

Н. РОТАНЬОВА, Д. ДЬЯЧЕНКО

МАТЕМАТИКА НА ДОЗВІЛЛІ:

**перші знайомства з
евристиками**



Н. РОТАНЬОВА, Д. ДЬЯЧЕНКО

**МАТЕМАТИКА НА ДОЗВІЛЛІ:
перші знайомства з евристиками**

під загальною редакцією О.І.Скафи

навчальний посібник для учнів 5 – 6 класів

Донецьк
Видавництво «Ноулідж»
Донецьке відділення
2013

УДК 37.091.33:51(075)
ББК В1я721-4
Р79

Рецензенти:

Скворцова С.О., доктор педагогічних наук, професор,
Акуленко І.А., кандидат педагогічних наук, доцент,
Зайцевська Л.П., вчитель математики

Ротаньова Н., Дьяченко Д.

Р79 Математика на дозвіллі: перші знайомства з евристикою : навчальний посібник для учнів 5 – 6 класів / Н. Ротаньова, Д. Дьяченко ; під загальною редакцією проф. О. І. Скафи. – Донецьк : Вид-во «Ноулідж» (донецьке відділення), 2013. – 84 с.

Основна мета даного посібника – надати змогу школяру самостійно познайомитися з деякими евристичними прийомами. Евристики формуються у процесі розв’язання певних математичних задач, а потім їх застосовують у процесі пошуку різноманітних нестандартних завдань, що зустрічаються не лише в математиці.

Робота призначена для учнів 5-6 класів загальноосвітніх шкіл, а також буде корисною вчителям для організації математичного гуртка.

УДК 37.091.33:51(075)
ББК В1я721-4

© Н. Ротаньова, Д. Дьяченко, 2013
© Вид-во «Ноулідж», 2013

З М І С Т

ПЕРЕДМОВА	5
ВИВЧАЄМО ЕВРИСТИЧНІ ПРИЙОМИ	
ПОРІВНЯННЯ	7
АНАЛОГІЯ	14
ПЕРЕБІР ВАРІАНТІВ, ПІДСТАНОВКА, ПІДБІР	19
АНАЛІЗ	26
СИНТЕЗ	33
РОЗБИТТЯ ЦІЛОГО НА ЧАСТИНИ (розбиття на підзадачі, математичне комбінування)	38
РЕКОНСТРУКЦІЯ ЦІЛОГО ПО ЧАСТИНАМ	46
МОДЕЛЮВАННЯ (прийом включення і виключення)	52
КЛАСИФІКАЦІЯ	59
ТВОРЧІ ЗАВДАННЯ	66
ШУКАЄМО ПОТРІБКУ ЕВРИСТИКУ	67
ВІДПОВІДІ, ЕВРИСТИЧНІ ПІДКАЗКИ, СХЕМИ-ОРІЄНТИРИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ	69

УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ



УСНА РОЗУМОВА РОЗМИНКА



ЕВРИСТИЧНА ДОВІДКА



МАТЕМАТИЧНА ДОВІДКА



**ЗРАЗКИ ЗАСТОСУВАННЯ
ЕВРИСТИЧНОГО ПРИЙОМУ**



**ВИКОНАЙ ЗАВДАННЯ, ВИКОРИСТО-
ВУЮЧИ ПРИЙОМ**

(якщо потрібно, звернись до евристичних підказок у розділі ВІДПОВІДІ)



ОБМІРКУЙ НА ДОЗВІЛЛІ

(який евристичний прийом треба застосувати, щоб знайти спосіб розв'язання завдання?)



**МАТЕМАТИЧНІ
РОЗВАГИ
та
СКАРБНИЧКА
МАТЕМАТИЧНИХ
ЦІКАВИНОК**



ПЕРЕДМОВА

ЮНИЙ ДРУЖЕ!

Узявши в руки цю книгу, ти отримувеш можливість познайомитися з деякими особливими прийомами, які називаються евристичними прийомами (чи просто евристиками). Саме евристики формуються у процесі розв'язання певних математичних задач, а потім їх застосовують у процесі пошуку різноманітних нестандартних завдань, що зустрічаються не лише в математиці.

Евристика – це процес пошуку нових ідей, пошуку розв'язання нестандартних математичних завдань, які будуть зустрічатись тобі і в шкільному підручнику на протязі усіх років вивчення математики, і на заняттях математичних гуртків чи факультативів, і в житті, бо стикнувшись з багатьма життєвими проблемами, використовуючи евристичні прийоми, ми знаходимо їх розв'язання.

Тому вивчаючи евристики в математиці, ми формуємо свою життєву евристичну позицію.

Посібник побудовано таким чином, щоб ти мав можливість познайомитися з тими евристиками, які відносяться до прийомів розумової діяльності і їх в першу чергу потрібно формувати в учнів.

У книзі представлені наступні евристичні прийоми:

- порівняння;
- аналогія;
- перебір варіантів, підстановка;
- аналіз;
- синтез;
- розбиття цілого на частини, розбиття на підзадачі, математичне комбінування;
- реконструкція цілого по частинам;
- моделювання, метод включення і виключення;
- класифікація.

Ми пропонуємо тобі акуратно, не поспішаючи, з олівцем чи ручкою та зошитом самостійно попрацювати над цим посібником з метою:

- ✓ знайомства з певною евристикою (розглянувши рубрики „ЕВРИСТИЧНА ДОВІДКА” та „ПРАВИЛО-ОРІЄНТИР ВИКОНАННЯ ПЕВНОГО ПРИЙОМУ”);

✓ ознайомлення зі зразками розв'язання математичних задач на застосування цього прийому (рубрика „ЗРАЗКИ ЗАСТОСУВАННЯ ЕВРИСТИЧНОГО ПРИЙОМУ”);

✓ самостійного виконання завдань на використання прийому в математичних задачах за умови можливості отримання евристичної чи інформаційної підказок (рубрика „ВИКОНАЙ ЗАВДАННЯ, ВИКОРИСТОВУЮЧИ ПРИЙОМ” (якщо потрібно, звернись до евристичних чи інформаційних підказок у розділі ВІДПОВІДІ);

✓ розпізнавання евристичного прийому, що лежить в основі розв'язування завдання, та розв'язання цієї системи задач (рубрика „ОБМІРКУЙ НА ДОЗВІЛЛІ (який евристичний прийом треба застосувати, щоб знайти спосіб розв'язання завдання?”).

Для того, щоб робота з ознайомлення з евристичними прийомами та розв'язання задач не викликала нудьги у тебе, ми пропонуємо рубрики „МАТЕМАТИЧНІ РОЗВАГИ” та „СКАРБНИЧКА МАТЕМАТИЧНИХ ЦІКАВИНОК”, які дозволять узнати деякі математичні фокуси, розгадати ребуси, кросворди, познайомитися з такими матеріалами, які знаходяться „за сторінками підручника з математики”.

**БАЖАЄМО УСПІХІВ ТА НАПОЛЕГЛИВІСТІ У ДОСЯГНЕННІ
НАЙКРАЩИХ РЕЗУЛЬТАТІВ У РОБОТІ З ПОСІБНИКОМ!**

Евристичний прийом: ПОРІВНЯННЯ



УСНА РОЗУМОВА РОЗМИНКА

1. Літак долає відстань від Києва до Одеси за 1 год 10 хв. На зворотний шлях витрачає 70 хв без зміни початкової швидкості. Як це пояснити?



2. У скільки разів половина більша за свою половину?

3. Два лижники вийшли одночасно назустріч один одному.

Перший йшов до зустрічі дві години. Скільки часу йшов другий лижник до зустрічі з першим?



ЕВРИСТИЧНА ДОВІДКА

ПОРІВНЯННЯ – це евристичний прийом, завдяки якому встановлюються риси схожості та відмінності між визначеними предметами і явищами

ПРАВИЛО-ОРІЄНТИР ВИКОНАННЯ ПРИЙОМУ «ПОРІВНЯННЯ»

1. Визначити мету порівняння.
2. Виділити різні властивості об'єктів, які порівнюються.
3. Визначити можливі лінії порівняння у відповідності до мети і визначених властивостей.
4. Встановити спільні властивості.
5. Встановити відмінності.
6. Сформулювати висновок про схожість і відмінність даних об'єктів.

МАТЕМАТИЧНА ДОВІДКА



Система числення, якою ми користуємося, є позиційною системою числення. Це означає, що для запису чисел ми користуємося десятьма цифрами (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), кожна з яких може займати певну позицію у числі. Наприклад, число abc містить a сотень, b десятків, c одиниць, його можна подати у вигляді $100a + 10b + c$. Число $abcd$ подається у вигляді $1000a + 100b + 10c + d$.



ЗРАЗКИ ЗАСТОСУВАННЯ ЕВРИСТИЧНОГО ПРИЙОМУ «ПОРІВНЯННЯ»

Приклад 1. Запиши найменше і найбільше чотирицифрові числа, в яких усі цифри різні.

<i>Опис кроків міркувань, дій</i>	<i>Зразок можливих дій</i>
Визначимо спільне:	Чотирицифрові числа, мають вигляд \overline{abcd} , цифри різні
Визначимо відмінне, порівнюючи порозрядно:	У найменшому числі всі розрядні цифри менше розрядних цифр у найбільшому. У найбільшому числі цифри мають бути якнайбільші за розрядом, починаючи з одиниць тисяч, а у найменшому числі - якнайменші (але пам'ятай, число не може починатися з 0)
Шукані числа:	Найменше: 1023, найбільше: 9876

Приклад 2. Продовж наступний ряд:



<i>Опис кроків міркувань, дій</i>	<i>Зразок можливих дій</i>
Визначимо спільне:	Всі об'єкти у формі стрілки, на кінці – рисочки
Визначимо відмінне:	Кожна стрілка розташована з поворотом, кількість рисок на кінці – різна
Знайдемо зв'язок між двома сусідніми об'єктами:	Поворот стрілки – вправо на 45° , кількість рисок збільшується на 1
Наступна фігура:	



**ВИКОНАЙ ЗАВДАННЯ,
ВИКОРИСТОВУЮЧИ
ПОРІВНЯННЯ**
(якщо потрібно, звернись до
евристичних підказок у розділі
ВІДПОВІДІ)


1. Запиши найбільше та найменше чотирицифрові числа за допомогою цифр 0, 1, 2, 5.



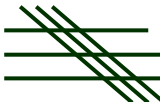
2. Запиши найбільше та найменше чотирицифрові числа за допомогою цифр 0, 1, 9, використовуючи кожна цифру хоча б один раз.

3. У числі 48 352 117 закресли такі три цифри, щоб утворилось:
а) найбільше число; б) найменше число.

4. У поданих нижче завданнях знайди закономірність і продовж ряд:

а) ○○○○○○ ●○○○○○ ●●○○○○ ?

б)     ?

в)    ?

г)      ?

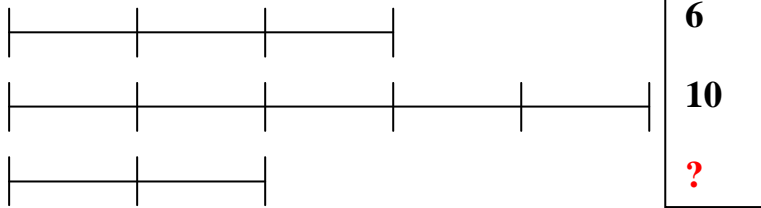
5. Продовж числовий ряд:

а) 2, 3, 5, 8, ... б) 1, 3, 7, 15, ...

6. У числах деякі цифри замінили знаком «*». Порівняй ці числа:

а) 43^{***} і 48^{***} ; б) 9^*4 і $9^{**}3$; в) 6^*9 і 96^* .

7. Знайди невідоме число:



ОБМІРКУЙ НА ДОЗВІЛЛІ
(який евристичний прийом треба застосувати, щоб знайти спосіб розв'язання завдання?)

1. Між деякими цифрами 1 2 3 4 5 постав знаки дій і дужки так, щоб у результаті виконання дій отримати число 40.

2. З поданого прикладу на додавання закресли 5 із 12 цифр так, щоб цифри, які залишаться, давали б у сумі 1111.

$$\begin{array}{r} 111 \\ + 333 \\ 777 \\ \hline 999 \end{array}$$

3. Визнач дати життя людини, якщо відомо:

а) цифри року народження й року смерті однакові;

б) сума цифр року народження дорівнює 14;

в) цифра одиниць року народження в 4 рази більше цифри одиниць року смерті.

4. Книга з обкладинкою коштує 2 гривні 50 копійок. Книга на 2 гривні дорожча за обкладинку. Скільки коштує обкладинка?

5. Серед слів АРФА, БАНТ, ВОЛКОДАВ, ГГГГ, СОУС знайдіть зайве.

6. Петро вищий за Олену, Олена вища за Олю. Хто вищий за усіх?



МАТЕМАТИЧНІ РОЗВАГИ

Математичні фокуси - це експерименти, що засновані на властивостях чисел і дій, математичних законах. Зрозуміти суть того або іншого фокусу - це означає зрозуміти нехай невелику, але математичну закономірність.

Математичних фокусів дуже багато, вони з'явилися разом з виникненням математики, як науки. Їх можна знайти в різній літературі, а можна придумати і самим.

Ми пропонуємо познайомитися з деякими математичними фокусами, але і радимо спробувати розгадати їх секрети.

«Математичний екстрасенс»

Спершу скажи своєму другу, щоб він задумав число від 1-го до 10-ти. Потім, скажи, що силою думки зможеш відгадати, що в нього в голові.

- Для початку, нехай твій друг додасть до заданого числа 6.

- Від результату нехай відніме 2.

- Потім, нехай твій друг відніме від нового результату першочергове задумане число.

- І, нарешті, нехай додасть до нього 1.

Відповідь буде 5, яку б цифру не задумав твій друг. Ось такий математичний фокус.

Спробуй сам, а потім продемонструй його батькам.



«Знову і знову П'ЯТЬ»

Простенький і коротенький фокус, де фокуснику навіть не треба нічого рахувати і думати.

Запропонуй другу задумати будь-яке число (хоч 50-ти значне) та зацікав його тим, що відгадаєш це число, якщо він зробить декілька дій з ним.

А саме: додати до задуманого числа наступне число по порядку, потім хай додасть до суми 9, розділить отримане навпіл, і відніме від результату задумане ним число.

Ви легко називаєте число, яке у нього вийшло!
Тому що знову і знову буде 5!

«Відгадай дату народження»

Фокус навчить, як відгадати дату народження.

Отже, запропонуй будь-кому згадати дату свого Дня народження, після чого попроси про себе порахувати:

- День свого народження (про себе) помножити на два.
- До результату додати 5.
- Отриманий результат помножити на 50.
- Додати номер місяця, в якому народився.

Попроси людину сказати число. Потім просто відними 250 від отриманого, і готово. Вийде 4 або 3 цифри.

Перші 2 (може бути і одна цифра) - день, а дві останні – місяць народження.



СКАРБНИЧКА МАТЕМАТИЧНИХ ЦІКАВИНОК



Якщо почати рахувати натуральні числа по 8 годин на добу, будучи п'ятикласником, то до 1000000 можна дорахувати сивим старцем.

Секунда – це мить, а мільярд – близько 32 років.

1000000 днів – це 27 століть.

1000000 наперстків води важать більше 1 тонни.

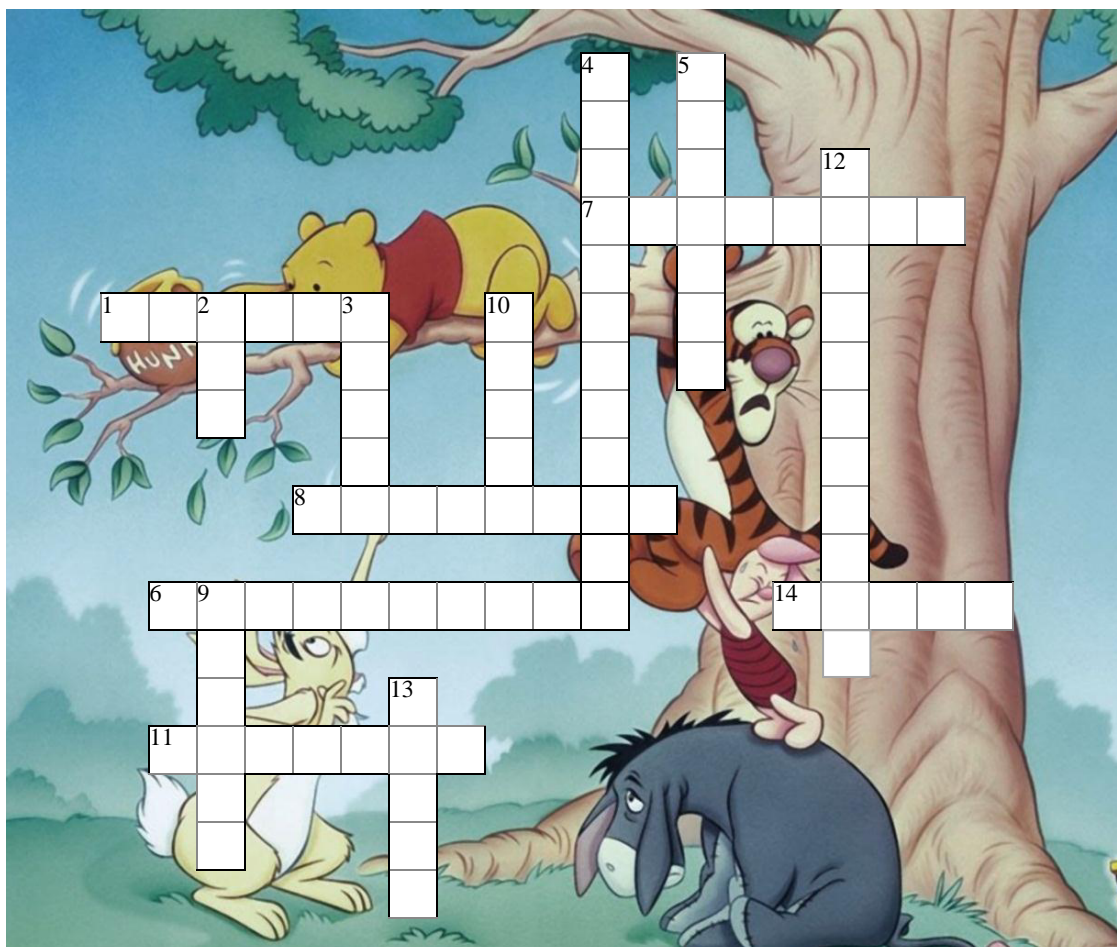
МАТЕМАТИЧНИЙ КРОСВОРД

По горизонталі:

1. Одиниця площі, що дорівнює 10000 м². 6. Дріб, у якого чисельник менше знаменника. 7. Сума довжин всіх сторін многокутника. 8. Рівність, що містить невідоме. 11. Одиниця з шістьма нулями. 14. Знак, що використовується для запису числа.

По вертикалі:

2. Прямокутний паралелепіпед, у якого всі ребра рівні. 3. Фігури, що співпадають при накладенні. 4. Закон множення $(a + b) \cdot c = ac + bc$. 5. Назва відрізків, з яких складається трикутник. 9. Відрізок, що з'єднує центр кола і будь-яку точку на ній. 10. Третій розряд будь-якого класу. 12. Закон додавання: $a + b = b + a$. 13. Одиниця маси, що дорівнює 1000 кг.



Евристичний прийом: АНАЛОГІЯ



УСНА РОЗУМОВА РОЗМИНКА

1. Двоє пішли – дві гривні знайшли, четверо підуть – скільки грошей знайдуть?
2. Петрикові батьки мають троє дітей. Ім'я першої дитини – Андрій, другої – Олена, а як зветь третю дитину?
3. У двох носорогів два роги. Скільки рогів у 20 носорогів?



ЕВРИСТИЧНА ДОВІДКА

АНАЛОГІЯ означає подібний до чогось, схожий. Об'єкти можуть бути схожими зовнішньо (розмір, колір, форма, склад...), або мати певні властивості, зв'язки. Зробити по аналогії – значить виявити схожість, зв'язок і виконати дії.

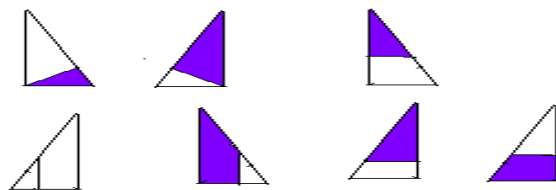
ПРАВИЛО-ОРІЄНТИР ВИКОНАННЯ ПРИЙОМУ «АНАЛОГІЯ»

- | |
|--|
| 1. Визначити мету дії. |
| 2. Розглянути деякі властивості або відношення вивчаємого об'єкта. |
| 3. Пригадати, чи зустрічався раніше схожий об'єкт; якщо так, то пригадати його властивості. |
| 4. Порівняти властивості першого і другого об'єктів. |
| 5. Якщо другий об'єкт має властивості, яких не має перший, то затвердити їх наявність у другому об'єкті. |
| 6. Зробити висновок відповідно до поставленої мети. |



ЗРАЗКИ ЗАСТОСУВАННЯ ЕВРИСТИЧНОГО ПРИЙОМУ «АНАЛОГІЯ»

Приклад 1. Підбери пару із поданого нижче рядка:



Вказівка: подумай, як зв'язані між собою перші дві фігури, і вкажи із нижчого рядка фігуру, яка має такий самий зв'язок з третьою фігурою.

Приклад 2. Продовж другий ланцюжок, користуючись першим.
Сон – слон – клон – кулон – уклін.
Лак - ...

Вказівка: знайди зв'язок між словами, і спробуй відтворити ланцюжок за такою ж схемою.



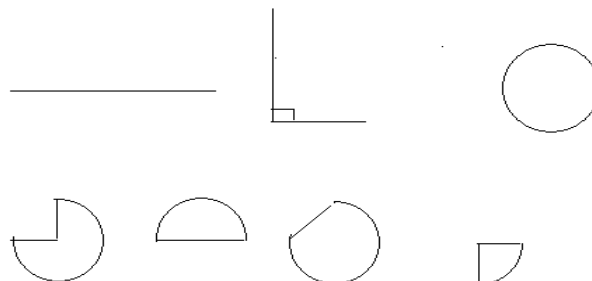
**ВИКОНАЙ ЗАВДАННЯ,
ВИКОРИСТОВУЮЧИ
АНАЛОГІЮ**
(якщо потрібно, звернись до
евристичних підказок у розділі
ВІДПОВІДІ)

1. Даний числовий ряд 12, 21, 14, 41, 16, 61...
Склади подібний ряд з числом 13.
2. Виконай дії множення натуральних чисел за допомогою старовинних методів:
 - а) «єгипетським» методом: $23 \cdot 6$;
 - б) давньоруським методом: $46 \cdot 24$.

Вказівка: опис методу прочитай у рубриці «Скарбничка математичних цікавинок» і виконай дію множення за аналогією.

3. Підбери до третьої фігури у першому рядку недостаючий об'єкт із другого рядка (зверни увагу на зв'язок між першими двома фігурами у верхньому рядку):

а)



- б) Знайди слова і склади власні: ка – миш , до – рога, чу – мак,
...

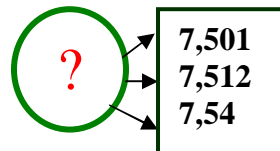
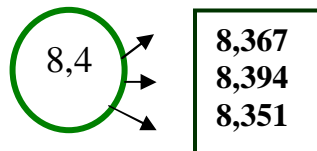
в) Відгадай, яке слово треба поставити замість зірочок у дужках:

1) корова (коло) голова
рушник (****) декада

2) табу (бутон) тонус
квіві (****) русло

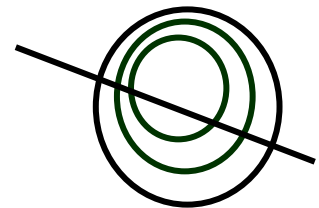
3) буква (куля) лялька
голуб (****) залізо

4. Встав пропущене число:

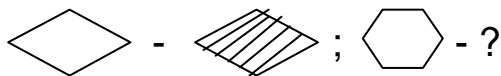


ОБМІРКУЙ НА ДОЗВІЛЛІ
(який евристичний прийом треба застосувати,
щоб знайти спосіб розв'язання завдання?)

1. Намалюй фігуру, не відриваючи олівця від паперу і не перерізуючи ліній.

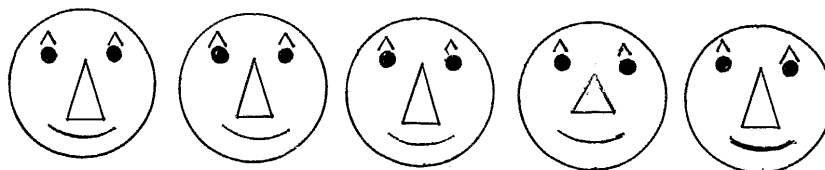


2. На малюнку зображено три фігури. Поміркуй, який вигляд може мати четверта фігура?



3. Усі числа записані в порядку зростання, починаючи з 0: 0,1,2,3,4,5,... Яка цифра знаходиться на сотому місці?

4. З яких відомих тобі фігур складені маски? Яка з п'яти масок «зайва»?



СКАРБНИЧКА МАТЕМАТИЧНИХ ЦІКАВИНОК



Множення двозначних чисел старовинними способами:

1) старогрегетський спосіб:

заміна множення на будь-яке число подвоєнням, тобто складанням числа з самим собою. Наприклад, щоб помножити число 34 на 5, поступали так: 34 множили на 2, отриманий

результат знову множили на 2, записуючи такий стовпчик (звичайно, в своїх позначеннях чисел):

$$\begin{array}{r|l} 1 & 34 \\ 2 & 68 \\ 4 & 136 \end{array}$$

Так як $5=4+1$, то для отримання відповіді залишалось скласти числа, що стоять навпроти цифр 1 і 4, тобто $34+136=170$. Аналогічно: якщо множили 34 на 11, то склали б за принципом: $11=4+4+2+1$, тобто $136+136+68+34=371$.

2) Схожий спосіб застосовувався через декілька тисяч років російськими селянами. Ось в чому він полягав. Нехай треба помножити 34 на 16. Склали два стовпчики – один подвоєнням, починаючи з числа 34, а інший розділенням, починаючи з числа 16:

$$\begin{array}{r|l} 34 & 16 \\ 68 & 8 \\ 136 & 4 \\ 272 & 2 \\ 544 & 1 \end{array}$$

Добуток пар чисел кожного рядка дають одне і те ж число: $34*16=544*1=544$.



МАТЕМАТИЧНІ РОЗВАГИ

Загадки,

в яких зустрічаються числа

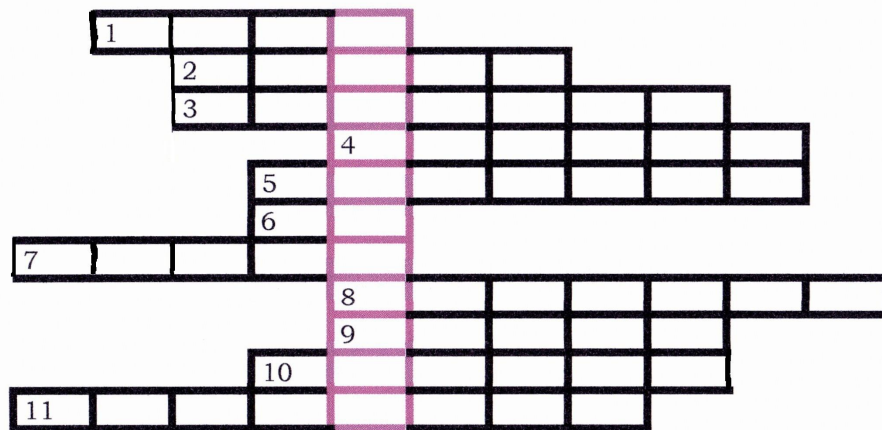
1. Четверо яблук котяться, одне другого не дожене.
2. Чотири сестрички бігли на вечорнички, одна одну не дожене. Що ходить без ніг?
3. Десять братів лежать в одному ліжку і ні один із них не є крайній.
4. Чотири грає, два танцює, один сидить і все чує.
5. Шість ніг, дві голови, четверо очей, один хвіст.

6. Вісім дірок верчених, десять дірок довбаних, а десяте кільце - відгадай, що це.
7. Дві дощечки, дві сестри несуть мене у гори.
8. П'ятдесят два орли, а тільки одне яйце знесли.

МАТЕМАТИЧНИЙ КРОСВОРД

Найдавнішою пам'яткою Київської Русі з арифметики є твір про календар «Порадник, як людині пізнати числення літ», написаний слов'янською мовою ученим монахом в 1136 р. Там використовуються дробові числа.

Щоб дізнатися прізвище монаха, розв'яжи кросворд і у виділених клітинках прочитай його.



1. Найменше натуральне число.
2. Числа $1/2$, $1/8$, $2/7$ - це...
3. Відстань між кінцями відрізка.
4. Величина вимірювання кутів.
5. Компонент дії додавання.
6. Одиниця вимірювання площ земельних ділянок.
7. Одне з основних понять математики.
8. Відрізок, який сполучає дві точки кола і проходить через його центр.
9. $0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ - це...
10. Найменше натуральне число, яке закінчується нулем.
11. Як сказати одним словом $1/2$?



Евристичний прийом:

ПЕРЕБІР ВАРІАНТІВ, ПІДСТАНОВКА, ПІДБІР



УСНА РОЗУМОВА РОЗМИНКА

1. Термометр показує три градуси морозу. Яку температуру покажуть два таких термометри?
2. Сума яких двох натуральних чисел дорівнює їх добутку?
3. Який знак треба поставити між числами 4 та 5, щоб результат вийшов більше 4, але менше 5.



ЕВРИСТИЧНА ДОВІДКА



Суть цього прийому полягає в проведенні певним чином організованого розбору і аналізу усіх випадків, які можливі в ситуації, що описана в завданні. При цьому, якщо розбираються усі можливі випадки, то говорять про повний перебір, а якщо розглядають частину, то про скорочений перебір. Першим видом перебору зручно користуватися, коли число можливих варіантів розв'язання завдання невелике і розбір усіх випадків можна практично здійснити.

ПРАВИЛО-ОРІЄНТИР ВИКОНАННЯ ПРИЙОМУ «ПЕРЕБІР ВАРІАНТІВ, ПІДСТАНОВКА, ПІДБІР»

1. Розкласти об'єкт на частини відповідно до мети.
2. Визначити властивості кожної частини у порівнянні з іншими.
3. Перевірити чи відповідає умові певна властивість, знайдений об'єкт, якщо так – зробити підстановку і розглянути інші частини у зв'язку з знайденим об'єктом, якщо ні – то перебрати можливі варіанти.
4. Повторити ці кроки до знаходження остаточної відповіді та зробити перевірку, якщо це можливо.



ЗРАЗКИ ЗАСТОСУВАННЯ ЕВРИСТИЧНОГО ПРИЙОМУ «ПЕРЕБІР ВАРІАНТІВ, ПІДСТАНОВКА, ПІДБІР»

Приклад 1. Як 10 морквин розкласти на 4 купки так, щоб у кожній купці була різна кількість морквин?

<i>Опис кроків міркувань, дій</i>	<i>Зразок можливих дій</i>
Визначимо, на які 4 доданки можна розкласти число 10	Маємо: $1 + 2 + 3 + 4;$ $2 + 3 + 2 + 3;$ $1 + 5 + 2 + 2;$ $1 + 6 + 2 + 1;$ $1 + 7 + 1 + 1;$ $2 + 4 + 2 + 2$
Бачимо, що тільки у першому варіанті усі числа різні	1, 2, 3, 4.

Приклад 2. Заміни зірочки цифрами, щоб виконувалася дія:

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 \underline{3*2} \\
 3 \\
 3*2* \\
 \underline{*2*5} \\
 1*8*3*
 \end{array}$$

<i>Опис кроків міркувань, дій</i>	<i>Зразок можливих дій</i>
Помітимо, що при множенні останньої цифри 1-го множника друга цифра збільшується на 1, визначаємо, що остання цифра 1-го множника – 5. Підставимо її і спробуємо розпізнати множенням наступні цифри.	$*15$ $\underline{3*2}$ $*30$ $3*2*$ $\underline{1245}$ $158*3*$
Сума цифри 2-го розряду у відповіді дорівнює 3, отже остання цифра у 2-му	

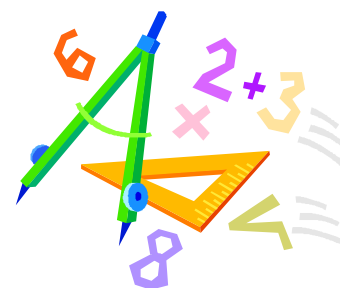
неповному добутку – 0. При множенні першої цифри 1-го множника на першу цифру 2-го множника (3) одержали 12, звідси перша цифра 1-го множника – 4.	$\begin{array}{r} 415 \\ \underline{3*2} \\ *30 \\ 3*2* \\ \underline{1245} \\ 158530 \end{array}$
Друга цифра у 2-му неповному добутку – 3 (здогадайся, чому). Тоді друга цифра 2-го множника – 8.	$\begin{array}{r} 415 \\ \underline{382} \\ 830 \\ 3320 \\ \underline{1245} \\ 158530 \end{array}$
Виконавши перевірку дією множення маємо:	$\begin{array}{r} 415 \\ \underline{382} \\ 830 \\ 3320 \\ \underline{1245} \\ 158530 \end{array}$



**ВИКОНАЙ ЗАВДАННЯ,
ВИКОРИСТОВУЮЧИ
ПЕРЕБІР ВАРІАНТІВ, ПІДСТАНОВКУ,
ПІДБІР**
(якщо потрібно, звернись до евристичних підказок у розділі ВІДПОВІДІ)

1. Запиши всі чотиризначні числа, у кожного з яких число тисяч в 5 разів більше числа одиниць, а число сотень на 7 більше числа десятків.

2. Як треба розставити знаки "+" в записі 1 2 3 4 5 6 7, щоб вийшла сума, яка рівна 100?



3. Дата 5 травня 1955 року може бути записана так: 5.5.55. Скільки разів протягом ХХ століття зустрічалися дати, які можна так записати за допомогою однієї цифри?

4. Відгадай ребус: **СДЕВС** **СОРОК** **ДОНАЛД**
 - АВСД + ОДИН + ГЕРАЛД
 АСАС ТРИСТА РОБЕРТ

Вказівка: на основі способу підбору і підстановки.



5. Дві дівчинки вирізали з паперу 5 прапорців. По скільки прапорців могла вирізати кожна дівчинка?

6. До п'яти різних замків є 5 ключів, причому невідомо, який ключ до якого замка підходить. Скільки спроб треба буде зробити в якнайгіршому випадку, щоб до кожного замка підібрати його ключ.



7. Яке найменше число прямолінійних розрізів треба зробити, щоб розрізати торт на 7 частин?

8. Софійка вирішила розмалювати карту двома кольорами. У неї є жовта, блакитна і зелена фарби. Скільки варіантів розмалювання у неї є?

9. Замість зірочок постав цифри так, щоб дії виконувалися правильно:

$$\begin{array}{r} 1) \quad + \quad 8*56 \\ \quad \quad *36*7 \\ + \quad 219* \\ \hline 6*093 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad + \quad ** \\ \quad \quad ** \\ \hline 197 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad x \quad 52 \\ \quad \quad ** \\ + \quad 1** \\ \hline \quad **8 \\ \quad **8* \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \quad x \quad *** \\ \quad \quad *2 \\ + \quad *08 \\ \hline \quad *6* \\ \quad *12* \end{array}$$

10. Замість зірочок розстав знаки дій так, щоб вийшло вказане число:

1) $5 * 5 * 5 * 5 = 24$;

2) $5 * 5 * 5 * 5 = 25$.



ОБМІРКУЙ НА ДОЗВІЛЛІ

(який евристичний прийом треба застосувати, щоб знайти спосіб розв'язання завдання?)

1. Треба переставити цифри так, щоб отримати правильні 4 рівності.

$$\begin{array}{r} 1 - 2 = 3 \\ \quad \times \\ 4 : 5 = 6 \\ \quad = \\ 7 + 8 = 9 \end{array}$$

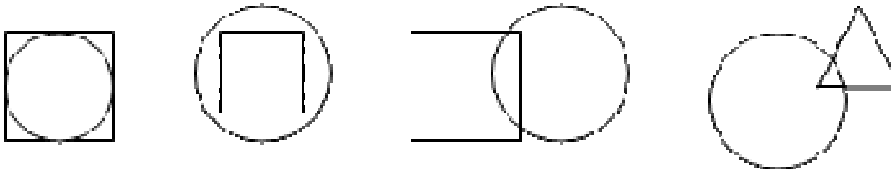
2. Розв'яжи ребуси:

1ОЧКА, 1БОР, Ш1А, Ф1А, 2Д, ПО2Л, ШЗХ.

3. Число тридцять легко виражати трьома п'ятірками: $5 \times 5 + 5$. Складніше зробити це трьома іншими однаковими цифрами. Спробуй. Може, тобі вдасться знайти декілька розв'язків.

4. Запиши число 10 п'ятьма дев'ятками.

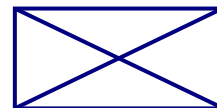
5. Яка з фігур на малюнку "зайва"? Чому?



СКАРБНИЧКА МАТЕМАТИЧНИХ ЦІКАВИНОК



Є багато теорій виникнень сучасних цифр. Одна з них – теорія О.С.Пушкіна. Він вважав, що сучасні цифри можна отримати з прямокутника з двома діагоналями.



Спробуй і ти знайти ці цифри.

Вказівка: цифри складаються з відрізків.

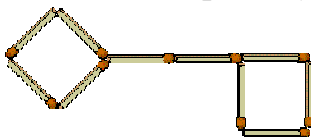

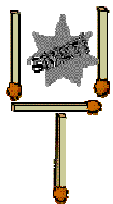
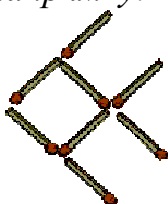
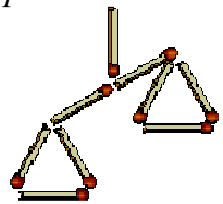
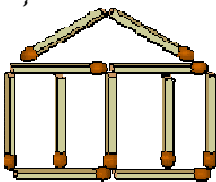
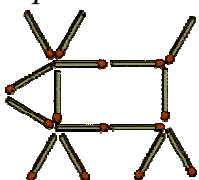
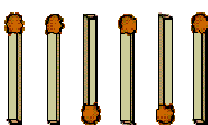


МАТЕМАТИЧНІ РОЗВАГИ

Цікаві задачі із сірниками також відносяться до евристичних задач. Для їхнього розв'язування тобі знадобляться кмітливість, здатність передбачати результат і, мабуть, гарна уява.

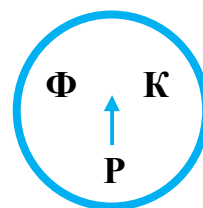
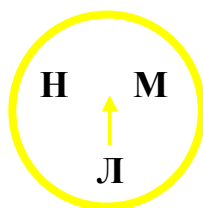
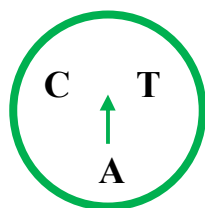
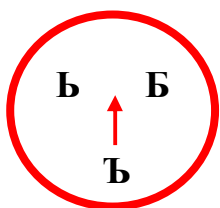
У роботі над цими задачами замість сірників можна використовувати лічильні палички, ручки та олівці або просто малюнок на аркуші.

1. Спробуй виправити помилку в рівнянні, пересунувши тільки один сірник

Вказівка: зверни увагу на римські цифри.	
а) $XI - V = IV$; б) $X + V = IV$; в) $VI = IV - III$;	г) $XIV - V = XX$; д) $IX - IX = V$; є) $X = VIII - II$.
2. Перемісти 2 сірники так, щоб вийшло два прямокутники 	3. В цій головоломці перемісти 1 сірник так, щоб вийшло 4 тождесних трикутника: 
4. Перемісти тільки 2 сірники, щоб позбутися сміття на лопаті. 	5. Перемісти 3 сірники так, щоб риба попливла в зворотному напрямку. 
6. Перемісти 5 сірників так, щоб зрівноважити ваги. 	7. Перемісти тільки 2 сірники, щоб вийшло 11 квадратів. 
8. Перемісти 2 сірники так, щоб корова дивилася вправо. 	9. Розташуй 6 сірників так, щоб кожний сірник торкався з іншими п'ятьма. 

МАТЕМАТИЧНІ РЕБУСИ

1. Перед тобою замок «з секретом».



Якщо поставити стрілки на потрібні букви, то отримаємо ключове слово й замок відчиниться.

2. Дівчина замінила кожену букву в своєму імені її номером в алфавіті. Отримали число 19167181. Як її звать? Спробуй записати своє ім'я та своїх друзів.



Евристичний прийом: АНАЛІЗ

(розв'язування задач з кінця за допомогою блок-схеми)



УСНА РОЗУМОВА РОЗМИНКА

1. О дванадцятій годині ночі пішов дощ. Чи можна очікувати через 48 годин сонячну погоду? Поясни.

2. В отарі сто овець. Усі, крім дев'яти, втекли. Скільки овець залишилося в отарі?

3. Ішов дідусь до Києва й зустрів трьох бабусь. Кожна з них несла три торби. А в кожній торбі – по три кішки. Скільки істот рухалося до Києва?



ЕВРИСТИЧНА ДОВІДКА

АНАЛІЗ - це розумова дія, яка йде від того, що необхідно знайти, побудувати або довести до того, що вже дано, відомо або встановлено раніше.

Розв'язуванню деяких математичних задач допомагають спеціальні схеми, які складаються з точок і з дуг, що їх поєднують. Такі схеми називають **графами**, точки – **вершинами графа**, а дуги **ребрами графа**.

ПРАВИЛО-ОРІЄНТИР СКЛАДАННЯ ГРАФ-СХЕМИ

1. Позначити первісну кількість подій та всі наступні точками на площині.

2. Дії над кількістю подій позначити стрілками, причому початок стрілки від числа над яким виконується арифметична дія, а кінець – до числа, яке маємо у результаті цих дій.

3. Над стрілкою записати число з відповідним знаком арифметичної дії, причому «зверху» - за умовою, а «знизу» - за розв'язанням.

4. Обчислити ланцюжок «знизу».



ЗРАЗКИ ЗАСТОСУВАННЯ ЕВРИСТИЧНОГО ПРИЙОМУ «АНАЛІЗ»

Приклад 1. Знайди площу городу прямокутної форми, якщо людина обходить його за 5 хвилин зі швидкістю 20 м/хв. Ширина городу 20 м.

<i>Розв'яжи за вказівками</i>
1. Які величини необхідно знати для знаходження площі? Яка з них відома, а яка – ні?
2. З якою іншою величиною може бути зв'язана невідома? Чи задана така величина у задачі?
3. Як знайти цю величину, використовуючи дані умови (величини руху)?
4. Напиши, що треба знайти у певному порядку, і виконай відповідні математичні дії.

Приклад 2. Петро сказав Миколі: «Скільки в мене є корів, стільки телят вони мені приведуть, куплю ще одну молоду корову і ще три рази куплю стільки, скільки цих корів і телят, і всього стане 100». Скільки корів було у Петра?

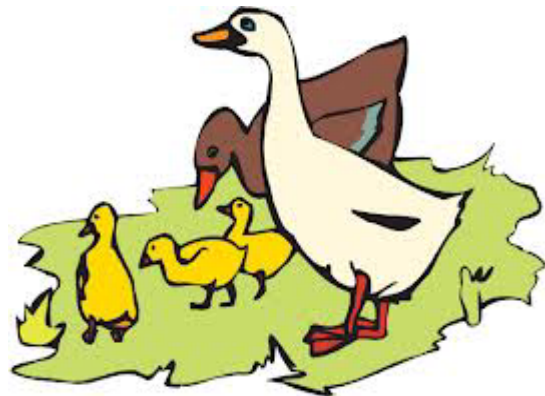
<i>Опис кроків міркувань, дій</i>	<i>Зразок можливих дій</i>
1. Аналізуємо умову з кінця: до того як тварин стало 100, їх кількість збільшили у 4 рази, тобто їх було:	$100 : 4 = 25$
2. До цього отриману кількість збільшили на 1 корову, значить їх було:	$25 - 1 = 24$
3. А ще до цього цю кількість збільшили удвічі. Отже корів було:	$24 : 2 = 12$
Цю задачу можна розв'язати за допомогою граф-схеми	



ВИКОНАЙ ЗАВДАННЯ, ВИКОРИСТОВУЮЧИ АНАЛІЗ

(якщо потрібно, звернись до
евристичних підказок у розділі
ВІДПОВІДІ)

1. Гуси з вирію летіли
І в зеленім лузі сіли.
Їх побачив Єлисей:
– Добрий день вам, сто гусей.
– Нас не сто, – сказав вожак,
Найповажніший гусак.
– Скільки ж вас? – хлопчак питає.
– Хто кмітливий – відгадає!
Якщо нас порахувати
Й, скільки є, ще раз додати,
А до того половину,
Ну а потім четвертину,
Та пристав би ти до нас,
То було б вже 100 якраз.
Ой, скажіте, любі друзі,
Скільки ж їх було у лузі?



2. Хлопчик спитав у дідуся, скільки йому років.
Той відповів: «Якщо зменшиш мої роки у 6 разів
і віднімеш ще 6 років, то отримаєш 6. Скільки ж
мені років?»



3. На зупинці з тролейбуса вийшло
15 пасажирів, а увійшло – 8. На
наступній зупинці вийшло 6 пасажи-
рів і увійшло – 12. Скільки пасажирів
було в тролейбусі до першої зупин-
ки, якщо після другої їх стало 31.

4. У скільки разів шлях по сходах з першого поверху на десятий
довший, ніж шлях з першого поверху на другий?



5. На озері почали розпускатися лілії. Щодня їх кількість зростала удвічі. На двадцятий день ліліями заросла вся поверхня озера. За скільки днів половина озера покрилася ліліями?

6. Із кошика з сливами одна жінка узяла половину слив і ще одну. Друга узяла половину того, що залишилося і ще одну. Третя узяла половину того, що залишилося і ще три, після чого слив не залишилося. Скільки слив було у кошику?

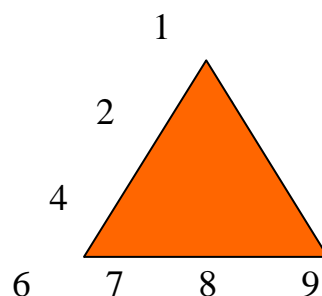


7. Накресли трикутник. Проведи через нього прямі так, щоб утворилося 5 трикутників.



ОБМІРКУЙ НА ДОЗВІЛЛІ
(який евристичний прийом треба застосувати, щоб знайти спосіб розв'язання завдання?)

1. Розташуй цифри від 1 до 10 таким чином, щоб їх сума на кожній стороні дорівнювала 17. Цифри на вершинах трикутника враховувати теж.



2. Юля звернула увагу: якщо прикрити рукою половину циферблату на часах, то сума закритих чисел буде дорівнювати сумі чисел, які залишилися відкритими. Яку половину циферблату Юля закрила рукою?



3. На стіл поклали два рядки однакових кульок. У першому рядку розмістили 7 кульок на відстані 3 см одна від одної, а в другому – 10 кульок на відстані 2 см. Який рядок довший?

4. Альоша задумав число. Він додав до нього 5, потім розділив суму на 3, помножив на 4, відняв 6, розділив на 7 і отримав число 2. Яке число задумав Альоша?



МАТЕМАТИЧНІ РОЗВАГИ

Задачі – казки

Хитра лисиця

Наловив дід риби повний віз. Риби – великі лящі. Їде додому бачить: лисичка згорнулася калачиком. Лежить на дорозі. Дід зліз з воза, підійшов, а лисичка не ворухнеться. Дід вирішив, що лисиця мертва. «Ось славна знахідка! Буде моїй старій комір на шубу», - подумав дід. Узяв він лисицю і поклав на віз, а сам пішов попереду. Лисиця знайшла час і стала скидати легенько з воза все по рибиці та по рибиці, все по рибиці та по рибиці. Спочатку лисиця діяла обережно, а потім все сміливіше. У першу хвилину вона викинула лише одного ляща, в другу - 2 лящів, в третю - 4 лящів і так далі. У кожную наступну хвилину вона викидала удвічі більше лящів. Через 7 хвилин лисиця викинула усю рибу і сама потихеньку пішла. Скільки лящів дісталось лисиці?



Старець Хотабич

Вік Старця Хотабича записується числом з різними цифрами. Про це число відоме наступне:
А) якщо першу і останню цифри закреслити, то вийде двозначне число, яке є найбільшим при сумі його цифр, що дорівнює 13;
Б) перша цифра більше останньої в 4 рази.
Скільки років Хотабичу?

Піп і працівник Балда

З господарством попа справляється 10 працівників. Кожен працівник в день з'їдає коровай хліба і інші продукти. Піп прийняв на роботу Балду. Живе Балда у будинку попа, спить собі на соломі, їсть за чотирьох, працює за семеро. Піп прогнав зайвих працівників. Скільки короваїв хліба піп економив щодня?

СКАРБНИЧКА МАТЕМАТИЧНИХ ЦІКАВИНОК



Уяви себе на вавилонському базарі 2600 років тому. Послухай, що ти міг би почути: «Невже це золоте блюдо коштує цілих 2 мани срібра і 30 сіклей? Чи можна купити його дешевше?»

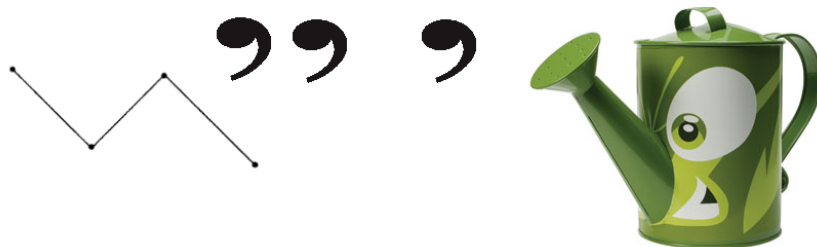
Поряд 2 селянина розмовляють про зібраний врожай: -Я зібрав по 10 курру зерна з кожного курру мого поля!

2 заморські купці обговорюють морську подорож:

- Довелося пропливти 150 данна. А корабель був перевантажений: віз цілих 5 тисяч білту товару.

Чи зміг би ти зрозуміти, про які величини йде мова? Якщо тебе це зацікавило, знайди додаткову інформацію у бібліотеці кабінету математики.

МАТЕМАТИЧНІ РЕБУСИ



123



””””

100 см



МАТЕМАТИЧНИЙ КРОСВОРД

По горизонталі:

2. Частина часу. 3. Дуже погана оцінка знань. 5. Міра часу. 11. Назва місяця. 12. Міра рідини. 14. Питання для розв'язання. 15. Останній місяць шкільних канікул. 16. Арифметична дія. 18. Геометрична фігура. 20. Міра земельної площі. 22. Грошова одиниця. 23. Сторіччя. 24. Предмет, що викладається в школі.

По вертикалі:

1. Число в межах десяти. 4. Знаки, які ставляться тоді, коли потрібно змінити порядок дій. 6. Одиниця третього розряду. 7. Найменше чотирьохзначне число. 8. Найменше парне число. 9. Ряд чисел, з'єднаних знаками дій. 10. Місяць весни. 13. Міра довжини. 15. Мала міра часу. 17. Перший місяць року. 19. Назва місяця. 21. Пристрій для розрахунків.



Евристичний прийом: СИНТЕЗ

(розв'язування задач з початку до кінця
за допомогою блок-схеми)



УСНА РОЗУМОВА РОЗМИНКА

1. До класу зайшов спочатку Іванко, потім Степан, за ним Марічка, а потім Яринка. Останнім зайшов Гнат. Скільки хлопчиків зайшло у клас?



2. У коморі було 8 мішків борошна. На кожному мішку сиділо по дві миші. До комори зайшов чоловік із собакою. Скільки ніг стало в коморі?



3. Професор ліг спати о 9 годині вечора, а механічний будильник поставив на 10 годину ранку. Скільки годин спав професор?



ЕВРИСТИЧНА ДОВІДКА

СИНТЕЗ - розумова дія, при якій від причини переходять до слідства, породженому цією причиною.

Виконуючи синтез, наші міркування йдуть від того, що дано, відомо або встановлено, до того, що треба знайти. Частина об'єкта, завдання можна розглядати як одне ціле.



ЗРАЗКИ ЗАСТОСУВАННЯ ЕВРИСТИЧНОГО ПРИЙОМУ «СИНТЕЗ»

Приклад 1. Поїзд проїжджає міст довжиною 450 м за 45 секунд, а повз будинку сторожа за 15 секунд. Обчисліть довжину поїзда і його швидкість.

<i>Опис кроків міркувань, дій</i>	<i>Зразок можливих дій</i>
1) Аналізуємо дані: відстань, яку проїжджає поїзд повз будинку, можна вважати довжиною поїзда. Значить сам міст поїзд проїжджає за час, менший на 15 секунд, тобто за:	$45 - 15 = 30$ секунд
2) Знайдемо швидкість:	$450 : 30 = 15$ м/с
3) Знайдемо довжину поїзда:	$15 * 15 = 225$ м
Відповідь: швидкість – 15 м/с, довжина поїзда – 225 м.	

Приклад 2. Батько мав чотирьох синів. У кожного з них було по одній сестрі. Скільки дітей було в родині?

<i>Опис кроків міркувань, дій</i>	<i>Зразок можливих дій</i>
Розв'язання можна провести за допомогою граф-схеми: братів і сестер позначимо точками, а їх відношення один до одного і до сестри – стрілочками.	
Відповідь: 5 дітей	



ВИКОНАЙ ЗАВДАННЯ, ВИКОРИСТОВУЮЧИ СИНТЕЗ

(якщо потрібно, звернись до евристичних підказок у розділі ВІДПОВІДІ)

1. Равлик за день піднімається вгору по стовпу на 3 м, а за ніч спускається по ньому на 2 м вниз. За скільки днів він дістанеться вершини стовпа, висота якого дорівнює 20 м?



2. Шматок мила у формі прямокутного паралелепіпеда має виміри 12 см, 6 см і 4 см. Щодня використовують однакову кількість мила. Через 14 днів використання цього мила всі його виміри зменшилися в два рази. На скільки днів вистачить шматка мила, що залишився?

3. Мураха проповз на гусені деяку відстань за 28 хвилин. За який час він проїде на жуку відстань більшу у 4 рази, якщо швидкість жука у 7 разів більша швидкості гусені?

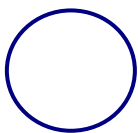
4. У гості прийшли дві матері, три доньки, дві сестри, тітка та племінниця. Скільки усього прийшло людей?



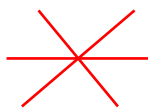
5. Скільки тон снігу довелося скинути з крівлі дому при товщині шару снігу 0,3 м, якщо довжина даху 40,5 м, а ширина – 14,2 м і маса 1 м^3 снігу у середньому складає 0,125 тони?

6. Площа прямокутного листа паперу дорівнює 18 см^2 . Скільки квадратів із стороною 3 см можна з нього вирізати ?

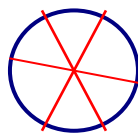
7. Встав пропущені числа:



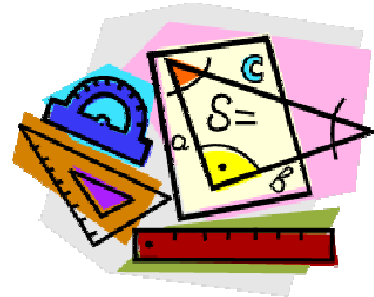
3; 7; 11



14; 8; 11



?





ОБМІРКУЙ НА ДОЗВІЛЛІ

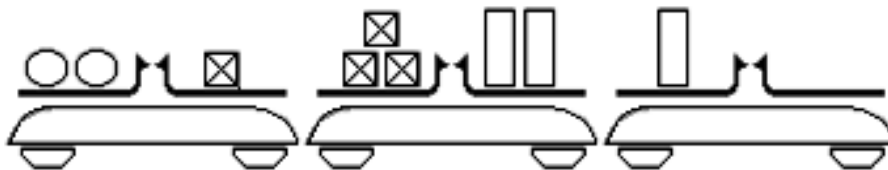
(який евристичний прийом треба застосувати, щоб знайти спосіб розв'язання завдання?)

1. У мене було 3 цілих яблука, 4 половинки і 8 четвертинок. Скільки усього яблук було у мене?



2. Якщо півтори курки несуть півтора яйця за півтора дня, то скільки яєць знесуть шість курок за шість днів?

3. Скільки куль необхідно покласти на треті ваги, щоб урівноважити їх?



4. У семи братів по одній сестрі. Скільки всього сестер в сім'ї?

5. На прямій взяли 4 точки. Скільки всього вийшло відрізків, кінцями яких є ці точки?

СКАРБНИЧКА МАТЕМАТИЧНИХ ЦІКАВИНОК



Чи є у тебе улюблена цифра? Помнож її на 9 і отриманий добуток помнож на число 12345679. У тебе вийде число тільки з однакових цифр (зроби спроби з різними числами і переконайся).

Запропонуй цей фокус друзям



МАТЕМАТИЧНІ РОЗВАГИ

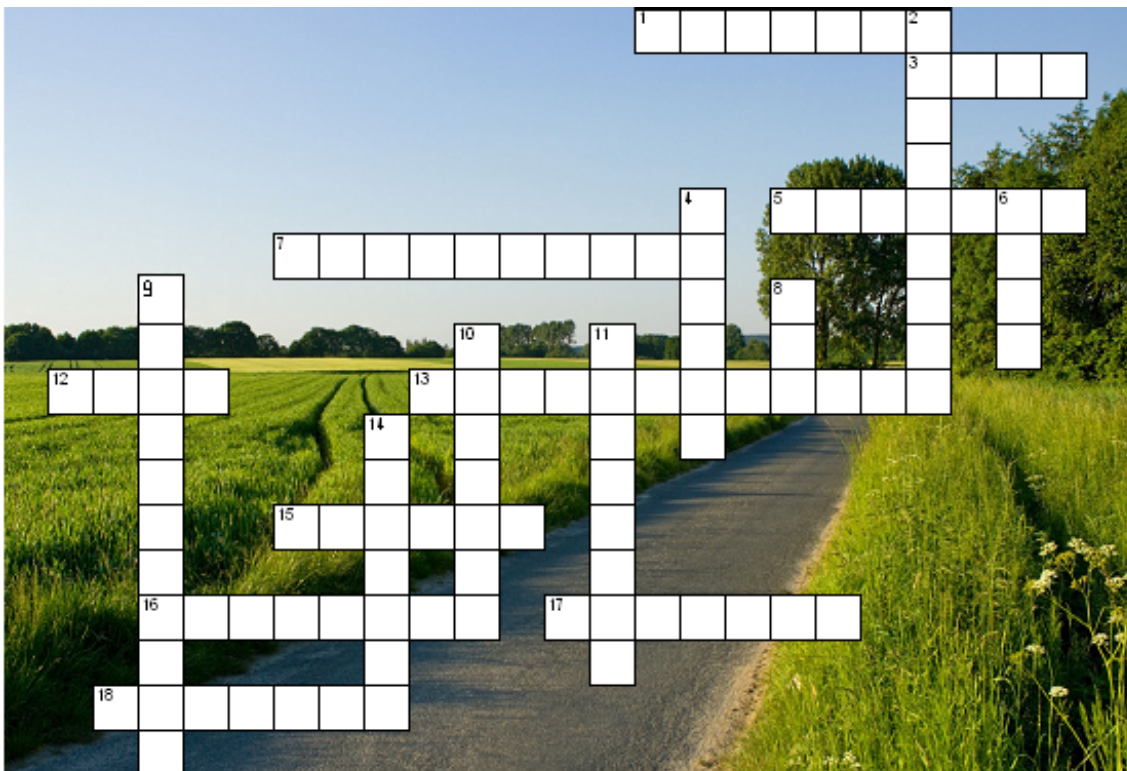
МАТЕМАТИЧНИЙ КРОСВОРД

По горизонталі:

1. Чотирикутник, в якого всі сторони рівні.
3. Чотирикутник, в якого діагоналі є бісектрисами кутів.
5. Результат дії множення.
7. Промінь, що ділить кут пополам.
12. Результат дії додавання.
13. Фігура, що складається з чотирьох точок, що послідовно сполучені відрізками.
15. Число, яке ділять.
16. Що отримаємо, якщо від зменшуваного віднімемо різницю.
17. Результат дії віднімання.
18. Число при множенні.

По вертикалі:

2. Фігура, що має три сторони.
4. Результат дії ділення.
6. Перше натуральне число.
8. Фігура, що складається з двох променів, які виходять з однієї вершини.
9. Що ми знаходимо, коли до різниці додаємо від'ємника.
10. Числа, при додаванні.
11. Чотирикутник, в якого тільки дві протилежні сторони паралельні.
14. Число на яке ділять.



Евристичний прийом: РОЗБИТТЯ ЦІЛОГО НА ЧАСТИНИ (розбиття на підзадачі, математичне комбінування)



УСНА РОЗУМОВА РОЗМИНКА

1. Трійка коней з Дідом Морозом, який віз ялинку і подарунки дітям до Нового року, проскочила 90 км. Скільки кілометрів проскочив кожен кінь?
2. Росло 5 верб. На кожній вербі по 5 гілок. На кожній гілці по 5 менших гілок. А на кожній з тих гілочок по 5 груш. Скільки груш росло на дереві?
3. Колесо має 18 спиць. Скільки проміжків між ними?



ЕВРИСТИЧНА ДОВІДКА

РОЗКЛАСТИ НА ПІДЗАДАЧІ – означає виокремити у завданні більш прості задачі (або складові фігури), які можна розв'язати (чи розглянути властивості отриманих простіших фігур), а потім скомбінувати отримані частини для знаходження розв'язку складної задачі.

ПРАВИЛО-ОРІЄНТИР ВИКОНАННЯ ПРИЙОМУ «РОЗБИТТЯ ЦІЛОГО НА ЧАСТИНИ»

- | |
|---|
| 1. Визначити мету завдання |
| 2. Проаналізувати умову відповідно до поставленої мети. |
| 3. Визначити, чи можна розбити умову на частини. |
| 4. Якщо умова не розкладається, спробувати розбити на частини об'єкт, який є у завданні. |
| 5. Визначити, чи можна розділити вимоги задачі (питання)? |
| 6. Розглянути частини, які вони мають властивості, або зв'язки, відношення у відповідності до мети завдання. |
| 7. Намітити дії та скласти план відповідно до мети завдання по розв'язанню кожної виділеної частини. |

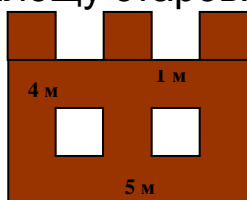


ЗРАЗКИ ЗАСТОСУВАННЯ ЕВРИСТИЧНОГО ПРИЙОМУ «РОЗБИТТЯ ЦІЛОГО НА ЧАСТИНИ»

Приклад 1. Скільки одиниць зустрінеться, якщо записати всі натуральні числа від 1 до 200?

<i>Опис кроків міркувань, дій</i>	<i>Зразок можливих дій</i>
Проаналізуємо умову: числа від 1 до 200 поділяються на одноцифрові, двоцифрові і трицифрові, причому цифра 1 може стояти на будь-якому місці і повторюватися. Отже маємо такі підзадачі:	
1. Скільки одноцифрових чисел мають 1?	1
2. Скільки двоцифрових чисел мають 1 на першому місці?	Це числа від 10 до 19 включно, тобто 10
3. Скільки двоцифрових чисел мають 1 на другому місці?	З другого по дев'ятий десятки такі числа зустрічаються по одному, тобто їх 9
4. Скільки одиниць до 200 у трицифрових числах на першому місці?	100
5. Скільки одиниць у другій сотні на другому місці?	10
6. Скільки одиниць трицифрових числах на третьому місці?	10
7. Обчислення:	$1+10+9+100+10+10=140$

Приклад 2. Знайди площу старовинної башти:



<i>Опис кроків міркувань, дій</i>	<i>Зразок можливих дій</i>
Розглянемо дану фігуру і визначимо, з яких відомих фігур вона складається?	1 прямокутник і 5 квадратів, причому 2 із цих квадратів всередині фігури вирізані.

Висновок: площа фігури складається з суми площі прямокутника, площі трьох квадратів без площі двох квадратів усередині.

Маємо такі прості підзадачі:

1) Знайти площу прямокутника

2) Знайти площу квадрата

3) Знайти площу башти

Запиши дії самостійно!



**ВИКОНАЙ ЗАВДАННЯ,
ВИКОРИСТОВУЮЧИ
РОЗБИТТЯ ЦІЛОГО НА ЧАСТИНИ**
(якщо потрібно, звернись до евристичних підказок у розділі ВІДПОВІДІ)

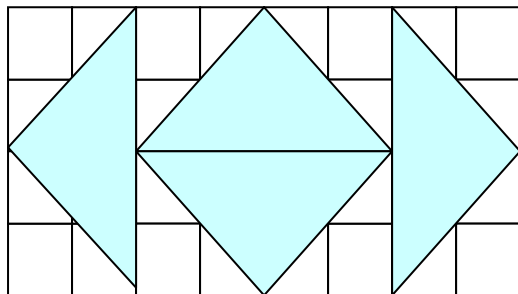
1. У книзі пронумеровані сторінки з першої по сто сімдесят другу. Скільки цифр було надруковано при нумерації сторінок?

2. Для нумерації сторінок книги довелося надрукувати 2001 цифру. Скільки сторінок у цій книзі?

3. Знайди площу затемненої частини фігури, що зображена нижче, якщо $AB=4$ м, $AC=8$ м.



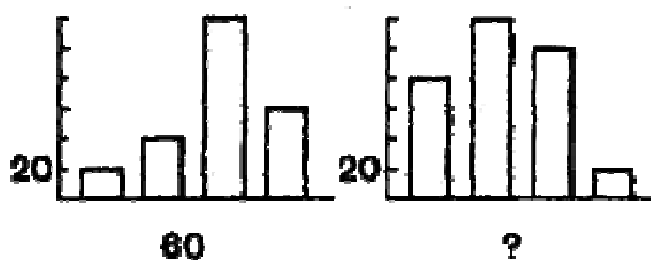
В



А

С

4. Знайди невідоме число:



5. Петя розрізав дріт на шматочки і склав фігуру (рис. 1). Зміг би Петя скласти з цього дроту фігуру (рис. 2)?

Вказівка: розбий на підзадачі.

Рис.1

1 см	1 см	1 см	1 см	1 см
2 см				

Рис.2

3 см	3 см	3 см
1 см		

6. Квадрат розрізали на 4 рівних частини і склали з них 2 квадрати. Як це зробили ?

7. - Дядьку, скільки тобі років?

- Два рази стільки, скільки років тітці Валі.

- А скільки років тітці Валі?

- У три рази менше, ніж тітки Галі.

- А скільки років тітки Галі?

- Тітка Галя на 20 років старше Нюрі.

- Дядьку, а скільки років Нюрі?

- Нюра в п'ять разів старше Ані.

- А скільки років Ані?

- Не набридай. Через рік їй виповниться 6 років.

- Дядьку, а дядько, я зараз тобі скажу, скільки тобі років.

А й справді, скільки років дядькові?



8. У зв'язку з хворобою вчителя уроки не відбулися у двох класах. Тоді директор школи попросив учителя фізкультури, щоб він забрав учнів цих класів на екскурсію. Вчитель фізкультури зібрав усіх учнів разом і хотів їх построїти парами, однак, виявилось, що при цьому один учень залишається без пари. Те ж саме відбулося, коли вчитель хотів построїти учнів трійками і четвітками. Завжди залишався один учень. Тільки, коли вчитель побудував всіх п'ятірками, не залишилося жодного учня поза строем. Скільки було учнів?



ОБМІРКУЙ НА ДОЗВІЛЛІ

(який евристичний прийом треба застосувати, щоб знайти спосіб розв'язання завдання?)

1. Скільки чотирикутників на малюнку?



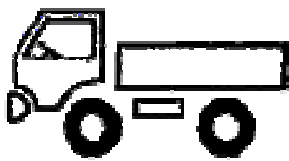
2. Прочитай анаграми. Яке слово «зайве»?

ВОЛІГА, НИСЯЦИ, АПУПАГ, РОКАСО, УССТРА, ЬЦОРЕБОГ.

3. Спробуй намалювати два квадрати так, щоб усі левенята опинились закритими.



4. Знайди невідоме число:



15



?

5. Між цифрами постав знаки таких арифметичних дій, щоб виконувалась рівність:

а) $12 = 2$;

д) $123\ 456 = 2$;

б) $123 = 2$;

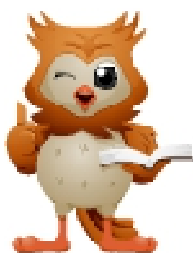
е) $1\ 234\ 567 = 2$;

в) $1234 = 2$;

ж) $12\ 345\ 678 = 2$;

г) $12\ 345 = 2$;

з) $123\ 456\ 789 = 2$;



Вказівка: дії необхідно виконувати в такій послідовності, в якій проставлені знаки дій.

Дві або три цифри, що послідовно стоять разом можна вважати одним числом, наприклад, в рядку в) 12, 23 або 34.



МАТЕМАТИЧНІ РОЗВАГИ

Загадки, в яких зустрічаються числа

1. Одна голова і шапка, а голови немає.
2. Штучка – одноручка, носик стальний, а хвостик лляний.
3. Під двома дугами два яблука з кругами.
4. В якому числі стільки ж цифр, як і букв?
5. Під дахом чотири ноги, на даху – суп та ложки.
6. Чотири ноги, сто голок несе, а шити не вміє.
7. Сім братів віком рівні, іменами різні.
8. П`ять хатин, а вхід один.
9. Цей кінь не їсть вівса, замість ніг – два колеса.
10. Шість ніг без копит, ходить, та не стукає, літає, а не птах, може до гори ногами сидіти.
11. Шість ніг, дві голови, четверо очей, один хвіст.
12. Хто за рік чотири рази перевдягається?

СКАРБНИЧКА МАТЕМАТИЧНИХ ЦІКАВИНОК



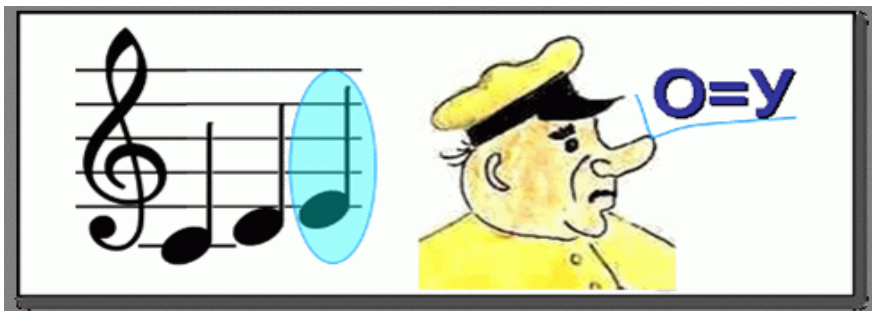
Сучасні знаки «+» і «-» з'явилися у XVII столітті, уперше їх використав професор І. Відман (1489 р.). У різних народів ці знаки мали різну форму. Так, у давніх єгиптян знак «+» нагадував зображення 2 ніг, які рухаються уперед, а знак «-» – зображенням 2 ніг, які рухаються назад. Спробуй скласти приклади з цими знаками. Запропонуй друзям їх розв'язати. Дізнайся більше про математику у давнину з електронних джерел у кабінеті математики.

МАТЕМАТИЧНІ РЕБУСИ

1.



2.



3.



4.



МАТЕМАТИЧНИЙ КРОСВОРД

1. Дробова риска – це знак.
2. Плід банану складається зі шкірки й м'якоті. Шкірка складає $\frac{2}{5}$ маси банану. Тоді якщо маса бананів 10 кг, то маса м'якоті бананів складаєкг.
3. Ділення чисельника и знаменника на одне й те ж натуральне число – це ...
4. Визначте, не використовуючи розрахунки, значення якого виразу більше (перше чи друге): $1 - \frac{1}{1998}$ или $1 - \frac{1}{1999}$.
5. Число, що показує, на скільки рівних частин розділено ціле.



Евристичний прийом:

РЕКОНСТРУКЦІЯ ЦІЛОГО ПО ЧАСТИНАМ



УСНА РОЗУМОВА РОЗМИНКА

1. У кімнаті в кожному кутку сиділо по 1 коту і кожний з цих котів бачив ще трьох. Скільки котів сиділо у кімнаті?
2. Мишко прочитав $\frac{5}{16}$ книги в перший день, а в другий – $\frac{7}{16}$. Усього він прочитав 36 сторінок. Скільки всього в книжці сторінок?



3. Йшов чоловік вулицею і раптом почалася сильна злива. Парасолі в нього не було, капелюха – також. Наскрізь промокли черевики, костюм і сорочка, але жодна волосина на його голові не змокла. Як це можливо?



ЕВРИСТИЧНА ДОВІДКА

РЕКОНСТРУЮВАТИ означає відновити, відтворити невідомі частини, за правилом, формулою, властивістю, ознакою або за допомогою логічних кроків (міркувань, тверджень, спостережень, відомих математичних фактів).

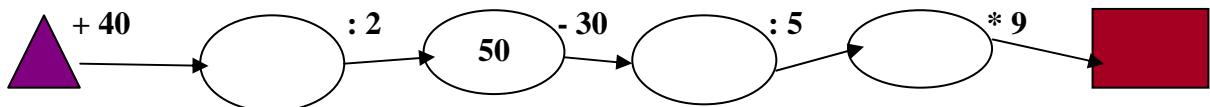
ПРАВИЛО-ОРІЄНТИР ВИКОНАННЯ ПРИЙОМУ «РЕКОНСТРУКЦІЯ ЦІЛОГО ПО ЧАСТИНІ»

1. Визначити мету.
2. Визначити, в якому зв'язку або відношенні знаходяться відомі частини.
3. Пригадати правило, означення, формулу, властивість цих частин.
4. Застосувати вивчені прийоми або згадані правила і властивості.



ЗРАЗКИ ЗАСТОСУВАННЯ ЕВРИСТИЧНОГО ПРИЙОМУ «РЕКОНСТРУКЦІЯ ЦІЛОГО ПО ЧАСТИНІ»

Приклад 1. Знайди пропущені числа



Вказівка: розглянь «ланцюжок» і визнач, які числа можна знайти прямою дією, а які – оберненою і застосуй вивчені прийоми.

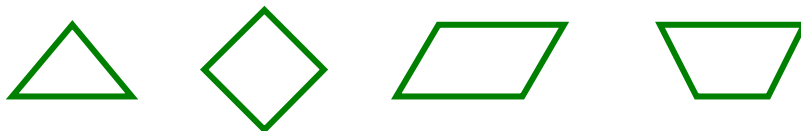


ВИКОНАЙ ЗАВДАННЯ, ВИКОРИСТОВУЮЧИ РЕКОНСТРУКЦІЮ ЦІЛОГО ПО ЧАСТИНІ

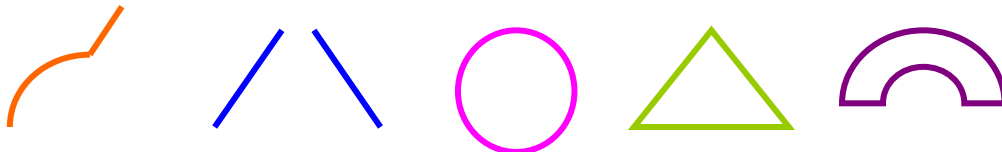
(якщо потрібно, звернись до евристичних підказок у розділі ВІДПОВІДІ)

1. З поданих фігур склади п'ятикутник, використовуючи:

- а) хоча б дві фігури; б) усі подані фігури.



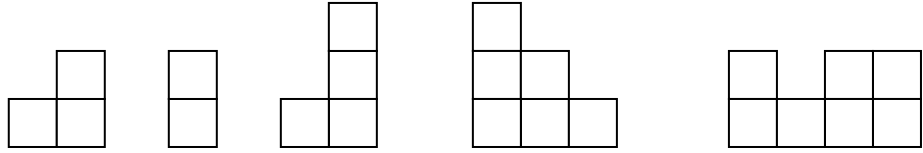
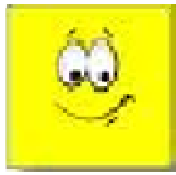
2. Домалюй задані елементи так, щоб вийшов цілісний образ.



3. Склади сюжетний малюнок, використовуючи фігури з умови:

- а) круг, трикутник, квадрат; б) квадрат, прямокутник, ромб.

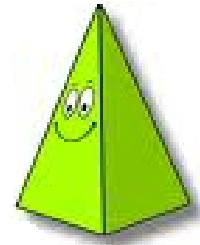
4. Використовуючи чотири з п'яти фігур на малюнку можна скласти квадрат. Як це зробити і яка з фігур зайва?



5. Віднови рівність:

а) ? км 35 м = 4 ? 3 ? м;

б) 5 т 1?9 кг = ?? ц, 2? кг



6. Знайди невідомі числа у виразі:

а) $m \xrightarrow{\cdot 0.75} 15 \xrightarrow{-x} 2.56 \xrightarrow{\div n} 3.2$

б) $a \xrightarrow{\cdot 2.6} 27.04 \xrightarrow{+b} 30 \xrightarrow{\div c} 125$



ОБМІРКУЙ НА ДОЗВІЛЛІ
(який евристичний прийом треба застосувати, щоб знайти спосіб розв'язання завдання?)

1. У числовому ребусі замість двох цифр у лівій частині рівності стоять зірочки: $14^{**}45 = 37 \cdot (72 + 3x)$. Знайди ці цифри і визнач натуральне число x .

2. Заповни «магічні фігури» так, щоб сума чисел в усіх напрямках була однаковою:

	3	5
	4	



	7	
5		6

3. Склади картину (малюнок) з цифр:

- а) метелик над квіткою;
- б) обличчя дівчинки;
- в) мишу.



4. Якщо для учора завтра був вівторок, то який день буде для учора післязавтра?

5. Мишко має лінійку, на якій є відмітки 0 см, 5 см і 13 см. Як, використовуючи таку лінійку, він зможе побудувати відрізок довжиною: 1) 3 см; 2) 1 см.



6. Сергію 11 років, Вовчику 1 рік. Скільки років буде Сергію коли він стане у тричі старший за Вовчика?

СКАРБНИЧКА МАТЕМАТИЧНИХ ЦІКАВИНОК



ЛЕГЕНДА ПРО ТАНГРАМ

Це було дуже давно, майже дві з половиною тисячі років тому. У немолодого імператора Китаю народився довгоочікуваний син і спадкоємець. Йшли роки.

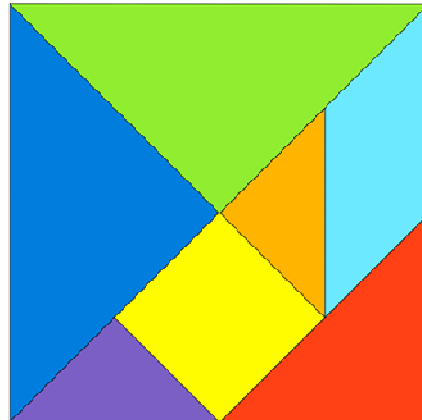
Хлопчик ріс здоровим і кмітливим. Одне турбувало старого імператора: його син, майбутній правитель величезної країни, не хотів вчитися. Хлопчик цілими днями бавився іграшками. Імператор викликав до себе трьох мудреців, один з яких був видатним математиком, другий – славним художником, а третій – відомим філософом, і наказав їм придумати гру, бавлячись якою, його син збагнув би основи математики, навчився б дивитися на навколишній світ уважними очима художника, став би терплячим, як щирий філософ, і зрозумів би, що найчастіше складні речі складаються з простих речей. Три мудреця придумали таку гру, і зараз ця «Китайська головоломка» перед тобою.



МАТЕМАТИЧНІ РОЗВАГИ

ГРА-ГОЛОВОЛОМКА «ТАНГРАМ»

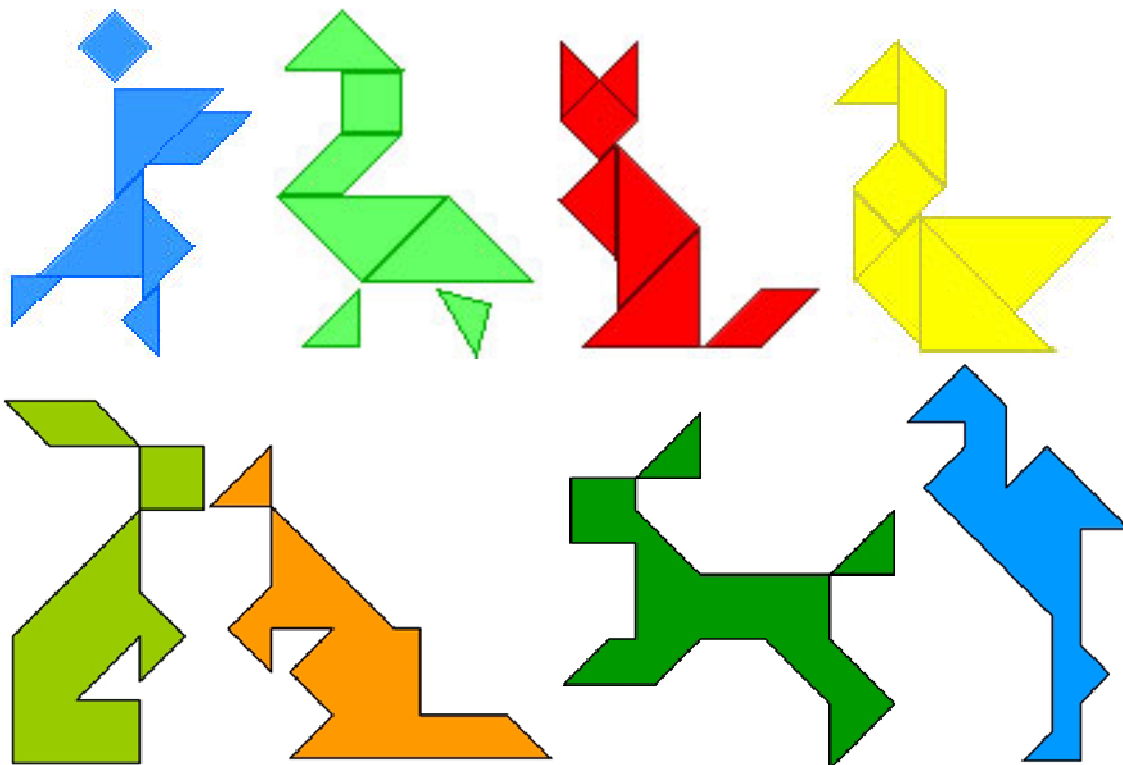
Гра полягає в тому, щоб із семи частин квадрату (Танграму), що показані на малюнку різними кольорами, можна скласти різні фігури, які нагадують тварин, людей, знаряддя праці, предмети побуту, тощо. Окремі частини квадрату називають тани.



Правила гри:

- 1) під час складання кожної фігурки використовують всі сім частин;
- 2) тани тільки торкаються один до одного, накладати їх один на одного не можна.

Спробуй скласти фігурки, які наведені на малюнках. Якщо тобі вдасться, придумай свої приклади фігурок Танграму, склади їх і зроби «набірні креслення».



СКАРБНИЧКА МАТЕМАТИЧНИХ ЦІКАВИНОК



Гра-головоломка «Танграм» є однією з найстаріших і найпростіших серед головоломок на розрізання та складання. Цією грою розважались стародавні китайці, вони розділяли квадрат на 7 частин: 2 великих, 1 середній, 2 маленьких трикутника, квадрат і паралелограм. Ї називали

свою фігуру «чі-чао-тю», що означає «хитромудрий узор з семи частин». Назва «Танграм» виникло в Європі, від слова «тай», що означає «китаєць» і кореня «грами» - в перекладі з грецької «буква».

Про привабливість і цікавість цієї гри говорить хоча б те, що французький імператор Наполеон після військової поразки у засланні на острові Святої Олени годинами займався складанням фігур Танграму.

Письменник і математик Льюїс Керролл також вважається ентузіастом Танграму. У нього зберігалася китайська книга з 323 задачами.

Примітний і той факт, що своє походження Танграму веде від меблів, що з'явилися в часи імперії Сун. Ці незвичайні предмети інтер'єру, що носили назву яньцзіту, з часом перетворилися на фігури для гри. Віддаючи дань історії, разом зі схемами для зборки Танграму ми наводимо декілька ілюстрацій меблів, яку сучасні дизайнери створили за принципом славетної головоломки.



Всі меблі побудована за принципом Танграма дуже зручні і функціональні. Кожного разу частини такої меблі можна видозмінювати залежно від настрою і бажання господаря, тобто змінювати інтер'єр кімнати хоч щотижня.

Евристичний прийом: МОДЕЛЮВАННЯ (прийом включення і виключення)



УСНА РОЗУМОВА РОЗМИНКА

1. Дід, баба, онука, Жучка, кішка й мишка тягнули й витягнули ріпку. Скільки очей дивилося на ріпку?



2. Скільки в домі тварин, якщо всі вони, крім двох, кішки, всі вони, крім двох, собаки і всі вони, крім двох папуги?

3. Необхідно побудувати огорожу довжиною 20 м. Скільки стовпів для цього треба потрібно, якщо вони знаходяться на відстані 2 м один від одного?



ЕВРИСТИЧНА ДОВІДКА

Розв'язуючи прикладну задачу, спочатку створюють її математичну модель.

МОДЕЛЛЮ називається спеціально створений об'єкт, який відображає властивості досліджуваного об'єкта (*modele* – копія, зразок).

Для моделювання залучаються різні математичні об'єкти: числові формули, числові таблиці, буквені формули, рівняння, геометричні фігури, графічний малюнок або схема та ін.

Математичне моделювання застосовується під час розв'язування багатьох текстових задач.

МАТЕМАТИЧНА ДОВІДКА



У 1834 р. 11-річний селянський хлопчик Іван Петров з села Рогозино Кологривського уїзду Костромської губернії виявив надзвичайні здібності до арифметики. Під час іспиту йому дали 12 задач, які не вмючи ні читати ні писати, Ваня розв'язав в умі за 1 годину 17 хв. Ось одна з них: скількома способами можна уплатити 78 рублів, маючи гроші 3-рубльові і 5-рубльові. Цю задачу він розв'язав усіма 6 способами. А чи зможеш ти знайти їх.

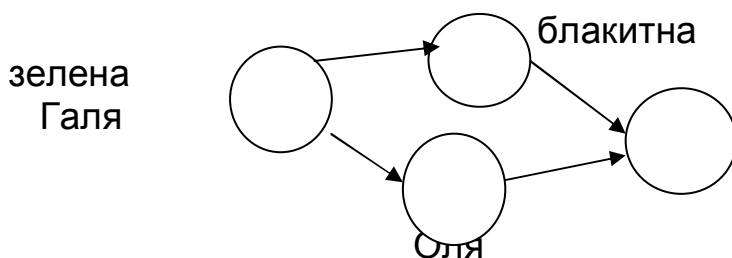
Якщо тобі цікаво, знайди додаткову інформацію про юних математиків і розкажи про це однокласникам.



ЗРАЗКИ ЗАСТОСУВАННЯ ЕВРИСТИЧНОГО ПРИЙОМУ «МОДЕЛЮВАННЯ, МЕТОДУ ВКЛЮЧЕННЯ І ВИКЛЮЧЕННЯ»

Приклад 1. На вулиці, ставши в коло, розмовляють 4 дівчини: Галя, Валя, Оля і Віка. Дівчина в зеленій сукні (не Валя і не Віка) стоїть між дівчиною у блакитній сукні та Олею. Дівчина в білій сукні стоїть між дівчиною у рожевій сукні і Валею. Хто яку сукню носить?

Розв'язання: Позначимо дівчинок кружечками, їх відношення у розташуванні – стрілками. Виберемо довільно за опорну точку зелену сукню.



Якщо дівчина в зеленій сукні (не Валя і не Віка) стоїть між дівчиною у блакитній сукні та Олею, то ця дівчина Галя, а поруч з нею – Оля і дівчина у блакитній. Зробимо відповідні позначки.

Дівчина в білій сукні стоїть між дівчиною у рожевій сукні і Валею. Тобто Валя не в рожевій і не в білій, і не в зеленій – а в блакитній. Тоді Оля в рожевій сукні, а в білій сукні залишилась Віка.

Приклад 2. Зустрілися троє друзів: Білов, Чорнов, Рудов. «Колір волосся кожного не відповідає нашому прізвищу», – сказав чорноволосий. «Твоя правда» – відповів Білов. Яке у кого волосся?

Розв'язання: Змоделюємо цю задачу у вигляді таблиці: позначимо клітинки по вертикалі назвою кольору волосся, а по горизонталі – прізвища. Будемо ставити «-» у клітинках, якщо виключаємо судження, і «+» якщо твердження позитивне.

	Білов	Чорнов	Рудов
Біле	-		
Чорне	-	-	
Руде	+		-

1. Білов не білий, Чорнов не чорний, Рудов не рудий (ставимо «-» у відповідних клітинках).
2. Білов відповідав чорноволосому, значить він не чорний «-», тоді залишається вільна клітинка Рудий «+»
3. У строчці Рудий клітинка вільна у Чорнова - він не рудий, Тоді залишається вільна у стовчику Чорнова – він білий.
4. Рудов не білий і не рудий, значить – чорний.

Приклад 3. З якого числа треба відняти 9,4, щоб добуток отриманої різниці і числа 0,5 був рівним 0,12 ?

<i>Опис кроків міркувань, дій</i>	<i>Зразок можливих дій</i>
Позначимо невідоме число буквою. Складемо з ним вираз по вказаних діях в умові:	m
Різниця невідомого і 9,4	$m - 9,4$
Добуток отриманої різниці і числа 0,5	$(m - 9,4) * 0,5$
Він дорівнює числу 0,12	$(m - 9,4) * 0,5 = 0,12$
Відповідь:	<i>Розв'яжи рівняння самостійно!</i>



ВИКОНАЙ ЗАВДАННЯ, ВИКОРИСТОВУЮЧИ МОДЕЛЮВАННЯ, МЕТОД ВКЛЮЧЕННЯ І ВИКЛЮЧЕННЯ

(якщо потрібно, звернись до евристичних підказок у розділі ВІДПОВІДІ)

1. Мишко, Діма і Саша – однокласники. Один з них ходить у футбольну секцію, другий – у басейн, а третій – у секцію боксу. У футболіста немає ні брата, ні сестри, він самий молодший серед друзів. Мишко старше за боксера і



товаришує із сестрою Діми. Яким видом спорту займається кожен з друзів?

2. Жанна, Катерина, Марина й Лариса вміють грати на різних музичних інструментах (піаніно, віолончелі, гітарі, скрипці), але кожна тільки на одному. Вони вже знають іноземні мови (англійську, французьку, німецьку, іспанську), але кожна тільки одну. Відомо, що:



1) дівчина, яка грає на гітарі, говорить іспанською;

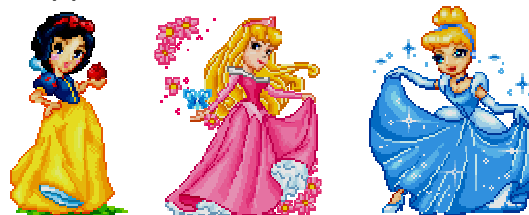
2) Лариса не грає ні на скрипці, ні на віолончелі і не знає англійської мови;

3) Марина не грає ні на скрипці, ні на віолончелі і не знає ні англійської мови, ні німецької;

4) дівчина, яка говорить німецькою, не грає на віолончелі;

5) Жанна знає французьку, але не грає на скрипці.
Хто яку мову знає і на якому інструменті грає?

3. Зустрілись три подружки: Білова, Краснова і Чорнова. На одній з них була чорна сукня, на другій – червона, на третій – біла. Дівчинка в білій сукні говорить Чорновій: «Нам треба помінятися сукнями, а то у всіх трьох колір сукні не відповідає прізвищу». Хто в яку сукню був одягнений?



4. Три друга Коля, Олег і Петро грали надворі, й один з них раптом розбив м'ячем скло. Коля сказав: «Це не я розбив скло». Олег сказав: «Це Петро розбив скло». Пізніше з'ясувалось, що одне з цих міркувань вірно, а інші – ні. Хто з хлопців розбив скло?

5. При перетворенні неправильного дроби $\frac{a}{7}$ в мішане число отримали неповну частку 19 і залишок 5. Знайди значення a .



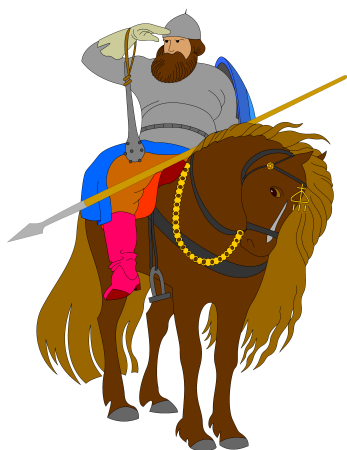
ОБМІРКУЙ НА ДОЗВІЛЛІ

(який евристичний прийом треба застосувати, щоб знайти спосіб розв'язання завдання?)

1. Поїзд Б наближається до станції залізної дороги. Але його наздоганяє їдучий з більшою швидкістю поїзд А, який необхідно пропустити вперед. У станції від головного шляху відходить бокова гілка, куди можна відвести на деякий час вагони з головного шляху. Але ця гілка настільки коротка, що на ній не вміщується увесь поїзд Б. Як пропустити поїзд А вперед?



2. Зібралися Ілля Муромець, Добриня Микитич та Альоша Попович.



Ілля Муромець сказав: «Змія вбив Добриня Микитич!»

Добриня Микитич сказав: «Змія вбив Альоша!»

Альоша Попович сказав: «Змія вбив я!»

Хто ж насправді вбив змія, якщо лише один з них сказав правду, а інші злукавили.

У зошиті написано 100 тверджень:

У цьому зошиті рівно одне неправильне твердження.

У цьому зошиті рівно два неправильних тверджень.

.....
У цьому зошиті рівно сто неправильних тверджень.

Яке з цих тверджень правильне?





МАТЕМАТИЧНІ РОЗВАГИ

Число Шехерезади

Число 1001 – прославлене число Шехерезади. Ви, ймовірно, і не підозрювали, що в самій назві збірки чарівних арабських казок полягає також свого роду "диво", яке могло б вразити уяву казкового султана не менше ба-

гатьох інших чудес Сходу, якби він здатний був цікавитися арифметичною дивиною. Чим же чудове число 1001? На вигляд воно здається дуже звичайним. Воно навіть не належить до розряду так званих "простих" чисел. Воно ділиться без залишку і на 7, і на 11, і на 13 – на три послідовно прості числа, добутком яких воно і являється. Але не в тому дивина, що $1001 = 7 \times 11 \times 13$, – тут немає ще нічого чарівного. Чудовіше те, що при множенні на нього тризначного числа виходить результат, що складається з самого помноженого числа, тільки написаного двічі.

Наприклад: $873 \times 1001 = 873\ 873$, $207 \times 1001 = 207207$, і т. д.

І хоча цього і слід було чекати, оскільки $873 \times 1001 = 873 \times 1000 + 873 = 873000 + 873$, все ж, користуючись вказаною властивістю числа Шехерезади, можна досягти результатів зовсім несподіваних, що здаються чарівними, принаймні, людині невідгодуваній. Зараз пояснимо, в чому справа.

Фокус

Учнів, не посвячених в арифметичні таємниці, можна уразити наступним фокусом. Нехай хто-небудь напише на папірці, таємно від вас, тризначне число, яке забажає, і потім нехай припише до нього ще раз те ж саме число. Вийде шестизначне число, що складається з трьох цифр, що повторюються. Запропонуйте тому ж учневі або його сусідові поділити, таємно від вас, це число на 7, при цьому ви заздалегідь передбачаєте, що залишку не вийде. Результат передається новому сусідові, який, по вашій пропозиції, ділить його на 11; і хоча ви не знаєте числа, що ділиться, ви все ж сміливо стверджуєте, що і воно розділиться без залишку.

Отриманий результат ви направляєте наступному сусідові, якого просите розділити це число на 13 та заздалегідь попереджаєте, що ділення знову виконується без залишку.

Результат третього ділення ви, не дивлячись на отримане число, вручаєте першому учневі із словами: – Ось число, яке ви задумали! Так і є: ви вгадали. Яка розгадка фокусу?

МАТЕМАТИЧНИЙ КРОСВОРД

По горизонталі:

1. Риска, що розділяє чисельник і знаменник.
5. Числа, що діляться на два.
6. Числа, які використовуються для лічби.
7. Скільки існує різних цифр?
8. Число, що закінчується на нуль.

По вертикалі:

2. Найменше натуральне число.
3. Дріб, в якому чисельник менше знаменника.
4. Найменше двоцифрове число.
5. Сума сторін трикутника.
6. Найменша цифра.



Евристичний прийом: КЛАСИФІКАЦІЯ



УСНА РОЗУМОВА РОЗМИНКА

1. Порахуй, скільки разів зустрічається цифра 9 у запису натуральних чисел від 1 до 100?
2. П'ять землекопів за 5 годин викопують 5 метрів канави. Скільки землекопів викопують 100 метрів канави за 100 годин ?
3. Два хлопчики йшли разом і знайшли 10 копійок. Скільки копійок знайдуть 4 хлопчики?



ЕВРИСТИЧНА ДОВІДКА

Оточуючі нас предмети, явища мають певні ознаки: форму, колір, розмір, смак тощо. Ми можемо об'єднувати їх в окремі групи за певною ознакою.

Наприклад, із понять троянда, лимон, сонце, вогонь – слова лимон і сонце можна записати в одну групу за кольором (жовтий), слова сонце і вогонь – в одну групу за дією (пече, гріє). Слово троянда не має спільних ознак з іншими, воно зайве у кожній з наведених пар. Математичні поняття, об'єкти так само мають певні ознаки і їх можна об'єднувати у групи (класи) за цими спільними ознаками, тобто **КЛАСИФІКУВАТИ**.

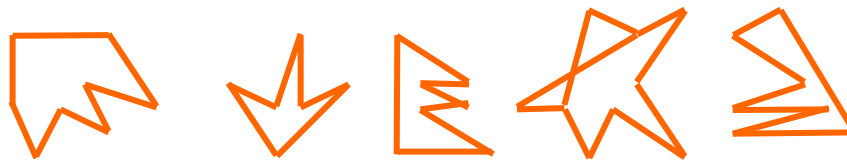
ПРАВИЛО-ОРІЄНТИР ВИКОНАННЯ ПРИЙОМУ «КЛАСИФІКАЦІЯ»

1. Вивчити окремо дані об'єкти: порівняти їх ознаки, виявити істотні спільні ознаки, відношення між ними.
2. Пригадати найближче (родове) поняття, правило, до якого можна віднести дані об'єкти.
3. Порівняти виділені спільні істотні ознаки цього поняття (правила) і об'єкта.
4. Зробити висновок про приналежність; при необхідності зафіксувати його графічно.



ЗРАЗКИ ЗАСТОСУВАННЯ ЕВРИСТИЧНОГО ПРИЙОМУ «КЛАСИФІКАЦІЯ»

Приклад 1. На малюнку розміщені фігури, чотири з яких мають спільну ознаку, а одна – ні. Знайди зайву фігуру.



<i>Опис кроків міркувань, дій</i>	<i>Зразок можливих дій</i>
1. Розглянемо окремо кожен фігуру:	Кожна з фігур має гострі кути, складається з відрізків, з'єднаних між собою попарно.
2. Пригадаємо найближче родові поняття:	Отже це або ламані, або многокутники.
3. Порівняємо фігури за означенням ламаної:	Кожна з 5-ти фігур є ламаною
4. Порівняємо за означенням многокутника:	Фігура 4 має перерізи.
5. Висновок:	Фігура 4 - зайва

Приклад 2. Класифікуй дані об'єкти: 1, 12, 6, 323, 14, 96, 845, 25.

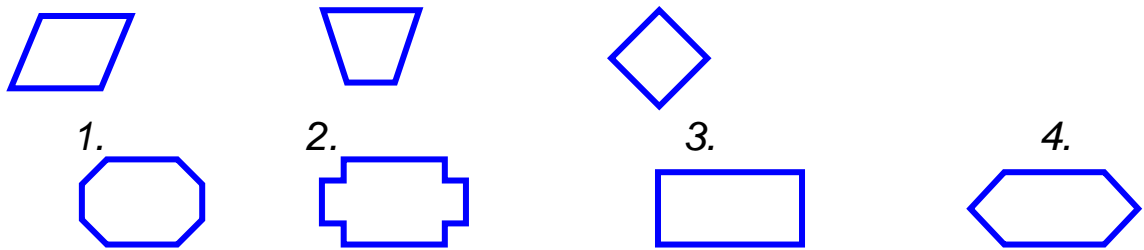
<i>Опис кроків міркувань, дій</i>	<i>Зразок можливих дій</i>
1. Порівняй дані об'єкти, зверни увагу на їх математичну будову (склад)	<i>Запиши самостійно які ознаки або відношення ти виявив</i>
2. Пригадай всі поняття, до яких можна віднести дані об'єкти окремо	
3. Зістав кожен об'єкт (його ознаку) з цим поняттям	
4. Запиши вибрані об'єкти відповідно до обраних понять.	



ВИКОНАЙ ЗАВДАННЯ, ВИКОРИСТОВУЮЧИ КЛАСИФІКАЦІЮ

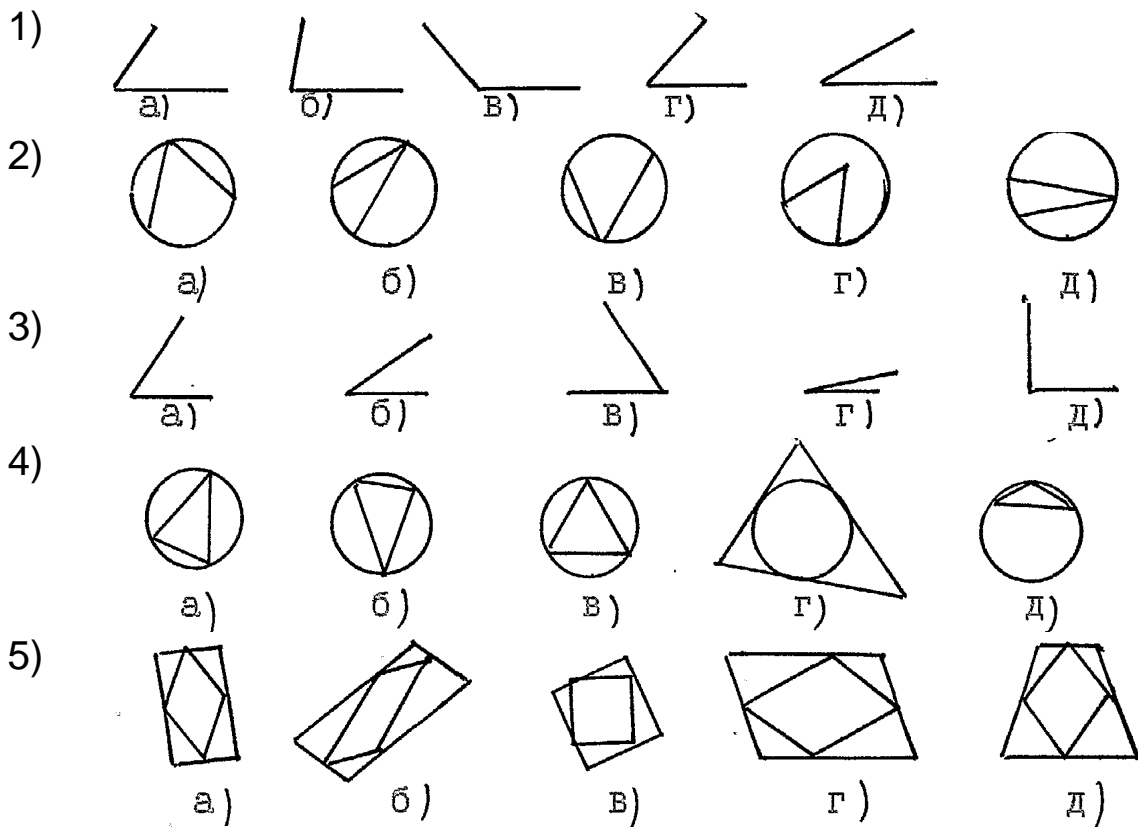
(якщо потрібно, звернись до евристичних підказок у розділі ВІДПОВІДІ)

1. Подумай, що об'єднує фігури верхнього ряду на малюнку і серед пронумерованих фігур вибери ту, яка до них підходить.



2. Виключи з поданих чисел «зайві»: 35, 335, 36, 535, 15, 53.

3. Пропонується 5 геометричних об'єктів. Чотири з них об'єднані однією загальною ознакою. П'ятий до них не підходить. Знайди його.



4. Розв'яжи анаграми і виключи «зайве» слово:

АНВХИЛИ, ТМРЕ, КСЕУДАН, ОБАД



ОБМІРКУЙ НА ДОЗВІЛЛІ

(який евристичний прийом треба застосувати, щоб знайти спосіб розв'язання завдання?)

1. Дай загальну назву об'єктів, що входять в одну групу:

а) 3, 1, 4, 2, 5;

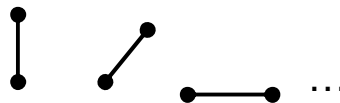
б) 1, -2, 7, 0, -6;

в) - 5, 2, $\frac{3}{4}$, 0 - 9, 7.

2. Як пройти із квадрата 1 у квадрат 32 по діагоналям, побувавши в усіх квадратах з числами лише один раз?

1								2		
	3		4				5		6	
7		8		9		10				11
	12				13		14		15	
		16		17				18		19
	20		21				22		23	
24		25		26		27		28		
	29		30		31				32	

3. Продовж ряд:



4. До числа 15 ліворуч і праворуч припиши такі цифри, щоб отримане число ділилось на 15.

5. Розділи порівну 5 пряників між 6 хлопчиками, не розрізаючи жодного пряника на 6 рівних частин.

6. Встав пропущене слово:

$$\frac{16}{36}$$

$$\frac{4}{9}$$

ДЕЦИМЕТР

?

СКАРБНИЧКА МАТЕМАТИЧНИХ ЦІКАВИНОК



Тривалий час під відсотками (процентами) розуміли прибуток і збиток на кожні 100 грошових одиниць і застосовували їх лише у фінансових розрахунках. Слово «відсоток» (процент) походить від латинського *pro centum*, що означає «на сто».

Знак відсотка (%) з'явився внаслідок скорочення виразу «per 100», який трапляється в італійських рукописах періоду середньовіччя. Згодом (XVII ст.) це скорочення набуло вигляду $\frac{8}{100}$, а із середини XIX століття його почали записувати з косою рискою — %.

Хочеш дізнатися більше про історію математичних знаків? Пропонуємо переглянути папку «Історія математичних знаків» у кабінеті математики і внести власні доповнення у неї.



МАТЕМАТИЧНІ РОЗВАГИ

Задачі – казки

1. Вирішили Вовчик – братик та Лисичка – сестричка зварити юшку. Пішли вони на річку ловити рибу. Щоб не заважати один – одному, вирішили, що Вовчик ловитиме на правому березі, а Лисичка – на лівому березі річки. Так і вчинили. По обіді зустрілися друзі і пішли до лисички варити юшку.

- Я зловила 11 рибинок, – мовила Лисичка.

- А я - на 3 більше, сказав Вовчик, - та 4 штучки вже з'їв.

Скільки рибинок залишилося у Вовчика?



2. Сім`я зайців дружно збирала моркву.

- Пора і пообідати, - сказала мама – зайчиха і почала готувати обід на стіл. На одну тарілку вона поклала 14 морквин, а на другу 18 морквин.

- Ура! Сьогодні поласуємо морквинкою! – Закричали зайченята і почали дружно смакувати обідом.

З першої тарілки одразу зникло 8 морквин, а з другої 9. Всі сміялися, розповідали один одному цікаві історії. А

найменше зайченя сиділо тихенько і щось думало. Мама – зайчиха підняла до гори лапу і всі затихли. Тоді вона звернулася до зайченяти:

- Вухастик, ти про що думаєш?

- Та, ніяк не можу полічити.

- Що ж саме?

- На якій тарілці морквин залишилося більше, - відповів Вухастик і знову замислився.

Допоможіть Вухастику порахувати.

3. Тихо – тихо падав за вікном пухнастий сніг.

- Скоро Новий Рік, - мовив старший гном.

- Треба робити іграшки, сказав молодший гном.

І заходилися вони робити прикраси. Старший змайстрував 10 іграшок.

- Давай поможу, - говорить старший гном до меншого.

- Ні, я хочу сам завершити роботу над іграшками! – відповів менший гном.

Але зробив на три іграшки менше. Скільки іграшок зробив молодший гном?



4. Зібралася Червона Шапочка до бабусі в гості.

- Спечу я пиріжків, - вирішила дівчинка. Замісила тісто, наліпила пиріжків і поставила їх у піч. Духмяні пахощі наповнили всю хату. Через деякий час Червона Шапочка вийняла пиріжки з печі, дала їм трохи охолонути і почала збирати кошик для бабусі. Вона поклала трішки пиріжків у кошик, подумала і додала ще 7. Всього їх стало 12. Скільки пиріжків поклала дівчинка в кошик за першим разом?

5. Мама маленького єнота вирішила зробити своєму синові подарунок до дня народження.

- Єнотику, щоб ти хотів мати у подарунок на день народження?

- Фрукти, - радісно вигукнув Єнотик.

Взяла мама кошик та пішла до крамниці.

- Добрий день, - звернулася вона чемно до продавця Бобра. – Будь ласка, дайте мені 8 абрикос, 4 груші і дві цукерки.

- Будь ласка, візьміть, - чемно відповів Бобер.

По обіді мама накрила святковий стіл. Зрадів маленький Єнотик, побачивши такий подарунок, і звернувся до мами:

- Дякую, матусю, але скажи, будь ласка, скільки у мисочці фруктів?



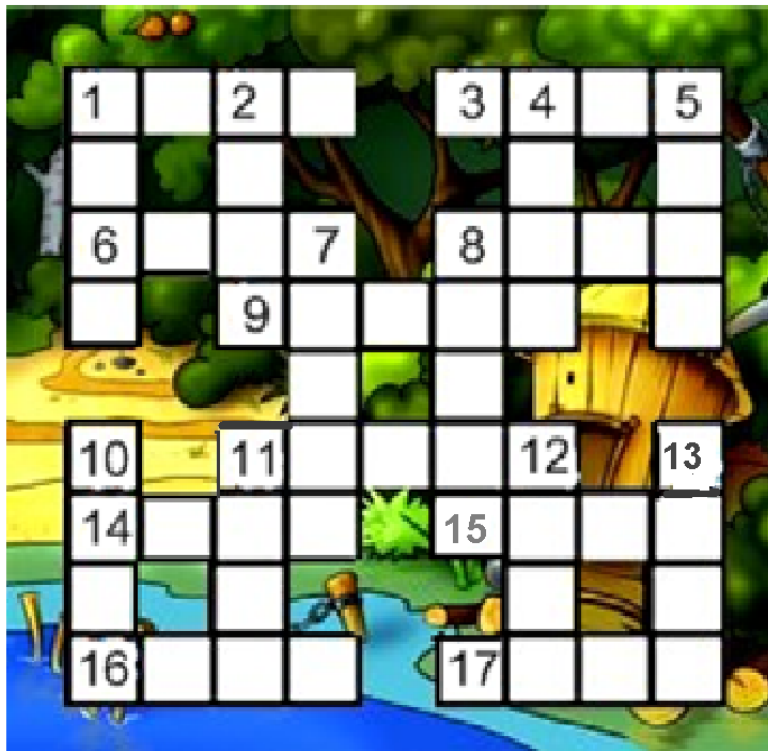
МАТЕМАТИЧНИЙ ЧИСЛОВИД

По горизонталі:

1. 73 у квадраті. 3. $679 \times 2 \times 2 \times 2$. 6. Куб цілого числа, яке більше 10, менше 20 та кратне 9. 8. Квадрат різниці 99 та 14. 9. Число, цифри якого знаходяться у зростаючому порядку від 3 до 7. 11. Число, загадане у 9 питанні по горизонталі, записане в оберненому порядку. 14. Число з питання 1 по вертикалі мінус число з питання 4 по вертикалі. 15. Найменше чотирьохзначне число, яке не містить нулів. 16. $2000 + (7 \times 7 - 1)$. 17. Різниця найменшого п'ятизначного числа й найменшого трьохзначного.

По вертикалі:

1. Число з питання 15 по горизонталі, помножене на 5. 2. $(90 \times 9 + 1) \times 3$. 4. Різниця чисел з питань 6 і 1 по горизонталі, помножена на 9. 5. Різниця чисел з питань 2 і 4 по вертикалі мінус 41. 7. Число з питання 2 по вертикалі, помножене на 10 і збільшене на 238. 8. Число з питання 11 по горизонталі мінус 2. 10. Сума чисел з питань 5 і 12 по вертикалі. 11. Число з питання 4 по вертикалі, записане в оберненому порядку. 12. Корінь квадратний з числа, що отримали у питанні 1 по горизонталі, помножений на 43. 13. Різниця чисел з питання 1 по горизонталі і питання 12 по вертикалі.



Творчі завдання

1. Напиши «біографію» улюбленої фігури або числа.

2. Склади діалог :

- а) прямокутника і трикутника;
- б) числа 0 і 1.



3. Намалюй картину, використовуючи тільки:

- а) числа;
- б) фігури;
- в) незамкнуті лінії.



4. Напиши математичний твір:

- а) «Якщо б... усі оточуючі предмети стали трикутними»;
- б) чи можливо прожити без числа 0?

5. Склади кросворд з вивченими математичними термінами, з ключовим словом – прізвиськом відомого математика.

6. Створи математичний альбом:

- а) «Живі числа»;
- б) «Числа у прислів'ях і приказках».
- в) «Фігурна мозаїка».
- г) «Творці математики»



7. Склади задачі у малюнках для учнів 3 і 4 класу.

8. Розв'яжи наступні задачі і склади їм подібні.

а) У пошуках Царівни-Жаби Іван-Царевич обстежив 4 болота. На кожному болоті було по 357 качок, а на кожній качці сиділо по 9 жаб. Скільки жаб перецілував Іван-Царевич у пошуках своєї нареченої?

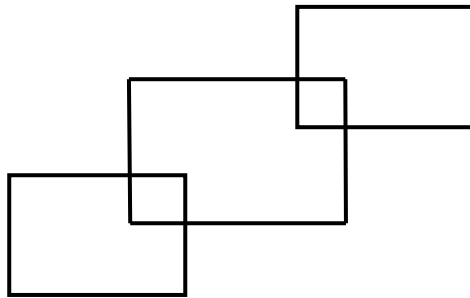
б) 3 тераріуму втекли 3 гадюки, 5 кобр і 10 гюрз. Довжина кожної гадюки 1 м, а кожної кобри – 1 м 30 см, а гюрзи – 1 м 15 см. Скільки метрів отруйних змій втекло з тераріуму?

Примітка: матеріал для задач можна взяти з енциклопедії «Тасмниці живої природи».

Шукаємо потрібну евристику

Розпізнай, які евристики треба використати

1. Намалюй цю фігуру, не відриваючи олівця від паперу і не повертаючись назад.



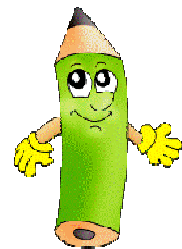
2. Розклади на столі 7 монет у 5 рядів по 3 монетки у кожному.

Вказівка: ряди можуть йти у різних напрямках.

3. Треба розкласти 8 олівців так, щоб вийшло 2 квадрата і 4 трикутника (ламати олівці не можна).

4. За допомогою аркуша паперу спробуй продемонструвати правильність твердження:

сума кутів трикутника дорівнює 180° .



Вказівка: подумай, сумою яких двох рівних кутів можна представити 180° .

5. Розріж правильний 6-кутник на 5 таких частин, щоб з них можна було скласти квадрат.



6. Як з паперового квадрата згинанням можна отримати рівнобедрений трикутник (але не прямокутний).

7. Сім крейд треба укласти так, щоб кожна з них торкалася інших.

8. Спробуй пройти з пункту А в пункт Б, побував у кожній клітинці 1 раз.

А				
				Б



9. Ім'я автора казок зашифровано таким чином:

1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 1 – 6 – 7 – 8
5 – 3 – 8 – 9 – 3 – 3 – 10 – 11 – 12
13 – 14 – 15 – 4 – 11 – 6

Скористайся ключем від шифру: (примітка: слова на російській мові)

САД: 5 – 1 – 7 СНЕГ: 5 – 6 – 3 – 9
ЛЕВ: 2 – 3 – 10 РУЧКА: 8 – 14 – 12 – 4 – 1
ШАПКИ: 1 – 5 – 1 – 13 – 4 – 11

10. Спробуй розшифрувати приказку, яка записана анаграмою:

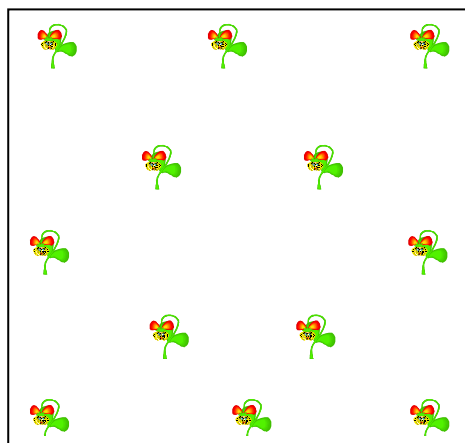
1) ІН РАБИ ІН МОС'Я ; 2) ІН ФАНТАК ІН РАСЯ.

11. Спробуй прочитати зашифровану фразу:

1	17	5	21	8	3
26	13	12	28	24	16
23	20	2	30	14	19
15	7	18	6	27	9
4	25	11	29	10	22

М	К	Т	П	Т	В
Ч	С	В	Л	Р	,
И	О	Ы	!	Е	Г
Х	Е	О	В	И	Е
О	У	А	И	З	Р

12. Садівник заповідав синам свій сад. Чотири сина мали розділити свій сад так, щоб кожна ділянка була однакової форми і розміру, і на кожній росло по 3 дивовижні квітки. Як це зробити?



Відповіді

Евристичний прийом: ПОРІВНЯННЯ

Усна розумова розминка

1. 70 хвилин = 1 година 10 хвилин.
2. в 2 рази.
3. 2 години.

Виконай завдання, використовуючи порівняння

1. Запиши всі можливі варіанти чисел та за допомогою порівняння, знайди найбільше та найменше. Відповідь: 1025, 5210
2. Скористуйся міркуваннями з прикладу 1. Але май на увазі, що в кожному числі обов'язково мають бути цифри 0, 1, 9. Відповідь: 1009, 9910

3.


<i>Опис кроків міркувань, дій</i>	<i>Зразок можливих дій</i>
Визначимо спільне:	В результаті закреслення отримаємо 6-цифрові числа.
Визначимо відмінне	У найменшому числі на першому місці має стояти найменша цифра, яка може залишитися після закреслення. У найбільшому числі – найбільша цифра. З іншими позиціями те ж саме.
Шукані числа:	Найменше: 352117, найбільше: 852117

4.

а) зверни увагу на зміну кількості овалів взагалі та замальованих овалів.


Відповідь: 

б) фігури чергуються, а також змінюється кількість рисок.


Відповідь: 

в)

<i>Опис кроків міркувань, дій</i>	<i>Зразок можливих дій</i>
Визначимо спільне:	Всі об'єкти уявляють собою риси: горизонтальні та нахилені в різні боки під кутом 45° градусів.
Визначимо відмінне:	Кожна стрілка розташована з поворотом, кількість горизонтальних рисок різна.
Знайдемо зв'язок між двома сусідніми об'єктами:	Нахил риси чергується: вліво, вправо. І їх кількість зменшується. Кількість горизонтальних рисок збільшується на 2 через 2 фігури.

Наступна фігура:	
------------------	--

г)

Опис кроків міркувань, дій	Зразок можливих дій
Визначимо спільне:	Всі об'єкти представляють собою три кутник и коло.
Визначимо відмінне:	Одна фігура містить в собі риси, інша нічого не містить, а третя зафарбована в зелений колір.
Знайдемо зв'язок між двома сусідніми об'єктами:	Коло і трикутник чергуються. Перша фігура з рисками, друга – пуста, третя – зафарбована.
Наступна фігура:	

5. Знайди на скільки відрізняються числа в ряду, а потім знайди залежність між цими різницями.

Відповідь: а) 2, 3, 5, 8, 12 б) 1, 3, 7, 15, 31

6. Май на увазі, що в порівнянні чисел враховується не тільки місцезнаходження цифр, але й їх кількість в числі.

Відповідь: 1) $43^{***} < 48^{***}$; 2) $9^*4 < 9^{**}3$; 3) $6^*9 < 96^*$.

7.

Опис кроків міркувань, дій	Зразок можливих дій
Визначимо спільне:	Маємо відрізок, розбитий на частини та відповідне число.
Визначимо відмінне:	Другий відрізок відрізняється від третього на два відрізки на картинці та на 4 одиниці.
Шукані числа:	4.

Обміркуй на дозвіллі

1. $(1-2+3)*4*5$.

2. З першого числа оставляємо 1, друге і третє числа остаються без зміни, а число 999 теж викреслюємо. Тобто, забираємо такі цифри: дві одиниці та три дев'ятки.

3. Народився у 1814, помер у 1841.

4. 25 копійок.

5. 1-й варіант: ВОЛКОДАВ, 2-й варіант: ГГГГ.

6. Петро.

Математичний кросворд

По горизонталі: 1. Гектар. 6. Правильний. 7. Периметр. 8. Рівняння. 11. Мільйон. 14. Цифра.

По вертикалі: 2. Куб. 3. Рівні. 4. Розподільний. 5. Сторона. 9. Радіус. 10. Сотня. 12. Переставний. 13. Тонна.

Евристичний прийом: АНАЛОГІЯ


Усна розумова розминка

1. 2 гривні.
2. Петрик.
3. 20 рогів.

Виконай завдання, використовуючи аналогію

1. Друге число є оберненим до першого, а третє більше першого на 2 одиниці.
Відповідь: 13, 31, 15, 51, 17, 71..
2. а) множник 6 можна представити, як $6=4+2$. *Відповідь:* 138
б) перший стовпчик з числом 46 подвоюємо, другий з 24 ділимо навпіл.
Відповідь: 1104.
3. а) Прямий кут – це половина розгорнутого кута.
Відповідь: другий малюнок (половина кола).
б) Ко-роль, при-казка.
в) Звертай увагу які склади були використані, щоб скласти слова.
1) рука; 2) вірус; 3) лоза.
4. Спробуй порівняти число, що знаходиться у колі за числами у прямокутнику.
Відповідь: 7,6.

Обміркуй на дозвіллі

2. 
3. 99.
4. Четверта.

Математичний кросворд 1. Один. 2. Дробі. 3. Довжина. 4. Градус. 5. Доданок. 6. Ар. 7. Число. 8. Діаметр. 9. Цифра. 10. Десять. 11. Половина.

Евристичний прийом: ПЕРЕБІР ВАРІАНТІВ (підстановка, підбір)

Усна розумова розминка

1. 3 градуси.
2. 2 і 2.
3. Треба поставити кому – 4,5.

Виконай завдання, використовуючи перебір варіантів, підстановку, підбір

1. Запиши замість одиниць x , тоді тисячі можна уявити як $5x$. Подібну заміну, але з іншими буквами, зроби з десятками та сотнями. А потім перебери всі можливі варіанти значень букв. Число одиниць, десятків, сотень і тисяч має бути однозначним.

Відповідь: 5701, 5811, 5921.

2. Використовуй спосіб підбору. *Відповідь:* $1+2+34+56+7$.

3. Запиши всі можливі варіанти дат з однакових цифр. Врахуй, що число дня може бути двозначним, але не більше 30, 31 (в залежності від кількості днів в місяці), число місяця не має перевищувати 12.

Відповідь: 1.1.11; 11.1.11; 1.11.11; 11.11.11; 2.2.22; 22.2.22; 3.3.33; 4.4.44; 5.5.55; 6.6.66; 7.7.77; 8.8.88; 9.9.99.

4.

Опис кроків міркувань, дій	Зразок можливих дій
Помітимо, що різниця C і D дорівнює C . Тобто $D=0$.	$\begin{array}{r} _C0EBC \\ \underline{ABC0} \\ ACAC \end{array}$
Коли віднімемо від нуля A , то отримаємо A . Тобто, $C=1$, а $A=5$.	$\begin{array}{r} _10EB1 \\ \underline{5B10} \\ 5151 \end{array}$
Видно, що $B=6$, $E=7$. Перевіривши різницю, отримаємо <i>відповідь</i> :	$\begin{array}{r} _10761 \\ \underline{5610} \\ 5151 \end{array}$

Другий приклад розв'язуємо так само.

Відповідь: 97072 або 97073

$$\begin{array}{r} + \underline{7843} \\ 104915 \end{array} \quad \begin{array}{r} + \underline{7842} \\ 104915 \end{array}$$

Третій аналогічно.

Відповідь: 526485

$$\begin{array}{r} + \underline{197985} \\ 723970 \end{array}$$

5. Розкладемо число 5 на два додатки. Ці додатки і будуть кількістю прапорців.

Відповідь: I – 0, II – 5; I – 1, II – 4; I – 2, II – 3; I – 3, II – 2; I – 4,

II – 1; I – 5, II – 0.

6. Гірший випадок – це коли підійде останній ключ. Для першого замку це може бути 5 спроб, для другого – вже чотири. І так далі.

Відповідь: 15 спроб.

7. Врахуй, що одним розрізом можна розділити торт на 2 частини.

Відповідь: 4

8. Запиши всі можливі варіанти. *Відповідь:* 3

9. Розв'язуй аналогічно прикладу 2.

Відповідь:

$$\begin{array}{r} 1) \quad + 8256 \\ \quad 53647 \\ + \quad 2190 \\ \hline \quad 64093 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad + 99 \\ \quad \quad 98 \\ \hline \quad 197 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad \times 52 \\ \quad \quad 42 \\ + \quad 104 \\ \hline \quad 208 \\ \quad 2184 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \quad \times 254 \\ \quad \quad 32 \\ + \quad 508 \\ \hline \quad 762 \\ \quad 8128 \end{array}$$

10. Перебери кілька варіантів.

Відповідь: 1) $5 \times 5 - (5 : 5) = 24$; 2) $5 \times 5 \times 5 : 5 = 25$.

Обміркуй на дозвіллі

1. $9 - 5 = 4$

$$\begin{array}{r} \quad \quad \times \\ 6 : 3 = 2 \\ \quad \quad = \\ 7 + 1 = 8 \end{array}$$

2. одиночка; разбор; школа; фраза; парад; подвал; штрих.

3. $6 * 6 - 6$.

4. $9 + 9 : 9 + 9 - 9$.



5. так як з'явився трикутник.

Математичні розваги

1. а) $X - VI = IV$ або $XI - V = VI$ або $XI - VI = V$;

в) $VI = IX - III$ or $VI = IV + II$;

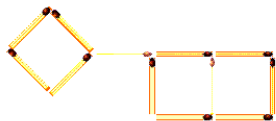
д) $IX - IV = V$;

б) $IX - V = IV$ або $X - VI = IV$;

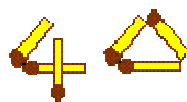
г) $XV + V = XX$;

е) $X - VIII = II$.

2.



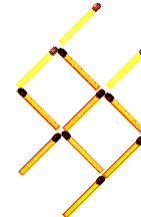
3.



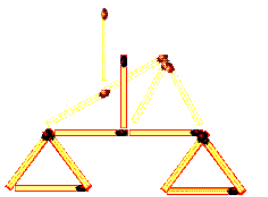
4.



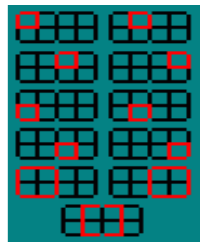
5.



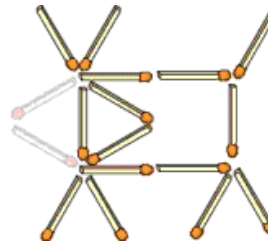
6.



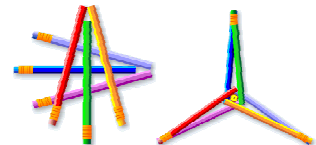
7.



8.



9.



Математичні ребуси

1. Танк. 2. Олена

Евристичний прийом: АНАЛІЗ

Усна розумова розминка

1. Ні, бо через 48 годин буде ніч.
2. 9 овець.
3. Один дідусь, всі інші рухалися в іншу сторону.

Виконай завдання, використовуючи аналіз

1. $\triangle + \triangle + 1/2 * \triangle + 1/4 * \triangle + 1 = 100$. Відповідь: $\triangle = 36$

2. $? \begin{matrix} :6 & -6 \\ *6 & +6 \end{matrix} 6$ Відповідь: 72

3. $? \begin{matrix} -15 & +8 & -6 & +12 \\ +15 & -8 & +6 & -12 \end{matrix} 31$ Відповідь: 32

4. Намалюй схему десятиповерхового будинку та порахуй скільки прольотів, сходів ти проходиш з першого до десятого, а скільки з першого на другий.
Відповідь: в 9 разів.

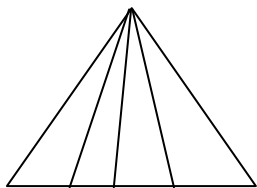
5. Кожного дня кількість лілій зростала в 2 рази. Подумай, у скільки разів ціле озеро більше половини.
Відповідь: за 19 днів.

6. $a \begin{matrix} 1/2 * a + 1 & (a + b) / 2 + 1 & (a - b + c) / 2 + 3 \\ b & c & 0 \end{matrix}$

Відповідь: 30

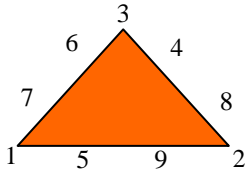
7. Треба рахувати не тільки внутрішні трикутники, що утворилися, а й початковий.

Відповідь:



Обміркуй на дозвіллі

1.



2. Закрити цифри 10-11-12-1-2-3.

3. Рядки однакові.

4. 10.

Математичні ребуси

1. Лінійка.

2. Геометрія.

Математичний кросворд

По горизонталі: 2. Хвилина. 3. Одиниця. 5. Година. 11. Травень. 12. Літр. 14. Задача. 15. Серпень. 16. Ділення. 18. Квадрат. 20. Ар. 22. Гривня. 23. вік. 24. Арифметика.

По вертикалі: 1. Чотири. 4. Дужки. 6. Сотня. 7. Тисяча. 8. Два. 9. Приклад. 10. Березень. 13. Метр. 15. Секунда. 17. Січень. 19. Січень. 21. Рахівниця.

Евристичний прийом: СИНТЕЗ

Усна розумова розминка

1. 3 хлопчика.

2. 2 ноги, бо ноги лише у чоловіка.

3. 13 годин.

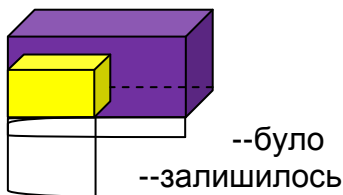
Виконай завдання, використовуючи синтез

1.



Відповідь: 20 днів

2.



Відповідь: на 2 дні

3.

Опис кроків міркувань, дій
1) Швидкість жука більша за швидкість гусені у 7 разів. Тобто ту ж відстань жук проповзе у 7 раз швидше.
2) Відстань збільшилась в 4 рази, тому часу він затратить у 4 рази більше.
<i>Відповідь:</i> 16 хвилин

4.

Відповідь: 5 людей

5. Щоб знайти масу усього снігу, треба спочатку знайти скільки м^3 снігу на даху.

Відповідь: 21, 56625 т

6. Знайди площу квадрату з даною стороною 3см. Порахуй скільки таких квадратів вміщується в прямокутник.

Відповідь: 2

7. На малюнку з'єднали дві фігури, щоб отримати третю. Тому числа треба теж додати.

Відповідь: 17, 15, 22.

Обміркуй на дозвіллі

1. 7 яблук.

2. 24 яйця.

3. 3.

4. 6.

Математичний кросворд

По горизонталі: 1. Квадрат. 3. Ромб. 5. Добуток. 7. Бісектриса. 12. Сума. 13. Чотирикутник. 15. Ділене. 16. Від'ємник. 17. Різниця. 18. Множник.

По вертикалі: 2. Трикутник. 4. Частина. 6. Один. 8. Кут. 9. Зменшуване. 10. Доданок. 11. Трапеція. 14. Дільник.

Математичні ребуси

1. Конус. 2. Транспортир. 3. Алгебра. 4. Точка.

Евристичний прийом: РОЗБИТТЯ ЦІЛОГО НА ЧАСТИНИ

Усна розумова розминка

1. 90 км.

2. на вербі не ростуть груші.

3. 18 проміжків.

Виконай завдання, використовуючи розбиття цілого на частини.

1. *Відповідь:* 408

<i>Опис кроків міркувань, дій</i>	<i>Зразок можливих дій</i>
Проаналізуємо умову: числа від 1 до 172 поділяються на одноцифрові, двоцифрові. Отже, маємо такі підзадачі:	
1. Скільки одноцифрових чисел?	9
2. Скільки двоцифрових чисел?	Це числа від 10 до 99 включно, тобто 90
3. Скільки трицифрових чисел?	Це числа від 100 до 172 включно, тобто 73
4. Обчислення:	$1 \cdot 9 + 2 \cdot 90 + 3 \cdot 73 = 408$

2. *Відповідь:* 703

<i>Опис кроків міркувань, дій</i>	<i>Зразок можливих дій</i>
1. Скільки одноцифрових чисел?	9
2. Скільки двоцифрових чисел?	Це числа від 10 до 99 включно, тобто 90
3. Скільки цифр треба для трицифрових чисел?	$2001 - 1 \cdot 9 - 2 \cdot 90 = 1812$
4. Скільки трицифрових чисел?	$1812 : 3 = 604$
5. Обчислення:	$9 + 90 + 604 = 703$

3. Площа затемненої фігури складається з чотирьох трикутників, попарно рівних між собою. Уважно розглянь рисунок та спробуй довести, що площі затемненої та незатемненої фігур рівні. *Відповідь:* 16.

4. Розглянемо лівий рисунок і визначимо, як за допомогою діаграми отримати число 60. Стовпці діаграми відповідають числам 20, 40, 120, 60. А середнє їх

$$\frac{20 + 40 + 120 + 60}{4} = 60$$

арифметична відповідає числу, записаному внизу:

$$\frac{80 + 120 + 100 + 20}{4} = 80.$$

Відповідь: 80.

5. *Відповідь:* не зміг

<i>Опис кроків міркувань, дій</i>	<i>Зразок можливих дій</i>
1. Скільки дроту треба для першої фігури? Обчислення:	$2 \cdot (5 \cdot 1 + 2 \cdot 2) + 4 \cdot 4 + 1 \cdot 5 = 39(\text{см})$
2. Скільки дроту треба для другої фігури? Обчислення:	$2 \cdot (3 \cdot 3 + 1 \cdot 3) + 2 \cdot 9 + 2 \cdot 3 = 48(\text{см})$
Для різних фігур треба різна довжина дроту.	

6. Квадрат треба розрізати на 4 трикутники по діагоналям. Потім їх можна з'єднати у два квадрати.

7. Ані 5 років. Нюрі $5 \cdot 2 = 25$ років. Тітці Галі $25 + 20 = 45$ років. Тетці Валі $45 : 3 = 15$ років. Дядькові $15 \cdot 2 = 30$ років.

8. Всього учнів було 85. Це число можна визначити наступним чином: $2 \cdot 3 \cdot 2$, тобто 12, ділиться на 2, 3, 4; $12 \cdot 5$, тобто 60, ділиться на 2, 3, 4, 5.

Якщо до 60 додамо $2 \cdot 12 + 1$, то отримане число $60 + 24 + 1 = 85$ буде ділиться на 5, але розділене на 2, 3, 4 буде давати в залишку 1.

Примітка: ми не беремо до уваги числа 25, так як занять не було у двох класах.

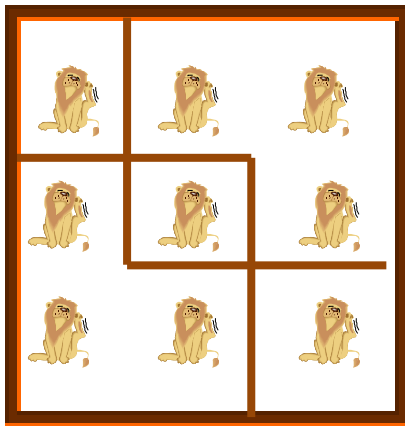
Обміркуй на дозвіллі

1. Згадай, означення чотирикутника, та уважно розглянь малюнок.

Відповідь: 6.

2. УССТРА (СТРАУС).

3.



4. У першому рядку зліва зображена дитяча іграшка, а праворуч - найпростіші деталі, з яких вона складається.

У другому рядку завдання зліва записано число 15. Тоді, за аналогією з першим малюнком вписуємо праворуч один з можливих варіантів представлення числа 15 у вигляді суми.

Відповідь: 3, 5, 7.

5. а) $1 \cdot 2 = 2$;

б) $1 - 2 + 3 = 2$;

в) $1 \cdot 2 \cdot 3 - 4 = 2$;

г) $(1 \cdot 2 \cdot 3 + 4) : 5 = 2$;

д) $(1 + 2) \cdot 3 + 4 - 5 - 6 = 2$;

е) $1 \cdot 2 \cdot 3 + 4 + 5 - 6 - 7 = 2$;

ж) $(1 + 23) : 4 + 5 + 6 - 7 - 8 = 2$; з) $1 + 2 - 3 + 4 \cdot 5 + 6 - 7 - 8 - 9 = 2$.

Математичні ребуси

1. Циркуль. 2. Мінус. 3. Вершина. 4. Діаметр.

Математичний кросворд

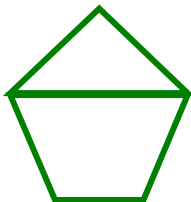
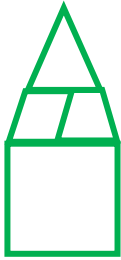
1. Ділення. 2. Шість. 3. Скорочення. 4. Друге. 5. Знаменник

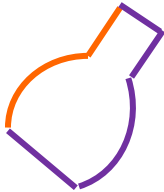
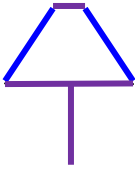

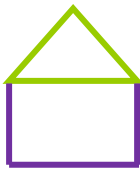
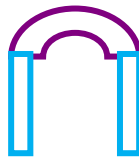
Евристичний прийом: РЕКОНСТРУКЦІЯ ЦІЛОГО ПО ЧАСТИНІ

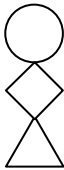
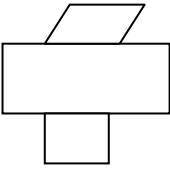
Усна розумова розминка

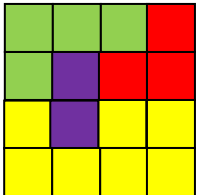
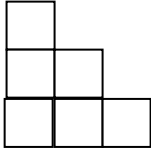
1. 4.
2. 18 сторінок.
3. Чоловік був лисий.

Виконай завдання, використовуючи реконструкцію цілого по частині.

1. а)  б) 

2.     

3. а)  б) 

4.  *Відповідь: зайва фігура -* 

5. а) $4 \text{ км } 35 \text{ м} = 4035 \text{ м}$; б) $5 \text{ т } 129 \text{ кг} = 5129 \text{ кг}$.

6. Робимо всі операції справа наліво і знаходимо значення усіх букв.

а) $m=20$, $x=12,44$, $n=0,64$; б) $a=10,4$, $b=2,96$, $c=95$.

Обміркуй на дозвіллі

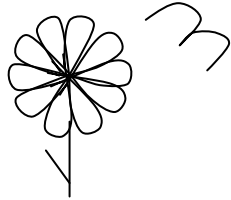
1. $143745=37(72+3x)$; $x=1271$.

2.

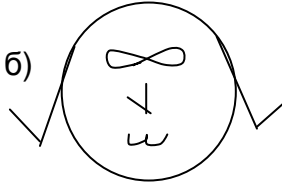
4	3	5
5	4	3
3	5	4

8	4	9
8	7	6
5	10	6

3. а)



б)



в)



4. Середа.

5. 1) $13\text{см} - 5\text{см} - 5\text{см}$;

2) $13\text{см} + 13\text{см} - 5\text{см} - 5\text{см} - 5\text{см} - 5\text{см} - 5\text{см}$.

6. 15 років.

Евристичний прийом: МОДЕЛЮВАННЯ (прийом включення і виключення)

Усна розумова розминка

1. 12 очей.

2. 3 тварини - кішка, собака і папуга.

3. 11 стовпів.

Виконай завдання, використовуючи моделювання, прийом включення і виключення

1.

	Мишко	Діма	Саша
Футбол	-	-	+
Басейн	+		
Бокс	-	+	

1) Мишко старше за боксера, тобто Мишко не наймолодший і не футболіст. Ставимо мінус.

2) У футболіста нема ні сестри, ні брата, отже Діма не футболіст. Отже, Саша – футболіст.

3) Мишко старше за боксера, тому Мишко не боксер. Отже, Діма – боксер. Тоді Мишко займається в басейні.

Відповідь: Мишко – пловець; Діма – боксер; Саша – футболіст.

2.

	Лар.	Жанна	Кат.	Мар.
Гіт.				+
Піан.	+			
Скр..			+	
Віол.		+		

	Лар.	Жанна	Кат.	Мар.
Фр.		+		
Нім.	+			
Ісп.				+
Англ.			+	

1) Жанна знає французьку, ставимо +.

2) Лариса, Марина і Жанна не грають на скрипці, отже Катерина грає.

3) Лариса і Марина не грають на віолончелі, Катерина грає на скрипці, отже Жанна грає на віолончелі.

4) Марина не знає ні англійську, ні німецьку, ні французьку. Отже вона знає іспанську і грає на гітарі. А Лариса тоді грає на піаніно.

5) Лариса не знає англійської, отже знає німецьку. Значить Катерина розмовляє англійською.

Відповідь: Жанна – віолончель, французька. Катерина – скрипка, англійська. Марина – гітара, іспанська. Лариса – піаніно, німецька.

3.

	Белова	Краснова	Чернова
Біла		+	
Червона			+
Чорна	+		

1) Дівчинка в білій сукні говорить до Чернової, отже це не Білова, а значить це Краснова.

2) Прізвища не відповідають кольорам суконь, тому Чернова у червоній сукні, а Белова у чорній.

Відповідь: Белова у чорній, Краснова у білій, Чернова у червоній.

4. Якщо хибне міркування Колі, то це він розбив скло, але тоді й твердження Олега хибні. Тобто у Колі вірне міркування, а у Олега хибне. Тобто це не Петро розбив і не Коля. Значить це зробив Олег.

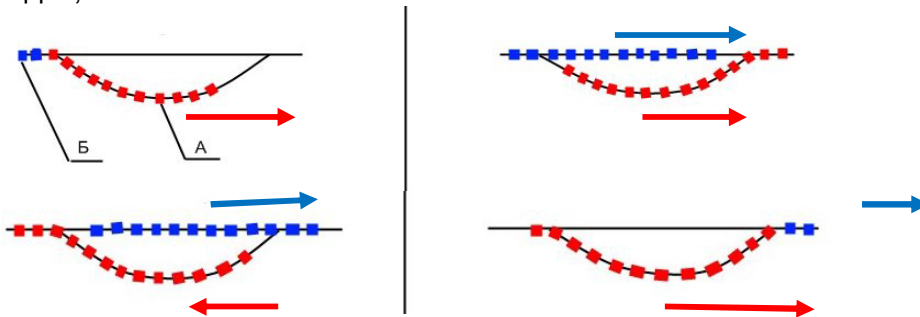
Відповідь: Олег.

5. Відповідь, яку отримали, можна записати у вигляді мішаного дроби, де 19 – ціла частина, 5 – чисельник, а 7 – знаменник. Якщо перевести мішаний дріб у неправильний, то можна знайти а.

Відповідь: 138

Обміркуй на дозвіллі

1. Зобразимо розв'язок за допомогою малюнку. Червоний кольором помічено поїзд А, синім – В.



2. *Відповідь:* Добриня Микитич.

3. *Відповідь:* «У зошиті рівно дев'яносто дев'ять неправильних тверджень».

Математичний кросворд

По горизонталі: 1. Дробова. 5. Парні. 6. Натуральні. 7. Десять. 8. Тридцять.

По вертикалі: 2. Один. 3. Правильний. 4. Десять. 5. Периметр. 6. Нуль.

Евристичний прийом: КЛАСИФІКАЦІЯ

Усна розумова розминка

1. 20 разів.

2. 5 землекопів.

3. Нічого не знайдуть.

Виконай завдання, використовуючи класифікацію.

1. Усі фігури мають 4 сторони, це їх і об'єднує.

Відповідь: фігура №3

2. Є декілька варіантів вибору зайвих чисел. Треба знайти спільне в числах та виключити «зайве». Це може бути або кількість цифр в числах, або цифри, які використовувалися в числах.

Відповідь: 1 варіант - 35, 335, 36, 535, 15, 53; 2 варіант - 35, 335, 36, 535, 45, 53.

3. 1) в; 2) г; 3) в; 4) г; 5) д.

4. Складемо слова: хвилина, метр, секунда, доба. Зайве слово - метр, так як інші слова позначають одиниці часу. *Відповідь:* метр.

Обміркуй на дозвіллі

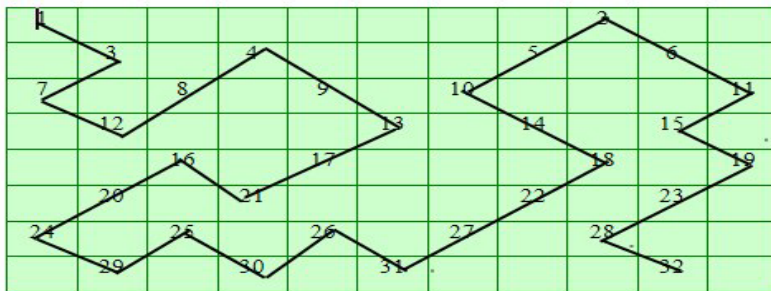
1. Поміркуй до яких множин відносяться подані числа:

а) натуральні числа;

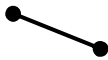
б) цілі числа;

в) раціональні.

2.



3.



4. 1155 або 4155, або 7155, або 3150, або 6150, або 9150.

5. Якщо ми з 5 даних пряників 3 розріжемо навпіл, то отримаємо 6 рівних шматків, кожен з яких і віддамо хлопчикам; потім 2 останні пряника розріжемо кожен на 3 рівних частини і одержимо знову 6 рівних шматків, які і віддамо хлопчикам. Таким чином, задача розв'язана, причому жодного пряника не довелося розрізати на 6 частин.

6. Число $\frac{4}{9}$ отримано після скорочення числа $\frac{16}{36}$. Міркуючи аналогічно, у другому рядку завдання скорочуємо слово «дециметр».

Відповідь: дм.

Шукаємо потрібну евристику

1. Перебір, пошук найкращого варіанта.
2. Перебір варіантів
3. Перебір варіантів, синтез.
4. Розбиття цілого на частини, аналіз.
5. Моделювання, розбиття цілого на частини
6. Моделювання, синтез
7. Перебір варіантів, синтез.
8. Перебір, пошук найкращого варіанта.
9. Аналогія, порівняння, класифікація, реконструкція цілого по частинам
10. Перебір варіантів, аналогія, реконструкція цілого по частинам
11. Аналіз, Аналогія, реконструкція цілого по частинам.
12. Аналіз, розбиття цілого по частинам, перебір

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНЕ ВИДАННЯ

РОТАНЬОВА НАТАЛІЯ,
ДЬЯЧЕНКО ДАРИНА

**МАТЕМАТИКА НА ДОЗВІЛЛІ:
перші знайомства з евристиками**

під загальною редакцією О.І.Скафи

навчальний посібник для учнів 5 – 6 класів

Видавництво „Ноулідж” (Донецьке відділення)
83112, Україна, м.Донецьк, вул.Челюскінців, 291а

Підписано до друку 19.09.2012 р. Формат 60x84/8. Папір типографський.
Друк Офсетний. Умовн. друк. арк. 4,1. Тираж 300 прим. Замовлення № 789

Надруковано в типографії ООО "Цифрова типографія" на цифрових
лазерних видавничих комплексах Rank Xerox DocuTech 135 і DocuColor 2060.
Адреса: Донецьк, вул. Челюскінців, 291а. Тел. (062) 388 07 31