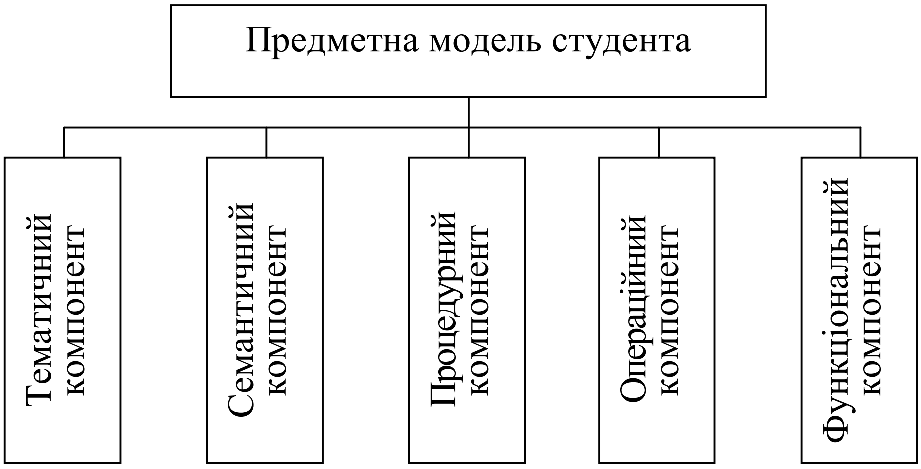


Рис. 2.16. Схема предметної моделі студента

За допомогою предметної моделі студента у навчанні може виконуватися проектування цілей та змісту навчання, технології навчання, організація навчальної діяльності на аудиторних заняттях, організація самостійної роботи студентів, розробка навчально-методичних посібників, розробка електронних підручників, дистанційних курсів, навчального програмного забезпечення.

Так О. М. Пєчкурова [330] використала запропоновану Г. О. Атановим п'ятикомпонентну модель навчальної предметної галузі для розробки електронного навчального посібника з курсу "Вступ до Internet", що може слугувати основою для побудови електронних підручників, у яких знання задаються за допомогою п'ятикомпонентної предметної моделі.

Г. О. Шикарева [454] запропонувала використовувати п'ятикомпонентну модель навчальної предметної галузі з курсу "Українська мова та методика її викладання" для проектування і організації навчальної роботи на практичних заняттях у педагогічному вищому навчальному закладі.

У дисертаційній роботі М. Г. Коляди [242] застосовано п’ятикомпонентну модель студента з інформатики до формування інформаційної культури економіста в процесі професійної підготовки на засадах діяльнісного підходу. Для загальноосвітньої дисципліни “Інформатика та комп’ютерна техніка” і для спеціального курсу “Інформаційне забезпечення аналізу даних і прогнозування в економіці” М. Г. Колядою розроблено тематичну предметну модель у вигляді навчальних програм; семантичну предметну модель у вигляді опорних конспектів; процедурну предметну модель у вигляді алгоритмів, інструкцій, методик і стратегій роботи з базовими навчальними поняттями; функціональну й операційну предметну моделі у вигляді вимог до їх знань, умінь та навичок майбутніх економістів.

У дисертації Н. І. Стовби [409] використано п’ятикомпонентну модель студента з вікової психології для проектування навчальної діяльності майбутніх педагогів і організації самостійної роботи. В роботі з’ясовано, що проблема проектування навчальної діяльності є однією з найважливіших і найскладніших, описано модель навчальної предметної галузі курсу вікової психології. Зауважено, що її складовими є тематичний компонент, що вказує яку функцію виконують предметні знання у навчанні; операційний компонент, що визначає вміння студентів з дисципліни; семантичний компонент, що виокремлює семантичний зміст [408]; процедурний компонент, що передає порядок дій у процесі виконання навчальних завдань.

За допомогою моделювання студента виконується проектування не тільки змісту навчання, а й контролю навчальної діяльності.

Контроль у навчальному процесі є необхідним елементом, і йому приділяється велика увага, він є елементом і навчальної діяльності, тобто діяльності студентів, і діяльності викладача. Основними формами контролю досі залишаються екзамени, заліки, контрольні роботи тощо.

З погляду моделювання студента контроль навчальної діяльності здійснюється шляхом поточного моделювання. Ціль такого моделювання, як вказувалося раніше, полягає у встановленні того, який студент є на поточний момент. Але для того, щоб контроль був ефективним, його результати повинні дозволяти інтерпретацію, на основі його результатів необхідно робити певні висновки. Тому спочатку необхідно сформулювати, що ми хочемо контролювати. Іншими словами, спочатку необхідно побудувати бажаний образ студента, а потім вже визначати, наскільки реальний той, кого навчають, цьому образу відповідає. Якщо вжити раніше прийняту нами термінологію, то необхідно сказати, що в процесі контролю поточний стан студента ставиться у відповідність до його нормативної моделі, і як результат виникає його поточна модель. Контроль звичайно проводиться при вивченні окремих курсів, тому в цьому випадку під нормативною моделлю необхідно розуміти предметну модель.

На екзаменах і заліках фактична предметна модель студента має дуже простий вид – це питання і задачі екзаменаційних білетів. Екзамени і заліки передбачають перевірку по всьому курсу, і в цьому сенсі контроль є інтегральним. Таким чином, на екзаменах і заліках проводиться оцінювання. Екзаменаційні питання формулюються за тематичним принципом, і основою тут є тематичний компонент предметної моделі студента.

Якщо контроль передбачає розв'язання задач, то це означає, що контролю підлягають уміння і що фактична предметна модель повинна будуватися на основі процедурного і операційного компонентів предметної моделі студента..

Одна задача або набір задач у контрольній роботі, звичайно ж, не охоплюють усіх умінь за курсом, так що при цьому треба говорити про *локальну* фактичну предметну модель. Однак у відповідність кожній задачі можна поставити цілий набір, або *спектр*, умінь, оволодіння якими необхідне для її розв'язання.

Поточні моделі студента розділяються на два класи: *фіксуючі* і *імітаційні,* як зазначає П. Л. Брусіловський [46]. Перші являють собою певний набір величин, що характеризують стан знань і умінь студента, другі відтворюють його уявлення про предметну галузь і механізми розв'язання задач.

Найпростішою фіксуючою є модель, коли внаслідок моделювання студента дається яка-небудь інтегральна оцінка. Типовими прикладами цього є вже згадані заліки і екзамени, на яких перевіряється міра відповідності до нормативної моделі стану студента, і як результат з курсу виставляється оцінка. У разі заліку це робиться по двобальної шкалою (зараховано/не зараховано). На екзамені шкала більш широка, але в будь-якому випадку результатом є одне значення оцінки.

Описану модель називають *скалярною* відповідно до того, що скаляр задається одним числом. У загальному випадку, скалярні моделі отримують методом тестування, тому що задачею тестування, як було зазначено вище, є встановлення саме інтегральної оцінки знань або умінь. Так проводяться вхідний і вихідний, або підсумковий, контролі, коли деталі не мають значення, а важливо знати лише загальну ситуацію.

Для цілей діагностики такий підхід неприйнятний, бо там важливі саме деталі. Діагностика проводиться з метою управління навчальним процесом, його корекції, а для цього необхідно виявляти помилки, недоліки, які допускаються в процесі навчальної діяльності. Тому при вивченні курсу діагностика повинна проводитися багато разів, і зрозуміло, що її результатом буде поточна, або динамічна модель студента. При діагностиці контролю підлягає велика кількість елементів, які складають фактичну предметну модель, як правило – локальну, тому що контролюється тільки частина курсу.

Для побудови моделі, яка служить цілям діагностики, використовується вже не скаляр, не одне число, а цілий набір чисел, тобто вектор, і, отже, нормативна модель у цьому випадку є *векторною*. Побудова поточної моделі для цілей діагностики означає, що кожному елементу знань і дії, що відображені у предметній моделі студента, ставиться у відповідність показник, що приймає значення "знає/не знає" або "уміє/не уміє" (значення однієї з компонент згаданого вище вектора). Стан знань і дій, що засвоєні студентом, визначається повним набором значень компонент вектора, яке дорівнює сумарній кількості елементів знань, що вивчаються, і дій, що освоюються. Побудований таким чином вектор і є поточна модель студента.

У загальному випадку значеннями компонент вектора поточної моделі можуть бути різні числа (наприклад, в діапазоні від 0 до 1), що характеризують міру засвоєння тим, кого навчають, даного елемента знань або освоєння певного вміння.

З математичних дисциплін п'ятикомпонентна предметна модель студента була розроблена нами з курсу "Вища математика".

Вона застосована для проектування й організації навчання студентів інженерних спеціальностей і описана у роботах [154-158].

Таким чином, загальний огляд основних досліджень з моделювання студента виявляє наявність різноманітних поглядів на проблему і в той же час дає можливість їх систематизувати. В результаті ми дійшли висновку, що ***модель студента складається з таких знань:***

- *про його поведінку в процесі навчання;*
- *його кінцевий стан з окремих навчальних предметів;*
- *його кінцевий стан як фахівця взагалі;*
- *про те, яким ми можемо його побачити;*
- *про те, як він помиляється і, головне, може помилятися;*
- *про особисті якості майбутніх фахівців;*
- *про професійні якості і вміння майбутніх фахівців;*
- *про знання і вміння з різних навчальних предметів;*
- *про характеристики фізичного і психічного стану фахівців.*

Результати систематизації підходів до моделювання студента зображено на рис. 2.17.

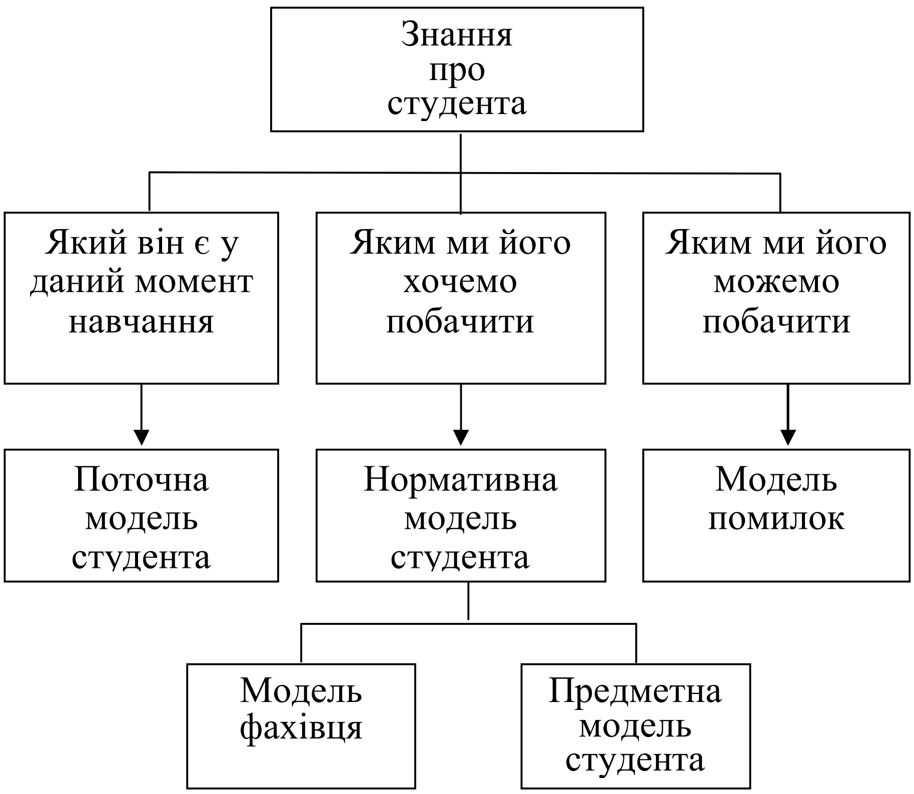


Рисунок 2.17. Систематизація моделей студента

В нашому дослідженні під поняттям ***“нормативна модель фахівця” (НМФ)*** будемо розуміти знання про вимоги до кінцевого стану студента після завершення повного циклу навчання.

Під ***предметною моделлю студента (ПМС)*** ВТНЗ із вищої математики будемо розуміти частину ***НМФ***, що визначає вимоги до знань і вмінь студента технічного напряму підготовки з математичних дисциплін.

Будемо використовувати для проектування й організації навчання вищої математики п’ятикомпонентну ***ПМС,*** що складається з тематичного компонента (ТК), семантичного компонента (СК), процедурного компонента (ПК), операційного компонента (ОК) і функціонального компонента (ФК). Тобто в нашому дослідженні ПМС буде мати таку структуру:

ПМС=ТК + ПК + ФК + СК+ОК.

Кожен із компонентів ПМС залежить від предметної галузі (ПО), напряму підготовки (НП), рівня підготовки (РП). Будемо вважати, що ПМС є функцією трьох змінних:

ПМС=F(ПО, НП, РП).

За допомогою предметної моделі студента на засадах діяльнісного підходу розв’язуються такі завдання у навчанні:

– проектування цілей та змісту навчання;
– проектування технології навчання;
– організація навчальної діяльності на аудиторних заняттях;
– організація самостійної роботи студентів;
– проектування і організація контролю;
– розробка системи навчальних задач;
– розробка навчально-методичних посібників;
– розробка електронних підручників;
– розробка дистанційних курсів;
– розробка навчального програмного забезпечення.

Таким чином, предметна модель студента є, без сумніву, потужним інструментом, який використовується у різних дисциплінах для проектування і організації навчання. Пя’тикомпонентна предметна модель студента (за Г. О. Атановим [19-20]), дає можливість організації і проектування навчання на засадах діяльнісного підходу.

Нами накопичено численні наробки використання предметної моделі студента з вищої математики для проектування і організації навчання математики студентів технічних напрямів підготовки, тому ми вважаємо доцільним використання її при розробці методичної системи такого навчання.

2.6. Діяльнісна концепція навчання математики студентів вищих технічних закладів освіти

Концепція є діяльнісною завдяки виділенню серед складових елементів навчання в першу чергу тих, що відображають структурні компоненти діяльності як викладача, так і студента.

Розроблення теорії і методики проектування й організації діяльнісного навчання математики студентів ВТНЗ відбувається на підставі таких *концептуальних положень*:

1. Пріоритетним напрямом модернізації системи інженерної освіти, зокрема фундаментальної підготовки студентів вищих технічних навчальних закладів, є впровадження діяльнісного підходу у навчання математики, який базується на принципах первинності діяльності, діяльнісного цілепокладання, діяльнісного визначення й засвоєння змісту навчання, професійної спрямованості, науковості, наступності, системності.

2. Діяльнісне навчання математики у ВТНЗ – це передача і засвоєння досвіду суспільно-історичної практики у предметній галузі математичних дисциплін, яке є частиною фундаментальної підготовки у системі інженерної освіти. Кінцевою метою навчання математики у ВТНЗ є освоєння способів дій, що забезпечують здійснення майбутньої професійної діяльності. Цілі навчання математичних дисциплін для кожного конкретного напряму підготовки визначаються на основі державних стандартів *у вигляді дій*, уміння виконувати які мають бути сформовані у навчальній діяльності.

3. Зміст діяльнісного навчання математики має бути представлено системою математичних предметних дій, що задається характером майбутньої професійної діяльності, і знаннями, які забезпечують виконання й освоєння цих дій.

4. Діяльнісне навчання математики у ВТНЗ розглядається як сукупність двох взаємопов'язаних, але самостійних діяльностей, – діяльності викладача математики і діяльності студента, що полягає у засвоєнні змісту математичних дисциплін.

5. Діяльнісний механізм засвоєння змісту навчання математики полягає в тому, що знання засвоюються студентом завдяки його власній активній діяльності, яка організується й управляється викладачем. Ця діяльність є навчальною діяльністю, вона спрямована на освоєння математичних предметних дій і засвоєння знань. Ця діяльність має бути побудована таким чином, щоб студент мав можливість, спираючись на навчально-методичні матеріали, орієнтири, схеми орієнтовної основи діяльності, виконувати всі дії правильно, контролювати їх. При цьому процесом освоєння математичних предметних дій необхідно управляти як поетапним процесом, етапи якого полягають у її послідовному освоєнні дій на рівнях: уміння, операції і навички.

6. Навчальна діяльність є системоутворювальним чинником діяльнісного навчання математики у ВТНЗ, тому що саме в ній формуються способи дій за фахом і засвоюється зміст навчання. Тому діяльність викладача полягає у проектуванні і організації навчальної діяльності, а також управлінні нею.

7. Проектування навчальної діяльності полягає у проектуванні її цілей, змісту і діяльнісна орієнтованої технології навчання, яка потребує визначення діяльнісних методів, організаційних форм і спеціальних засобів навчання. Діяльнісно орієнтована технологія навчання задовольняє потреби загальноінженерних і спеціальних дисциплін у математичному інструментарії та вимагає належного методичного супроводу, що позитивно впливає на формування професійної компетентності майбутніх фахівців.

8. Для розробки методичного супроводу важливим є застосування спеціального засобу проектування і організації діяльнісного навчання математики студентів ВТНЗ у вигляді п'ятикомпонентної предметної моделі студента технічного університету з вищої математики, що складається з тематичного, семантичного, функціонального, операційного і процедурного компонентів. Усі компоненти цієї моделі, а особливо її семантич-

ний компонент, який подається у вигляді семантичного конспекту, використовуються з метою проектування й організації навчальної діяльності з математики.

9. Організація навчальної діяльності – це процес реалізації створеного проекту діяльності студента. Вона у діяльнісному навчанні математики студентів ВТНЗ набуває особливої значущості. При цьому важливим механізмом організації навчальної діяльності є розв'язання задач, спрямованих на послідовне освоєння математичних предметних дій.

10. Управління навчальною діяльністю має здійснюватися через систему контролю, в якій закладено проектування, організація контролю, аналіз його результатів і корекція навчальної діяльності. У діяльнісному навчанні математики підлягає контролю освоєння математичних предметних дій і засвоєння необхідних для цього знань.

11. Навчальна діяльність з математичних дисциплін при діяльнісному навчанні крім традиційних видів діяльності має включати в себе:

– діяльність з розв'язання задач за допомогою процедури орієнтування, використовуючи такі методичні посібники, в яких кожного конкретного типу задач формується *повна* орієнтовна основа діяльності;

– діяльність з розв'язання системи тестових завдань закритого типу, спрямованої на освоєння теоретичних і практичних математичних предметних дій. При цьому освоєння кожної дії має проходити послідовні етапи (вступно-мотиваційний, матеріальної форми, голосно-мовної форми, мовної форми про себе, автоматизованої форми дії), а дія може бути освоєна на трьох рівнях: уміння, операції і навички;

– діяльність з розв'язання завдань професійної спрямованості та діяльність з математичного моделювання у фаховій галузі, які дозволять студентам освоїти способи дій майбутньої професійної діяльності;

– діяльність із структурування математичних предметних знань на рівні понять і встановлення ієрархії математичних понять, яка дозволяє встановити властивості предметних знань, глибше зрозуміти структуру предметних знань;

– діяльність розв’язання системи тестових завдань на відповідність, спрямовану на формування понять, яка дозволяє встановити більш глибокі зв’язки між математичними поняттями і об’єктами.

12. Для забезпечення упровадження діяльнісного підходу у навчання математики студентів ВТНЗ необхідним є введення у діяльність викладача:

– діяльності з розробки системи задач на основі спектрального аналізу діяльності з їх розв’язання, який полягає у визначенні для кожної задачі спектру знань і дій, за допомогою яких ця задача має бути розв’язана, а сукупні спектри знань і дій задач системи мають включати всі предметні дії і знання, що складають зміст навчання;

– діяльності з розробки схем орієнтування при розв’язанні задач з використанням компонентів предметної моделі студента для виділення декларативних і процедурних опорних знань, а також математичних предметних дій, необхідних для розв’язання задачі;

– діяльності з розробки систем тестових завдань, спрямованих на освоєння математичних предметних дій, формування математичних понять, на базі предметної моделі студента;

– комп’ютерно орієнтованої системи “Автоматизоване робоче місце викладача математики у ВТНЗ”, яка дозволить здійснювати проектування й організацію навчальної діяльності на лекціях, на практичних заняттях, підчас самостійної роботи студентів, а також контролю результатів навчальної діяльності.

На рис 2.18. зображено концептуальну модель діяльнісного навчання математики студентів ВТНЗ, яка є розвитком схеми навчання на засадах діяльнісного підходу, що була наведена у п.1.1.1.

Під концептуальною моделлю навчання ми розуміємо структурну схему навчання, що створює уявлення про систему його складових у їх взаємозв’язку.

У освоєнні способів дій майбутньої професійної діяльності підчас навчання вищої математики функціональна структура навчальної діяльності майбутніх інженерів містить такі частини:

– змістовну,
– мотиваційну,
– орієнтувальну,
– виконавчу,
– контрольну.

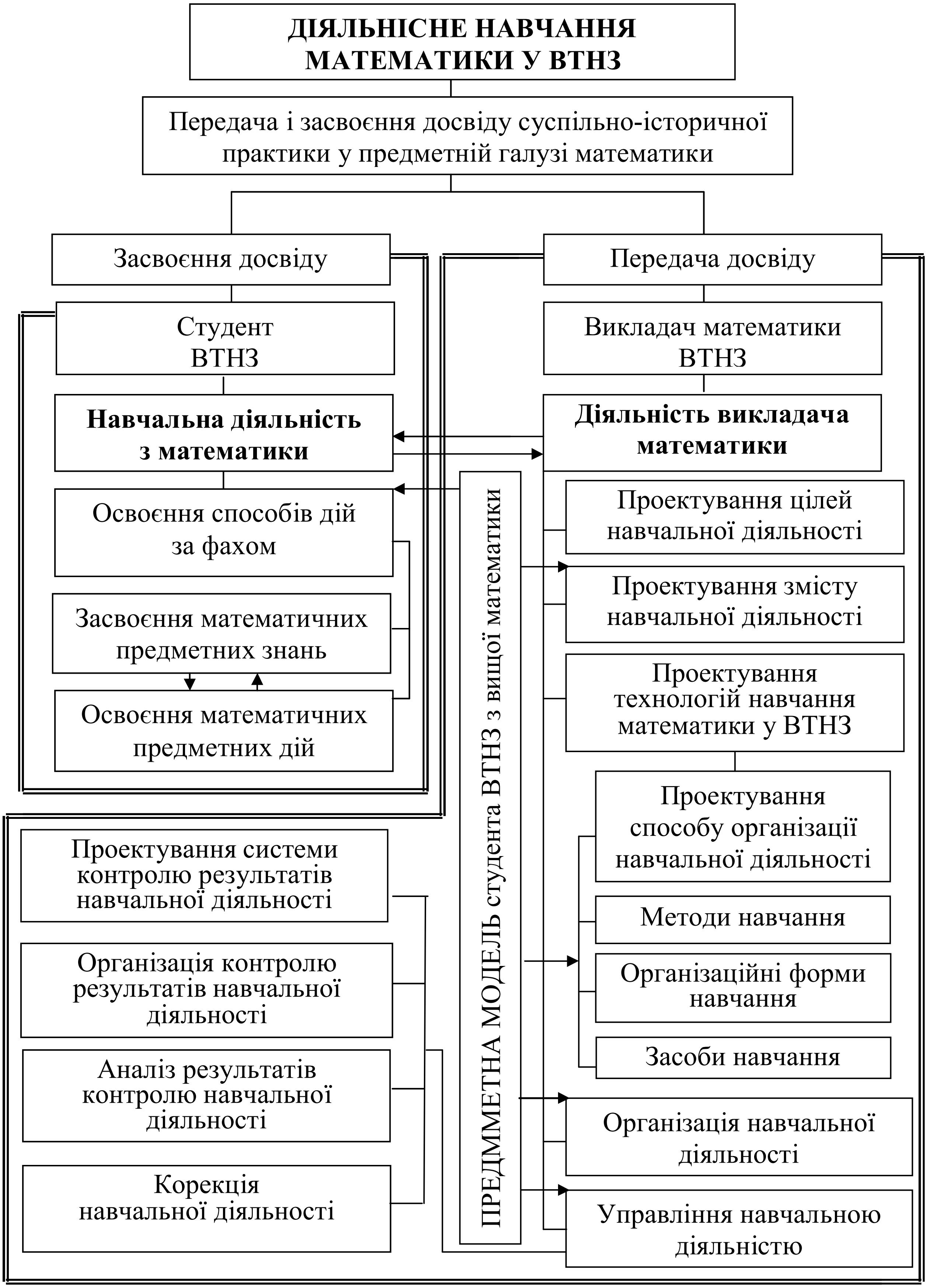


Рис. 2.18. Концептуальна модель діяльнісного навчання математики студентів ВТНЗ

У всіх частинах навчальної діяльності використовуються і засвоюються математичні предметні знання через створений нами на базі предметної моделі студента комплекс навчально-методичних матеріалів.

. Цей комплекс складається з таких матеріалів:

– навчальної програми з вищої математики для студентів технічних напрямів підготовки, розробленої на засадах діяльнісного підходу;
– предметної моделі студента ВТНЗ з вищої математики;
– методичного посібника "Індивідуальні домашні завдання з вищої математики";
– методичного посібника для самостійної роботи студентів "Тестові завдання з вищої математики";
– методичного посібника "Вхідний і вихідний контроль у ВТНЗ";
– навчальних посібників з окремих тем, розроблених за діяльнісною технологією "Вчимося працюючи";
– навчального посібника "Система підготовки до модульних контролів з вищої математики у ВТНЗ: діяльнісний тренажер для студента";
– дистанційного курсу "Вища математика на засадах діяльнісного підходу";
– комп'ютерно орієнтованої системи "Автоматизоване робоче місце викладача математики у ВТНЗ".

Запропонована концепція діяльнісного навчання вищої математики студентів ВТНЗ та концептуальна модель навчання дають можливість перебудувати процес навчання вищої математики майбутніми інженерами відповідно до потреб нашого суспільства у конкурентоспроможних на внутрішньому та світовому ринках праці інженерних кадрах.

РОЗДІЛ 3

МЕТОДИЧНА СИСТЕМА НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТІВ ВТНЗ НАЗАСАДАХ ДІЯЛЬНІСНОГО ПІДХОДУ

3.1. Методика проектування методичної системи навчання математики на засадах діяльнісного підходу

У науковій літературі педагогічне проектування розглядається на двох рівнях: як одна з функцій педагогічної діяльності (перспективне планування завдань і способів їх вирішення) та як окремий вид діяльності, що має свою власну структуру: діагностування об'єкта проектування, концептуальне моделювання, система керування проектом, етапи реалізації проекту, критерії оцінки успішності виконання проекту.

Згідно з Великим тлумачним словником [57, с. 759], проектування – це "процес створення прототипу, передбачуваного або можливого об'єкту, стану".

В Енциклопедії освіти [192, с. 717] проектування характеризують як творчу, інноваційну діяльність, оскільки вона завжди спрямована на створення об'єктивно і суб'єктивно нового продукту. Проектування – категорія перетворювальної діяльності, яка конструюється педагогом.

Т. К. Смиковська [396, с. 6] виділяє педагогічне проектування як прикладний науковий напрям педагогіки та організованої практичної діяльності, спрямований на розв'язання задач розвитку, перетворення, нівелювання суперечностей, функціонування систем, модернізації педагогічних процесів в конкретних умовах.

Проблемам проектування педагогічних систем і педагогічних об'єктів присвячені праці Ю. К. Бабанського [24], В. М. Монахова [298], Т. К. Смиковської [395], (навчальний процес), Д. Ю. Трушникова [425], В. Г. Моторіної [302], В. А. Ракова [352] (методична система навчання, професійне становлення вчителя) тощо.

Система у найширшому сенсі – це множина елементів, що знаходяться в стосунках і зв'язках один з одним, які утворюють певну цілісність, єдність, зазначає З. О. Решетова [433]. У будь-якій системі можна виділити окремі частини, що виконують деякі функції і взаємодіють один з одним. Розрізняють властивості систем, пов'язані з їх цілями і функціями і властивості, пов’язані із структурою систем. До властивостей, пов’язаних з цілями і функціями систем відносять:

– синергічність – максимальний ефект діяльності системи досягається тільки у разі максимальної ефективності спільного функціонування її елементів для досягнення спільної мети;
– емерджентність – поява у системі властивостей, не властивих елементам системи; принципова нетотожність властивості системи до суми властивостей складових її компонентів (неадитивність);
– цілеспрямованість – наявність у системи мети (цілей) і пріоритет цілей системи перед цілями її елементів;
– організація або самоорганізація (альтернативність шляхів функціонування і розвитку).

До властивостей систем, пов’язаних з їх структурою відносять:

– структурованість – можлива декомпозиція системи на компоненти, встановлення зв’язків між ними.
– ієрархічність – кожен компонент системи може розглядатися як система; сама система також може розглядатися як елемент деякої системи (суперсистеми).

У широкому розумінні педагогічна система, як зазначається в енциклопедії освіти [192, с.649] – це об’єднання учасників педагогічного процесу, в якому висувається педагогічна мета і розв’язуються педагогічні завдання, а діяльність самих учасників педагогічного процесу є джерелом педагогічної мети і засобом її досягнення одночасно.

Ми приймаємо точку зору Н. В. Кузьміної [260, с. 10], яка розуміє під педагогічною системою “множину взаємопов’язаних структурних і функціональних компонентів, за допомогою яких досягаються цілі навчання й виховання підростаючого покоління і дорослих”.

За Н. В. Кузьміною [293] педагогічну систему утворюють структурні та функціональні компоненти. Структурні компоненти – це основні базові характеристики педагогічних систем, до яких відноситься мета, навчальна і наукова інформація, засоби педагогічної комунікації, викладачі та студенти. Деякі дослідники як самостійні компоненти додають "умови" та "результат".

Функціональні компоненти – це стійкі базові зв'язки структурних компонентів. До них належать гностичний, проектувальний, конструктивний, комунікативний, організаторський компоненти. Саме функціональні компоненти, на думку Н. В. Кузьміної [293, с. 15], зумовлюють рух, розвиток, самовдосконалення педагогічних систем, їх стійкість, життєздатність.

Поняття методичної системи навчання математики було введене О. М. Пишкало [404]. Ця система має такі компоненти: цілі, зміст, методи, засоби і форми навчання математики. У такій системі мета навчання як її вихідний компонент полягає в тому, щоб його учасники уявляли собі кінцевий результат своєї взаємодії. Зміст навчання – це частина досвіду поколінь, який передається учням для досягнення поставленої мети; методи навчання – це дії вчителя й учнів, за допомогою яких засвоюється зміст. Засоби навчання – це матеріалізовані предметні способи "роботи" зі змістом. Форми навчання надають йому завершеність, закінченість.

Ми у нашому дослідженні під методичною системою будемо розуміти сукупність взаємопов'язаних компонентів: цілей, змісту, організаційних форм, методів і засобів, які необхідні для досягнення запланованих результатів навчання.

Основні функції методичної системи навчання: гносеологічна, гуманістична, проектувальна, нормативна і рефлексивна.

М. М. Ковтонюк [238] виділяє основні функції *проектування методичної системи:*

- проектувальна (забезпечення кінцевого результату проектувальної діяльності щодо створення методичної системи);
- моделювальна (надання можливості на рівні проекту "програти" в особливості майбутнього об'єкта в усьому його розмаїтті);
- оптимізаційна (вдосконалення проекту);
- моніторингова (забезпечення відслідковування ходу і результатів формування, розвитку і функціонування методичної системи на різних рівнях);

– дослідницька (надання інформації та інструменталізація проектувальної діяльності);

– мотиваційна (усвідомлення проектувальником результатів своєї праці, а гарантованого успіху);

– систематизаційна (наведення до порядку переважної більшості компонентів системи);

– нормувальна (формування норм, які поки що іншим чином не вдається отримати).

Таким чином, під проектуванням методичної системи будемо розуміти розробку її дидактичного опису, реалізація якого передбачається у рамках навчального процесу. Діяльність викладача з проектування методичної системи включає такі дії:

– визначення діагностичних цілей і завдань навчання;

– обґрунтування змісту навчання в контексті майбутньої професійної діяльності фахівця, підготовка якого ведеться у ВНЗ;

– виявлення структури змісту навчального матеріалу, його інформаційної місткості, і системи смислових зв’язків між його елементами;

– визначення необхідних рівнів засвоєння матеріалу, що вивчається, і початкових рівнів підготовленості студентів;

– пошук спеціальних методичних процедур засвоєння навчального матеріалу, вибір організаційних форм, методів, засобів індивідуальної і колективної навчальної діяльності;

– виявлення логіки організації педагогічної взаємодії із студентами на рівні суб’єкт-суб’єктних стосунків з метою перенесення освоюваного досвіду на нові сфери діяльності;

– вибір процедур контролю і вимірювання якості засвоєння програми навчання, а також способів індивідуальної корекції навчальної діяльності.

Для викладача ВТНЗ найактуальнішою є задача проектування технологій навчання, за допомогою яких засвоюється його зміст.

Технологія навчання (як і технологія розвитку, виховання та ін.) є складовою частиною освітньої технології, в якій основне навантаження з реалізації функції навчання виконують засоби і методи навчання. Якщо педагогічна технологія відноситься до усього процесу освіти в цілому, то технологія навчання – до процесу навчання окремої дисципліні.

У документах ЮНЕСКО педагогічна технологія визначається як системний метод створення, застосування і визначення усього процесу навчання з урахуванням технічних і людських ресурсів і їх взаємодії, що ставить своїм завданням оптимізацію форм освіти.

У педагогічній літературі існує три основні підходи до визначення поняття "технологія навчання" або "педагогічна технологія", а саме:

- технологія визначається як дидактична концепція, частина педагогічної науки (П. І. Підкасистий [332], М. А. Чошанов [446] та ін.);
- як педагогічна система (В. П. Беспалько [38], В. В. Гузеєв [94] та ін.);
- як процедура діяльності учня та учителя (В. М. Монахов [298], В. О. Сластьонін [392]).

Наведемо деякі з визначень поняття "технологія навчання" або "педагогічна технологія".

"Педагогічна технологія – це проект певної педагогічної системи, який реалізується на практиці" (В. П. Беспалько [38, с. 37]).

"Педагогічна технологія – це продумана у всіх деталях модель сумісної педагогічної діяльності з проектування, організації і проведення навчального процесу з безумовним забезпеченням комфортних умов для учнів і вчителя" (В. М. Монахов [298, с. 54]).

"Педагогічна технологія – це комплекс, що складається з: уявлення результатів навчання, що плануються, засобів діагностики поточного стану тих, хто навчається, набору моделей навчання, критеріїв вибору оптимальної моделі для даних конкретних умов" (В. В. Гузеєв [94, с. 35]).

Усі означення побудовані за принципом переліку ознак, які, на думку авторів, є визначальними. Але всі ці ознаки є вторинними в навчанні, і наведені означення не передають методологічної сутності. З погляду діяльнісного підходу до навчання технологія навчання є вторинною по відношенню до навчальної діяльності, яка є системоутворювальним чинником навчання і тому первинна. І зрозуміло, що для того щоб побудувати науково обґрунтовану технологію навчання, треба глибоко розумітися у навчальній діяльності, саме її властивості і визначають вимоги до технології навчання та її ознаки.

Найбільш близьким діяльнісному підходу є визначення технології навчання як процедури діяльності. На нашу думку, найбільш методологічно обґрунтованим є таке означення: "*Технологія навчання є спосіб організації навчальної діяльності"* [19, с. 35]. Під способом організації будемо розуміти методи, організаційні форми засоби організації навчання.

Існує також поняття професійно орієнтованої технології навчання, під яким мають на увазі технологію, що забезпечує формування у студентів важливих для їх майбутньої професійної діяльності якостей особистості, а також способів дій, що забезпечують виконання функціональних обов'язків за фахом.

Для реалізації теоретико-дидактичних основ проектування і організації навчання математики студентів ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу нами побудована методична система діяльнісного навчання математики.

Діяльнісне навчання математики у ВТНЗ *– це цілісна система передачі та засвоєння досвіду попередніх поколінь в предметній галузі математичних дисциплін, спрямована на освоєння студентами математичних предметних дій і засвоєння математичних знань, необхідних фахівцю у майбутній професійній діяльності, через проектування й організацію навчальної діяльності.*

Говорячи про діяльнісне навчання математики, треба також розкрити вихідні положення, які лежать в його основі і визначають його з усіх боків:

– *метою* діяльнісного навчання математики студентів ВТНЗ є *освоєння ними способів дій*, що забезпечують здійснення майбутньої професійної діяльності;

– *зміст* діяльнісного навчання математики складає *задана характером майбутньої спеціальності система дій і ті знання (математичні та професійно орієнтовані), які забезпечують виконання цих дій*;

– діяльнісне навчання математики являє собою *сукупність двох взаємопов'язаних, але самостійних діяльностей*, – діяльності викладача і навчальної діяльності;

– навчальна діяльність – це діяльність студента з засвоєння суспільно-історичного досвіду у предметній галузі математичних дисциплін, яка повинна *моделювати майбутню професійну діяльність;*

– механізмом здійснення навчальної діяльності є *розв'язування навчальних задач (математичних та професійно орієнтованих);*

– діяльність викладача *полягає в проектуванні* навчальної діяльності, *організації* навчальної діяльності, а також в *управлінні* навчальною діяльністю;

– *системоутворювальним чинником* методичної системи з діяльнісного навчання математики у ВТНЗ є *навчальна діяльність*.

Крім того, необхідно навести прийняті нами в п. 1.2.2 принципи діяльнісного навчання математики у ВТНЗ:

- *первинності діяльності;*
- *діяльнісного цілепокладання;*
- *діяльнісного визначення й засвоєння змісту навчання;*
- *професійної спрямованості;*
- *науковості;*
- *наступності;*
- *системності.*

Слід також відмітити, що принцип предметної діяльності, який є психологічною основою засвоєння змісту, виступає системоутворювальним чинником у системі дидактичних принципів навчання. Всі дидактичні принципи, що не увійшли до обраних нами принципів, наприклад, принципи наочності, систематичності, активності, розвивального навчання, особистісно-орієнтованого навчання є різними боками принципу предметної діяльності.

О. Б. Єпишевою [193] на засадах діяльнісного підходу була спроектована методична система навчання математики в школі, що адаптована для навчання в професійному вищому навчальному закладі. Ця система спроектована за такими ознаками:

1) за компонентами традиційної методичної системи (цілі, зміст, методи, засоби і форми навчання) і за традиційними категоріях освітніх цілей (знання, вміння і навички; цілі розвитку і виховання);

2) з позицій технологічного підходу до навчання – в ній представлені в діяльнісній формі цілі і зміст навчання;

3) з позицій діяльнісного підходу до навчання – в методичній системі навчання виділені в явному виді два додаткові ком-

поненти – навчальна діяльність учнів (студентів) і діяльність учителя (викладача).

Ми приймаємо точку зору З. О. Решетової [433], на думку якої до методичної системи діяльнісного навчання крім вже зазначених необхідно ввести ще один компонент – продукти навчальної діяльності, оскільки системоутворювальним чинником цієї системи є саме навчальна діяльність.

Такої ж точки зору дотримується і Н. В. Морзе [298], яка пропонує до структурних компонентів методичної системи включити результати навчання.

Наочно методична система діяльнісного навчання може бути зображена у вигляді "колеса" (рис. 3.1), у якому внутрішнім ободом, що поєднує "спиці", є навчальна діяльність, яка, як вже зазначалося є системоутворювальним чинником навчання математики на засадах діяльнісного підходу.

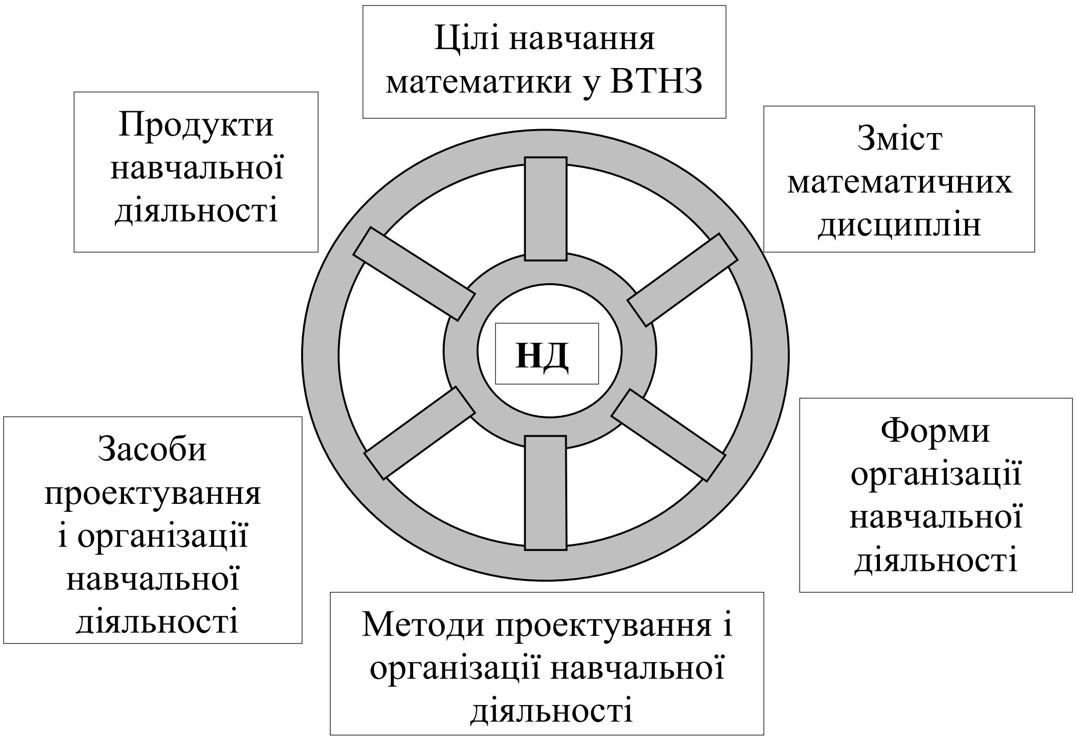


Рис. 3.1. Схема методичної системи діяльнісного навчання математики (НД – навчальна діяльність)

Усі компоненти цієї системи взаємопов'язані через відношення до навчальної діяльності. Тому для організації процесу діяльнісного навчання математики нам необхідно запроектувати усі його структурні елементи і визначити методичні вимоги щодо завдання дидактичних цілей навчальної діяльності, проектування її змісту, визначення методів, прийомів і засобів її здійснення, а також її організаційних форм і продуктів. Аналіз продуктів навчальної діяльності є необхідним для усвідомлення того, які очікувані результати навчання у побудованій методичній системі. Це дозволить спроектувати ефективну систему управління навчальною діяльністю.

Таким чином, будемо розглядати такі структурні компоненти методичної системи з діяльнісного навчання математики студентів ВТНЗ:

- цілі навчання математики у ВТНЗ;
- зміст математичних дисциплін;
- форми організації навчальної діяльності;
- методи проектування і здійснення навчальної діяльності;
- засоби проектування і організації навчальної діяльності;
- продукти (результати навчальної діяльності).

На рис 3.2. зображено модель методичної системи діяльнісного навчання математики у ВТНЗ, яка є орієнтовною основою побудови навчального процесу. Вона розглядається як єдність цільового, змістовного, технологічно-організаційного і оцінного блоків. Модель також відбиває методологічні підходи, що лежать в основі діяльнісного навчання математики майбутнього інженера, педагогічні передумови і принципи такого навчання.

Цільовий блок описує цілі, якими є: соціальне замовлення, що відбивається у зовнішніх цілях навчання математики; внутрішні загальні цілі, в яких соціальне замовлення трансформоване у поняттях і категоріях дидактики; внутрішні конкретні цілі, що вирішуються на кожному навчальному зайнятті.

Змістовний блок відбиває предмет діяльності відповідно до структурних компонентів предметної моделі студента.

Предметна модель студента подається у єдності п'яти компонентів: операційного (опис теоретичних і практичних дій, які мають бути освоєні студентами), тематичного (перелік розділів, тем і підтем, що підлягають вивченню), семантичного (математичні предметні знання, структуровані у дискретному вигляді), функціонального (перелік декларативних предметних знань, згрупованих за функціями, які вони виконують у навчанні) і процедурного (перелік процедурних знань, які студент має засвоїти).

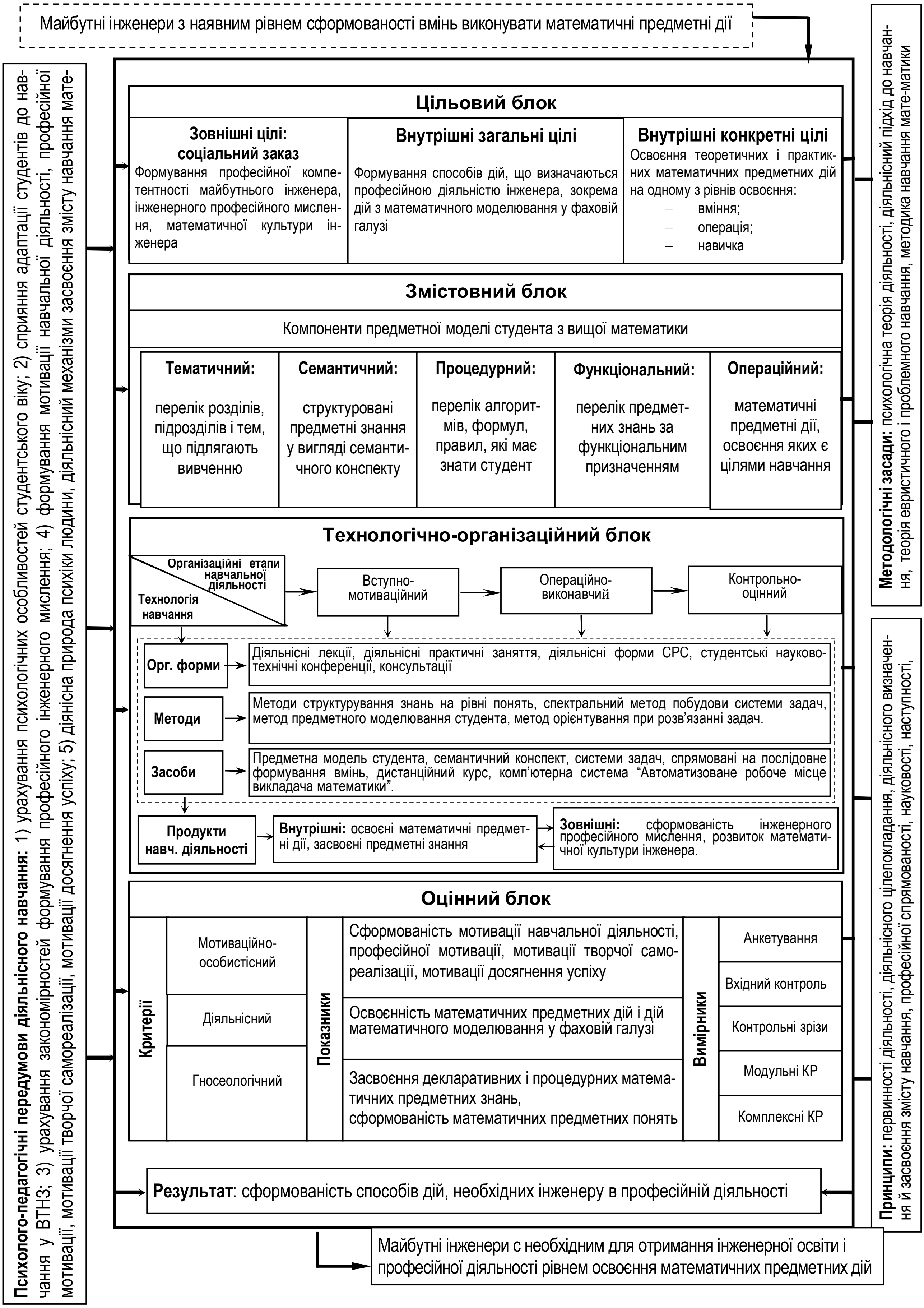


Рис. 3.2. Модель методичної системи діяльнісного навчання математики студентів ВТНЗ

До *технологічно-організаційного* блоку включені організаційні етапи навчальної діяльності (вступно-мотиваційний, операційно-виконавчий, контрольно-оцінний), подана технологія навчання, яка включає в себе найважливіші для нашого дослідження організаційні форми, методи і засоби навчання математики, а також продукти навчальної діяльності.

Оцінний блок визначає критерії, показники і вимірники, за якими можна судити про ефективність функціонування моделі.

3.2. Методичні вимоги до проектування цілей діяльнісного навчання математики у ВТНЗ

Цілі є одним із найважливіших компонентів процесу навчання взагалі і методичної системи навчання математики зокрема. Мета навчання – це досягнення ідеального мисленєво передбаченого кінцевого результату процесу навчання.

Саме від визначення цілей навчання математики залежать всі методичні дії викладача: проектування змісту навчальної дисципліни; розробка окремого навчального заняття (лекції, практичного, лабораторного тощо); підбір спеціальних вправ і завдань; організація самостійної та індивідуальної роботи студентів, встановлення цільових рівнів тестування студентів тощо.

Широку популярність одержала класифікація навчальних цілей, розроблена Б. Блумом [481]. Автор виділяє дві групи цілей: когнітивну й афективну. Когнітивна група, у свою чергу, підрозділяється на дві підгрупи. Одна з них пов’язана із засвоєнням знань і включає такі категорії:

- знання конкретного матеріалу;
- знання галузей застосування знань, тенденцій розвитку, класифікацій і категорій, критеріїв придатності для використання, а також методів роботи;
- знання загальних і абстрактних понять (принципи узагальнення й структури).

Друга підгрупа цілей включає такі категорії:

- розуміння (переклад або розшифрування, інтерпретація й екстраполяція);
- застосування (вміння використовувати абстрактні знання для розв'язання практичних задач);
- аналіз (елементів, відносин і організаційних принципів);
- синтез (самостійне висловлення, складання плану, установлення зв'язків);
- оцінка, або вміння співвідносити із критеріями (як власними, так і заданими).

Перераховані вище категорії утворюють ієрархічну структуру, тобто задають такий розподіл цілей навчання, при якому спочатку освоюються більш прості, а потім більш складні знання та навички; при цьому відбувається перехід від конкретних до абстрактних понять.

Слід відмітити, що за Б. Блумом цілями навчання є засвоєння знань, а це відповідає парадигмі знаннього навчання.

Знання є основними засобами, що зумовлюють виконання діяльності. Тому проектування діяльності передбачає встановлення необхідних для її здійснення знань. При цьому необхідно визначити, які знання забезпечують реалізацію орієнтувальної (загального орієнтування і орієнтування на виконання), виконавчої і контрольно-коректувальної частин навчальної діяльності.

При цьому потрібно розуміти, що оскільки дії на практиці реалізуються за допомогою умінь, то цілями навчальної діяльності є освоєння предметних дій, а не набуття знань. Система цілей повинна включати кінцеву мету навчання по спеціальностях, міжкафедральні і кафедральні цілі. Викладач математичних дисциплін не повинен формулювати цілі навчання математики самостійно. Потрібно розуміти, що математика в технічному університеті виконує службову роль. Вона потрібна не сама по собі, а остільки, оскільки в своїй частині забезпечує підготовку фахівця. Викладачі математичних дисциплін повинні оцінювати міжкафедральні і кінцеві цілі навчання з погляду майбутньої професійної діяльності студентів з тим, щоб визначити задачі свого курсу щодо досягнення цих цілей, які є загальними.

У загальних цілях даються тільки загальні риси дії (діяльності). Прикладами загальних цілей можуть слугувати такі дії: *будувати математичні моделі* (взагалі), *аналізувати залежності величин* (взагалі), *виконувати прогнозування* (будь-яке), *будувати графіки і діаграми* (будь-які). Місія загальних цілей полягає у тому, що на її основі формулюються *конкретні* цілі, і досягнення цих цілей контролюється.

На відміну від загальних цілей конкретні цілі виконують *оперативну* функцію. Викладачі у вигляді стандартів навчання одержують загальні цілі, конкретизують їх, створюючи на їх основі конкретні цілі по своїх предметах. Наприклад, інженер, звичайно, повинен уміти будувати математичні моделі. Але це загальний контекст, можна сказати, що інженер взагалі, тобто інженер як такий, повинен уміти виконувати математичне моделювання взагалі. Зрозуміло, що це стосується і інженера-металурга, і інженера-машинобудівника, і інженера-економіста та ін., тобто інженера будь-якої спеціальності. Але для інженерів окремих спеціальностей ця загальна мета дає цілий спектр конкретних цілей. Наприклад, для інженера-економіста вона може бути конкретизована як "уміння будувати математичні моделі економічних процесів і явищ".

Діапазон навчальних цілей вельми широкий – від формування вмінь здійснювати професійну діяльність загалом до засвоєння конкретних тем або питань навчальної програми. Перші називають *віддаленими*, другі – *найближчими* навчальними цілями, зазначає Г. О. Атанов [19]. Зрозуміло, що досягнення віддалених цілей – процес тривалий і складний. Успіх його багато в чому визначається тим, наскільки правильно сформульовані найближчі цілі, наскільки ефективно організований процес їх досягнення. І тут треба розуміти, що найближчі цілі підпорядковані віддаленим, вони вторинні по відношенню до віддалених цілей, їх не можна сформулювати, не маючи цілей віддалених. Найближчі цілі відіграють роль підцілей для цілей віддалених.

У 1974 році Б. С. Гершунський [81] ввів термін "дерево цілей". Під деревом цілей автор розуміє граф, вершиною якого є загальні дидактичні цілі, ієрархічна деталізація яких для вирішення приватних завдань навчання відбувається на нижчих рівнях. Згідно з цим підходом доцільно класифікувати дидактичні цілі на системні, предметні, модульні і цілі конкретного заняття. Висунені цілі визначають постановку завдань. Якщо цілі – це передбачуваний результат дії, то завдання визначають набір дій для досягнення поставленої мети. Тому мета припускає декілька завдань для її досягнення.

Цілі навчання математичних дисциплін у ВТНЗ задаються характером майбутньої професійної діяльності, тобто цілями більш високого порядку. Необхідність досягнення цих цілей визначає *зовнішню* компоненту цілей навчання вищої математики, які відображують соціальний заказ до професійної підготовки фахівців і полягають у формуванні професійної компетентності майбутнього інженера, інженерного професійного мислення, математичної культури інженера.

Під професійною компетентністю фахівців інженерних спеціальностей ми розуміємо здатність виконувати діяльність за фахом внаслідок освоєння способів дій майбутньої професійної діяльності. Формування ж базових професійних компетенцій інженера є складовою його математичної підготовки, як зазначає В. А. Петрук [328].

Математичну культуру студентів технічних спеціальностей ВНЗ ми визначаємо як особистісну інтеграційну якість, що характеризується мірою оволодіння студентом діяльності, спрямованої на освоєння математичних предметних дій, засвоєння математичних знань, розвиток математичної мови, і здатність до математичної самоосвіти (С. О. Розанова [364]), що сприяє розвитку інженерного професійного мислення.

Інженерне мислення фахівця є складною системною побудовою, що включає синтез образного і логічного мислення, синтез наукового і практичного мислення, яка є вираженням сформованого в професійній діяльності типу орієнтування (за П. Я. Гальперіним [77]). Практичне інженерно-технічне мислення формується на базі трьох компонентів: фундаментальних наук (фізика, математика і т. д.), типу практичного об’єкта і його технічної моделі, сформульована в технічних науках (за Т. В. Кудрявцевим [257]).

Ці цілі досягаються за допомогою певних засобів, які самі повинні бути заздалегідь засвоєні. Отже, спочатку вони відіграють роль цілей. Це задає *внутрішню* компоненту цілей цього курсу. Для визначення її необхідно виділити проміжні цілі і представити динаміку переходу цих цілей в засоби, тобто виконати динамічне структурування навчальної діяльності з засвоєння необхідного змісту.

Механізмом визначення внутрішнього компоненту цілей, тобто динамічного структурування, є побудова дерева цілей для кожної зовнішньої цілі. Зовнішня ціль відіграє роль головної цілі, і спочатку визначаються дії, що безпосередньо забезпечують формування цієї цілі, а також знання, якими треба при цьому оперувати. Так визначаються підцілі першого порядку. Потім така ж робота проводиться для кожної підцілі тощо. Так, для загальної цілі-вміння "використовувати лінійні математичні моделі для моделювання у професійній діяльності" однією з підцілей є вміння розв'язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Ця підціль породжує свої підцілі, які зображено на рис. 3.3.

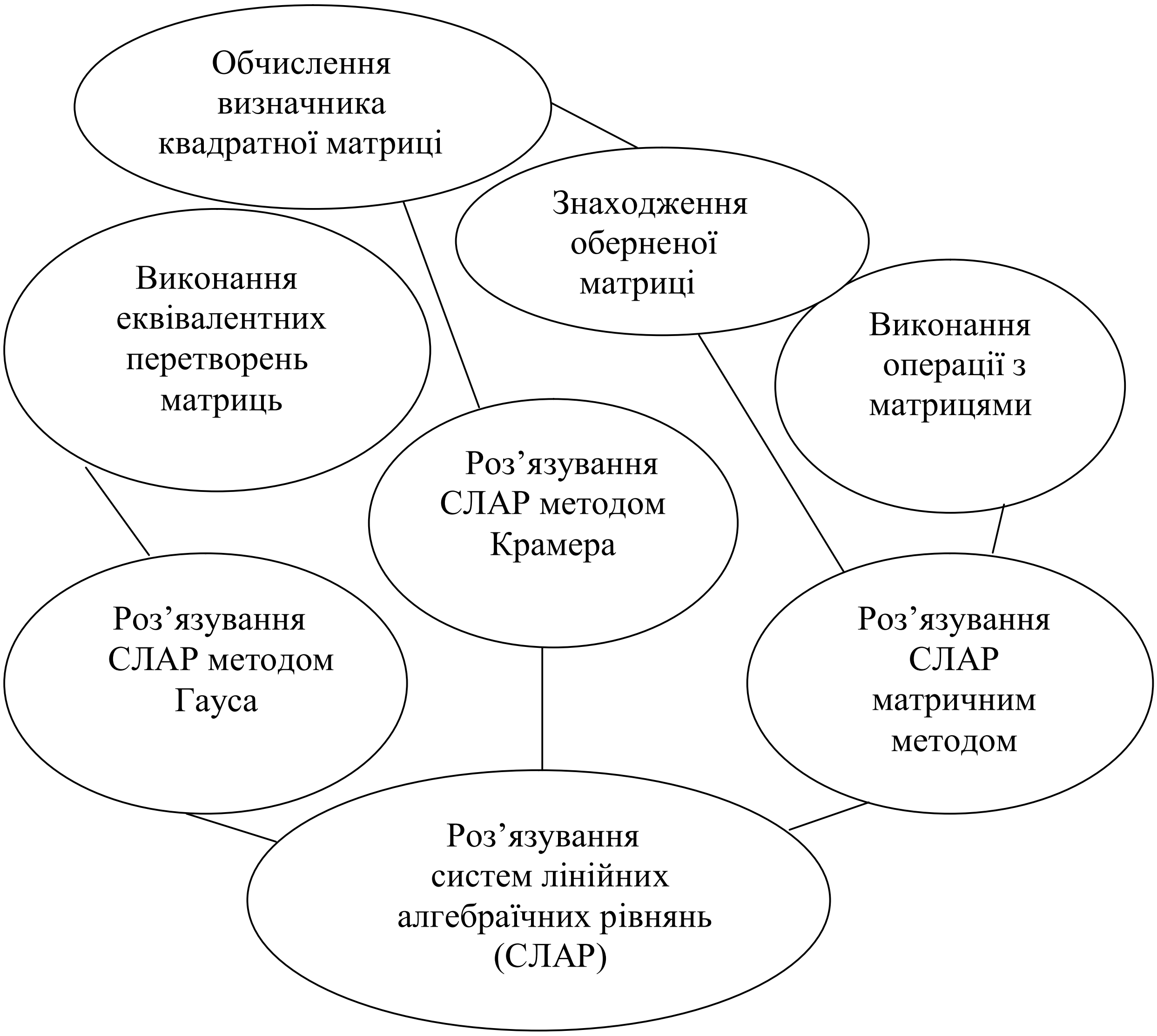


Рис. 3.3. Фрагмент дерева цілей

У нинішніх умовах загальні, або віддалені, цілі задаються законами про освіту, про вищу освіту, документами Кабінету Міністрів, міністерства освіти і науки, молоді та спорту України. Вони єдині для всіх напрямів підготовки фахівців. Вимоги до якості освітньої та професійної підготовки, виробничої і соціальної діяльності випускників вищих навчальних закладів встановлюються освітньо-кваліфікаційною характеристикою та подаються у вигляді переліку відповідних здатностей та умінь. У галузевих стандартах вищої освіти зазначається, що освітньо-кваліфікаційна характеристика, крім іншого, має використовуватися для професійної орієнтації здобувачів фаху.

Відповідно до посад, які може займати випускник вищого навчального закладу, він має бути здатний виконувати певні види фахової діяльності і типові завдання цієї діяльності.

В освітньо-кваліфікаційній характеристиці кожному типовому завданню діяльності відповідає система умінь. Тому при конструюванні цілей навчання математики у ВТНЗ треба обов'язково спиратися на ці уміння.

Так, наприклад, Т. В. Крилова у концепції математичної підготовки студентів технічних ВНЗ формулює загальні цілі навчання математики студентів нематематичних спеціальностей [251]:

- забезпечення наступності і неперервності в процесі вивчення математики протягом усього періоду навчання у ВНЗ;
- професійна спрямованість навчання математики шляхом удосконалювання фундаментальної підготовки студентів з математики, підсилення ролі чисельних методів і їх реалізації на ЕОМ, орієнтування на навчання використанню математичних методів під час розв'язання прикладних задач;
- вивчення спеціальних математичних дисциплін на сучасному рівні їх розвитку;
- оволодіння студентами достатнім запасом математичних знань, аналітичними і чисельними методами розв'язання задач прикладного змісту і їх реалізацією на ЕОМ, а також методами моделювання практичних інженерних задач;
- активізація навчально-пізнавальної діяльності студентів;
- забезпечення потреб спеціальних кафедр під час виконання курсових, науково-дослідних і дипломних робіт;
- активне оволодіння студентами ЕОМ та сучасними математичними методами наукового дослідження;
- творче застосування студентами знань і умінь до розв'язання практичних і теоретичних питань.

Слід відмітити, що серед загальних цілей навчання математичних дисциплін студентів інженерних напрямів підготовки одне з головних місць посягає освоєння студентами діяльності з математичного моделювання у фаховій галузі. Так, Л. І. Нічуговська [311], розглядаючи математичне моделювання як невід'ємний компонент математичної освіти студентів економічних спеціальностей і як складову математичної підготовки, зазначає, що більше уваги необхідно приділяти проектуванню методичних стратегій щодо навчання математичного моделювання. Для цього авторка пропонує:

- виділити коло значущих завдань, для розв'язування яких студентам знадобляться знання, навички та уміння застосовувати методи математичного моделювання як у процесі розгляду безпосередньо навчальних, пошуково-дослідницьких проблем, так і в майбутній професійній діяльності;
- сформувати базовий банк моделей – сукупність математичних моделей, що будуть сприяти прийняттю оптимальних рішень в управлінській економічній діяльності;
- виробити методичну стратегію опанування методологією математичного моделювання, що базується на типології математичних вправ і завдань, виконання яких обумовлює зміст навчального процесу й узгоджується з ведучою тріадою магістрального напряму навчання: "базова математична підготовка – мотивація (її прагматичний аспект) – індивідуалізація (особистісно-діяльнісний аспект)" [311, с. 54].

Конкретні цілі необхідно розглядати в рамках окремих спеціальностей. По суті справи, ці цілі задаються стандартами навчання, розробка яких є однією з головних та першочергових задач для вищої освіти. Т. М. Десятов [108] розглядає теоретичні аспекти і методику визначення професійних стандартів. Він наголошує, що, центральним поняттям тут є модель спеціаліста, а основним нормативним документом, який складається щодо професійних напрямів, – "Освітньо-професійна програма" (ОПП). У ній задаються сфери і об'єкти, на які спрямована діяльність спеціаліста, вимоги до їх знань і умінь, визначається перелік дисциплін, підлеглих вивченню.

Так, в освітньо-професійній програмі підготовки бакалавра напряму підготовки 030601 "Менеджмент" визначено такі зовнішні цілі навчання дисципліни "Вища та прикладна математика": "формування у студентів базових математичних умінь для вирішення завдань у професійній діяльності, вмінь аналітичного мислення, математичного формулювання економічних задач, що виникають у процесі управління” [317].

Для досягнення загальних цілей навчання для кожної спеціальності повинні бути визначені конкретні цілі, тобто ті дії, вміння виконувати які необхідні для їх досягнення. Так, для бакалавра напряму підготовки 030601 “Менеджмент” у тому ж ОПП [317] визначено такі вміння:

– виконання дій з векторами, матрицями, обчислення визначників;
– розв’язування систем лінійних рівнянь;
– дослідження форм і властивостей прямих та площин, кривих та поверхонь другого порядку;
– знаходження границь степенево-показникових функцій;
– дослідження функцій за допомогою диференціального числення;
– здійснення інтегральних числень;
– дослідження числових та степеневих рядів;
– розв’язування диференційних рівнянь першого та вищих порядків.

Таким чином, визначені конкретні цілі навчання вищої математики напряму підготовки 030601 “Менеджмент”, що дає змогу визначити зміст навчання математичних дисциплін. Але ці конкретні цілі мають бути деталізовані за для того, щоб спроектувати навчальну діяльність з їх досягнення.

Деталізація конкретних цілей навчання математичних дисциплін може бути здійснена шляхом побудови предметної моделі студента, операційний компонент якої дуже детально описує всі ті дії, які має освоїти студент при навчанні математичних дисциплін. У п. 2.1 нами детально розглянуто математичні предметні дії, серед яких виділено теоретичні і практичні дії. Методику побудови операційного компонента предметної моделі студента ми розглянемо у п. 4.1.5.

Оскільки одним з принципів діяльнісного навчання є принцип діяльнісного засвоєння змісту навчання, то згідно з діяльнісною теорією освоєння навички, розглянутої у п. 2.1.3, нами виділяються три основні рівні освоєності математичних предметних дій: *уміння*, *операція* і *навичка*.

Освоєння дії на рівні уміння означає освоєність дії, коли студент виконує дію самостійно, але за допомогою матеріальних або матеріалізованих об'єктів, таких як підручники, конспекти, довідники, таблиці тощо. Управління дією знаходиться в свідомості студента.

Освоєння дії на рівні операції означає освоєність дії, коли студент виконує дію самостійно без допомоги матеріальних або матеріалізованих об'єктів. При цьому управління дією залишається в його свідомості.

Освоєння дії на рівні навички означає освоєність дії у автоматизованій формі, коли управління дією переходить у підсвідомість.

У п. 2.1 нами детально розглянуто математичні предметні дії, серед яких було виділено теоретичні і практичні дії. Як вже зазначалося *теоретичні* дії – це дії, які підготовлюють перетворення математичних об'єктів у навчальній діяльності, і *практичні* дії є діями, виконання яких спрямоване на безпосереднє перетворення цих об'єктів і отримання результату.

Таким чином, до методичних вимог із завдання цілей у діяльнісному навчанні математики ми відносимо:

- постановку зовнішніх цілей, які відображують соціальний заказ до професійної підготовки фахівців і полягають у формуванні професійної компетентності майбутнього інженера, інженерного професійного мислення, математичної культури інженера;
- внутрішніх загальних цілей, що полягають у освоєнні способів дій, що визначаються професійною діяльністю інженера, зокрема дій з математичного моделювання у фаховій галузі;
- внутрішніх конкретних цілей, що полягають у освоєнні теоретичних і практичних математичних предметних дій на одному з рівнів освоєння: вміння, операції, навички.

3.3. Зміст навчання математики у ВТНЗ як компонент методичної системи

Наведені вище цілі навчання математики студентів ВТНЗ складають основу для визначення змісту діяльнісного навчання математики.

Згідно з Законом України "Про вищу освіту" зміст навчання трактується як структура, зміст і обсяг навчальної інформації, засвоєння якої забезпечує особі можливість здобуття вищої освіти і певної кваліфікації" [206].

Існують різні підходи до визначення змісту навчання. Так, Л. І. Нічуговська [313] розуміє під цим науково обґрунтовану систему дидактичного й методично оформленого навчального матеріалу, в якому відображаються цілі освітньої та професійної підготовки майбутніх фахівців й узагальнюються вимоги до їх кваліфікаційних рівнів, компетентності, інших соціально важливих властивостей та якостей з боку держави, світового співтовариства та споживачів випускників.

Р. С. Гуревич [96] розглядає зміст освіти у вищій педагогічній школі в аспекті інтеграційних процесів, що відбуваються у сучасній науці. При цьому інтеграція знань є визначальною у формуванні змісту навчання.

На відміну від традиційного підходу визначення змісту навчання математичних дисциплін ми визначаємо зміст діяльнісного навчання математики у ВТНЗ як такий, що складається *з математичних предметних дій, освоєння яких є цілями навчання, і предметних знань, необхідних для освоєння цих дій.*

Побудовані таким чином курси математичних дисциплін у технічному ВНЗ для різних спеціальностей будуть відрізнятися, оскільки вони будуть проектуватися не заради самих дисциплін, не заради їх повноти і логічної послідовності як певної науки, а, в першу чергу, заради майбутньої професійної діяльності, яка, зрозуміло, різна для різних спеціальностей.

Ми виходимо з того, що в діяльнісному навчанні зміст навчання математики поглиблюється шляхом включення до нього теоретичних предметних дій, що описані нами у п. 2.2.

Для визначення змісту навчання математики студентів ВТНЗ нами складено предметну модель студента, методика розробки якої описана в п. 4.1. Модель складається з п'яти компонентів, кожний з яких відображує один з аспектів змісту навчання математики. Операційний компонент предметної моделі студента з вищої математики містить в собі опис теоретичних і практичних дій, які мають бути освоєні студентами. Решта чотири компоненти описують з різних боків математичні предметні знання: тематичний компонент є переліком розділів, тем і підтем, що підлягають вивченню; семантичний компонент містить безпосередньо знання, структуровані у дискретному вигляді; функціональний компонент містить перелік декларативних предметних знань, згрупованих за функціями, які вони виконують у навчанні; процедурний компонент є переліком процедурних знань, які студент має засвоїти.

Перелік напрямів, за яким ведеться підготовка бакалаврів у ДонНТУ, подано в таблиці 3.1 у відповідності до постанови Кабінету Міністрів України від 13.12.2006 р. N 1719 “Про перелік напрямів, за якими здійснюється підготовка фахівців у вищих навчальних закладах за освітньо-кваліфікаційним рівнем бакалавра”.

Таблиця 3.1

Напрями підготовки бакалаврів у ДонНТУ

№	Код	Назва напряму підготовки
1.	6.030501	Економічна теорія
2.	6.030502	Економічна кібернетика
3.	6.030503	Міжнародна економіка
4.	6.030504	Економіка підприємства
5.	6.030505	Управління персоналом та економіка праці
6.	6.030507	Маркетинг:
7.	6.030508	Фінанси і кредит
8.	6.030509	Облік і аудит
9.	6.030601	Менеджмент
10.	6.040103	Геологія
11.	6.040106	Екологія, охорона навколишнього середовища та збалансоване природокористування
12.	6.040303	Системний аналіз
13.	6.050101	Комп’ютерні науки
14.	6.050102	Комп’ютерна інженерія
15.	6.050103	Програмна інженерія
16.	6.050202	Автоматизація та комп’ютерно-інтегровані технології
17.	6.050301	Гірництво
18.	6.050303	Переробка корисних копалин
19.	6.050401	Металургія

20.	6.050403	Інженерне матеріалознавство
21.	6.050502	Інженерна механіка
22.	6.050503	Машинобудування
23.	6.050601	Теплоенергетика
24.	6.050701	Електротехніка та електротехнології
25.	6.050702	Електромеханіка
26.	6.050802	Електронні пристрої та системи
27.	6.050901	Радіотехніка
28.	6.050903	Телекомунікації
29.	6.051002	Метрологія і стандартизація
30.	6.051003	Приладобудування
31.	6.051301	Хімічна технологія
32.	6.060101	Будівництво
33.	6.060102	Архітектура
34.	6.060103	Гідротехніка (водні ресурси)
35.	6.070101	Транспортні технології (за видами транспорту)
36.	6.070104	Морський та річковий транспорт
37.	6.070105	Залізничний транспорт
38.	6.070106	Автомобільний транспорт
39.	6.080101	Геодезія, картографія та землеустрій
40.	6.170102	Системи технічного захисту інформації

Для складання предметної моделі студента технічних напрямів підготовки з математики нами проаналізовано анотації математичних дисциплін в ОПП підготовки бакалаврів для галузей знань, що наведені у таблиці 3.2.

Таблиця 3.2

Галузі знань, з яких ведеться підготовка бакалаврів технічних напрямів підготовки

№	Код	Назва галузі знань	Шифр напряму, з галузі знань
1.	0305	Економіка і підприємництво	6.030501 –6.030509;
2.	0306	Менеджмент	6.030601

3.	0401	Природничі науки	6.040103; 6.040106
4.	0403	Системні науки та кібернетика	6.040303
5.	0501	Інформатика і комп’ютерна техніка	6.050101; 6.050102; 6.050103
6.	0502	Автоматика і управління	6.050502
7.	0503	Розробка корисних копалин	6.050301; 6.050303
8.	0504	Металургія та матеріалознавство	6.050401; 6.050403
9.	0505	Машинобудування та матеріалообробка	6.050502; 6.050503
10.	0506	Енергетика та енергетичне машинобудування	6.050601
11.	0507	Електротехніка та електромеханіка	6.050701; 6.050702
12.	0508	Електроніка	6.050802
13.	0509	Радіотехніка, радіоелектронні апарати та зв’язок	6.050901; 6.050903
14.	0510	Метрологія, вимірювальна техніка та інформаційно-вимірювальні технології	6.051002; 6.051003
15.	0513	Хімічна технологія та інженерія	6.051301
16.	0601	Будівництво та архітектура	6.060101, 6.060102, 6.060103
17.	0701	Транспорт і транспортна інфраструктура	6.070101, 6.070104, 6.070105, 6.070106
18.	0801	Геодезія та землеустрій	6.080101
19.	0921	Будівництво	6.092101
20.	0926	Гідротехніка (водні ресурси)	6.060103
21.	1701	Інформаційна безпека	6.170102

Для студентів технічних напрямів підготовки згідно ОПП викладаються дисципліни математичного циклу, перелік яких наведено у таблиці 3.3.

Таблиця 3.3

Математичні дисципліни, з яких ведеться навчання студентів технічних напрямів підготовки

№	Назва дисципліни	Шифр дисципліни	Коди галузей знань, для яких передбачено навчання дисципліни
1.	Вища математика	ВМ	0401; 0503;0504; 0505; 0506; 0507; 0508; 0509; 0510; 0513; 0801; 1701
2.	Вища та прикладна математика	ВПМ	0306
3.	Лінійна алгебра та аналітична геометрія	ЛААГ	0403; 0501; 0502
4.	Математичний аналіз	МА	0403; 0501; 0502
5.	Диференційні рівняння	ДР	0403; 0501; 0502
6.	Математики для економістів: вища математика	МЕ:ВМ	0305
7.	Математики для економістів: теорія ймовірностей і математична статистика	МЕ:ТЙМС	0305

У таблиці 3.4. наведено розділи курсів математичних дисциплін, що вивчаються студентами технічних напрямів підготовки, із зазначенням, до якої навчальної дисципліни включено кожний розділ.

Таблиця 3.4

Розподіл розділів за математичними дисциплінами

№	Розділ	Дисципліна
1.	Повторення базового курсу елементарної математики	ВМ, ЛААГ, ВПМ, МЕ:ВМ, МА

2.	Лінійна алгебра	ВМ, ЛААГ, ВПМ, МЕ:ВМ
3.	Векторна алгебра	ВМ, ЛААГ, ВПМ, МЕ:ВМ
4.	Аналітична геометрія	ВМ, ЛААГ, ВПМ, МЕ:ВМ
5.	Диференціальне числення функції однієї змінної	ВМ, МА, МЕ:ВМ
6.	Диференціальне числення функції багатьох змінних	ВМ, МА, МЕ:ВМ. ВПМ
7.	Інтегральне числення функції однієї змінної	ВМ, МА, МЕ:ВМ, ВПМ
8.	Диференціальні рівняння	ВМ, МЕ:ВМ, ВПМ, ДР
9.	Ряди	ВМ, МЕ:ВМ, ВПМ
10.	Кратні та криволінійні інтеграли	ВМ, МА
11.	Векторне поле	ВМ, МА
12.	Рівняння в частинних похідних	ВМ, ДР
13.	Функції комплексної змінної	ВМ, МА
14.	Операційне числення (на базі оператора Лапласса)	ВМ, МА
15.	Теорія ймовірностей	ВМ. МЕ:ТЙМС
16.	Математична статистика	ВМ, МЕ:ТЙМС
17.	Тензорне числення	ВМ, МА
18.	Елементи рівнянь математичної фізики	ВМ, ДР
19.	Математичне програмування	ВПМ
20.	Дослідження операцій	ВПМ

Основним документом, який регулює навчальну діяльність і має трансформувати соціальне замовлення суспільства в методичні цілі навчання, є навчальна програма з дисципліни. Її завдання:

– сформувати зміст навчального матеріалу в контексті його самодостатності з урахуванням прогнозованих тенденцій науково-технічного прогресу;

– узагальнити систему методів, способів, прийомів, організаційних форм і засобів, що сприяють підвищенню активності студента в перебігу навчальної діяльності;

– визначити контрольні процедури, що дозволять оцінити результати навчальної діяльності [386].

Нами описані цілі і зміст діяльнісного навчання математики для всіх напрямів підготовки студентів ВТНЗ у навчальній програмі [142], розробленій на засадах діяльнісного підходу.

3.4. Методи діяльнісного навчання математики

Поняття методів навчання в сучасній дидактиці тлумачиться по-різному. У роботі [24] відмічається, що більшість дидактів розглядають методи як способи впорядкованої взаємозв'язаної діяльності учителя і учнів, спрямованих на рішення комплексу завдань навчального процесу. Так, А. М. Алексюк [9] оптимальним вважає таке: "Методи навчання – це впорядковані способи взаємозв'язаної діяльності викладача і студентів, спрямовані на рішення навчально-виховних завдань". Але з погляду діяльнісного підходу до навчання, діяльність викладача і діяльність студента – це дві самостійні діяльності. Крім того, у діяльнісному навчанні методи навчання мають бути спрямовані на передачу викладачем досвіду і засвоєння його студентом.

Навчання як взаємодія викладача і студента зумовлено як його метою, так і цілями розвитку індивідуальності і соціалізації особистості. Тому І. Я. Лернер [270, с. 51] дає таке визначення методу навчання: "…метод навчання як спосіб досягнення мети навчання є системою послідовних і впорядкованих дій учителя, який організує за допомогою певних засобів навчальну діяльність з засвоєння соціального досвіду". У цьому визначенні автор підкреслює, що діяльність учителя в навчанні, з одного боку, обумовлена метою навчання, закономірностями засвоєння і характером навчальної діяльності, а з іншого – вона сама обумовлює навчальну діяльність, реалізацію закономірностей засвоєння і розвитку.

Таким чином, методи навчання можна розглядати як методи *організації* і здійснення навчальної діяльності. Їх можна класифікувати у різний спосіб:

– за характером подання навчального матеріалу (словесні, наочні, практичні);

– за характером навчальної діяльності (репродуктивні, пояснювально-ілюстративні, пошукові, дослідницькі, проблемні та ін.);

– за логікою подання навчального матеріалу (індуктивні і дедуктивні);

– за мірою усвідомленості сприйняття навчального матеріалу: пасивні, активні, інтерактивні, евристичні та інші.

М. Н. Скаткіним [109] запропоновано класифікацію методів навчання, яка враховує особливості діяльності учнів і учителя в процесі навчання. Автор виділяє такі методи навчання:

– пояснювально-ілюстративний;
– репродуктивний;
– проблемний;
– частково-пошуковий;
– дослідницький.

У діяльнісному навчанні математики всі традиційні методи навчання набувають діяльнісного характеру, мають бути активними, тому що студент повинен бути залученим до діяльності на всіх етапах навчання.

Дамо характеристику перерахованим методам з метою усвідомлення того, що традиційні методи навчання істотно входять до побудованої нами системи діяльнісного навчання математики.

Пояснювально-ілюстративний метод полягає в тому, що викладач повідомляє навчальну інформацію, що відображає зміст навчання, у різні способи, а студенти засвоюють цей зміст. До цього методу належать розповідь, лекція, пояснення, бесіда та ін.

Важливою методичною вимогою до вказаного методу у діяльнісному навчанні є забезпечення залучення студента до діяльності вже на початковому етапі засвоєння змісту навчання. Так, на лекції викладач повинен спонукати студентів до активного оперування введеними поняттями з метою більш глибокого їх осмислення, засвоєння. Студенти повинні виконувати предметні дії, бо саме під час діяльності освоюються дії і засвоюються знання. Цей метод у діяльнісному навчанні передбачає, що кожній повідомленій студентам порції предметних знань обов'язково мають послідувати предметні дії, при виконанні яких ці знання використовуються, що є необхідною умовою формування способів дій.

Так, наприклад, під час вивчення невизначеного інтегралу викладач повідомляє студентам велику кількість формул (властивості невизначеного інтеграла, формули таблиці невизначених інтегралів тощо). Якщо студенти не будуть залучені до діяльності з використання цих формул під час лекції, то ці формули не будуть інтеріоризовані студентом, не стануть його особистим набуттям. В цьому разі на практичному занятті необхідно буде відновлювати ці знання, витрачаючи на це додатковий час. Якщо кожну формулу супроводити або доведенням шляхом диференціювання, або прикладом з її використання, вимагаючи від студентів виконання цих дій, тоді формули почнуть засвоюватися вже на лекції, і продуктивність навчання буде значно підвищуватися.

Репродуктивний метод навчання – це спосіб організації навчальної діяльності з неодноразового відтворення засвоюваного змісту навчання.

Методичною вимогою до репродуктивного методу є наявність систем вправ, а також програмних матеріалів, які мають забезпечувати досягнення цілей навчання. Значну роль в реалізації цього методу у діяльнісному навчанні грає орієнтувальна частина навчальної діяльності. На наш погляд, супроводження системи вправ готовими схемами орієнтування (см. 2.2.3) створює умови до освоєння предметних дій.

Така система вправ має задовольняти таким вимогам:

– повнота представлення дій, що формуються;
– різноманітність типів вправ;
– забезпечення формування у студентів орієнтовної основи діяльності;
– порядок подання завдань, що визначається логікою засвоєння змісту.

Слід підкреслити, що репродуктивний метод навчання є необхідним у навчанні студентів ВТНЗ, адже цей метод забезпечує освоєння практичних дій. Але цей метод не дає змоги освоїти теоретичні дії. Ця мета досягається іншими методами навчання, наприклад, дослідницьким методом.

Таким чином, обидва охарактеризовані методи надають студентам можливість освоєння практичних дій, є необхідними для проектування, організації і управління навчальною діяльністю, але недостатніми, оскільки не забезпечують в належній мірі освоєння теоретичних дій, не дають можливість організації різних видів діяльності у навчанні.

Термін "проблемний метод навчання" в дидактиці відомий давно, проблемне навчання розвивалося і обґрунтовувалося в роботах дослідників О. В. Брушлінського [48], М. . Данілова [104], Т. В. Кудрявцева [256], І. Я. Лернера [270], І. В. Малафіїка [284], М. І. Махмутова [290], Н. О. Менчинської [293] тощо.

Використання *проблемного методу* у діяльнісному навчанні вимагає створення проблемних ситуацій. Поняття *проблемної ситуації* є центральним поняттям теорія мислення, що розроблена С. Л. Рубінштейном. Проблемна ситуація є початковим моментом мислення. За С. Л. Рубінштейном, мислення починається з виникнення проблемної ситуації, тобто "…з проблеми або питання, із здивування або вагання, з *суперечності"* [367, с. 347]. Процес мислення розглядається як розв'язува*ння проблемної ситуації*.

Реалізацією діяльнісного підходу до навчання є проблемні ситуації, в основі яких лежить суперечність. З погляду дидактичної ролі, яку в навчальному процесі відіграють суперечності, Г. О. Атановим [19 , с. 138] виділено два типи проблемних ситуацій, названі *пасивними* і *активними*. Пасивні проблемні ситуації первинні, вони фактично зберігають своє психологічне значення і розв'язуються самими студентами. Активні проблемні ситуації спеціально підготовлюються і потім "розігруються" на заняттях.

Активні проблемні ситуації необхідно розробляти заздалегідь, і робити це слід за спеціальною методикою. Нижче наводиться така методика, що включає шість етапів: *пошуковий, аналітичний, підготовчий, визначальний, розв'язальний, методологічний* [19]. Розглянемо методику детально.

І етап (пошуковий) — це вичленення з навчального матеріалу тих питань, які могли б скласти предмет проблемної ситуації.

ІІ етап (аналітичний) — це аналіз того, на основі яких фактичних знань студентів повинна створюватися проблемна ситуація. Тут необхідно з'ясувати, що студент вже повинен знати, і на яких його уявленнях будується суперечність.

III етап, який названий підготовчим, полягає в підготовці суперечності. Необхідно визначити, якими засобами створюється суперечність (постановка експерименту, опис події, теоретичні викладення тощо), який фактичний матеріал і в якому вигляді викладається, які запитання і з якою метою треба задати. Іноді необхідно вирішити, що корисно приховати, завуалювати, не показати явно. На заняттях це відіб'ється у вступно-мотиваційному етапі навчальної діяльності.

IV етап названий визначальним. Мета цього етапу полягає у визначенні можливої оцінки ситуації, що створилася, студентами. Важливо уміти поставити себе на місце студентів, щоб передбачити їх можливі відповіді, передбачити ускладнення, ясно уявити собі, в чому для студентів може укладатися суперечність, яка на нього може бути їх реакція.

V етап – розв'язальний – це визначення можливих шляхів розв'язання суперечності. Передусім, потрібно оцінити можливість розв'язання суперечності самими студентами, сформулювати запитання, які потрібно задавати для напряму думки студентів в потрібне русло при різній мірі їх активності. Необхідно продумати також хід подачі матеріалу у випадку, якщо активність студентів буде недостатня. У цьому випадку викладач повинен взяти на себе і роль студентів. При цьому потрібно враховувати, що проблемною ситуацією практично ніколи не можуть бути охоплені всі студенти.

VI етап є методологічним. Тут визначається, яким чином на заняттях потрібно провести аналіз того, з якої причини виникла суперечність, розкрити механізм її вияву, робити узагальнення і практичні висновки.

Наведемо приклад використання проблемного методу навчання при вивченні теми "Операції з матрицями" розділу "Лінійна алгебра". Як відомо, для матриць не виконується комутативний закон операції множення матриці на матрицю. Цей факт може бути просто повідомлений студентам разом з іншими властивостями цієї операції. Інший шлях усвідомлення студентами цієї властивості – створення активної проблемної ситуації.

Згідно з наведеною методологією, на пошуковому етапі нами було виявлена суперечність між уявленнями студентів про властивості операції множення вже відомих їм об’єктів і операції множення матриць.

На аналітичному етапі ми дійшли висновку, що формули скороченого множення, добре відомі студентам зі шкільного курсу алгебри, можуть бути використані нами для створення проблемної ситуації.

На підготовчому етапі для створення проблемної ситуації ми обрали формулу квадрата різниці:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$

яку студенти мають перевірити для обраних нами матриць:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \text{ і } B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

На визначальному етапі ми записали формулу різниці суми для матриць:

$$(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2.$$

Як показує спостереження, студенти зазвичай вважають, що ця формула буде виконуватися.

На занятті діяльність може бути організована таким чином, щоб студенти, працюючи в невеликих групах, обчислювали окремі частини формули. Аудиторію слід розділити на чотири групи, кожна з яких має обчислити:

1. $A - B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix};$

$$(A-B)^2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

2. $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{pmatrix}.$

3. $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 9 & -10 \end{pmatrix};$

$$-2A \cdot B = -2 \cdot \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 9 & -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 & 12 \\ -18 & 20 \end{pmatrix}.$$

4. $B^2 = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -10 \\ -15 & 22 \end{pmatrix}.$

Отримані групами результати записуються на дошці:

$$\left(A-B\right)^2=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 8\end{pmatrix};$$

$$A^2-2AB+B^2 = A^2+(-2AB)+B^2=$$

$$=\begin{pmatrix}7 & 10\\ 15 & 22\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-10 & 12\\ -18 & 20\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}7 & -10\\ -15 & 22\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 12\\ -18 & 64\end{pmatrix}.$$

Порівняння результатів обчислення правої і лівої частини формули квадрата різниці для матриць виявляється для студентів несподіваним:

$$\left(A-B\right)^2=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 8\end{pmatrix}\neq\begin{pmatrix}4 & 12\\ -18 & 64\end{pmatrix}=A^2-2AB+B^2.$$

Таким чином, робиться висновок, що формула квадрату різниці для матриць не виконується, спричиняє у свідомості студентів суперечність.

На розв’язальному етапі шляхом розв’язання суперечності ми обираємо розгорнуте обчислення формул різниці суми для чисел матриць:

$$(a-b)^2=\left(a-b\right)\!(a-b)=a^2-ab-ba+b^2;$$

$$(A-B^2)=\left(A-B\right)\!(A-B)=A^2-AB-BA+B^2.$$

Далі увага студентів акцентується на тому, що для чисел виконується комутативна властивість операції множення чисел, тобто:

$$ab=ba\ .$$

Тому формула квадрата різниці для чисел може бути скорочена:

$$(a-b)^2=\left(a-b\right)\!(a-b)=a^2-ab-ba+b^2=a^2-2ab+b^2.$$

Студентам пропонується перевірити, чи виконується комутативна властивість операції множення для матриць. Для цього просимо студентів обчислити добуток матриць $B\cdot A$ і порівняти його з вже знайденим добутком $A\cdot B$. З’ясовується:

$$B\cdot A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 3 & -4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & 6\\ -9 & -10\end{pmatrix}\neq A\cdot B=\begin{pmatrix}5 & -6\\ 9 & -10\end{pmatrix}.$$

З цього робиться висновок, що комутативна властивість операції множення для матриць не виконується.

На останньому методологічному етапі робиться висновок, що причиною виникнення суперечності було перенесення комутативної властивості операції множення чисел на операцію множення матриць.

Таким чином, методичною вимогою до використання на аудиторних заняттях з математики активних проблемних ситуацій у діяльнісному навчанні є організація діяльності студентів з усвідомлення і розв'язання суперечності. Використання проблемного методу в цьому разі сприятиме підвищенню пізнавальної мотивації та активізації навчальної діяльності.

До частково-пошукових методів, які ми пропонуємо використовувати у діяльнісному навчанні математики, відносяться евристичні методи. Вони полягають в організації пошукової, творчої діяльності при розв'язанні задач. Процес розв'язання задачі вимагає сформованості у студентів умінь виконувати такі дії: аналізувати умову задачі; перетворювати основні питання в ряд приватних, підлеглих головному; проектувати план і етапи розв'язання; формулювати гіпотезу; синтезувати різні напрями пошуків; перевіряти розв'язок; і так далі. Система спеціально розроблених навчальних завдань допомагає студенту опанувати уміння самостійно виконувати кожний з етапів розв'язання. Найбільш виразною формою евристичного методу є евристична бесіда, що складається з серії взаємозв'язаних питань, кожен з яких служить кроком на шляху розв'язання задачі і які вимагають від студентів здійснення невеликого пошуку.

Наприклад, при обчисленні невизначених інтегралів методом заміни змінних студентам завжди дуже складно побачити, яку саме заміну необхідно зробити, щоб звести інтеграл до табличного інтегралу. Наведемо приклад побудови евристичної бесіди пошуку способу обчислення невизначеного інтегралу:

$$\int \frac{4 + \arcsin \frac{x}{2}}{\sqrt{4 - x^2}} dx.$$

Покажемо діалог, який можна організувати для управління пошуком розв'язку цієї задачі.

Викладач: Який вираз стоїть під знаком інтегралу?

Студент: Під знаком інтегралу стоїть дріб, в чисельнику якої знаходиться сума, а в знаменнику квадратний корінь.

Викладач: Чи є такий інтеграл табличним?

Студент: Ні. В таблиці інтегралів немає такої формули.

Викладач: Подивіться уважно на квадратний корінь в знаменнику дробу. Чи є в таблиці інтегралів формула з таким знаменником?

Студент: Да. Під знаком кореня стоїть різниця числа і змінної *x,* піднесеної до квадрату.Така формула є в таблиці інтегралів. Ось вона:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin\frac{x}{a} + C.$$

Викладач: Що нам заважає скористатися цією формулою?

Студент: Те, що в чисельнику дробу стоїть вираз, що містить змінну *x*, а має бути одиниця.

Викладач: Можемо ми якимось чином перетворити дріб, враховуючи, що в чисельнику стоїть сума?

Студент: Я не бачу такого перетворення.

Викладач: Скористайтеся правилом додавання дробів з однаковими знаменниками, який знаходиться за формулою:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}.$$

Студент: Да, якщо розглядати дріб під знаком інтегралу як праву частину формули, то його можна представити як суму дробів. При цьому інтеграл розіб'ється на два інтеграли:

$$\int \frac{4 + \arcsin x/2}{\sqrt{4 - x^2}} dx = \int \left(\frac{4}{\sqrt{4 - x^2}} + \frac{\arcsin x/2}{\sqrt{4 - x^2}} \right) dx =$$

$$= \int \frac{4}{\sqrt{4 - x^2}} dx + \int \frac{\arcsin x/2}{\sqrt{4 - x^2}} dx.$$

Викладач: Чи можна тепер до одержаних інтегралів застосувати формули таблиці інтегралів?

Студент: Так. Перший інтеграл, якщо винести числовий множник за знак інтегралу, можна обчислити за вже наведеною формулою при $a^2 = 4,\ a = 2$:

$$\int\frac{4dx}{\sqrt{4-x^2}}=4\int\frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}=4\int\frac{dx}{\sqrt{2^2-x^2}}=\arcsin\frac{x}{2}+C.$$

Викладач: А що до другого інтегралу?

Студент: У другому інтегралі скористатися цією формулою заважає $\arcsin\frac{x}{2}$, що стоїть у чисельнику.

Викладач: Таким чином, обчислити за таблицею цей інтегралами не можемо. Які ще способи обчислення невизначеного інтегралу ви знаєте?

Студент: Метод заміни змінних, метод інтегрування за частинами.

Викладач: Що необхідно, щоб скористатися методом заміни змінних?

Студент: Необхідно, щоб під інтегралом стояла функція деякого аргументу, помножена на похідну цього аргументу.

Викладач: Якщо ви не бачите, яку треба зробити заміну, обчисліть, будь ласка, похідні тих виразів, що залишились під інтегралом.

Студент: У чисельнику стоїть $\arcsin\frac{x}{2}$, складна функція, похідна якої дорівнює:

$$\left(\arcsin\frac{x}{2}\right)'=\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{x}{2}\right)^2}}\cdot\left(\frac{x}{2}\right)'=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}}\cdot\frac{1}{2}=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{\frac{4-x^2}{4}}}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{\frac{\sqrt{4-x^2}}{2}}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{\sqrt{4-x^2}};$$

Похідна функції, що стоїть у знаменнику, дорівнює:

$$\left(\sqrt{4-x^2}\right)'=\frac{1}{2\sqrt{4-x^2}}\cdot\left(4-x^2\right)'=\frac{1}{2\sqrt{4-x^2}}\cdot(-2x)=\frac{-x}{\sqrt{4-x^2}};$$

Викладач: Яка функція разом з похідною стоїть під знаком інтегралу?

Студент: Функція $\arcsin\frac{x}{2}$, її похідна $\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$. А для функції $\sqrt{4-x^2}$ немає під інтегралом похідної $\frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}$.

Викладач: Саме цьому ми можемо замінити на нову змінну $\arcsin\frac{x}{2}$. Обчислите другий інтеграл, зробивши таку заміну.

Студент: Зробивши заміну, отримаємо:

$$\int\frac{\arcsin x/2}{\sqrt{4-x^2}}dx=\begin{bmatrix} u=\arcsin x/2; \\ du=\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}\cdot dx \end{bmatrix}=\int udu=\frac{u^2}{2}+C=\left(\arcsin x/2\right)^2+C.$$

Таким чином, весь інтеграл дорівнює:

$$\int\frac{4+\arcsin x/2}{\sqrt{4-x^2}}dx=\int\frac{4}{\sqrt{4-x^2}}dx+\int\frac{\arcsin x/2}{\sqrt{4-x^2}}dx=$$
$$=\arcsin x/2+\left(\arcsin x/2\right)^2+C.$$

Викладач: Проаналізуємо хід розв'язування задачі. Виділимо ті етапи, які були вагомими в пошуку її розв'язання:

– визначите, чи можна обчислити інтеграл за табличною формулою;

– якщо інтеграл не можна обчислити за табличними формулами, то спробуйте перетворити вираз, що стоїть під знаком інтеграла;

– для перетворення дробу, що містить суму двох доданків у чисельнику, використовуйте формулу: $\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$;

– виносіть числовий множник за знак інтегралу;

– щоб визначити, за якою формулою обчислювати інтеграл порівнюйте даний підінтегральний вираз з тим, що стоїть у лівій частині формули;

– якщо інтеграл не можна обчислити за табличними формулами, то спробуйте зробити заміну змінної;

– для того щоб визначити, яку заміну змінної треба робити, необхідно обчислити похідні функцій, що стоять під знаком інтеграла;

– новою змінною можна позначати ту функцію, похідна якою є множником підінтегрального виразу з точністю до сталої величини.

Викладач: Ми отримали евристичний припис обчислення інтеграла.

Успіх використання евристичної бесіди забезпечується вмілою системою питань викладача, яка потребує складання плану бесіди з можливими відповідями. Методичною вимогою до використання цього методу у діяльнісному навчанні математики є виконання дій студентом самостійно, а не спостерігання студентом за тим, як ці дії виконує викладач.

Ефективність використання евристичних методів для навчання математики в основній школі була обґрунтована О. І. Скафою [387]. Нею запропоновані спеціальні евристичні методи, які основуються на методах технічного конструювання. До спеціальних евристичних методів навчання математики авторка відносить метод евристичного спостереження, метод гіпотез, метод помилок, метод винаходу, метод “мозкового штурму”, метод синектики, метод морфологічної скриньки, метод інверсії (або метод обертань), метод евристичного дослідження, метод самоорганізації навчання, метод рецензій, метод проектів. Уважаємо доцільним використання спеціальних евристичних методів для навчання математики студентів ВТНЗ, так як це сприятиме освоєнню студентами математичних предметних дій, розвитку самостійності, формування методологічних вмінь,

Для повноцінної організації навчальної діяльності необхідним є *дослідницький метод навчання*. Головне завдання цього методу полягає в самостійному оволодінні учнем уміннями досліджувати предмет або явище, будувати висновки. Суть дослідницького методу можна визначити як способу організації пошукової діяльності під час розв’язання нових проблем.

Більшість дослідницьких завдань є невеликими пошуковими завданнями, які вимагають проходження усіх або більшість етапів процесу дослідження. Цими етапами є спостереження і вивчення фактів, виявлення незрозумілих явищ, які підлягають дослідженню (постановка проблеми), висунення гіпотез, побудова плану дослідження, реалізація плану, перевірка рішення, практичні висновки про можливість і необхідність застосування отриманих результатів.

Методичною вимогою до застосування дослідницького методу у діяльнісному навчанні математики є побудова таких завдань, які забезпечили б самостійну діяльність студентів з їх розв'язання, оволодіння елементами творчої діяльності.

Серед дослідницьких методів, що є використовуються для навчання математики у ВТНЗ є, так звані, *спеціальні методи* навчання математики. Ці методи представляють собою основні методи пізнання, адаптовані для навчання, що застосовуються саме в математиці. Ці методи умовно розділяють на дві групи:

– методи, характерні для усіх математичних дисциплін (метод математичного моделювання, аксіоматичний метод);

– методи, що мають істотне значення в окремих предметах або розділах математики, засновані на певній математичній теорії.

З погляду діяльнісного підходу до навчання, навчальна діяльність у навчанні математики повинна моделювати професійну діяльність майбутніх інженерів за допомогою *математичного моделювання:* навчання, як правило, повинне розпочинатися з розгляду реальних ситуацій і завдань (завдань, що "підводять"), що виникають в них, пошуку засобів для їх математичного опису і побудови відповідних математичних моделей. Потім об'єктом вивчення стають вже самі ці моделі. Після того, як відповідна теорія побудована, її апарат застосовується для розв'язання початкового завдання й інших завдань, з предметних галузей, що призводять до моделей цього ж класу.

Л. І. Нічуговська [311, с.37], аналізуючи різноманітні підходи до процесу математичного моделювання у наукових дослідженнях, розглядає його у вигляді шести послідовних етапів:

1) постановка проблеми;

2) аналіз проблеми;

3) адаптація сформованих гіпотез до математичного метричного простору;

4) математичний аналіз моделі;

5) реалізація моделі;

6) аналіз розв'язку та його застосування.

Адаптуючи наведену методику до навчання математики студентів ВТНЗ як методу математичного моделювання пропонуємо його реалізувати у чотири етапи:

1) розгляд реальної ситуації, або постановка задачі;
2) побудова математичної моделі;
3) дослідження моделі;
4) використання моделі.

Наведемо приклад використання такого методу у навчанні [7]:

Етап І. Розгляд реальної ситуації. Підпірні стіни є одним з найважливіших видів інженерних споруд, що широко застосовуються в гідротехнічному, промисловому, цивільному, дорожньому і залізничному будівництві, а також в гірській справі. Вони є найважливішим елементом шлюзів, рибопропускних і рибозахисних споруд, використовуються для кріплення котлованів, траншей, облаштування обгороджувань, штучних водойм, протизсувних конструкцій. Підпірна стіна є спорудою, що призначена для підтримки засипаного за нею ґрунту або якого-небудь іншого матеріалу. Дуже важливою є задача знаходження найбільшого активного тиску ґрунту на підпірну стіну.

Етап ІІ. Побудова моделі. Зобразимо на кресленні підпірну стіну заввишки Н. Розрахуємо найбільший активний тиск ґрунту на підпірну стіну. Для цього складемо функціональну залежність тиску ґрунту на стіну, від кута нахилу прямий АС з горизонталлю. Припускатимемо, що ковзання ґрунту АВС відбувається по площинах АВ і АС (рис. 3.4).

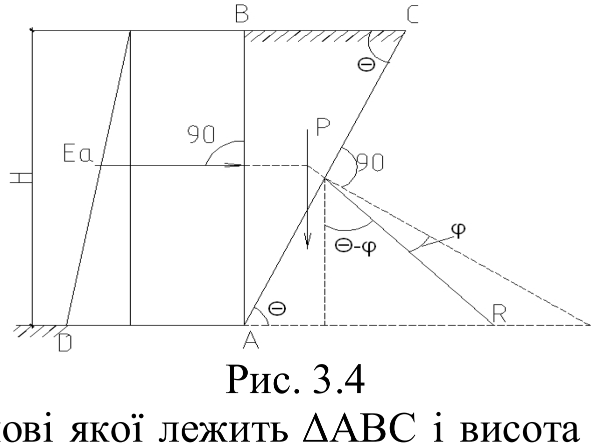


Рис. 3.4

Призма, в основі якої лежить ΔАВС і висота якої дорівнює довжині стіни, називається призмою обвалення. Будемо розглядати призму обвалення, вага якої дорівнює P. Позначимо реакцію підпірної стіни E_{α}, а реакцію ґрунту – R.

Тиск E_{α} ґрунту на стіну є силою, що визначається за умовами рівноваги призми АВС ґрунту, що осідає, у момент граничної рівноваги стіни. При сповзанні призми обвалення виникають сили тертя по площинах АВ і АС, які відхиляють реакції підпірної стіни, нерухомої частині ґрунту R від нормалей до площин АВ і АС. Ми розглядатимемо випадок, коли поверхня АН гладка. Тоді кут відхилення E_{α} від нормалі АВ дорівнює нулю.

На рис. 3.3 кут відхилення реакції ґрунту від нормалі АС позначений буквою φ. При деформації призма обвалення намагається зайняти природне положення. При переході від одного поперечного перерізу АВС призми обвалення до іншого, кут нахилу прямий АС з горизонталлю θ є змінна величина навіть при одному і тому ж Груні. Тому розрахунок вестимемо на відшукування найбільшого активного тиску E_{α} ґрунту. Таким чином, необхідно знайти, при якому θ значення E_{α} буде найбільшим.

Етап III. Дослідження моделі. Скористаємося добре відомим математичним апаратом для дослідження функції на максимум. Спочатку ми складемо залежність E_{α} від θ. Потім, використовуючи необхідні і достатні умови екстремуму, знайдемо, при якому значенні θ отримана функція набуває найбільшого значення.

З силового трикутника отримаємо:

$$E_{\alpha} = Ptg(\theta - \varphi), \tag{3.1}$$

де P – вага призми обвалення.

Знайдемо тепер вагу призми обвалення:

$$P = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \gamma \tag{3.2}$$

Де γ – об'ємна вага ґрунту. Оскільки

$$AB = H, \quad BC = Hctg\theta, \tag{3.3}$$

то

$$P = \frac{1}{2} H^2 \cdot \gamma \cdot ctg\theta. \tag{3.4}$$

Тепер рівність (3.1) запишеться так:

$$E_{\alpha} = \frac{1}{2} H^2 \gamma \cdot ctg\theta \cdot tg(\theta - \varphi). \tag{3.5}$$

У рівності (3.5) величини θ і E_α є змінними величинами, а інші – сталими величинами. Будемо цю рівність розглядати як залежність функції E_α від аргументу θ. Знайдемо таке положення площини ковзання, при якому тиск буде максимальним. Для цього спочатку знайдемо похідну функції E_α.

$$\frac{dE_\alpha}{d\theta}=\frac{H^2\gamma\cos(2\theta-\varphi)\cos\varphi}{2\sin^2\theta\cos^2(\theta-\varphi)}. \qquad (3.6)$$

Знаменник в отриманій рівності має знак “плюс”, множники чисельника : H^2, γ, $\cos\varphi$ також мають знак “плюс”. Таким чином, знак величини $\frac{dE_\alpha}{d\theta}$ залежить від знаку величини $\cos(2\theta-\varphi)$.

Оскільки кути θ і φ гострі, то кут $2\theta-\varphi$ є або гострим, або тупим. Розглянемо 2 випадки: $\theta<\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}$ і $\theta>\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}$. Якщо $\theta<\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}$, то $2\theta-\varphi<\frac{\pi}{2}$, отже, кут $2\theta-\varphi$ лежить або в першій, або в четвертій координатній чверті, а в цих чвертях косинус, як відомо, позитивний. Якщо $\theta>\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}$, то $2\theta-\varphi>\frac{\pi}{2}$, отже, кут $2\theta-\varphi$ лежить або в другій, або в третій координатній чверті, а в цих чвертях косинус негативний.

Використовуємо достатню умову екстремуму. Знайдемо другу похідну функції E_α. Отримаємо:

$$\frac{d^2E_\alpha}{d\theta^2}=\frac{-\sin(2\theta-\varphi)\sin\theta\cos(\theta-\varphi)-\cos(2\theta-\varphi)}{\sin^3\theta\cos^3(\theta-\varphi)}. \qquad (3.7)$$

З формули (3.7) виходить, що якщо $2\theta-\varphi<\frac{\pi}{2}$, то $\frac{d^2E_\alpha}{d\theta^2}<0$.

Якщо $2\theta-\varphi>\frac{\pi}{2}$, то $\frac{d^2E_\alpha}{d\theta^2}<0$.

Таким чином, ми дійшли того, що при $\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}$ функція E_α має максимум.

Подставимо $\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}$ в формулу (3.5):

$$E_{\alpha(\max)} = \frac{1}{2}H^2\gamma \cdot ctg\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\right)tg\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)=$$

$$=\frac{1}{tg\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\right)}tg\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)=\frac{1-tg\frac{\varphi}{2}}{1+tg\frac{\varphi}{2}}\cdot\frac{1-tg\frac{\varphi}{2}}{1+tg\frac{\varphi}{2}}=tg^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right).$$

Таким чином, маємо:

$$E_{\alpha(\max)} = \frac{1}{2}H^2\gamma \cdot tg^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right). \qquad (3.8)$$

Етап IV. Використання моделі. Знайдемо активний тиск ґрунту на стіну завдовжки 1 м, Ґрунт піщаний ($\gamma = 17кн/м^3$, $\varphi = 40^0$).

Розв'язання. Скористаємося формулою (3.8).

$$E_{\alpha(\max)} = \frac{1}{2}H^2\gamma tg^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)=\frac{1}{2}\cdot 17\cdot tg^2\left(45^0-20^0\right)=64кн.$$

Для розв'язання цієї задачі студент повинен вміти:

– складати функціональну залежність;
– досліджувати функцію однієї змінної на екстремум.

У результаті застосування метода математичного моделювання студенти освоюють не тільки математичні, але й професійні дії, досягаючи таким чином зовнішніх цілей навчання.

Аксіоматичний метод в повному обсязі не може бути використаний як спосіб побудови курсів математичних дисциплін для студентів ВТНЗ на відміну від таких курсів для студентів математичних спеціальностей класичних університетів внаслідок відмінності цілей навчання. Для майбутніх математиків володіння аксіоматичним методом є необхідним в їх професійній діяльності. В той же час, для студентів технічних напрямів підготовки цей метод може застосовуватися для обґрунтування аксіоматичних теорій (наприклад в теорії ймовірностей), або для доведення істинності тверджень дедуктивним методом.

Що стосується *спеціальних математичних методів,* які використовуються в курсах математичних дисциплін у ВТНЗ, то деякі з них (такі, як матричні методи лінійної алгебри, координатний метод, векторний метод, методи геометричних перетворень, метод розв'язання прикладних задач "на екстремум", методи інтегрування диференційних рівнянь, вибірковий метод математичної статистики та ін.) є окремими випадками загального методу математичного моделювання і мають використовуватися для побудови курсів математичних дисциплін.

Усі розглянуті нами методи використовуються під час розв'язання професійно спрямованих задач у навчанні і мають застосовуватися у діяльнісному навчанні математики. Але, на нашу думку, ефективне навчання математики у ВТНЗ неможливе без використання діяльнісних методів навчання математики, до яких ми відносимо *методи інженерії знань і методи забезпечення навчальної діяльності*. Методи інженерії знань дозволяють глибше зрозуміти структуру предметних знань, встановити більш глибокі зв'язки між предметними поняттями, а значить, сформувати основу для створення нових видів навчальної діяльності і технологій діяльнісного навчання. До таких методів ми відносимо *методи структурування предметних знань на рівні понять* [173] (см. п. 2.4), *спектральний метод побудови системи задач* [172] (с. п. 4.2).

Методи забезпечення навчальної діяльності є суто діяльнісними методами навчання математики, які базуються на предметній моделі студента. До таких методів ми відносимо *метод орієнтування* [124] (с. п. 4.3), *метод поетапного освоєння математичних предметних дій* [151] (см. п. 2.2.3).

Таким чином, ми пропонуємо використовувати у навчанні математики студентів ВТНЗ як традиційні методи навчання математики, такі як пояснювально-ілюстративний, репродуктивний, проблемний, частково-пошуковий, дослідницький, так і діяльнісні методи. Серед діяльнісних методів навчаннями на засадах діяльнісного підходу ми виділяємо методи інженерії знань і суто діяльнісні методи забезпечення навчальної діяльності.

Використання діяльнісних методів у навчання математики студентів ВТНЗ дозволяє забезпечити дотримання принципів діяльнісного навчання, провідним серед яких є принцип предметної діяльності, надати навчанню особистісно орієнтованої та розвивальної спрямованості.

Поєднання різноманітних методів навчання при організації діяльнісного навчання математики сприяє освоєнню студентами математичних предметних дій, формуванню в них способів дій, притаманних їх майбутній професійній діяльності.

3.5. Організаційні форми діяльнісного навчання математики

Організація й управління навчальною діяльністю неможливо без умілого використання різноманітних організаційних форм навчання. Згідно з тимчасовим положенням про організацію навчального процесу за кредитно-модульною системою підготовки фахівців, затвердженим наказом МОН України від 23 січня 2004 року, *формами організації навчального процесу в умовах* кредитно-модульної системи організації навчального процесу є*: лекційні, практичні, семінарські, лабораторні та індивідуальні заняття, всі види практик та консультацій, виконання студентами самостійних завдань та інші форми і види навчальної та науково-дослідницької діяльності студентів.*

Як зазначає З. І. Слєпкань [394], організаційні форми розрізняються за їхнім функціональним призначенням. Зазначені вище форми належать до форм організації засвоєння змісту навчання. Окрім них виокремлюють форми організації контролю засвоєння змісту навчання, які більш детально будуть розглянуті пізніше.

3.5.1. Методичні вимоги до організації лекцій у діяльнісному навчанні. Провідною організаційною формою навчання у вищій школі є лекція. *Лекція* (від латин. lectio – читання) – це систематичний, послідовний виклад викладачем навчального матеріалу. Це традиційна для вищої школи форма навчання, на основі якої формуються навчальні курси.

Залежно від дидактичних цілей і місця в навчальному процесі розрізняють такі типи лекцій: *вступна, настановча, поточна, заключна, оглядова*.

Залежно від способу проведення можна виділити різні види лекцій: *бінарна лекція, лекція-конференція, лекція-консультація.*

Лекції можна класифікувати і за методами організації навчальної діяльності: *інформаційна, проблемна, евристична, лекція-провокація, лекція-візуалізація*.

Розглянемо особливості організації деяких із вище зазначених видів лекцій. *Проблемна лекція* припускає виклад матеріалу через проблемність запитань, завдань або ситуацій. При цьому процес пізнання відбувається в науковому пошуку, діалозі і співробітництві з викладачем, у процесі аналізу і порівняння різних поглядів тощо. Новий теоретичний матеріал викладач подає за допомогою проблемних ситуацій, в основу яких закладене протиріччя. При такому викладанні матеріалу забезпечується розвиток теоретичного мислення, пізнавального інтересу до змісту предмета, професійна мотивація, корпоративність. Методичною вимогою до проблемної лекції є використання проблемного метода навчання, створення на лекції активних проблемних ситуацій на основі діяльнісної технології, що описана у п. 3.4.

Ще одним видом лекцій є *евристична лекція.* Головною умовою її проведення, як зазначає О. І. Скафа [387], є надання студентам можливості творити знання, формулювати поняття і застосовувати їх, висловлювати судження і будувати умовиводи, розв'язувати різноманітні завдання. Така організація навчальної діяльності сприяє зміні особистісних якостей, що розвиваються у навчальному процесі так, щоб у студентів формувалися прийоми не лише навчально-пізнавальної евристичної діяльності, але й активізувалися потреби професійно-евристичної діяльності майбутніх фахівців.

Лекція-візуалізація виникла як результат пошуку нових можливостей реалізації принципу наочності. Психолого-педагогічні дослідження показали, що наочність не лише сприяє більш успішному сприйняттю і засвоєнню матеріалу, але й дозволяє глибше проникати у сутність явищ, що вивчаються. Це, як зазначає Н. А.Тарасенкова [418], відбувається за рахунок роботи обох півкуль мозку, а не тільки лівої, логічної, яка зазвичай працює під час засвоєння точних наук. Права півкуля відповідає за образно-емоційне сприйняття інформації, тому вона починає активно працювати саме за умови візуалізації навчального матеріалу.

Зазначимо, що лекція-візуалізація є усною передачею інформації, що підкріплюється візуальними формами. Викладач має підібрати такі демонстраційні матеріали, такі форми наочності, які не лише доповнюють словесну інформацію, але й самі є носіями змістовної інформації.

Залежно від характеру навчального матеріалу використовуються різноманітні форми наочності:

– натуральні (мінерали, реактиви, деталі);
– образотворчі (слайди, малюнки, фото);
– символічні (схеми, таблиці).

Слід відмітити, що у навчанні математики зазвичай використовуються символічні форми наочності, але можливо використання і інших форм. Так, для студентів напрямів підготовки з галузі знань "Геодезія та землеустрій" на лекції з аналітичної геометрії можуть бути використані натуральні форми наочності у вигляді землевимірювальних інструментів. А для студентів напрямів підготовки з галузі знань "Будівництво та архітектура" можуть бути використані образотворчі форми наочності у вигляді фотографій архітектурних об'єктів тощо.

Усі наведені форми лекцій можуть використовуватися у діяльнісному навчанні математики при умові, що за способом організації навчальної діяльності це буде діяльнісна лекція. *Діяльнісна лекція* – це лекція, методичною вимогою до якої є залучення студента до активної діяльності на всіх її етапах.

Діяльнісна лекція має задовольняти принципам діяльнісного навчання:

– *первинності діяльності*: студент має виконувати на лекції діяльність із засвоєння її змісту. Ця діяльність має бути організована у формі розв'язання задач на основі схем орієнтування, розв'язання задач професійного спрямування з використанням опорного конспекту, складання піраміди понять, створення опорного конспекту тощо;

– *діяльнісного цілепокладання*: цілі лекції полягають в освоєнні дій, що необхідні в майбутній професійній діяльності, на кожному етапі студент має усвідомлювати які дії освоюються. Для усвідомлення цілей навчання викладач повинен групувати матеріал на лекції за логікою освоєння дій, а не подання знань;

– *діяльнісного визначення змісту навчання*: зміст лекції складають дії, що мають бути освоєні і ті знання, що необхідні для цього. Викладач має для кожної дії, що освоюється виділяти знання, необхідні для її освоєння;

– *діяльнісного засвоєння змісту навчання*: освоєння дій і засвоєння знань відбувається тільки в процесі діяльності, тому на лекції має бути організована діяльність з засвоєння її змісту. Це може бути діяльність з формування понять, встановлення ієрархії понять, розв'язання задач;

– *професійної спрямованості*: у кожній лекції мають бути наведені приклади математичного моделювання у фаховій галузі для створення додаткової мотивації навчання;

– *науковості*: діяльність на лекції має бути організована у відповідності до психологічної теорії діяльності, теорії поетапного освоєння навички, створення діяльнісної мотивації. Крім того має бути забезпечено високий науковий рівень предметних знань, доказовість і вірогідність суджень;

– *наступності*: необхідно показувати зв'язок дій, що освоюються на лекції, зі шкільним курсом математики, з іншими розділами математичної дисципліни, що вивчається, з іншими математичними дисциплінами, зі спеціальними дисциплінами в системі інженерної освіти;

– *системності*: необхідно показувати на кожній лекції системність побудови курсів математичних дисциплін, місце матеріалу, що вивчається, у цій системі, зв'язок його з іншими елементами цієї системи.

Організаційною вимогою до проведення діяльнісної лекції є надання студентам на лекції її семантичного конспекту. Особливістю семантичного конспекту як способу подання предметних знань є той факт, що всі предметні знання спочатку вводяться в ньому вербально, тобто у словесному формулюванні.

Студент на діяльнісній лекції може записувати функціональні назви знань, супроводжувати їх символічним видом тверджень і прикладами, вказуючи при цьому номери висловлювань семантичного конспекту.

Наведемо як приклад фрагмент семантичного конспекту, який входить до лекції з алгебри матриць:

СК.1.23. Матриця, всі елементи якої дорівнюють нулю, називається нульовою матрицею.

СК.1.24. Нульова матриця зазвичай позначається літерою О.

СК.1.25. Нульова матриця розміру $m \times n$ у символічному вигляді: $O_{m\times n} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$ *або* $O_{m\times n} = \{o_{ij}\}, \; o_{ij} = 0,$

де $i = 1, ..., m; \; j = 1, ..., n$.

СК.1.26. Матриця, в якій кількість рядків не дорівнює кількості стовпців, називається прямокутною.

СК.1.27. Прямокутна матриця розміру $m \times n$ у символічному вигляді:

$$A_{m\times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}, \; m \neq n.$$

СК.1.28. Матриця, в якій кількість рядків дорівнює кількості стовпців, називається квадратною.

СК.1.29. Квадратна матриця A розміру $n \times n$ у символічному вигляді:

$$A_{n\times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}. \; (СК.1.28)$$

У конспекті студента цьому фрагментові буде відповідати:

<u>*Нульова матриця*</u>

Означення – СК.1.23.

Символічний вид – $O_{m\times n} = \{o_{ij}\}, \; o_{ij} = 0.$

Приклад – $O_{2\times 4} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Прямокутна матриця

Означення – СК.1.23.

Символічний вид – $A_{m\times n}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots a_{mn} \end{pmatrix}$, $m \neq n$

Приклад – $A_{2\times 3}=\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Квадратна матриця:

Означення: СК.1.26.

Символічний вид: $A_{n\times n}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots a_{nn} \end{pmatrix}$.

Приклад: $A_{2\times 2}=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

У зв'язку з тим, що менше часу витрачається на записи, студентам можуть бути запропоновані різні види діяльності з:

– встановлення ієрархії предметних понять;
– структурування понять;
– складання схем орієнтування при розв'язанні задач;
– розв'язання задачі за допомогою схем орієнтування;
– експрес контролю засвоєння предметних знань;
– експрес контролю освоєння предметних дій.

На діяльнісній лекції викладач також, як і в традиційній лекції, систематично, послідовно викладає навчальний матеріал, але в нього немає потреби задиктовувати формулювання означень, теорем, властивостей та інших тверджень у вербальній формі. В той же час він наповнює конспект прикладами, коментаріями, професійно спрямованими задачами, а головне – поданням знань у символьній формі.

У знанньовому навчанні дидактичними цілями лекцій є повідомлення нових знань, їх систематизація та узагальнення, формування ідейних поглядів, переконань, світогляду, розвиток пізнавальних і професійних інтересів, зазначає М. Д. Нікандров [309].

У діяльнісному навчанні цілі лекції породжуються цілями навчання. Оскільки цілями у такому навчанні є освоєння математичних предметних дій, то і цілями лекції теж є освоєння дій. Ці дії, а також знання, що необхідні для формування цих дій, складають зміст кожної конкретної лекції.

Так, наприклад, якщо тема лекції є "Визначники", то її цілями буде освоєння студентами дій обчислення визначників різного порядку. До змісту цієї лекції, зазвичай, включають крім методів обчислення визначників ще і їх властивості. Але ці властивості мають надаватися не задля того, щоб довести кожну з них, а для того, щоб застосувати їх для обчислення визначників. Розглянемо фрагмент семантичного конспекту, що задає дві властивості визначників:

СК.5.10. Властивість 5 визначників полягає в тому, що визначник квадратної матриці дорівнює нулю, якщо рядок або стовпець матриці дорівнює іншому рядку або стовпцю цієї матриці, помноженому на число.

СК.5.11. Властивість 5 визначників в символічному вигляді для 1-го і 2-го стовпця визначника 3-го порядку:

$$\begin{vmatrix} a & k\cdot a & a_{13} \\ b & k\cdot b & a_{23} \\ c & k\cdot c & a_{33} \end{vmatrix} = 0 .$$

СК.5.12. Властивість 6 визначників полягає в тому, що, якщо всі елементи якого-небудь рядка або стовпця матриці представити у вигляді суми двох доданків, то визначник цієї матриці буде дорівнювати сумі визначників двох матриць, у першій з яких на місці елементів цього рядка або стовпця стоять перші , а у другій – другі доданки.

СК.5.13. Властивість 6 визначників в символічному вигляді для 1-го стовпця визначника 3-го порядку:

$$\begin{vmatrix} (a+b) & a_{12} & a_{13} \\ (c+d\,) & a_{22} & a_{23} \\ (e+f) & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & a_{12} & a_{13} \\ c & a_{22} & a_{23} \\ e & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b & a_{12} & a_{13} \\ d & a_{22} & a_{23} \\ f & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

Після введення цих властивостей доцільно розглянути такий приклад:

Обчислити визначник матриці А без допомоги калькулятора:

$$A = \begin{pmatrix} 130 & 120 & 110 \\ 131 & 121 & 111 \\ 132 & 122 & 112 \end{pmatrix} .$$

Розв'язання:

1. Обчислення цього визначника за мнемонічними правилами або за теоремою Лапласа призведе до громіздких обчислень, тому необхідно використати властивості визначників.

2. Представимо елементи другого і третього рядка у вигляді суми двох доданків, один з яких дорівнює відповідному елементу першого рядка:

$$|A| = \begin{vmatrix} 130 & 120 & 110 \\ 131 & 121 & 111 \\ 132 & 122 & 112 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 130 & 120 & 110 \\ 130+1 & 120+1 & 110+1 \\ 130+2 & 120+2 & 110+2 \end{vmatrix}.$$

3. За наданою вище властивістю 6 представимо отриманий визначник як суму двох визначників:

$$\begin{vmatrix} 130 & 120 & 110 \\ 130+1 & 120+1 & 110+1 \\ 130+2 & 120+2 & 110+2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 130 & 120 & 110 \\ 130 & 120 & 110 \\ 130 & 120 & 110 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}.$$

4. Обчислимо визначники, що складають суму. За властивістю 5 кожен з них дорівнює нулю, так як в першому визначнику є пропорційними рядки, а в другому визначнику – стовпці:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 130 & 120 & 110 \\ 130 & 120 & 110 \\ 130 & 120 & 110 \end{vmatrix} = 0.$$

5. Ми отримали, що визначник матриці *A* дорівнює нулю:

$$|A| = \begin{vmatrix} 130 & 120 & 110 \\ 131 & 121 & 111 \\ 132 & 122 & 112 \end{vmatrix} = 0.$$

Таким чином, ми застосували для обчислення визначника дві властивості визначників. У перебігу лекції цей визначник можна обчислити і за допомогою інших властивостей визначників. При цьому дуже важливо, щоб студенти самостійно виконували дії, запропоновані викладачем, або самі обирали шляхи виконання завдання.

Обов'язковим завданням викладача при проведенні діяльнісної лекції є формування у студентів вміння виконувати орієнтування. Майже кожне теоретичне поняття або судження має супроводжуватися його практичним застосуванням у вигляді задач. При розв'язанні цих задач ми пропонуємо складати схему орієнтування (см. п. 2.3), яка допоможе студентам виділити необхідні декларативні і процедурні знання, скласти алгоритм розв'язання.

Необхідною умовою діяльнісної лекції є надання студентам самостійної роботи з опрацювання матеріалу лекції. Зауважимо, що в умовах кредитно-модульної системи навчання окремі пункти плану лекцій пропонуються студентам на самостійне опрацювання. Тому слід чітко назвати літературу, форму подання опрацьованого матеріалу, термін контролю виконаної роботи і кількість балів, що нараховуються за умови її правильного виконання. Це може бути робота з розв'язання творчих або професійно-спрямованих завдань, складання семантичного або опорного конспекту з матеріалу лекції, складання схем орієнтування. Дуже корисною є робота з наповнення студентом свого конспекту лекцій теоретичними положеннями, які розглядалися, але були записані на лекції у вигляді посилань на семантичний конспект. Крім того, це може бути робота реферативного характеру, коли студенти розшукують приклади, інформацію щодо заданої теми. Частіше за все це завдання з застосування понять і методів, що розглянуті на лекції, у майбутній професійній діяльності.

Таким чином, однією з організаційних форм діяльнісного навчання математики студентів ВТНЗ є діяльнісна лекція, методичною вимогою до якої є виконання студентом діяльності з засвоєння її змісту та професійно спрямованої діяльності. Слід відмітити, що поняття діяльнісна лекція більш широке, ніж інші види лекцій, наприклад, проблемна або евристична. У лекції можуть використовуватися методи проблемного і евристичного навчання, в той же час вона буде діяльнісною, якщо цілями навчання на лекції буде освоєння математичних предметних дій.

3.5.2. Проектування практичних занять з математики. Поняття “практичне заняття” в педагогіці вищої школи часто використовується як родове поняття, яке включає власне практичне заняття, лабораторну роботу, семінар у всіх його різновидах [394].

У традиційному навчанні *практичні заняття* – це форма заняття, коли викладач організовує детальний розгляд студентами деяких теоретичних положень навчальної дисципліни і формує навички та уміння їх практичного застосування. Оскільки у діяльнісному навчанні цілі навчальної діяльності дещо змінюються, то практичне заняття розглядається як таке, на якому відбувається освоєння практичних і теоретичних дій з одночасним засвоєнням знань.

Основні цілі практичних занять у діяльнісному навчанні можна сформулювати таким чином:

– освоєння теоретичних і практичних предметних математичних дій;

– освоєння способів дій професійної діяльності, а саме дій математичного моделювання у фаховій галузі;

– засвоєння предметних знань у процесі розв’язання задач.

Під час проведення практичного заняття викладач має забезпечити активну навчальну діяльність студентів, використовуючи *індивідуальну, групову і фронтальну форми роботи.*

Конструювання викладачем системи практичних занять у межах кредитно-модульної системи навчання, як правило, не вкладається в рамки традиційної лекційно-практичної форми проведення занять і для ефективної організації та активізації навчального процесу доводиться розв’язувати проблеми, пов’язані з вибором чи комбінацією різноманітних видів практичних занять. О. І. Скафа, Н. М. Лосєва, О. В. Мазнєв [389] виокреслюють такі *види практичних занять у вищій школі:*

1) практичне заняття формування навичок і умінь;
2) практичне заняття узагальнення знань;
3) практичне заняття на застосування знань і умінь;
4) інтегроване практичне заняття;
5) практикум;
6) лабораторна робота;
7) семінар.

Але, з погляду діяльнісного навчання засвоєння знань відбувається підчас діяльності, тому на кожному практичному занятті, розв'язуючи задачі, студент освоює математичні предметні дії і одночасно засвоює знання. При цьому дії освоюються студентами різною мірою: на рівні вмінь, операцій або навичок. Це значить, що будь-яке практичне заняття з математики є заняттям з освоєння математичних предметних дій, тобто формування вмінь та навичок, і одночасного засвоєння знань.

На кожному практичному занятті має бути організована навчальна діяльність з розв'язання задач, причому ці задачі мають бути підібрані таким чином, щоб дії освоювалися послідовно. Це може бути практичне заняття з однієї теми, узагальнююче заняття зі всього розділу, зняття з підготовки до контрольної роботи, підсумкове заняття зі всього курсу.

Традиційна *структура* практичного заняття, наприклад, з формування навичок і умінь є такою [389]:

– ознайомлення з темою заняття, формулювання мети і завдань;
– перевірка знань і умінь студентів (або актуалізація опорних знань);
– окреслення основних контрольних питань, що необхідно опрацювати, з теоретичного матеріалу, який розглядався на лекції;
– засвоєння навчального матеріалу шляхом розв'язування основного класу завдань за темою, що вивчається;
– підведення підсумків заняття;
– надання домашнього завдання.

Охарактеризуємо структуру практичного заняття у діяльнісному навчанні математики.

– перевірка домашнього завдання;
– формулювання теми, мети і завдань заняття;
– видача студентам завдання на заняття;
– самостійне виконання студентами завдань під керівництвом викладача, використання комп'ютерних засобів навчання;
– складання схем орієнтування при розв'язанні задач, евристичних схем, орієнтирів;
– підведення підсумків і надання домашнього завдання.

Методичними вимогами до проведення практичного заняття у діяльнісному навчанні є:

– формулювання цілей заняття у термінах дій;

– наявність системи завдань, спрямованих на активізацію необхідних процедурних знань;

– наявність системи завдань, яка спрямована на послідовне освоєння математичних предметних дій і задовольняє умові повноти спектру освоюваних дій;

– використання семантичного конспекту;

– використання схем орієнтування;

– організація самостійної діяльності кожного студента на занятті;

– виконання кожним студентом всієї системи завдань.

Наведемо приклад завдання на практичне заняття з обчислення невизначеного інтегралу методом заміни змінних. Воно містить у собі завдання з кількох блоків. Завдання першого блоку – це 20 тестових завдань закритого типу, призначених для активізації необхідних процедурних знань (табл. 3.5). Вони містять формули таблиці інтегралів, записані для змінних *u* або *t* у відповідності до властивості інваріантності невизначеного інтегралу, а також завдання на обчислення диференціалу функції.

Таблиця 3.5

Блок І. Тестові завдання з теорії на тему “Заміна змінних у невизначеному інтегралі”

1. Укажіть, чому дорівнює інтеграл $\int tgudu$.

A: $\ln\lvert\sin u\rvert + C$	**B:** $-\ln\lvert\cos u\rvert + C$	**C:** $ctgu + C$	**D:** $arctgu + C$

2. Укажіть, чому дорівнює невизначений інтеграл $\int \frac{2dy}{4+y^2}$.

A: $\arcsin\frac{y}{2} + C$	**B:** $2arctgy + C$	**C:** $\frac{1}{2}\ln\left\lvert\frac{y-2}{y+2}\right\rvert + C$	**D:** $arctg\frac{y}{2} + C$

3. Укажіть, чому дорівнює диференціал функції $u(x) = \cos x$.

A: $-\sin x \cdot dx$	**B:** $\sin x \cdot dx$	**C:** $\cos x \cdot dx$	**D:** $-\cos x \cdot dx$

4. Укажіть, чому дорівнює невизначений інтеграл $\int \frac{dt}{\sqrt{a^2 - t^2}}$.

A: $\frac{1}{2a}\ln\left\lvert\frac{t+a}{a-t}\right\rvert + C$	**B:** $\frac{1}{a}arctg\frac{t}{a} + C$	**C:** $\arcsin\frac{t}{a} + C$	**D:** $\frac{1}{2a}\ln\left\lvert\frac{t-a}{a+t}\right\rvert + C$

5. Укажіть, чому дорівнює невизначений інтеграл $\int ctgudu$.

A: $-\ln\lvert\sin u\rvert + C$	**B:** $\ln\lvert\cos u\rvert + C$	**C:** $\ln\lvert\sin u\rvert + C$	**D:** $-\ln\lvert\cos u\rvert + C$

6. Укажіть, чому дорівнює диференціал функції $u(x) = \sqrt{x^2+3}$.

A: $\sqrt{x^2+3}\cdot dx$	**B:** $\dfrac{dx}{\sqrt{x^2+3}}$	**C:** $\dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}$	**D:** $\dfrac{xdx}{\sqrt{x^2+3}}$

7. Укажіть, чому дорівнює похідна функції $f(u) = a^u$.

A: $a^u \cdot \ln a$	**B:** $\dfrac{a^u}{\ln a}$+C	**C:** $\dfrac{a^u}{\ln a}$	**D:** $a^u \ln a \cdot u'$

8. Укажіть, чому дорівнює невизначений інтеграл $\int \dfrac{2dx}{\sqrt{x^2-4}}$.

A: $\arcsin\dfrac{x}{2}$+ C	**B:** $2\ln\left\lvert x+\sqrt{x^2-4}\right\rvert +$ C	**C:** $\dfrac{1}{2}\ln\left\lvert\dfrac{x-2}{x+2}\right\rvert$+ C	**D:** $arctg\dfrac{x}{2}$ + C

9. Укажіть формулу для обчислення диференціалу функції $u = \varphi(x)$.

A: $du = dx$	**B:** $du = \varphi(x)dx$	**C:** $du = \varphi'(x)dx$	**D:** $du = \varphi'(x)$

10. Укажіть, чому дорівнює невизначений інтеграл $\int \dfrac{dt}{a^2-t^2}$.

A: $\dfrac{1}{2a}\ln\left\lvert\dfrac{t+a}{a-t}\right\rvert$+ C	**B:** $\dfrac{1}{a}arctg\dfrac{t}{a}$+ C	**C:** $\arcsin\dfrac{t}{a}$+C	**D:** $\dfrac{1}{2a}\ln\left\lvert\dfrac{t-a}{a+t}\right\rvert + C$

11. Укажіть, чому дорівнює невизначений інтеграл $\int \sin udu$.

A: $-\cos u + C$	**B:** $\cos u \cdot u'$	**C:** $-\sin u + C$	**D:** $\sin u + C$

12. Укажіть, чому дорівнює інтеграл $\int f(kx)dx$, де $k = const$.

A: $\dfrac{1}{k}F(kx)+C$	**B:** $F(kx)+C$	**C:** $kF(x)+C$	**D:** $\dfrac{1}{k}F(x)+C$

13. Укажіть, чому дорівнює невизначений інтеграл $\int \cos udu$.

A: $-\cos u + C$	**B:** $\cos u \cdot u'$	**C:** $-\sin u + C$	**D:** $\sin u + C$

14. Укажіть, чому дорівнює невизначений інтеграл $\int \dfrac{2dx}{\sqrt{x^2+4}}$.

A: $\arcsin\dfrac{x}{2}$+ C	**B:** $2\ln\left\lvert x+\sqrt{x^2+4}\right\rvert +$ C	**C:** $\dfrac{1}{2}\ln\left\lvert\dfrac{x-2}{x+2}\right\rvert$+ C	**D:** $arctg\dfrac{x}{2}$ + C

15. Укажіть, чому дорівнює невизначений інтеграл $\int u^n du$.

A: $nu^{n+1}+C$	**B:** $nu^{n-1}+C$	**C:** $\frac{u^{n-1}}{n-1}+C$	**D:** $\frac{u^{n+1}}{n+1}+C$

16. Укажіть, чому дорівнює диференціал функції $u(x)=\ln(x^2+3)$.

A: $\ln(x^2+3)\cdot dx$	**B:** $\frac{dx}{x^2+3}$	**C:** $\frac{2x}{x^2+3}$	**D:** $\frac{2xdx}{x^2+3}$

17. Укажіть, чому дорівнює інтеграл $\int \sin(kx)dx$, де $k=const$.

A: $\frac{1}{k}\cos(kx)+C$	**B:** $\cos(kx)+C$	**C:**	**D:** $-\frac{1}{k}\cos(kx)+C$

18. Укажіть, чому дорівнює du, якщо $k\cos(kx)+C$ $u=\arcsin x$.

A: $du=\arccos x dx$	**B:** $du=\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$	**C:** $du=\frac{dx}{1+x^2}$	**D:** $du=-\frac{dx}{1+x^2}$

19. Укажіть, чому дорівнює інтеграл $\int \frac{du}{\cos^2 u}$.

A: $tgu+C$	**B:** $-\ln\lvert\cos u\rvert+C$	**C:** $ctgu+C$	**D:** $arctgu+C$

20. Укажіть, чому дорівнює du, якщо $u=arctgx$

A: $du=arccrcctg$	**B:** $du=\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$	**C:** $du=\frac{dx}{1+x^2}$	**D:** $du=-\frac{dx}{1+x^2}$

У таблиці 3.6 наведено відповіді на завдання з теорії. Студент отримує відповіді після того, як він самостійно відповість на всі завдання блоку 1 для виправлення помилок.

Таблиця 3.6

Відповіді на тестові завдання з теми “Заміна змінних у невизначеному інтегралі”

№ завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Відповідь	**B**	**D**	**A**	**C**	**C**	**D**	**D**	**B**	**C**	**A**
№ завдання	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Відповідь	**A**	**A**	**D**	**B**	**D**	**D**	**D**	**B**	**B**	**C**

Після того, як розв'язані завдання блоку 1, студент отримує завдання блоку 2 (таблиця 3.7), які містять приклади заміни на всі формули таблиці інтегралів. При розв'язані завдань блоку 2 студент має самостійно визначати формулу таблиці інтегралів, за якою він обчислює інтеграли, але йому вказана заміна змінної, яку він має зробити.

Таблиця 3.7

Блок II. Завдання на тему
"Заміна змінних у невизначеному інтегралі"

№ завд.	Умова завдання	Заміна змінної	Відповідь
1.	$\int e^{2x}dx;$	$t=2x$	$\frac{1}{2}e^{2x}+C$
2.	$\int tg5xdx;$	$t=5x$	$-\frac{1}{5}\ln\lvert\sin 5x\rvert+C$
3.	$\int ctg(2x+1)dx;$	$t=2x+1$	$\frac{1}{2}\ln\lvert\cos(2x+1)\rvert+C$
4.	$\int\frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}};$	$t=1-x^2$	$-\sqrt{1-x^2}+C$
5.	$\int\frac{1}{x}\sqrt{1+\ln x}dx;$	$t=1+\ln x$	$\frac{2}{3}\sqrt{(1+\ln x)^3}+C$
6.	$\int\frac{x^3dx}{\sqrt{1-x^8}};$	$t=x^4$	$\frac{1}{4}\arcsin(x^4)+C$
7.	$\int\frac{x^2dx}{\sqrt[3]{1+x^3}};$	$t=1+x^3$	$\frac{1}{2}\sqrt[3]{(1+x^3)^2}+C$
8.	$\int\frac{\sin x^{-1}}{x^2}dx;$	$t=x^{-1}$	$\sin(x^{-1})+C$
9.	$\int\frac{dx}{4x^2-4x-3};$	$t=2x-1$	$\frac{1}{4}\ln\left\lvert\frac{2x-3}{2x+1}\right\rvert+C$
10.	$\int\frac{dx}{\sqrt{5+2x+x^2}}$	$t=x+1$	$\ln\left\lvert x+1+\sqrt{5+2x+x^2}\right\rvert+C$

11.	$\int \frac{\cos x dx}{4+\sin^2 x}$	$t=\sin x$	$\frac{1}{2}\text{arctg}\left(\frac{\sin x}{2}\right)+C$
12.	$\int x^{-3}3^{\frac{1}{x^2}};$	$t=x^{-2}$	$\frac{-3^{\frac{1}{x^2}}}{2\ln 3}+C$
13.	$\int \frac{\sin x}{\cos^3 x}dx;$	$t=\cos x$	$\frac{1}{2\cos^2 x}+C$
14.	$\int (x-10)^{-1}dx;$	$t=x-10$	$\ln\lvert x-10\rvert+C$
15.	$\int \frac{1}{x(1+\ln x)}dx;$	$t=1+\ln x$	$\ln\lvert 1+\ln x\rvert+C$
16.	$\int \frac{dx}{3+4x-4x^2};$	$t=2x-1$	$\frac{1}{4}\ln\left\lvert\frac{1+2x}{3-2x}\right\rvert+C$
17.	$\int \frac{dx}{\sqrt{3+2x-x^2}}$	$t=x-1$	$\arcsin\left(\frac{x-1}{2}\right)+C$
18.	$\int \frac{e^{2x}}{1-3e^{2x}}dx;$	$t=e^{2x}$	$-\frac{1}{6}\ln\lvert 1-3e^{2x}\rvert+C$
19.	$\int \frac{e^{1-\text{ctg}x}dx}{\sin^2 x}$	$t=1-\text{ctg}x$	$e^{1-\text{ctg}x}+C$
20.	$\int \frac{2\text{tg}x-3}{\cos^2 x}dx$	$t=2\text{tg}x-3$	$\frac{1}{2}(2\text{tg}x-3)^2+C$

Завдання блоку 3 (таблиця 3.8) містять інтеграли, для яких не вказано, яку заміну змінних треба зробити і які формули треба використовувати для обчислення інтегралу.

Таблиця 3.8

Блок III. Завдання на тему “Заміна змінних у невизначеному інтегралі”

№ завд.	Умова завдання	Відповідь
1.	$\int \frac{arctgx+x}{1+x^2}dx.$	$\frac{1}{2}\text{arctg}^2 x+\frac{1}{2}\ln\lvert 1+x^2\rvert+C$

2.	$\int \frac{(\arcsin x)^2+1}{\sqrt{1-x^2}}dx.$	$\frac{1}{3}\arcsin^3 x+\arcsin x+C$
3.	$\int \frac{x+2}{5+12x-9x^2}dx;$	$-\frac{1}{18}\ln\left\|5+12x-9x^2\right\|+\frac{8}{3}\ln\left\|\frac{1+3x}{5-3x}\right\|+C$
4.	$\int \frac{2x+5}{\sqrt{x^2+8x+25}}dx;$	$2\sqrt{x^2+8x+25}-3\ln\left\|x+4+\sqrt{x^2+8x+25}\right\|+C$
5.	$\int \frac{x+1}{\sqrt{1-x^2}}dx;$	$-\sqrt{1-x^2}+\arcsin x+C$
6.	$\int \frac{x+2}{x^2+25}dx$	$\frac{1}{2}\ln\left\|x^2+25\right\|+\frac{2}{5}\mathrm{arctg}\frac{x}{5}+C$
7.	$\int \frac{\ln x+2}{x(\ln^2 x-9)}dx$	$\frac{1}{2}\ln\left\|\ln^2 x-9\right\|+\frac{1}{3}\ln\left\|\frac{\ln x-3}{\ln x+3}\right\|+C$
8.	$\int \frac{3-x}{\sqrt{3+2x-x^2}}dx;$	$\sqrt{3+2x-x^2}+2\arcsin\frac{x-1}{2}+C$
9.	$\int \frac{x+2}{3+4x-4x^2}dx;$	$-\frac{1}{8}\ln\left\|3+4x-4x^2\right\|+\frac{5}{8}\ln\left\|\frac{1+2x}{3-2x}\right\|+C$
10.	$\int \frac{x^7+x^3}{\sqrt{2-x^8}}dx;$	$-\frac{1}{4}\sqrt{2-x^8}+\frac{1}{4}\arcsin\frac{x^4}{\sqrt{2}}+C$

При цьому студент може використовувати схеми орієнтування, які йому надаються у готовому вигляді, або складаються ним самостійно. Проте в цих завданнях надані відповіді, які мають бути отримані студентом при розв'язанні завдань третього блоку.

Частина завдань розв'язується на занятті в аудиторії, решта – вдома. При цьому студенти працюють в індивідуальному темпі, маючи можливість отримати допомогу викладача.

На дошці теж розв'язуються приклади і студенти, у яких виникають ускладнення, можуть працювати на дошці. Викладач, використовуючи різноманітні методи навчання, організовує різні види навчальної діяльності: веде евристичну бесіду, складає схеми орієнтування, створює активні проблемні ситуації тощо.

Таким чином, у діяльнісному навчанні математики практичні заняття є однією з найважливіших організаційних форм навчання. Методичною вимогою до проведення практичних занять є наявність системи завдань, спрямованих на досягнення цілей заняття, виконання кожним студентом усіх завдань системи і використання схем орієнтування на практичному занятті.

3.5.3. Організація самостійної роботи студентів на засадах діяльнісного підходу. Самостійність є однією з важливіших рис особистості, що характеризується двома факторами: по-перше, ставленням особистості до процесу діяльності, її результатів і умов здійснення, по-друге, сукупністю засобів – знань та умінь, якими особистість володіє. Формування самостійності майбутнього фахівця у процесі навчання є одним з найважливіших завдань вищої школи, яке здійснюється шляхом використання у навчальному процесі самостійної роботи студентів.

В нормативних документах МОН України, а саме в "Положенні про організацію навчального процесу" [436], самостійна робота визначається як поза аудиторна робота у вільний від навчальних занять час. Навчальний час, що відводиться для самостійної роботи студентів, регламентується навчальним планом. Він повинен складати від 1/3 (для денної форми навчання) до 2/3 (для заочної форми навчання) від загального обсягу навчального часу, що відводиться на вивчення кожної конкретної дисципліни.

Як показує проведений нами аналіз навчальних планів, навіть на денній формі навчання на деяких спеціальностях самостійна робота складає майже половину навчального часу, і, таким чином, стає не менш важливим видом навантаження студента, ніж аудиторне навантаження. На заочній та очно-заочній формі навчання практично 4/5 від загального навчального часу відведено на самостійну роботу, а це означає, що більшу кількість навчального матеріалу студенти повинні вивчати самостійно.

Як організувати самостійну роботу студентів (СРС) за таких умов та управляти нею? З цього приводу треба відмітити, що існує багато різних підходів до організації самостійної навчальної діяльності студентів. Учені та педагоги-практики висловлюють різноманітні ідеї щодо управління СРС. Проблематичність організації СРС та самостійної навчальної діяльності студентів полягає в тому, що різні дослідники по-різному розуміють саме поняття “самостійна робота”. Можна виділити такі основні напрямки визначення самостійної роботи, як:

– окремого засобу пізнавальної діяльності, що відбувається як наукове пізнання і під час якої студенти самостійно здобувають знання, виробляють власні вміння та навички, самостійно закріплюють їх та застосовують на практиці (І. Я. Лернер) [271];

– засоби здобуття нових знань, вироблення та практичного закріплення вмінь і навичок, що організується викладачем, керується ним, але здійснюється без безпосередньої його участі (О. В. Долженко) [112];

– форму організації навчального процесу, що протікає як творча діяльність студентів чи конкретний вияв розумової діяльності (М. М. Скаткін) [381];

– як вид навчання під час якого студенти вирішують різноманітні науково-пізнавальні проблеми (І. В. Харламов) [434];

– методи індивідуальної чи колективної аудиторної або поза аудиторної навчальної діяльності під ретельним керівництвом викладача, але без активного його втручання (А. І. Воротнікова, Т. Л. Кремнєва, Є. М. Закацола) [204];

– форми контролю чи самоконтролю здобутих самостійно чи за участю викладача знань, умінь і навичок (А. В. Хуторський, Г. В. Воронцова) [440];

– самостійний пошук необхідної інформації, набуття знань, використання цих знань для розв’язання навчальних, наукових і професійних завдань (С. І. Архангельський) [16];

– діяльність, що складається з багатьох елементів: творчого сприйняття й осмислення навчального матеріалу в ході лекції, підготовки до занять, іспитів, заліків, виконання курсових і дипломних робіт (А. Г. Молібог) [297];

– система мір по вихованню активності і самостійності як рис особистості, по виробленню вмінь і навичок раціонально придбати корисну інформацію (Б. Г. Іоганзен) [220];

– система організації педагогічних умов, що забезпечують управління навчальною діяльністю, яка протікає у відсутності викладача (В. Граф, І. І. Ільясов, В. Я. Ляудіс) [92];

– засіб активізації навчальної діяльності студентів (Н. Л. Бельско) [35].

Як видно з наведених вище означень і тлумачень, самостійна робота розглядається, з одного боку, як вид діяльності, стимулюючий активність, самостійність, пізнавальний інтерес, і як основа самоосвіти, поштовх до подальшого підвищення кваліфікації, а з іншої – як система заходів або педагогічних умов, що забезпечують управління самостійною діяльністю студентів.

Тобто, дослідники, що займаються проблемою самостійної роботи студентів, вкладають в це поняття різний зміст. Крім того, більшість учених педагогів погоджуються з тим, що в основі СРС лежить діяльнісний підхід, тобто СРС – це діяльність.

Таким чином, самостійна робота – це не робота студента поза аудиторією, а його навчально-пізнавальна діяльність, спрямована на формування професійної компетенції, яку студент виконує самостійно, але яка ретельно розроблена та спланована викладачем. Не має значення де цю роботу студент виконує: на лекції, практичному або семінарському занятті, при складанні якоїсь форми контролю, або поза аудиторією. Головне, що він виконує діяльність, спрямовану на отримання кінцевого результату, а не запам'ятає якусь сукупність фактів. Не має значення де, а має значення, що робить студент, виконуючи самостійну роботу.

Отже, узагальнюючи наведене вище, потрібно зазначити, що *самостійна робота студентів – це аудиторна чи поза аудиторна самостійна навчальна діяльність студентів, яка спрямована на освоєння математичних предметних дій, та засвоєння математичних предметних знань, яка здійснюється без безпосередньої участі викладача, але при його опосередкованому управлінні.*

Сам процес організації СРС повинен здійснюватися згідно з дидактичним принципом доступності навчання: від репродуктивного через евристичний, проблемний до творчо-дослідницького етапу навчальної діяльності. Таким чином, ми поступово навчаємо студентів самостійності здобуття знань, вироблення власних умін і навичок практичного застосування цих знань.

Для студента – майбутнього фахівця – важливо не лише осмислити й засвоїти інформацію, а й оволодіти способами її *практичного застосування і прийняття рішень.* За таких умов зменшується частка прямого, зовні заданого інформування і розширюється застосування інтерактивних форм та методів роботи студентів під керівництвом викладача (тьютора) та *повноцінної самостійної роботи”* [295].

У документах МОНМС України [421] підкреслюється, що одним з принципів, яких слід дотримуватися, є принцип *пріоритетності змістової й організаційної самостійності та зворотного зв’язку*, який полягає в створенні умов організації навчання, що вимірюється та оцінюється результатами самостійної пізнавальної діяльності студентів. Це означає, що навчальний процес повинен стати більш демократичним, більш відкритим для студента. З погляду організації самостійної роботи це потребує певних дій від викладача:

– планування самостійної роботи студента в рамках кожного залікового модуля;

– розробки індивідуальних завдань професійної спрямованості для організації самостійної діяльності студента з використанням всієї суми знань залікового модуля;

– методичного забезпечення самостійної роботи, тобто розробки конспектів лекцій, методичних вказівок до виконання індивідуальних завдань, або інших видів самостійної роботи;

– інформування студента на початку кожного модулю про те, які види самостійної роботи йому доведеться виконати у рамках цього модуля, у якій формі, як ця робота буде оцінюватися, якими методичними розробками або літературою вона забезпечена;

– організація консультування студентів з питань виконання самостійної роботи.

Система оцінювання теж повинна бути наведена у відповідність з європейською шкалою, яка передбачає не чотири види оцінки, тобто “відмінно”, “добре”, “задовільно” і “незадовільно”, а п’ять. Різниця в тому, що оцінка “незадовільно” в європейській системі оцінювання має два рівня: “незадовільно з правом повторного перескладання”, та “незадовільно з обов’язковим проходженням повторного курсу”. В обох випадках передбачається значна додаткова самостійна робота студента, яка теж повинна бути розроблена викладачем. Для організації цієї роботи викладачеві потрібно:

– розробити індивідуальні завдання для ліквідування академічної заборгованості для студентів, що отримали : "незадовільно з правом повторного перескладання";

– розробити індивідуальні завдання адаптивного характеру, що спрямовані на формуванні у студента вмінь, які необхідні для вивчення даної дисципліни, але не були сформовані в попередніх дисциплінах, для студентів що отримали оцінку "незадовільно з обов'язковим проходженням повторного курсу";

– організувати індивідуальне консультування, або індивідуальні заняття для студентів, що ліквідують академічну заборгованість.

Традиційно прийнято розподіляти самостійну роботу на самостійну роботу по вивченню лекційного теоретичного матеріалу, та самостійну підготовку студентів до семінарських та практичних занять. При цьому велика кількість викладачів вважають достатнім тільки запропонувати літературу для опрацювання певних питань, а що і як буде робити студент, це його особиста справа. Це типовий зразок знанньового підходу до навчання, який у кращому випадку приведе до того, що студент запам'ятає якийсь обсяг інформації.

Самостійна робота студентів, як діяльність, спрямовану на отримання ними професійної компетенції. Вона може бути класифікована за формами організації та видами робіт, за змістом професійної діяльності, місцем організації та методичними засадами.

Самостійна робота носить діяльнісний характер і тому в її структурі можна виділити компоненти, характерні для діяльності, а саме: мотиваційну, змістовну, орієнтувальну, виконавчу і контрольно-коректувальну частини. У зв'язку з цим можна виділити умови, що забезпечують успішне виконання самостійної роботи в діяльнісному навчанні математики:

1. Умотивованість навчального завдання (для чого, чому сприяє).

2. Чітка постановка пізнавальних завдань.

3. Алгоритм, метод виконання роботи, знання студентом способів її виконання.

4. Чітке визначення викладачем форм звітності, обсягу роботи, термінів її представлення.

5. Визначення видів консультаційної допомоги (консультації – настановні, тематичні, проблемні).

6. Критерії оцінки, звітності та ін.

7. Види і форми контролю (практикум, контрольні роботи, тести, семінар та ін.).

Самостійна робота включає відтворюючі і творчі процеси в діяльності студента. Залежно від цього розрізняють три рівні самостійної діяльності студентів:

1) репродуктивний (тренувальний) рівень;

2) реконструктивний рівень;

3) творчий, пошуковий.

Тренувальні самостійні роботи виконуються за зразком: розв'язання завдань, заповнення таблиць, схем та ін. Пізнавальна діяльність студента проявляється в пізнаванні, осмисленні, запам'ятовуванні. *Мета такого роду робіт* – освоєння дій, засвоєння знань. Наприклад це можуть бути системи тестових завдань, або задач, спрямованих на послідовне освоєння дій.

Реконструктивні самостійні роботи – це роботи, в перебігу яких відбувається перебудова розв'язань, складання плану, тез, анотування. На цьому рівні можуть виконуватися реферати. Прикладом такого виду завдань може бути складання семантичного конспекту з певної теми, наповнення семантичного конспекту, наданого студентам, прикладами та ін.

Творча самостійна робота вимагає аналізу проблемної ситуації, отримання нової інформації. Студент повинен самостійно зробити вибір засобів і методів розв'язання (навчально-дослідницькі завдання, курсові і дипломні проекти).

Видом творчої самостійної роботи при вивченні математичних дисциплін, в якій реалізується її дослідницька функція, є підготовка доповіді на студентську науково-технічну конференцію (СНТК). Кафедрою вищої математики Донецького національного технічного університету традиційно проводиться СНТК "Математична культура інженера", за метеріалами якою видається збірник доповідей [288, 289]. У збірнику публікуються роботи студентів, виконані під керівництвом викладача, або самостійно, присвячені питанням історії математики, математичного моделювання та використання математики в при навчанні майбутніх інженерів. Роботи згруповані за секціями:

Секція 1. Історія математики.

Секція 2. Математика у професійній діяльності інженера.

Секція 3. Економіко-математичне моделювання.

Секція 4. Математика в технічному університеті.

У додатку В наведено приклад доповіді, підготовленої студентом до секції “Математика у професійній діяльності інженера” під нашим керівництвом.

У діяльнісному навчанні математики ми пропонуємо використання всіх видів самостійної роботи. За видами робіт та формами організації самостійну роботу студентів можна розподілити на:

– самостійну робота студентів на лекційних, або практичних заняттях;

– самостійну робота студентів під час контрольних заходів: самостійних та контрольних робіт на заняттях, ректорських контрольних робіт, складання іспиту, тощо;

– самостійна робота з написання рефератів, доповідей на студентські науково-технічні конференції;

– самостійна робота при підготовці до творчих конкурсів та олімпіад;

– самостійна науково-дослідна робота студента: реферування, написання тез доповіді, або доповіді на студентську наукову конференцію;

– самостійна робота студентів з виконання студентами індивідуальних завдань;

– додаткова самостійна робота з виконання індивідуальних завдань студентами, що не виконують навчальний план, тобто мають академічну заборгованість або академічну різницю.

Форми самостійної роботи студентів та розподіл часу між ними з математичних дисциплін повинні визначатися робочою навчальною програмою дисципліни, в якій має бути конкретизовано, які теми виносяться на самостійну роботу, зміст та кількість індивідуальних завдань та рецензованих контрольних робіт, розподіл часу на виконання різних видів самостійної роботи студентів. При цьому календарно-тематичне планування повинно бути наведено як для лекційних та практичних занять, так і для самостійної роботи студентів.

З погляду діяльнісного підходу до навчання математики першочерговим завданням є розробка методичного забезпечення самостійної роботи студентів:

– конспектів, або опорних, тобто семантичних, конспектів лекцій;
– задачників, розв’язальників;
– пакетів індивідуальних завдань професійної спрямованості;
– пакетів індивідуальних завдань для ліквідування академічної заборгованості;
– пакетів індивідуальних завдань для ліквідування академічної різниці;
– методичних вказівок до виконання індивідуальних завдань;
– методичних вказівок до виконання лабораторних робіт;
– методичних вказівок до написання курсових, бакалаврських та дипломних робіт;
– методичних вказівок з науково-дослідницької роботи студентів з математики;
– навчальних та тренінгових програм.

Наведемо приклад індивідуального завдання з теми “Лінійна алгебра”, що розроблено за діяльнісною технологією.

Тема 1: Матриці і дії з ними.

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 5 & 3\\ 3 & 2 & 4\\ 2 & -1 & 2\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}3 & -1 & 2 & 5\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}2 & -1 & -1\\ 3 & 3 & 5\end{pmatrix},\ D=\begin{pmatrix}2 & 4 & 5\\ -3 & 2 & 0\\ 5 & 0 & 0\end{pmatrix},$$

$$E=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix},\quad F=\begin{pmatrix}12\\ 18\\ 6\end{pmatrix},\quad G=\begin{pmatrix}5/6\end{pmatrix},\quad H=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 2 & 1\\ 3 & 2 & -2 & 1\\ 2 & 3 & 0 & 2\\ -1 & -2 & -3 & -1\end{pmatrix},$$

$$K=\begin{pmatrix}2 & -3\\ 4 & 1\end{pmatrix},\ X=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\\ e & f\end{pmatrix},\ O=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$$

Для даних матриць виконайте:

1. Проставте розмірність матриць і випишіть по два різні елементи для кожної матриці.

2. Транспонуйте дані матриці.

3. Укажіть серед даних і транспонованих матриць: прямокутні, квадратні, діагональні, одиничні, нульові, трикутні.

4. Обчисліть 5 сум, складених з цих матриць і транспонованих матриць.

5. Знайдіть матриці: –A; 2B; ½H, E³, D³, AD – D².

6. Розв'яжіть матричне рівняння $E + X = 2D + \frac{1}{2}D^T$.

7. На прикладі будь-яких з даних матриць доведіть властивості операцій множення матриці на матрицю.

8. Укажіть які з даних матриць і транспонованих можна множити і в якому порядку. Знайдіть розмір кожного добутку.

9. Знайдіть 5 добутків даних матриць і транспонованих.

Тема 2: Обчислення визначників

1. Укажіть, які з даних і транспонованих матриць мають визначник?

2. Обчисліть визначники другого порядку.

3. Обчисліть визначники третього порядку, використовуючи правило трикутника.

4. Обчисліть визначники третього порядку, використовуючи правило Саррюса.

5. Знайдіть мінор і алгебраїчні доповнення до усіх елементів матриці А.

6. Розкладіть визначника матриці А за будь-яким рядком, за будь-яким стовпцем.

7. Обчисліть визначник матриці А методом накопичення нулів.

8. Обчисліть визначник матриці Н розкладенням за будь-яким рядком або за будь-яким стовпцем.

9. Обчисліть визначник матриці Н методом накопичення нулів.

Тема 3: Обернена матриця

1. З'ясуйте, для яких з даних матриць існують обернені матриці.

2. Знайдіть обернені матриці до всіх матриць, для яких вони існують.

3. Доведіть, що знайдені матриці дійсно є оберненими до даних матриць.

4. Розв'яжіть матричне рівняння AX = K.

Тема 4: Ранг матриці

1. Знайдіть ранги даних матриць за визначенням рангу матриці.

2. Знайдіть ранг матриці Н методом еквівалентних перетворень.

Тема 5: Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР)

1. Складіть систему рівнянь, головна матриця якої дорівнює матриці А, а матриця вільних членів – F. Розв'яжить одержану СЛАР:

а) матричним методом;

б) методом Крамера;

в) методом Гауса;

г) методом Жордана-Гауса.

2. Складіть систему рівнянь, головна матриця якої дорівнює матриці Н, а матриця вільних членів – B^T*. Для одержаної СЛАР виконайте:*

а) дослідіть на сумісність за теоремою Кронекера-Капелли;

б) у разі сумісності знайдіть загальний розв'язок системи;

в) знайдіть базисні розв'язки системи, визначте, чи є серед них допустимі.

3. Складіть систему рівнянь, головна матриця якої дорівнює матриці Н, а матриця вільних членів – нульова матриця. Для одержаної СЛАР виконайте:

а) дослідіть на сумісність за теоремою Кронеккера-Капеллі;

б) у разі сумісності знайдіть загальний розв'язок системи;

в) знайдіть фундаментальну систему розв'язків.

Дуже важливо при розробці завдань для самостійної роботи враховувати вхідний рівень володіння матеріалом студентів. Якщо початковий рівень нижчий того, що очікувався, потрібні коригування програми і завдань на СРС у тому числі. Отже, викладач повинен знати початковий рівень знань і умінь студентів і познайомити їх з цілями навчання, засобами їх досягнення і засобами контролю.

Крім того, обов'язково необхідно надавати створювати у студентів орієнтовну основу діяльності (див. п. 4.3), яка може бути подана як у вигляді фрагментів компонентів предметної моделі студента, так і у вигляді опорних знань, необхідних для розв'язання. Саме таке подання знань здійснено нами у навчальному посібнику [170]. Крім того студенту можна надавати схеми орієнтування, в яких приведені опорні декларативні і процедурні знання, і необхідні для цього дії, як це зроблено у посібнику [117].

У діяльнісному навчанні математики у відповідності до принципу діяльнісного цілепокладання забезпечити свідоме відношення студентів до виконання самостійної роботи. Свідомість виконання СРС забезпечують такі характеристики:

– методологічна свідомість матеріалу, що відбирається для самостійної роботи;

– складність знань, що відповідає "зоні найближчого розвитку" (за Л. С. Виготським [71]) студентів, тобто забезпечення освоєння необхідних виконання СРС математичних предметних дій;

– послідовність подання матеріалу з урахуванням логіки предмета і психології засвоєння;

– дозування матеріалу для самостійної роботи, що відповідає навчальним можливостям студентів;

– діяльнісна орієнтація самостійної роботи.

Орієнтуючись на компоненти змісту навчання, а саме математичні предметні дії і необхідні для цього знання, а крім цього – уміння розв'язувати типові завдання, досвід творчої діяльності, досвід емоційно-оцінної діяльності, – доцільно для кожної дисципліни зробити дуже ретельний відбір фундаментального ядра знань і спеціальних завдань для практичного зайняття, виділити в цьому матеріалі круг проблем і завдань для самостійної роботи.

Наприклад, в технічному ВНЗ слід пам'ятати про те, що майбутній інженер повинен мати здатність конструювати нові машини і механізми, створювати нові технології, уміти плідно взаємодіяти з людьми інших професій, пов'язаних з ним єдиним виробництвом. Крім того, рівень ефективності його праці залежить від рівня загальної культури. Чим він вищий, тим ширше його кругозір і здатність до асоціативного мислення, тим реальніше можливість чітко формулювати і вирішувати проблему. Високий рівень культури визначає запас знань, які сьогодні не потрібні, але завтра можуть знадобитися фахівцеві в його професійній діяльності.

При розробці завдань для самостійної роботи викладачі повинні керуватися вимогою профілізації математики відповідно до інженерної спеціальності. Підхід інженера завжди феноменологічний, тобто він керується системною концепцією. Для нього важливі система та її елементи, зв'язки між ними. Інженерна праця заснована на синтезі знань, включаючи екологію, економіку, ергономіку і т.ін. Інженерне дослідження і проектування трансформують ідеї в уявні моделі, а потім в розрахункові схеми. Головними для інженера є не поглиблені знання, а породження нового на основі знання. Адже саме слово “ingenieur” у буквальному перекладі з французького означає “винахідник”.

Усі ці принципи слід закладати в розробку завдань з математики для самостійної роботи студентів. Профілізація завдань, таким чином, передбачає в рівній мірі їх прикладний характер, пов’язаний із специфікою майбутньої професії, і методологічні особливості, пов’язані з формуванням інженерного мислення.

Прикладом завдань з СРС з теми “Дослідження функції однієї змінної на екстремум” для студентів напряму підготовки 6.051301 “Хімічна технологія” є задачі на знаходження максимальної швидкості окислення.

Задача 3.1. *Газова суміш складається з окислу азоту* NO *і кисню* O_2. *Знайти концентрацію кисню, при якій окисел азоту, що міститься в суміші, окислюється з максимальною швидкістю.*

Розв’язання. З курсу хімії студентам має бути відомо, що:

1) реакція окислення окисел азоту описується рівнянням:

$$2NO + O_2 = 2NO_2,$$

2) швидкість реакції виражається формулою:

$$v=kx^2y,$$

де x – концентрація NO у будь-який момент часу;

y – концентрація O_2;

k – константа швидкості реакції, яка не залежить від концентрації реагуючих компонентів і залежить тільки від температури.

Концентрацію газів виражатимемо в об’ємних відсотках:

$$y = 100 - x,$$

тоді: $$v = kx^2(100 - x)= k(100x^2 - x^3).$$

Знайдемо першу похідну цієї функції :

$$\frac{dv}{dx} = k\,(200\,x - 3\,x^2) = 0.$$

Розв’язуючи останнє рівняння, взявши до уваги те, що $k \neq 0$, знаходимо: $x_1 = 0$, $x_2 = 66.7\%$.

Для того, щоб встановити, яке з отриманих значень x відповідає максимальній швидкості окислення, знайдемо другу похідну функції :

$$\frac{d^2v}{dx^2} = k(200 - 6x).$$

Підставляючи значення x_1 і x_2, знаходимо, що при $x = x_1 = 0$ друга похідна більше нуля, т. е. швидкість окислення мінімальна при концентрації окислу азоту, що дорівнює нулю, що очевидно також із фізичного сенсу завдання. При $x = x_2 = 66{,}7\%$ друга похідна дорівнює:

$$\frac{d^2v}{dx^2} = k(200 - 6 \cdot 66{,}7) < 0.$$

Оскільки друга похідна приймає від'ємне значення, функція, т. е. швидкість окислення, досягає максимуму за другою достатньою умовою екстремума.

Таким чином, ми отримали, що коли

$$x = 66{,}7\%, \quad \text{то } y = 100 - 66{,}7 = 33{,}3\%,$$

т. е. максимальна швидкість окислення окислу азоту буде у тому випадку, якщо в газовій суміші міститься 33,3% кисню. Отже максимальна швидкість окислення спостерігається при стехіометричному співвідношенні:

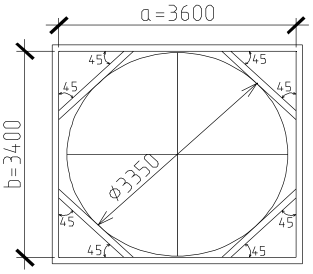
$$y : x = \frac{33{,}3\%}{66{,}7\%} = 0{,}5.$$

Оскільки в процесі реакції стехіометричне співвідношення зберігається, то при змісті в початковій суміші 33,3% кисню швидкість реакції буде відносно максимальною на протязі всього процесу.

Прикладом завдання для студентів напряму підготовки 6.060101 “Будівництво” може бути наступна задача [288, с.184-188]:

Задача 3.2. *Розрахувати елементи квадратної рами, що забезпечують закріплення аноксіального вентилятора 288по колу. типової рами градирні, яка має розміри: довжина рами a = 3600 мм, ширина b = 3400 мм, діаметр кола, на яке спирається аноксіальний вентилятор d=3350 мм. Для монтажу рами використовують прокатні профілі. Необхідно розрахувати довжини дотичних елементів до кола, що знаходяться в кутах рами. Дотичні, відносно сторін рами, розташовані під кутом 450°, що забезпечує рівномірний розподіл навантажень.*

Розв'язання. Схему перерізів рами подано на рис. 3.5. Для зручності і практичності замінимо схему перерізів рами (рис.3.5) на розрахункову схему(рис.3.6).



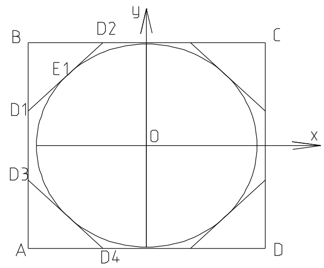


Рис. 3.5 Рис.3.6

Введемо систему координат, так, щоб початок координат співпадав з центром кола, а вісі були паралельні сторонам прямокутника. На рис. 3.6 D_2D_1 – дотична. Напишемо її рівняння, для чого, знаючи її кут нахилу (450^o), знайдемо координати точок дотику. З цією метою продиференцюємо рівняння кола $x^2 + y^2 = r^2$, вважаючи $y = f(x)$. Отримаємо:

$$x + y \cdot y' = 0\,. \tag{3.9}$$

Так как $y' = 1\,(y' = \operatorname{tg} 45 = 1)$, то з рівняння (3.9) маємо:

$y = -x$, тобто координати точок дотику мають протилежні знаки.

Отже, пряма OE_1 (рис.3.6) є бісектрисою другого і четвертого координатного кутів. Отже, точка E_1 має координати:

$$E_1\left(-\frac{r\sqrt{2}}{2}, \frac{r\sqrt{2}}{2}\right).$$

Аналогічно отримуємо, що точка дотику дотичною D_3D_4 лежить на бісектрисі першого і третього координатних кутів.

Рівняння дотичної D_2D_1: $y = x + r\sqrt{2}$. (3.10)

Рівняння сторін прямокутника $ABCD$:

$$AB: x = -\frac{a}{2},\; BC: y = \frac{b}{2}. \tag{3.11}$$

Для обчислення довжини дотичної D_2D_1 знайдемо координати точок D_2 и D_1, розв'язавши відповідно системи рівнянь, що складені з рівняння (3.10) і рівнянь сторін прямокутників (3.11):

$$\begin{cases} y = x + r\sqrt{2}, \\ x = -\dfrac{a}{2}. \end{cases} \quad \text{та} \quad \begin{cases} y = x + r\sqrt{2}, \\ y = \dfrac{b}{2}. \end{cases}$$

Таким чином, знайдено координати точок

$D_2\left(-\dfrac{a}{2}; -\dfrac{a}{2} + r\sqrt{2}\right)$, $D_1\left(\dfrac{b}{2} - r\sqrt{2}; \dfrac{b}{2}\right)$.

Знайдемо довжину відрізка D_2D_1:

$$|D_2D_1| = \sqrt{\left(\frac{b}{2} - r\sqrt{2} + \frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2} + \frac{a}{2} - r\sqrt{2}\right)^2}; \; |D_2D_1| = \left(\frac{b}{2} + \frac{a}{2} - r\sqrt{2}\right)\sqrt{2}.$$

Так ми отримали:

$$D_2D_1 = \frac{(a+b)\sqrt{2}}{2} - d.$$

Підставивши в отриману формулу розміри рами $a = 3600\ мм$, $b = 3400\ мм$, $d = 3350\ мм$, маємо:

$$D_2D_1 = \frac{(3600 + 3400)\sqrt{2}}{2} - 3350 = 1600\ мм.$$

Таким чином, ми розрахували довжини дотичних елементів квадратної рами, що забезпечують закріплення контуру, на який спирається аноксіальний вентилятор градирні по колу і знайшли довжини дотичних елементів до кола, що знаходяться в кутах рами.

Розглянувши різноманітні види самостійної роботи студентів, ми дійшли висновку, що у діяльнісному навчанні математики мають використовуватися як традиційні види самостійної роботи студентів, так і діяльнісні. Методичною вимогою до організації СРС є наявність методичного забезпечення, в якому надається орієнтовна основа діяльності студента. Пріоритетними напрямками організації СРС при цьому є професійно орієнтовані і дослідницькі завдання.

3.6. Засоби діяльнісного навчання математики

Разом з метою, змістом, формами і методами навчання, засоби навчання є одним з головних компонентів методичної системи.

Під засобами навчання розуміються об'єкти деякої природи, що формують навчальне середовище і використовуються виклада-

чем і студентами в процесі навчальної діяльності [97], [402], [453] та ін.

У педагогіці класифікація засобів навчання розглядається залежно від ознак, покладених в її основу, а саме, як зазначає Т. С. Назарова [303]:

- ***за складом об'єктів*** – *матеріальні* (приміщення, устаткування, меблі, комп'ютери, розклад занять) та *ідеальні* (знакові моделі, уявні експерименти тощо);
- ***за джерелом виникнення*** – *штучні* (прилади, картини, підручники) і *природні* (натуральні об'єкти, препарати);
- ***за складністю*** – *прості* (наочні моделі, зразки матеріалів, таблиці) і *складні* (відеомагнітофони, комп'ютерні мережі);
- ***за способом використання*** – *динамічні* (відео) і *статичні* (плівки кодоскопів);
- ***за особливостями побудови*** – *плоскі* (карти), *об'ємні* (макети), *віртуальні* (мультимедійні програми);
- ***за характером дії*** – *візуальні* (діаграми, демонстраційні прилади), *аудіальні* (магнітофони, радіо), *аудіовізуальні* (телебачення, відеофільми);
- ***за носіями інформації*** – *паперові* (підручники, картотеки), *магнітооптичні* (фільми), *електронні* (комп'ютерні програми), *лазерні* (CD-Rom, DVD);
- ***за рівнями змісту освіти*** – засоби навчання *на рівні заняття* (тематичний матеріал), *на рівні предмета* (підручники), *на рівні всього процесу навчання* (навчальні кабінети);
- ***за відношенням до технологічного процесу*** – *традиційні* (бібліотеки), *сучасні* (засоби масової інформації, мультимедійні засоби навчання, комп'ютери), *перспективні* (веб-сайти, локальні і глобальні комп'ютерні мережі тощо).

Дидактична мета засобів навчання: зменшення витрат часу; передача необхідної для навчання інформації; розгляд об'єкта або явища, що вивчається, частинами і в цілому; забезпечення діяльності студентів і викладачів.

Функції засобів навчання багатогранні: виховні, розвивальні, навчальні, коригувальні і контролюючі. За допомогою відповідних засобів навчання можна розкривати зміст і обсяг нових понять, демонструвати різні підходи до доведення теорем і розв'язання задач, формувати вміння і здійснювати управління різними видами навчально-пізнавальної діяльності, в тому числі й професійно орієнтованої діяльності, підвищувати і підтримувати інтерес до вивчення предмета.

У навчанні математики студентів ВТНЗ, побудованому на засадах діяльнісного підходу, основною діяльністю і викладача, і студентів є професійно орієнтована діяльність, тому дамо характеристику тим засобам, які, поряд із традиційними, необхідно використовувати в процесі організації й управління такою діяльністю.

Як відзначає В. Г.Бевз [31], засоби навчання можуть бути введені в навчальний процес двома способами: у готовому вигляді, або конструюватися в спільній діяльності з учнями. Тому, доречно представити засоби у системі діяльнісного навчання математики для студентів, майбутніх інженерів, за наступними напрямами:

1) засоби навчання математики, спрямовані на освоєння математичних дій, засвоєння знань та формування вмінь. До них відносимо системи задач, що націлені на послідовне формування вмінь; предметну модель студента ВТНЗ з математики; навчально-методичні посібники, розроблені за діяльнісною технологією;

2) комп'ютерно орієнтовані засоби навчання, спрямовані на управління навчальною та професійно орієнтованою діяльностями студентів;

3) засоби, що створюються студентами на основі управління їх діяльністю викладачем.

Крім того, особливе значення у діяльнісному навчанні математики мають засоби проектування навчання, серед яких особливе місце займають предметна модель студента і комп'ютерно орієнтована система "Автоматизоване робоче місце викладача математики у ВТНЗ".

Дамо більш детальну характеристику кожному напряму застосування певних засобів у системі діяльнісного навчання математики у ВТНЗ.

3.6.1. Засоби навчання математики, спрямовані на освоєння математичних дій. Включення до змісту навчання математики системи предметних дій, що задана характером майбутньої професійної діяльності і тільки тих знань, що забезпечують виконання цих дій, дасть змогу оптимізувати змістовну частину навчальної діяльності. Враховуючи, що засвоювати знання можна, тільки застосовуючи їх, оперуючи ними в перебігу навчальної діяльності, а механізмом здійснення навчальної діяльності при навчанні математики є розв'язання задач, доцільним є включення до засобів навчання системи задач, що спрямована на послідовне формування вмінь. Крім того, введення у навчальну діяльність з математичних дисциплін діяльність з розв'язання задач за допомогою процедури орієнтування, дає змогу сформувати у студентів *повну* орієнтовну основу діяльності, що сприяє освоєнню математичних дій.

При діяльнісному навчанні математики знання є не тільки засобом розв'язання задач, але й засобом формування вмінь. Але для того, щоб їх можна було використовувати як засіб, їх необхідно структурувати.

Розробка п'ятикомпонентної предметної моделі студента технічного університету з вищої математики шляхом тематичного, семантичного, функціонального, операційного і процедурного структурування знань, дає змогу поповнити засоби навчання потужним інструментом. Всі компоненти цієї моделі, а особливо її семантичний компонент, який подається у вигляді семантичного конспекту, є засобами проектування й організації навчання математики.

Таким чином, ми пропонуємо доповнити традиційні засоби навчання спеціальними засобами, розробленими на засадах діяльнісного підходу, які наведені у таблиці 3.9.

Таблиця 3.9

Засоби діяльнісного навчання математики

Назва	***Завдання, що розв'язуються у навчанні***
Предметна модель студента ВТНЗ з математики (див. п.4.1)	– проектування цілей та змісту навчання; – проектування технології навчання; – організація навчальної діяльності на аудиторних заняттях; – організація самостійної роботи студентів; – проектування й організація контролю; – розробка системи навчальних задач; – розробка навчально-методичних посібників;

	– розробка електронних підручників; – розробка дистанційних курсів; – розробка навчального програмного забезпечення.
Начальний посібник за діяльнісною технологією “Вчимося працюючи” (див. п.4.3)	Розв’язуються такі завдання у навчанні: – самостійного вивчення студентами курсу вищої математики; – діагностики рівня освоєння математичних предметних дій.
Системи задач, спрямовані на послідовне освоєння дій (див. п.4.2)	– організації навчальної діяльності на аудиторних заняттях; – організації самостійної роботи студентів; – розробки навчально-методичних посібників; – розробки електронних підручників; – розробки дистанційних курсів.
Діяльнісний тренажер для студента “Система підготовки до модульних контролів у ВТНЗ” (див. п.4.4)	– самостійного підготовка студентами до модульних контролів з вищої математики; – організація самостійної роботи на аудиторних заняттях.

3.6.2. Комп’ютерно орієнтовані засоби у системі діяльнісного навчання математики у ВТНЗ. Аналіз сучасної науково-методичної літератури свідчить про тенденцію широкого застосування *інформаційно-комунікаційних технологій навчання* (ІКТ) у навчальному процесі.

Інформаційно-комунікаційні технології навчання *– це система загально-педагогічних, психологічних та дидактичних процедур взаємодії викладачів і студентів з використанням технічних ресурсів, яка спрямована на реалізацію змісту, методів, форм та засобів навчання, адекватних цілям освіти, індивідуальним особливостям студентів та вимогам до формування інформаційно орієнтованих якостей грамотної людини* [383].

Використання комп'ютера в процесі навчання математики не повинно стати самоціллю, воно має бути педагогічно доцільним і виправданим. Тим більше, що елементи ІКТ навчання можуть мати і якісні переваги, і певні недоліки.

Комп'ютерні засоби забезпечують:

– індивідуалізацію і диференціацію навчання;

– здійснення контролю зі встановленням зворотного зв'язку, діагностикою та більш об'єктивним і швидшим оцінюванням результатів;

– здійснення самоконтролю і самокорекції;

– можливості тренажу і здійснення за його допомогою самопідготовки;

– наочність;

– моделювання та імітацію процесів і явищ, що досліджуються з переходом до реальності;

– посилення мотивації навчання;

– озброєння студентів стратегією засвоєння навчального матеріалу;

– формування логічного мислення, уміння приймати варіативні рішення;

– розвиток творчих здібностей особистості (за рахунок управління евристичною діяльністю студентів).

У навчальному процесі вже на молодших курсах має бути передбачена робота з такими програмними педагогічними засобами (ППС), як DERIVE, NUMERI, Maple, Mathematica, EUREKA, MathCAD, GRAN тощо [196, 235, 236, 352, 354, 402]. Використовуючи сучасні комп'ютерні пакети, викладач може ефективно реалізувати принцип залучення студентів до навчальної діяльності незалежно від рівня їх попередніх знань з окремих розділів курсу вищої математики, і студенти зможуть нарівні з іншими опанувати матеріал теми.

Наприклад, при вивченні розділу “Лінійна алгебра” можна використовувати демонстраційні програми (авторські, мультимедіа, CD-енциклопедії, довідники), комп’ютерні навчальні системи, практикуми, засновані на маніпуляційних взаємодіях студента і програми, тренажери, тестові програми відео і аудіо фрагменти. Так, для контролю знань з теми “Системи n-лінійних рівнянь з *n*-невідомими” можна використовувати програму “My test”, за допомогою якої проводиться комп’ютерне тестування студентів (рис. 3.7).

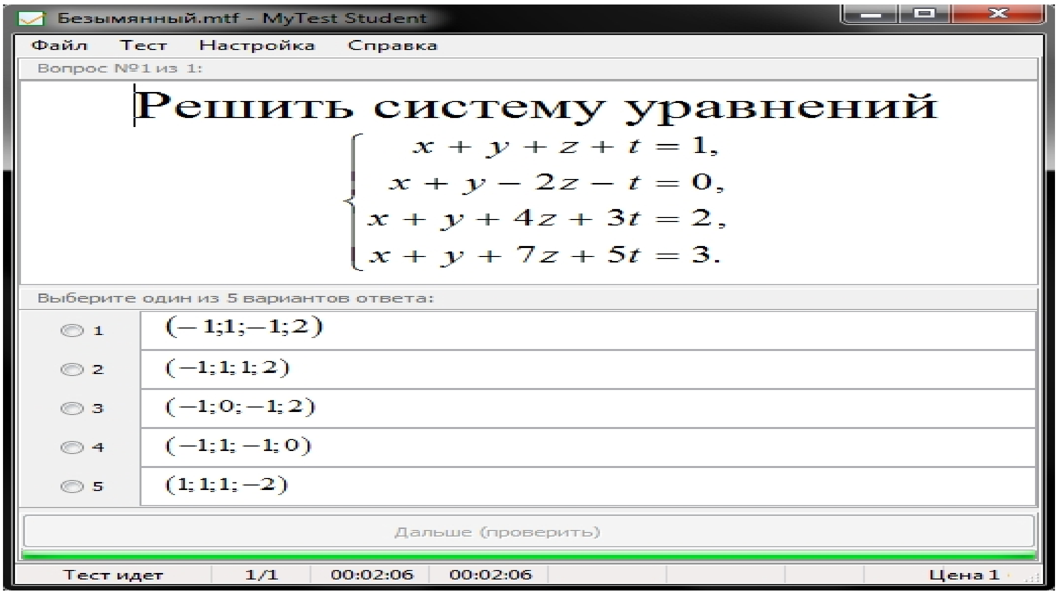


Рис. 3.7. Тест створений за допомогою My test

Програма “My test” це – система програм (програма тестування студентів, редактор тестів і журнал результатів) для створення і проведення комп’ютерного тестування, збору та аналізу результатів, виставляння оцінок за певною шкалою. У програмі є багаті можливості форматування тексту питань і варіантів відповідей. До кожного завдання можна задати складність (кількість балів за правильну відповідь), прикріпити підказку (яка може показуватися за штрафні бали) і пояснення правильної відповіді (виводиться у випадку помилки у навчальному режимі), настроїти інші параметри. Є можливість використовувати кілька варіантів питань до завдання, зручно створювати вибірку завдань для студентів, перемішувати завдання і варіанти відповідей. Це значно зменшує можливість списування при проходженні того самого тесту декількома студентами або при повторному проходженні тесту [383].

Для проведення лабораторних занять пропонуємо використовувати систему комп'ютерної математики ***Mathcad*** (рис. 3.8).

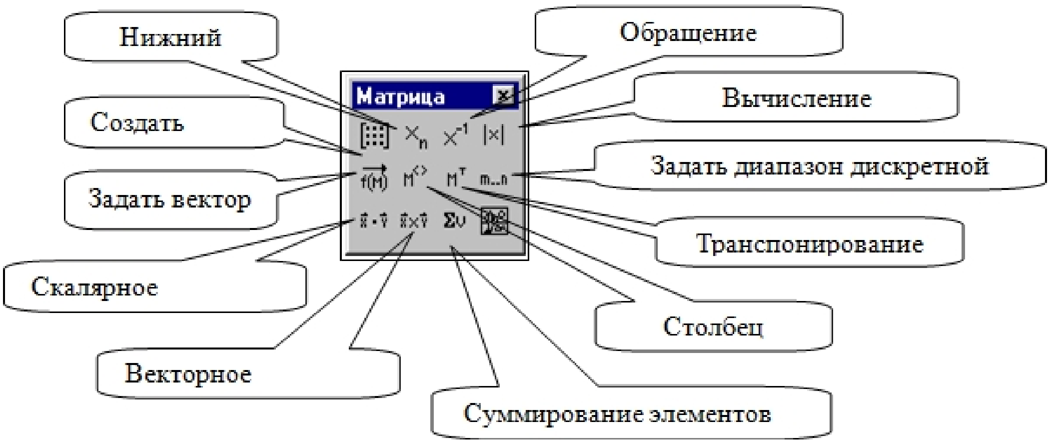


Рис. 3.8. Система комп'ютерної математики Mathcad

Наприклад, систему Mathcad викладачеві можна застосовувати для швидкого знаходження визначників і обернених матриць при розв'язанні систем лінійних алгебраїчних рівнянь, для перевірки відповідей, які отримали студенти тощо.

Труднощі обчислення у курсі вищої математики можуть бути вирішені за допомогою *системи Derive*, повна назва якої Derive a Mathematical Assistant (математичний помічник Derive), фірми Soft Warehouse. Ця програма належить до класу комп'ютерних систем для автоматизації математичних обчислень і, перш за все, символьних (аналітичних) перетворень. Derive – система символьної математики, тобто вона вміє працювати з символами, розкладати многочлени на множники, обчислювати невизначені інтеграли тощо.

Організації навчальної діяльності й управлінню нею у курсі вищої математики сприяють і такі *ППЗ як GRAN*, а саме: підтримці знаходження циклів "відкриття" шляхом діалогу зі студентами, висуванню гіпотез і їх перевірки з опорою на наочність (графіки), а також підготовці умов для нового розуміння задачі. Студент таким чином усвідомлює потребу доводити і розуміє з якою метою і навіщо він це робить. У зв'язку з цим він освоює відповідні навчальні дії.

У процесі навчання важливо не лише обґрунтовано визначити обсяг навчального матеріалу, який необхідно вивчити, а й створити умови для достатньої мотивації щодо створення власного навчального продукту діяльності. Засобом формування такої діяльності можуть слугувати GRAN-2D, GRAN-3D [354, 196].

Дуже корисним є розроблений С.А. Раковим [353] *пакет динамічної геометрії (DG)* для підтримки конструктивного підходу до вивчення геометрії. Пакет DG забезпечує можливості інтерактивної побудови геометричних об’єктів за допомогою електронних аналогів циркуля і лінійки, інтерактивного маніпулювання ними з динамічним відображенням результатів вимірювання їх характеристик. Усе це дозволяє значно знизити трудомісткість побудов і створює реальні умови для впровадження його у практику математичної освіти.

Методичною вимогою до засобів сучасних інформаційних технологій освіти є орієнтація на операційні середовища, ППЗ модельного типу, за допомогою яких можна реалізувати ідеї діяльнісного підходу до навчання математики. *Операційні середовища* – це інтерактивні програми, орієнтовані на організацію навчально-пізнавальної діяльності на основі комп’ютерних програм. Вони забезпечують умови для осмислення задач, дослідження закономірностей на підставі формулювання гіпотез з їх подальшою перевіркою. Операційні середовища сприяють залученню студентів до навчальної діяльності, під час якої формуються предметні уміння. Задачний підхід дозволяє наочно й ефективно організувати діяльність студентів, оскільки, зазначає Г.А. Атанов [19], моделює реальну навчальну діяльність.

На тих же принципах застосування „задачного підходу” до розробки комп’ютерних навчальних програм побудовані комп’ютерні навчальні *програми із системи евристико-дидактичних конструкцій (ЕДК)* [383], що розробляються в Донецькому національному університеті.

На відміну від існуючих програмних засобів розроблені програми із системи ЕДК поступово наближають студентів до пошуку розв’язання задачі через організацію їх навчальної діяльності. Знаходження відповідей відбувається, наприклад, під час евристичного діалогу, коли увага акцентується на теоретичних фактах, деяких методах розв’язання задачі, пропонується „розмите наведення” на пошук розв’язку і надається можливість самостійно знайти „свій шлях” до відкриття, розв’язання і перевірки результатів.

Організовуючи самостійну навчальну діяльність нами на основі поетапного формування розумових дій студентів розроблені комп'ютерні програми "Задача-метод", "Задача-софізм" за деякими темами курсу вищої математики для ВТНЗ, засновані на принципах побудови ЕДК. Наприклад, за темою "Системи n-лінійних рівнянь з n-невідомими" у програмі "Задача-метод" пропонується система завдань, до кожної з яких студент повинен знайти правильний і раціональний, на його погляд, спосіб розв'язування (рис.3.9).

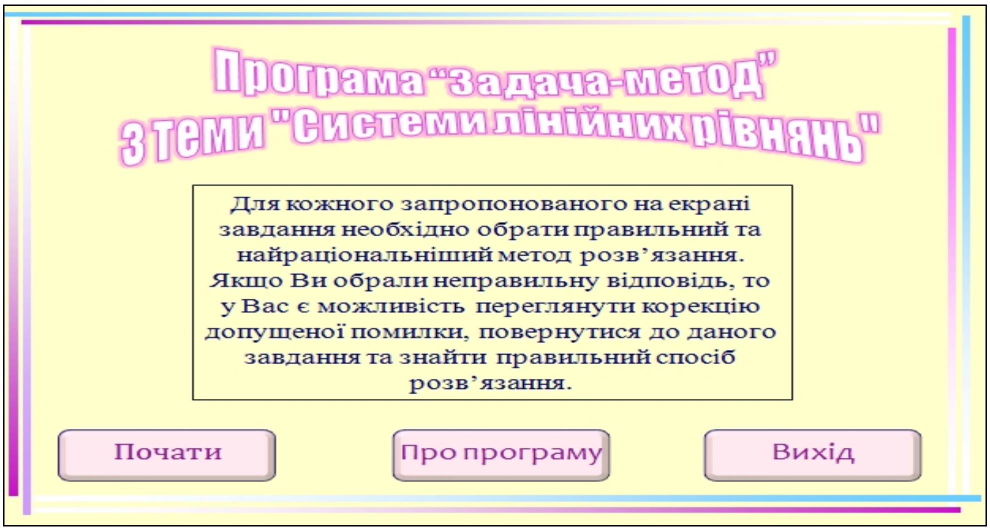


Рис. 3.9. Фрагмент програми "Задача-метод"

Отже, на екрані з'являється перше завдання із запропонованими способами розв'язання (рис. 3.10).

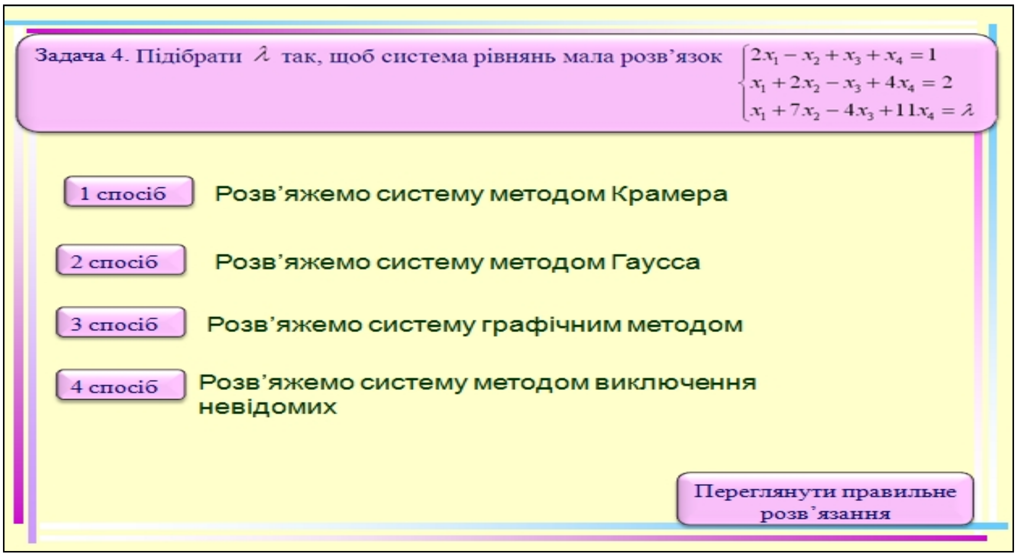


Рис. 3.10. Фрагмент ЕДК "Задача-метод"

При правильному і раціональному виборі способу розв'язання випливає тригер з відомостями про те, що задача розв'язана правильно, а також кнопка “Переглянути правильне розв’язання”. В іншому випадку програма надає корекцію (рис.3.11).

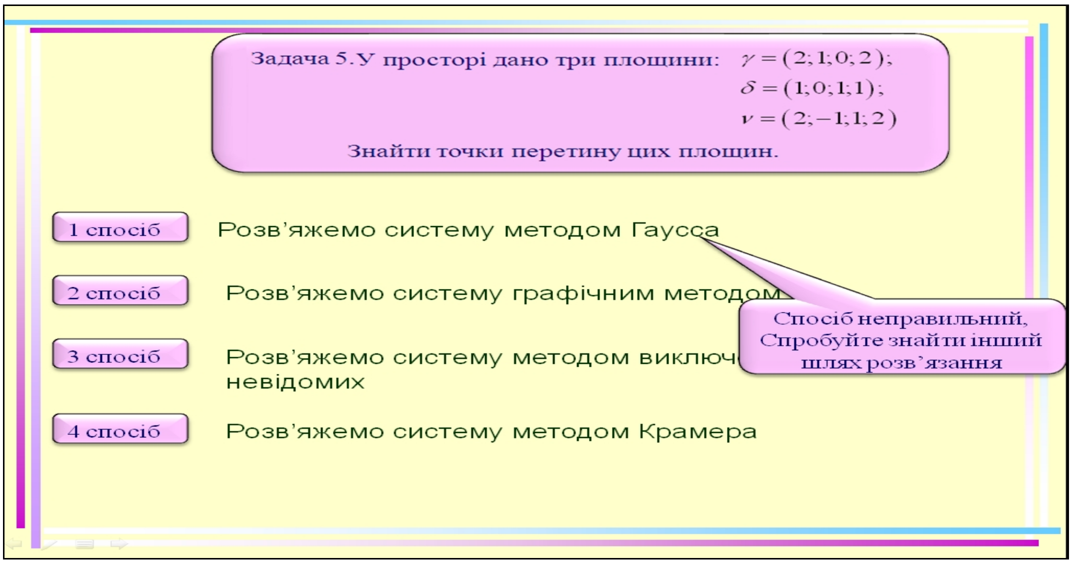


Рис. 3.11. Фрагмент ЕДК “Задача-метод”

Програма “ЗАДАЧА-СОФІЗМ” представляє собою ланцюжок виконаних дій з розв’язування завдання, де на якомусь етапі припущено помилку. Мета завдання – знайти помилку в міркуванні. Наведемо фрагмент програми, розробленої для організації СРС при вивченні теми “Комплексні числа” (рис. 3.12).

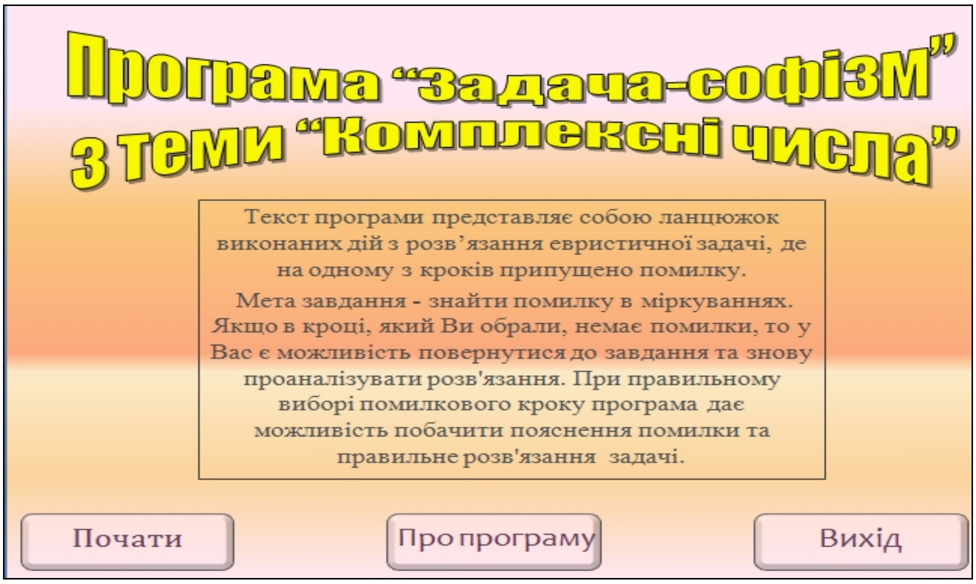


Рис. 3.12. Фрагмент “Задача-софізм” до теми “Комплексні числа”

Кожне завдання, що входить у систему завдань за темою надається з покроковим розв'язанням. При правильному виборі помилкового кроку у розв'язанні випливає тригер з відомостями про те, що помилку знайдено правильно, і з'являється кнопка "Переглянути правильне розв'язання" і перейти до наступної вправи. У противному випадку програма надає корекцію (рис. 3.13) і повертає до вибору кроків розв'язання.

На основі різного роду ППЗ, що рекомендуються для організації навчання математики у ВТНЗ створюються різноманітні електронні підручники та комп'ютерні навчальні комплекси.

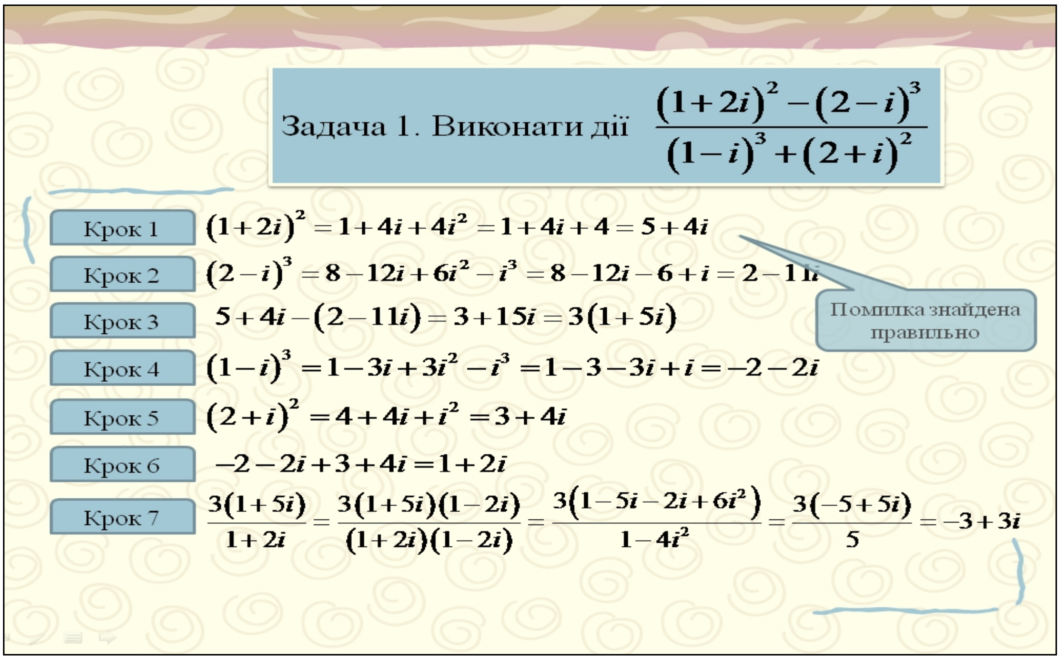


Рис. 3.13. Фрагмент "Задача-софізм" до теми "Комплексні числа"

У системі діяльнісного навчання найбільш доцільними, на наш погляд, є комп'ютерні навчальні комплекси "1С: Вища школа. Лінійна алгебра і аналітична геометрія", фрагмент якого зображено на рис. 3.14, "Вища математика для майбутніх інженерів" (рис. 3.15), розроблений К. В. Власенко [61], електронний підручник "Курс лекцій. Вища математика" розробниками якого є П. О. Стеблянко, Т. В. Крилова, І. О. Давидов [405] та ін.

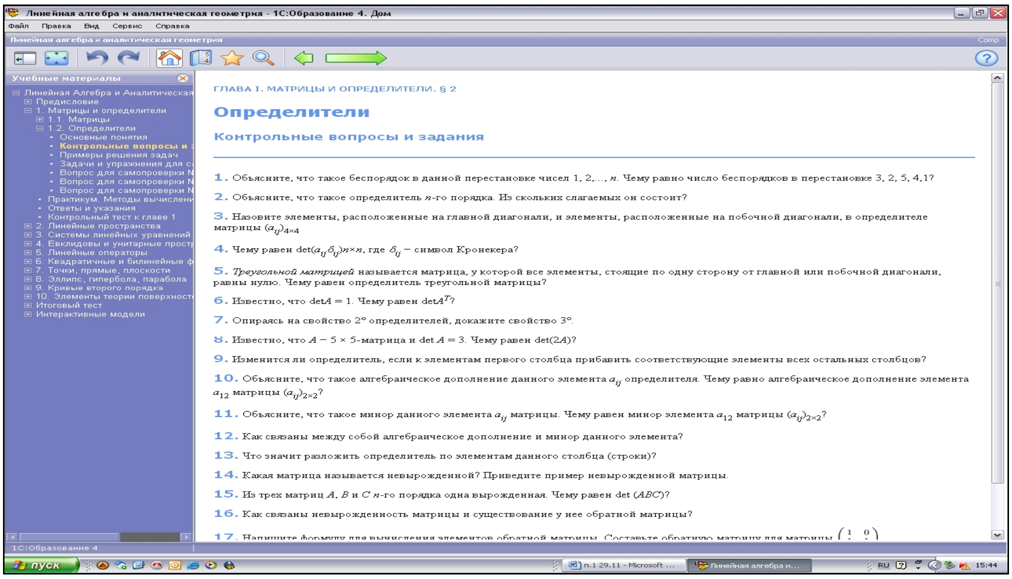


Рис. 3.14. Комп’ютерний навчальний комплекс
“Лінійна алгебра і аналітична геометрія”

Рис. 3.15. Програмний засіб “Вища математика для майбутніх інженерів”

Ці програмні засоби дозволяють студентам освоїти прийоми розв’язання задач з різних розділів курсу вищої математики. Призначення їх у тому, щоб активізувати самостійну роботу студентів, допомогти неформальному засвоєнню предмета.

Команди, які використовуються для проведення заняття за допомогою комп’ютерних комплексів включають:

– “Необхідні знання”: для роботи з теоретичним матеріалом;
– “Вчимося”: для роботи із практичним матеріалом;
– “Моделюємо”: для роботи з завданнями, які допомагають моделювати професійну діяльність інженера.

Упровадження таких комп’ютерних комплексів сприяє принциповим змінам у структурі й змісті завдань для аудиторної і самостійної роботи, дає можливість регулярно контролювати вміння, підвищувати мотивацію студентів до навчання, створюючи умови поліпшення організації і збільшення ефективності самостійної аудиторної і домашньої роботи.

Крім того, навчальний матеріал, який міститься у комп’ютерних комплексах з вищої математики для майбутніх інженерів допомагає викладачеві:
– змінювати структуру лекцій;
– модернізувати практичні заняття;
– моделювати евристичні бесіди;
– організовувати проблемні ситуації, ділові ігри.

Тому, викладачу при проектуванні діяльнісного навчання математики для майбутніх інженерів доцільно розробляти тематичне планування курсу з виокремленням тих ППЗ, які у найбільшій мірі уможливлюють організацію навчальної діяльності (дивись, наприклад, таблицю 3.10).

Таблиця 3.10

Приклад застосування ППЗ до розділу “Лінійна алгебра”

№	***Тема***	***Педагогічний програмний засіб***
1	Лінійні системи, визначники, алгебра матриць.	MS Power Point; програми зі складу “Евристико-дидактичних конструкцій”; “My test”; MS Power Point; комп’ютерний навчальний комплекс “Лінійна алгебра й аналітична геометрія”; електронний методичний посібник “Вища математика для майбутніх інженерів”.
2	Визначники n-го порядку.	Програми зі складу “Евристико-дидактичних конструкцій”; “My test”; MS Power Point; комп’ютерний навчальний комплекс “Лінійна алгебра й аналітична геометрія”; Excel; Derive; електронний методичний посібник

		“Вища математика для майбутніх інженерів”.
3	Алгебра матриць.	Програми зі складу “Евристико-дидактичних конструкцій”; “My test”; MS Power Point; комп’ютерний навчальний комплекс “Лінійна алгебра й аналітична геометрія”; Excel; Derive; електронний методичний посібник “Вища математика для майбутніх інженерів”; MATCAD; “Програма для розв’язання визначника”.
4	Комплексні числа.	MS Power Point; програми зі складу “Евристико-дидактичних конструкцій”; “My test”; MS Power Point; комп’ютерний навчальний комплекс “Лінійна алгебра й аналітична геометрія”; електронний методичний посібник “Вища математика для майбутніх інженерів”.
5	Многочлени від одного невідомого.	Програми зі складу “Евристико-дидактичних конструкцій”; “My test”; MS Power Point; комп’ютерний навчальний комплекс “Лінійна алгебра й аналітична геометрія”; Excel; Derive; електронний методичний посібник “Вища математика для майбутніх інженерів”; MATCAD; “Програма для розв’язання визначника”.
6	Лінійні простори.	MS Power Point; програми зі складу “Евристико-дидактичних конструкцій”; “My test”; MS Power Point; комп’ютерний навчальний комплекс “Лінійна алгебра й аналітична геометрія”; електронний методичний посібник “Вища математика для майбутніх інженерів”.
7	Евклідові простори.	Програми зі складу “Евристико-дидактичних конструкцій”; “My test”; MS Power Point; комп’ютерний навчальний комплекс “Лінійна алгебра й аналітична геометрія”; Excel; Derive; електронний методичний посібник “Вища математика для майбутніх інженерів”; MATCAD; “Програма для розв’язання визначника”.
8	Квадратичні	Програми зі складу “Евристико-дидактичних

	форми.	конструкцій"; "My test"; MS Power Point; комп'ютерний навчальний комплекс "Лінійна алгебра й аналітична геометрія"; Excel; Derive; електронний методичний посібник "Вища математика для майбутніх інженерів"; MATCAD; "Програма для розв'язання визначника".
9	Лінійні оператори.	MS Power Point; програми зі складу "Евристико-дидактичних конструкцій"; "My test"; MS Power Point; комп'ютерний навчальний комплекс "Лінійна алгебра й аналітична геометрія"; електронний методичний посібник "Вища математика для майбутніх інженерів".

Окремої уваги потребує розкриття ***комп'ютерно орієнтованої системи "Автоматизоване робоче місце викладача математики у ВТНЗ".*** За допомогою цієї системи на базі предметної моделі студента виконуються такі види діяльності:

– проектування цілей та змісту навчання;
– проектування технології навчання;
– проектування навчальної діяльності на аудиторних заняттях;
– проектування самостійної роботи студентів;
– проектування контролю.

Більш детально про упровадження системи "Автоматизоване робоче місце викладача математики у ВТНЗ" піде у п. 4.7.

3.7. Продукти навчальної діяльності та їх контроль при кредитно-модульній організації навчання

Як зазначалося в п. 1.1.3, під навчальною діяльністю у навчанні математики ми розуміємо спеціально організовану діяльність студентів, спрямовану на засвоєння ними досвіду попередніх поколінь у галузі математичних дисциплін, результатом якої є освоєння способів дій їх майбутньої професійної діяльності. Однією з основних особливостей навчальної діяльності, що відрізняє її від інших видів діяльності є те, що це діяльність студента, яка спрямована на перетворення самого себе.

Як вже було відмічено, зміни в студенті, означають освоєння ним певних способів дій і засвоєння знань, відповідних цим способам дій, набуття власного досвіду. Оскільки саме для цього й організується процес навчання, то результати освоєння способів дій і засвоєння знань, або відповідні цьому *зміни* суб'єкта, — це і є прямий продукт навчальної діяльності.

Ми виділяємо у продуктах навчальної діяльності компоненти, що відповідають внутрішнім і зовнішнім цілям навчання. Внутрішніми цілями навчання у діяльнісному навчанні є освоєння математичних предметних дій, а це неможливо без засвоєння знань, тому прямий продукт у навчанні математики – це освоєні студентом математичні предметні дії і засвоєні знання.

Зовнішніми цілями передбачається формування професійної компетентності інженера, який має стати конкурентно-спроможним фахівцем на сучасному ринку праці. Тому продуктами, що відповідають зовнішнім цілям навчання є сформованість інженерного професійного мислення, розвиток математичної культури інженера, прийомів дослідницької і евристичної діяльності.

Контроль у навчанні математики на засадах діяльнісного підходу має бути спрямований на перевірку того, наскільки результати навчальної діяльності відповідають її внутрішнім цілям. Тому при організації контролю з математичних дисциплін, у першу чергу необхідно перевіряти як студентом освоєні математичні предметні дії і як засвоєні необхідні для цього знання.

Одним з принципів, яких слід дотримуватися для впровадження кредитно-модульної системи, є принцип пріоритетності змістової й організаційної самостійності та зворотного зв'язку, який полягає в створенні умов організації навчання, що вимірюється та оцінюється результатами самостійної діяльності студентів. Тому при підсумковому оцінюванні повинні враховуватися не тільки результати контрольних або екзаменаційних робіт, а й всієї навчальної діяльності студентів, в тому числі і самостійної роботи.

Однією з форм оцінювання результатів навчання є рейтингова система формування підсумкової оцінки. Така система оцінювання в тій або іншій формі існує вже давно. Вона застосовується у багатьох західних університетах; у країнах Африки, в яких збереглися системи навчання колишніх метрополій, а також в деяких ВНЗ України.

Рейтинг – з англійської – це оцінка, деяка чисельна характеристика якого-небудь якісного поняття. Зазвичай під рейтингом розуміється “накопичувальна оцінка” або “оцінка, що враховує попередню історію”. Прийнятий і такий термін – індивідуальний, кумулятивний індекс. У практиці ВНЗ рейтинг – це деяка числова величина, виражена, як правило, за багатобальною шкалою (наприклад, 20-бальною або 100-бальною), інтегрально характеризує успішність студента впродовж певного періоду навчання (семестр, рік і так далі), як визначає М. М. Катханов [230].

При використанні рейтингової форми контролю результат виконання завдань кожного виду зайняття, пов’язаного з вивченням дисципліни, і результати окремих етапів цих завдань оцінюють окремо. Загальна оцінка роботи студентів визначається сумою балів за окремі види зайняття.

Рейтинговий контроль гарно поєднується з іншими компонентами навчання. Безперечні переваги рейтингової форми контролю полягають у такому:

– здійснюються попередній, поточний і підсумковий контроль;

– поточний контроль є засобом навчання і зворотного зв’язку;

– розгорнута процедура оцінки результатів окремих ланок контролю забезпечує його надійність;

– розгорнутий поточний контроль реалізує мотиваційну і виховну функції;

– розгорнута процедура контролю дає можливість розвивати у студентів навички самооцінки роботи і формувати навички і уміння самоконтролю в професійній діяльності.

Рейтингова форма контролю проста в застосуванні. З самого початку вивчення дисципліни кожен студент отримує пам’ятку, орієнтуючу його в роботі по рейтингу. У цій пам’ятці містяться перелік виконуваних завдань і шкала балів по рівнях виконання. Враховуються також заохочувальні і штрафні (за порушення термінів) бали. У пам’ятці повідомляється про встановлений діапазон рейтингу, в межах якого студент отримує залік або забезпечує собі “3”, “4”, “5” за екзамен з дисципліни.

Для розробки рейтингового контролю необхідно вирішити дві групи завдань:

– *за змістом:* проаналізувати зміст, виділити теми, розділи, основні закони і поняття, знання яких обов'язкове для цілісного сприйняття предмета, а також рівні засвоєння змісту. Для кожного рівня вказати конкретний зміст і міру володіння їм.

– *за діяльністю:* проаналізувати кожен вид діяльності, представити його як сукупність послідовних операцій. Встановити три рівні виконання кожної операції і сформулювати критерії оцінки кожного рівня і представлення результатів, що відповідають цим рівням.

Зараз у ВТНЗ основною формою організації навчального процесу, що відповідає вимогам Болонського процесу , є кредитно-модульна організація [421].

Модуль – логічно завершена частина навчального матеріалу, що обов'язково супроводжується контролем результатів навчальної діяльності. Основою для формування модулів служить робоча програма дисципліни. Число модулів залежить як від особливостей самого предмета, так і від бажаної частоти контролю навчання. Модульне навчання нерозривно пов'язане з рейтинговою системою контролю. Чим більше або важливіше модуль, тим більше число балів йому відводиться. Контроль у модулях зазвичай робиться 3-4 рази в семестр, в нього входять залік або екзамен з курсу.

У основу модульної побудови навчального курсу має бути покладений принцип системності, що припускає :

– системність змісту, тобто те необхідне і достатнє знання (тезаурус), без наявності якого ні дисципліна в цілому, ні будь-який з її модулів не можуть існувати;

– чергування теоретичної і практичної частин модуля, що забезпечує алгоритм освоєння математичних предметних дій і засвоєння знань;

– системність контролю, що логічно завершує кожен модуль, що призводить до формування здібностей студентів трансформувати набуті навички систематизації в професійні уміння аналізувати, систематизувати і прогнозувати інженерні рішення.

При модульній організації навчальної дисципліни слід встановити число і наповнюваність модулів, співвідношення теоретичної і практичної частин в кожному з них, їх черговість, зміст і форми модульного контролю, графік виконання індивідуального завдання (якщо воно передбачене робочою програмою), зміст і форми підсумкового контролю.

Зазвичай, передбачається розділення навчальних дисциплін на змістовні модулі, кількість яких має бути від 2-х до 4-х. Засвоєння кожного модуля завершується модульною контрольною роботою (МКР). Підсумкове оцінювання засвоєння дисципліни проводиться без проведення семестрового іспиту як інтегрована оцінка засвоєння усіх модулів. Це може бути: накопичувальна оцінка, середня оцінка, середня зважена оцінка.

Основним моментом в реалізації діяльнісного навчання при модульній організації навчального процесу є той факт, що для усіх видів навчального навантаження студентів викладач повинен проектувати і організовувати навчальну діяльність. Для цього розробляється система завдань, які студент виконує як на аудиторному зайнятті, так і при підготовці до них. При підсумковому оцінюванні враховуються як результати виконання завдань, так і систематичність їх виконання, активність студента. Для можливості здійснення такого оцінювання розробляється система формування рейтингового показника студента – числової величини, що показує відсоткове відношення набраних студентом балів до максимально можливої їх кількості. Для зручності прийнята 100 бальна система оцінювання.

Опишемо запропоновану нами систему організації навчальної діяльності з математичних дисциплін у ВТНЗ і рейтингового оцінювання її результатів.

1. Матеріал кожного семестру розбивається на два модулі, вивчення яких завершується МКР.

2. На кожній лекції студенти отримують завдання на самостійне вивчення. Як правило, це невеликі питання, які не були розглянуті на лекції. На початку наступної лекції один із студентів впродовж п'яти-десяти хвилин докладає результати виконаної роботи. Викладач коментує, доповнює, пояснює приведений студентом матеріал. Інші студенти мають можливість внести корективи в складений конспект.

3. Після того, як у студентів вже сформовано уміння вивчати матеріал самостійно (як правило, це відбувається до кінця вивчення першого модуля першого семестру), вони отримують завдання по самостійному вивченню матеріалу цілої лекції. На са-

мостійне вивчення доцільно виносити лекції, матеріал яких знаком студентові з раніше вивчених курсів і не включений в семантичний конспект з дисципліни. Так, в курсі “Вища математика” це можуть бути теми “Пряма лінія на площині”, “Елементарні функції однієї змінної і їх графіки” і тому подібне. Викладач надає студентам детальний план лекції, цілі вивчення, сформульовані в термінах умінь, список необхідної літератури. Результатом виконання такої роботи може бути конспект або семантичний конспект лекції.

4. Контроль засвоєння студентами теоретичного матеріалу здійснюється на практичному зайнятті за допомогою тестових завдань, складених на основі семантичного конспекту [167]. Контрольна робота по теорії містить десять тестових завдань, за кожне з яких при правильній відповіді відноситься 1 бал. При вивченні кожного модуля проводиться 2 таких роботи (всього 20 балів). Тестові завдання можуть бути також використані при відробітку студентами пропущеного зайняття.

5. На кожному практичному зайнятті студенти отримують загальне для усієї групи завдання. Це завдання включає завдання, в результаті рішення яких формуються усі необхідні уміння. Частина завдання виконується в аудиторії, частину – вдома. При цьому студенти мають можливість працювати на практичному зайнятті в різному темпі.

6. Домашнє завдання з кожної теми студентам видається у вигляді індивідуального завдання. У разі, якщо у виконаній за завданням роботі є помилки, викладач повертає її на доопрацювання. До МКР мають бути зараховані усі індивідуальні завдання, кількість яких планується в робочій програмі по дисципліні. За кожне зараховане в строк завдання студент отримує призові 5 балів. Якщо ж завдання до МКР не виконані або не здані викладачеві на перевірку, то студент штрафується на 5 балів за кожне завдання.

7. Пропущене зайняття студент повинен опанувати, виконавши тестові завдання практичного або теоретичного характеру на консультації. Якщо зайняття не опановане, то студент штрафується на 2 бали за кожен пропуск.

8. При виконанні МКР студенти можуть користуватися своїми конспектами і зарахованими індивідуальними завданнями,

оскільки перевіряються, в першу чергу, освоєння математичних предметних дій. Крім того, це значно знімає напруженість, позбавляє викладача ось необхідності стежити при темах, не списують чи студенти. Бажано, щоб при цьому у кожного студента було відмінне ось других завдання МКР.

9. Головним принципом формування білету модульної контрольної роботи є вимога, щоб кожний білет містив в собі питання з кожної теми змістового модуля. Білет модульної контрольної роботи містить 5 питань: 2 теоретичних і 3 практичних. Теоретичні питання спрямовані на перевірку рівня засвоєння знань студентами. Практичні питання – це завдання, що призначені для перевірки рівня сформованості умінь. Приклади білетів МКР наведені у додатку А.

10. Допускається розподіл питань білету на підпункти різного рівня складеності, щоб надати можливість студентам різного рівня підготовки продемонструвати знання та уміння. В білеті обов'язково повинна бути вказана максимальна кількість балів, яку студент може отримати у разі правильної відповіді на кожне питання.

11. Завдання МК оцінюються пропорційно роботі, що виконана студентом правильно. Питома вага теоретичних питань в білети модульної контрольної роботи повинна складати 40 %.

12. Дуже важливо, щоб завдання по кожній темі в білеті МКР містило завдання різного рівня складності, які оцінювалися б різною кількістю балів. Це дає можливість студентам вирішувати завдання відповідно до свого рівня підготовленості. Так, наприклад, завдання з теми "Невизначений інтеграл" (всього 30 балів) може містити такі завдання:

а) обчислити табличний інтеграл (5 балів);

б) обчислити інтеграл, використовую заміну змінною (10 балів);

в) обчислити інтеграл, використовую метод інтеграції по частинах або спеціальні методи інтеграції (15 балів).

13. У білеті МКР обов'язково вказується вартість кожного завдання у балах. Завдання оцінюються пропорційно виконаній роботі. Так, наприклад, якщо студент, виконуючи завдання на обчислення невизначеного інтеграла методом заміни змінною (10 балів), правильно зробив заміну, але не зумів обчислити отриманий інтеграл, то він отримує 3 бали (1/3 максимальних оцінки). Якщо ж він довів

отриманий інтеграл до результату, але при цьому припустимо помилки в застосуванні формул таблиці інтегралів, то він отримує 7 балів (2/3 максимальних оцінки). Якщо ж формули були застосовані правильно, але припустилася помилки в обчисленнях, то за завдання студент отримує 9 балів (зниження на 1 бал).

Під оцінюванням навчальної діяльності студента мається на увазі оцінювання активності, систематичності та якості самостійної роботи студента під час вивчення матеріалу кожного змістового модуля. Кожен лектор розробляє формалізовану систему оцінювання самостійної роботи і доводить її до відома студентів на початку модуля. Підсумкова оцінка модуля формується з урахуванням результатів всіх видів навчальної діяльності студента.

Одним з варіантів урахування додаткової СРС може бути додавання призових балів до середньої арифметичної оцінки двох модулів. Приклад формування призових балів наведено у таблиці 3.11.

Таблиця 3.11

Формування призових балів студента за семестр

№ п/п	***Вид СРС***	***Вартість роботи***
1.	Виконання індивідуального домашнього завдання	5 балів
2.	Написання реферату з застосувань математики у майбутній професійній діяльності	5 балів
3.	Доповідь на зовнішній науковій конференції у співавторстві з викладачем кафедри	10 балів
4.	Доповідь на студентській науковій конференції, що проводиться кафедрою	5 балів
5.	Перемога у студентських олімпіаді з математики у ВНЗ	10 балів
6.	Перемога у республіканській студентській олімпіаді з математики	20 балів

Підсумкова оцінка формується як середнє арифметичне оцінок, що отримані студентом за результатами двох модулів.

У разі підсумкового контролю у формі заліку не передбачається написання модульних контрольних робіт. В цьому випадку підсумковий контроль виставляється за результатами виконання усіх видів навчальної діяльності, що передбачено навчальним планом та навчальною робочою програмою.

Оцінка “Зараховано” виставляється, якщо:

– студент отримав додатні оцінки з поточних контрольних робіт;
– є в наявності конспект лекцій з дисципліни;
– конспект лекцій містить всі питання, що виносилися на самостійне опрацювання, передбачені навчальною робочою програмою.

14. Набрані студентом в результаті виконання *i*-ої (i = 1, 2) МКР бали (РМКР$_i$), можуть бути збільшені за рахунок призових балів модуля (ПБМ$_i$) або знижені за рахунок штрафних балів модуля (ШБМ$_i$). В результаті виходить рейтинговий показник студента з *i*-ого модуля (РПМ*i*). Таблиця 3.12 ілюструє формування ПБМ$_i$ та ШБМ$_i$.

Таблиця 3.12

Формування призових і штрафних балів студента

№ з/п	***Види навчальної діяльності***	***Штрафні і призові бали модуля***
1.	Індивідуальні завдання виконані в строк і зараховані викладачем	+ 5 балів за кожне індивідуальне завдання
2.	Індивідуальні завдання виконані в строк, але містять помилки і не були зараховані викладачем	Бали не знімаються і не додаються
3.	Індивідуальні завдання не виконані в строк і не були здані на перевірку	–5 балів за кожне індивідуальне завдання
4.	У студента були пропуски аудиторного зайняття, яке не відпрацьоване.	–2 балу за кожен пропуск
5.	Завдання на практичне зайняття не було виконане в повному об’ємі	– 2 балу за кожне завдання
6.	Завдання практичного зайняття не було виконано в повному об’ємі,	Бали не знімаються і не додаються

	але потім було відпрацьовано	
7.	Студент у дошки зробив повідомлення на лекції з теми, вивченої самостійно	+ 2 бала за кожне повідомлення
8.	Роботу по самостійному вивченню окремого теоретичного питання виконана	+1 бал
9.	Конспект лекції, винесеної на самостійне вивчення, не зданий на перевірку	– 2 бала
10.	Конспект лекції, винесеної на самостійне вивчення, зданий на перевірку, але вимагає доопрацювання	Бали не знімаються і не додаються
11.	Конспект лекції, винесеної на самостійне вивчення, зданий на перевірку і зарахований викладачем	+ 2 бала

Таким чином, рейтинговий показник студента по кожному модулю $РПМ_i$ визначається по формулі:

$$РПМ_i = РМКР_i + ПБМ_i - ШБМ_i\ ,$$

де ($i = 1, 2$).

14. Перший рейтинговий показник семестру ($РПС_1$) визначається як середнє арифметичне рейтингових показників студента по двох модулях. $РПС_1$ переводиться в традиційну оцінку відповідно до критеріїв, приведених в таблиці 3.13. При цьому за рахунок призових балів рейтинговий показник може перевищувати 100 балів. Там же показаний європейський еквівалент оцінки.

15. Оцінці “незадовільно” в європейській системі оцінювання відповідає два рівні: FX – незадовільно з правом перездачі і F – незадовільно без права перездачі. Враховуючи цю обставину, доцільно розділити студентів, що отримали 49 балів і менш, на дві групи. У першу (FX) включаються ті, РПС1 яких склав 20-49 балів. Ці групи потребують кожна окремої корекційної роботи з метою ліквідування заборгованрсті.

Таблиця 3.13

Критерії переведення в оцінку рейтингового показника

Рейтинговий показник студента (РПС)	***Оцінка за національною шкалою***		***Оцінка за європейською шкалою***	
	цифрою	***прописом***	***буквами***	***прописом***
0-50	2	незадовільно	FX	Незадовільно
51-60	3	задовільно	E	достатньо
61-70	3	задовільно	D	задовільно
71-80	4	добре	D	задовільно
81-90	4	добре	C	добре
91-95	5	відмінно	B	дуже добре
96-100	5	відмінно	A	відмінно

Причиною отримання незадовільної оцінки у цих студентів є, як правило, невиконання індивідуальних завдань, завдань по самостійному вивченню теоретичного матеріалу, пропуски заняття. Вони зобов'язані складати іспит. Причому, якщо незадовільні бали у них були тільки по одному з модулів, здавати вони можуть тільки матеріал цього модуля за умови, що індивідуальні завдання іншого модуля виконані і зараховані.

У другу групу включаються студенти, РПС1 яких склав менш 20 балів. Причиною цього найчастіше є те, що вони не мають необхідних для вивчення цієї дисципліни знань і умінь і з цієї причини не виконують необхідні завдання. Ці студенти до іспиту не допускаються. Для допуску до іспиту вони повинні виконати додаткове індивідуальне завдання, спрямоване на формування умінь, якими студент повинен володіти для вивчення цієї дисципліни.

16. Якщо студент, РПС1 якого склав 50 балів і більше, виконав усі індивідуальні завдання обох модулів і завдання по самостійному вивченню матеріалу, він отримує оцінку, яка відповідає набраним балам, автоматом, без складання іспиту. За бажання студент може складати іспит з метою отримання більш високої оцінки. При цьому іспит здається за матеріалом модулів, по яких оцінка нижча бажаної.

Так, наприклад, якщо РПМ1 студента складає 77 балів, що відповідає оцінці "добре", а РПМ2 = 53 бали ("задовільно"), то РПС1/2 = 65 балів, оцінка "автоматом" – "задовільно". Якщо студент не задоволений цією оцінкою і захоче складати іспит з метою отримання більш високої оцінки, то здавати він повинен матеріал тільки другого модуля.

17. Екзаменаційну роботу пишуть такі студенти:

- які не з'явилися на одну або обидві МКР;
- РПМ$_i$ яких хоч би по одному модулю склав менше 50 балів;
- РПС$_1$ яких більше 50 балів, але вони хочуть підвищити оцінку, отриману "автоматом";
- РПС$_1$ яких більше 50 балів, але вони мають не зараховані індивідуальні завдання.

18. РПС$_1$ студента може бути збільшений за рахунок семестрових призових балів (ПБС) або зменшений за рахунок семестрових штрафних балів (ШБС). Оскільки до іспиту усі індивідуальні завдання мають бути не лише виконані, але і зараховані, то за кожне не зараховане індивідуальне завдання студент отримує 5 балів. У разі, якщо завдання не здавалося на перевірку, то знімається 10 балів. Призові бали можна заробити, виконавши додаткове завдання, наприклад, написання реферату, доповіді на студентську наукову конференцію, участь в предметній олімпіаді.

19. Перелік тем рефератів студенти отримують на початку семестру. Як правило, це питання, що стосуються застосування математики в фаховій галузі. Студентам також видається список літератури і перелік веб-сайтів, де можна знайти матеріал для реферату. Обов'язковою умовою є узгодження знайденого матеріалу з викладачем. Реферат повинен містити три розділи. У першому розділі описуються математичні поняття і об'єкти, їх властивості і алгоритми їх перетворення; у другому розділі наводяться застосування описаних математичних об'єктів; третій розділ є словником фахових термінів, використаних в рефераті. За реферат, виконаний за усіма правилами, студент отримує 10 призових балів.

20. Доповідь на студентській науковій конференції може бути зроблена за матеріалом, приведеним в рефераті. При цьому студент повинен на реальних даних, погоджених з випускаючою кафедрою,

виконати економіко-математичне моделювання. За доповідь на студентській науковій конференції студент отримує +20 балів.

21. Другий рейтинговий показник семестру ($РПС_2$) отримують додаванням до результату $РПС_1$ семестрових призових балів і відніманням штрафних балів : $РПС_2 = РПС_1 + ПБС - ШБС$. З двох семестрових рейтингових показників студента $РПС_1$ і $РПС_2$ вибирається найбільший і переводиться в оцінку за критеріями, описаними в таблиці 3.13.

22. Перескладання проходить за правилами проведення іспиту. Якщо студент отримує менше 50 балів, то бали, яких бракує для оцінки "задовільно", він може набрати в декілька прийомів при подальших перездачах.

Досліджувалися результати навчальної діяльності потоку студентів 1 курсу електотехнічних спеціальностей, що складається з трьох академічних груп (всього 71 студент). У першому семестрі навчальне навантаження складало по 54 години лекцій, практичних занять і самостійної роботи студентів. Розподіл змісту дисципліни "Вища математика" на модулі в першому семестрі показане в таблиці 3.14.

Таблиця 3.14

Зміст модулів дисципліни "Вища математика" у семестрі 1

№ модуля	***Зміст модуля***	***Обсяг навантаження в академічних годинах***			
		Лекції	***Пратич. заняття***	***СРС***	***Всього***
1	Лінійна алгебра. Аналітична геометрія на площині і в просторі	28	26	27	81
2	Диференціальне числення функції однією змінною	26	28	27	81
	РАЗОМ:	**54**	**54**	**54**	**162**

Структура і зміст навчальної діяльності, яку студенти виконували самостійно, приведені в таблиці 3.15.

Таблиця 3.15

Структура СРС у семестрі 1

Модуль	***Зміст навчальної діяльності***	***Обсяг в ак.год.***
Модуль 1	Індивідуальне завдання 1. Матрична алгебра. Теорія систем лінійних рівнянь. Векторна алгебра	4,5
	Індивідуальне завдання 2. Площина і пряма в просторі. Пряма і криві другого порядку на площині	4,5
	Самостійне вивчення теоретичного матеріалу	6
	Підготовка до практичного зайняття	6
	Підготовка до контрольних робіт	6
	Разом по модулю 1	**27**
Модуль 2	Індивідуальне завдання 3. Побудова графіків елементарних функцій. Обчислення границь	3
	Індивідуальне завдання 4. Диференціювання і дослідження функції однією змінною	6
	Самостійне вивчення теоретичного матеріалу	6
	Підготовка до практичного зайняття	6
	Підготовка до контрольних робіт	6
	Разом по модулю 2	**27**

Перед кожною модульною контрольною роботою підводилися підсумки результатів навчальної діяльності. У таблиці 3.16 приведені результати виконання індивідуальних завдань.

Як видно з таблиці 3.16, відсоток зарахованих індивідуальних завдань у міру їх виконання, особливо перед іспитом, зростає. Це свідчить, в першу чергу, про підвищення мотивації студентів до вчення.

Таблиця 3.16

Показники виконання індивідуальних завдань

Термін підведення підсумків	Вид завдання	Результат виконання		
		Зараховано	Не зараховано	Не здано
Перед МК-1	Индивідуальні завдання модуля 1	44 %	24 %	32 %
Перед МК-2	Индивідуальні завдання модуля 2	53 %	29 %	18 %

Рейтингові показники модулів і семестру переведені нами в оцінку за критеріями, приведеними в таблиці 3.17.

Таблиця 3.17

Результати модульного і підсумкового оцінювання

	Оцінка				*Не явилось*	*Не допущено*	*% успішності*	*Якість знань, %*
	5	*4*	*3*	*2*				
Модуль 1	2	14	19	35	1	-	49 %	23 %
Модуль 2	3	11	17	35	5	-	44 %	20 %
Підсумкова оцінка	8	19	11	18	5	10	54 %	38 %

Досвід діяльнісного навчання математичним дисциплінам при рейтинговій системі оцінювання результатів навчальної діяльності в умовах кредитно-модульної організації навчального процесу студентів технічних спеціальностей дозволяє нам відмітити такі його позитивні сторони: систематичність засвоєння студентами навчального матеріалу; встановлення зворотного зв’язку з кожним студентом на певних етапах вивчення дисципліни; можливість діагностики і своєчасного коригування навчального процесу; підвищення мотивації студентів до навчання, зменшення пропусків занять; підвищення ефективності самостійної роботи студентів.

РОЗДІЛ 4

ТЕХНОЛОГІЇ ПРОЕКТУВАННЯ Й УПРОВАДЖЕННЯ ЗАСОБІВ ДІЯЛЬНІСНОГО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТІВ ВТНЗ

Традиційні засоби навчання, як найважливіший компонент методичної системи, ми пропонуємо доповнити спеціальними засобами, розробленими на засадах діяльнісного підходу, що входять до навчально-методичного комплексу з вищої математики. Цей комплекс складається з таких матеріалів:

- навчальної програми з вищої математики для студентів технічних напрямів підготовки, розробленої на засадах діяльнісного підходу;
- предметної моделі студента ВТНЗ з вищої математики;
- методичного посібника "Індивідуальні домашні завдання з вищої математики";
- методичного посібника для самостійної роботи студентів "Тестові завдання з вищої математики";
- методичного посібника "Вхідний і вихідний контроль у ВТНЗ";
- навчальних посібників з окремих тем, розроблених за діяльнісною технологією "Вчимося працюючи";
- навчального посібника "Система підготовки до модульних контролів з вищої математики у ВТНЗ: діяльнісний тренажер для студента";
- дистанційного курсу "Вища математика на засадах діяльнісного підходу";
- комп'ютерно орієнтованої системи "Автоматизоване робоче місце викладача математики у ВТНЗ".

Використання навчально-методичного комплексу сприяє підвищенню результативності навчальної діяльності з вищої математики. Структуру цього комплексу визначено з урахуванням вимог до проектування й організації діяльнісного навчання вищої математики. Його застосування сприяє реалізації у навчанні елементів проблемного, особистісно орієнтованого, евристичного, професійно орієнтованого, розвивального навчання.

Цей розділ присвячено розгляду методики розробки і використання деяких складових навчально-методичного комплексу.

4.1. Розробка предметної моделі студента ВТНЗ з вищої математики

4.1.1. Тематичний компонент ПМС. Тематичний компонент предметної моделі студента будується саме за тематичним принципом, в ньому перераховуються розділи і теми, які підлягають вивченню. При цьому можлива деталізація різної міри, але завжди це не самі предметні знання, не їх зміст, а їх назви. Це певні властивості, певні характеристики предметних знань, знання про предметні знання. Знання ж про знання, як вже було зазначено, називають метазнаннями (див. п. 2.2.1). Таким чином, тематичний компонент предметної моделі студента являє собою множину метазнань. Знання, що складають тематичний компонент будемо називати його елементами.

Тематичний компонент складається на базі галузевих стандартів вищої освіти (освітньо-кваліфікаційної характеристики – ОКХ, освітньо-професійної програми – ОПП, засобів діагностики якості підготовки фахівця - ЗД), які є обов'язковим документами для підготовки фахівців з кожної галузі знань, визначають нормативні вимоги до фахівця певної кваліфікації з погляду знань і умінь. Однак, як вже говорилося в п. 2.3, рідко можна знайти ОКХ і ОПП, де б необхідні вміння формулювалися б настільки конкретно, щоб виступати як досить конструктивна основа при побудові продуктивного навчального процесу. В той же час, практично всі ОПП містять анотації дисциплін, де стисло визначено розділи та теми, що підлягають засвоєнню при вивченні кожної дисципліни.

Для визначення тематичного компонента предметної моделі студента технічних напрямів підготовки з математики необхідно проаналізувати анотації математичних дисциплін в ОПП підготовки бакалаврів всіх напрямів підготовки, що визначають стандарт вищої освіти з цих напрямів.

Нами було складено універсальний тематичний компонент предметної моделі студента технічного університету за розділами курсів математичних дисциплін, що читаються студентам технічних напрямів підготовки (див. п. 3.3).

Елементами тематичного компонента є розділи, теми кожного розділу і підтеми кожної теми. Методика розробки тематичного компонента предметної моделі студента полягає у детальному описі розділів, тем і підтем з зазначенням для кожної теми галузей знань, для яких цю тему включено до змісту навчання.

Назви розділів мають подвійну нумерацію: ТК.ХХ, де ТК – шифр тематичного компонента, ХХ – номер розділу. Кожен розділ містить теми, які мають потрійну нумерацію: ТК.ХХ.YY, де YY – номер теми в розділі. Кожна тема розбивається, у свою чергу, на підтеми, які мають таку нумерацію: ТК.ХХ.YY.ZZ, де ZZ – номер підтеми в розділі.

Так, для другого розділу “Лінійна алгебра” тематичний компонент предметної моделі має вигляд:

ТК.2. Лінійна алгебра.

ТК.2.1. Алгебра матриць.

ТК.2.1.1. Види матриць.

ТК.2.1.2. Операції з матрицями.

ТК.2.1.3. Властивості операцій з матрицями.

ТК.2.1.4. Визначники.

ТК.2.1.5. Властивості визначників.

ТК.2.1.6. Ранг матриці.

ТК.2.1.7. Обернена матриця.

ТК.2.2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР).

ТК.2.2.1. Основні визначення.

ТК.2.2.2. Матричний метод розв’язання СЛАР.

ТК.2.2.3. Розв’язання СЛАР методом Крамера.

ТК.2.2.4. Метод Гаусса розв’язання СЛАР.

ТК.2.2.5. Метод Жордана-Гаусса розв’язання СЛАР.

ТК.2.2.6. Дослідження СЛАР на сумісність.

ТК.2.2.7. Однорідні СЛАР.

Таблицю відповідності елементів тематичного компонента з розділу “Лінійна алгебра” і галузей знань, для яких цей елемент включено до змісту навчання, наведено у додатку Б.

Тематичний компонент предметної моделі студента технічних напрямів підготовки разом з таблицею відповідності його елементів галузям знань наведено у навчальній програмі [142].

4.1.2. Семантичний компонент ПМС. Семантичний компонент предметної моделі студента, як вже зазначалося, повинен передавати думки предметної галузі. А, як відомо, думки передаються за допомогою речень. Таким чином, він являє собою набір речень, або висловлювань, що передають семантику, тобто змістовну частину, знань предметної галузі. Отже, для того щоб на основі підручника побудувати деяку формалізовану семантичну (змістовну) предметну модель, необхідно з нього виділити предметні думки і певним чином їх згрупувати. По суті справи, ці думки є *фактами* предметної галузі.

За структурою факти можуть бути самими різноманітними, в тій або іншій мірі складними, або складовими [18, 347]. Проте основу складають *елементарні* факти, які, виступаючи в різних відносинах, і утворять факти складні. . Наприклад, факт з векторної алгебри “*Спрямований відрізок називається вектором”* може бути розбитий на три простіших факти:

1) існує деякий відрізок,

2) відрізок має напрям,

3) вектор задається відрізком.

Наведені факти вже не розкладаються на простіші і тому є *елементарними* фактами. Хоча вони і містять предметні терміни, але предметного сенсу, або семантики, не мають. Предметне значення виникає тільки тоді, коли ці елементарні факти об’єднуються разом. Простий по складу факт, що має предметний сенс, отримав назву *семантичний* факт [18, 19]. Семантичний факт – це завжди закінчена і єдина думка, яка передається одним реченням, або висловлюванням. По суті справи, семантичні факти виконують роль *одиниць знань* предметної галузі.

Семантичні факти можуть передавати різний зміст. Предметом семантичних фактів є поняття, явища, процеси, закони, теореми, висновки, причини, наслідки, властивості, ознаки та ін.

До семантичних фактів можна віднести і більш складні конструкції. Факт з алгебри матриць "*Сумою двох матриць є матриця, кожний елемент якої дорівнює сумі відповідних елементів матриць-доданків*" є визначенням суми матриць і, безсумнівно, є семантичним фактом. Це складний факт, який може бути поданий за допомогою таких елементарних фактів:

1) *матриці можна додавати;*

2) *додавання матриць полягає в знаходженні їх суми;*

3) *додавати можна тільки матриці однакового розміру;*

5) *сумою двох матриць є матриця;*

6) *розмір матриці, що є сумою двох матриць, дорівнює розміру матриць доданків;*

7) елементи двох матриць, що мають ті ж самі індекси, називаються відповідними;

8) елементи матриці, що є сумою двох матриць, дорівнюють сумі відповідних елементів матриць-доданків.

Однак, як видно, багато які з наведених елементарних фактів, на відміну від попереднього прикладу, вже несуть предметне семантичне навантаження, тобто самі є семантичними фактами. Це *елементарні семантичні* факти. Таким чином, можна говорити про семантичні факти *першого і другого роду* [22]. Семантичні факти першого роду спираються на елементарні факти, що не мають предметного сенсу, семантичні факти другого роду спираються на елементарні факти, серед яких є семантичні факти першого роду.

При формулюванні семантичних фактів необхідно керуватися такими принципами [18]:

– *принцип лаконічності*: висловлювання повинне мати мінімальну кількість слів, виражаючи при цьому закінчену думку;

– *принцип єдиності*: будь-яке висловлювання не повинне містити більш ніж одне нове поняття;

– *принцип недвозначності*: кожне висловлювання повинно виражати одну єдину думку;

– *принцип самодостатності*: будь-яке висловлювання повинно даватися в повному формулюванні і його значення не повинне залежати від іншого висловлювання;

– *граматичний принцип*: структура висловлювання повинна підпорядкуватися логіці побудови літературно правильної мови.

Відповідно до граматичного принципу, більшість висловлювань розділяється на дві частини. Перша частина, яка є вихідним пунктом висловлювання, називається темою. Тема висловлювання або вже відома, або зумовлюється контекстом. Друга частина називається ремою. Вона повідомляє щось нове про тему і є головною метою висловлювання. Рема містить в собі зміст повідомлення і є семантичним центром висловлювання. Розглянемо приклад з векторної алгебри:

"*Напрямними косинусами вектора називаються косинуси кутів між вектором і координатними вісями*".

Тут темою є "*напрямними косинусами вектора"*, а ремою – "*називаються косинуси кутів між вектором і координатними вісями"*. Це висловлювання служить для того, щоб показати, що таке напрямні косинуси вектора. Його розкриває рема – "*це косинуси кутів між вектором і координатними вісями*". Це і є головна мета і думка висловлювання.

А ось приклад висловлювання з алгебри матриць: "*Порядок мінору дорівнює кількості рядків або стовпчиків в матриці, визначником якої він є"*.

Тут темою є "*порядок мінору*". Це висловлювання служить для того, щоб показати, чому дорівнює порядок мінору матриці. Про це говорить рема – "*кількості рядків або стовпчиків в матриці, визначником якої він є"*.

Таким чином, порядок слів в реченні виконує певну роль і не може бути вільним. Якщо порядок слів змінити, то це може привести до зміни теми і реми, вони взаємно перевтіляться одна в одну, і комунікативна мета висловлювання також зміниться. Особливо важливо дотримувати необхідний порядок слів в теоремах, які задають необхідні або достатні умови. Наприклад, висловлювання: "*Якщо всі елементи будь-якого ряду матриці дорівнюють нулю, то і визначник цієї матриці дорівнює нулю",* – являє собою достатню умову рівності нулю визначника матриці. Перша частина висловлювання "*всі елементи будь-якого ряду матриці дорівнюють нулю*" тут є темою, а друга — "визначник цієї матриці дорівнює нулю" – ремою. Між ними існує чіткий причинно-наслідковий зв'язок: з теми слідує рема. Якщо це висловлювання переформулювати таким чином: "*Якщо визначник матриці дорівнює нулю, то і всі елементи будь-якого ряду матриці дорівнюють нулю",* то в цьому випадку "рівність нулю визначника матриці" перетвориться в тему, з якої слідує нова рема "всі елементи якого-небудь ряду матриці дорівнюють нулю". При цьому не просто зміниться сенс висловлювання: твердження теореми стане невірним, оскільки не в кожній матриці з нульовим визначником міститься нульовий ряд.

Наведемо аналогічний приклад теореми з векторної алгебри: "*Якщо вектори колінеарні, то вони є компланарними"*. Перша частина висловлювання "*вектори колінеарні"* тут є темою, а друга – "*вони є компланарними"* – ремою. Між ними існує чіткий причинно-наслідковий зв'язок: з теми виходить рема. Якщо цей вислів переформулювати таким чином: "*Якщо вектори компланарні, то вони є колінеарними",* то в цьому випадку "*вектори компланарні"* перетвориться на тему, з якої виходить нова рема "*вони є колінеарними"*. При цьому не просто зміниться значення висловлювання: твердження теореми стане неправильним, тому що вектори можуть бути компланарними не тільки в тому випадку коли вони колінеарні, а і тоді, коли вони не є колінеарними, але містяться в одній площині. Наприклад: вектори $\overline{a} = (1; 2; 0)$, $\overline{b} = (3; 4; 0)$ и $\overline{c} = (-1; 5; 0)$ не є колінеарними, але знаходяться в одній площині XOY , тобто вони компланарні.

Принцип недвозначності вимагає, щоб будь-яке висловлювання мало тільки одну рему, тобто одну думку. Наступне висловлювання є прикладом, в якому цей принцип порушується: "*Початком вектора називається початкова точка відрізка, а кінцем вектора називається кінцева точка відрізка, який задає вектор"*. Фактично дане висловлювання містить дві реми, які повинні бути представлені двома окремими висловлюваннями:

1) *початком вектора називається початкова точка спрямованого відрізка, який задає вектор*;

2) *кінцем вектора називається кінцева точка спрямованого відрізка, який задає вектор*.

Існує особливий тип висловлювань, в яких відсутня тема. Вони містять комплексну рему і визначаються як висловлювання з *нульовою* темою. Висловлювання з нульовою темою містять повідомлення про існування або виникнення явищ і фактів, що розглядаються як єдине ціле. Їх суть не залежить від порядку слів. Висловлювання з "нульовою" темою служать для введення визначень понять або позначень. Прикладом може слугувати висловлювання, що визначає поняття орта вектора $\overline{a}$:

"*Ортом вектора* $\overline{a}$ *називається одиничний вектор, однаково спрямований з вектором* $\overline{a}$ *"*.

Якщо поміняти слова місцями значення сенс не зміниться:

"*Одиничний вектор, однаково спрямований з вектором* $\overline{a}$ *називається ортом вектора* $\overline{a}$ *"*.

Семантичні факти можна також класифікувати за функціями знань, які передаються цими фактами.

Повний набір семантичних фактів з курсу, розташованих в порядку його вивчення, являє собою семантичний компонент предметної моделі студента. Він отримав назву "семантичний конспект" і являє собою набір лаконічно поданих думок предметної галузі.

Елементами семантичного компонента є семантичні факти, що об'єднані в розділи і підрозділи, що відповідають елементам тематичного компонента предметної моделі студента.

Розглянемо семантичний конспект з розділу "*Лінійна алгебра"* курсу вищої математики, що викладається студентам інженерних спеціальностей. Його розподілено на чотири розділи, які не нумеруються:

- *алгебра матриць;*
- *системи лінійних алгебраїчних рівнянь;*
- *векторна алгебра;*
- *лінійні оператори і квадратичні форми.*

Назви підрозділів мають подвійну нумерацію: СК.ХХ, де СК – шифр семантичного компонента, ХХ – номер підрозділу в розділі. Кожне висловлювання семантичного конспекту має потрійну нумерацію: СК.ХХ.YY, де YY – номер висловлювання в підрозділі.

Підрозділи мають наскрізну нумерацію по всьому конспекту. Ось як виглядає зміст конспекту:

Алгебра матриць

СК.1. Види матриць.

СК.2. Операції з матрицями, їх рядками і стовпцями.

СК.3. Властивості операцій з матрицями.

СК.4. Обчислення визначників.

СК.5. Властивості визначників.

СК.6. Ранг матриці.

СК.7. Обернена матриця.

Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР)

СК.8. СЛАР $m \times n$*, основні визначення.*

СК.9. СЛАР $n \times n$*, матричний метод розв'язання.*

СК.10. СЛАР $n \times n$*, розв'язання методом Крамера.*

СК.11. Метод Гаусса розв'язання СЛАР.

СК.12. Метод Жордана-Гаусса розв'язання СЛАР.

СК.13. Дослідження СЛАР на сумісність, теорема Кронеккера-Капеллі.

СК.14. Однорідні СЛАР.

Векторна алгебра

СК.15. Види векторів.

СК.16. Операції з векторами, заданими геометрично.

СК.17. Кут між векторами. Проекція вектора на вектор.

СК.18. Координати вектора в прямокутній системі координат.

СК.19. Операції з векторами, що задані своїми координатами.

СК.20. Скалярний добуток векторів.

СК.21. Векторний добуток векторів.

СК.22. Мішаний добуток векторів.

СК.23. Умови колінеарності, перпендикулярності та компланарності векторів.

СК.24. Геометричні та механічні застосування векторів.

Лінійні оператори (ЛО) і квадратичні форми (КФ)

СК.25. Векторний простір.

СК.26. Базис векторного простору.

СК.27. Лінійні форми і опуклі множини.

СК.28. Матриця ЛО в евклідовому просторі.

СК.29. Власиві вектори і власиві значення ЛО.

СК.30. Канонічний вигляд КФ.

СК.31. Криві другого порядку на площині.
СК.32. КФ і криві другого порядку.

Після того, як виділена структура конспекту, можна приступати до формулювання висловлювань. При цьому необхідно керуватися такими принципами [18]:

– *принцип дискретності*. Фактичні знання з предмета повинні бути подані у вигляді окремих висловлювань;

– *принцип завершеності*. Загальна сукупність висловлювань повинна відображати всі фактичні знання з предмета в повному обсязі;

– *принцип первинності визначень*. Поняття уперше вводяться через визначення. Ніяке нове поняття не може з'явитися у висловлюванні, яке не є визначенням;

– *принцип послідовності*. Висловлювання повинні бути розташовані в порядку, відповідному до логіки викладання курсу, що вивчається.

Конспект повинен відповідати логіці викладу навчального матеріалу, а точніше, – логіці розвитку науки, яка складає предмет навчальної дисципліни. Звідси витікає, що всі поняття повинні вводитися через визначення до того, як вони будуть використані у інших висловлюваннях. Відмічене положення відображається принципом первинності визначень. Наприклад, може показатися логічним і послідовним наступне поєднання висловлювань:

1) *рівні вектори є однаково спрямованими;*

2) *модулі рівних векторів дорівнюють один одному;*

3)*вектором, рівним вектору* $\overline{a}$*, називається вектор, який може бути одержаний паралельним перенесенням вектора* $\overline{a}$ *.*

Проте, зміст першого висловлювання визначається поняттям "*рівність векторів*", яке ще не введене. Це висловлювання не може бути зрозумілим без апеляції до подальшого матеріалу тому не має предметного змісту. Значення висловлювань повинно формуватися попередніми, а не наступними висловлюваннями. Правильний порядок висловлювань у наведеному прикладі має бути таким:

1) *вектором, рівним вектору* $\overline{a}$*, називається вектор, який може бути одержаний паралельним перенесенням вектора* $\overline{a}$ *;*

2) *рівні вектори є однаково спрямованими;*

3) *модулі рівних векторів дорівнюють один одному.*

Наведемо фрагмент семантичного конспекту з алгебри матриць, в якому також є апеляція до ще не введеного поняття:

СК.3.22. Визначник квадратної матриці рівний сумі добутків елементів будь-якого рядка або стовпця на їх алгебраїчні доповнення.

СК.3.23. Алгебраїчним доповненням до елемента матриці називають мінор цього елемента, взятий зі знаком плюс або мінус в залежності від місцеположення елемента в матриці.

СК.3.24. Мінором елемента матриці називається визначник квадратної матриці, яка отримана з початкової викреслюванням рядка і стовпця, на перетині яких стоїть елемент.

Однак тут зміст першого висловлювання визначається поняттям "алгебраїчне доповнення", яке ще не введене, це буде зроблене пізніше. Точно так само йде справа і з поняттям мінору. Правильний порядок розміщення висловлювань повинен бути таким:

СК.3.22. Мінором елемента матриці називається визначник квадратної матриці, яка отримана з початкової викреслюванням рядка і стовпчика, на перетині яких стоїть цей елемент.

СК.3.23. Алгебраїчним доповненням до елемента матриці називають мінор цього елемента, взятий зі знаком плюс або мінус в залежності від місцеположення елемента в матриці.

СК.3.24. Визначник квадратної матриці дорівнює сумі творів елементів будь-якого рядка або стовпця на їх алгебраїчні доповнення.

Так само не можуть бути зрозумілими висловлювання, що містять більше одного нового поняття. Це положення відображається принципом *єдиності.*

Коли складається семантичний конспект, існує велика спокуса скорочувати, використовувати в наступному висловлюванні інформацію з попереднього, що створює ілюзію зв'язного тексту. Часто виникає бажання для скорочення спожити займенник, як, наприклад, в наступному випадку:

СК.15.3. Початком вектора називається початкова точка відрізка, який задає вектор.

СК.15.4. Ця точка називається точкою прикладання вектора.

Видно, що поза контекстом висловлювання *СК.15.4.* втрачає сенс. Такі ситуації забороняються принципом *самодостатності*. Коректним формулюванням наведених висловлювань є таке:

СК.15.3. Початком вектора називається початкова точка відрізка, який задає вектор.

СК.15.3. Точкою прикладання вектора називають початок вектора.

Після формулювання всіх необхідних висловлювань подальша робота над семантичним конспектом полягає в тому, щоб: відредагувати кожне висловлювання відповідно до вираженої в ньому думки і граматики його написання; видалити з тексту ті висловлювання, які повторюються або суперечать одне одному; розбити висловлювання на два окремих, якщо в ньому є дві реми; де необхідно, поміняти висловлювання місцями відповідно до логіки викладу навчального курсу; виключити випадки використання ще не введених визначеннями понять; виключити випадки використання більше за одне нове поняття в одному висловлюванні; привласнити кожному висловлюванню номер, що визначає розділ і місце висловлювання всередині розділу.

Кінцевим етапом роботи є визначення внутрішніх зв'язків між висловлюваннями. Ці зв'язки відображуються за допомогою системи посилань. Ці посилання вказуються у дужках після кожного висловлювання семантичного конспекту у вигляді номерів тих висловлювань, які необхідні для розуміння.

Самий простий, але необхідний вид зв'язку – це нагадування понять. Без таких зв'язків неможливо обійтися, адже для правильного тлумачення висловлювання необхідно, щоб було відоме значення всіх його слів. Існують і більш глибокі зв'язки між висловлюванням, наприклад, цілого і частини, загального і конкретного, причини і наслідку.

Відношення цілого і частини показують такі висловлювання:

СК.1.28. Квадратної називається матриця, в якій кількість рядків дорівнює кількості стовпчиків.

СК.1.39. Квадратна матриця, в якій всі елементи, розташовані під головною діагоналлю, дорівнюють нулю, називається трикутною. (*СК.1.28)*

Зв'язок загального і конкретного ілюструється такими висловлюваннями:

*СК.2.*1. *Для матриць визначені операції порівняння, складання, віднімання, множення на число і множення матриці на матрицю.*

СК.2.15. Операція додавання визначена тільки для матриць однакового розміру (СК.2.1).

СК.2.16. Сумою двох матриць називається матриця, елементи якої дорівнюють сумі відповідних елементів матриць-складових.

Семантичний конспект є потужним засобом навчання. І як засіб навчання семантичний конспект допускає розвиток. Можна, наприклад, доповнити його словником термінів. Це, як показала практика, підвищує його дидактичну цінність, особливо для студентів заочної форми навчання. У математиці хороший ефект дає супровід висловлювань (семантичних фактів) прикладами. Наведемо фрагмент конспекту з алгебри матриць, що містить приклади:

Види матриць

СК.1.1. Множина чисел, що подана у вигляді таблиці, називається матрицею.

СК.1.2. Для запису матриці множина чисел, розташованих за рядками та стовпцями береться в круглі, або подвійні прямі скобки.

Наприклад: $\begin{pmatrix} 12 & 10 & 9 & 8 \\ 9 & 8 & 7 & 6 \\ 20 & 18 & 17 & 16 \end{pmatrix}$, або $\begin{Vmatrix} 12 & 10 & 9 & 8 \\ 9 & 8 & 7 & 6 \\ 20 & 18 & 17 & 16 \end{Vmatrix}$.

СК.1.3. Матриці позначаються великими латинськими літерами.

Наприклад: $A = \begin{pmatrix} 12 & 10 & 9 & 8 \\ 9 & 8 & 7 & 6 \\ 20 & 18 & 17 & 16 \end{pmatrix}$.

Особливість курсу вищої математики полягає у тому, що він спирається на курс елементарної математики. яким студенти повинні володіти з середньої школи. Це означає, що в семантичному конспекті з вищої математики повинні бути вказані зв'язки з висловлюваннями з семантичного конспекту з елементарної математики. Оскільки семантичний конспект з елементарної математики ще не створений, то при розробці семантичного конспекту з вищої математики бажано вичленити всі положення курсу елементарної математики, необхідні для обґрунтування семантичних фактів. Їх також потрібно подати у вигляді семантичних фактів, згрупувавши і розташувавши їх перед семантичним конспектом. Вони в цьому випадку відіграють роль понять нульового рівня. Це буде фрагмент семантичного конспекту з курсу елементарної математики, і тому його висловлювання не будуть мати посилань на висловлювання будь-якого іншого розділу.

Для розділу "*Лінійна алгебра*" нульовий рівень семантичного конспекту повинен включати визначення таких понять: множина; відрізок; числова вісь; декартова система координат; координати точки на числовій вісі; координати точки на координатній площині; координати точки у просторі та інші. Наприклад, у наведеному фрагменті семантичного конспекту з лінійної алгебри висловлювання ***СК.1.1*** має посилатися на висловлювання з нульового рівня конспекту, яке задає поняття "множина".

Ефективність використання семантичного конспекту підвищується, якщо вживати специфічні семантичні факти, що містять поняття у символічному вигляді, а також якщо доповнити конспект прикладами.

Необхідно супроводжувати семантичний конспект з вищої математики фрагментом семантичного конспекту з елементарної математики, що містить поняття, які використовуються в курсі вищої математики.

Складений на описаний спосіб семантичний конспект є потужним засобом навчання, за допомогою якого можливе проектування і організація нових видів навчальної діяльності. У додатку Д наведено приклади тестових завдань різних типів, розроблених на основі висловлювань семантичного конспекту.

4.1.3. Функціональний компонент ПМС. Як вже зазначалося у п. 2.5 функціональний компонент предметної моделі студента містить перелік предметних знань за їх функціональним призначенням. У функціональному компоненті математичні предметні знання згруповані за рубриками, які відображають функції предметних знань. Це можуть бути означення, позначення, теореми, властивості тощо. Фактично кожне висловлювання семантичного компонента ПМС, яке містить декларативне знання, має бути віднесено до однієї з рубрик функціонального компонента.

Елементами функціонального компонента є функціональні назви математичних предметних знань, які віднесені до однієї з описаних рубрик. Назви рубрик мають подвійну нумерацію:

ФК.ХХ, де ФК – шифр функціонального компонента, ХХ – номер рубрики. Кожна рубрика містить назви знань, які мають потрійну нумерацію: ФК.ХХ.YY, де YY – номер назви в рубриці.

Рубрики подані за абеткою. Так, наприклад, у функціональному компоненті ПМС з теми "Алгебра матриць" містяться такі рубрики:

ФК.1. Властивості;

ФК.2. Визначення;

ФК.3. Означення;

ФК.4. Позначення;

ФК.5. Символічний вигляд;

ФК.6. Теореми.

Так, рубрика "*Властивості*" має такий вигляд:

ФК.1. Властивості

ФК.1.1. Властивість елементів матриці. (СК.1.5)

ФК.1.2. Властивість діагональних елементів квадратної матриці. (СК.1.33;СК.1.34)

ФК.1.3. Властивість елементів транспонованої матриці. (СК.2.7)

ФК.1.4. Властивості операції транспонування матриці. (СК.3.4; СК.3.8; СК.3.10)

ФК.1.5. Властивості операції множення матриці на число. (СК.3.13; СК.3.15)

ФК.1.6. Властивості операції додавання матриць. (СК.3.18; СК.3.20; СК.3.22; СК.3.24)

ФК.1.7. Властивості операції множення матриці на матрицю. (СК.3.27; СК.3.29; СК.3.31; СК.3.33; СК.3.35; СК.3.37; СК.3.40; СК.3.42)

ФК.1.8. Властивість мінору елемента квадратної матриці. (СК.4.24)

ФК.1.9. Властивості визначників. (СК.5.2; СК.5.4; СК.5.6; СК.5.8; СК.5.10; СК.5.12; СК.5.14; СК.5.16; СК.5.18; СК.5.20; СК.5.22)

ФК.1.10. Властивості рангу матриці. (СК.6.32; СК.6.34; СК.6.36; СК.6.38; СК.6.40; СК.6.42; СК.6.44)

ФК.1.11. Властивості оберненої матриці. (СК.7.26; СК.7.28; СК.7.30; СК.7.32)

Після кожного елемента функціонального компонента ПМС стоять номери елементів семантичного компонента, в яких містяться предметні знання, що виконують описану функцію. Так, наприклад, елемент ФК.1.1, який описує властивість елементів матриці, посилається на елемент семантичного компонента:

СК.1.5. Елементи в матриці утворюють рядки в горизонтальному напрямку і стовпці в вертикальному напрямку. (СК.1.1; СК.1.4)

У рубриці "ФК.2. Визначення" наведені функції знань, за допомогою яких виконуються теоретичні дії "Визначати".

Так, наприклад, елемент *ФК.2.2 Визначення розміру транспонованої матриці. (СК.2.8)* описує функцію елемента семантичного компонента, за допомогою якого виконується дія "Визначати розмір транспонованої матриці":

СК.2.8. Розмір транспонованої матриці дорівнює $n \times m$, *де* m *– кількість рядків,* n *– кількість стовпців в матриці, що транспонується. (СК.1.7; СК.2.4; СК.2.6).*

Рубрика "*ФК.3. Означення*" містить в собі шістдесят одно означення понять і об'єктів. Це означення таких понять як розмір матриці, операції з матицями, рівність матриць та ін. Серед означень об'єктів є означення матриці, елемента матриці, квадратної, одиничної, трикутної, оберненої, транспонованої матриці тощо. Кожний елемент цієї рубрики також посилається на елементи семантичного конспекту.

Наприклад, елемент *ФК.3.24. Означення рівності двох матриць,* відповідає у семантичному компоненті елементу:

СК.2.10. Дві матриці однакового розміру називаються рівними, якщо кожний елемент однієї матриці дорівнює відповідному елементу другої матриці. (СК.1.4; СК.1.7; СК.1.51).

У рубриці "*ФК.4. Позначення*" міститься перелік тих об'єктів і понять, які має вміти позначати студент. Це такі позначення:

ФК.4.1. Позначення матриці. (СК.1.3)
ФК.4.2. Позначення елемента матриці. (СК.1.10)
ФК.4.3. Позначення розміру матриці. (СК.1.7; СК.1.8)
ФК.4.4. Позначення матриці заданого розміру. (СК.1.9)
ФК.4.5. Позначення нульової матриці. (СК.1.24)
ФК.4.6. Позначення одиничної матриці. (СК.1.43)
ФК.4.7. Позначення операції транспонування матриці. (СК.2.4)
ФК.4.8. Позначення транспонованої матриці. (СК.2.6)

ФК.4.9. Позначення рівності двох матриць. (СК.2.10)

ФК.4.10. Позначення нерівності двох матриць. (СК.2.16)

ФК.4.11. Позначення добутку матриці на число. (СК.2.21)

ФК.4.12. Позначення суми двох матриць. (СК.2.30)

ФК.4.13. Позначення різниці двох матриць. (СК.2.34)

ФК.4.14. Позначення добутку матриці на матрицю зліва. (СК.2.43)

ФК.4.15. Позначення добутку матриці на матрицю справа. (СК.2.45)

ФК.4.16. Позначення визначника квадратної матриці. (СК.4.3)

ФК.4.17. Позначення мінору елемента квадратної матриці. (СК.4.23)

ФК.4.18. Позначення алгебраїчного доповнення до елемента квадратної матриці. (СК.4.27)

ФК.4.19. Позначення мінору n-го порядку. (СК.6.3)

ФК.4.20. Позначення рангу матриці. (СК.6.10)

ФК.4.21. Позначення еквівалентності матриць. (СК.6.27)

ФК.4.22. Позначення оберненої матриці. (СК.6.10)

ФК.4.23. Позначення приєднаної матриці. (СК.6.27)

У рубриці "*ФК.5. Символічний вигляд*" наведено перелік об'єктів, понять, означень, теорем, властивостей, які студент має вміти записувати у символічному вигляді.

Наведемо приклади елементів цієї рубрики:

ФК.5.10. Символічний вигляд одиничної матриці. (СК.1.44)

ФК.5.11. Символічний вигляд скалярної матриці. (СК.1.46)

ФК.5.12. Символічний вигляд трикутної матриці. (СК.1.48)

ФК.5.13. Символічний вигляд ступеневої матриці. (СК.1.50)

ФК.5.14. Символічний вигляд матриці з зазначення i-го рядка і j-го стовпця. (СК.1.18)

ФК.5.15. Символічний вигляд i-го рядка матриці. (СК.1.16)

ФК.5.16. Символічний вигляд j-го стовпця матриці. (СК.1.17)

ФК.5.17. Символічний вигляд означення операції транспонування матриці. (СК.2.9)

ФК.5.18. Символічний вигляд означення рівності двох матриць. (СК.2.13)

ФК.5.19. Символічний вигляд означення добутку матриці на число. (СК.2.22)

Елементам цієї рубрики також відповідають елементи семантичного компонента ПМС. Так, елементу "*ФК.5.17. Символічний вигляд означення операції транспонування матриці. (СК.2.9)*" відповідає:

СК.2.9. Означення операції транспонування матриці A розміру $m \times n$ у символічному вигляді:

$$\left(A_{m\times n}\right)^T = A^T_{n\times m} = \begin{pmatrix} a^T_{11} \ a^T_{12} \ \cdots a^T_{1n} \\ a^T_{21} \ a^T_{22} \ \cdots a^T_{2n} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a^T_{m1} \quad a^T_{m2} \cdots a^T_{mn} \end{pmatrix},$$

де $a^T_{ij} = a_{ji}$, *для всіх* $i = 1, ..., m;\ j = 1,..., n$. *(СК.2.6; СК.2.8)*

У рубриці "*ФК.6. Теореми*" міститься перелік тих теорем, які має знати і вміти використовувати студент. Це такі теореми:

ФК.6.1. Теорема Лапласа. (СК.4.10)

ФК.6.2. Теорема про ранг невиродженої матриці. (СК.6.19)

ФК.6.3. Теорема про ранг ступеневої матриці. (СК.6.21)

ФК.6.4. Теорема про інваріантність рангу матриці при елементарних перетвореннях. (СК.6.28)

ФК.6.5. Теорема про існування оберненої матриці. (СК.6.7)

ФК.6.6. Теорема про єдиність оберненої матриці. (СК.7.8)

ФК.6.7. Теорема про обчислення оберненої матриці за допомогою елементарних перетворень. (СК.7.24)

Функціональний компонент предметної моделі студента використовується при проектуванні навчальної діяльності для визначення змісту навчання, різних видів діяльності студента при проектуванні СРС, при проектуванні контролю.

4.1.4. Процедурний компонент ПМС. Процедурний компонент предметної моделі студента містить перелік процедурних предметних знань, які необхідно знати і використовувати студенту. У процедурному компоненті математичні предметні знання згруповані за рубриками, які відображають функції процедурних предметних знань. Це можуть бути алгоритми, правила перетворення об'єктів, правила знаходження характеристик об'єктів, формули тощо. Кожний елемент семантичного компонента ПМС, який містить процедурне знання, має бути включено до однієї з рубрик процедурного компонента.

Елементами процедурного компонента є назви процедурних математичних предметних знань, які віднесені до однієї з описаних рубрик. Назви рубрик мають подвійну нумерацію: ПК.ХХ, де ПК – шифр процедурного компонента, ХХ – номер рубрики. Кожна рубрика містить назви процедурних знань, які мають потрійну нумерацію: ФК.ХХ.YY, де YY – номер назви в рубриці.

Наведемо процедурний компонент ПМС з теми "Алгебра матриць":

ПК.1. Алгоритми

ПК.1.1. *Алгоритм обчислення оберненої матриці. (СК.7.14; СК.7.15; СК.7.16; СК.7.18; СК.7.19; СК.7.20; СК.7.21)*

ПК.2. Правила

ПК.2.1. *Правило визначення індексів елемента матриці. (СК.1.11)*

ПК.2.2. *Правила знаходження розміру матриці. (СК.1.7)*

ПК.2.3. *Правило винесення спільного множника елементів матриці за знак матриці. (СК.2.26; СК.2.27)*

ПК.2.4. *Правила знаходження різниці двох матриць. (СК.2.36)*

ПК.2.5. *Правила знаходження розміру добутку двох матриць. (СК.2.46; СК.2.47)*

ПК.2.6. *Правила знаходження елементів матриці – добутку двох матриць. (СК.2.50)*

ПК.2.7. *Правила знаходження визначника першого порядку. (СК.4.9)*

ПК.2.8. *Правила знаходження визначника другого порядку. (СК.4.13)*

ПК.2.9. *Правила знаходження визначника третього порядку. (СК.4.17; СК.4.18; СК.4.19;СК.4.20)*

ПК.2.10. *Правила знаходження кількості мінорів елементів квадратної матриці. (СК.4.25)*

ПК.2.11. *Правила знаходження алгебраїчного доповнення до елемента квадратної матриці. (СК.4.28; СК.4.29)*

ПК.2.12. Правило обчислення визначника діагональної матриці. (СК.4.37)

ПК.2.13. Правило обчислення визначника трикутної матриці. (СК.4.43)

ПК.2.14. Правило винесення спільного множника елементів рядка або стовпця матриці за знак її визначника. (СК.5.8)

ПК.2.15. Правило отримання мінору будь-якого порядку з прямокутної матриці. (СК.6.8)

ПК.2.16. Правила знаходження рангу матриці. (СК.6.17; СК.6.18; ск.6.29)

ПК.2.17. Правило обчислення оберненої матриці. (СК.7.12)

ПК.3. Формули

ПК.3.1. Формула для обчислення елементів матриці – добутку двох матриць. (СК.2.51)

ПК.3.2. Формула для обчислення визначника першого порядку. (СК.4.10)

ПК.3.3. Формула для обчислення визначника другого порядку. (СК.4.14)

ПК.3.4. Формула для обчислення визначника третього порядку. (СК.4.21)

ПК.3.5. Формула для обчислення визначника n-го порядку за теоремою Лапласа. (СК.4.24)

ПК.3.6. Формула обчислення визначника діагональної матриці. (СК.4.38)

ПК.3.7. Формула обчислення визначника трикутної матриці. (СК.4.44)

ПК.3.8. Формула для обчислення оберненої матриці. (СК.7.13)

Кожний елемент процедурного компонента, так як і функціонального, пов’язаний з елементами семантичного компонента. Враховуючи ці зв’язки, елементи функціонального і процедурного компонентів використовують для побудови схем орієнтування. Функціональний компонент використовують при загальному орієнтуванні, а процедурного – орієнтуванні на виконання.

4.1.5. Операційний компонент ПМС. Операційний компонент предметної моделі студента містить перелік математичних предметних дій, які має освоїти студент. У операційному компоненті математичні предметні дії також згруповані за рубриками. Це можуть бути рубрики визначати, знаходити, записувати у символічному вигляді тощо.

Елементами операційного компонента є назви математичних предметних дій, які віднесені до однієї з описаних рубрик. Назви рубрик мають подвійну нумерацію: ОК.XX, де ПК – шифр операційного компонента, XX – номер рубрики. Кожна рубрика містить назви математичних предметних лій, які мають потрійну нумерацію: ФК.XX.YY, де YY – номер дії в рубриці.

Наведемо рубрики операційного компонента ПМС з теми "Алгебра матриць":

ОК.2. Виконувати;
ОК.3. Використовувати алгоритми;
ОК.4. Використовувати властивості;
ОК.5. Використовувати теореми;
ОК.6. Визначати;
ОК.7. Визначати, чи є об'єкт об'єктом даного типу;
ОК.8. Записувати у символічному вигляді;
ОК.9. Знаходити;
ОК.10. Обчислювати;
ОК.11. Позначати.

Розглянемо дії, що складають рубрику "*ОК.5. Визначати":*

ОК.1.1. Визначати індекси елемента матриці. (ФК.1.1; ФК.3.2; ПК.2.1)
ОК.1.2. Визначати розмір матриці. (ПК.2.2)
ОК.1.3. Визначати головну діагональ квадратної матриці. (ФК.3.9)
ОК.1.4. Визначати другорядну діагональ квадратної матриці. (ФК.3.10)
ОК.1.5. Визначати діагональні елементи квадратної матриці. (ФК.3.11)
ОК.1.6. Визначати відповідні елементи двох матриць. (ФК.3.17)
ОК.1.7. Визначати відповідні елементи двох рядків матриці. (ФК.3.18)

ОК.1.8. Визначати відповідні елементи двох стовпців матриці. (ФК.3.19)

ОК.1.9. Визначати типи операцій з матрицями. (ФК.2.1)

ОК.1.10. Визначати розмір транспонованої матриці. (ФК.2.2)

ОК.1.11. Визначати типи операцій з рядками і стовпцями матриці. (ФК.2.3)

ОК.1.12. Визначати властивості операції транспонування матриці. (ФК.2.4)

ОК.1.13. Визначати властивості операції множення матриці на число. (ФК.2.5)

ОК.1.14. Визначати властивості операції додавання матриці. (ФК.2.6)

ОК.1.15. Визначати властивості операції множення матриці на матрицю. (ФК.2.7)

ОК.1.16. Визначати порядок визначника квадратної матриці. (ФК.3.43)

ОК.1.17. Визначати порядок мінору матриці. (ФК.3.54)

ОК.1.18. Визначати можливі значення порядку мінору квадратної матриці. (ФК.2.10)

ОК.1.19. Визначати можливі значення порядку мінору прямокутної матриці. (ФК.2.11)

ОК.1.20. Визначати мінори першого порядку матриці. (ФК.2.12)

ОК.1.21. Визначати мінор найбільшого порядку квадратної матриці. (ФК.2.13)

ОК.1.22. Визначати ранг нульової матриці. (ФК.2.14)

ОК.1.23. Визначати границі можливих значень рангу матриці. (ФК.2.15)

ОК.1.24. Визначати ранг матриці. (ФК.2.16)

ОК.1.25. Визначати розмір оберненої матриці. (ФК.2.17)

Наприкінці кожної дії стоять посилання на елементи функціональної або процедурної моделі, які описують знання необхідні для виконання цих дій. Так, елемент операційного компонента "*ОК.10.24. Визначати ранг матриці (ФК.2.16)"* посилається на елемент функціонального компонента "*ФК.2.16. Визначення рангу матриці (СК.6.16)",* який, в свою чергу, пов'язаний з елементом семантичного компонента:

СК.6.16. Ранг матриці дорівнює порядку першого нерівного нулю мінору при обчисленні мінорів всіх порядків, починаючи з найбільшого.

Таким чином, в операційному компоненті предметної моделі студента встановлено зв'язок між діями, які мають бути освоєні і знаннями, необхідними для освоєння цих дій.

Розглянемо, наприклад, математичну предметну дію з лінійної алгебри "визначати вид матриці". Освоїти цю дію фактично означає освоїти цілу низку дій:

– визначати, чи є об'єкт матрицею;
– визначати розмір матриці;
– визначати, чи є матриця нульовою;
– визначати, чи є матриця прямокутною;
– визначати, чи є прямокутна матриця матрицею-стовпцем;
– визначати, чи є прямокутна матриця матрицею-рядком;
– визначати, чи є матриця квадратною;
– визначати, чи є квадратна матриця діагональною;
– визначати діагональні елементи квадратної матриці;
– визначати, чи є діагональна матриця одиничною.

Всі ці дії мають бути освоєні хоча б на рівні умінь для того, щоб виконати дію *"визначати вид матриці"*, тому вони є складом цієї дії.

До спектру дій входять як прості, так і складені предметні дії. Так, наприклад, дія *"визначати, чи є об'єкт матрицею"* є простою дією, тому що її виконання передбачає виконання однієї предметної дії: переконатися, що наданий об'єкт є таблицею чисел, що подана у круглих, або подвійних прямих дужках. Дія "*визначати розмір матриці"* є складеним, тому що його виконання означає виконання чотирьох предметних дій: 1) визначити кількість рядків в матриці; 2) визначити кількість стовпців в матриці; 3) обчислити розмір матриці; 4) записати розмір матриці.

Сама ж математична предметна дія *"визначати вид матриці"* є складеною дією. Її виконання передбачає виконання такої послідовності предметних дій:

1) визначити, чи є об'єкт матрицею; якщо ні, то подальші дії не виконуються, якщо так, то:

2) визначити розмір матриці;

3) визначити, чи є матриця нульовою; якщо так, то подальші дії не виконуються, якщо ні, то:

4) визначити, чи є матриця матрицею-рядком; якщо так, то подальші дії не виконуються, якщо ні, то:

5) визначити, чи є матриця матрицею-стовпцем; якщо так, то подальші дії не виконуються, якщо ні, то:

6) визначити, чи є матриця прямокутною; якщо так, то подальші дії не виконуються, якщо ні, то:

7) визначити, чи є матриця квадратною; якщо ні, то подальші дії не виконуються, якщо так, то:

8) визначити діагональні елементи квадратної матриці;

9) визначити, чи є матриця діагональною; якщо ні, то подальші дії не виконуються, якщо так, то:

10) визначити, чи є матриця одиничною.

Таким чином, операційний компонент предметної моделі студента уявляє собою систему дій, в якій для кожної дії визначено спектр знань. Враховуючи, що математичні предметні дії освоюються шляхом розв'язання задач, то операційний компонент предметної моделі студента дає змогу визначити характер задач, які треба розв'язати студенту, щоб засвоїти певний розділ дисципліни.

Крім того, операційний компонент є базою для визначення цілей навчання на кожному окремому навчальному занятті, а також при проектуванні контролю.

4.2. Побудова системи задач на основі спектрального методу

У навчальній діяльності розв'язують навчальні задачі. Поняття "навчальна задача" розглядалося як вченими психологами, так і педагогами. В загальному розумінні це поняття є досить широким. Д. Пойа зазначає [339, с. 143], що задача передбачає необхідність усвідомленого пошуку відповідного засобу для досягнення цілі, що є виразною, але безпосередньо недоступною. Розв'язання задачі означає знаходження цього засобу.

Л. Л. Гурова [98, с. 12] визначає навчальну задачу як "об'єкт розумової діяльності, який містить вимогу деякого практичного перетворення або відповіді на теоретичне питання шляхом пошуку умов, що дозволяють розкрити зв'язки (відношення) між її відомими і невідомими елементами".

Найбільш продуктивною нам уявляється точка зору Ю. І. Машбиця [291, с. 59], згідно з якою "навчальна задача – це *будь-яка* задача, що пред'являється студентам якщо вона спрямована на досягнення навчальних цілей".

Метою цього пункту є методика розробки системи задач з вищої математики на основі предметної моделі студента.

Як зазначає В. В. Корнещук [247, с. 121], методика навчання математики спирається на науково обґрунтовану теорію навчальних задач, тому що навчальна діяльність з математичних дисциплін у більшості полягає саме у розв'язанні задач. При цьому засвоюється зміст навчання: освоюються математичні предметні дії, одночасно з цим засвоюються знання.

Кожну задачу можна охарактеризувати її *структурою* – певним набором елементів і зв'язків між ними. Умова задачі – це сукупність розрізнених і роз'єднаних дискретних елементів, якими є об'єкти, уявлення, поняття предметної галузі. Умови можуть задаватися як явно, так і неявно, і елементами умови можуть також бути підсумки розумової діяльності. Різні автори виділяють різні елементи структури задачі: характеристики даних, характеристики завдання; *предметну галузь*, тобто клас об'єктів (предметів), про які йдеться в задачі; *відносини*, що зв'язують об'єкти предметної галузі; *вимоги задачі* – те що необхідно встановити внаслідок розв'язання задачі; *оператора,* тобто сукупність тих дій (операцій), які треба зробити над умовами задачі, щоб виконати її вимоги тощо [387, с. 16-21].

Головне призначення задач полягає в тому, що вони є засобом формування способу дій. Дії на практиці реалізовуються за допомогою вмінь, формування яких є цілями навчання, а формування вмінь відбувається в процесі розв'язування задач. Інша роль задач полягає в тому, що вони є засобом контролю сформованості вмінь у студентів. Таким чином, задачі в навчанні відіграють подвійну роль – вони є засобом навчання і засобом контролю.

Дії, які мають бути освоєні в процесі вивчення якого-небудь предмета, визначає операційний компонент предметної моделі студента. Ці дії становлять частину змісту навчання (інша частина – це знання, що забезпечують освоєння цих дій). Звідси витікає, що до навчальних задач пред'являється жорстка вимога: склад системи задач, що розв'язуються з курсу, повинен забезпечити освоєння всіх дій, що входять в операційний компонент предметної моделі студента. За допомогою однієї задачі освоюється одна або декілька дій. Розв'язування ж задачі забезпечується раніше освоєними діями і знаннями, за допомогою яких здійснюється орієнтувальна (загальне орієнтування і орієнтування на виконання) і виконавчі частини діяльності.

Знову освоєні і раніше освоєні дії, необхідні для розв'язування задачі, в сукупності складають *спектр дій* задачі. Таким чином, спектр дій задачі – це всі математичні предметні дії, які необхідно вміти виконувати, щоб розв'язати цю задачу.

Якщо говорити про систему задач, то її спектр дій складає сукупність спектрів дій всіх задач цієї системи. І зрозуміло, що при визначенні складу системи задач з курсу, необхідно задачі підбирати не просто за тематичною ознакою. У загальній постановці, спектр дій усіх задач системи повинен покривати операційний компонент предметної моделі студента з курсу, іншими словами, в сукупному спектрі дій системи задач повинні бути присутні всі дії операційного компонента предметної моделі студента. У цьому випадку говорять, що спектр дій системи задач повний.

Указані обставини є теоретичним обґрунтуванням для підбору задач з вищої математики, що складають систему. Зрозуміло, що немає сенсу включати в цю систему задачі, що мають однакові спектри дій. І тільки порівняльний спектральний аналіз великої кількості задач може дозволити отримати такий їх набір, спектр дій якого буде повний або близький до нього. При цьому цілком ймовірні ситуації, коли виявиться неможливим із наявних задач отримати спектр дій достатньої повноти. У цьому випадку доведеться розробляти необхідні задачі самостійно.

Паралельно можна говорити про *спектр знань* задачі як про знання, які треба застосувати, щоб розв'язати цю задачу. Ці знання забезпечують виконання загального орієнтування, орієнтування на виконання і виконавчої частини діяльності з розв'язування задачі. Велика частина цих знань міститься в семантичному конспекті з відповідної дисципліни [188]. Він має великі потенційні можливості як засіб організації орієнтувальної основи діяльності, особливо при розв’язанні задач. Адже в конспекті в явному вигляді зібрані знання, які є засобом виконання орієнтування.

Як вже зазначалося у п. 2.3.3 розрізняють знання декларативні і процедурні. Для розв’язування задач необхідні як процедурні, так і декларативні знання. Декларативні знання визначають об’єкти і процеси, що беруть участь в умові задачі, їх властивості і закономірності, взаємодії і взаємовідносини. Вони пояснюють сутність справи, що покладена в основу навчальної задачі, й у сукупності визначають загальну компоненту орієнтувальної частини діяльності з розв’язування цієї задачі, складаючи орієнтувальну основу діяльності. Таким чином, на основі декларативних знань здійснюється загальне орієнтування. У результаті виникає розуміння, які знання необхідно використовувати при розв’язанні задачі. Крім того, декларативні знання можуть забезпечувати орієнтування на виконання, хоча і меншою мірою, ніж загальне орієнтування.

Процедурні знання дають відповідь на запитання “Як оперувати декларативними знаннями?”. Вони визначають характер і порядок перетворення об’єктів предметної галузі, явно і неявно заданих умовами задачі, визначають практичні дії з переробки декларативних знань, з оперування ними. Процедурні знання лежать в основі орієнтування на виконавчу частину діяльності з розв’язуванням задачі і самої виконавчої частини.

Спектр знань задачі задається семантичним и процедурним компонентами предметної моделі студента, а спектр дій – операційним компонентом (рис. 4.1).

Рис. 4.1. Спектри дій і знань задачі

Наприклад, розглянемо таку задачу: “*Знайти всі вектори, що є перпендикулярними двом векторам* $\overline{a} = (3; 2; -1)$ *і* $\overline{b} = (2; -2; 4)$*, модулі яких дорівнюють* 3”, яка може бути розв’язана у два способи.

Алгоритм розв’язування задачі за першим способом полягає у такому:

1. Ввести невідомі координати вектора, що відшукується.
2. Знайти скалярні добутки невідомого вектора на відомі вектори.
3. Розв’язати систему двох лінійних рівнянь з трьома невідомими. Виразити дві невідомі координати через третю – вільну координату.
4. Знайти модуль невідомого вектора. Записати рівність модуля невідомого вектора заданому числу.
5. Розв’язати рівняння, що отримане. Знайти значення вільної координати.
6. Знайти координати векторів, що відшукувались.

Алгоритм розв’язування задачі за другим способом полягає у такому:

1. Ввести невідомі координати вектора, що відшукується.
2. Знайти векторний добуток відомих векторів.
3. Записати умови колінеарності невідомого вектора і вектора, що є векторним добутком відомих векторів.
4. Виразити координати вектора через коефіцієнт пропорційності в умові колінеарності.
5. Знайти модуль невідомого вектора. Записати рівність модуля невідомого вектора відомому числу.
6. Розв’язати рівняння, що отримане. Знайти значення коефіцієнта пропорційності.
7. Знайти координати векторів, що відшукувались.

Спектр знань задачі складається з таких знань:

1. *Декларативні знання:*
   - визначення понять: вектор, координати вектора, скалярний, векторний добутки векторів, модуль вектора, колінеарність, перпендикулярність векторів.
   - ознаки: колінеарності, перпендикулярності векторів.

2. *Процедурні знання:*

- алгоритм знаходження модуля вектора;
- алгоритм знаходження векторного добутку двох векторів;
- алгоритм знаходження скалярного добутку двох векторів;
- алгоритм знаходження вектора, що є колінеарним наданому;
- алгоритм розв'язання невизначеної системи рівнянь методом Гауса;
- алгоритм обчислення визначника 3-го порядку.

Спектр дій задачі складається з таких вмінь:

1. *Дії з векторної алгебри:*
   - за наданими координатами двох векторів знаходити: скалярний добуток векторів, векторний добуток векторів;
   - за наданими координатами вектора знаходити модуль вектора;
   - знаходити вектор, що є колінеарним даному вектору.
2. *Дії з лінійної алгебри:*
   - розв'язувати невизначену систему лінійних рівнянь методом Гауса;
   - обчислювати визначник 3-го порядку.
3. *Дії з елементарної математики:*
   - вилучати квадратний корінь з числа;
   - вилучати корінь квадратний з невідомої величини;
   - знаходити невідому величину за її модулем.

Для розв'язання задачі необхідні знання, подані у вигляді елементів семантичного компоненту предметної моделі студента з векторної алгебри, які належать різним його розділам:

СК.15. Види векторів

СК.15.9. Модулем вектора називається довжина відрізка, що задає вектор.

СК.18. Координати вектора у прямокутній системі координат

СК.18.18. Модуль вектора дорівнює кореню квадратному з суми квадратів його координат.

СК. 18.19. Модуль вектора $\overline{a}=(a_x;a_y;a_z)$ *обчислюється за формулою:* $|\overline{a}|=\sqrt{a_x{}^2+a_y{}^2+a_z{}^2}$.

СК.20. Скалярний добуток векторів

СК.20.1. Скалярним добутком двох векторів називається число, яке дорівнює добутку модулів цих векторів на косинус кута між ними.

СК.20.2. Скалярний добуток векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$ *позначається* $\overline{a}\cdot\overline{b}$.

СК.20.3. Скалярний добуток двох векторів, заданих координатами, дорівнює сумі добутків однойменних координат цих векторів.

СК.20.4. Скалярний добуток векторів $\overline{a}=(a_x;a_y;a_z)$ *і* $\overline{b}=(b_x;b_y;b_z)$ *обчислюється за формулою:*

$$\overline{a}\cdot\overline{b}=a_x\cdot b_x+a_y\cdot b_y+a_z\cdot b_z.$$

СК.20.5. Скалярний добуток векторів дорівнює добутку їх модулів на косинус кута між цими векторами.

СК.20.6. Скалярний добуток векторів $\overline{a}\cdot\overline{b}$, *якщо кут між векторами* $\overline{a}$ *і* $\overline{b}$ *дорівнює* φ, $|\overline{a}|$ *і* $|\overline{b}|$ *– модулі цих векторів обчислюється за формулою:*

$$\overline{a}\cdot\overline{b}=|\overline{a}|\cdot|\overline{b}|\cdot\cos\varphi.$$

СК.20.7. Якщо скалярний добуток цих векторів дорівнює нулю вектор $\overline{a}=(a_x;a_y;a_z)$ *є перпендикулярним вектору* $\overline{b}=(b_x;b_y;b_z)$, *то:* $\overline{a}\cdot\overline{b}=0\Rightarrow\overline{a}\perp\overline{b}$.

СК.21. Векторний добуток векторів

СК.21.1. Векторним добутком двох векторів називається вектор, модуль якого дорівнює добутку модулів цих векторів на синус кута між ними, і спрямований перпендикулярно площині, в якій знаходяться дані вектори, складаючи з ними праву трійку векторів.

СК.21.2. Векторний добуток векторів $\overline{a}$ *і* $\overline{b}$ *позначається* $\overline{a}\times\overline{b}$.

СК.21.3. Векторний добуток двох векторів $\bar{a}=(a_x;a_y;a_z)$ *і* $\bar{b}=(b_x;b_y;b_z)$ *є вектор, координати якого обчислюються за формулою:*

$$\bar{a}\times\bar{b}=\begin{vmatrix}\bar{i} & \bar{j} & \bar{k}\\ x_{\bar{a}} & y_{\bar{a}} & z_{\bar{a}}\\ x_{\bar{b}} & y_{\bar{b}} & z_{\bar{b}}\end{vmatrix}.$$

СК.23. Умови колінеарності, перпендикулярності та компланарності векторів

СК.23.2. Якщо вектор $\bar{a}=(a_x;a_y;a_z)$ *є колінеарним вектору* $\bar{b}=(b_x;b_y;b_z)$, *то виконується умова:* $\dfrac{a_x}{b_x}=\dfrac{a_y}{b_y}=\dfrac{a_z}{b_z}$.

СК.23.5. Якщо вектор $\bar{a}=(a_x;a_y;a_z)$ *є перпендикулярним вектору* $\bar{b}=(b_x;b_y;b_z)$, *то скалярний добуток цих векторів дорівнює нулю:* $\bar{a}\perp\bar{b}\Rightarrow\bar{a}\cdot\bar{b}=0.$ *(*

СК.23.6. Якщо вектор $\bar{a}=(a_x;a_y;a_z)$ *є перпендикулярним вектору* $\bar{b}=(b_x;b_y;b_z)$, *то виконується умова:*

$$a_x\cdot b_x+a_y\cdot b_y+a_z\cdot b_z=0.$$

Спектральний метод дає змогу побудувати систему задач, або тестових завдань, спрямованих на послідовне формування предметних вмінь. Проаналізувавши вимоги до системи задач, запропоновані Ю. М. Колягіним [241], В. І. Крупичем [255], і доповнивши їх, ми сформулювали методичні вимоги до системи задач, спрямованих на послідовне освоєння математичних предметних дій:

1) відбір задач системи повинен відповідати змісту курсу вищої математики, задовольняти вимогам повноти спектрів знань і дій;
2) задачі системи повинні відповідати їх функціям в процесі навчання математики, доцільному співвідношення між спектром знань і спектром вмінь;
3) кожна задача має логічну послідовність кроків, що ведуть до розв'язання задачі, і технічну складність. Тому важливим в системі задач є чергування пріоритетів логічної послідовності і технічної складності;

4) на прикладі розв’язання однієї – двох задач системи доцільно розглядати різні методи і способи розв’язання, а потім порівнювати отримані результати з різних точок зору: стандартність і оригінальність, обсяг обчислювальної роботи, практична цінність, – що може бути у нагоді при розв’язанні інших задач системи;

5) легші і більш знайомі задачі системи повинні випереджувати менш легкі і менш знайомі задачі;

6) уміння розв’язувати задачі одного типу повинне полегшувати розв’язання задач інших типів;

7) відбір задач системи необхідно здійснювати диференційовано для різних типологічних груп студентів;

8) задачі системи повинні сприяти міжпредметному узагальненню отриманих змісту навчання, сприяти спрямованості на самостійну діяльність;

9) деякі задачі системи повинні пропонуватися у вигляді гіпотез, а в системі повинен передбачатися їх розвиток;

10) система задач повинна сприяти оволодінню прийомами евристичної діяльності студентів, забезпечувати повноту орієнтовної основи діяльності, мати прикладну спрямованість.

Задачник, що містить систему задач, розроблену за описаною технологією, має таку структуру. Після умови в кожній задачі вказуються номери висловлювань з семантичного конспекту, що визначають спектр знань задачі. Якщо вжити термінологію теорії діяльності, то ці висловлювання в сукупності складають схему орієнтувальної основи діяльності. Суттєво, що в цій схемі не просто вказані знання, потрібні для розв’язування задачі, але також позначені їх зв’язки з іншими знаннями, з яких вони витікають, якими вони визначаються. Як показала практика, цього виявляється достатньо, щоб активізувати думку основної маси студентів і направити її у потрібне русло.

До системи задач нами включено тестові завдання трьох типів, розроблені на основі семантичного компоненту предметної моделі студента.

Завдання І типу спрямовані на перевірку того, як засвоєні знання, необхідні для формування умінь. Ці завдання містять питання на знання формул, символічного вигляду понять, означень понять та об’єктів, властивостей об’єктів та операцій з об’єктами тощо. Це завдання закритого типу, в яких студенту потрібно обрати правильну відповідь з наведених. Завдання І типу складаються безпосередньо на основі висловлювань семантичного конспекту.

Наведемо приклади завдань І типу:

Завдання 4.1. *Укажіть, яка умова виконується для векторів* $\bar{a} = (a_x; a_y; a_z)$ *і* $\bar{b} = (b_x; b_y; b_z)$, *якщо вони перпендикулярні. (СК.23.6)*

A	B	C	D
$\lvert\bar{a}\rvert \cdot \lvert\bar{b}\rvert = 0$	$\lvert\bar{a} \times \bar{b}\rvert \neq 0$	$\bar{a} \cdot \bar{b} = 0$	$\frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z}$

Завдання 4.2. *Укажіть, за якою формулою обчислюється скалярний добуток векторів* $\bar{a}$ *і* $\bar{b}$, *координати яких дорівнюють* $\bar{a} = (a_x; a_y; a_z)$ *і* $\bar{b} = (b_x; b_y; b_z)$. *(СК.20.4)*

A	B	C	D
$\bar{a} \cdot \bar{b} =$ $= a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z$	$\bar{a} \cdot \bar{b} =$ $= (a_x b_x;\ a_y b_y;\ a_z b_z)$	$\bar{a} \cdot \bar{b} =$ $= \begin{pmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{pmatrix}$	$\bar{a} \cdot \bar{b} =$ $= \frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z}$

Завдання 4.3. *Укажіть, чому дорівнює скалярний добуток векторів* $\bar{a} \cdot \bar{b}$, *якщо кут між векторами* $\bar{a}$ *і* $\bar{b}$ *дорівнює* φ, $\lvert\bar{a}\rvert$ *і* $\lvert\bar{b}\rvert$ *– модулі цих векторів. (СК.20.5)*

A	B	C	D
$\bar{a} \cdot \bar{b} =$ $= \lvert\bar{a}\rvert \cdot \lvert\bar{b}\rvert \cdot \cos\varphi$	$\bar{a} \cdot \bar{b} =$ $= \lvert\bar{a}\rvert \cdot \lvert\bar{b}\rvert \cdot \sin\varphi$	$\bar{a} \cdot \bar{b} =$ $= \lvert\bar{a}\rvert \cdot \lvert\bar{b}\rvert \cdot tg\varphi$	$\bar{a} \cdot \bar{b} ==$ $\lvert\bar{a}\rvert \cdot \lvert\bar{b}\rvert \cdot ctg\varphi$

Завдання 4.1 – це завдання уміння записувати у символічному вигляді ознаку перпендикулярності двох векторів.

Завдання 4.2 – на знання формули і уміння записувати формулу для обчислення скалярного добутку двох векторів.

Завдання 4.3 – на знання символічного вигляду і вміння записувати у символічному вигляді скалярний добуток векторів, що задані модулями і кутом між ними.

Завдання II типу спрямовані безпосередньо на перевірку сформованості умінь. Вони представляють собою практичні завдання невисокого рівня складності, що потребують наведення розв'язання. Оцінюються ці завдання, як і завдання першого типу, в один бал. Приклади завдань II типу:

Завдання 4.4. Укажіть, чому дорівнює скалярний добуток векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$, якщо $\overline{a}$=(2; –3; 4), $\overline{b}$=(–1; 0; 5) . *(СК.20.4)*

A	B	C	D
$\overline{a}\cdot\overline{b}=(-2;0;20)$	$\overline{a}\cdot\overline{b}=18$	$\overline{a}\cdot\overline{b}=0$	$\overline{a}\cdot\overline{b}=22$

Завдання 4.5. Укажіть, чому дорівнює скалярний добуток векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$, якщо $|\overline{a}|=3$, $|\overline{b}|$=2, кут між $\overline{a}$ і $\overline{b}$ дорівнює 60^0. *(СК.20.5)*

A	B	C	D
$\overline{a}\cdot\overline{b}=3\sqrt{3}$	$\overline{a}\cdot\overline{b}=6$	$\overline{a}\cdot\overline{b}=3\sqrt{2}$	$\overline{a}\cdot\overline{b}=0$

Завдання 4.6. Укажіть, які з наведених векторів є перпендикулярними. *(СК.23.6)*

A	B	C	D
$\overline{a}$=(0; 2; 4), $\overline{b}$=(2; 3; 2)	$\overline{a}$=(2; –2; –2), $\overline{b}$=(8; 4; 4)	$\overline{a}$=(–1; 1; –3), $\overline{b}$=(2; –2; 3)	$\overline{a}$=(4; 1; 1), $\overline{b}$=(–4; –1; 1)

Завдання 4.4 – це завдання на освоєння дії знаходити скалярний добуток векторів за наданими координатами векторів

Завдання 4.5 – на уміння знаходити скалярний добуток векторів за наданими модулями векторів і куту між векторами.

Завдання 4.6 – на уміння визначати, чи є два вектори перпендикулярними.

Завдання III типу також спрямовані на перевірку сформованості умінь. Але вони більш високого рівня складеності, ніж завдання II типу. В цих завданнях варіанти відповіді не наводяться, тобто вони є завданнями відкритого типу.

Студент повинен розв'язати завдання, навести розв'язання та відповіді. Оцінюються завдання пропорційно до складеності, тобто кількості умінь, якими повинен оволодіти студент для того, щоб виконати завдання. Розглянемо приклади завдань III типу:

Завдання 4.7. Знайти модуль вектора $\overline{a}$, якщо:

$$\overline{a} = 2\overline{i} - 3\overline{j} + 4\overline{k}.$$

Завдання 4.8. Знайти проекцію вектора $\overline{a}+\overline{b}$ на вісь вектора $\overline{b} - \overline{a}$, якщо $\overline{a} = (1;2;-2)$, $\overline{b} = (2;0;-2)$.

Завдання 4.9. Чи можуть вектори $\overline{a}$ =(1; 1; 0), $\overline{b}$ =(0; 2; 4), $\overline{c}$ =(1;–3; 4) утворювати базис у просторі R^3? Якщо так, розкласти за цим базисом вектор $\overline{d} = (4; -5; 6)$.

Завдання 4.7 потребує вміння переходити від одного способу завдання вектора до іншого та вміння знаходити модуль вектора.

Завдання 4.8 – алгоритм знаходження проекції одного вектора на інший, виконувати лінійні операції з векторами і знаходити скалярний добуток векторів.

Завдання 4.9. потребує двох алгоритмів:

1) з’ясування, чи можуть вектори утворювати базис у просторі;

2) розкладення за вектора за новим базисом у просторі.

В основу побудови системи завдань покладено компоненти предметної моделі студента: тестові завдання I типу будуються на основі семантичного та функціональної компонентів предметної моделі студента, а завдання II і III типів – на основі операційного та процедурного компонентів.

Наведена система тестових завдань з успіхом використовується при проведенні перескладань екзамену з вищої математики студентами денної форми навчання всіх спеціальностей Донецького національного технічного університету.

Для проведення перескладань з вищої математики тестові завдання були згруповані у блоки за темами. Кожен блок містить 14 завдань, серед яких 6 завдань I типу, 4 завдання II типу та 4 завдання III типу.

У таблиці 4.1 наведено структуру блоків тестових завдань, з яких складається білет для перескладань.

Таблиця 4.1

Структура блока завдань для перескладань

№ завдань	***Тип завдання***	***Характер завдання***	***Вартість завдання***	***Оформлення розв'язку***	***Оформлення відповіді***
1 – 6.	**I**	Теоретичне	1 бал	не наводиться	Обирається
8 – 10.	**II**	Практичне	1 бал	не наводиться	Обирається
11 – 12.	**II**	Практичне	2 бала	наводиться	Наводиться
13.	**III**	Практичне	4 бала	наводиться	Наводиться
14.	**III**	Практичне	7 балів	наводиться	Наводиться
РАЗОМ:			25 балів		

Крім організації контролю розроблені на базі спектрального підходу системи завдань використовувалися нами для самостійної роботи студентів. Послідовний характер освоєння дій вимагає, щоб в системі завдань було наведене завдання, яке спрямоване на освоєння кожної простої дії.

Наведемо приклад тестових завдань закритого типу, спрямованих на формування простих вмінь "*для наданих геометричних векторів визначати: чи є об'єкт вектором; чи є вектори колінеарними; чи є вектори однаково спрямованими; чи є вектори протилежно спрямованими*":

Завдання 4.10. Який об'єктів, наведених на рис. 4.2, є вектором?

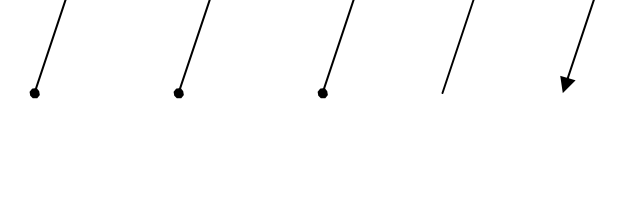


Рис. 4.2

Завдання 4.11. Як позначається вектор, зображений на рис. 4.3 ?

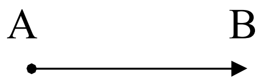


Рис. 4.3

А: AB; **Б:** (AB); **В:** $\overline{AB}$; **Г:** $|\overline{AB}|$; **Д:** $\overline{BA}$

Завдання 4.12. Як позначається модуль вектора, зображеного на рис. 4.4?

А: $|AB|$; **Б:** (AB); **В:** $\overline{AB}$; **Г:** $|\overline{AB}|$; **Д:** $\overline{BA}$

Завдання 4.13. Які з векторів, наведених на рис. 4.4, є колінеарними?

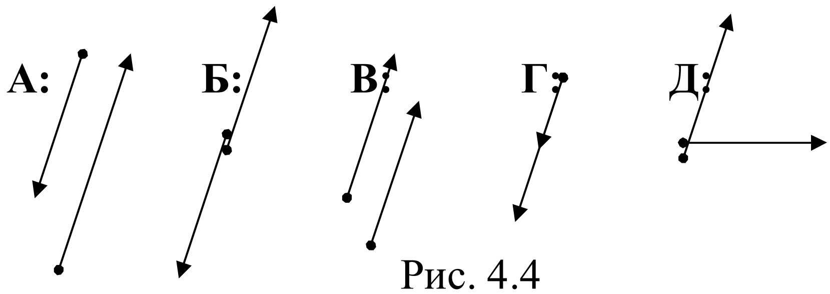


Рис. 4.4

Завдання 4.14. Які з векторів, наведених на рис. 4.4, є однаково спрямованими?

Завдання 4.15. Які з векторів, наведених на рис. 4.4, є протилежно спрямованими?

Завдання 4.16. Які з векторів, наведених на рис. 4.4, є рівними?

Нами на основі спектрального підходу розроблено систему задач з лінійної алгебри, яка наведена у навчальному посібнику [117]. Значення такого підходу полягає не тільки в тому, що студенти вчаться розв'язувати задачі з конкретної теми. Нехай навіть не віддаючи собі звіту в цьому, студенти усвідомлювали ведучу роль орієнтування, і у них формувався раціональний спосіб дій, вони засвоювали науковий підхід до розв'язування задач, а значить, і до здійснення діяльності.

4.3. Використання схем орієнтування у навчанні вищої математики

Як зазначалося в п. 1.2, однією з найважливіших складових навчальної діяльності є орієнтувальна частина. Орієнтувальна частина складається із загального орієнтування і орієнтування на виконання. Загальне орієнтування забезпечує виділення властивостей і якостей об'єктів предметної галузі, які суттєві для їх перетворення. Орієнтування на виконання направлене на вироблення плану виконання дії, на визначення того, які операції і в якій послідовності мають виконуватися.

Виділяють три основних типи орієнтувальної основи дії [414 с.57]. Дуже важливим обов'язком викладача є забезпечення формування у студентів орієнтувальної основи дій. Зазвичай це робиться шляхом складання схем орієнтовної основи діяльності (ООД).

Новим видом навчальної діяльності, який ми пропонуємо використовувати при навчанні математичним дисциплінам у ВТНЗ, є самостійна робота студентів з розв'язання задач за допомогою схем орієнтовної основи діяльності (ООД). Працюючи за схемами ООД, студент наочно бачить склад своєї діяльності, відчуває його і закріплює за допомогою механізму мимовільного запам'ятовування згідно з психологічною закономірністю засвоєння знань, яка полягає в тому, що знання засвоюються не до, а в процесі їх практичного застосування вказує Н. Ф. Тализіна [414].

На основі предметної моделі студента розроблено систему задач, спрямованих на послідовне освоєння математичних предметних дій. Для кожної задачі визначено знання і вміння, необхідні для її розв'язання. Вміння описано на основі операційного компонента предметної моделі студента. Визначено також знання, необхідні для розв'язання кожної задачі, які подано у вигляді висловлювань семантичного конспекту, що є семантичним компонентом предметної моделі студента.

Для розв'язання задач нами розроблено схеми ООД, які надаються студенту для самостійної роботи. Ці схеми дають змогу студентам, по-перше, самостійно зорієнтуватися, яке місце займає надана йому для розв'язання задача в структурі предметних дій (загальне орієнтування). По друге, за допомогою цієї схеми студент усвідомлює, які дані необхідні для розв'язання задачі, за якими алгоритмами та формулами необхідно її розв'язувати (орієнтування на виконання).

Перша частина схеми ООД розробляється на основі семантичного компонента, а друга – процедурного компонента предметної моделі студента. Кожна схема ООД складається з двох частин. Перша частина схеми ООД складається безпосередньо на основі умови задачі. Вона дозволяє студенту усвідомити і зрозуміти загальне орієнтування. При цьому він може спиратися на знання, подані у схемі як фрагмент семантичного конспекту.

Знання, необхідні безпосередньо для розв'язання задачі, складають другу частину схеми ООД, яка дає змогу студенту зробити орієнтування на виконання.

Наприклад, розглянемо таку задачу:

Задача 4.17. Знайти модуль вектора, що є векторним добутком векторів $\overline{a} = (3; 2; -1)$ і $\overline{b} = (2; -2; 4)$.

Схему ООД цієї задачі зображено на рис. 4.5.

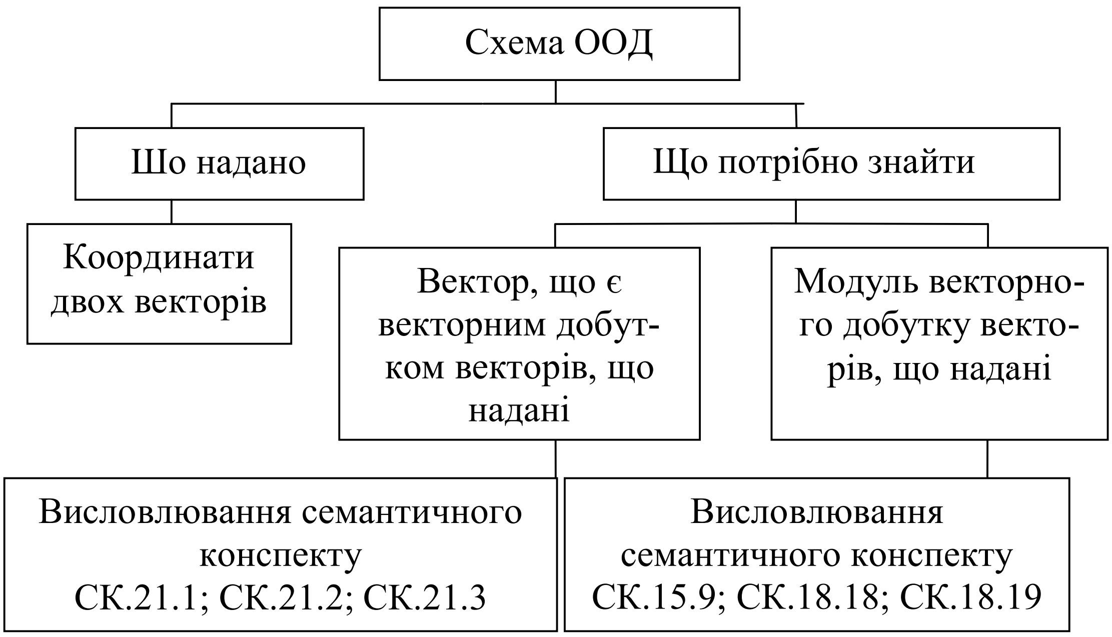


Рис. 4.5. Сема ООД розв'язування задачі

Для розв'язання задачі необхідно висловлювання, що належать різним розділам семантичного конспекту з векторної алгебри. До схеми входять такі висловлювання:

СК.15 Види векторів

СК.15.9. Модулем вектора називається довжина відрізка, що задає вектор.

СК.18. Координати вектора у прямокутній системі координат

СК.18.18. Модуль вектора дорівнює кореню квадратному з суми квадратів його координат.

СК. 18.19. Модуль вектора $\overline{a}=(a_x;a_y;a_z)$ *обчислюється за формулою:* $|\overline{a}|=\sqrt{{a_x}^2+{a_y}^2+{a_z}^2}$.

СК.21. Векторний добуток векторів

СК.21.1. Векторним добутком двох векторів називається вектор, модуль якого дорівнює добутку модулів цих векторів на синус кута між ними, який спрямований перпендикулярно площині, де лежать дані вектори, складаючи з ними праву трійку векторів.

СК.21.2. Векторний добуток векторів $\overline{a}$ *і* $\overline{b}$ *позначається як* $\overline{a}\times\overline{b}$.

СК.21.3. Векторним добутком векторів $\overline{a}=(a_x;a_y;a_z)$ *і* $\overline{b}=(b_x;b_y;b_z)$ *є вектор, який знаходиться за формулою:*

$$\overline{a}\times\overline{b}=\begin{vmatrix}\overline{i} & \overline{j} & \overline{k}\\ a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\end{vmatrix}.$$

Знання, необхідні для розв'язання задачі можуть бути надані студенту, а може бути тільки вказано, які знання необхідні.

Наведемо ще один приклад використання методу орієнтування при розв'язанні типової задачі з аналітичної геометрії у просторі.

Задача 4.18. Знайдіть відстань від точки $M_0(x_0;y_0;\ z_0)$ до площини $\alpha: Ax+By+Cz+D=0$.

Зробимо загальне орієнтування: визначимо декларативні знання, необхідні для розв'язання задачі:

1. Означення відстані від точки до площини: "Відстанню від точки до площини називається довжина перпендикуляра, що опущено з цієї точки на площину".

2. Означення проекції точки на пряму: "Проекцією точки на пряму є основа перпендикуляра, що опущений з цієї точки на пряму".

3. Означення вектора нормалі площини: "Вектором нормалі площини є вектор, який перпендикулярний до цієї площини".

4. Означення перпендикулярності прямої і площини: “Пряма, яка перетинає площину, називається перпендикулярною до цієї площини, якщо вона перпендикулярна до будь-якої прямої, що лежить у цій площині й проходить через точку перетину”.

5. Означення модуля проекції вектора на вісь: “Модулем проекції вектора на вісь називається довжина відрізка, який з’єднує проекції початку і кінця вектора на вісь”.

6. Теорема 1: “Дві прямі, перпендикулярні до однієї й тієї самої площині, є паралельними”.

7. Теорема 2: “Проекції вектора на дві паралельні вісі, дорівнюють одна одній за модулем”.

Виконаємо аналіз опорних знань і умови задачі: з означення відстані від точки до площини виходить, що нам необхідно провести перпендикуляр з точки M_0 до площини α. Позначимо M_1 точку перетину перпендикуляра з площиною α (див. рис. 4.6).

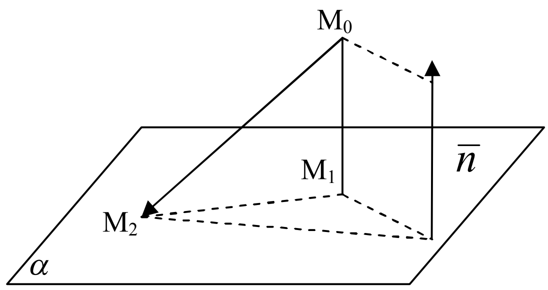


Рис. 4.6. Малюнок до задачі 4.18

Довжина відрізка $|M_0M_1|$ є відстанню від точки M_0 до площини α, яку нам необхідно знайти за умовою задачі.

Візьмемо довільну точку площини M_2 і проведемо пряму M_1M_2. Виходячи з означення перпендикулярності прямої і площини, пряма M_0M_1 буде перпендикулярна будь-якій прямій, що належить площині α, а значить і прямій M_1M_2.

Згідно з означенням проекції точки на пряму, точка M_1 буде проекцією точки M_2 на пряму M_0M_1. Сама ж точка M_0 лежить на прямій M_0M_1, тому за означенням модуля проекції вектора на вісь отримаємо, що довжина відрізка $|M_0M_1|$ дорівнює модулю проекції вектора $\overline{M_0M_2}$ на пряму M_0M_1.

Позначимо $\overline{n}$ вектор нормалі до площини α. Він лежить на прямій, яка перпендикулярна до цієї площини. За теоремою 1 ця пряма паралельна прямій M_0M_1.

Згідно з теоремою 2 модуль проекції вектора $\overline{M_0M_2}$ на пряму M_0M_1 дорівнює модулю проекції цього вектора на вектор нормалі $\overline{n}$. На цьому загальне орієнтування закінчується. У результаті нього виникли такі декларативні знання, які є основою для орієнтування на виконання:

1. Відстанню від точки M_0 до площини α є довжина відрізка $|M_0M_1|$, де точка M_1 є основою перпендикуляра, що опущено з точки M_0 на площину α.

2. Пряма M_0M_1, перпендикулярна до площини α, перпендикулярна також до прямої M_1M_2, де точка M_2 – довільна точка площини α.

3. Точка M_1, яка є основою перпендикуляра, що опущено з точки M_0 на площину α, є проекцією точки M_2 на пряму M_0M_1.

4. Довжина відрізка $|M_0M_1|$ дорівнює модулю проекції вектора $\overline{M_0M_2}$ на пряму M_0M_1.

5. Вектор нормалі $\overline{n}$ площини α є паралельним до перпендикуляра, що опущено з точки M_0 на площину α.

6. Модуль проекції вектора, що з'єднує точку M_0 і довільну точку M_2 площини α на вектор нормалі цієї площини $\overline{n}$, дорівнює довжині перпендикуляра, що опущено з точки M_0 на площину.

7. Відстань від точки M_0 до площини дорівнює модулю проекції вектора, що з'єднує точку M_0 і довільну точку M_2 площини α на вектор нормалі площини $\overline{n}$.

Виконаємо орієнтування на виконання: для того, щоб знайти відстань від точки M_0 до площини α необхідно знайти модуль проекції вектора, що з'єднує точку M_0 і довільну точку M_2 площини α на вектор нормалі $\overline{n}$. Для знаходження модуля проекції необхідно знайти координати векторів $\overline{M_0M_2}$, а для цього нам необхідні координати точки M_2. Крім того нам необхідно знайти координати вектора $\overline{n}$ – нормалі до площини α.

Таким чином, алгоритм розв'язання задачі полягає у такому:

1) знайти координати точки M_2;

2) знайти координати вектора $\overline{M_0M_2}$;
3) знайти координати вектора нормалі $\overline{n}$;
4) знайти модуль вектора нормалі $\overline{n}$;
5) знайти скалярний добуток векторів $\overline{M_0M_2}$ і $\overline{n}$;
6) знайти проекцію вектора $\overline{M_0M_2}$ на вектор нормалі $\overline{n}$;
7) знайти модуль проекції вектора $\overline{M_0M_2}$ на нормаль $\overline{n}$.

Для виконання цих дій потрібні такі алгоритми:

- знаходження координат точки, яка належить площині;
- знаходження координат вектора;
- знаходження нормального вектора площини;
- знаходження модуля вектора;
- знаходження скалярного добутку двох векторів;
- знаходження проекції вектора на вектор;
- знаходження модуля числа.

Кожен з необхідних алгоритмів є процедурним знанням. Наприклад, алгоритм знаходження координат точки, яка належить площині, складається з таких знань:

1. Для того щоб знайти координати довільної точки, що належить площині $\alpha : Ax + By + Cz + D = 0$, необхідно в рівняння площини підставити замість двох змінних довільні дійсні значення.

2. Рівняння, що отримане в результаті підстановки в рівняння площини замість двох змінних довільних дійсних значень, розв'язати відносно третьої змінної.

Наведемо розв'язання задачі 4.18 для конкретного випадку: *знайдіть відстань від точки* $M_1(5;\, 4;\, 6)$ *до площини* $\alpha : 2x - 3y + 6z - 2 = 0$.

1. Знайдемо координати точки M_2, яка належить площині α. Для цього рівняння площини представимо у вигляді $z = \frac{1}{6}(2 - 2x + 3y)$, де $x \in R,\ y \in R.$ Далі надамо довільних значень змінним x та y:

$x = 1$; $y = 0$, та обчислимо значення z: $z = \frac{1}{6}(2 - 2 \cdot 1 + 3 \cdot 0) = 0.$

Таким чином, точка M_2 має координати $M_2(1;0;0)$.

2. Знайдемо координати вектора $\overline{M_1M_2}$, який належить площині. Для цього від координат точки M_2 віднімемо відповідні координати точки M_1: $\overline{M_1M_2} = (1-5;\, 0-4;\, 0-6) = (-4;-4;-6)$.

3. Запишемо координати нормального вектора $\bar{n}$ площини α. Для цього випишемо у відповідному порядку із загального рівняння площини α коефіцієнти при змінних x, y, z : $\bar{n}=(2;-3;6)$.

4. Знайдемо модуль вектора $\bar{n}$. Для цього обчислимо корінь квадратний із суми квадратів координат вектора $\bar{n}$:

$$|\bar{n}|=\sqrt{2^2+(-3)^2+6^2}=\sqrt{4+9+36}=\sqrt{49}=7.$$

5. Знайдемо скалярний добуток нормального вектора $\bar{n}$ площини α та вектора $\overline{M_1M_2}$. Для цього обчислимо суму добутків відповідних координат вектора $\bar{n}$ та вектора $\overline{M_1M_2}$:

$$\bar{n}\cdot\overline{M_1M_2}=2\cdot(-4)+(-3)\cdot(-4)+6\cdot(-6)=-8+12-36=-32.$$

6. Знайдемо проекцію вектора $\overline{M_1M_2}$ на нормальний вектор $\bar{n}$. Для цього обчислимо відношення скалярного добутку $\bar{n}$ та вектора $\overline{M_1M_2}$ до модуля вектора $\bar{n}$: $Пр_{\bar{n}}\overline{M_1M_2}=\dfrac{-32}{7}$.

7. Знайдемо відстань від точки M_1 до площини α. Для цього знайдемо модуль проекції вектора $\overline{M_1M_2}$ на вектор $\bar{n}$:

$$d(M_1;\alpha)=\left|Пр_{\bar{n}}\overline{M_1M_2}\right|=\left|\frac{-32}{7}\right|=\frac{32}{7}=4\frac{4}{7}.$$

Дуже важливим для викладача є формування у студентів уміння створювати орієнтувальну основу діяльності. Найкращім засобом у цьому сенсі є розробка так званих *схем орієнтування.* У цих схемах детально розписуються дії студента, необхідні для виконання певного завдання. Типовим прикладом схеми орієнтувальної основи діяльності є інструкції до виконання лабораторних робіт. Працюючи за цими схемами, студент наочно бачить склад своєї діяльності, відчуває його і закріплює такий підхід за допомогою механізму мимовільного запам’ятовування. У п. 2.3.4 наводилася загальна схема орієнтування (рис. 2.12), яка може бути використана при розв’язанні задач з вищої математики. Так, наприклад, при розв’язанні задач з розділу “Теорія ймовірностей і математична статистика” за допомогою класичної формули ймовірності ця схема приймає вигляд, що приведений на рис. 4.7.

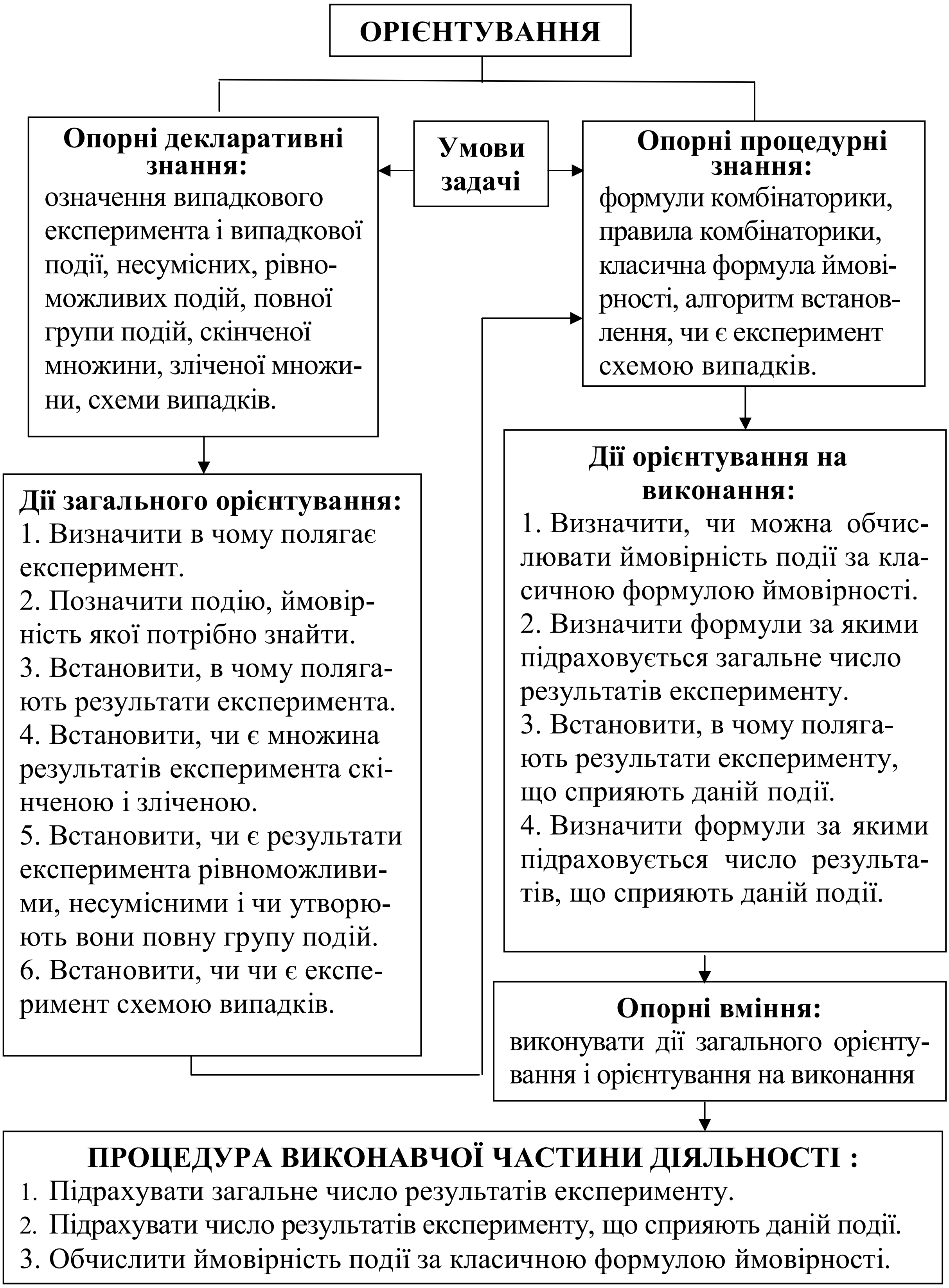


Рис. 4.7. Схема орієнтування до задач на обчислення ймовірності події за класичною формулою ймовірності

У цій схемі описано опорні декларативні і процедурні знання, необхідні для орієнтування, описано дії, що мають бути виконані студентом на етапі загального орієнтування і орієнтування на виконання. Вміння виконувати ці дії є опорними вміннями для розв'язання задачі. Наведемо приклад розв'язання задачі за цією схемою.

Задача 4.19. На завод прийшли влаштовуватися на роботу 5 чоловік. У графі "на яку посаду" 4 з них вказали "інженер". У кінці робочого дня бухгалтер бере дві заяви для перегляду їх анкет. Яка ймовірність того, що ці дві заяви будуть заявами на посаду інженера?

Розв'язання. Схема орієнтування задачі наведена у таблиці 4.2.

Таблиця 4.2

Схема орієнтування задачі 4.19

Загальне орієнтування		
1.	У чому полягає експеримент?	У виборі двох заяв з п'яти наявних
2.	У чому полягають результати експерименту?	У виборі будь-яких двох заяв з п'яти наявних
3.	Чи є множина результатів експерименту скінченою?	Так, оскільки кількість варіантів вибрати два елементи з п'яти скінчена
4.	Чи є множина результатів експерименту зліченою?	Так, оскільки кількість варіантів вибрати два елементи з п'яти можна перерахувати
5.	Чи є всі результати експерименту рівно можливими?	Так, оскільки немає підстав вважати, що вибір яких-небудь двох заяв є більш можливим, ніж вибір інших двох заяв
6.	Чи є усі результати експерименту несумісними?	Так, оскільки вибір двох конкретних заяв означає, що одночасно не можуть бути вибрані дві інші заяви
7.	Чи складають результати експерименту повну групу подій?	Так, оскільки вони описують усі можливі варіанти вибору двох заяв з п'яти і при цьому є несумісними подіями
8.	У чому полягає подія, ймовірність	Подія полягає в тому, що дві вибрані заяви є заявами на посаду інженера

	якої потрібно знайти?	
9.	Чи є експеримент, що розглядається схемою випадків?	Так, оскільки безліч результатів експерименту є скінченою, зліченою, самі результати є рівно можливими і утворюють повну групу подій
10.	Як позначається подія, ймовірність якої потрібно знайти?	A
Орієнтування на виконання		
1.	Чи можна обчислити ймовірність даної події за класичною формулою ймовірності?	Так, оскільки експеримент є схемою випадків
2.	Як обчислити ймовірність даної події?	За класичною формулою ймовірності $P(A)=\frac{m}{n}$, де m – число результатів, що сприяють події A; n – загальне число результатів експерименту
3.	Як обчислити n – загальне число результатів експерименту?	Загальне число результатів дорівнюватиме кількості способів вибрати дві заяви з п’яти. Оскільки порядок вибору заяв не важливий, то кожен варіант вибору двох заяв з п’яти є комбінацією з п'яти елементів по два. Кількість комбінацій з n елементів по k елементів дорівнює: $C_n^k=\frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}$. Кількість комбінацій з п’яти елементів по два обчислюватиметься за формулою: $C_5^2=\frac{5!}{2!\cdot(5-2)!}$.
4.	У чому полягають результати експерименту, що сприяють події A ?	У тому, що дві обрані заяви є заявами на посаду інженера

5.	Як обчислити m – число результатів експерименту, що сприяють даній події?	Число результатів експерименту, що сприяють даній події, дорівнює кількості способів вибрати дві заяви з чотирьох, поданих на посаду інженера. Кожен варіант вибору двох заяв з чотирьох, поданих на посаду інженера, є комбінацією з чотирьох елементів по два елементи, оскільки порядок вибору заяв не важливий. Кількість комбінацій з чотирьох елементів по два обчислюватиметься за формулою: $C_4^2 = \dfrac{4!}{2! \cdot (4-2)!}$.

Крім схеми орієнтування для подібних задач ми пропонуємо складати структурну схему задачі (рис. 4.8), в яка допомагає виконати орієнтування.

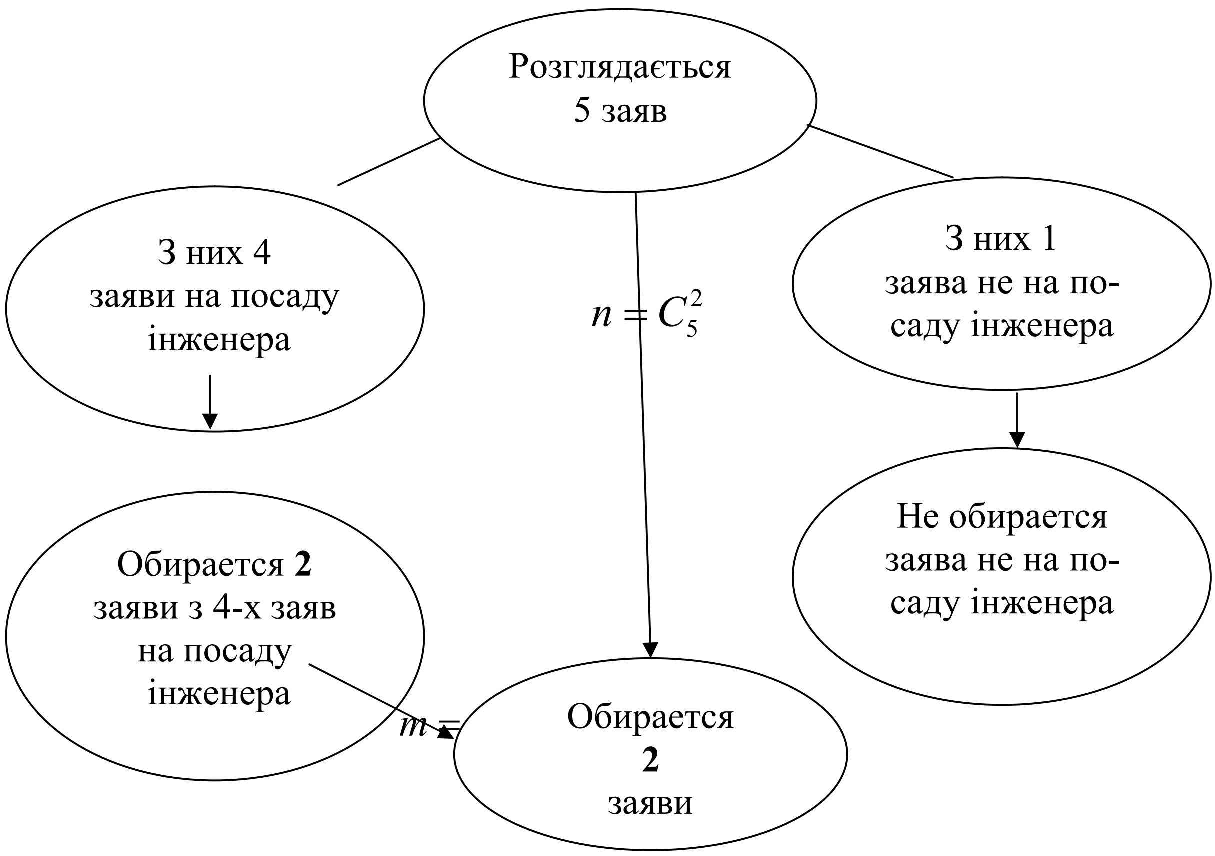


Рис. 4.8. Структурна схема задачі 4.19

Далі студент має зробити виконавчу частину діяльності, що наведена у табл. 4.3.

Таблиця 4.3

Виконавча частина діяльності для задачі 4.18

1.	Вичисліть n – загальне число результатів експерименту.	$n=C_5^2=\frac{5!}{2!\cdot(5-2)!}=\frac{5!}{2!\cdot 3!}=\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}{1\cdot 2\cdot 1\cdot 2\cdot 3}=2\cdot 5=10.$
2.	Вичисліть m – число результатів, що сприяють даній події.	$m=C_4^2=\frac{4!}{2!\cdot(4-2)!}=\frac{4!}{2!\cdot 2!}=\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}{1\cdot 2\cdot 1\cdot 2}=2\cdot 3=6.$
3.	Обчисліть ймовірність даної події	$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{6}{10}=0{,}6.$

При розв'язанні простіших задач, що спрямовані на освоєння однієї, чи декількох предметних дій, пропонуємо декілька спростити схему орієнтувальної основи дій і для кожного типу задач, що розв'язуються, складати схему орієнтування, яка подана у таблиці 4.4.

Таблиця 4.4

Схема орієнтування при розв'язанні задач

Загальне орієнтування	
Що дано?	
Що треба знайти?	
Що треба знати?	
Орієнтування на виконання	
Дії, що треба виконати.	
Які формули необхідні?	

Наведемо приклад використання спрощеної схеми орієнтування при розв'язанні задачі з теми "Алгебра матриць".

Задача 4.20. Подайте у вигляді матриці таблицю, що задає силу струму I та напругу U на трьох ділянках електричної мережі:

Ділянка	***I, ампер***	***U , вольт***
1	1,2	260
2	1,1	240
3	1	220

Розв'язання.

Складемо схему орієнтування (табл. 4.5).

Таблиця 4.5

Схема орієнтування задачі 4.20

Загальне орієнтування	
Що дано?	Таблиця чисел.
Що треба знайти?	Матрицю, що відповідає таблиці.
Що треба знати?	1.Означення матриці. 2. Правило запису матриці. 3. Правило позначення матриці.
Орієнтування на виконання	
Дії, що треба виконати.	2.Записати таблицю без рамок та заголовків. 3. Узяти таблицю у круглі, подвійні прямі або квадратні дужки. 4.Позначити матрицю великою латинською літерою.
Які формули необхідні?	Не потрібні

Виконавча частина діяльності представлена діями, що були описані у схемі орієнтування.

Виконаємо дії:

1. Запишемо числа, що складають таблицю:

$$\begin{matrix} 1{,}2 & 260 \\ 1{,}1 & 240 \\ 1 & 220 \end{matrix}$$

2. *Візьмемо таблицю у круглі скобки:* $\begin{pmatrix} 1{,}2 & 260 \\ 1{,}1 & 240 \\ 1 & 220 \end{pmatrix}$

3. Позначимо матрицю літерою А.

Відповідь: сила струму та напруга на трьох ділянках електричної мережі задається матрицею:

$$A = \begin{pmatrix} 1{,}2 & 260 \\ 1{,}1 & 240 \\ 1 & 220 \end{pmatrix}.$$

Результати проведених нами експериментів показують, що методики навчання, побудовані з використанням процедур орієнтування, дозволяють досягти результатів вищої якості в коротші терміни.

Використання схем орієнтування при навчанні вищої математики дає змогу:

– в багато разів прискорити процес формування вмінь, що є цілями навчання;

– індивідуалізувати процес навчання;

– зробити навчання практично безпомилковим для студентів;

– робить непотрібним завчасне запам’ятовування знань до початку їх застосування.

4.4. Встановлення міжпредметних та внутрішньо предметних зв’язків математичних дисциплін на базі предметної моделі студента

Метою цього пункту є розробка механізму встановлення як внутрішньопредметних, так і міжпредметних зв’язків математичних дисциплін у системі інженерної освіти.

Розглянемо методику встановлення зв’язків на прикладі розділу “Векторна алгебра” курсів математичних дисциплін. При вивченні спеціальних дисциплін студентам часто доводиться мати справу з векторами. Векторна алгебра є надійним містком між елементарною та вищою математиками, геометрією та алгеброю, математикою та фізикою. Важливу роль грає векторна алгебра в системі інженерної освіти. Вміння з векторної алгебри потрібні студентам при розв’язанні задач в таких дисциплінах як фізика, теоретична механіка, гідродинаміка, теорія механізмів і машин, опір матеріалів, теоретичні основи електротехніки. Крім того, векторна алгебра застосовуються в різних розділах самого курсі вищої математики. Одним з таких розділів є аналітична геометрія.

Покажемо методику встановлення внутрішньопредетних зв’язків на прикладі Означення знань та вмінь з векторної алгебри, необхідних для розв’язання задач з аналітичної геометрії у просторі, на основі предметної моделі студента технічного університету.

За для цього нами розроблено перелік типових задач з аналітичної геометрії у просторі. Під типовими задачами розуміються такі задачі, за допомогою яких формуються базові вміння з аналітичної геометрії, які використовуються для розв'язання будь яких задач з аналітичної геометрії. Ці задачі наведено у таблиці 4.6.

З операційного компонента предметної моделі студента з векторної алгебри [147] було вибрано вміння, а з семантичного та процедурного компонентів – знання з векторної алгебри, необхідні для розв'язання типових задач з аналітичної геометрії у просторі.

Таким чином, для кожної задачі визначені знання та вміння з векторної алгебри, за допомогою яких вона розв'язується. Вони також подані у таблиці 4.6.

Таблиця 4.6.

Знання та вміння з векторної алгебри, необхідні для розв'язання задач з аналітичної геометрії

Типові задачі з аналітичної геометрії у просторі		***Знання з векторної алгебри***	***Вміння з векторної алгебри***
№	***Умова задачі***		
1.	Скласти рівняння площини, що проходить через надану точку $M_0(x_0;y_0;z_0)$ перпендикулярно наданому вектору $\bar{n}=(A;B;C)$.	1. Умова перпендикулярності двох ненульових векторів.	1. Знаходити координати вектора. 2. Знаходити скалярний добуток двох векторів.
2.	Скласти рівняння площини, що проходить через три задані точки: $M_1(x_1;y_1;z_1)$, $M_2(x_2;y_2;z_2)$ та $M_3(x_3;y_3;z_3)$	1. Умова компланарності трьох ненульових векторів.	1. Знаходити координати вектора; 2. Знаходити мішаний добуток трьох векторів.
3.	Скласти рівняння площини, що проходить через надану то-	1. Умова компланарності трьох ненульових векторів.	1. Знаходити координати вектора; 2. Знаходити міша-

	чку $M_0(x_0;y_0;z_0)$ паралельно двом наданим векторам: $\overline{a_1}=(l_1;m_1;n_1)$ та $\overline{a_2}=(l_2;m_2;n_2)$.		ний добуток трьох векторів.
4.	Скласти рівняння площини, що проходить через дві задані точки: $M_0(x_0;y_0;z_0)$, $M_1(x_1;y_1;z_1)$, паралельно заданому вектору: $\overline{a}=(l;m;n)$.	1. Умова компланарності трьох ненульових векторів.	1. Знаходити координати вектора; 2. Знаходити мішаний добуток трьох векторів.
5.	Знайти кут між двома площинами: $\alpha_1: A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ та $\alpha_2: A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$.	1. Означення кута між двома векторами.	1. Знаходити координати вектора. 2. Знаходити модуль вектора. 3. Знаходити скалярний добуток двох векторів.
6.	Скласти канонічне рівняння прямої, що проходить через дану точку $M_0(x_0;y_0;z_0)$ паралельно даному вектору $\overline{s}=(m;n;p)$.	1. Умова колінеарності двох векторів.	1. Знаходити координати вектора.
7.	Скласти канонічне рівняння прямої, що проходить через дві задані точки: $M_1(x_1;y_1;z_1)$, $M_2(x_2;y_2;z_2)$.	1. Умова колінеарності двох векторів.	1. Знаходити координати вектора. 2. Записувати умову колінеарності двох векторів.
8.	Скласти канонічне рівняння прямої, що є лінією перетину двох площин $\alpha_1: A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ та $\alpha_2: A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$.	1. Означення векторного добутку двох ненульових векторів.	1. Знаходити векторний добуток двох векторів.

9.	Знайти кут між двома прямими: $l_1: \frac{x-x_1}{m_1}=\frac{y-y_1}{n_1}=\frac{z-z_1}{p_1}$ та $l_2: \frac{x-x_2}{m_2}=\frac{y-y_2}{n_2}=\frac{z-z_2}{p_2}$.	1. Означення кута між двома векторами.	1. Знаходити координати вектора. 2. Знаходити модуль вектора. 3. Знаходити скалярний добуток двох векторів.
10.	Знайти кут між площиною $\alpha: Ax+By+Cz+D=0$ та прямою $l: \frac{x-x_\circ}{m}=\frac{y-y_\circ}{n}=\frac{z-z_\circ}{p}$.	1. Означення кута між двома векторами. 2. Формула знаходження кута між двома векторами.	1. Знаходити координати вектора. 2. Знаходити модуль вектора. 3. Знаходити скалярний добуток двох векторів.
11.	Знайти відстань від точки $M_0(x_0;y_0;z_0)$ до площини $\alpha: Ax+By+Cz+D=0$.	1. Означення проекції вектора на вісь іншого вектора.	1. Знаходити проекцію вектора на вісь іншого вектора. 2. Знаходити скалярний добуток двох векторів.
12.	Знаходити відстань від точки $M_0(x_0;y_0;z_0)$ до прямої $l: \frac{x-x_\circ}{m}=\frac{y-y_\circ}{n}=\frac{z-z_\circ}{p}$.	1. Означення векторного добутку двох векторів. 2. Означення проекції вектора на вісь.	1. Знаходити векторний добуток двох векторів. 2. Знаходити модуль вектора.
13.	Визначати, чи є дві площини $\alpha_1: A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ та $\alpha_2: A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$ колінеарними або перпендикулярними.	1. Умова колінеарності двох векторів. 2. Умова перпендикулярності двох ненульових векторів.	1. Визначати, чи є два вектори колінеарними. 2. Визначати, чи є два вектори перпендикулярними
14.	Визначати, чи є дві прямі: $l_1: \frac{x-x_1}{m_1}=\frac{y-y_1}{n_1}=\frac{z-z_1}{p_1}$ та	1. Умова колінеарності двох векторів. 2. Умова перпен-	1. Визначати, чи є два вектори колінеарними. 2. Визначати, чи є

	$l_2: \frac{x-x_2}{m_2} = \frac{y-y_2}{n_2} = \frac{z-z_2}{p_2}$ колінеарними або перпендикулярними.	дикулярності двох ненульових векторів.	два вектори перпендикулярними.
15.	Визначати, чи є площина $\alpha: Ax + By + Cz + D = 0$ та пряма $l: \frac{x-x_\circ}{m} = \frac{y-y_\circ}{n} = \frac{z-z_\circ}{p}$ колінеарними або перпендикулярними.	1. Умова колінеарності двох векторів. 2. Умова перпендикулярності двох ненульових векторів.	1. Визначати, чи є два вектори колінеарними. 2. Визначати, чи є два вектори перпендикулярними.

Проведений аналіз показав, що для розв'язання задач аналітичної геометрії у просторі необхідні такі вміння з векторної алгебри:

– за наданими координатами вектора у просторі визначати модуль вектора;
– визначати координати вектора у просторі за наданими координатами начала і кінця вектора;
– за наданими координатами двох векторів у просторі:
  – визначати, чи є вектори колінеарними;
  – знаходити скалярний добуток векторів;
  – визначати, чи є вектори перпендикулярними;
  – знаходити проекцію одного вектора на інший;
  – визначати косинус кута між векторами;
  – знаходити векторний добуток векторів;
– за наданими координатами трьох векторів у просторі знаходити мішаний добуток векторів.

Крім того, для розв'язання задач аналітичної геометрії у просторі необхідні такі декларативні знання з векторної алгебри:

- *означення*:
  – нульового вектора, колінеарних, перпендикулярних та компланарних векторів;
  – проекції вектора на вісь;
  – скалярного добутку двох векторів;
  – векторного добутку двох векторів;
  – мішаного добутку трьох векторів;
  – кута між векторами;

• *умови*:
– перпендикулярності двох ненульових векторів;
– колінеарності двох ненульових векторів;
– компланарності трьох ненульових векторів.

Процедурні знання складають *алгоритми*:
– знаходження модуля вектора;
– означення, чи є два вектори колінеарними або перпендикулярними;
– означення, чи є три вектори компланарними;
– знаходження косинуса кута між векторами, проекції одного вектора на інший;
– знаходження скалярного добутку двох векторів;
– знаходження векторного добутку двох векторів;
– знаходження мішаного добутку трьох векторів.

При розв'язанні кожної задачі визначається спектр знань і спектр дій, як з аналітичної геометрії, так і з векторної алгебри.

Методику встановлення міжпредметних зв'язків курсів математичних і професійно орієнтованих дисциплін продемонструємо на прикладі аналізу знань і вмінь з векторної алгебри, необхідних для розв'язання типових задач з теоретичних основ електротехніки, на основі предметної моделі студента з вищої математики, побудова якої описана нами у п. 4.1.

Векторна алгебра є дуже важливим розділом дисципліни "Вища математика" в системі інженерної освіти. При формуванні цілей і змісту навчання векторної алгебри враховують, які вміння і знання з цього розділу використовуються як в самому курсі вищої математики, так і в інших дисциплінах. Однією з таких дисциплін є ТОЕ (теоретичні основи електротехніки).

Курс ТОЕ фактично включає дві частини – теорію ланцюгів і теорію електромагнітного поля. У теорії ланцюгів векторна алгебра використовується в символічному (комплексному) методі розрахунку і аналізу ланцюгів синусоїдального струму, а також в методі векторних діаграм (без застосування комплексних величин). У теорії електромагнітного поля векторна алгебра використовується вже в розрахунках. Особливо часто доводиться звертатися до векторної алгебри при розрахунку полів змінного струму.

Векторними величинами у курсі ТОЕ є струм $\bar{I}$ та напруга $\bar{U}$, з якими виконуються лінійні операції. Так, у законі Ома для резистора використовується операція множення вектора на число:

$$\bar{U} = r \cdot \bar{I}, \tag{4.1}$$

де r – опір, що є скалярною величиною.

Внаслідок того, що при множенні вектора на число виходить вектор, колінеарний наданому, маємо, що вектори $\bar{I}$ та $\bar{U}$ – колінеарні.

При послідовному з'єднанні декількох резисторів використовується властивість дистрибутивності по відношенню до векторного множника. Так, наприклад для трьох резисторів, опори яких відповідно дорівнюють r_1, r_2, r_3, маємо:

$$(r_1 + r_2 + r_3) \cdot \bar{I} = r_1 \cdot \bar{I} + r_2 \cdot \bar{I} + r_3 \cdot \bar{I} = \bar{U}_1 + \bar{U}_2 + \bar{U}_3, \tag{4.2}$$

де $\bar{U}_1, \bar{U}_2, \bar{U}_3$ напруга у резисторах.

При використанні методу накладення, коли в одному резисторі протікає декілька складових струму, маємо:

$$r \cdot (\bar{I}' + \bar{I}'') = r \cdot \bar{I}' + r \cdot \bar{I}'', \tag{4.3}$$

де $\bar{I}', \bar{I}''$ – складові струму.

При цьому використовується властивість дистрибутивності суми векторів по відношенню до числового множника.

При визначенні напруги як різниці потенціалів, які є синусоїдальними і можуть бути представлені векторами або в комплексній формі, маємо:

$$\bar{U}_{AB} = \bar{\varphi}_A - \bar{\varphi}_B, \tag{4.4}$$

де $\bar{U}_{AB}$ – вектор напруги, спрямований від точки B до точки A; $\bar{\varphi}_A$, $\bar{\varphi}_B$ – потенціали, що є радіус-векторами початку і кінця вектора напруги.

Наприклад, розглянемо топографічну діаграму потенціалів на комплексній площині (рис. 4.9).

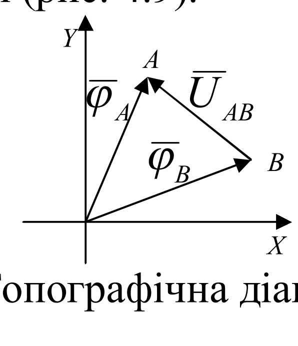


Рис. 4.9. Топографічна діаграма потенціалів

На рис. 4.9 вектор $\overline{U}_{AB}$ знайдено відніманням векторів $\overline{\varphi}_B$ та $\overline{\varphi}_A$ за правилом трикутника. Формула (4.4) – це розкладення вектора $\overline{U}_{AB}$ через радіуси-вектори його початку $\overline{\varphi}_B$ і кінця $\overline{\varphi}_A$, що також можна бачити на діаграмі.

При складанні напруг при послідовному з'єднанні елементів резистора, індуктивності, місткості (*r, L, C*) доводиться мати справу з сумою протилежно спрямованих векторів: $\overline{U}_L$ і $\overline{U}_C$. Якщо $|\overline{U}_L| = |\overline{U}_C|$, то $\overline{U}_L = -\overline{U}_C$, тобто спостерігається режим резонансу напруг.

Аналогічна ситуація спостерігається при вивченні резонансу струмів, коли елементи *r, L, C* сполучені паралельно і додаються протилежно направлені струми $\bar{I}_L$ і $\bar{I}_C$: $\bar{I}_L = -\bar{I}_C$.

Наведемо приклад задачі з курсу ТОЕ, для розв'язання якої використовується векторна алгебра [362, с.55]:

Задача 4.21. Вздовж тонкого провідника, що є колом радіусу a = 0,012 *м* і створює виток, тече струм I = 5 *А*. Необхідно визначити магнітну індукцію на вісі витка.

Розв'язання:

1. Розташуємо виток у площині XOY декартової системи координат так, щоб початок координат співпадав з центром кола, що утворює виток, а напрям осі Oz – з позитивним напрямом нормалі до площини витка, як це показано на рис. 4.10.

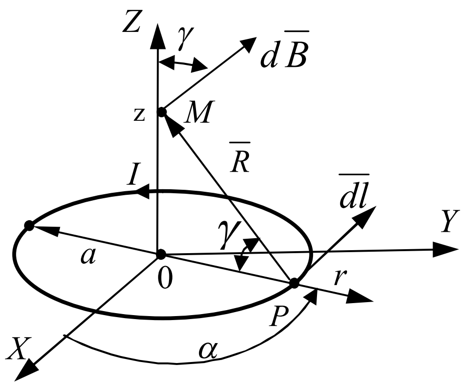


Рис. 4.10

2. Обчислимо магнітну індукцію на осі витка, тобто у довільній точці $M(0;0;z)$ вісі *OZ*. Магнітна індукція на вісі кругового струму обчислюється за формулою:

$$B = \int_0^{2\pi} dB_z \,,$$

де $\overline{B}$ – вектор магнітної індукції; $dB_z = |d\overline{B}| \cdot \cos\gamma$ – проекція вектора $d\overline{B}$ на вісь *OZ*; $d\overline{B}$ – частка $\overline{B}$ для кожного малого елемента кола; γ – кут між вектором $d\overline{B}$ та віссю *OZ*.

Розрахунок магнітної індукції виконаємо за допомогою закону Біо-Савара-Лапласа:

$$d\overline{B} = \frac{\mu_0 I \cdot \overline{dl} \times \overline{R_0}}{4\pi \cdot \overline{R}^2},$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ *Гн/м* – магнітна стала; $\overline{dl}$ – елемент кола; $\overline{R_0}$ – орт вектора $\overline{R}$, де $\overline{R} = \overline{PM}$; P – точка кола.

Модуль вектора $d\overline{B}$ дорівнює:

$$\left|d\overline{B}\right| = \frac{\mu_0 I \cdot \left|\overline{dl} \times \overline{R_0}\right|}{4\pi \cdot \overline{R}^2}.$$

Враховуючи, що $\vec{dl} \perp \vec{R_0}$, $\left|\overline{R_0}\right| = 1$, $\left|\overline{dl}\right| = dl$, маємо за означенням модуля векторного добутку векторів:

$$\left|\vec{dl} \times \vec{R_0}\right| = \left|\vec{dl}\right| \cdot \left|\vec{R_0}\right| \cdot \sin 90^\circ = dl.$$

З трикутника *MOP*:

$$\cos\gamma = \frac{OP}{PM} = \frac{a}{\left|\overline{R}\right|} = \frac{a}{\sqrt{z^2 + a^2}}.$$

Далі маємо:

$$\left|d\overline{B}\right| = \frac{\mu_0 I \cdot \left|\overline{dl} \times \overline{R_0}\right|}{4\pi \cdot \overline{R}^2} = \frac{\mu_0 I \cdot dl}{4\pi \cdot \left|\overline{R}\right|^2} = \frac{\mu_0 I \cdot a \cdot d\alpha}{4\pi \cdot \left(z^2 + a^2\right)}.$$

Магнітна індукція на вісі кругового струму за формулою (4.1):

$$B = \int_0^{2\pi} dB_z = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{a \cdot d\alpha}{z^2 + a^2} \cdot \frac{a}{\sqrt{z^2 + a^2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{a^2}{(z^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \alpha\Big|_0^{2\pi} = \frac{\mu_0 I \cdot a^2}{2\sqrt{(z^2 + a^2)^3}}.$$

У площині кола, де $z = 0$, числове значення індукції дорівнює:

$$B = \frac{\mu_0 I \cdot a^2}{2 \cdot a^3} = \frac{\mu_0 I}{2a} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{2 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-2}} = 26{,}2 \cdot 10^{-5}\ \text{Тл}.$$

Для розв’язання задачі необхідні такі вміння з векторної алгебри:

– за наданими модулем вектора і його напрямними косинусами знаходити координати вектора;

– за наданим вектором визначати його орт;

– за наданими модулями двох векторів і куту між ними знаходити модуль векторного добутку цих векторів;

– визначати колінеарність векторів;

– за наданим модулем вектору знаходити його скалярний квадрат.

Цілі навчання для ТОЕ задаються характером майбутньої професійної діяльності. Необхідність досягнення цих цілей визначає зовнішню компоненту змісту, яку складають певні вміння. Цей зміст засвоюється за допомогою певних засобів — знань і умінь, які самі повинні бути заздалегідь освоєні. Для організації цього необхідно виділити проміжні цілі-уміння. Це задає внутрішню компоненту змісту. Зрозуміло, що знання і вміння з векторної алгебри – це є внутрішня компонента змісту курсу ТОЕ. Ці знання і вміння складають відповідні спектри – спектр знань і спектр дій з векторної алгебри, необхідних для засвоєння курсу ТОЕ.

Наведемо фрагмент семантичного конспекту, розробленого Н. А. Прокопенко [351], який використовується у курсі ТОЕ у наведених вище прикладах:

СК.15. Види векторів

СК.15.1. Спрямованим відрізком називається відрізок, один кінець якого – початкова точка, а інший кінець – кінцева точка.

СК.15.2. Вектором називається спрямований відрізок.

СК.15.3. Початком вектора називається початкова точка відрізка, який задає вектор. Точкою прикладання вектора називається початок вектора.

СК.15.4. Кінцем вектора називається кінцева точка відрізка, який задає вектор.

СК.15.5. На кресленні напрям вектора вказується стрілкою в кінці вектора.

СК.15.6. Вектор з початком в точці A і кінцем в точці B позначається $\overline{AB}$.

СК.15.7. Вектори можна позначати малими латинськими буквами.

СК.15.8. Модулем вектора називається довжина відрізка, що задає вектор.

СК.15.9. Модуль вектора $\overline{AB}$ *позначається* $\left|\overline{AB}\right|$.

СК.15.10. Модуль вектора $\overline{a}$ *позначається* $\left|\overline{a}\right|$.

СК.15.11. Колінеарними векторами називаються вектори, що лежать на одній прямій або на паралельних прямих.

СК.15.12. Колінеарність векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$ позначається: $\overline{a} \parallel \overline{b}$.

СК.15.13. Однаково спрямованими векторами називаються колінеарні вектори, які мають однаковий напрям.

СК.15.14. Однаково спрямовані вектори $\overline{a}$ і $\overline{b}$ позначаються $\overline{a} \uparrow\uparrow \overline{b}$.

СК.15.15. Протилежно спрямованими векторами називаються колінеарні вектора, які мають протилежний напрям.

СК.15.16. Протилежно спрямовані вектори $\overline{a}$ і $\overline{b}$ позначаються $\overline{a} \uparrow\downarrow \overline{b}$.

СК.15.17. Радіус-вектором точки М називається вектор, точка прикладання якого – початок координат, а кінець – точка М.

СК.15.18. Радіус-вектор точки М позначається $\overline{r}_M$.

СК.16. Операції з векторами, заданими геометрично

СК.16.1. Для векторів визначені лінійні операції: додавання, віднімання та множення на число.

СК.16.2. Сумою двох векторів є вектор, який можна одержати додаванням цих векторів за правилом трикутника або за правилом паралелограма.

СК.16.3. Сума векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$ позначається $\overline{a} + \overline{b}$.

СК.16.4. Вектор $\overline{a} + \overline{b}$ знаходиться за правилом трикутника, якщо початок вектора $\overline{b}$ співпадає з кінцем вектора $\overline{a}$.

СК.16.5. Вектор $\overline{a} + \overline{b}$, що знаходиться за правилом трикутника, називається вектор, початок якого співпадає з початком вектора $\overline{a}$, а кінець – з кінцем вектора $\overline{b}$.

СК.16.6.Вектор $\overline{a} + \overline{b}$ знаходиться за правилом паралелограма, якщо вектори $\overline{a}$ і $\overline{b}$ мають загальний початок.

СК.16.7. Вектор $\overline{a} + \overline{b}$, що знаходиться за правилом паралелограма, називається вектор, початок якого співпадає з загальним початком векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$, та який є діагоналлю паралелограма, що побудовано на цих векторах.

СК.16.8. Різницею двох векторів називається вектор, який можна одержати відніманням цих векторів за правилом трикутника або за правилом паралелограма.

СК.16.9. Різниця векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$ позначається $\overline{a} - \overline{b}$.

СК.16.10. Вектор $\overline{a} - \overline{b}$ знаходиться за правилом трикутника, якщо вектора $\overline{a}$ і $\overline{b}$ мають загальний початок.

СК.16.11. Вектор $\overline{a} - \overline{b}$, що знаходиться за правилом трикутника, називається вектор, початок якого співпадає з кінцем вектора $\overline{b}$, а кінець – з початком вектора $\overline{a}$.

Таким чином, нами визначено знання і вміння з векторної алгебри, необхідні для розв'язання задач з ТОЕ. Описано п'ять компонентів предметної моделі студента з векторної алгебри. Враховуючи той факт, що між вивченням курсу вищої математики і спеціальних дисциплін зазвичай минає великий термін часу, студентам необхідно відновити знання і вміння з векторної алгебри. Для цього їм не достаньмо надати простий перелік формул. На нашу думку, при навчанні спеціальних дисциплін, таких як теоретичні основи електротехніки, буде корисним надати студентам семантичний (опорний) конспект з векторної алгебри. В цьому конспекті у дуже зручному дискретному вигляді подані всі знання, на які має спиратися студент при вивченні спеціальних дисциплін.

4.5. Навчальний посібник "Система підготовки до модульних контролів з математики у ВТНЗ"

Навчальний посібник призначений для самостійної підготовки до модульних контрольних робіт з вищої математики студентів технічних напрямів підготовки вищих навчальних закладів. Його складено у відповідності до уніфікованої навчальної програми з дисципліни "Вища математика", розробленої на засадах діяльнісного підходу [142]. При розробці посібника враховувалися підручники і навчальні посібники з вищої математики, що розраховані на студентів технічних і інженерно-економічних напрямів підготовки [105, 106, 114].

Посібник складається з двох частин. Кожна частина містить в собі завдання з тем, що вивчаються в одному з модулів курсу вищої математики. Так, у першій частині посібника [169] пропонуються завдання з чотирьох розділів першого модуля першого навчального семестру:

1. Лінійна алгебра.

2. Векторна алгебра.

3. Аналітична геометрія у просторі.

4. Аналітична геометрія на площині.

Друга частина посібника [170] містить чотири теми розділу "Диференційне числення функції однієї незалежної змінної", який вивчається у другому модулі першого навчального семестру:

1. Вступ до математичного аналізу.

2. Теорія границь.

3. Диференціювання функції.

4. Застосування похідної.

Оскільки посібник розроблено на засадах діяльнісного підходу до навчання, то в ньому враховано, що цілями навчання є освоєння дій, які будуть потрібні студенту при вивченні спеціальних дисциплін і в майбутній професійній діяльності. Тому цілі навчання кожного розділу, подаються у термінах математичних предметних дій, що мають бути освоєні студентами. Знання ж при цьому є засобом освоєння та виконання дій у різних видах навчальної діяльності. Засвоєння знань відбувається під час освоєння дій. Тому для кожного розділу наводяться знання, необхідні для освоєння дій.

Посібник позиціонується як діяльнісний тренажер для студентів, тому що студентам пропонуються різні види діяльності, при виконанні яких і відбувається засвоєння змісту навчання. Структура кожному розділу посібника містить такі складові:

1. Цілі та зміст навчання.

2. Діяльність з формування понять.

3. Діяльність з освоєння теоретичних дій.

4. Діяльність з освоєння практичних дій.

5. Діяльність з розв'язання типових задач.

6. Діяльність з розв'язання індивідуальних завдань.

7. Опорні знання до виконання індивідуальних завдань.

Наприкінці посібника наведено демонстраційний та тренувальний варіанти модульної контрольної роботи, і відповіді з вказівками до розв'язання завдань, що запропоновані у змістовому модулі.

Цілі і зміст навчання описують дії, що мають бути освоєні при вивченні кожної теми, і знання, необхідні для освоєння дій. При описанні дій виокремлюються ті з них, які треба вміти виконувати для різних вихідних даних. Вони описані за рубриками: *визначати, використовувати, записувати, знаходити, обчислювати.* Знання подаються за рубриками: *алгоритми,властивості, ознаки, означення, теореми* та ін. Для описання цілей і змісту навчання використано операційний і функціональний компоненти предметної моделі студента. У табл. 4.7 наведено цілі і зміст навчання з розділу "*Лінійна алгебра*".

Таблиця 4.7

Цілі та зміст навчання розділу "Лінійна алгебра"

№	***Дії, що мають бути освоєні***	***Необхідні знання***
1.	*Визначати*: – чи є об'єкт матрицею; – елементи матриці й їх індекси; – розмір матриці; – вид матриці.	*Означення* матриці, елементів матриці, розміру матриці, рівності матриць, видів матриць: прямокутної, квадратної, діагональної, одиничної, нульової, трикутної, ступеневої.
2.	Для даних матриць 1) *знаходити*: – суму матриць; – добуток матриці на число; – добуток матриці на матрицю; – транспоновану матрицю; 2) *визначати* чи є матриці рівними.	*Означення* операцій з матрицями: суми матриць, добутку матриці на число, добутку матриці на матрицю; транспонування матриці, рівних матриць.
3.	*Використовувати* властивості операцій з матрицями для перетворення і обчислення алгебраїчних виразів, що містять матриці, розв'язування лінійних матричних рівнянь.	*Властивості* операцій з матрицями. *Еквівалентні перетворення* лінійних матричних рівнянь.
4.	*Обчислювати* визначники 2-го та 3-го порядку за мнемонічними правилами.	*Мнемонічні правила* для обчислення визначників.
5.	*Обчислювати* для елемента квадратної матриці: – мінор;	*Означення* мінору і алгебраїчного доповнення елемента квадратної матриці.

	– алгебраїчне доповнення.	
6.	*Обчислювати* визначник будь-якого порядку розкладанням за рядком або стовпчиком за теоремою Лапласа.	*Теорема* Лапласа. *Алгоритми* обчислення визначника розкладанням за рядком, розкладанням стовпчиком.
7.	*Використовувати* властивості визначників для їх перетворення і обчислення.	*Властивості* визначників.
8.	*Обчислювати* обернену матрицю. Виконувати перевірку, чи є знайдена матриця оберненою до даної матриці.	*Означення* оберненої матриці, алгоритм обчислення оберненої матриці.
9.	*Знаходити* невідому матрицю в матричних рівняннях за допомогою оберненої матриці.	*Еквівалентні перетворення* нелінійних матричних рівнянь, властивості оберненої матриці.
10.	Для даної системи лінійних алгебраїчних рівнянь: 1) *визначати*: – головну матрицю; – матрицю-стовпець вільних членів; – матрицю-стовпець невідомих; – розширену матрицю. 2) *записувати* систему: – у символічному вигляді, – у матричній формі; 3) *визначати*, чи є надана сукупність чисел розв'язком системи.	*Означення,* символічний вигляд системи лінійних алгебраїчних рівнянь. *Означення* головної і розширеної матриці системи, матриці вільних членів і матриці невідомих системи. Матрична *форма запису* лінійних алгебраїчних рівнянь. *Означення* розв'язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь.
11.	Для даної системи n лінійних алгебраїчних рівнянь з n невідомими: – *складати* головний визначник системи;	*Означення* головного визначника системи n лінійних алгебраїчних рівнянь з n невідомими. *Означення* видів систем лі-

	– *визначати* за допомогою головного визначника системи, чи є вона сумісною і визначеною.	нійних алгебраїчних рівнянь.
12.	*Розв'язувати* сумісну і визначену систему n лінійних алгебраїчних рівнянь з n невідомими: – методом Крамера; – матричним методом; – методом Гаусса; – методом Жордана-Гаусса.	*Теорема* Крамера, *Алгоритми* розв'язання системи n лінійних алгебраїчних рівнянь з n невідомими: – методом Крамера; – матричним методом; – методом Гаусса; – методом Жордана-Гаусса.
13.	Для довільної матриці: – *знаходити* мінори; – *обчислювати* ранг матриці за означенням; – *обчислювати* ранг методом елементарних перетворень.	*Означення:* – мінору матриці; – рангу матриці; – елементарних перетворень матриці. *Алгоритми* обчислення рангу матриці за означенням і методом елементарних перетворень.
14.	Для даної системи m лінійних алгебраїчних рівнянь з n невідомими ($m \neq n$): –*розв'язувати* систему методами Гаусса і Жордана-Гаусса; –*досліджувати* систему на сумісність за теоремою Кронеккера-Капеллі.	*Алгоритм* розв'язання систему m лінійних алгебраїчних рівнянь з n невідомими методами Гаусса і Жордана-Гаусса ($m \neq n$). *Теорема* Кронеккера-Капеллі. *Алгоритм* дослідження системи лінійних алгебраїчних рівнянь на сумісність.
15.	*Знаходити* загальний і частинний розв'язки невизначеної системи лінійних алгебраїчних рівнянь.	*Означення* загального і частинного розв'язків невизначеної системи лінійних алгебраїчних рівнянь.
16.	*Розв'язувати* системи лінійних однорідних рівнянь.	*Означення* системи лінійних однорідних рівнянь.

Діяльність з формування понять містить завдання, що спрямовані на засвоєння студентами основних понять курсу і формування у них уміння використовувати ці поняття. В цьому виді діяльності студенту пропонується з кожної теми 10 тестових завдань на відповідність з бланками відповідей. У цих завданнях необхідно встановити для кожного з наданих понять відповідність з однією з його характеристик: означенням у вербальній формі, означенням у символічному вигляді, позначенням, математичним об'єктом, формулою для обчислення або рівнянням, властивостями, методом знаходження та ін. Для кожного завдання необхідно у бланку відповідей позначкою "X" відмітити відповідність між номером поняття (1-4) і літерою, що відповідає його характеристиці (А-Д).

Наведемо приклади завдань з формування понять з теми векторна алгебра:

Задача 4.22. Установіть відповідність між поняттями (1-4) і їх означеннями (А-Д):

1.	Радіус-вектор точки	А:	Вектор, модуль якого дорівнює одиниці
2.	Нульовий вектор	Б:	Вектор, однаково спрямований з даним вектором, модуль якого дорівнює одиниці
3.	Одиничний вектор	В:	Вектор, початком якого є початок координат, а кінцем – задана точка
4.	Орт вектора	Г:	Вектор, модуль якого дорівнює нулю
		Д:	Вектор, однаково спрямований з даним вектором

Задача 4.23. Установіть відповідність між поняттями (1-4) і їх позначеннями (А-Д):

1.	Вектор з початком в точці A и кінцем в точці B	А:	$\overline{a} \,\|\, \|\, \overline{b}$
2.	Колінеарність векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$	Б:	$\overline{AB}$
3.	Модуль вектора $\overline{AB}$	В:	$\overline{r}_M$
4.	Радіус-вектор точки M	Г:	$\left\|\overline{AB}\right\|$
		Д:	$\overline{a}=\overline{b}$

Задача 4.24. Установіть відповідність між поняттями (1-4) і їх властивостями (А-Д):

1. Нульовий вектор
2. Радіус-вектор точки M
3. Протилежні вектори
4. Рівні вектори

А: Відповідні координати векторів є протилежними одна одній за знаком

Б: Координати вектора дорівнюють нулю

В: Координати вектора дорівнюють координатам точки M

Г: Координати вектора дорівнюють одиниці

Д: Відповідні координати векторів дорівнюють одна одній

Задача 4.25. Установіть відповідність між поняттями (1-4) і їх означеннями у символьному вигляді (А-Д):

1. Рівність векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$
2. Одиничний вектор
3. Орт вектора $\overline{a}$
4. Протилежність векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$

А: $\begin{cases} \overline{b} \uparrow\downarrow \overline{a}, \\ |\overline{b}| = |\overline{a}|. \end{cases}$

Б: $\begin{cases} \overline{a} \uparrow\uparrow \overline{b}, \\ |\overline{a}| = |\overline{b}|. \end{cases}$

В: $|\overline{e}_{\overline{a}}| = 1$, $\overline{e}_{\overline{a}} \uparrow\uparrow \overline{a}$.

Г: $|\overline{e}\ | = 1$.

Д: $\begin{cases} |\overline{b}| = |\overline{a}| \cdot |\lambda|; \\ \left[\begin{array}{l} \lambda > 0 \Rightarrow \overline{b} \uparrow\uparrow \overline{a}; \\ \lambda < 0 \Rightarrow \overline{b} \uparrow\downarrow \overline{a}; \\ \lambda = 0 \Rightarrow \overline{b} = \overline{0} \end{array} \right. \end{cases}$

Задача 4.26. Установіть відповідність між правилами визначення понять (1-4) і формулами для їх знаходження за цими правилами (А-Д):

1. Скалярний добуток векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$
2. Мішаний добуток трьох векторів $\overline{a} = (a_x, a_y, a_z)$,

А: $\overline{a} \cdot \overline{b} = |\overline{a}| \cdot |\overline{b}| \cos\varphi$, де φ – кут між $\overline{a}$ і $\overline{b}$

Б: $|\overline{a} \times \overline{b}| = |\overline{a}| \cdot |\overline{b}| \sin\varphi$, де φ – кут між $\overline{a}$ і $\overline{b}$

$\bar{b}=(b_x,b_y,b_z)$ і $\bar{c}=(c_x,c_y,c_z)$

3.	Модуль векторного добутком векторів $\bar{a}$ і $\bar{b}$	В:	$Пр_{\bar{b}}\bar{a}=\dfrac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{\lvert\bar{b}\rvert}$
4.	Проекція вектора $\bar{a}$ на вектор $\bar{b}$	Г:	$(\bar{a}\times\bar{b})\bar{c}=\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$
		Д:	$Пр_{\bar{a}}\bar{b}=\dfrac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{\lvert\bar{a}\rvert}$

Відповіді на кожне завдання студенту пропонується заносити у бланк відповідей, що наведений у таблиці 4.8:

Таблиця 4.8

Бланк відповідей для завдань з формування понять

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

Діяльність з освоєння теоретичних дій спрямована на перевірку рівня освоєння дій синтезу, аналізу, порівняння, установлення аналогій, виведення висновку та ін. Ці дії виконуються як з об'єктами, що подані у символьному вигляді, так і з числовими об'єктами. Для виконання їх студенту необхідно володіти знаннями формул, символічного вигляду понять, означень понять, властивостей об'єктів та операцій з ними. Крім того студент повинен вміти виконувати теоретичні математичні предметні дії: записувати об'єкти у символьній формі, визначати, чи належить об'єкт до певного класу об'єктів, порівнювати, визначати необхідні і достатні умови понять і т. ін. На запитання пропонується чотири варіанти відповіді, які позначені літерами А, Б, В, Г, і студенту потрібно обрати правильну відповідь і навести букву, що їй відповідає.

Наведемо приклади завдань з освоєння теоретичних дій з розділу "Аналітична геометрія у просторі".

Задача 4.27. *Визначте, яка умова виконується для площини Q, якщо вона задається рівнянням $By + Cz + D = 0$.*

А	**Б**	**В**	**Г**
Q паралельна вісі OX	Q паралельна вісі OY	Q паралельна вісі OZ	Q паралельна площині XOZ

Задача 4.28. *Визначте, при виконанні якої умови площина $Ax+By+Cz+D=0$ і пряма $\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}=\frac{z-z_0}{p}$ є паралельними.*

А	**Б**	**В**	**Г**
$Am + Bn + Cp = 0$	$Ax_0 + By_0 + Cz_0 = 0$	$\frac{A}{m}=\frac{B}{n}=\frac{C}{p}$	$\frac{A}{x_0}=\frac{B}{y_0}=\frac{C}{z_0}$

Задача 4.29. *Визначте, при виконанні якої умови площини $A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ та $A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$ є перпендикулярними.*

А	**Б**	**В**	**Г**
$A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$	$\begin{vmatrix} x & y & z \\ A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \end{vmatrix} = 0$	$\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}$	$\begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \end{vmatrix} \neq 0$

Задача 4.30. *Визначте, чому дорівнює відстань від точки $M_0(x_0, y_0, z_0)$ до площини $Ax + By + Cz + D = 0$.*

А	**Б**	**В**	**Г**
$\left\lvert \frac{Ax_0 + By_0 + Cx_0}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}} \right\rvert$	$\left\lvert \frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \right\rvert$	$\left\lvert \frac{Ax + By + Cx}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}} \right\rvert$	$\left\lvert \frac{Ax + By + Cx}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \right\rvert$

Задача 4.31. *Визначте, який вигляд мають параметричні рівняння прямої у просторі $\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}=\frac{z-z_0}{p}$.*

А	**Б**	**В**	**Г**
$\begin{cases} x = mt; \\ y = nt; \\ z = pt, \\ t \in R \end{cases}$	$\begin{cases} x = mt + x_0; \\ y = nt + y_0; \\ z = pt + z_0; \\ t \in R \end{cases}$	$\begin{cases} x = mt - x_0; \\ y = nt - y_0; \\ z = pt - z_0, \\ t \in R \end{cases}$	$\begin{cases} x = x_0t + m; \\ y = y_0t + n; \\ z = z_0t + p, \\ t \in R \end{cases}$

Діяльність з освоєння практичних дій спрямована на перевірку рівня сформованості вмінь виконувати дії з числовими об'єктами. Вони представляють собою практичні завдання невисокого рівня складності, що не потребують наведення розв'язання. В цих завданнях також пропонується чотири варіанти відповіді, серед яких треба обрати правильну. Приклади завдань на освоєння практичних дій з розділу: "*Аналітична геометрія на площині*":

Задача 4.32. *Визначте координати центра кола*

$$(x+5)^2+(y-2)^2=36.$$

А	Б	В	Г
(5;–2)	(3; 1)	(–2;–5)	(–5;2)

Задача 4.33. *Визначте координати центра кола, якщо точки* $P_1(3;-5)$ *і* $P_2(4,2)$ *є кінцями одного з його діаметрів.*

А	Б	В	Г
$\left(\frac{7}{2};-\frac{3}{2}\right)$	$\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$	(0; 5)	$\left(-\frac{7}{2};\frac{3}{2}\right)$

Задача 4.34. *Визначте точку перетину прямих* $2x+3y-5=0$ ***і*** $x-4y+3=0$.

А	Б	В	Г
(1;–1)	(1; 1)	(–1;–1)	(–1;1)

Задача 4.35. *Визначте, яка з прямих проходить через точки* $A(1;-2)$, $B(3;1)$.

А	Б	В	Г
$3x-2y-7=0$	$x+4y+7=0$	$2x+y-7=0$	$x-3y=0$

Задача 4.36. *Визначте точку перетину прямої* $5x-9y+16=0$ *з віссю* OX.

А	Б	В	Г
(0; 0)	$\left(\frac{16}{5};0\right)$	$\left(\frac{16}{5};1\right)$	$\left(-\frac{16}{5};0\right)$

Діяльність з розв'язання типових задач також спрямована на перевірку рівня освоєності практичних дій. Але в цих завданнях студенту пропонуються завдання на виконання дій за алгоритмом. Це типові задачі розділу, які представлені 10 завданнями. В цих завданнях варіанти відповідей не наводяться. Студент повинен розв'язати завдання, навести розв'язання та відповідь. Наведемо приклад типових задач з теми "Аналітична геометрія на площині":

Задача 4.37. *Знайдіть площу трикутника, дві вершини якого знаходяться в фокусах еліпса* $7x^2 + 8y^2 = 56$*, а третя – в центрі кола* $x^2 - 10x + y^2 + 2y = 0$.

Задача 4.38. *Знайдіть точку перетину медіан трикутника з вершинами* $A(1;1), B(-1;3), C(3;-3)$.

Задача 4.39. *Знайдіть відстань між паралельними прямими:* $3x - 4y - 10 = 0$ *та* $6x - 8y + 5 = 0$.

Задача 4.41. *Складіть рівняння кола, центр якого співпадає з точкою* $M(2;-1)$*, а пряма* $l: 6x - y + 4 = 0$ *є дотичною.*

Задача 4.42. *Складіть рівняння прямої, що проходить через точку* $M(3;-4)$ *перпендикулярно до прямої* $2x + 7y + 10 = 0$.

Задача 4.43. *Знайдіть площу трикутника, що утворений осями координат і прямою, яка проходить через точки* $A(2;\ 4)$ *і* $B(-5;\ 1)$.

Задача 4.44. *Знайдіть рівняння прямих, що проходять через точку* $M(4;\ 1)$ *під кутом* 45° *до прямої* l*, якщо ця пряма проходить через ту ж точку і має кутовий коефіцієнт, що дорівнює 3.*

Задача 4.45. *Знайдіть точку перетину висот трикутника з його вершинами* $A(1;\ 1), B(-1;\ 3), C(2;-4)$.

Задача 4.46. *Складіть рівняння гіперболи, яка перетинає вісь* OY *в точках (0;3) і (0; –3), а відстані від фокусів гіперболи до початку координат дорівнює 5. Знайдіть кут між асимптотами гіперболи.*

Діяльність з виконання індивідуальних завдань містить в собі задачі, що призначені для самостійного розв'язання студентами. У цих завданнях студентам пропонується виконання практично всіх дій, освоєння яких є цілями навчання кожної теми. Індивідуальні завдання містять 30 варіантів завдань і варіант-шаблон, з якого можна отримувати додаткові варіанти. Приклад індивідуального завдання з теми "Алгебра матриць" наведено у п. 3.5.3.

Опорні знання до виконання індивідуальних завдань містять основні формули і теоретичні положення, необхідні для розв'язання кожної з задач індивідуального завдання. Вони подані у компактній стислій формі, і є зручними для використання при розв'язанні задач.

Варіанти модульних контрольних робіт наведені з ціллю надати студенту можливість у реальному часі спробувати розв'язати завдання модульної контрольної роботи. Білет модульної контрольної роботи містить 5 питань, кожне з яких оцінюється у 40 % від загальної кількості балів, що можна отримати за контрольну роботу. Одне з питань білету теоретичне, спрямоване на перевірку рівня освоєння теоретичних дій студентами. Практичні питання – це завдання, що призначені для перевірки рівня освоєності практичних дій.

Питання білету розподілено на підпункти різного рівня складеності, щоб надати можливість студентам різного рівня підготовки продемонструвати свої уміння. Приклад білета модульної контрольної роботи наведено у додатку А.

У посібнику наведено демонстраційний варіант модульної контрольної роботи з розв'язанням. Крім того, наведено тренувальний варіант, який студенти мають розв'язати самотужки.

Відповіді, що пропонуються наприкінці посібника, будуть корисними студенту для перевірки правильності своєї роботи. Для тестових завдань на відповідність вони представлені у вигляді заповнених бланків відповідей. Відповіді на блоки тестових завдань, що спрямовані на освоєння теоретичних і практичних дій, наведені у вигляді таблиць, які містять літери, що відповідають правильній відповіді. Для типових задач кожної теми крім відповіді наводиться також орієнтувальна основа діяльності з розв'язання завдань. Для індивідуальних завдань відповіді не наводяться.

Наведемо приклад відповіді до типової задачі 4.37 з теми (таблиця 4.9)

Таблиця 4.9

Відповідь і орієнтувальна основа діяльності до задачі 4.37

№ завдання	***Відповідь і орієнтувальна основа діяльності (ООД)***
1.	***Відповідь:*** ***площа трикутника:*** $S = 1\ од^2$. ***Орієнтувальна основа діяльності:*** 1. Приведіть рівняння еліпса $7x^2 + 8y^2 = 56$ до каноні-

	чного виду. Для того, щоб привести рівняння кривої до канонічного виду, необхідно розділити його на число, що стоїть у правій частині рівняння. Канонічний вид рівняння еліпса: $$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1.$$ 2. Визначте координати фокусів. У різі, якщо в еліпсі $a^2>b^2$, то $c^2=a^2-b^2$ і фокуси мають координати $F_1(-c;0),\ F_2(c;0)$. Якщо ж в еліпсі $a^2<b^2$, то $c^2=b^2-a^2$ і фокуси мають координати $F_1(0;-c),\ F_2(0;c)$. 3. Приведіть до канонічного виду рівняння кола $x^2-10x+y^2+2y=0$. Для цього виділіть повні квадрати за формулами: $$(x-a)^2=x^2-2ax+a^2,\ (y+b)^2=y^2+2by+b^2=0.$$ В результаті ви отримаєте канонічне рівняння кола: $$(x-x_0)^2+\ (y-y_0)^2=R^2.$$ Центр кола знаходиться в точці $M_0(x_0;y_0)$. 4. Знайдіть площу трикутника, дві вершини якого знаходяться в фокусах еліпса, а третя – в центрі кола. Площа трикутника з вершинами в точках $M_0(x_0;y_0), M_1(x_1;y_1), M_2(x_2;y_2)$ обчислюється за формулою: $S=\frac{1}{2}\left\|(x_1-x_0)(y_2-y_0)-(x_2-x_0)(y_1-y_0)\right\|$.

Посібник може бути використано як студентами для підготовки до модульних контрольних робіт, так і викладачами для організації самостійної роботи студентів під час аудиторних занять.

4.6. Створення навчального посібника за діяльнісною технологією “Вчимося працюючи”

Одним з напрямів упровадження діяльнісно орієнтованих технологій навчання є розробка методичних посібників. Це питання може бути розв’язане на базі предметної моделі студента.

Метою даного параграфа є розгляд технології створення навчального посібника з вищої математики для студентів технічних напрямів підготовки за діяльнісною технологією “Вчимося працюючи”. Розглянемо технологію розробки посібника з вищої математики на прикладі теми “*Алгебра матриць”* розділу *“Лінійна алгебра”.*

З погляду діяльнісного підходу, засвоювати знання можна, тільки застосовуючи їх, оперуючи ними, а механізмом здійснення навчальної діяльності при навчанні математики є розв’язання задач, в посібнику запропонована системи задач, що спрямована на послідовне освоєння математичних предметних дій. Таку технологію можна сформулювати висловлюванням: “Вчимося працюючи”, тому що при розв’язанні системи задач, що надана у посібнику, студенти використовують знання у різних умовах, поступово засвоюючи їх одночасно з освоєнням предметних дій.

Ця технологія навчання полягає в тому, що знання даються маленькими порціями в структурованому виді у вигляді фрагментів семантичного конспекту. Після кожної порції знань наводяться завдання, спрямовані на засвоєння цих знань і одночасне освоєння математичних предметних дій. Завдання представлені тестовими завданнями різних типів: закритим, відкритим, завданнями на відповідність, на встановлення правильної послідовності. Окрім цього, система завдань містить завдання евристичного характеру, спрямовані на розвиток у студентів логічного мислення і на освоєння математичних предметних дій теоретичного характеру.

Особливістю подання матеріалу є використання процедури орієнтування, яка детально описана у п. 2.3.4, і схем орієнтування (см. п.4.3). З кожної теми студенту запропоновано види діяльності за рубриками:

- ***вивчаємо семантичний конспект;***
- ***вчимося виконувати дії;***
- ***складаємо схему орієнтування;***
- ***виконуємо дії;***
- ***перевіряємо результати освоєння дій.***

У рубриці “*Вивчаємо семантичний конспект”* наводяться фрагменти семантичного конспекту, що містять декілька висловлювань. Кожен з них задає яке-небудь поняття, теорему, алгоритм і т. ін. Після цього наводиться приклад, що є ілюстрацією до наведеного фрагменту. Наприклад:

ВИВЧАЄМО СЕМАНТИЧНИЙ КОНСПЕКТ

СК.1. ВИДИ МАТРИЦЬ

СК.1.1. Матрицею називається множина сталих або змінних величин, яка подана у вигляді таблиці.

СК.1.2. Для запису матриці таблиця, що задає матрицю, береться в круглі, подвійні прямі або квадратні дужки. (СК.1.1)

СК.1.3. В матриці між величинами, що її складають, немає розділових знаків. (СК.1.1)

Наприклад: ціни 3-х видів продукції в 4-х регіонах в деяких грошових одиницях задані таблицею 4.10:

Таблиця 4.10

Ціни продукції по регіонах

Вид продукції	***Ціна, гр. од.***			
	Регіон 1	***Регіон 2***	***Регіон 3***	***Регіон 4***
1	12	10	9	8
2	9	8	7	6
3	20	18	17	16

Ця таблиця може бути подана у вигляді матриці цін видів продукції за регіонами:

$$\begin{pmatrix} 12 & 10 & 9 & 8 \\ 9 & 8 & 7 & 6 \\ 20 & 18 & 17 & 16 \end{pmatrix}, \text{ або } \begin{Vmatrix} 12 & 10 & 9 & 8 \\ 9 & 8 & 7 & 6 \\ 20 & 18 & 17 & 16 \end{Vmatrix}.$$

СК.1.4. Матриці зазвичай позначають великими латинськими літерами.

Наприклад: матриця цін видів продукції за регіонами може бути позначена:

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 10 & 9 & 8 \\ 9 & 8 & 7 & 6 \\ 20 & 18 & 17 & 16 \end{pmatrix}.$$

Далі у рубриці “*Вчимося виконувати дії*” вказується дія, що освоюється, і наводяться завдання з освоєння цієї дії:

ВЧИМОСЯ ВИКОНУВАТИ ДІЇ:
визначати, чи є об’єкт матрицею

Завдання 4.47. Який з наведених об’єктів є матрицею:

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
$A(3;-2)$	$\overline{a}=(3;-2)$	$a=3$	$A=(3\ \ -2)$	$\lvert\overline{a}\rvert=3$

Розв’язання починається з рубрики “Складаємо схему орієнтування”.

СКЛАДЕМО СХЕМУ ОРІЄНТУВАННЯ (табл. 4.11).

Таблиця 4.11

Схема орієнтування до завдання 4.47

Загальне орієнтування	
Що дано?	Математичні об’єкти
Що треба знайти?	Який з даних об’єктів є матрицею
Що треба знати?	4. Означення матриці (СК.1.1) 5. Правило запису матриці. (СК.1.2; СК.1.3) 6. Правило позначення матриці.
Орієнтування на виконання	
Дії, що треба виконати.	Для кожного об’єкта визначити: 5. Чи містить об’єкт таблицю сталих або змінних величин без . 6. Чи узято об’єкт у круглі, подвійні прямі або квадратні дужки. 7. Чи позначено об’єкт великою латинською літерою. 8. Чи немає між величинами, що складають об’єкт, розділових знаків.
Які формули необхідні?	Не потрібні

ВИКОНУЄМО ДІЇ:

1. У об'єктах А, Б, і Г міститься два числа, які розташовані у одному рядку і двох стовпцях. Об'єкти В і Д містять числа, які можна розглядати як таблицю, що складається з одного рядка і одного стовпця. Таким чином, всі об'єкти містять таблицю чисел.
2. У круглі скобки узяті об'єкти А, Б, і Г.
3. Великою латинською літерою позначені об'єкти А, і Г.
4. Об'єкт, в якому між величинами, що його складають, немає розділових знаків, це об'єкт Г.

Відповідь: **Г:** $A = (3 \ \ -2)$.

Далі наводяться завдання, які мають таку ж схему орієнтування, що і попередня задача. В них пропонується скористатися вже складеною схемою орієнтування. Наприклад:

Завдання 4.48. Визначте, чи є матрицею математичний об'єкт: $B = (-2)$.

Розв'язання. Скористайтеся схемою орієнтування завдання 4.47 (див. табл. 4.11).

Виконайте дії:

1. Визначте, чи містить об'єкт таблицю сталих або змінних величин.
2. Визначте, чи узято об'єкт у круглі, подвійні прямі або квадратні дужки.
3. Визначте, чи позначено об'єкт великою латинською літерою.
4. Визначте, чи немає між величинами, що складають об'єкт, розділових знаків.

У відповідь студент має вписати слово, якого бракує:

Відповідь: даний об'єкт _________матрицею.

У посібнику також є завдання, які студент має розв'язувати самостійно. В цих завданнях йому пропонується виконати прості математичні предметні дії і звіритися з відповідями, наданими наприкінці посібника. Це можуть бути тестові завдання на правильну послідовність, на відповідність, тестові завдання откритого або закритого типів. Наприклад:

Завдання 4.49. Визначте, які з наданих у таблиці 4.12 об'єктів є матрицями:

Таблиця 4.12

Визначення, чи є об'єкт матрицею

	Об'єкт	Чи є об'єкт матрицею? *Так/ Ні*
а)	$C(5;-1)$	___________
б)	$b = 3{,}2$	___________
в)	$\overline{a} = (-3; 2; -1)$	___________
г)	$B = (3 \ \ -2 \ \ \ 5)$	___________
д)	$c = -5$	___________
е)	$B(3;\ 0)$	___________
є)	$J=\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$	___________
ж)	$C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	___________
з)	$\overline{b} = (3; 4)$	___________
і)	$\lvert\overline{a}\rvert = \sqrt{5}$	___________

У рубриці "*Перевіряємо результати освоєння дій*" студенту пропонуються для кожного розділу семантичного конспекту блок з 20-ти тестових завдань на перевірку рівня освоєння теоретичних і практичних математичних предметних дій. Студент має виконати ці завдання на контрольно-оцінному етапі навчальної діяльності вже після того, як розв'яже всі завдання розділу.

Наведемо приклад тестових завдань рубрики "*Перевіряємо результати освоєння дій*" з розділу *СК.1. Види матриць:*

Завдання 4.50. *Визначте, яка з матриць є одиничною матрицею розміру* 3×3.

А	Б	В	Г
$\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$

Завдання 4.51. *Визначте, яка з наведених матриць є діагональною.*

А	Б	В	Г
$\begin{pmatrix}a_{11}&1&1\\1&a_{22}&1\\1&1&a_{33}\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}a_{11}&0&a_{13}\\0&a_{22}&0\\a_{31}&0&a_{33}\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}a_{11}&0&0\\0&a_{22}&0\\0&0&a_{33}\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&a_{13}\\0&a_{22}&0\\a_{31}&0&0\end{pmatrix}$

Завдання 4.52. *Визначте, яка з матриць є транспонованою до матриці A, якщо* $A=\begin{pmatrix}3&0&5\\1&-7&1\\6&2&1\end{pmatrix}$.

А	Б	В	Г
$A^T=\begin{pmatrix}3&1&6\\0&-7&2\\5&1&1\end{pmatrix}$	$A^T=\begin{pmatrix}1&-7&1\\3&0&5\\6&2&1\end{pmatrix}$	$A^T=\begin{pmatrix}6&2&1\\3&0&5\\1&-7&1\end{pmatrix}$	$A^T=\begin{pmatrix}5&3&0\\1&1&-7\\15&6&2\end{pmatrix}$

Завдання 4.53. *Визначте, яка з матриць є трикутною.*

А	Б	В	Г
$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&4&1\\0&0&-2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2&1&3\\0&1&2\\0&0&3\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\1&0&0\\2&3&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$

Завдання 4.54. *Визначте, яка з матриць є нульовою матрицею розміру* 3×2.

А	Б	В	Г
$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\\0&0\end{pmatrix}$

У разі, якщо більш 50% завдань розв'язані неправильно, студенту пропонується пройти навчання з розділу ще раз. Наприкінці посібника надано відповіді.

Посібник може бути використаний студентами усіх спеціальностей денної і заочної форми навчання для самостійного вивчення курсу вищої математики, а також викладачами для діагностики рівня освоєння математичних предметних дій. Використання схем орієнтування дозволяє зробити ефективнішим процес освоєння предметних дій і засвоєння знань. Це полегшує студентам завдання підготовки до підсумкового контролю, дає їм можливість оцінити, обсяг необхідного матеріалу, структурувати його.

4.7. Комп'ютерно орієнтована система "Автоматизоване робоче місце викладача математики у ВТНЗ"

Одним з засобів проектування діяльнісного навчання математики є комп'ютерно орієнтована система "Автоматизоване робоче місце викладача математики у ВТНЗ" (рис. 4.11).

Рис.4.11. Програма "Автоматизоване робоче місце викладача математики"

Призначення програми полягає у наданні викладачу математичних дисциплін у ВТНЗ можливості здійснювати науково-обґрунтоване проектування навчальної діяльності з математики.

Мета комп’ютерно орієнтованої системи “Автоматизоване робоче місце викладача математики у ВТНЗ” полягає у проектуванні різноманітних етапів діяльнісного навчання вищої математики для кожного напряму підготовки бакалаврів вищих технічних закладів.

Зупинемося на основних характеристиках даної програми.

До структури програми входять:

– перелік галузей знань (рис. 4.12);

– розділи і теми курсу вищої математики (рис.4.13);

– предметна модель студента як основа для проектування діяльнісно орієнтованої технології навчання (рис.4.14);

– види навчальної діяльності, які можливо спроектувати для організації навчального процесу (рис.4.15).

На прикладі теми “***Алгебра матриць***” опишемо роботу викладача з програмою з проектування навчальної діяльності на лекції. Перше, що треба зробити викладачу при роботі з програмою, це обрати галузь знань, для якої буде проводитися проектування навчання (рис. 4.12).

Рис. 4.12. Вибір галузі підготовки бакалаврів
для проектування навчання

Обравши напрям підготовки, необхідно визначитися з розділом і темою курсу вища математика, для яких буде проводитися проектування (рис. 4.13).

Рис. 4.13. Вибір теми для проектування навчання

Після того, як обрана тема, необхідно визначитися з видом проектування. Для проектування навчальної діяльності на лекціях, необхідно обрати цей вид діяльності у меню (рис. 4.14).

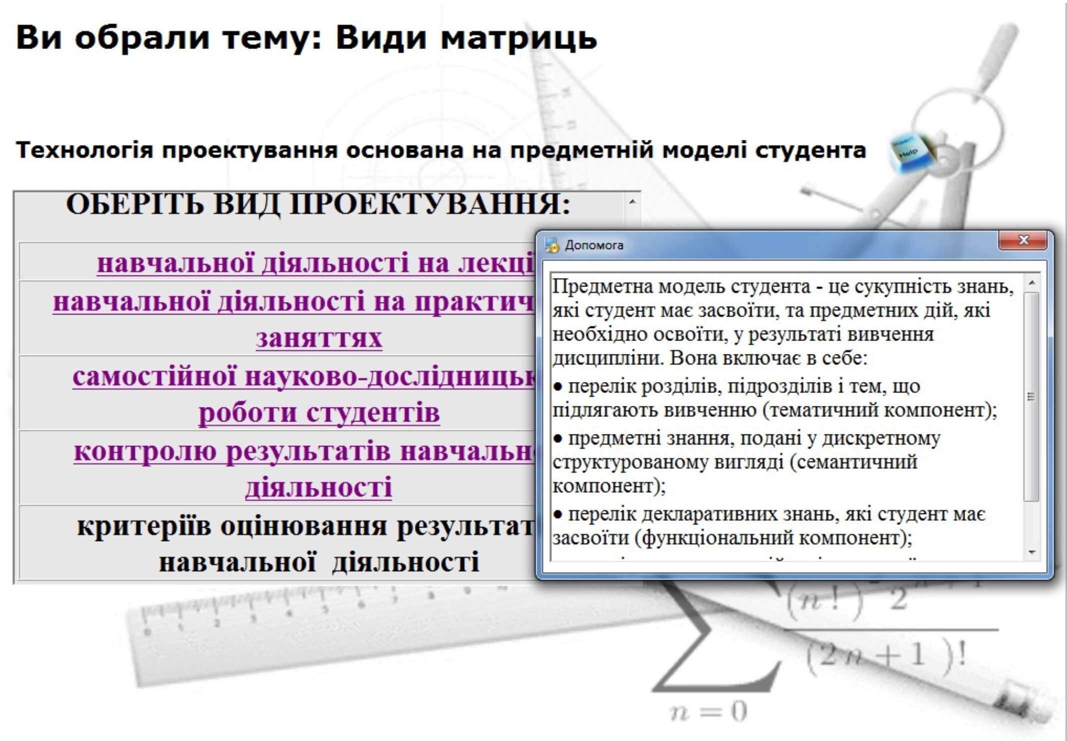


Рис. 4.14. Вибір виду навчальної діяльності

На рис. 4.14 також показано, що у будь який момент роботи з програмою можна, нажавши кнопку “Help”, отримати інформацію про предметну модель студента, на якій базується технологія проектування навчання.

Можна також ознайомитися з предметною моделлю студента, загальна структура якої зображена на рис. 4.15.

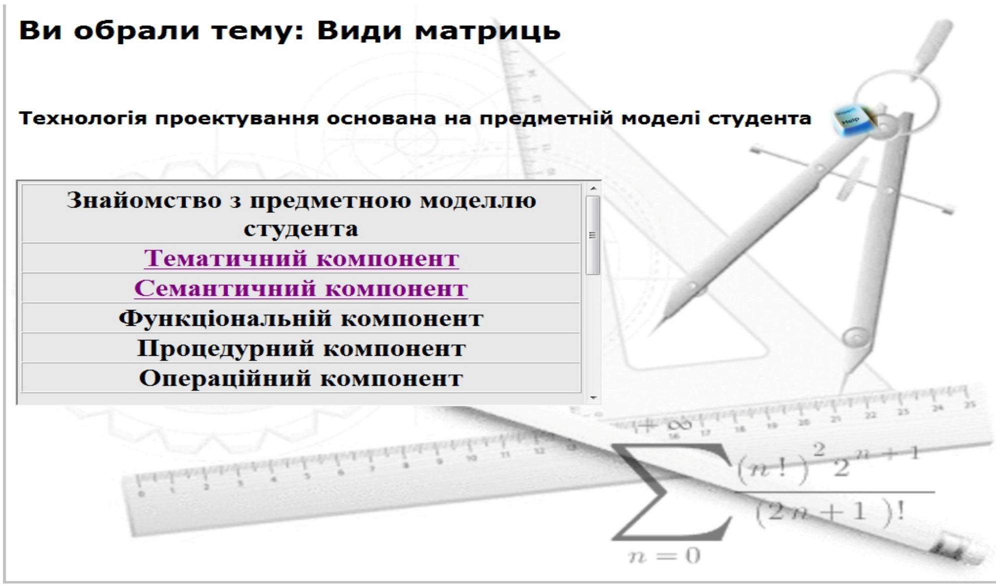


Рис. 4.15. Знайомство з предметною моделлю студента

Обравши вид діяльності "Проектування навчальної діяльності на лекції", викладач попадає у меню, в якому йому пропонується запроектувати складові цієї діяльності. Види діяльності, які можна запроектувати для роботи на лекції, відображено на рис. 4.16.

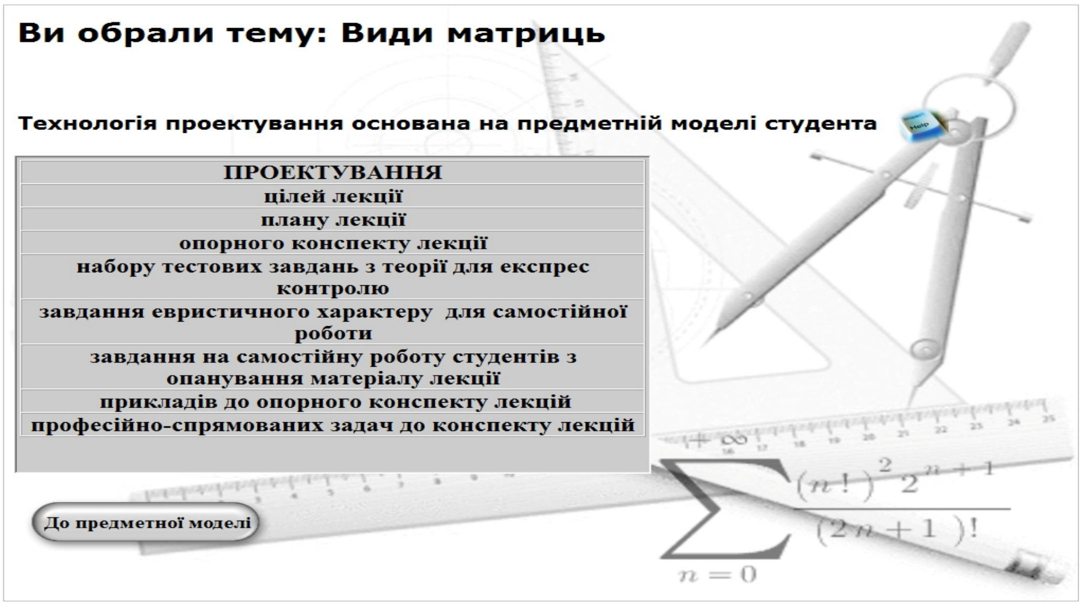


Рис. 4.16. Проектування навчальної діяльності на лекції

Для практичного заняття може бути запроектовано його цілі, план, системи завдань для розв’язання в аудиторії, системи завдань для самостійного розв’язання, набору тестових завдань практичного характеру для експрес контролю, індивідуальних домашніх завдань.

При проектуванні самостійної науково-дослідницької роботи студентів викладач може обрати вид самостійної роботи, її цілі, план, тематику, сформувати правила оформлення результатів роботи і список рекомендованої літератури.

Ще одним видом проектування є проектування контролю результатів навчальної діяльності. Воно передбачає вибір виду і цілей контролю, структури білету, набору тестових завдань з теорії, практичних завдань білету.

Проектування багатьох видів діяльності відбувається на основі компонентів предметної моделі студента. Так, наприклад, для проектування цілей лекції, або практичного заняття використовується операційний компонент предметної моделі студента, який містить опис математичних предметних дій, що мають бути освоєні. Для визначення плану лекції або практичного заняття буде у нагоді тематичний компонент, фрагмент якого зображено на рис. 4.17. Опорний конспект лекції формується за допомогою семантичного компоненту предметної моделі студента (рис. 4.18).

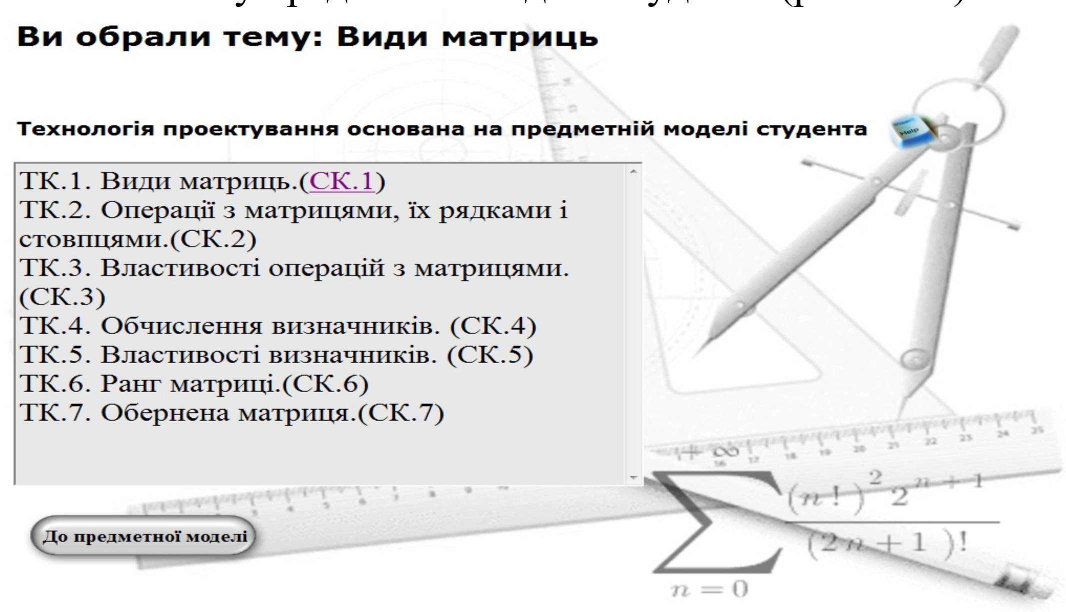


Рис. 4.17. Фрагмент тематичного компонента предметної моделі студента

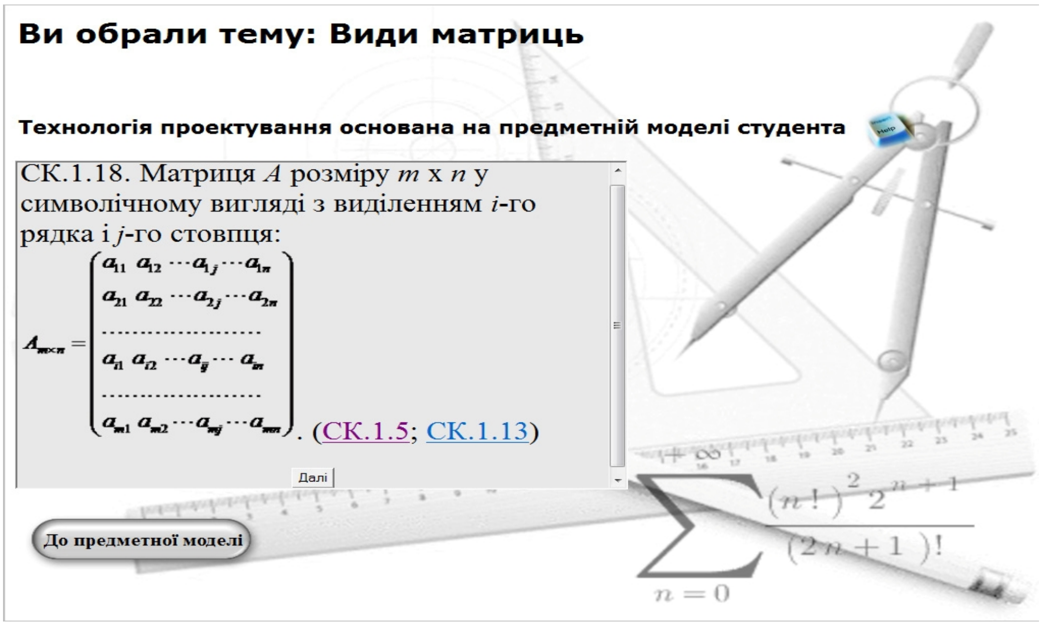


Рис. 4.18. Фрагмент семантичного компонента предметної моделі студента

У програмі міститься велика база задач теоретичного і практичного характеру, які дозволяють формувати різноманітні системи завдань, як для аудиторної, так і для самостійної роботи студентів. Всі задачі пов’язані з операційним компонетом предметної моделі студента, за допомогою якого встановлюється спектр дій завачі. А оскільки кожна математична предметна дія, що описана у операційному компоненті має зв’язки з функціональним компонентом, а через нього з семантичним копонентом, то автоматично встановлюється і спектр знань задачі.

Результатом роботи викладача з комп’ютерно орієнтованою системою “Автоматизоване робоче місце викладача математики у ВТНЗ” є розробка комплексу навчально-методичних матеріалів, необхідних для проведення лекційних або практичних занять, організації самостійної работи студентів, або проведення контрольних заходів.

Програма може бути рекомендована викладачам математики вищих технічних навчальних закладів, студентам магістратури, а також науковцям та аспірантам галузі теорії та методики навчання математики у вищій школі.

ВИСНОВКИ

На підставі результатів дослідження ми дійшли таких висновків.

1. Проведений історичний та теоретико-методологічний аналіз сутності діяльнісного підходу до навчання і, зокрема, з проблеми проектування і організації навчання математики студентів вищих технічних навчальних закладів дозволив зробити висновок, що проблеми формування професійної компетентності фахівців інженерних спеціальностей, упровадження діяльнісно орієнтованих технологій у навчання вищої математики, формування у студентів способів дій майбутньої професійної діяльності постають на сучасному етапі перед сучасною інженерною школою і є вельми актуальними.

Навчання вищої математики на засадах діяльнісного підходу є сукупністю двох діяльностей: діяльності викладача і діяльності студента, тобто навчальної діяльності. Упровадження діяльнісного підходу у навчання вищої математики вимагає, в першу чергу, проектування і організації основного, системо утворювального елементу навчання – навчальної діяльності.

Діяльнісне навчання вищої математики студентів інженерних напрямів підготовки ми визначаємо як цілісну систему передачі та засвоєння досвіду попередніх поколінь в предметній області математичних дисциплін, спрямовану на освоєння студентами математичних предметних дій і засвоєння математичних знань, необхідних фахівцю у майбутній професійній діяльності, через проектування і організацію навчальної діяльності.

Навчання математики студентів ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу має здійснюватися у відповідності до таких принципів: *первинності діяльності, діяльнісного цілепокладання, діяльнісного визначення й засвоєння змісту навчання, професійної спрямованості, науковості, наступності, системності.*

Психолого-педагогічними передумовами навчання математики студентів ВТНЗ є такі фактори:

– психологічні особливості студентського віку, провідною серед яких є прагнення до професійного самовизначення;

– закономірності формування інженерного професійного мислення, головним механізмом якого є створення орієнтувальної основи діяльності при розв'язанні професійно орієнтованих задач;

– діяльнісний механізм засвоєння змісту навчання математики, який полягає у одночасному освоєнні математичних предметних дій і засвоєнні знань, які виступають засобами навчання. ;

– успішна адаптація студентів до навчання у ВТНЗ, яка досягається за рахунок діяльнісних методів, форм і засобів навчання;

– діяльнісні механізми формування мотивації навчальної діяльності, професійної мотивації, мотивації творчої самореалізації, мотивації досягнення успіху, які полягають у залученні студента до діяльності на всіх етапах навчання, використанні рейтингової системи оцінювання результатів навчальної діяльності.

Шляхи підвищення мотивації у навчанні вищої математики у технічному ВНЗ ми бачимо у:

– залученні студента до діяльності;
– професійної спрямованості навчання математики;
– оцінюванні результатів навчальної діяльності;
– адаптації студентів до навчання;
– наступності у навчанні математики;
– використанні методів, організаційних форм і засобів у систем діяльнісного навчання.

2. Аналіз закономірностей засвоєння змісту навчання у діяльнісному навчанні математики дозволив розробити і науково обґрунтувати концепцію проектування й організації навчання математики студентів вищих технічних навчальних закладів на засадах діяльнісного підходу а також розробити концептуальну модель діяльнісного навчання математики у ВТНЗ.

Діяльнісна концепція проектування і організації навчання вищої математики у ВТНЗ вимагає впровадження методичної системи діяльнісного навчання студентів інженерних напрямів підготовки і дає змогу майбутнім фахівцям за умов максимального навчально-методичного забезпечення:

– оволодіти методами й методологією вищої математики за допомогою цілеспрямованої реалізації комплексу прийомів і дидактичних технологій;

– освоїти математичні предметні дії, що сприяють вивченню профільних дисциплін, оволодінню способів дій професії інженера, застосуванню цих способів дій у різних обставинах майбутньої практичної діяльності з урахуванням науково-технічних змін;

– забезпечити розвиток ціннісного відношення до обраної професії з грамотним використанням освоєних способів дій для розв'язання завдань у фаховій галузі;

– одержати загальну фундаментальну освіту з одночасною умовою формування базового рівня професійної компетентності майбутнього інженера, що полягає у формуванні вмінь, необхідних для вивчення інженерних дисциплін.

3. Методична система навчання математики студентів ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу повинна забезпечити: наступність в математичній підготовці між профільною старшою школою і ВТНЗ; реалізацію зв'язків математики з загальнотехнічними і спеціальними дисциплінами; професійну спрямованість навчання математики; контроль результатів навчальної діяльності; диференціацію та особистісну орієнтованість навчання.

Аналіз заходів, спрямованих на підвищення якості підготовки фахівців інженерної галузі, указує на психолого-педагогічні вимоги до розробки методичної системи діяльнісного навчання вищої математики, що відповідатиме дидактичним цілям; змісту навчання, створеному на основі діяльнісної теорії подання та засвоєння змісту навчання вищої математики; технологій структурування знань предметної області і математичних предметних дій засобами предметного моделювання студента за умов використання методів інженерії знань.

Реалізацію вимог до розробки методичної системи діяльнісного навчання математики може бути здійснено за допомогою проектування і організації навчання математики спеціаліста інженерного фаху. Проектування навчання необхідно проводити як на макрорівні (проектування цілей і змісту навчання), так і на дидактичному мікрорівні (проектування методів, організаційних форм засобів і контролю результатів навчання).

Визначивши проектування навчання як розробку його її дидактичного опису, реалізація якого передбачається у рамках навчального процесу, ми включаємо до діяльності викладача з проектування методичної системи такі дії:

– визначення діагностичних цілей і завдань навчання;

– обґрунтування змісту навчання в контексті майбутньої професійної діяльності фахівця, підготовка якого ведеться у ВНЗ;

– виявлення структури змісту навчального матеріалу, його інформаційної місткості, і системи смислових зв'язків між його елементами;

– визначення необхідних рівнів засвоєння матеріалу, що вивчається, і початкових рівнів підготовленості студентів;

– пошук спеціальних дидактичних процедур засвоєння навчального матеріалу, вибір організаційних форм, методів, засобів індивідуальної і колективної навчальної діяльності;

– вибір процедур контролю і вимірювання якості засвоєння програми навчання, а також способів корекції навчальної діяльності.

Реорганізація навчального процесу вищої математики сприяє формування навчальної мотивації студентів під час організації їх навчальної діяльності із застосуванням методів структурування предметних знань, побудови системи завдань, спрямованих на послідовне освоєння студентами базових математичних предметних дій і дій математичного моделювання у фаховій галузі, розвиток інженерного мислення і стійкої професійної мотивації досягнення успіху, а також створення доброзичливої атмосфери, що сприяє розкриттю й прояву особистості студента. Формування навчальної мотивації студентів підтверджує необхідність розв'язання наступних проблем:

– удосконалення методології діагностики рівня мотивації навчання вищої математики майбутніх інженерів;

– застосування й створення ефективних засобів підвищення рівня мотивації навчання вищої математики, у тому числі програмних засобів: педагогічних програмних засобів, систем комп'ютерної алгебри, програмам класу евристико-дидактичних конструкцій;

– застосування мотиваційної системи під час підбору навчального матеріалу для майбутніх інженерів уведенням до змісту навчання професійно орієнтованих завдань, які сприяли б прояву в студентів інтересу до обраної професії, до самостійного оволодіння знанням інженерної справи із проявом ініціативи, творчості, розвитку розумових і творчих здібностей.

Для організації діяльнісного навчання математики необхідно запроектувати усі його структурні елементи і визначити методичні вимоги до завдання дидактичних цілей навчальної діяльності, проектування її змісту, визначення методів, прийомів і засобів її здійснення, а також її організаційних форм і продуктів. Аналіз продуктів навчальної діяльності є необхідним для усвідомлення того, які очікувані результати навчання у побудованій методичній системі.

4. Ми визначаємо зміст діяльнісного навчання математики у ВТНЗ як такий, що складається з математичних предметних дій, освоєння яких є цілями навчання, і предметних знань, необхідних для освоєння цих дій. Для визначення змісту навчання математики студентів ВТНЗ нами складено предметну модель студента, що складається з п'яти компонентів: тематичного, семантичного, функціонального, процедурного і операційного. Операційний компонент предметної моделі студента з вищої математики містить в собі опис теоретичних і практичних дій, які мають бути освоєні студентами, а тематичний компонент є переліком предметних знань, необхідних для освоєння цих дій. Опис знань, які необхідні містить решта компонентів моделі.

У діяльнісному навчанні математики методи навчання розглядаються як методи *організації* і здійснення навчальної діяльності. Необхідним є використання у діяльнісному навчанні математики студентів ВТНЗ таких традиційних методів навчання математики як пояснювально-ілюстративний, репродуктивний, проблемний, частково-пошуковий, дослідницький. Ефективне навчання математики у ВТНЗ неможливе без використання діяльнісних методів навчання математики до яких ми відносимо методи інженерії знань і методи забезпечення навчальної діяльності. Методи інженерії знань дозволять глибше зрозуміти структуру предметних знань, встановити більш глибокі зв'язки між предметними поняттями, а значить, сформувати основу для створення нових видів навчальної діяльності і технологій діяльнісного навчання. До таких методів ми відносимо методи структурування предметних знань на рівні понять, спектральний метод побудови системи задач, метод предметного моделювання студента. Методи забезпечення навчальної діяльності є суто діяльнісними методами навчання математики, які базуються на предметній моделі студента. До таких методів ми відносимо метод орієнтування, метод технологічного аналізу діяльності, метод поетапного освоєння математичних предметних дій. Поєднання різноманітних методів навчання при організації діяльнісного навчання математики сприяє освоєнню студентами математичних предметних дій, формуванню в них способів дій, притаманних їх майбутній професійній діяльності.

5. Організація й управління навчальною діяльністю неможливо без умілого використання різноманітних форм організації навчального процесу. Усі традиційні форми навчання, такі як лекційні, практичні, семінарські, лабораторні та індивідуальні заняття, всі види практик та консультацій, виконання студентами самостійних завдань та інші форми і види навчальної та науково-дослідницької діяльності студентів, використовуються у діяльнісному навчанні математики, але вони набувають діяльнісного забарвлення. Методичними вимогами до проведення лекційного або практичного заняття у діяльнісному навчанні є:

– формулювання цілей заняття у термінах дій;
– використання діяльнісно орієнтованих методів організації навчальної діяльності;
– організація самостійної діяльності кожного студента на занятті;
– наявність системи завдань, спрямованих на активізацію необхідних процедурних знань;
– наявність системи завдань, яка спрямована на послідовне освоєння математичних предметних дій і задовольняє умові повноти спектру освоюваних дій;
– виконання кожним студентом всієї системи завдань.

Традиційні засоби навчання, як найважливіший компонент методичної системи, ми пропонуємо доповнити спеціальними засобами, розробленими на засадах діяльнісного підходу, що входять до навчально-методичного комплексу з вищої математики. Структуру навчально-методичного комплексу визначено з урахуванням вимог до проектування і організації навчання вищої математики. Завдяки цьому, його застосування сприяє реалізації у навчанні елементів проблемного, особистісно орієнтованого, евристичного, професійно орієнтованого, розвивального навчання. Навчальний матеріал, що міститься у навчально-методичному комплексі з вищої математики для майбутніх інженерів допомагає викладачу змінювати структури лекцій, модернізувати практичні заняття, моделювати евристичні бесіди, організовувати проблемні ситуації, ділові ігри тощо.

Наявність складових навчально-методичного комплексу створює баланс між самостійною роботою студентів в аудиторії під керівництвом викладача й самостійною роботою, що виконується студентом поза аудиторією. Упровадження навчально-методичного комплексу з вищої математики для майбутніх інженерів сприяє принциповим змінам у структурі й змісті тестових завдань для аудиторної і самостійної роботи, дає змогу регулярно контролювати освоєння математичних предметних дій, підвищуючи мотивацію студентів до навчання, створюючи умови поліпшення організації і зростання ефективності самостійної аудиторної й домашньої роботи.

Підвищенню ефективності навчання вищої математики сприяє впровадження рейтингової системи оцінювання результатів навчальної діяльності, що передбачає проектування і організацію всіх п'яти функціональних частин навчальної діяльності: змістовної, мотиваційної, орієнтувальної, виконавчої і контрольно-коректувальної. Рейтинг студента формується завдяки оцінюванню результатів усіх видів навчальної діяльності: на лекціях, на практичних заняттях, самостійної роботи, навчально-наукової роботи, роботи підчас усіх видів контролю.

6. Методична система діяльнісного навчання вищої математики є ефективною як в інженерних навчальних закладах, так і в професійній підготовці майбутніх викладачів технічних університетів. Розроблена діяльнісно орієнтована технологія навчання вищої математики майбутніх інженерів у своїй основі має загальний характер і може бути застосована для проектування і організації навчання з інших навчальних дисциплін вищої технічної освіти, загальноосвітньої й професійної освіти (школа, технікум, професійний ліцей). Технологія розробки і використання предметної моделі студента має допомогти розробникам друкованих та електронних навчальних посібників інших дисциплін для очного й дистанційного навчання.

Отже, створена методична система діяльнісного навчання вищої математики у вищій технічній школі сприяє освоєнню способів дій майбутньої професійної діяльності інженерів у процесі навчання вищої математики, підвищенню рівня освоєння математичних предметних дій і засвоєння декларативних і процедурних математичних знань, та, як наслідок, формуванню професійної компетентності майбутніх інженерів, розвиткові інженерного професійного мислення і математичної культури студентів технічних напрямів підготовки.

Результати дослідження можуть бути використані під час навчання вищої математики студентами технічних університетів; у практиці викладання вищої математики в ВТНЗ; під час розроблення навчальних і навчально-методичних посібників; у професійній підготовці студентів математичних факультетів університетів.

Результати, отримані в науковому дослідженні й опубліковані дисертантом у працях, дають змогу кваліфікувати виконану роботу як теоретичне узагальнення здобутків науково-методичних досліджень, що проведені в Україні та за її межами, власних наукових напрацювань дисертанта, досвіду роботи вищих навчальних закладів із математичної підготовки фахівців у вищій технічній школі. Пропоноване дослідження є певним внеском у розв’язання актуальної проблеми в галузі теорії та методики навчання математики у вищій школі й відкриває новий напрям у розробленні методичних систем навчання математичних дисциплін, що вможливлює суттєве підвищення рівня підготовки фахівців вищих технічних навчальних закладів.

Подальшого наукового дослідження потребують проблеми опрацювання методики підготовки викладачів вищої математики з орієнтацією на діяльнісне навчання студентів інженерних спеціальностей; студіювання перспективних напрямів діяльнісного навчання математичних дисциплін та використання його технологій у вищій школі. Особливої уваги заслуговує питання розробки діяльнісно орієнтованих технологій використання окремих розділів математичних дисциплін, таких як векторна алгебра, теорія множин, теорія ймовірностей та ін. в системі інженерної освіти.

Розвиток започаткованих автором ідей використання для проектування і організації навчання предметної моделі студента може бути перенесено на навчання у початковій і основній школі, для чого є необхідною розробка предметної моделі учня з елементарної математики.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Абульханова-Славская К. О. Деятельность и психология личности / К. О. Абульханова-Славская; под.ред. В. О. Лекторского; Академия наук СССР. Институт психологии. – М. : Наука, 1980. – 335 с.

2. Аванесов В. С. Научные основы тестового контроля знаний / В. С. Аванесов. – М. : Издательский центр, 1994. – 135 с.

3. Айдарова Л. И. Формирование некоторых понятий грамматики по третьему типу ориентировки / Л. И. Айдарова // Зависимость обучения от типа ориентировочной деятельности / Под ред. П. Я. Гальперіна, Н. Ф. Талызиной. – М., 1968. – С. 42-80.

4. Азизян И. А. Формирование языковых компетенций в курсе математики политехнического вуза : на примере теории вероятностей : автореф. дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / И. А. Азизян– Саранск, 2009. – 24 с.

5. Алгебра і початки аналізу : підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Шкіль М. І., Слєпкань З. І., Дубинчук О. С. – К. : Зодіак-ЕКО, 2007. – 272 с.

6. Алгебра і початки аналізу : підруч. для 11 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Шкіль М. І., Слєпкань З. І., Дубинчук О. С. – К. : Зодіак-ЕКО, 2007. – 384 с.

7. Александрова О. В. Расчет наибольшего давления грунта на подпорную стену / О. В. Александрова, Н. Басов. // Математична культура інженера: матеріали регіональної студентської науково-технічної конференції. Зб. статей. – Донецьк : РВВ ДонНТУ, 2010. – Ч. 1. – С. 155-159.

8. Алексейчук И. С. Особенности создания систем контроля в высшей школе // Современные проблемы дидактики высшей школы: Сб. избр. тр. Междунар. конф. – Донецк : Изд-во ДонГУ, 1997. – С. 121-130.

9. Алексюк А. М. Педагогіка вищої освіти в Україні / А. М. Алексюк. – К. : Либідь, 1998. – 345 с.

10. Алфімов В. М. Педагогічні основи організації навчально-виховного процесу в ліцеї : автореферат дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.01 / В. М. Алфімов – К. : Ін-т педагогіки і психології професійної освіти АПН України, 1997. – 40 с.

11. Амосова М. С. Профессиональная направленность обучения математике студентов горных факультетов ВУЗов как средство формирования их математической компетентности: автореферат дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / М. С. Аммосова. – Красноярск, 2009. – 28 с.

12. Ананьєв Б. Г. Личность, субъект деятельности, индивидуальность / Б. Г. Ананьєв. – М. : Директ-Медиа, 2008. – 134 с.

13. Ананьев Б. Г. К психофизиологии студенческого возраста / Б. Г. Ананьєв // Современные психологические проблемы высшей школы. – Л., 1974. – Выпуск 2. – 328 с.

14. Андреев В. И. Педагогика. Учебный курс для творческого саморазвития / В. И. Андреев. – Казань : Центр инновационных технологий. , 2000. – 607 с.

15. Андреева Д. А. О понятии адаптации: исследование адаптации студентов к условиям учебы в вузе / Д. А. Андреева // Человек и общество. Проблемы интеллектуального и культурного развития студенчества. – Л. : Изд-во Ле-нингр. ун-та, 1973. Вып. 13. – С. 62-69.

16. Архангельский С. И. Учебный процесс в высшей школе: его закономерные основы и методы: Учеб.-метод. пособие / С. И. Архангельский. – М. : Высшая школа, 2001. – 368 с.

17. Атутов П. Р. Политехническое образование школьников / П. Р. Атутов. – М. : Педагогика, 1986. – 176 с.

18. Атанов Г. О. Знання як засіб навчання / Г. О. Атанов. – К. : Кондор, 2008. – 235 с.

19. Атанов Г. О. Теорія діяльнісного навчання / Г. О. Атанов. – К. : Кондор, 2007. – 185 с.

20. Атанов Г. А. Моделирование учебной предметной области, или предметная модель обучаемого / Г. А. Атанов // Educational Technology & Society. № 3 (3), 2000. – С. 111-124. – http:// ifets.ieee.org/russian.

21. Атанов Г.А. Пятикомпонентная модель обучаемого / Г. А. Атанов // Управляющие системы и машины. – 2002. – № 4. – С. 47-52.

22. Атанов Г. А. Программа курса физики как предметная модель обучаемого / Г. А. Атанов, Н. Н. Мартынович, А. Н. Семко, В. В. Токий // Современные проблемы дидактики высшей школы: Сб. избр. тр. Междунар. конф. – Донецк : Изд-во ДонГУ. – 1997. – С. 112-120.

23. Атанов Г. А. Обучение и искусственный интеллект, или основы современной дидактики высшей школы / Г. А. Атанов, И. Н. Пустынникова. – Донецк : Изд-во ДОУ, 2002. – 504 с.

24. Бабанский Ю. К. Избранные педагогические труды / Ю. К. Бабанский. – М. : Педагогика, 1989. – 560 с.

25. Бадмаєв Б. Ц. Психология и методика ускоренного обучения / Б. Ц. Бадмаєв. – М. : Владос-пресс, 2002. – 272 с.

26. Бадаев Б. Ц. Методика ускоренного обучения русскому языку: Метод пособие для учителя / Б. Ц. Бадмаев, Б. И. Хозиев. – М. : Гуманит. изд. Центр ВЛАДОС, 1999. – 232 с.

27. Бадмаева Н. Ц. Влияние мотивационного фактора на развитие умственных способностей: Монография / Н. Ц. Бадмаева. – Улан-Удэ : Издательство ВСГТУ, 2004. – 280 с.

28. Балл Г. А. О психологическом содержании понятия “задача” / Г. А. Балл // Вопросы психологии. – 1970. – № 6. – С. 21-22.

29. Батышев С. Я. Профессиональная педагогика: Учебник для студентов, обучающихся по педагогическим специальностям и направлениям

/ С. Я. Батышев. – М. : Ассоциация “Профессиональное образование”, 1997. – 512 с.

30. Бевз В. Г. Історія математики у фаховій підготовці майбутніх учителів: Монографія / В. Г. Бевз. – К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2005. – 360 с.

31. Бевз В. Г. Засоби навчання історії математики / В. Г. Бевз // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. збірник наук. робіт. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2003. – Вип. 20. – С. 40-53.

32. Бевз Г. П. Методи навчання математики (Серія “Бібліотека журналу “Математика в школах України”) / Г. П. Бевз. – Харків : Вид. група “Основа”, 2003. – 96 с.

33. Бевз Г. П. Методика викладання математики : навчальний посібник / Г. П. Бевз. – К. : Рад. шк., 1989. – 296 с.

34. Белянина Е. Ю. Технологический подход к развитию математической компетентности студентов экономических специальностей : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Е. Ю. Белянина. – Омск, 2007. – 24 с.

35. Бельская Н. Л. Система самостоятельной работы – средство активизации учебной деятельности студентов в обучении математике : автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.02 / Н. Л. Бельская. – М., 1999. – 20 с.

36. Бердичевский А. Л. Оптимизация системы обучения иностранному языку в педагогическом ВУЗе / А. Л. Бердичевский – М. : Высшая школа, 1989. – 101 с.

37. Беспалько В. П. Образование и обучение с участием компьютеров (педагагика третьего тысячелетия) / В. П. Беспалько. – М. : Изд-во Московского психолого педагогического института; Воронеж : НПО “МОДЭК”, 2002. – 352 с.

38. Беспалько В. П. Слагаемые педагогической технологии / В. П. Беспалько. – М. : Педагогика, 1989. – 192 с.

39. Бех І. Д. Виховання особистості : У 2-х кн. Кн. 2 : Особистісно орієнтований підхід : науково-практичні засади: монографія / І. Д. Бех. – К. : Либідь, 2003. – 344 с.

40. Бойко Н. І. Організація самостійної роботи студентів вищих навчальних закладів в умовах застосування інформаційно-комунікаційних технологій : дис. ... канд. пед. наук: 13.00.04 / Н. І. Бойко. – К., 2008. – 198 с.

41. Бокарева Г. А. Дидактические основы совершенствования профессиональной подготовки студентов в процессе обучения общенаучным дисциплинам: автореф. дис. … д-ра пед. наук: 13.00.04 / Г. А. Бокарева. – М., 1988. – 38 с.

42. Богоявленский Д. Н. Психология усвоения знаний в школе / Д. Н. Богоявленский, Н. А. Менчинская. – М. : Изд-во АПН РСФСР, 1959. – 186 с.

43. Болюбаш Я. Я. Модернізація вищої освіти України і Болонський процес / Я. Я. Болюбаш, К. М. Левківський, М. Ф. Степко, Ю. В. Сухарніков // Освіта України. – 2004. – №. 60-61. – С. 7-11.

44. Бородин Н. П. Совершенствование математической подготовки студентов технических вузов с помощью учебно-методического комплекса, созданного на основе системы типовых заданий : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Н. П. Бородин. – Орел, 2004. – 23 с.

45. Бочкарева О. В. Профессиональная направленность обучения математике студентов инженерно-строительных специальностей вуза : автореферат дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / О. В. Бочкарева. – Пенза, 2006. – 25 с.

46. Брусиловский П. Л. Построение и использование модели обучаемого в интеллектуальных обучающих системах / П. Л. Брусиловский // Техническая кибернетика. – 1992. – №5. – С. 97-119.

47. Брушлинский А. В. Проблемы психологии субъекта / А. В. Брушлинский. – М. : ИП РАН, 1994. – 109 с.

48. Брушлинский А. В. Субъект: мышление, учение, воображение / А. В. Брушлинский. – М. : Ин-т практ. психологии; Воронеж: НПО "МОДЭК", 1996. – 167 с.

49. Булах І. Є. Комп'ютерна діагностика навчальної успішності / І. Є. Булах. – К. : ЦМК МОЗ України, УДМУ, 1995.– 221 с.

50. Буль Е. Е. Обзор моделей студента для компьютерных систем обучения / Е. Е. Буль // Educational technology & Society – 6(4), 2003. – С. 245-250.

51. Бурда М. І. Принципи відбору змісту шкільної математичної освіти / М. І. Бурда // Педагогіка і психологія. – 1996. – № 1. – С. 40–45.

52. Бурковская М. А. Методика контроля математических знаний студентов технических вузов с использованием компьютерного контролирующего комплекса (На примере курса линейной алгебры) : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / М. А. Бурковская. – М., 2004. – 24 с.

53. Валиханова О. А. Формирование информационно-математической компетентности студентов инженерных вузов в обучении математике с использованием комплекса прикладных задач: автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / О. А. Валиханова. – Красноярск, 2008. – 23 с.

54. Васіна Л. С Дидактичні умови інтеграції знань з математики та спеціальних дисциплін у підготовці майбутніх радіотехніків : автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.04 / Л.С. Васіна. – К., 2006. – 21 с.

55. Васяк Л. В. Формирование профессиональной компетентности будущих инженеров в условиях интеграции математики и спецдисциплин средствами профессионально ориентированных задач : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Л. В. Васяк. – Чита, 2007. – 27 с.

56. Веккер Л. М. Психические процессы: в 3 т. / Л. М. Веккер. – Т. 2. – Л. : Изд-во ЛГУ, 1976. – 342 с.

57. Великий тлумачний словник української мови / [уклад. і гол. ред. В. Г. Бусел]. – К. – Ірпінь : Перун, 2003. – 1440 с.

58. Вечтомов Е. М. Метафизика математики : монография / Е. М. Вечтомов. – Киров : изд-во ВятГГУ, 2006. – 507 с.

59. Василевская Е. А. Профессиональная направленность обучения высшей математике студентов технических вузов : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 – теорія та методика навчання математики / Е. А. Василевская. – М, 2000. – 25 с.

60. Вербицкий А. А. Активное обучение в высшей школе: контекстный поход / А. А. Вербицкий. – М. : Высшая школа, 1991. – 207 с.

61. Вінниченко Є. Ф. Деякі особливості використання математичних програмних засобів на уроках математики / Є. Ф. Вінниченко // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць. – К.: НПУ ім.М.П.Драгоманова. – 2003. – Випуск 6. – С. 152-161.

62. Вирченко Н. А. Очерки по методике преподавания математики / Н. А. Вирченко. – К. : ТОВ „За друга", 2006. – 396 с.

63. Вища освіта України і Болонський процес : навч. посібник / М. Ф. Степко, Я. Я. Балюбаш, В. Д. Шинкарук, В. В. Грубіянко, І. І. Бабин ; за ред. В. Г. Кременя. – Тернопіль : Навч. книга – Богдан, 2004. – 384 с.

64. Власенко К. В. Вища математика: елементи лінійної і векторної алгебри [Електронний ресурс] : Електронний навчально-методичний посібник для студентів технічних ВНЗ / К. В. Власенко. – 1,28 Гб. – Краматорськ, ДДМА, 2010. – 1 електрон. опт. диск (DVD–ROM) ; 12 см. – Систем. вимоги. Windows XP, Internet Explorer 7, Sun Java, Adobe Flash Player .

65. Власенко К. В. Теоретичні й методичні аспекти навчання вищої математики з використанням інформаційних технологій в інженерній машинобудівній школі : монографія / К. В. Власенко. – Донецьк : Ноулідж, 2011. – 410 с.

66. Власенко К. В. Застосування евристичних прийомів у ході лекційних занять з вищої математики для студентів ВТНЗ / К. В. Власенко, І. М. Реутова // Дидактика математики: проблеми і дослідження : міжнародний збірник наукових робіт. – Донецьк : ДонНУ, 2011. – Вип. 36. – С. 67-72.

67. Власенко К. В. Метод проектів навчання вищої математики майбутніх інженерів / К. В. Власенко, І. М. Реутова // Вісник Луганського нац..університета імені Тараса Шевченка : педагогічні науки, 2012. – №7 (242). – Луганськ : ЛНУ.– С.51-60.

68. Власенко К. В. Теоретико-методичні засади навчання вищої математики майбутніх інженерів-машинобудівників з використанням інформаційних технологій : автореферат дис... докт. пед. наук: 13.00.02 – теорія та методика навчання математики / К. В. Власенко. – Черкаси, Черкаський Національний ун-т ім. Б. Хмельницького, 2011. – 40 с.

69. Власова Е. З. Теоретические основы и практика использования адаптивных технологий обучения в профессиональной подготовке студентов педагогического вуза : автореф. дисс. ... д-ра. пед. наук : 13.00.08 / Е. З. Власова. – СПб, 1999. – 35 с.

70. Возрастные возможности усвоения знаний (младшие классы школы) / Под ред. Эльконина Д. Б., Давыдова В. В. – М., 1966. – 441 с.

71. Выготский Л. С. Собрание сочинений в 6 т. Том 3. Проблемы развития психики / Л. С. Выготский. – Спб. : Лань, 2003. – 368 с.

72. Выявление экспертных знаний (процедуры и реализации) / [О. И. Ларичев, А. И. Мечитов, Е. М. Мошкович, Е. М. Фуремс]. – М. : Наука, 1989. – 128 с.

73. Габай Т. В. Педагогическая психология: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / Т. В. Габай. – М. : Академия, 2003. – 239 с.

74. Гаврилова Т. А. Представление знаний в экспертной диагностической системе АВТАНТЕСТ / Т. А. Гаврилова // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. – 1984. – № 5. – С. 165-173.

75. Гаврилова Т. А. Извлечение и структурирование знаний для экспертных систем / Т. А. Гаврилова, К. Р. Червинская. – М. : Радио и связь, 1992. – 200 с.

76. Гальперин П. Я. Основные результаты исследования по проблеме “Формирование умственных действий и понятий” / П. Я Гальперин. – М. : Педагогика, 1965. – 120 с.

77. Гальперин П.Я. Психология мышления и учение о поэтапном формировании умственных действий / П. Я Гальперин // Исследования мышления в советской психологии /Отв. ред. Е. В. Шорохова. – М.,1966. – С.236-277.

78. Гальперин П. Я. Типы ориентировки и типы формирования действий и понятий / П. Я Гальперин // Доклады АПН РСФСР. –1958. – № 2. – С. 75-78

79. Гальперин П. Я. Экспериментальное формирование внимания / П. Я Гальперин, С. Л. Кабільницкая. – М. : Изд-во Московского Университета, 1974. – 102 с.

80. Гамезо М. В. Знаковое моделирование в процессе решения учебных текстовых задач / М. В. Гамезо, В. С. Герасимова // Психологические проблемы переработки знаковой информации. – М. : Педагогика, 1977. – С. 235-252.

81. Гершунский Б. С. Философия образования для XXI века: (В поисках практико-ориентированных образовательных концепций) / Б. С. Гершунский. – М. : Совершенство, 1998. – 608 с.

82. Гиппенрейтер Ю. Б. Введение в общую психологию / Ю. Б. Гиппенрейтер. – М. : ЧеРо, 2002. – 336 с.

83. Гладун В. П. Процессы формирования новых знаний / В. П. Гладун. – София : СД Педагог, 1994. – 192 с.

84. Гладун В. П. Локально-статистические методы извлечения знаний из баз данных / В. П. Гладун // Междунар. конф. “Знания – Диалог – Решение”: Сб. науч. тр. – Ялта, Крым. – 1995. – Том 1. – С. 63-73.

85. Глушкова Л. М. Методическая система математической подготовки студентов технических вузов на основе личностно ориентированно-

го подхода : автореф. дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Л. М. Глушкова. – Нижний Новгород, 2009. – 22 с.

86. Гнеденко Б. В. Математическое образование в вузах : учеб.-метод. пособие / Б. В. Гнеденко. – М. : Высшая шк., 1981. – 174 с.

87. Годфруа Ж. Что такое психология: В 2 т. / Ж. Годфруа; пер. с франц. – Т. 1. – М. : Мир, 1992.– 496 с.

88. Годфруа Ж. Что такое психология: В 2 т. / Ж. Годфруа; пер. с франц. – Т. 2. – М. : Мир, 1992.– 376 с.

89. Гончаренко С. У. Український педагогічний словник / С. У. Гончаренко. – К. : Либідь, 1997. – 376 с.

90. Гордійчук Г. Б. Педагогічні умови забезпечення наступності вивчення природничо-математичних дисциплін у загальноосвітніх школах та професійно-технічних училищах : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.04 / Г. Б. Гордійчук. – Вінниця, 2006. – 20 с.

91. Горошко Ю. В. Вплив нової інформаційної технології на практичну значимість результатів навчання математики в старших класах середньої школи : автореф. дис. ... канд. пед. наук 13.00.02 / Ю. В. Горошко. – К., 1992. – 22с.

92. Граф В. Основы самоорганизации учебной деятельности и самостоятельная работа студентов: учеб.-метод. пособие / В. Граф, И. И. Ильясов, В. Я. Ляудис. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1981. – 80 с.

93. Гридчина И. Н. Взаимосвязь математических и специальных дисциплин в подготовке инженера : автореф. дис. ... канд. пед.. наук : 13.00.02 / И. Н. Гридчина. – Елец, 2010. – 21 с.

94. Гузеев В. В. Образовательная технология: от приёма до философии / В. В. Гузеев. – М.: Сентябрь, 1996. – 112 с.

95. Гулюкина Н. А. Те стовые технологии в системе интенсивной адаптации первокурсников : на примере курса математики технического университета : автореф. дис. ... канд. пед.. наук : 13.00.01 / Н. А. Гулюкина. – Новосибирск, 1999. – 24 с.

96. Гуревич Р. С. Інтеграція сучасної науки і деякі проблеми змісту освіти у вищій педагогічній школі / Р. С. Гуревич // Вища освіта в Україні : реалії, тенденції, перспективи розвитку. –К., 1996. – Ч. III. – С. 95–97.

97. Гуржій А. М. Засоби навчання загальноосвітніх навчальних закладів (теоретико-методологічні основи) / А. М. Гуржій. – К. : НМЦ засобів навчання, 2001. – 95 с.

98. Гурова Л. Л. Психологичный анализ решения задач / Л. Л. Гурова. – Воронеж : Изд-во Воронежского ун-та, 1976. – 328 с.

99. Гусак Л. П. Професійна спрямованість навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей : автореферат дис. ... канд. пед. наук: 13.00.04 / Л. П. Гусак. – Вінниця, 2007. – 30 с.

100. Давыдов В. В. Теория развивающего обучения / В. В. Давыдов. – М.: ИНТОР, 1996. – 544 с.

101. Давыдов В. В. Концепция учебной деятельности школьников / В. В. Давыдов, А.К. Маркова // Вопросы психологии. – 1981. – № 6. – С. 13-26.

102. Далингер В. А. Профессионально ориентированные задачи по математике для студентов инженерных специальностей: учеб. пособие / В. А. Далингер, Л. В. Васяк. – Омск : ООО Издательско-полиграфический центр “Сфера”, 2007. – 60 с.

103. Далингер В. А. Совершенствование процесса обучения математике на основе целенаправленной реализации внутрипредметных связей / В. А. Далингер. – Омск: Ом ИПКРО, 1993. – 323 с.

104. Данилов М. А. Дидактика / М. А. Данилов, Б. П. Есипов. – М. : Изд-во АПН РСФСР, 1957. – 518 с.

105. Данко П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : учеб. пособие для студ. втузов / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. – М. : Высшая шк., 1989. – Ч. 1. – 365 с.

106. Данко П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : учеб. пособие для студ. втузов / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. – М. : Высшая шк., 1989. – Ч. 2. – 385 с.

107. Державна національна програма “Освіта” (Україна XXI ст.). – К. : Радуга, 1994. – 61 с.

108. Десятов Т. М. Професійні стандарти: теоретичні аспекти і методика : метод. посібник / Т. М. Десятов, М. І. Пальчук, Н. П. Паршина; за ред. Н. Г. Ничкало. – К. : Арт Економі, 2011. – 234 с.

109. Дидактика средней школы: некоторые проблемы соврем. дидактики. Учеб. пособие для слушателей ФПК директоров общеобразоват. школ и в качестве учеб. пособия по спецкурсу для студентов пед. ин-тов / Под ред. М. Н. Скаткина. – М. : Просвещение, 1982. – 319 с.

110. Дидактика современной школы: Пособие для учителей / [Б.С. Кобзарь, Г.Ф. Кумарина, Ю.А. Кусый и др.]; под ред. В. А. Онищука. – К. : Рад. шк., 1987. – (Пед. б-ка). – 351 с.

111. Довгяло А. М. Обучающие системы нового поколения / А. М. Довгяло, Е. А. Ющенко // Управляющие системы и машины. – 1988. – № 1. – С. 18-23.

112. Долженко О. В. Сорбонская и Болонская декларации: Информация к размышлению / О. В. Долженко // Вестн. высш. шк. – М. : Alma mater, 2000. – № 6. – С. 144 – 156.

113. Дровозюк В. В. Методика изучения элементов теории пределов числовой последовательности с использованием НИТ: автореф. дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / В. В. Дровозюк. – К., 1991. – 24 с.

114. Дутка Г. Я. Практикум з математики для економістів : Навч. посіб. для студ. екон. спец. вузів / Г. Я. Дутка ; Львівський банківський коледж. – Л. : [б.в.], 1998. – 362 с.

115. Дутка Г. Я. Фундаменталізація математичної освіти майбутніх економістів : монографія / Г. Я. Дутка ; АПН України, Інститут педагогіки, Національний банк України. Університет банківської справи. – К. : УБС НБУ, 2008. – 480 с.

116. Дьяченко В. К. Организационная структура учебного процесса и ее развитие / В. К. Дьяченко. – М. : Педагогика, 1989. – 160 с.

117. Євсеєва О. Г. Алгебра матриць за діяльнісною технологією "Вчимося працюючи". Навчальний посібник / О. Г. Євсеєва. – Донецьк : ДонНТУ, 2011. – 155 с.

118. Євсеєва О. Г. Визначення знань та вмінь з векторної алгебри, необхідних для розв'язання задач з аналітичної геометрії у просторі, на основі предметної моделі студента технічного університету / О. Г. Євсеєва, Н. А. Прокопенко // Вісник Черкаського університету. Серія "Педагогічні науки". – Вип. 162. – Черкаси : ЧНУ,2010. – С. 27-36.

119. Євсеєва О. Г. Визначення первинних властивостей математичних предметних дій у навчанні студентів технічного університету на засадах діяльнісного підходу / О. Г. Євсеєва // Гуманізація навчально-виховного процесу : збірник наукових праць / [За заг. ред. проф. В. І. Сипченка]. – Вип. I.VIII. Ч. III. –Слав'янськ : СДПУ, 2011. – С. 45-53.

120. Євсеєва О. Г. Визначення цілей і змісту навчання векторної алгебри студентів технічного університету / О. Г. Євсеєва, Н. А. Прокопенко // Матеріали міжнародної науково-методичної конференції ["Проблеми математичної освіти" (ПМО 2010)], / Черк. нац. ун-т ім. Б.Хмельницького. – Черкаси : ЧНУ, 2010. – С. 202-204.

121. Євсеєва О. Г. Використання знань для орієнтування при навчання математики на засадах діяльнісного підходу / О. Г. Євсеєва // Міжнародна науково-практична конференція "Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики" .До 80-річчя з дня народження доктора педагогічних наук, професора З. І. Слєпкань. Тези доповідей. – К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2011. – С. 48-50.

122. Євсеєва О. Г. Використання знань як засобів навчання математики на засадах діяльнісного підходу / О. Г. Євсеєва // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 35. – Донецьк : Вид-во ДонНУ, 2011. – С. 36-43.

123. Євсеєва О. Г. Використання семантичного конспекту з вищої математики для навчання студентів економічних спеціальностей / О. Г. Євсеєва, С. М. Латинін, І. В. Латиніна // Прометей: Регіональний збірник наукових праць з економіки. – № 3 (18). – Донецьк : ІЕПД НАН України, ДЕГІ, 2005. – С. 238-242.

124. Євсеєва О. Г. Використання схем орієнтовної основи дії при навчанні вищої математики / О. Г. Євсеєва // Проблеми сучасної педагогічної освіти. Сер.: Педагогіка і психологія. – Зб. статей. – Вип. 24. – Ч.1. – Ялта : РВВ КГУ, 2009.– С. 106-113.

125. Євсеєва О. Г. Встановлення ієрархії предметних понять у навчанні математики на засадах діяльнісного підходу / О. Г. Євсеєва // Проблеми сучасної педагогічної освіти. Сер.: Педагогика і психологія. – Зб. Статей. – Вип. 34. – Ч.2. – Ялта : РВВ КГУ, 2011. – С. 70-76.

126. Євсеєва О. Г. Вхідний і вихідний контроль у технічному ВНЗ. Методичний посібник. / О. Г. Євсеєва. – Донецьк : ДВНЗ ДонНТУ, 2012. – 97 с.

127. Євсеєва О. Г. Вхідний контроль у технічному ВНЗ як засіб оцінювання рівня сформованості вмінь / О. Г. Євсеєва // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 34. – Донецьк : Вид-во ДонНУ, 2010. – С. 20-27.

128. Євсеєва О. Г. Експериментальна перевірка ефективності методичної системи діяльнісного навчання математики студентів технічного університету / О. Г. Євсеєва // Вісник Черкаського університету. Серія "Педагогічні науки". Випуск № 8 (221). – Черкаси : Вид. від. ЧНУ ім Б. Хмельницького, 2012, – С. 32-41.

129. Євсеєва О. Г. Знання та вміння з векторної алгебри, необхідні для розв'язання задач з теоретичних основ електротехніки / О. Г. Євсеєва, О. В. Корощенко, Н. А. Прокопенко // Інженерна освіта у розвитку сучасного суспільства: матеріали міжнародної науково-практичної конференції.– Донецьк : ДонНТУ, 2011. – С.111-118.

130. Євсеєва О. Г. Індивідуальні домашні завдання з вищої математики. Методичний посібник для самостійної роботи студентів. / О. Г. Євсеєва, Г. М. Улітін, М. С. Тю, Ю. Ф. Косолапов. – Ч.1. – Донецьк : ДонНТУ, 2008. – 112 с.

131. Євсеєва О. Г. Індивідуальні домашні завдання з вищої математики. Методичний посібник для самостійної роботи студентів. / О. Г. Євсеєва, О. С. Гребьонкіна, Т. І. Николайчук, О. І. Савін. – Ч.2. – Донецьк : ДонНТУ, 2011. – 80 с.

132. Євсеєва О. Г. Інформаційна основа проектування технології навчання математики на засадах діяльнісного підходу / О. Г. Євсеєва // Инновационные технологии в образовании: Материалы VII Международной научно-практической конференции "Инновационные технологии в образовании". – Сборник статей. – Ялта : РВВ КГУ, 2010. – С. 94-96.

133. Євсеєва О. Г. Інформаційна технологія проектування діяльнісного навчання математики в технічному університеті / О. Г. Євсеєва // Вісник Луганського Національного Університету імені Тараса Шевченка (педагогічні науки). – №1. – Луганськ : Вид-во ЛНУ, 2010. – С. 67-76.

134. Євсеєва О. Г. Інформаційна технологія навчання математики без застосування комп'ютера / О. Г. Євсеєва , О. І. Савін // Збірник праць Четвертої Міжнародної конференції "Нові інформаційні технології в освіті для всіх: інноваційні методи та моделі" (Київ, 24-26 листопада 2009р.). – К. : Академперіодика, 2009. – С. 554-563.

135. Євсеєва О. Г. Комплект тестових завдань для перескладань з дисципліни “Вища математика” / О. Г. Євсеєва, Г. Б. Перетолчина // Матеріали 2-ої міжнародної науково-методичної конференції, присвяченої 80-ти річчю заснування кафедри вищої математики ДонНТУ [“Навчання математики в сучасних умовах “] – Донецьк : ДонНТУ, 2007. – С. 31-32.

136. Єсеєва О. Г. Кредитно-модульна технологія організації навчальної діяльності / О. Г. Єсеєва // Збірник матеріалів IV науково-методичної конференції викладачів ДІСО [“Самостійна робота студентів як складова якісної вищої освіти”] – Донецьк : ДОУ, 2005. – С. 163– 174.

137. Євсеєва О. Г. Методи навчання математики студентів ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу / О. Г. Євсеєва // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: Педагогіка, психологія і соціологія. – Вип. 11 (202) – Донецьк : ДВНЗ “ДонНТУ”, 2012. – С. 209-216.

138. Євсеєва О. Г. Методика проведення педагогічного експерименту з перевірки ефективності методичної системи діяльнісного навчання математики студентів ВТНЗ / О. Г. Євсеєва // Сучасні тенденції розвитку математики і її прикладні аспекти – 2012: Міжнародна наук.-практ. конференція. – Донецьк : ДонНУЕТ, 2012. – С. 253–255.

139. Євсеєва О. Г. Методологічне обґрунтування навчання математики студентів ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу / О. Г. Євсеєва // Педагогіка вищої та середньої школи: зб. наук. праць. Вип. 32 / гол. ред. В. К. Буряк. – Кривий Ріг : КДПУ, 2011. – С. 242-249.

140. Євсеєва О. Г. Моделювання навчальної предметної області / О. Г. Євсеєва // Науково-теоретичний журнал “Штучний інтелект”. №1. – Донецьк : ІПШІ МОН і НАН України, 2009. – С. 79-87.

141. Євсеєва О. Г. Моделювання студента як основа проектування навчальної діяльності при навчанні математики у ВТНЗ / О. Г. Євсеєва // Збірник наукових праць Сумського державного педагогічного університету ім. А.С. Макаренка “Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології”, №1 (11). – Суми : Вид-во СумДПУ, 2011. – С. 235-244.

142. Євсеєва О. Г. Навчальна програма з вищої математики для студентів технічних напрямів підготовки (розроблена на засадах діяльнісного підходу) / О. Г. Євсеєва. – Донецьк : ДонНТУ, 2011. – 59 с.

143. Євсеєва О. Г. Новий вид навчальної діяльності при навчанні математичних дисциплін у вищій технічній школі / О. Г. Євсеєва // Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції “Методологічні та методичні основи активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів у процесі вивчення математичних дисциплін”.– Зб. статей. – Ялта : РВВ КГУ, 2009. – Вип. 3. – С. 61-64.

144. Єсеєва О. Г. Нормативна модель студента-економіста з дисциплін математичного циклу / О. Г. Єсеєва // Матеріали III Наукової конференції викладачів ДІСО. – Донецьк : ДОУ, 2004. – С. 182-189.

145. Євсеєва О. Г. Нульова контрольна робота з вищої математики для студентів технічних спеціальностей. Методичний посібник. / О. Г. Євсеєва. – Донецьк : ДонНТУ, 2011. – 28 с.

146. Євсеєва О. Г. Операційна компонента предметної моделі студента технічного університету з лінійної алгебри / О. Г. Євсеєва // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових праць. – Вип.31. – Донецьк : ТЕАН, 2009. – С. 28-33.

147. Євсеєва О. Г. Операційна компонента предметної моделі студента технічного університету з векторної алгебри / О. Г. Євсеєва, Н. А. Прокопенко // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. –Вип. 33. – Донецьк : Вид-во ДонНУ, 2010. – С. 28-33.

148. Євсеєва О. Г. Опорный конспект по теории множеств / О. Г. Євсеєва, О. І. Савін // Збірник науково-методичних робіт. – Вип. 5. – Донецьк : ДонНТУ, 2007. – С. 161-171.

149. Євсеєва О. Г. Особливості навчальної діяльності у навчанні математики студентів технічного університету на засадах діяльнісного підходу / О. Г. Євсеєва // Вісник Черкаського університету. Серія "Педагогічні науки". – Вип. 201, Ч. І. – Черкаси : ЧНУ, 2011. – С. 41–52.

150. Євсеєва О. Г. Особливості побудови семантичного компонента предметної моделі студента з вищої математики / О. Г. Євсеєва // Вісник Черкаського університету. Серія "Педагогічні науки". – Вип. 162. – Черкаси : 2009. – С. 66–77.

151. Євсеєва О. Г. Поетапне освоєння предметних дій у навчанні математики студентів ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу / О. Г. Євсеєва // Збірник науково-методичних робіт. – Вип.7. – Донецьк : РВВ ДонНТУ, 2011. – С. 97–103.

152. Євсеєва О. Г. Побудова операційного й тематичного компонентів предметної моделі студента ВТНЗ з векторної алгебри / О. Г. Євсеєва, Н. А. Прокопенко // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: збірник наукових праць. Випуск IX. – Кривий Ріг : Видавничій відділ НМетАУ, 2011. – С. 32-38.

153. Євсеєва О. Г. Побудова універсального тематичного компонента предметної моделі студента з математичних дисциплін в технічному університеті / О. Г. Євсеєва // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. –Вип. 36. – Донецьк : Вид-во ДонНУ, 2011. – С. 59-66.

154. Євсеєва О. Г. Предметна модель студента з вищої математики / О. Г. Євсеєва // Матеріали ІІ Всеукраїнської науково-практичної конференції ["Безперервна фізико-математична освіта: проблеми, пошуки, перспективи"]. – Бердянськ : БДПУ, 2009. – С. 51-52.

155. Євсеєва О. Г. Предметна модель студента технічного університету з вищої математики. Алгебра матриць : навчально-методичний посібник / О. Г. Єсеєва. – Донецьк : ДонНТУ, 2005. – 118 с.

156. Євсеєва О. Г. Предметна модель студента технічного університету з вищої математики. Векторна алгебра : навчально-методичний посібник / О. Г. Єсеєва, Н. А. Прокопенко. – Донецьк : ДонНТУ, 2009. – 125 с.

157. Євсеєва О. Г. Предметна модель студента як база проектування технологій навчання математики на засадах діяльнісного підходу / О. Г. Євсеєва // Наукові праці. Серія: Педагогіка, психологія і соціологія. – Вип. 8 (174) – Донецьк : ДВНЗ "ДонНТУ", 2010. – С. 160-165.

158. Євсеєва О. Г. Предметна модель студента як засіб проектування і організації навчання математики на засадах діяльнісного підходу / О. Г. Євсеєва // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу "ІТМ*плюс – 2011": матеріали Всеукраїнської дистанційної науково-методичної конференції з міжнародною участю (11 лютого 2011 р., м. Суми): У 3-х томах. – Суми : Вид-во СумДПУ ім. А. С. Макаренка, 2011. Том III. – С. 34-36.

159. Євсеєва О. Г. Предметні дії і їх засвоєння у навчанні вищої математики студентів ВТНЗ / О. Г. Євсеєва // Науковий часопис НПУ ім. Драгоманова. Серія № 3. Фізика і математика у вищій і середній школі: Зб. наукових праць. – № 8. – К. : НПУ імені Драгоманова, 2011.– С. 53-61.

160. Євсеєва О. Г. Принципи навчання математики в технічному університеті на засадах діяльнісного підходу / О. Г. Євсеєва // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: Педагогіка, психологія і соціологія. – Вип. 9 (191) – Донецьк : ДВНЗ "ДонНТУ", 2011. – С. 104-110.

161. Євсеєва О. Г. Проектування методичної системи навчання математики студентів технічного університету на засадах діяльнісного підходу / О. Г. Євсеєва // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. –Вип. 37. – Донецьк : Вид-во ДонНУ, 2012. – С. 7-16.

162. Євсеєва О. Г. Проектування методичної системи навчання на засадах діяльнісного підходу / О. Г. Євсеєва // Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики : зб. Наукових праць за матеріалами Міжнародної наук.-практ. конференції 26-27 квітня 2012 р. – Винниця : ВДПУ, 2012. – С. 305–307.

163. Євсеєва О. Г. П'ятикомпонентна предметна модель студента технічного університету з вищої математики / О. Г. Євсеєва // Збірник наукових праць Бердянського державного педагогічного університету (Педагогічні науки). – №1. – Бердянськ : Вид-во БДПУ, 2010. – С. 163-169.

164. Євсеєва О. Г. Реалізація діяльнісного підходу при підсумковому оцінюванні у формі тестування / Євсеєва О. Г // Матеріали міжнародної науково-методичної конференції [“Проблеми математичної освіти” (ПМО 2009)], (Черкаси, 7-9 квітня 2009 р.) / Черк. нац. ун-т ім. Б.Хмельницького. – Черкаси : ЧНУ, 2009. – С.132–134.

165. Євсеєва О. Г. Розробка навчальних задач з вищої математики на основі предметної моделі студента / Євсеєва О. Г. // Матеріали третьої міжнародної науково-методичної конференції [“Евристичне навчання математики“]. – Донецьк : ДонНУ, 2009. – С. 126-128.

166. Євсеєва О. Г. Розробка навчального посібника з вищої математики для студентів технічних напрямів підготовки за діяльнісною технологією “Вчимося працюючи” / О. Г. Євсеєва // Збірник наукових праць Бердянського державного педагогічного університету (Педагогічні науки). – №2. – Бердянськ : Вид-во БДПУ, 2012. – С. 132-138.

167. Євсеєва О. Г. Розробка тестових завдань з вищої математики на основі діяльнісного підходу до навчання / О. Г. Євсеєва // Вісник Черкаського університету. Серія “Педагогічні науки”. – Вип. 150. – Черкаси : ЧНУ, 2009. – С. 62-72.

168. Євсеєва О. Г. Розробка тестових завдань з вищої математики на основі методів інженерії знань / О. Г. Євсеєва // Збірник науково-методичних робіт, – Вип. 6. – Донецьк : РВВ ДонНТУ, 2009. – С. 31–42.

169. Євсеєва О. Г. Система підготовки до модульних контролів з вищої математики у ВТНЗ : діяльнісний тренажер для студента: навчальний посібник / О. Г. Євсеєва // Частина І (друге видання). – Донецьк : “Ноулідж” (донецьке відділення), 2011. – 196 с.

170. Євсеєва О. Г. Система підготовки до модульних контролів з вищої математики у ВТНЗ : діяльнісний тренажер для студента: навчальний посібник / О. Г. Євсеєва // Частина ІІ (друге видання). – Донецьк : “Ноулідж” (донецьке відділення), 2011. – 204 с.

171. Євсеєва О. Г. Складання опорного конспекту як вид навчальної діяльності / О. Г. Євсеєва // Матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції [“Стан та перспективи підготовки вчителя математики“]. – Винниця : Планер, 2009. – С. 38-40.

172. Євсеєва О. Г. Спектральний підхід до розробки системи навчальних задач з вищої математики на основі предметної моделі студента / О. Г. Євсеєва // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. –Вип. 32. – Донецьк : Вид-во ДонНУ, 2009. – С. 101-107.

173. Євсеєва О. Г. Структурування понять як вид навчальної діяльності у навчанні математики в технічному університеті на засадах діяльнісного підходу / О. Г. Євсеєва // Вісник Черкаського університету. Серія “Педагогічні науки”. – Вип. 211, Ч. ІІ. – Черкаси: ЧНУ, 2011. – С.63-72.

174. Євсеєва О. Г. Схеми орієнтовної основи дій у навчанні вищої математики / О. Г. Євсеєва, Н. А. Прокопенко // Науковий часопис НПУ ім. Драгоманова. Серія № 3. Фізика і математика у вищій і середній школі: Зб. наукових праць. – №6. – К. : НПУ імені Драгоманова, 2010.– С. 55-62.
175. Євсеєва О. Г. Теоретико-методичні основи діяльнісного підходу до навчання математики студентів вищих технічних закладів освіти: монографія / О. Г. Євсеєва. – Донецьк : ДВНЗ "ДонНТУ", 2012. – 455 с.
176. Євсеєва О. Г. Теорія множин. Семантичний конспект / О. Г. Євсеєва, О. І. Савін // Методичний посібник для студентів інженерних спеціальностей. – Донецьк : ДонНТУ, 2006. – 18 с.
177. Євсеєва О. Г. Тестові завдання з вищої математики: лінійна алгебра, векторна алгебра, аналітична геометрія. Методичний посібник для самостійної роботи студентів. / О. Г. Євсеєва, О. І. Савін. – Ч.1. – Донецьк : ДонНТУ, 2010. – 70 с.
178. Євсеєва О. Г. Тестові завдання з вищої математики: теорія границь, диференційне числення функції однієї незалежної змінної. Методичний посібник для самостійної роботи студентів. / О. Г. Євсеєва, О. І. Савін. – Ч.2. – Донецьк: ДонНТУ, 2010. – 52 с.
179. Евсеева Е. Г. Деятельностное обучение математике в высшей школе. / Е. Г. Евсеева // Дидактика математики: проблемы и исследования: Международный сборник научных работ. – Вип.25. – Донецьк: ТЕАН, 2005. – С. 197-204.
180. Евсеева Е. Г. Деятельностный подход к проектированию содержания дисциплин цикла "Математика для экономистов" / Е. Г. Евсеева // Матеріали міжнародної науково-практичної конференції ["Математична культура інженера: формування, вплив на професійну діяльність"]. – Донецьк : ДонНТУ, 2005. – С. 30-32.
181. Евсеева Е. Г. Деятельностный поход к обучению как методологическая основа формирования профессиональной компетенции / Е. Г. Евсеева, Г. А. Атанов // Збірник доповідей регіональної науково-практичної конференції Донецького національного університету ["Реалізація компетентносного підходу в освіті"]. / За редакцією проф. В. І. Сторожева. – Донецьк : ДонНУ, 2006. – С. 52-55.
182. Евсеева Е. Г. Кредитно-модульная организация діяльнісного обучения математике в высшей школе / Е. Г. Евсеева // Тр. Одес. политехн. ун-та: Научный и производственно-практический сборник по техническим и естественным наукам. – Вып. 2 (28). – Одесса, ОНПУ, 2007.– С. 204-210.
183. Евсеева Е. Г. Кредитно-модульная организация учебного процесса / Е. Г. Евсеева // Сборник научно-методических работ. – Вып.3. – Донецк : ДонНТУ, 2005. – С. 163-170.
184. Евсеева Е. Г. Моделирование обучаемого по дисциплине "Математика для экономистов" / Е. Г. Евсеева // Материалы международной

научно-методической конференции [“Эвристическое обучение математике”]. – Донецьк : ДонНУ, 2005. – С. 32–33.

185. Евсеева Е. Г. Опорный конспект по курсу “Высшая математика” по теме “Линейная алгебра” / Е. Г. Евсеева. – Донецк : Изд-во ДИСО, 1999. – 38 с.

186. Евсеева Е. Г. Проектирование содержания курса “Линейная алгебра” для студентов экономических специальностей / Е. Г. Евсеева // Матеріали всеукр. науково-практичної конф. [“Професіоналізм педагога (Проективна педагогіка: питання теорії та практики)”] : в 2-х ч. – Ч.1. – Ялта : РВВ КДГІ, 2004.– С. 185-192.

187. Евсеева Е. Г. Реализация діяльнісного похода при модульно-рейтинговой организации ученого процесса по математическим дисциплинам / Е. Г. Евсеева // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. Випуск VI : В 3-х томах. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. – Кривий Ріг : Видавничій відділ НМетАУ, 2006. – С. 312-325.

188. Евсеева Е. Г. Семантический конспект по линейной алгебре. Дидактика математики: проблемы и исследования // Международный сборник научных работ. – Вип.24. –Донецьк : ТЕАН, 2005. – С. 103-111.

189. Евсеева Е. Г. Семантический конспект по теории множеств / Е. Г. Евсеева, А.И. Савин // Дидактика математики: проблемы и исследования: Международный сборник научных работ. – Вып.27. – Донецк : ТЕАН, 2007. – С. 46-57.

190. Есеева Е. Г. Семантическая предметная модель студента-экономиста по линейной алгебре / Е. Г. Есеева, Г. А. Атанов // Теорія та методика навчання фундаментальних дисциплін у вищій школі: Збірник наукових праць: в 3 т. – Т. 1 : Теорія та методика навчання математики. – Кривий Ріг : НацМетАУ, 2002.– С. 3-20.

191. Евсеева Е. Г. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии, введение в математический аналіз. Программа, методические указания и контрольные задания по курсу “Высшая математика”. Часть І. (для студентов заочной формы обучения)/ О. Г. Євсеєва, Н. В. Азарова, В. С. Дегтярёв, О. А. Рубцова, З. А. Соловьева. – Донецк : ДонНТУ, 2011. – 62 с.

192. Енциклопедія освіти : [Акад. пед. Наук України / гол. ред. Кремень В. Г.] – К. : Юрінком Інтер, 2008. – 1040 с.

193. Епишева О. Б. Деятельностный подход как теоретическая основа проектирования методической системы обучения математике: автореф. дисс. … доктора пед. наук: 13.00.02 / О. Б. Епишева. – М., 1999. – 46 с.

194. Жалдак М. І. Комп’ютер на уроках геометрії / М. І. Жалдак, О. В. Вітюк. – К. : РННЦ „ДІНІТ”, 2004. – 154 с.

195. Жалдак М. І. Математика з комп'ютером: Посібник для вчителів / М. І. Жалдак, Ю. В. Горошко, Є. Ф. Вінниченко. – К. : РННЦ „ДІНІТ”, 2004. – 255 с.

196. Жалдак М. І. Елементи стохастики з комп'ютерною підтримкою: посібник для вчителів / М. І. Жалдак, Г. О. Михалін. – К.: Шкільний світ, 2002. – 120 с.

197. Жарова Н. Р. Совершенствование обучения математике студентов инженерно-строительных вузов в условиях информатизации образования : автореф. дисс. … канд. пед. наук: 13.00.02 / Н. Р. Жарова. – Новосибирск, 2002. – 24 с.

198. Жаренкова Р. А. Дидактические условия развития интеллектуальной сферы студентов в процессе компьютерного обучения математике : автореф. дисс. … канд. пед. наук: 13.00.01 / Р. А. Жаренкова. – Калининград, 1997. – 23 с.

199. Желавський О. Б. Формування математичних понять у студентів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів в умовах кредитно-модульної системи навчання: автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.09 / О. Б. Желавський. – Кривий Ріг, 2008. – 22 с.

200. Жильцов О. Б. Вища математика з елементами інформаційних технологій: навч. посіб. / О. Б. Жильцов, Г. М. Торбін. – К. : МАУП, 2002. – 408с.

201. Журбенко Л. Н. Управление многопрофильной математической подготовкой студентов технологического университета / Л.Н.Журбенко, С.Н.Нуриева // Educational technology & Society. – 10 (3), 2007. – С. 466-475.

202. Задкова О. А. Обучение геометрии студентов первого курса педвуза в контексте діяльнісного подхода: автореф. дисс. … канд. пед. наук: 13.00.02 / О. А. Задкова. – Саранск, 2005. – 20 с.

203. Зайкин Р. М. Реализация профессиональной направленности математической подготовки на юридических факультетах : автореф. дисс. … канд. пед. наук: 13.00.02 / Роман Михайлович Зайкин. – Нижний Новгород, 2004. – 22 с.

204. Заварзин В. И. Технологическая поэма рождения специалиста (Модульная технология обучения). / В. И. Заварзин // Российское предпринимательство. – № 6. – 2000. – С. 43-47.

205. Закацола Є. М. Самостійна робота студентів: види і основи організації / Є. М. Закацола // Тенденції та перспективи сучасної університетської освіти. – 2006. – №4. – С.392-395.

206. Закон України "Про вищу освіту" // Вища освіта України. – 2002. – №6. – С. 5-17.

207. Занфирова Л. В. Формирование технического мышления в процессе подготовки студентов агроинженерных вузов : автореф. дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.08 / Л. В. Занфирова. – Москва, 2008. – 210 с.

208. Зеер Э. Ф. Личностно ориентированное профессиональное образование / Э. Ф. Зеер, Г. М. Романцев // Педагогика. – 2002. – № 3. – С. 16-21.

209. Зиновкина М. М. Формирование творческого технического мышления и инженерных умений студентов технических ВУЗов: автореф. дисс. ... д-ра пед. наук : 13.00.08 / М. М. Зиновкина. – М., 1989. – 32 с.

210. Зинченко П. И. Непроизвольное запоминание / П. И. Зинченко. – М. : Изд-во АПН РСФСР, 1961. – 562 с.

211. Зоріна Л. Я. Программа – учебный предмет – учитель. – М.: Знание, 1989. Сер. Педагогика и психология. № 1. –37 с.

212. Зязюн І. А. Інтелектуально-творчий розвиток особистості в умовах неперервної освіти // Неперервна професійна освіта : проблеми, пошуки, перспективи: монографія / За ред. І. А. Зязюна. – К. : Віпол, 2000. – С. 11-57.

213. Иванников В. А. Подходы к анализу деятельности / В. А. Иванников // Традиции и перспективы деятельностного подхода в психологии: школа А. Н. Леонтьева / [под ред. А. Е. Войскунского, А. Н. Ждана, О.К. Тихомирова]. – М. : Смысл, 1999. – С. 38-47.

214. Иванова Т. А. Теоретические основы гуманитаризации общего математического образования: автореф. … доктора пед. наук : 13.00.02 / Т. А. Иванова. – М., 1998. – 41с.

215. Игнатьева Т. В. Конструирование задач-компактов прикладной направленности и их использование в качестве средства совершенствования обучения математике в технических ВУЗах : диссертация ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Т. В. Игнатьева. – Нижний Новгород, 2009. – 158 с.

216. Изучение основ информатики и вычислительной техники: Метод. пособие для учителей и преподавателей сред. учеб. заведений. В 2-х Ч. / Под ред. А. П. Ершова, В. М. Монахова – М.: Просвещение, 1985. – 191 с.

217. Ильин Е. П. Мотивация и мотивы / Е. П. Ильин. – СПб.: Питер, 2000. – 512 с.

218. Ильина Т. А. Педагогика: Курс лекцій / Т. А. Ильина. – М. : Просвещение, 1969. – 572 с.

219. Ильясов И. И. Структура процесса учения / И. И. Ильясов. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1986. – 200с.

220. Иоганзен Б. Г. Научная организация самостоятельной работы / Б. Г. Иоганзен. – Томск : Красное знамя, 1970. – 187 с.

221. Исаева З. И. Деятельностный подход в процессе изучения уравнений в основной школе : автореферат дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / З. И. Исаева. – М., 2001. – 20 с.

222. Исмагилова Е. И. Интегративно-модульный компонент профессиональной направленности обучения математике будущих инженеров радиоэлектротехнических специальностей : автореф. дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Е. И. Исмагилова. – Ярославль, 2009. – 22 с.

223. Ительсон Л. Б. Проблемы современной психологии учения. – Вып. 1: Сущность и виды научения. Современные теории научения.– М. : Знание, 1970. – 63 с.

224. Ігнатенко М.Я. Активізація навчально-пізнавальної діяльності учнів старших класів при вивченні математики: Монографія / М.Я.Ігнатенко. – К.: „Тираж”, 1997. – 300 с.

225. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики : навчальний посібник / В. В. Корольський, Т. Г. Крамаренко, С. О. Семеріков, С. В. Шокалюк; науковий редактор академік АПН України, д. пед. н., проф. М. І. Жалдак. – Кривий Ріг : Книжкове видавництво Кирєєвського, 2009. – 316 с.

226. Калошина И. П. Структура и механизмы творческой деятельности (нормативный подход) / И. П. Калошина. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1983. – 168 с.

227. Карапузова Н. Д. Дидактические условия организации экзамена в высших учебных педагогических учреждениях : автореф. дис... канд. пед. наук : 13.00.01 / Н. Д. Карапузова. – Полтава, 1997. – 27 с.

228. Катержина С. Ф. Развитие познавательной самостоятельности студентов технического вуза при обучении математике с использованием Web-технологий : автореф. дисс. ... кандидата педагогических наук : 13.00.02 / С. Ф. Катержина. – Ярославль, 2010. – 24 с.

229. Картёжников Д. А. Визуальная учебная среда как условие развития математической компетентности студентов экономических специальностей : автореф. дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Д. А. Картёжников. – Омск, 2007. – 26 с.

230. Катханов Н. М. Методика разработки и внедрения системы рейтинг-контроля умений и знаний студентов: учебное пособие / Н. М. Катханов, В. В. Карпов. – М. : Просвещение, 1991. – 48 с.

231. Клаус Г. Введение в формальную логику / Г. Клаус. – М. : ИЛ, 1960. – 507 с.

232. Клещев А. С. Представление знаний. Методология, формализм, организация вычислений и программная поддержка / А. С. Клещев // Прикл. информатика. – 1983. – Вып. 1. – С. 49-93.

233. Климов Е. А. Психология профессионала. Избранные психологические труды / Е. А. Климов. – Москва : Институт практической психологи; Воронеж : МОДЭК, 1996. – 400 с.

234. Клочко В. І. Нові інформаційні технології навчання математики в технічній вищій школі: автореф. дис. … докт. пед. наук: 13.00.02 / В. І. Клочко. – Вінниця, 1998.

235. Клочко В. І. Застосування нових інформаційних технологій навчання при вивченні курсу вищої математики у технічному вузі: Навч. метод. посібн. / В. І. Клочко. – Вінниця : ВДТУ, 1997. – 64 с.

236. Клочко В. І. Проблема трансформації змісту курсу вищої математики в технічних університетах в умовах використання сучасних інформаційних технологій / В. І. Клочко // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. збірник наук. робіт. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2004. – Вип. 22. – С.10-15.

237. Ковалев В. И. Учитывая степень мотивации / В. И. Ковалев // Вестник высшей школы. – 1985. – №8. – С. 35-36.

238. Ковтонюк М. М. Проблеми проектування методичної системи викладача ВНЗ / М. М. Ковтонюк // Вісник Черкаського університету. Серія "Педагогічні науки". – Вип. 191. – Черкаси: ЧНУ, 2010. – С. 49-59.

239. Коломок О. И. Теория проектирования системы формирования готовности студентов к развитию учебной деятельности (на примере изучения математики в сельскохозяйственном вузе) : автореф. дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.08 / О. И. Коломок. – Тольятти, 2001. – 39 с.

240. Кольцов Ю. В. Нейросетевые модели в адаптивном компьютерном обучении / Ю. В. Кольцов, Н. Ю. Добровольская // Educational Technology & Society. – 5(2), 2002. – С. 213-216.

241. Колягин Ю. М. Основные понятия современного школьного курса математики : Пособие для учителей / Ю. М. Колягин, Г. Л. Луканкин ; под ред. А. И. Маркушевича. – М. : Просвещение, 1974. – 382 с.

242. Коляда М. Г. Формування інформаційної культури майбутніх економістів у процесі професійної підготовки: автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.04 / М. Г. Коляда. – Луганськ, 2004. – 24 с.

243. Комплекс нормативних документів для розроблення складових системи галузевих стандартів вищої освіти // Додаток до наказу МОН України від 11.10.2007 р. N 897. – Київ : МОН, 2008. – 73 с.

244. Кон И. С. Психология юношеского возраста: Проблемы формирования личности. [Уч. пособие для пед. ин-тов] / И. С. Кон. – М. : Просвещение, 1980. – 191 с.

245. Кондратьєва О. М. Методична система контролю і коригування знань та умінь студентів технічних спеціальностей у процесі навчання вищої математики : автореф. дис... канд. пед. наук : 13.00.02 / О. М. Кондратьєва. – К., 2007. – 25 с.

246. Концепція Державної програми розвитку освіти на 2006-2010 роки // Збірник нормативно-правових документів з вищої освіти, – К., 2007. – 87 с.

247. Корнещук В. В. Методика викладання математики у вищій школі: навчальний посібник / В. В. Корнещук, О. Я. Кучерук. – Хмельницький : Видавець ПП. Цюпак, 2011. – 192 с.

248. Костина Е. А. Дифференцированное обучение математике в техническом вузе с учетом уровня развития компонентов математических способностей студента : автореф. дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Е. А. Костина. – Омск, 2009. – 25 с.

249. Кохужева Р. Б. Формирование готовности выпускников общеобразовательных школ к продолжению математического образования в вузе : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Р. Б. Кохужева. – М., 2008. – 20 с.

250. Краткий психологический словарь / Составитель Л. А. Карпенко; под общ. ред. А. В. Петровского, М. Г. Ярошевского. – М. : Политиздат, 1985. – 431 с.

251. Краткий словарь когнитивных терминов / Сост. Е. С. Кубрякова, В. З. Демьянков, Ю. Г. Панкрац, Л. Г. Лузина / [под общей редакцией Е. С. Кубряковой]. – М. : Филол. ф-т МГУ им. М. В. Ломоносова, 1997. – 245 с.

252. Крилова Т. В. Наукові основи навчання математики студентів нематематичних спеціальностей (на базі металургійних, енергетичних і електромеханічних спеціальностей вищого закладу технічної освіти) : автореф. дис... д-ра пед. наук : 13.00.02 / Т. В. Крилова. – К., 1999. – 36 с.

253. Крилова Т. В. Проблеми навчання математики в технічному вузі : монографія / Т. В. Крилова. – К. : Вища шк., 1998. – 438 с.

254. Крилова Т. В. Дидактичні засади фундаменталізації математичної освіти студентів нематематичних спеціальностей університетів / Т. В. Крилова, О. М. Гулєша, О. Ю. Орлова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Донецьк, 2011. – Вип. 35. – С. 27–35.

255. Крупич В. И. Теоретические основы обучения решению школьных математических задач / В. И. Крупич. – М. : Прометей, 1995. – 210 с.

256. Кудрявцев Л. Д. Мысли о современной математике и ее изучении / Л. Д. Кудрявцев. – М. : Наука, 1977. – 112 с.

257. Кудрявцев Т. В. Психология технического мышления: Процесс и способы решения технических задач / Т. В. Кудрявцев. – М. : Педагогика, 1975. – 304 с.

258. Кулагина И. Ю. Возрастная психология: Полный жизненный цикл развития человека / И. Ю. Кулагина, Я. Л. Коломинский. – М. : ТЦ “Сфера”, 2001. – 464 с.

259. Кузьменко О. И. Математические задачи как средство формирования профессиональной компетентности студентов агрономических специальностей высших учебных заведений : автореф. дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / О. И. Кузьменко. – Омск, 2010. – 22 с.

260. Кузьмина Н. В. Проблемы обучения и воспитания студентов в вузе / Н. В. Кузьмина. – Л.: ЛГУ, 1976. – 112 с.

261. Кузьмінський А. І. Педагогіка вищої школи: навч. посібник / А. І. Кузьмінський. – 2-ге вид., стер. – К. : Знання, 2011. – 486 с.

262. Курлянд З. Н. Педагогіка вищої школи / З. Н.Курлянд, Р.І.Хмелюк. – Одеса: ПДПУ ім. К.Д.Ушинського, 2002. – 343 с.

263. Кустов Ю. А. Преемственность профессионально-технической и высшей школы / Под ред. А. А. Кирсанова. – Свердловск : Изд-во Урал. ун-та, 1990. – 117 с.

264. Левитов Н. Д. Психология характера / Н. Д. Левитов. – М. : Просвещение, 1969. – 424 с.

265. Левчук О. В. Інтеграція природничо-математичної та спеціальної підготовки майбутніх економістів у вищих аграрних навчальних закладах: автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.04 / О. В. Левчук. – Вінниця, 2008. – 24 с.

266. Леонтьев А. Н. Обучение как проблема психологии / А. Н. Леонтьев // Вопросы психологии. – 1957. – №1. – С. 17-26.

267. Леонтьєв А. Н. Философия психологии. Из научного наследия / Под ред. А. А. Леонтьєва, Д. А. Леонтьєва. – М. : Изд-во МГУ, 1994. – 228 с.

268. Леонтьев А. Н. Деятельностью Сознание. Личность / А. Н. Леонтьев. – М. : Политиздат, 1977. – 304 с.

269. Леонтьев В. Г. Мотивация и механизмы ее формирование / В. Г. Леонтьев. – Новосибирск : Новосибирск полиграфкомбинат, 2002. – 264 с.

270. Лернер И. Я. Дидактические основы методов обучения / И. Я. Лернер. – М. : Педагогика, 1981. – 186 с.

271. Лернер И. Я. Проблемное обучение / И. Я. Лернер. – М. : Знание, 1974. –164 с.

272. Лернер Г. И. Формирование восприятия объемных фигур по изображениям на плоскости: автореф. дисс. … канд. псих. наук : 19.00.07 / Г. И. Лернер. – М., 1974. – 32 с.

273. Литвин А. В. Удосконалення методики навчання спеціальних предметів у степеневій професійній підготовці фахівців / А. В. Литвин, С. А. Мамрич // Вісник Житомирського державного університету імені Івана Франка – №13, Житомир : вид-во ЖДУ, 2003. – С. 61-65.

274. Ломов Б. Ф. Методологические и теоретические проблемы психологии / Б. Ф. Ломов. – М. : Наука, 1984. – 444 с.

275. Лопес У. Х. Зависимость обобщения от содержания ориентировочной основы деятельности : автореф. дис. ... канд. психол. наук : 19.00.07 / У. Х. Лопес. – М., 1969. – 13 с.

276. Лорьер Ж.-Л. Системы искусственного интеллекта /

277. Ж.-Л. Лорьер; пер. с фр. – М. : Мир, 1990. – 296 с.

278. Лотюк Ю. Г. Комп'ютерна алгебра. Навчально-методичний посібник / Ю. Г. Лотюк, Р. М. Літнарович. – Рівне : МЕГУ, 2010. – 140 с.

279. Лурия А. Р. Язык и сознание / Под редакцией Е. Д. Хомской. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1979. – 320 с.

280. Лушникова Н. В. Реализация идеи дидактического опережения при обучении высшей математике : на примере курса линейной алгебры :

автореферат дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Н. В. Лушникова. – Нижний Новгород : Волж. гос. инж.-пед. ун-т, 2006. – 21 с.

281. Мавлюшов М. М. Преемственность в обеспечении непрерывного экономического образования в системе “школа-ССУЗ-ВУЗ” (на примере финансово-экономического колледжа) : автореферат дис. ... канд. пед. наук : 13.00.08 / М. М. Мавлюшов. – Ульяновск, 2007. – 28 с.

282. Мазаева Л. Н. Преемственность довузовской и вузовской подготовки : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Л. Н. Мазаева. – Ярославль, 1997. – 18 с.

283. Максимова Т. С. Методика формування професійно орієнтованої евристичної діяльності студентів вищих технічних навчальних закладів на практичних заняттях з вищої математики : Автореф. дис... канд. пед. наук : 13.00.02 / Т. С. Максимова. – К. : НПУ ім. Драгоманова, 2006. – 20 с.

284. Малафіїк І. В. Дидактика: Навчальний посібник / І. В. Малафіїк. – К. : Кондор, 2005. – 398 с.

285. Мальская О. Е. Формирование учебной деятельности студентов / О. Е. Мальская // Под. ред. В. Я. Ляудис. – М. : Изд-во МГУ, 1989. – 239 с.

286. Малыгина О. А. Обучение высшей математике на основе системно-деятельностного подхода: Учебное пособие / О. А. Малыгина. – М. : Издательство ЛКИ, 2008. – 256 с.

287. Маркова А.К. Формирование мотивации учения / А.К. Маркова, Т.А. Матис, А.Б. Орлов. – М. : Просвещение, 1990. – 192 с.

288. Математична культура інженера: Матеріали регіональної студентської науково-технічної конференції, присвяченої 90-річчю заснування ДонНТУ (20 травня 2010 р.). В 2-х ч. – Донецьк : РВВ ДонНТУ, 2010. – Ч. 1. – 250 с. – Ч. 2. – 250 с.

289. Математична культура інженера: Матеріали регіональної студентської науково-технічної конференції (10 квітня 2012 р.). В 2-х ч. – Донецьк : РВВ ДонНТУ, 2012. – Ч. 1. – 248 с. – Ч. 2. – 222 с.

290. Махмутов М. И. Проблемное обучение / М. И. Махмутов. – М. : Педагогика, 1975. – 368 с.

291. Машбиц Е. И. Психологические основы управления учебной деятельностью / Е. И. Машбиц. – К. : Вища шк., 1987. – 224 с.

292. Машбиц Е. И. Психолого-педагогические проблемы компьютеризации обучения / Е. И. Машбиц. – М. : Знание, 1988. – 191 с.

293. Менчинская Н. А. Психология усвоения понятий / Н. А. Менчинская // Вопросы психологии обучения (Известия Академии педагогических наук РСФСР) / Под ред. Н. А. Менчинской. – М. : Изд-во АПН РСФСР, 1950. – Вып. 28. – С. 3-16.

294. Методы системного педагогического исследования : [под ред. Кузьминой]. – Ленинград : изд-во Ленинградского ун-та, 1980. – 172 с.

295. Модернізація вищої освіти України і Болонський процес: Матеріали до першої лекції / Уклад. М. Ф. Степко, Я. Я. Болюбаш, К. М. Левківський, Ю. В. Сухарніков; відп. ред. М. Ф. Степко. – К.: Науково-методичний центр вищої освіти Міністерства освіти і науки України, 2004. – 24 с.

296. Мойсеєнко Л. А. Психологія творчого математичного мислення студентів : автореф. дис. ... докт. псих. наук : 19.00.01 / Л. А. Мойсеєнко. – К., 2005. – 38 с.

297. Молибог А. Г. Вопросы научной организации педагогического труда в высшей школе / А. Г. Молибог. – М. : Высшая школа, 1971. – 174 с.

298. Монахов В. М. Технологические основы конструирования и проектирования учебного процесса : монография / В. М. Монахов. – Волгоград : “Перемена”, 1995. – 260 с.

299. Морзе Н. В. Система методичної підготовки майбутніх вчителів інформатики в педагогічних університетах : автореф. дис. ... д-ра пед. наук / Морзе Н. В. – К. : НПУ ім. Драгоманова, 2003. – 42 с.

300. Морогин В. Г. Зависимость профессионального предпочтения студентов технического вуза от их индивидуально-типологических особенностей / В. Г. Морогин, И. Ю. Соколова // Психологический журнал. – 1995. – № 2 (Том 16). – С. 114–119 с.

301. Мороз О. Г. Педагогіка і психологія вищої школи : навч. посібник / О. Г. Мороз, О. С. Падалка, В. І. Юрченко. – К. : НПУ, 2003. – 267 с.

302. Моторіна В. Г. Дидактичні і методичні засади професійної підготовки майбутніх учителів математики у вищих педагогічних навчальних закладах : автореф. дис. … доктора пед. наук : 13.00.04 / В. Г. Моторіна. – Харків: Харк. нац. пед. ун-т ім. Г. С. Сковороди, 2005. – 45 с.

303. Назарова Т. С. Средства обучения / Т. С. Назарова // Российская педагогическая энциклопедия : Т.2; Гл. ред. В. В. Давыдов. – М.: БРЭ, 1993. – С. 387.

304. Наказ № 612 від 13.07.2007 “Про затвердження Плану дій щодо забезпечення якості вищої освіти України та її інтеграції в європейське і світове освітнє співтовариство на період до 2010 року” / Міністерство освіти і науки України. [Електронний ресурс]. Режим доступу: http://www.mon.gov.ua

305. Наказ Президента України від 04.06.05 р. N 1013/2005 “Про невідкладні заходи щодо забезпечення функціонування та розвитку освіти в Україні” // Збірник нормативно-правових документів з вищої освіти. – К., 2007. – 87 с.

306. Нассер М. Методика реализации межпредметных связей посредством решения прикладных задач в процессе обучения математике в вузе : автореф. дисс. ... канд. пед.ких наук : 13.00.02 / М. Нассер. – Москва, 2008. – 25 с.

307. Національна доктрина розвитку освіти : Указ Президента України № 347 від 17 квітня 2002 року // Освіта України. – 2002. – 23 квіт. (№ 33). – С. 4–6.

308. Непейвода Н. Н. Об уровнях знаний и умений в экспертных системах / Н. Н. Непейвода, В. А. Кутергин // Экспертные системы: Сб. науч. тр. / Под ред. Д. А. Поспелова. – М. : Наука, 1989. – С. 30-37.

309. Никандров Н. Д. Организационные формы и методы обучения в высшей школе / Н. Д. Никандров // Проблемы педагогики высшей школы. – Л. : ЛГУ, 1992. – С.108-113.

310. Нишанов В. К. Феномен понимания: когнитивный аналіз / В. К. Нишанов. – Фрунзе : Илим, 1990. – 227 с.

311. Нічуговська Л. І. Математичне моделювання в системі економічної освіти : монографія / Л. І. Нічуговська. – Полтава РВВ ПУСКУ, 2003. – 289 с.

312. Нічуговська Л. І. Психолого-педагогічні передумови активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів ВНЗ / Л. І. Нічуговська // Дидактика математики: проблеми і дослідження : міжнар. зб. наук. робіт. – Донецьк, 2006. – Вип. 26. – С. 9–13.

313. Нічуговська Л. І. Адаптивна концепція математичної освіти студентів ВНЗ і конкурентоспроможність випускників: методологія, теорія, практика : монографія / Л. І. Нічуговська. – Полтава : РВВ ПУСКУ, 2008. – 153 с.

314. Новицька Л. І. Формування вмінь розв’язувати прикладні задачі в процесі вивчення математики студентами аграрного університету : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Л. І. Новицька. – Київ, 2008. – 23 с.

315. Обухова Л. Ф. Возрастная психология / Л. Ф. Обухова. – М. : Изд-во МГУ, 2001. – 442 с.

316. Освітньо-професійна програма підготовки бакалавра напряму підготовки 0915 “Комп’ютерна інженерія”. – К. : МОН України, 2010. – 74 с.

317. Освітньо-професійна програма підготовки бакалавра галузі знань 0306 “Менеджмент і адміністрування” напряму підготовки 030601 “Менеджмент”: нормативный документ. – вид. офіц. – К. : МОН України, 2010. – 19 с.

318. Основы дидактики / Под ред. Б. П. Есипова. М. : Просвещение, 1967. – 472 с.

319. Осуга С. Обработка знаний / С. Осуга; Пер. с япон. – М. : Мир, 1989. – 293 с.

320. Падалко Н. Й. Формування професійних знань в майбутніх програмістів у процесі вивчення математичних дисциплін: автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.04 / Н. Й. Падалко. – Житомир, 2008. – 22 с.

321. Пак В. В. Высшая математика : учебник / В. В. Пак, Ю. Л. Носенко. – Донецк : Сталкер, 1997. – 560 с.

322. Пастушок Г. С. Методика вивчення математики на економічних факультетах вищих закладів освіти : автореф. дисс... канд. пед. наук : 13.00.02 / Г. С. Пастушок. – К., 2000. – 24 с.

323. Педагогика и психология высшей школы. Учеб. Пособие для вузов / Отв. ред. С. И. Самыгин. – Ростов-на-Дону : Феникс, 1998. – 512 с.

324. Педагогика: Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов / Ю. К. Бабанський, В. А. Сластенин, Н. А. Сорокин и др. / Под ред. Ю. К. Бабанского. – М. : Просвещение, 1988. – 479 с.

325. Педагогика: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В. А. Сластенин, И. Ф. Исаев, Е. Н. Шиянов / Под ред. В. А. Сластенина. – 2-е изд., стереотип. – М. : Издательский центр “Академия”, 2003. – 576 с.

326. Педагогіка вищої школи: навчальний посібник / І. О. Бартєнєва, І. М. Богданова, З. Н. Курлянд та ін. – Одеса: ПДПУ ім. К. Д. Ушинського, 2002. – 344 с.

327. Педагогика школы / под ред. Г. И. Щукиной. – М. : Просвещение, 1977. – 384 с.

328. Петрук В. А. Теоретико-методичні засади формування професійної компетентності майбутніх фахівців технічних спеціальностей у процесі вивчення фундаментальних дисциплін : монографія / В. А. Петрук. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006. – 292 с.

329. Петрушин В. А. Экспертно-обучающие системы / В. А. Петрушин. – К. : Наук. думка, 1992. – 194 с.

330. Пєхота О. М. Особистісно орієнтоване навчання : підготовка вчителя : монографія. 2-е вид. доп. та перероб. / О. М. Пєхота, А. М. Старєва. – Миколаїв : Вид-во “Іліон”, 2006. – 272 с.

331. Пєчкурова О. М. Про один підхід використання навчальної предметної моделі в електронному підручнику / О. М. Пєчкурова // Наукові записки. – Том 19-20. – К. : НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2002. – С. 37-40.

332. Підкасистий П. І. Технологія гри в навчанні і розвитку / П. І. Підкасистий, Ж. С. Хайдаров. – М. : Росс. пед. агентство, 1996. – 269 с.

333. Пиаже Ж. Избранные психологические труды / Ж. Пиаже; Пер. с фр. – М. : Педагогика, 1969. – 487 с.

334. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисление для ВТУЗов. В 2 т. / Н. С. Пискунов. – М. : Наука, 1964. – Т. 1. – 544 с.

335. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисление для ВТУЗов. В 2 т. / Н. С. Пискунов. – М. : Наука, 1964. – Т. 2. – 312 с.

336. Плотникова С. В. Профессиональная направленность обучения математическим дисциплинам студентов технических вузов : автореф. дисс. ... канд. пед. наук : Моск. пед. гос. университет : 13.00.02 / С. В. Плотникова. – М., 2000. – 16 с.

337. Подольский А. И. Психологическая система П. Я. Гальперина / А. И. Подольский // Вопросы психологии. – 2002. – № 5. – С. 70-82.

338. Подласый И. П. Педагогика: новый курс. Учеб. для студ. высш. учеб. Заведений / И. П. Подласый. – М. : Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2003. – 576 с.

339. Пойа Д. Математическое открытие. Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание / Д. Пойа . – М. : Наука, 1970. – 452 с.

340. Положення про організацію навчального процесу у вищих навчальних закладах : затверджено наказом Міністерства освіти України від 2 червня 1993 р. N 161. – К. : МОУ, 1993.

341. Пометун О. І. Інтерактивні технології навчання: теорія, практика, досвід / О. І. Пометун, Л. В. Пироженко. – К. : АПН, 2002. – 192 с.

342. Пономарев Я. А. Психология творческого мышления / Я. А. Пономарев. – М. : Изд-во АПН РСФСР, 1960. – 352 с.

343. Поспелов Г. С. Искусственный интеллект основа новой информационной технологи / Г. С. Поспелов. – М. : Наука, 1988. – 326 с.

344. Построение экспертных систем: Пер. с англ. / Под ред. Ф. Хейеса-Рота, Д. Уотермана, Д. Лената. – М. : Мир, 1987. – 441 с.

345. Працьовитий М. В. Методика вивчення векторного добутку векторів майбутніми вчителями математики / М. В.Працьовитий, Л. Л. Креш // Науковий часопис НПУ ім. М.П.Драгоманова : збірник наукових праць. – К. : НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2010. – № 6. – С. 6-17.

346. Представление знаний в человеко-машинных и робототехнических системах. Том А: Фундаментальные исследования в области представления знаний / Под ред. Д. А. Поспелова. – М. : ВИНИТИ, 1984. – 261 с.

347. Представление и использование знаний: Пер. с япон. / Под ред. Х. Уэно, М. Исидзука. – М. : Мир, 1989. – 220 с.

348. Приобретение знаний: Пер. с япон. / Под ред. С. Осуги, Ю. Саэки. – М. : Мир, 1990. – 304 с.

349. Приходько М. А. Учебная мотивация как средство управления личностно-ориентированным обучением математике студентов аграрного университета : автореф. дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / М. А. Приходько. – Омск, 2008. – 22 с.

350. Проблемы мышления в современной науке / Под ред. П. В. Копнина, М. Б. Вильницкого. – М.: Мысль, 1964. – 470 с.

351. Прокопенко Н. А. Семантичний конспект з векторної алгебри / Н. А. Прокопенко // Збірник наукових праць Бердянського державного педагогічного університету (Педагогічні науки). – №1. – Бердянськ : Вид-во БДПУ, 2010. – С. 80-88.

352. Раков С. А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ : монографія / С. А. Раков.– Харків: "Факт", 2005.– 360 с.

353. Раков С. А. Компьютерные эксперименты в геометрии / С. А. Раков, В. П. Горох.– Харьков: "РЦНИТ", 1996. – 176 с.

354. Рамський Ю. С. Про роль математики і деякі тенденції розвитку математичної освіти в інформаційному суспільстві / Ю. С. Рамський // Математика в школі. – 2007. – №7. – С. 36-40.

355. Растригин Л.А. Обучение как управление знаниями ученика / Л.А.Растригин // Конференция “Восток-Запад” по новым информационным технологиям в образовании: тез. докл. – М., 1992. – С. 58.

356. Растригин Л.А. Адаптивное обучение с моделью обучаемого / Л. А. Растригин, М. Х . Эренштейн . – Рига : Зинатне, 1986. – 160 с.

357. Реутова І. М. Наступність у навчанні геометрії в системі неперервної освіти “технічний ліцей – вищий технічний навчальний заклад” : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / І. М. Реутова. – Черкаси, 2010. – 22 с.

358. Решетова З. А. Организация ориентировки на системном построении изучаемого предмета и ее значение для решения практических задач / З. А. Решетова // Материалы IV Всесоюзного съезда общества психологов. – Тбилиси, 1971. – С. 541-542.

359. Решетова З. А. Процесс усвоения как деятельность / З. А. Решетова // Современные проблемы дидактики высшей школы: Сб. избр. трудов Междунар. конф. – Донецк: Изд-во ДонГУ, 1997. – С. 3-12.

360. Решетова З. А. Типы ориентировки в задании и типы производственного обучения / З. А. Решетова // Доклады АПН РСФСР. – 1959. – № 5. – С. 11-14.

361. Решетова З. А. Психологические особенности формирования скоростных производственных двигательных навыков / З. А. Решетова , В. И. Черненилов // Психологопедагогические проблемы профессионального обучения. – М., 1979. – С. 143-183.

362. Рибалко М. П. Теоретичні основи електротехніки: лінійні електричні кола: Підручник / М. П. Рибалко, В. О. Есауленко, В. І. Костенко. – Донецьк: Новий світ, 2003. – 513с.

363. Родионов М. А. Деятельностно-процессуальный подход к обучению школьников поиску пути решения задач (методологические предпосылки и примеры реализации) : Учебно-методическое пособие для студентов и учителей / М. А. Родионов. – Пенза : ПГПУ, 2007. – 32 с.

364. Розанова С. А. Математическая культура студентов технических университетов / С. А. Розанова. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 176 с.

365. Розпорядження Кабінету Міністрів України від 12.06.06 р.N 396-р “Про схвалення Концепції Державної програми розвитку освіти на 2006-2010 роки” // Збірник нормативно-правових документів з вищої освіти. – Київ, 2007. – 87 с.

366. Романов П. Ю. Теория и практика формирования исследовательских умений в процессе математической подготовки студентов / П. Ю. Романов. – Магнитогорск : МаГУ, 2002. – 86 с.

367. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии / С. Л. Рубинштейн. – СПб. : Питер Ком, 2002. – 510 с.

368. Салимова А. Ф. Профессионально направленное обучение высшей математике при подготовке инженеров в военных технических вузах : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / А. Ф. Салимова. – Ярославль, 2007. – 21 с.

369. Салмина Н. Г. Знак и символ в обучении / Н. Г. Салмина. – М. : МГУ, 1988. – 287 с.

370. Самарук Н. М. Педагогічні умови забезпечення професійної спрямованості викладання математичних дисциплін / Н. М. Самарук // Нові технології навчання. – К. : Інститут інноваційних технологій і змісту освіти, 2007. – Вип. 46. – С. 22–26.

371. Саранцев Г. И. Методология методики обучения математике / Г. И. Саранцев. – Саранск : Типография „Красный Октябрь", 2001. – 140 с.

372. Селезнев Б. И. Модель организации подготовки специалистов в области высоких технологий / Б. И. Селезнев, И. С. Телина // Университетское управление, 2003. – № 5-6 (28). – С. 89-94.

373. Семенець С. П. Методика навчання математики (підготовлено на основі концепції розвивальної освіти) : навчальний посібник / С. П. Семенець. – Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2009. – 536 с.

374. Семенець С. П. Наукові засади розвивального навчання в системі методичної підготовки майбутніх учителів математики : монографія / С. П. Семенець. – Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2010. – 500 с.

375. Семеняченко Ю. А. Математические задачи как средство развития качеств продуктивного мышления студентов (на примере обучения дисциплине "Математический анализ") : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Ю. А. Семеняченко. – Москва, 2006. – 23 с.

376. Семеріков С. О. Мобільні математичні середовища: сучасний стан та перспективи розвитку / К. І. Словак, С. О. Семеріков, Ю. В. Триус // Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наукових праць / Редрада. – К. : НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2012. – №12 (19). – С. 102–109.

377. Семеріков С. О. Ряди Фур'є в задачах відновлення залежностей у курсі вищої математики в технічному ВНЗ / С. О. Семеріков, І. О. Теплицький, О. П. Поліщук // Комп'ютерне моделювання в освіті : матеріали V Всеукраїнського науково-методичного семінару (Кривий Ріг, 6 квітня 2012 р.). – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2011. – С. 34–35.

378. Семеріков С. О. Фундаменталізація навчання інформатичних дисциплін у вищій школі : монографія / С. О. Семеріков; наук. ред. М. І. Жалдак. – Кривий Ріг ; К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2009. – 340 с.

379. Сергеев В. М. Когнитивные модели в исследовании мышления: структура и онтология знания / В. М. Сергеев // Интеллектуальные процессы и их моделирование. – М. : Наука, 1987. – С. 179-195.

380. Скатецкий В. Г. Научные основы профессиональной направленности преподавания математики студентам нематематических специальностей (на базе химического факультета университета) : автореф. дис. на

соискание степени докт. пед. наук : 13.00.02 / В. Г. Скатецкий. – Минск : Белорусский госуд. пед. ун-т, 1995. – 35 с.

381. Скаткин М. Н. О методах обучения / М. Н. Скаткин, И. Я. Лернер // Советская педагогика. – 1965. – №3. – С. 21-26.

382. Скафа О. І. Засоби формування методичної компетентності майбутнього вчителя математики / О. І. Скафа // Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики: Матеріали Міжнародної наук-методичної конф. (Вінниця, ВДПУ, квітень 2012р.). – Вінниця : Планер, 2012. – С. 52-54.

383. Скафа О. І. Комп'ютерно орієнтовані уроки в системі евристичного навчання математики / О. І. Скафа, О. В. Тутова. – Донецьк : Вид-во „Ноулідж" (донецьке відділення), 2009. – 320 с.

384. Скафа О. І. Методичні основи автоматизації рецензування рішення задач. Дидактика математики: проблеми та дослідження / О. І. Скафа // Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип.16. – Донецьк : ТЕАН, 2001. – С. 149-158.

385. Скафа О. І. Практичні заняття з вищої математики: сучасні технології навчання : навч.-метод. посібник / О. І. Скафа, Т. С. Максимова. – Донецьк : Норма-ПРЕСС, 2005. – 116 с.

386. Скафа О. І. Теоретико-методологічний аспект адаптації студентів до навчання за кредитно-модульною системою / О. І. Скафа // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наук. робіт. – Вип.28. – Донецьк : ДонНУ, 2007. – С. 21-24.

387. Скафа Е. И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология : монография / Е. И. Скафа. – Донецк : Изд-во ДонНУ, 2004. – 439 с.

388. Скафа Е. И. Автоматизированное рецензирование решения математических задач: алгебра 7-11 : учебное пособие / Е. И. Скафа, Е. В. Власенко , Л. Я. Федченко – Донецк : Фирма ТЕАН, 2004. – 72 с.

389. Скафа О. І. Наукові засади методичного забезпечення кредитно-модульної системи навчання у вищій школі : монографія / О. І. Скафа, Н. М. Лосєва, О. В. Мазнєв. – Донецьк : Вид-во ДонНУ, 2009. – 379 с.

390. Скворцова С. О. Контекстне навчання як технологія формування професійної компетентності вчителя математики / С.О. Скворцова // Вісник Черкаського університету. – Черкаси : ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2010. – Вип. 191. – Ч.1. – С. 127–131.

391. Скоробогатова Н. В. Наглядное моделирование профессионально ориентированных задач в обучении математике студентов инженерных спрямований технических вузов : автореф. дисс. … канд.. пед. наук : 13. 00. 02 / Н. В. Скоробогатова. – Ярославль, 2006. – 23 с.

392. Сластёнин В. А. Педагогика : учебное пособие / В. А. Сластёнин, И. Ф. Исаев, Е. Н. Шиянов. – М. : Академия, 2002. – 576 с.

393. Слєпкань З. І. Методика навчання математики : підручник для студентів математичних спеціальностей педагогічних навчальних закладів / З. І. Слєпкань. – К. : Зодіак-Еко, 2000. – 512 с.

394. Слєпкань З. І. Наукові засади організації педагогічного процесу у вищій школі / З. І. Слєпкань. – К. : Вища школа, 2005. – 239 с.

395. Смирнова Е. В. Адаптивная система обучения высшей математике студентов первого курса технического вуза : автореф. дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Е. В. Смирнова. – Новосибирск, 2004. – 19 с.

396. Смыковская Т. К. Теоретико-методические основы проектирования методической системы учителя математики и информатики : автореф. дисс. … доктора пед. наук : 13.00.02 / Т. К. Смыковская. – М., 2000. – 35 с.

397. Современный словарь по педагогике / Сост. Е. С. Рапацевич. – Минск: Современное слово, 2001. – 928 с.

398. Соловйов В. М. Динамічна мережа математики – новий погляд на проблеми математичного опису складних систем / В.М. Соловйов, В.М. Сапцін, А.М. Чабаненко // Вісник Черкаського університету. – Черкаси : ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2010. – Вип. 191. – Ч.1. – С.121–122.

399. Солсо Р. Л. Когнитивная психология / Р. Л. Солсо ; пер. с англ. – М. : Тривола, 1996. – 600 с.

400. Сохина В. П. Психологические основы формирования начальных математических понятий / В. П. Сохина // Формирование знаний и умений на основе теории поэтапного усвоения умственных действий / Под ред. П. Я. Гальперіна, Н. Ф. Талызиной. – М., 1968. – С. 117-134.

401. Сохор А. М. Логическая структура учебного материала. Вопросы дидактического анализа / А. М. Сохор. – М. : Педагогика, 1974. – 192 с.

402. Співаковський О. В. Теоретико–методичні основи навчання вищої математики майбутніх вчителів математики з використанням інформаційних технологій: автореф. дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 / О. В. Співаковський. – К., 2004. – 42 с.

403. Співаковський О. В. Теорія і практика використання інформаційних технологій у процесі підготовки студентів математичних спеціальностей : монографія / О. В. Співаковський. – Херсон : Айлант, 2003. – 228 с.

404. Средства обучения математике: сб. статей / Сост. А. М. Пышкало. – М. : Просвещение, 1980. – 208 с.

405. Стеблянко П. О. Курс лекцій. Вища математика. Електронний підручник / П. О. Стеблянко, Т. В. Крилова, І. О. Давидов.– Україна, МОН України, Державний департамент інтелектуальної власності, 2005. – 708 с.

406. Стеблянко П. О. Математичне моделювання технологічних процесів (MATLAB) : навчальний посібник для магістрів та студентів інженерно-технічних спеціальностей / П. О. Стеблянко, В. Ф. Мейш, Ю. А. Мейш. – Дніпродзержинськ : ДДТУ, 2009. – 397с.

407. Стеблянко П. О. Шляхи активізації навчання математики у вищій технічній школі / П. О. Стеблянко, Т. В. Крилова, О. Ю. Орлова // Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки. – Вип. 181. – Ч. 1. – Черкаси: Вид. відділ ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2010. – С. 47-53.

408. Стовба Н. И. Семантический конспект по возрастной психологи / Н. И. Стовба. – Донецк : Изд-во ДОУ, 2005. – 43 с.

409. Стовба Н. И. Психологические составляющие проектирования учебной деятельности будущих педагогов : автореф. дисс. ... канд. психол. Наук : 19.00.07 / Н. И. Стовба. – Одесса : Южноукраинский гос. пед. ун-т им. К. Д. Ушинского, 2007. – 24 с.

410. Столяр А. А. Педагогика математики / А. А.Столяр. – Мн.: Вышэйш. шк., 1986. – 414 с.

411. Суворова Г. А. Методика психологической классификации учебных задач в целях консультирования по проблемам обучения / Г. А. Сурова // Психологическая наука и образование. – 2003. – №2. – С. 11-16.

412. Табишев Т. А. Методическая система мониторинга математической подготовки студентов вуза : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Т. А. Табишев. – Нальчик, 2010. – 22 с.

413. Талызина Н. Ф. Педагогическая психология / Н. Ф. Талызина. – М. : Академия, 2006. – 288 с.

414. Талызина Н. Ф. Управление процессом усвоения знаний : психологические основы / Н. Ф. Талызина. – М. : Изд-во МГУ, 1984. – 344 с.

415. Талызина Н. Ф. Формирование познавательной деятельности младших школьников / Н. Ф. Талызина. – М. : Просвещение, 1988. – 175 с.

416. Талызина Н. Ф. Теоретические проблемы программированного обучения / Н. Ф. Талызина. – М. : Наука, 1969. – 133 с.

417. Талызина Н. Ф. Особенности формирования начальных шахматных умений при разных типах ориентировочной деятельности / Н. Ф. Талызина, Ю. В. Яковлев // Зависимость обучения от типа ориентировочной деятельности / Под ред. П. Я. Гальперина, Н. Ф. Талызиной. – М. : МГУ, 1968. – С. 81-123.

418. Тарасенкова Н. А. Використання знаково-символьних засобів у навчанні математики : монографія / Н. А. Тарасенкова. – Черкаси : Відлуння-Плюс, 2002. – 400 с.

419. Тарасенкова Н.А. Конфлікти між логічним і візуальним у навчанні математики / Н.А.Тарасенкова // Дидактика математики: проблеми і дослідження : міжнар. зб. наук. робіт. – Донецьк, 2006. – Вип. 25. – С. 25-30.

420. Тестов В. А. Стратегия обучения математике / В. А. Тестов. – М. : ТШБ, 1999. – 313 с.

421. Тимчасове положення про організацію навчального процесу в кредитно-модульній системі підготовки фахівців // Освіта. 2004. – №8. – 11-18 лютого. – С. 4-5.

422. Ткач Ю. М. Професійна спрямованість навчання вищої математики у системі економічної освіти / Ю. М. Ткач // Дидактика математики: проблеми і дослідження : Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 35. – Донецьк : Вид-во ДонНУ, 2011. – С. 93-97.

423. Торндайк Э. Бихевиоризм / Э. Торндайк, Дж. Б. Уотсон. – М. : АСТ, 1998. – 704 с.

424. Триус Ю. В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математичних дисциплін у вищих навчальних закладах : автореф. дис. … докт. пед. наук : 13.00.02. – К. : НПУ ім. М.П. Драгоманова / Ю. В. Триус. – К., 2005. – 48 с.

425. Трушников Д. Ю. Педагогические технологии в профессиональном учебном заведении: Учебник / В. Е. Гусева, О. Б. Епишева, В. М. Монахов, Д. Ю. Трушников; под общ. ред. д-ра пед. наук, профессора О. Б. Епишевой. – Тюмень : Изд-во ТюмГНГУ, 2009. – 260 с.

426. Туркина В. М. Установление преемственных связей в преподавании математики в условиях развивающего обучения : автореф. дисс. … докт. пед. наук : 13.00.02 / В. М. Туркина. – СПб., 2003. – 34 с.

427. Улякина Н. А. Преемственность учебно-познавательной деятельности студентов экономических специальностей вузов в процессе профессиональной подготовки: автореф. дисс… канд. пед. наук : 13.00.08 / Н. А. Улякина. – Магнитогорск, 2006. – 20 с.

428. Уотермен Д. Руководство по экспертным системам: Пер. с англ. – М. : Мир, 1989. – 388 с.

429. Федорова С. И. Профессионально прикладная направленность обучения математическому анализу студентов технических вузов связи : автореф. дисс… канд. пед. наук : 13.00.02 / С. И. Федорова. – М., 1994. – 17 с.

430. Федорова А. А. Методика проведения элективного курса "Начала математического анализа и их приложения" в профильных классах на основе компетентностного подхода : автореф. дисс… канд. пед. наук : 13.00.02 / А. А. Федорова. – М., 2009. – 22 с.

431. Философский словарь / Под ред. И. Т. Фролова. – М.: Политиздат, 2001. – 719 с.

432. Форкунова Л. В. Методика формирования исследовательской компетентности школьников в области приложений математики при взаимодействии школы и вуза : автореф. дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Л. В. Форкунова. – Архангельск, 2010. – 24 с.

433. Формирование системного мышления в обучении / Под редакцией З. А. Решетовой – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. – 344 с.

434. Фридман Л.М. Проблемная организация учебного процесса: Методическая разработка / Л.М. Фридман, В.И. Маху. – М., 1990. – 48 с.

435. Фридман Л. М. Педагогический опыт глазами психологии / Л. М. Фридман. – М. : Педагогика, 1987. – 224 с.

436. Харламов И. Ф. Педагогика: учебное пособие / И. Ф. Харламов. – М. : Высш. Шк., 1990. – 576 с.

437. Хегенхан Б. Теории научения / Б. Хегенхан , М. Олсон. – 6-е изд. – СПб. : Питер, 2004. – 474 с.

438. Хлопова Т. П. Математические модели дидактического процесса / Т. П. Хлопова // Ученые записки университета имени П. Ф. Лесгафта. –2010. – № 6. – С. 107 – 112.

439. Хохлова М. В. Методика конструирования системы задач и ее применение в обучении математике студентов технических вузов : автореф. дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / М. В. Хохлова. – Киров, 2004. – 19 с.

440. Хуторской А. В. Эвристическое обучение: Теория, методология, практика / А. В. Хуторской. – М. : Международная педагогическая академия, 1998. – 266 с.

441. Чашечникова О.С. Теоретико-методичні основи формування розвитку творчого мислення учнів в умовах диференційованого навчання математики : автореферат дис... докт. пед. наук: 13.00.02 – теорія та методика навчання математики / О.С.Чашечникова. – Черкаси, Черкаський Національний ун-т ім. Б. Хмельницького, 2011. – 40 с.

442. Черемных Е. Л. Формирование комплекса математико-методологических умений при обучении математике будущих бакалавров физико-математического образования в педагогичес-ком вузе : автореф. дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Е. Л. Черемных. – Пермь, 2010. – 24 с.

443. Чернилевский Д. В. Дидактические технологии в высшей школе / Д. В. Чернилевский. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2002. – 437 с.

444. Черняева А. Р. Реализация деятельностного подхода в процессе формирования пространственного мышления учащихся при обучении построению сечений многогранников : автореф. дисс. … канд. пед. наук : 13.00.02 / А. Р. Черняева. – Омск, 2004. – 24 с.

445. Чирков В. И. Мотивация учебной деятельности / В. И. Чирков. – Ярославль: ЯрГУ, 1991. – 52 с.

446. Чошанов М. А. Инженерия обучающих технологий / М. А. Чошанов. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2011. – 240 с.

447. Шабанова М. В. Формирование методологических знаний при изучении математики в системе “школа-ВУЗ” : автореф. дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 / М. В. Шабанова. – М., 2005. – 42 с.

448. Шабунин М. И. Курс математического анализа / А. М. Тер-Крикоров, М. И. Шабунин. – М. : Изд-во Наука – Физматлит, 2003. – 672 с.

449. Шадриков В. Д. Введение в психологию: мотивация поведения / В. Д. Шадриков. – М. : Логос, 2003. – 713 с.

450. Шадриков В. Д. Психология деятельности и способности человека / В. Д. Шадриков. – М. : Логос, 1996. – 320 с.

451. Швець В. О. Вища математика (за фаховим спрямуванням) – що це? / В.О. Швець // Матеріали міжнародної науково-методичної конференції “Проблеми математичної освіти” (ПМО–2010), м. Черкаси. – Черкаси : ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2010. – С.46–48.

452. Швець В. О. Збірник задач з методики навчання математики / А. В. Прус, В. О. Швець. – Житомир : “Рута”, 2011. – 388 с.

453. Шеварев П. А. О роли ассоциаций в процессе мышления / П. А. Шеварев // Исследования мышления в советской психологии. – М. : Наука, 1966. – С. 47-54.

454. Шикарєва Г. О. Використання семантичного конспекту на практичних заняттях з курсу "Українська мова та методика її викладання" / Г. О. Шикарєва // Педагогіка і психологія. – Наук. вісник Чернівецького унів-ту ім. Ю. Федьковича. – Вип. 183. – Чернівці : Вид-во ЧДУ, 2003. – С. 183-192.

455. Шишкіна М. П. Засоби навчання: проблеми термінології / М. П. Шишкіна // Проблеми освіти: Наук.-метод. зб. – К.: ІЗМН, 1998. – Вип.14. – С. 205-208.

456. Экспертные системы. Принципы работы и примеры : Пер. с англ. / А. Брукинг, П. Джонс, Ф. Кокс и др. / Под ред. Р. Форсайта. – М. : Радио и связь, 1987.

457. Эльконин Д. Б. Избранные психологические труды / Д. Б. Эльконин; под ред. В. В. Давыдова, В. П. Зинченко. – М.: Педагогика, 1989. – 560 с.

458. Эрдниев Б. П. Укрупнение дидактических единиц в обучении математики : книга для учителя / П. М. Эрдниев, Б. П. Эрдниев. – М. : Просвещение, 1986. – 225 с.

459. Явич Р. П. Управление математической подготовкой студентов технического вуза на основе телекоммуникационных технологий : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Р. П. Явич. – Екатеринбург, 2008. – 23 с.

460. Якиманская И. С. Развивающее обучение / И. С. Якиманская. – М. : Педагогика, 1979. –144 с.

461. Якиманская И. С. Разработка технологии личностно-ориентированного обучения / И. С. Якиманская // Вопросы психологии.– 1995. – № 2.– С. 31–42.

462. Якобсон П. М. Психологические проблемы мотивации поведения человека: научное издание / П. М. Якобсон ; АН СССР, Ин-т психологии. – М. : Просвещение, 1969. – 317 с.

463. Якунин В. А. Обучение как процесс управления: Психологические процессы / В. А. Якунин. – Л. : Изд-во Ленингр. ун-та, 1988. – 160 с.

464. Atanov, G. A. Modeling an Educational Domain // 8th Joint Conf. on Knowledge-Based Software Engineering. – Brno, Czech Republic. – 2000. – P. 307-310.

465. System of skills in instruction as a part of the learner model / G. A. Atanov, T. I. Efros // Proc. of the Intern. Conf. on Computer Assistant Learning CAL-97. – Exeter, UK. – 1997. – P. 369-372.

466. Atanov, G. A., Martynovitch, N. N., Tokiy, V. V. The Program of the Physics Course as a Student Model // Proc. of the Intern. Conf. on Computer Technologies in Education. – Kiev, Ukraine. – 1993. – P. 138-139.

467. Anderson J. R. The Architecture of Cognition, Cambridge, M. A., Harvard, 1983. – 539 p.

468. Anderson J. R. Cognitive Skills and Their Acquisition / J. R. Anderson. – Hillsdale, N. J., 1981. – 432 p.

469. Brown J. S. Aspects of a Theory for Automated Student Modeling / J. S. Brown, R. R. Burton, C. L. Hausman, I. Goldstein, B. Huggins, M. L. Miller // BBN Report 3549 (ICAI Report 4). – Bolt, Beranek and Newman, Inc., Cambridge, MA, 1977. – P. 548-559.

470. Brown, J. S., Burton, R. R., Miller, M. L., de Kleer, J., Purcell, S., Hausman, C. L., Bobrow, R. Steps toward a Theoretical Foundation for Complex Knowledge-Based CAI // BBN Report 3135 (ICAI Report 2). – Bolt, Beranek and Newman, Inc., Cambridge, MA, 1975. – P. 324-335.

471. Bruner, J. S., Goodnow, J. J., Austin, G. A. A Study of Thinking. – New York: John Wiley and Sons, 1956. – 462 p.

472. Devedzic V., Debenham J., Popovic D. Teaching Formal Languages by an Intelligent Tutoring System // Educational Technology & Society. – 3 (2), 2000. – Pp. 213-216.

473. Dillenbourg, E., Self, J. Framework for Learner Modelling // Interactive Learning Environments. – 1992. – Vol. 2. – Is. 2. – P. 111-137.

474. Henze N., Nejdl W. Student Modeling in an Active Learning Environment using Bayesian Networks, 1999. : Электронный ресурс.: [сайт]. Режим доступа: http://www.kbs.unihannover.de/Arbeiten/Publikationen/1999.

475. Murray T. Authoring Knowledge Based Tutors: Tools for Content, Instructional Strategy, Student Model, and Interface Design. // Journal of the Learning Sciences, Vol. 7, No 1, 1998. – Pp. 5-64.

476. Nykänen O., Design for Hypermedia-Based Learning Environment / O. Nykänen, M. A. Ala-Rantala. : Электронный ресурс.: [сайт]. Режим доступа: http//:butler.cc.tut.fi/~onykane/papers/hciet/hble.html#Heading2,1997.

477. Self, J. A. The use of belief system for student modeling // Proc. of the 1st European Self, J. Congress on Artificial Intelligence and Training. — Lille. – 1988. – Pp. 34-39.

478. Shang Yi. An IntelligentDistributed Environment for Active Learning / Yi Shang, Shi Hongchi, Chen Su-Shing : Электронный ресурс.: [сайт]. Режим доступа: http://www10.org/cdrom/papers/207/node4.html, 2001.

479. Sleeman, D. Assessing aspects of competence in basic algebra // Intelligent Tutoring Systems. — N. Y.: Academic Press, 1982. – Pp. 185-199.

480. Stauffer K, Applications of Student Modeling, 1998. http://ccism.pc.athabascau.ca/html/students/stupage/Project/sm

481. Taxonomy of Educational Objectives / B.S. Bloom (ed.). Handbook 1: Cognitive Domain. – Harlow, 1956. – 422 p.

482. Wenger, E. Artificial intelligence and tutoring systems. Computational approaches to the communication of knowledge. — Los Altos: Morgan Kaufmann, 1987.

483. Tuning Project : Электронный ресурс.: [сайт]. Режим доступа: http://www. let.rug.nl / Tuning Project/index.htm.

Додаток А

МОДУЛЬНА КОНТРОЛЬНА РОБОТА №1
з дисципліни "ВИЩА МАТЕМАТИКА"
для студентів технічних напрямів підготовки

1. Завдання з теми "Лінійна алгебра":

а) обчисліть головний визначник системи лінійних алгебраїчних рівнянь: $\begin{cases} 2x+3y-z=4; \\ 3x-2y+5z=6; \\ -x+5y+2z=6; \end{cases}$ (5 балів)

б) знайдіть розв'язок системи методом Гаусса. (10 балів)

2. Завдання з теми "Векторна алгебра":

а) знайдіть роботу сили $\overline{F}=\overline{i}-2\overline{j}+3\overline{k}$ з переміщення матеріальної точки у просторі з точки $A(3;-1;2)$ у точку $B(2;4;-3)$.

(5 балів)

б) знайдіть модуль вектора $(\overline{a}\cdot\overline{b})\cdot\overline{c}+2(\overline{a}\times\overline{b})\times\overline{c}$, де $\overline{a}=\overline{i}+3\overline{k},\ \overline{b}=(2;-4;3),\quad \overline{c}=\overline{\mathrm{AB}}:\quad \mathrm{A}(2;4;5),\ \ \mathrm{B}(3;2;5)$.

(10 балів)

3. Завдання з теми "Аналітична геометрія у просторі":

а) точки A(3;–2;1), B(2; 3;–4), C(2;1; –1) і D(–2; –5;3) є вершинами трикутної піраміди. Складіть рівняння площини, що проходить через точку C паралельною грані ABD. Знайдіть відстань між цією площиною і гранню ABD.

(10 балів)

б) визначте, чи є прямі $\dfrac{x}{5}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+3}{6}$ та $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z+4}{-3}$ перпендикулярними? (5 балів)

4. Завдання з теми "Аналітична геометрія на площині":

а) приведіть до канонічного виду рівняння кривої другого порядку $8x^2-3y^2=24$. Визначте тип кривої. Укажіть координати вершин і фокусів; (5 балів)

б) складіть рівняння прямої, що проходить через фокус з не додатними координатами й утворює з віссю OX кут $\dfrac{\pi}{3}$. Зробіть креслення.

(10 балів)

5. **Завдання з теорії:**

а) дослідження систем лінійних алгебраїчних рівнянь на сумісність. Теорема Кронеккера Капеллі. **(**20 балів)

б) **тестове завдання з теорії:**

1. Визначте, розкладання за другим рядком визначника $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$,

де – алгебраїчне доповнення елемента a_{ij} *(1 бал)*

А	*Б*	*В*	*Г*
$\Delta = a_{11}A_{11} + $ $+ a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13}$	$\Delta = a_{12}A_{12} + $ $+ a_{22}A_{22} + a_{32}A_{32}$	$\Delta = a_{21}A_{21} + $ $+ a_{22}A_{22} + a_{23}A_{23}$	$\Delta = a_{13}A_{13} + $ $+ a_{23}A_{23} + a_{33}A_{33}$

2. Визначте проекцію вектора $\overline{b}$ *на вісь вектора* $\overline{a}$. *(1 бал)*

А	*Б*	*В*	*Г*
$\lvert\overline{a}\rvert \cdot \lvert\overline{b}\rvert \cdot \cos\varphi$	$\lvert\overline{a}\rvert \cdot \lvert\overline{b}\rvert \cdot \sin\varphi$	$\dfrac{\overline{a} \cdot \overline{b}}{\lvert\overline{b}\rvert}$	$\dfrac{\overline{a} \cdot \overline{b}}{\lvert\overline{a}\rvert}$

3. Визначте умову, при якій є паралельними прямі

$y = k_1 x + b_1,\ \ y = k_2 x + b_2.$ *(1 бал)*

А	*Б*	*В*	*Г*
$k_1 = -k_2$	$k_1 k_2 = -1$	$k_1 = k_2$	$k_1 k_2 = 1$

4. Визначте, чому дорівнює відстань від точки $M_0(x_0, y_0, z_0)$ *до площини* $Ax + By + Cz + D = 0$. *(1 бал)*

А	*Б*	*В*	*Г*
$\left\lvert \dfrac{Ax_0 + By_0 + Cx_0}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}} \right\rvert$	$\left\lvert \dfrac{A\ x_0 + By_0 + Cz_0 + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \right\rvert$	$\left\lvert \dfrac{Ax + By + Cx}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}} \right\rvert$	$\left\lvert \dfrac{Ax + By + Cx}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \right\rvert$

5. Визначте, якого доданка бракує в формулі для обчислення визначника третього порядку

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{21}a_{32}a_{13} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - \ldots$$ *(1 бал)*

А	*Б*	*В*	*Г*
$a_{23}a_{32}a_{13}$	$a_{21}a_{32}a_{13}$	$a_{21}a_{33}a_{12}$	$a_{21}a_{32}a_{23}$

6. Укажіть, чому дорівнює модуль вектора $\overline{a}=(a_x;a_y;a_z)$. *(1 бал)*

А	*Б*	*В*	*Г*
$\sqrt{a_x+a_y+a_z}$	$a_x+a_y+a_z$	$a_x^2+a_y^2+a_z^2$	$\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$

7. Визначте, яка умова виконується для векторів $\overline{a}=(a_x;a_y;a_z)$ *і* $\overline{b}=(b_x;b_y;b_z)$, *якщо вони колінеарні.* *(1 бал)*

А	*Б*	*В*	*Г*
$\lvert\overline{a}\rvert\cdot\lvert\overline{b}\rvert=0$	$\overline{a}+\overline{b}=\overline{0}$	$\overline{a}\cdot\overline{b}=0$	$\frac{a_x}{b_x}=\frac{a_y}{b_y}=\frac{a_z}{b_z}$

8. Визначте, чому дорівнює кутовий коефіцієнт k прямої, яка задана загальним рівнянням на п $Ax+By+C=0$ *(1 бал)*

А	*Б*	*В*	*Г*
$-\frac{A}{B}$	$-\frac{C}{B}$	A	B

9. Визначте, який вигляд мають параметричні рівняння прямої у просторі $\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}=\frac{z-z_0}{p}$. *(1 бал)*

А	*Б*	*В*	*Г*
$\begin{cases}x=mt;\\y=nt;\\z=pt,\\t\in R\end{cases}$	$\begin{cases}x=mt+x_0;\\y=nt+y_0;\\z=pt+z_0;\\t\in R\end{cases}$	$\begin{cases}x=mt-x_0;\\y=nt-y_0;\\z=pt-z_0,\\t\in R\end{cases}$	$\begin{cases}x=x_0t+m;\\y=y_0t+n;\\z=z_0t+p,\\t\in R\end{cases}$

10. Визначте, чому дорівнює вектор $\overline{c}$, *якщо вектори* $\overline{a}$ *і* $\overline{b}$ *виходять з однієї точки, а вектор* $\overline{c}$ *прямує з кінця вектора* $\overline{b}$ *в кінець вектора* $\overline{a}$. *(1 бал)*

А	*Б*	*В*	*Г*
$\overline{c}=\overline{a}+\overline{b}$	$\overline{c}=\overline{a}-\overline{b}$	$\overline{c}=\overline{a}\times\overline{b}$	$\overline{c}=\overline{b}-\overline{a}$

11. Визначте, яка умова виконується для векторів $\overline{a}=(a_x;a_y;a_z)$, $\overline{b}=(b_x;b_y;b_z)$ *і* $\overline{c}=(c_x;c_y;c_z)$, *якщо визначник, що складено з координат цих векторів, не дорівнює нулю.* *(1 бал)*

А	*Б*	*В*	*Г*
попарно колінеарні	*не компланарні*	*компланарні*	*попарно перпендикулярні*

12. Визначте, яке з наведених рівнянь є рівнянням гіперболи, симетричної відносно початку координат, дійсні вершини якої належать вісі ОХ. (1 бал)

А	*Б*	*В*	*Г*
$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1$	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=-1$

13. Визначте, яка умова виконується для площини Q*, якщо вона задається рівнянням* $By+Cz+D=0$. *(1 бал)*

А	*Б*	*В*	*Г*
Q паралельна вісі ОХ	*Q паралельна вісі OY*	*Q паралельна вісі OZ*	*Q паралельна площині XOY*

13. Визначте, який з наданих визначників в 5 разів більший за визначник

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ -3 & 5 & 1 \end{vmatrix}.$$ *(1 бал)*

А	*Б*	*В*	*Г*
$\begin{vmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & 2 \\ -3 & 5 & 5 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 5 & -5 & 15 \\ 10 & 5 & 10 \\ -15 & 25 & 5 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 10 & 1 & 2 \\ -15 & 5 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ -3 & 5 & 1 \end{vmatrix}$

15. Визначте, яке рівняння має пряма на площині, що проходить через дві точки з координатами $M_1(x_1;y_1)$, $M_2(x_2;y_2)$. *(1 бал)*

А	*Б*	*В*	*Г*
$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$	$\frac{x-x_1}{x_2-x}=\frac{y-y_1}{y_2-y}$	$\frac{x-x_1}{x-x_2}=\frac{y-y_1}{y-y_2}$	$\frac{x}{x_2-x_1}=\frac{y}{y_2-y_1}$

16. Визначте, при виконанні якої умови площини $A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ *та* $A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$ *є паралельними. (1 бал)*

А	*Б*	*В*	*Г*
$A_1A_2+B_1B_2+$ $+C_1C_2=0$	$\begin{vmatrix} x & y & z \\ A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \end{vmatrix}=0$	$\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}$	$\begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \end{vmatrix}\neq 0$

17. Визначте, за якої умови квадратна матриця A має обернену матрицю A^{-1}. *(1 бал)*

А	Б	В	Г
$\lvert A\rvert \neq 0$	$\lvert A\rvert = 0$	$A^{-1} = \dfrac{1}{\lvert A\rvert} \cdot \widetilde{A}$	$A \cdot A^{-1} = E$, *де* E *– одинична матриця.*

18. Укажіть, чому дорівнює допоміжний визначник Δ_1 для обчислення змінної x_1 за формулами Крамера з системи лінійних алгебраїчних рівнянь $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 0; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = 0; \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = 0; \end{cases}$, *якщо* a_{ij}, b_i *– числові коефіцієнти,* x_j *– невідомі змінні,* $i = 1,2,3;\ \ j = 1,2,3$. *(1 бал)*

А	Б	В	Г
$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} \\ a_{21} & 0 & a_{23} \\ a_{31} & 0 & a_{33} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

19. Укажіть, при виконанні якої умови площина $Ax + By + Cz + D = 0$ і пряма у просторі $\dfrac{x - x_0}{m} = \dfrac{y - y_0}{n} = \dfrac{z - z_0}{p}$ є перпендикулярними. *(1 бал)*

А	Б	В	Г
$Am + Bn + Cp = 0$	$Ax_0 + By_0 + Cz_0 = 0$	$\dfrac{A}{m} = \dfrac{B}{n} = \dfrac{C}{p}$	$\dfrac{A}{x_0} = \dfrac{B}{y_0} = \dfrac{C}{z_0}$

20. Визначте, які координати має точка на площині, що розділяє навпіл відрізок M_1M_2, якщо $M_1(x_1;y_1)$, $M_2(x_2;y_2)$. *(1 бал)*

А	Б	В	Г
$x = \dfrac{x - x_1}{x - x_2}$; $y = \dfrac{y - y_1}{y - y_2}$	$x = \dfrac{x - x_1}{2}$; $y = \dfrac{y - y_1}{2}$	$x = \dfrac{x_2 - x_1}{2}$; $y = \dfrac{y_2 - y_1}{2}$	$x = \dfrac{x_2 + x_1}{2}$; $y = \dfrac{y_2 + y_1}{2}$

Додаток Б
Таблиця відповідності елементів тематичного компонента предметної моделі студента з розділу “Лінійна алгебра”

Шифр елемен-та	Назва елемента	Шифр галузі знань																
		0305	0306	0401	0403	0501	0502	0503	0504	0505	0506	0507	0508	0509	0510	0513	0801	1701
ТК.2.	Лінійна алгебра.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ТК.2.1.	Алгебра матриць.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ТК.2.1.1.	Види матриць.	+	+		+	+	+		+	+	+	+	+	+	+		+	+
ТК.2.1.2.	Операції з матриця-ми.	+	+		+	+	+		+	+	+	+	+	+	+		+	+
ТК.2.1.3.	Властивості опера-цій з матрицями.	+	+		+	+	+		+	+	+	+	+	+	+		+	+
ТК.2.1.4.	Визначники.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ТК.2.1.5.	Властивості визнач-ників.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ТК.2.1.6.	Ранг матриці.	+	+		+	+	+		+		+	+	+	+	+		+	+
ТК.2.1.7.	Обернена матриця.	+	+		+	+	+		+	+	+	+	+	+	+		+	+
ТК.2.2.	Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР).	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ТК.2.2.1.	Основні визначення.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ТК.2.2.2.	Матричний метод розв’язання СЛАР.	+	+		+	+	+		+	+	+	+	+	+	+		+	+
ТК.2.2.3.	Розв’язання СЛАР методом Крамера.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ТК.2.2.4.	Метод Гауса роз-в’язання СЛАР.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ТК.2.2.5.	Метод Жордана-Гауса розв’язання СЛАР.	+	+		+	+	+		+	+	+	+	+	+	+		+	+
ТК.2.2.6.	Дослідження СЛАР на сумісність.	+	+		+	+	+		+		+	+	+	+	+		+	+
ТК.2.2.7.	Однорідні СЛАР.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

Додаток В

Приклад доповіді на студентській науково-технічній конференції

Солодовнікова Володимира,студента групи ЕлТТ-09(в)
електротехнічного факультету ДонНТУ, підготовленого під керівництвом
О. Г. Євсеєвої, кандидата фізико-математичних наук,
доцента кафедри вищої математики ім. В. В. Пака,
Донецкого національного технічного университету

ОДИН ПРИКЛАД ЗАСТОСУВАННЯ ПОХІДНОЇ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ІНЖЕНЕРНИХ ЗАВДАНЬ

У наш час, у зв'язку з науково-технічним прогресом, диференціальне числення ставати усе більш актуальними в рішенні як простих, так і надскладних інженерних завдань.

Наведемо приклад завдання, в якому поняття похідної використовується для дослідження функції [1]:

<u>Задача.</u> У спеціальній літературі для визначення кута β повороту шпинделя фрезерувального верстата при фрезеруванні муфт с x зуб'ями виводиться формула $\cos\beta = \dfrac{\sin\alpha}{1-\sin\alpha\ tg\dfrac{\alpha}{2}}$, де $\alpha = \dfrac{\pi}{x}$. Оскільки ця формула складна, то пропонується відкинути знаменник дрібу у правій її частині та користуватися спрощеною формулой $\cos\beta = \sin\dfrac{\pi}{x}$. При яких x (x – ціле число, $8 \le x \le 50$) можна користуватися цією формулой, якщо при визначенні кута β допускається похибка в $30'$?

<u>Решение.</u> Точну формулу за допомогою певних тотожних перетворень можна привести к вигляду $\cos\beta = tg\dfrac{\pi}{x}$:

$$\cos\beta = \frac{\sin\alpha}{1-\sin\alpha\ tg\dfrac{\alpha}{2}} = \frac{\sin\alpha}{1-2\sin\dfrac{\alpha}{2}\cos\dfrac{\alpha}{2}\cdot\dfrac{\sin\dfrac{\alpha}{2}}{\cos\dfrac{\alpha}{2}}} = \frac{\sin\alpha}{1-2\sin^2\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = tg\alpha = tg\frac{\pi}{x}.$$

Тому при вікористанні наближеної формули допускається абсолютна погрішність

$$\delta(x) = |y(x)|,$$

де $y(x) = \arccos\left(\sin\dfrac{\pi}{x}\right) - \arccos\left(tg\dfrac{\pi}{x}\right)$.

Дослідим функцию $y(x)$ на відрізку [8; 50]. При цьому кут $\frac{\pi}{x}$ належить першій чверті. Найдемо похідну функції $y(x)$. Маємо:

$$y'(x) = \left(\arccos\left(\sin\frac{\pi}{x} \right) - \arccos\left(tg\frac{\pi}{x} \right) \right)' =$$

$$= \frac{-1}{\sqrt{1-\sin^2\frac{\pi}{x}}} \cdot \cos\frac{\pi}{x}\left(-\frac{\pi}{x^2} \right) - \frac{-1}{\sqrt{1-tg^2\frac{\pi}{x}}} \cdot \frac{1}{\cos^2\frac{\pi}{x}}\left(-\frac{\pi}{x^2} \right) =$$

$$= \frac{\pi}{x^2}\frac{1}{\sqrt{\cos^2\frac{\pi}{x}}} \cdot \cos\frac{\pi}{x} - \frac{\pi}{x^2}\frac{1}{\sqrt{\frac{\cos^2\frac{\pi}{x} - \sin^2\frac{\pi}{x}}{\cos^2\frac{\pi}{x}}}} \cdot \frac{1}{\cos^2\frac{\pi}{x}} =$$

$$= \frac{\pi}{x^2}\left(\frac{1}{\cos\frac{\pi}{x}} \cdot \cos\frac{\pi}{x} - \frac{\cos\frac{\pi}{x}}{\sqrt{\cos\frac{2\pi}{x}}} \cdot \frac{1}{\cos^2\frac{\pi}{x}} \right).$$

Після перетворень отримаємо:

$$y'(x) == \frac{\pi}{x^2} \cdot \left(1 - \frac{1}{\cos\frac{\pi}{x} \cdot \sqrt{\cos\frac{2\pi}{x}}} \right).$$

Помітимо, що $y'(x) < 0$ на відрізку, що розглядається, а значить, функция $y(x)$ на цьому відрізку спадає. Оскільки

$$y(50) > 1{,}5080 - 1{,}5078 > 0\,,$$

то $y(x) > 0$ при всіх значеннях x. Значить, $\delta(x) = |y(x)| = y(x)$. Враховуючи, що $30' \approx 0{,}0087 \approx 0{,}009$ радіан, то достатньо розв'язати нерівність $y(x) < 0{,}009$. Розв'язуючи цю нерівність підбором, знаходимо, що $y(12) \approx 0{,}0095$, $y(13) \approx 0{,}0073$. Оскільки функція $y(x)$ спадає, робимо висновок, що $x \geq 13$.

Список использованной литературы:

1. Далингер В. А. Профессионально ориентированные задачи по математике для студентов инженерных специальностей: учеб. пособие / В. А. Далингер, Л. В. Васяк. – Омск : ООО Издательско-полиграфический центр "Сфера", 2007. – 60 с.

Додаток Д

Приклади тестових завдань, складених на основі висловлювань семантичного конспекту

1. Тестові завдання відкритого типу

1.1. Сукупність чисел, записаних у вигляді______________, називається **матрицею**.

1.2. Матриці позначаються _________________ буквами.

1.3. Розмір матриці вказується у вигляді добутку кількості _________ на кількість ____________.

2. Тестові завдання закритого типу

2.1. Сукупність чисел, записаних у вигляді прямокутної таблиці називається:

А: таблицею
Б: вектором
В: функцією
Г: матрицею
Д: скаляром

2.2. Матриці позначають:

А: цифрами
Б: грецькими буквами
В: функцією
Г: великими латинськими буквами
Д: маленькими латинськими

3. *Тестові завдання на відповідність.*

3.1. Установіть відповідність між поняттямми (**1-4**) і їх позначеннями (А-Д) при символічному запису матриці:

1. Номер рядка	**А:** m
2. Номер стовпця	**Б:** n
3. Кількість рядків	**В:** a_{ij}
4. Кількість стовпців	**Г:** j
	Д: i

4.*Тестові завдання на встановлення правильної послідовності*

4.1. Розставте в правильному порядку частини висловлювання:

А: дорівнює
Б: помножити
В: кількість рядків
Г: кількість стовпців
Д: розмір матриці

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

(українською мовою)

ЄВСЕЄВА ОЛЕНА ГЕНАДІЇВНА

ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ ДІЯЛЬНІСНОГО ПІДХОДУ ДО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТІВ ВИЩИХ ТЕХНІЧНИХ ЗАКЛАДІВ ОСВІТИ

Монографія

Видавництво «Ноулідж» (донецьке відділення),
83112, Україна, м.Донецьк, вул.Челюскінців, 291а

Підписано до друку 25.03.2012 р. Формат 60х84/16. Папір типографський.
Друк Офсетний. Умовн. друк. арк.   . Тираж 300 прим.

Надруковано в типографії ООО "Цифрова типографія" на цифрових
лазерних видавничих комплексах Rank Xerox DocuTech 135 і DocuColor 2060.
Адреса: Донецьк, вул. Челюскінців, 291а. Тел. (062) 388 07 31