УДК 378.147

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФОРМАЛИЗОВАННЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ АНАЛИЗА ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ДАННЫХ

© 2017. ***Т. И. Бугаева***

В статье рассмотрены проблемы использования формализованных математических моделей для анализа педагогических данных. Обосновано применение в педагогической практике принципа Парето, закономерностей простых чисел и последовательностей чисел вида 2^n. Определено использование закона «сгустка бинарной сложности» для анализа больших информационных баз данных в педагогической практике. Предложено применение формализованных математических методов в качестве инструмента для «прикидочных оценок» предполагаемых результатов диагностики и прогнозирования педагогических явлений и процессов.

Ключевые слова: педагогическое прогнозирование, педагогическая диагностика, анализ педагогических данных, обработка педагогической информации, формализованные модели, математические методы в педагогике.

Введение. Педагогика, как и любая наука, использует различные умозрительные модели. Чаще всего, для объяснения процессов и явлений педагогической реальности она применяет объяснительные модели, которые строятся либо на анализе эмпирических данных, либо на глубоком теоретическом обосновании, в виде вербальных доказательств. Но оказывается, что человек уже давно подметил множество чисто формализованных моделей, которые, на первый взгляд совершенно не имеют никакого отношения к предмету рассмотрения, но, по сути – полностью отражают его действительность. В качестве примера, доказывающего эту мысль, можно вспомнить известную со школьной скамьи, формулу древнегреческого математика Герона, которая позволяет, казалось бы, по формальным признакам (длинам сторон и полупериметру) любого треугольника, находить его площадь. Эта идея подтолкнула и нас, попытаться найти на первый взгляд формальные закономерности, но, по сути, отражающие основные стороны педагогических взаимосвязей.

Направление, связанное с изучением формализованных математических моделей для анализа дидактических данных, имеет большие перспективы применения, особенно, в педагогическом эксперименте, а сама проблема использования формализованных методов все еще недостаточно исследована как в теоретическом, так и в практическом аспектах. Без внимания исследователей остались такие важные вопросы как выбор подходящих математических моделей, обоснованность их применения для анализа педагогических данных, методологические основы их реализации в педагогической практике.

Вместе с тем, учитывая практическую значимость использования формальных подходов для анализа педагогических массивов информации, отсутствие теоретического обоснования и практического внедрения новых формализованных математических моделей, была избрана **тема исследования**: «***Использование формализованных математических моделей для анализа педагогических данных***».

Эта тема исследования является очень **актуальной** не только для научных сотрудников, занимающихся проблемами планирования, мониторинга, прогнозирования в образовательной сфере, но и для рядовых педагогов-исследователей, которые постоянно сталкиваются с проблемами обоснования полученных данных, интерпретацией и получением недостающих данных в логической цепочке экспериментов. Надеемся, что содержательное раскрытие этой проблемы станет мощным теоретико-практическим толчком в их профессиональной деятельности.

Цель исследования – показать формализованные математические модели и возможность их использования в системе педагогических знаний.

Среди основных **задач**, которые возникают при этом, были выделены две: 1) выявить особенности применения формализованных математических методов в педагогической практике, и 2) показать возможность их использования в качестве «опорных точек» и предельных границ в педагогическом анализе.

Общий фон исследования. В современной педагогической практике чаще всего используются математические методы для обработки экспериментальных данных, чему и посвящены многочисленные работы по применению статистических методов в педагогике и психологии (Дж. Гласс, М. И. Грабарь [1], Л. Б. Ительсон, В. П. Мизинцев, В. И. Михеев, Е. В. Сидоренко [2], Г. В. Суходольский и др.). Применение регрессионного, факторного или кластерного анализа делает более привлекательным использование описательной статистики. Однако с ее помощью объективно можно только констатировать фактическое состояние дел, но объяснить их причины невозможно.

В связи с тем, что сейчас вопросам анализа педагогических данных во всем мире уделяется очень большое внимание, то возможности, открываемые использованием квалиметрии (измерение качества), стали привлекать все более широкие круги как отечественных, так и зарубежных исследователей, работающих в области образовательного мониторинга, педагогического моделирования и прогнозирования. Так еще в начале 80-х годов прошлого столетия Г. Г. Азальгадовым и Э. П. Райхманом была предпринята попытка систематизировать многочисленные сведения о квалиметрии, подвести первые итоги первого этапа ее развития [3]. Проблемами математического моделирования с помощью системного подхода занимались такие ученые как В. П. Беспалько, В. И. Загвязинский, Т. А. Ильина, Г. Д. Кириллов, Ф. Ф. Королев и др. Вопросам математического моделирования в гуманитарных науках уделяли свое внимание В. Ф. Зайцев [4], А. В. Солодов, Е. А. Солодова [5; 6], Г. Т. Солдатова, И. П. Лебедева. Но проблемы использования формализованных математических моделей в педагогической практике, в работах вышерассмотренных авторов не исследовались.

Материал и результаты исследования. Природа во всех своих проявлениях стремится к экономии энергии и информации, а педагогические законы и закономерности в этом плане, не являются исключениями, следовательно, можно попытаться исследовать дидактические явления и процессы с помощью уже найденных формализованных методов. Возможно, некоторые из них станут готовыми моделями, а поскольку они уже достаточно изучены, то разумный перенос их на педагогическую действительность даст заметный выигрыш и ученым-исследователям, и рядовым педагогам-практикам.

Для начала, воспользуемся примерами, которые реализуют зависимости *нелинейной формы*. Именно задачи, имеющие нелинейные формы между переменными, труднее всего поддаются формализации.

Воспользуемся набором наблюдений швейцарского ученого *Вальфредо Парето*, который еще в 1906 г. установил, что 80 % земли в Италии принадлежит лишь 20 % ее жителей. Им было сформулировано единое правило, так называемый принцип «*20 на 80*»: *первые 20 % усилий дают первые 80 % желаемого результата*.

В контексте педагогической тематики, этот принцип можно сформулировать так: *достаточно усвоить (определить) 20 % необходимых базовых понятий темы занятия, чтобы осмысленно разобраться (т. е. понять) в 80 % всего изученного материала*. Эта важная закономерность сегодня в педагогике формулируется по-разному, например:

80 % из предложенного учебного материала на занятии полностью усваивается лишь 20 % учащимися (студентами);

80 % функциональности преподавательской деятельности приходится на 20 % выполненной им учебной работы;

80 % трудозатрат студентов, в конечном счете, будут реализованы в будущей профессиональной деятельности не более чем на 20 %;

20 % студентов используют 80 % знаний определенной направленности (например, учебного предмета или курса).

Приведем пошаговое применение *принципа Парето.*

Так, если на первом шаге, прилагая 20 % усилий, можно получить 80 % результата, то на втором шаге, применяя 20 % (от оставшихся 80 %) усилий, можно достичь 80 % от оставшихся на первом шаге 20 % результатов, то есть 16 %. Это означает, что за первые два шага, применив 20 + 16 = 36 % усилий, можно получить 96 % результатов.

Очевидно, что на *n*-м шаге, применив в сумме *(1 – 0,8 n) 100 %* усилий, можно получить *(1 – 0,2 n) 100 %* результатов. Следовательно, на следующем шаге, применяя еще 20 % от оставшихся 64 % или потратив в сумме менее 50 % усилий, можно получить более 99 % результатов [7, с. 231–235].

Эти суждения можно записать в виде таблицы (табл. 1).

Таблица 1

Таблица пошаговых усилий и их результаты

	Усилие	Основа действия	Результат
Шаг 1	20	100	80
Шаг 2	20	80	16
	36		96
Шаг 3	20	64	12,8
	48,8		99,2
Шаг 4	20	51,2	10,24
	69,04		101,76

Округляя значения до целых, и рассчитывая недостающие данные второй переменной (*Основа действия*), получим окончательную таблицу (табл. 2).

Таблица 2

Таблица пошаговых усилий, с учетом основ действия и их результаты

	Усилие	Основа действия	Результат
Шаг 1	20	100	80
Шаг 2	36	267	96
Шаг 3	49	203	99
Шаг 4	69	147	102

Если предположить, что педагогическая система имеет 99 % необходимых возможностей и ее создали, примеру за 10 человеко-часов, то на практике для доведения функциональности педагогической системы до уровня 100 % потребуется еще не менее 10 человеко-часов. Таким образом, *цена последнего процента равна цене всей системы, работающей с 99 % функциональности*. Нам и нужно найти те значения входящих переменных, которые будут наиболее точно приближены к 100 % функциональности системы.

Теперь рассмотрим формализованные вычислительные модели, связанные с использованием *простых чисел*. Одним из первых, кто обратил на них внимание, был известный российский социолог А. А. Давыдов [8, с. 224]. Он предположил, что многие эмпирические социологические данные можно описать простыми числами. Он заметил высокую частоту встречаемости таких чисел во многих социологических показателях, например: доля безработных в экономически активном населении стран мира; хронологический перечень времени правления на престоле римских императоров, а затем правителей России; наибольшее число разводов на 1, 3, 5, 7 годах семейного брака и многие другие. Он установил, что в динамике количественных социальных показателей также наблюдаются различные *закономерности перехода от одного простого числа к другому* (или от группы простых чисел к другой группе), а также подметил, что *некоторые простые числа совпадают с верхней и нижней границами изменения значения какого-то социального показателя*.

В подтверждение того, что простые числа во многом отражают фундаментальные законы экономии (чаще всего энергии или информации), говорит и тот факт, что, например, в механике данный принцип известен как принцип *наименьшего времени* (принцип Ферма) или принцип *наименьшего действия* (принцип Мопертьюи и Гамильтона). В какой-то степени доказательством, что совпадение закономерностей простых чисел можно использовать в педагогической практике является теория приближения функций (теорема Вейерштрассе), которая утверждает, что любую непрерывную функцию можно сколь угодно точно приблизить полиномом. В качестве дополнения к возможности использования закономерностей с простыми числами в педагогическом анализе, служит доказательство *теоремы Funahashi*, согласно которой *бесконечно большая искусственная нейронная сеть с единственным скрытым слоем способна точно приблизить (аппроксимировать) любую непрерывную функцию*. Следовательно, можно с какой-то степенью точности приблизить и использование закономерностей простых чисел в педагогической практике.

Все это в совокупности дает основание полагать, что и наоборот, используя простые числа можно с высокой степенью вероятности находить законы и закономерности поведения опорных педагогических данных (их по-другому называют «реперные точки»). Но проблема усугубляется тем, что появление самих простых чисел *не подчинено какой-либо системе*: они возникают в ряду натуральных чисел самопроизвольно, игнорируя все попытки математиков выявить закономерности в их последовательности. Поэтому факт их продуктивного использования в педагогике очевиден, но проблема выявления, по каким законам они функционируют, остается открытой. Но все же, исследователи и в этом направлении продвинулись далеко вперед. Рассмотрим подмеченные правила нахождения простых чисел и механизмы работы с ними.

Напомним, что число называется простым, если оно делится только на единицу и на само себя. Таким образом, простыми числами являются 2, 5, 7, 11, 13, 17 и т.д.

Но существуют ли законы нахождения простых чисел? Бесконечны ли простые числа? На второй вопрос можно ответить утвердительно: да, простые числа бесконечны. Ответ на первый вопрос – и да, и нет. Есть методы, такие как «решето Эратосфена», позволяющие находить простые числа меньше заданного числа; есть формулы для нахождения некоторых простых чисел, но нет правил, позволяющих вычислить все простые числа.

В настоящее время не найден закон появления простых чисел в ряду натуральных чисел. Например, больше всего простых чисел встречается в интервале от 1 до 100 и от 101 до 200. Среди чисел от 1 до 1000 насчитывается 168 простых чисел, а в последней тысяче среди чисел 10^{100} и $10^{100} + 1000$ простых – всего два. Доказана теорема, определяющая приблизительную частоту появления простых чисел среди целых. Предположим, что $P(N)$ – количество простых чисел меньших N. Например, $P(8)$ равно *4*, так как в интервале до 8 присутствуют четыре простых числа – 2, 3, 5 и 7. Теорема о распределении простых чисел гласит, что с увеличением N соотношение $N/P(N)$ постепенно приближается к натуральному логарифму N: $P(N) \approx N/ln(N)$.

Один из первых вопросов, который неизбежно возникает при изучении простых чисел, звучит так: каково расстояние между двумя соседними простыми числами? Пока на этот вопрос не смог ответить никто, однако можно заметить, что многие простые числа отделены друг от друга всего двумя числами. Например,

$$5 = 3 + 2,$$
$$7 = 5 + 2,$$
$$13= 11+2.$$

Такие пары простых чисел (p, q), для которых выполняется условие $q = p + 2$, получили название *простых чисел-близнецов*. Первые простые числа-близнецы: *(3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19),… (857, 859), (881, 883)…*. Формула простых близнецов ($6x + 5, 6x + 7$), где x – натуральное число. Имеется всего 1224 пары близнецов до $n = 100000$ и *8164* пары до $n = 1000000$. Если два простых близнеца расположены рядом в последовательности простых чисел, то такие числа называют *четверками близнецов*. Например, *191, 193, 197, 199*. Формула четверки близнецов следующая ($6x + 5, 6x + 7, 6x +11, 6x +13$), где x – натуральное число.

И так, к настоящему времени неизвестна общая формула, которая порождала бы последовательность простых чисел. Однако существует ряд эмпирических формул, например, простое число $p > 3$ представимо в виде $6n \pm 1$, где n – натуральное число. Другая формула, многочлен Эйлера $x^2 + x + p$, где x – натуральное число, p – простое число, при $x^2 +x + 41$ дает *581* простое число.

Французскому философу и математику Марену Мерсени еще в 1644 году было известно, что если p не является простым, то $2^p - 1$ также не будет простым. Он установил простые числа, которые получили его имя – *числа Мерсена*: $M = 2^p - 1$, где p = 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 61, 89, 107, 127. Например, $M_2 = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3$; $M_3 = 2^3 - 1 = 8 - 1 = 7$. Если продолжать в том же роде, $M_5 = 31$ и $M_7 = 127$, то есть будут простыми числами. Как ему удалось получить этот результат с помощью вычислительных инструментов того времени, по-прежнему остается загадкой (представьте, как можно доказать, что последнее число в его списке – 170 141 183 460 469 231 731 687 303 715 884 105 727 – является простым). Также были получены и другие формулы определения простых чисел: простые *числа Ферма*: $F_p = 2^{2^n} + 1$, где n – натуральное число; простые *числа Каллена*: $K = n\ 2^n \pm 1$, где n – натуральное число.

Основная теорема арифметики утверждает, что любое целое положительное число больше единицы можно разложить как произведение простых чисел с точностью до порядка множителей. Например, 18 = 2 * 3 * 3, или 924 = 2 * 2 * 3 * 7 * 11. Гольдбах предполагал, что каждое четное число, большее *2*, есть сумма двух простых чисел, а каждое нечетное число, большее *5*, является суммой трех простых. Доказано, что гипотеза Гольдбаха справедлива для больших чисел.

Обсуждение. Учитывая то, что педагогические системы являются составной частью социальных систем, очевидно, что подмеченные закономерности могут использоваться и для педагогических данных. Если кратко суммировать формальные прагматические преимущества использования простых чисел для анализа строения и динамики педагогических систем, то можно отметить следующее. *Во-первых*, их меньше, чем составных чисел, что позволяет «сжать» количественную педагогическую информацию, т. е. представить ее более экономным образом и более просто проанализировать. *Во-вторых*, свойства простых чисел позволяют принципиально, по-новому, анализировать эмпирические данные. *В-третьих*, простые числа уже известны, что позволяет использовать их в качестве «опорных» («реперных») точек при прогнозировании и диагностике строения и динамики развития педагогических систем, особенно для прогноза эмпирических данных, которые в подавляющем числе случаев измеряются с ошибками [8, с. 227].

Также замечено, что в исследовательской педагогической практике можно очень эффективно использовать и *числа Рамануджана-Харди*.

Индийский математик *Сриниваса Рамануджан* заметил удивительные свойства числа 1729. По его мнению, это наименьшее натуральное число, которое представимо в виде суммы кубов двумя различными способами. И действительно, $1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$. Подобные числа получили название *чисел Рамануджана-Харди* (Г. Х. Харди британский математик, который был наставником Рамануджана). Они определяются следующим образом: *n*-е число Рамануджана-Харди – это наименьшее натуральное число, которое можно представить в виде суммы кубов *n* различными способами. В настоящее время известны только пять чисел, обладающих такими свойствами:

T(1) = 2.

T(2) = 1729,

T(3) = 87 539 319,

T(4) = 6 963 472 309 248,

T(5) = 48 988 659 276 962 496.

Шестое число этой последовательности до сих пор неизвестно.

Они также могут служить в качестве базовых точек в мониторинге и прогнозировании педагогических процессов и явлений.

Теперь рассмотрим удивительную *закономерность встречаемости цифр в результатах целых степеней двойки*, то есть, если посмотреть на последовательность первых цифр чисел 2^n (где n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11,...), то окажется ряд чисел: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096..., в котором процентная частота появления на первом месте цифр от 1 до 9 будет следующая: 30, 17, 12, 10, 8, 7, 6, 5, 5. То есть цифра 1 появляется в 30 %, а цифра 9 – в 5 % случаев, т. е. в 6 раз реже.

Если посмотреть на первые цифры чисел, которые определяют население стран мира, то обнаружится замечательная закономерность, что количество встречающихся цифр 1 в этих числах примерно будет больше чем цифры девять примерно в шесть раз. Эту закономерность впервые подметил Н. Н. Константинов, а исследователь М. Б. Севрюк обратил внимание на то, что не только население, но и площади стран мира подчиняются такому же странному закону распределения первых цифр, как степени двойки. Математик В. И. Арнольд к замеченному факту добавил, что в эту ниспадающую последовательность частот первых цифр приближенно вписываются также длины рек и высоты гор. Для контроля он проверил и убедился, что число страниц в книгах его библиотеки подчиняется тому же статистическому закону [9].

Если в вашей библиотеке находятся книги с числом страниц от 10 до 20 страниц (их относят к брошюрам), а также с числом от 90 до 100 (тонкие книги) и от 100 до 200 страниц (средние книги), то их в сумме будет примерно в 6 раз больше, чем книг с числом страниц и от 900 до 1000 (толстые книги).

Этот закон назван в честь физика Фрэнка Бенфорда, который в 1938 году опубликовал исследование, посвященное этой закономерности, хотя само открытие было сделано гораздо раньше, еще в 1881 году. Именно тогда, математик Саймоном Ньюкомб первым обнаружил, что страницы его справочника с участием цифры 1 гораздо сильнее замусолены (на 30 %), чем любые другие страницы без участия этой цифры.

Объяснение этого результата был сделано относительно недавно, и следует из теоремы Г. Вейля, доказанной более ста лет назад. По его утверждению, первая цифра i числа определяется тем, в какой из отрезков между точками lgi и $lg(i + 1)$ попадает дробная часть (мантисса) его логарифма (здесь и далее логарифмы десятичные).

Поскольку $lg2n = nlg2$, а число $x = lg2$ иррационально, теорема Вейля указывает нам равномерное распределение точек $lg2n$ на отрезке от 0 до 1. Следовательно, доля чисел 2^n, имеющих первой цифрой десятичного разложения i, составляет длину p_i отрезка от lgi до $lg(i + 1)$. Таким образом, мы получаем следующую статистику первых цифр чисел 2^n (табл. 3):

Таблица 3

Таблица первых девяти статистических значений цифр чисел 2^n

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$1*p_i$	0,30	0,17	0,12	0,10	0,08	0,07	0,06	0,05	0,05

Среди многочисленных удивительных закономерностей математики, это *единственное распределение*, которое не зависит от того, в каких единицах распределяются значения величин населения стран, книг в библиотеке, длин рек, высоты гор и площади государств (будь то миллионы человек, сотни экземпляров, километры, метры, квадратные километры, и т. д.). Поэтому напрашивается мысль, если эта закономерность встречается в таблицах численности населения, уровней смертности, курсов акций, статистике футбольных соревнований и площадей, государств, рек и озер, то почему бы не проверить его универсальность и в экспериментальных данных педагогических исследований.

Аналогично использованию простых чисел-близнецов и четверок близнецов для больших объемов экспериментальных педагогических данных можно применить формулу по обнаружению, так называемого «*сгустка бинарной сложности*». Обнаруженное преобладание составных событий низкой бинарной сложности над составными событиями с высокой бинарной сложностью получило название *эффекта Арнольда-Филатова* [9; 10].

Понятие *бинарной сложности* ввел академик РАН РФ Владимир Игоревич Арнольд для слов, составных событий и спектров (так называемых, цуг). По его мнению, разные цуги (спектры, записанные в виде двоичных значений последовательностей) одинаковой длины, могут обладать разной сложностью [9; 11]. Например, результат выпадения монеты «101», является более сложным, чем «111», то есть, *сложность* – это число возможных трансформаций. В потоковых последовательностях имитирующих большую величину, например, разных букв в слове, коротком по длине, количественно преобладают простые (последовательные) цуги (например, наиболее используемые буквы в алфавите) («000», «111»,…) над сложными (инверсными) цугами («010», «101»,…). Их можно применять в педагогике для решения различных задач сочетания, распределения и т.п. Разница между бинарными последовательностями, с их уникальными свойствами, и другими типами последовательностей, получаемых перестановкой букв (звуков, морфем) в словах (или слов в предложениях-суждениях), была получена теоретически. Дело в том, что существует *четырехкратное преобладание простых (последовательных) составных событий над сложными (инверсными)* событиями (цугами, словами) той же длины, и это позволяет ввести *логическую условность*, так называемое, *составное событие*. После ввода *логического обобщения*, которое гласит, что события из нулей и единиц одинаковой длины (например: «000» = «111») являются одним и тем же не различимым, составным событием одинаковой бинарной сложности, создается позитивное условие, что количество рассматриваемых вариантов выпадений можно резко сократить, и тем самым уменьшить сложность формул, описывающих соответствующие закономерности. Такое упрощение позволяет найти конкретные формулы расчета сгустков бинарной сложности.

По Джозефу Форду [12] случайная бинарная последовательность является максимально сложной, он указывает, что «бесконечные максимально сложные последовательности настолько непредсказуемы, что их нельзя вычислить с помощью какого-либо конечного алгоритма», и добавляет, что «задать такую последовательность можно, только предъявив ее копию». Утверждение, что последовательность можно задать только с помощью ее копии говорит о ее несжимаемости. Но это не совсем так, ведь ее можно задать цугами, а, следовательно, применить механизм сжатия. И такой алгоритм, позволяющий получать нужные пропорции составных событий в процессе случайного использования букв (символов, звуков, слов), был найден [10]. Следовательно, можно и большой объем педагогической информации, предназначенной для обработки – сжимать. Необходимо заметить, что найденные формулы, так называемой «потоковой теории» являются дополнением к известным комбинаторным и вероятностным формулам. Они начинают работать там, где завершают свое применение традиционные комбинаторные (факториальные) формулы (в частности, формула выпадения монеты – $1/2^n$). Очень образно область их определения описал сам О. В. Филатов: «Если сравнить области работ для выше упомянутых формул в виде пространственных удалений от Земли, то традиционные формулы обслуживают области атмосферы и околоземного пространства, а формулы «потоковой теории» обслуживают область всей оставшейся Вселенной» [10, с. 4]. Иными словами, бинарные сгустки могут использоваться в педагогических исследованиях лишь тогда, когда имеется очень большая статистическая база обрабатываемого материала. Только тогда можно использовать эту модель, тем более что сами закономерности были тоже выявлены при обработке огромных массивов данных, причем с использованием компьютерной техники.

Заключение. Представленные формализованные вычислительные модели: принцип Парето, закономерности простых чисел (числа-близнецы, четверки близнецов, числа Мерсена, Ферма, Каллена), закономерности чисел Рамануджана-Харди, закономерности в распределении ниспадающей последовательности частот первых цифр вида 2^n, являются простыми и удобными методами для анализа педагогических данных. Применение этих моделей основано на том, что природа во всех своих проявлениях стремится к экономии, а педагогические законы и закономерности в этом плане, не являются исключениями, следовательно, рассмотренные модели являются «минимальным мультипликативным базисом реального отражения вещей», поэтому могут использоваться в качестве предварительного инструмента для «прикидки» в выявлении и «нащупывании» педагогических законов. Кроме того, в общесистемной теории детерминированного хаоса [13, с. 50] существует *принцип удвоения*, как один из базисных исходных пунктов в осуществлении процесса любой самоорганизации (в том числе, и самоорганизации педагогических процессов и явлений), поэтому близнецы и четверки простых чисел, сгустки бинарной сложности, наименьшие натуральные числа, которые можно представить в виде суммы кубов различными способами, частотные числа в законе распределения геометрической прогрессии, соответствуют этому принципу удвоения, и он обязательно в той, или иной форме – выполняется.

В педагогических системах существуют критические уровни развития, предельные верхние и нижние допустимые границы различных параметров, которые по законам «общей экономии», обязательно стремятся к числовым значениям рассмотренных формализованных методов. Все представленные модели являются отражением фундаментальных законов природы, многие из которых подкреплены и основаны на законах симметрии, законах сохранения, концепции «золотого сечения» и других законах. Они функционируют на основе всеобщей гармонии, поэтому являются своеобразным отражением объективной педагогической реальности, своеобразным «структурным скелетом» строения и динамики педагогических систем.

Но это не значит, что все полученные эмпирические данные в педагогических исследованиях обязательно должны повторять «опорные» числовые значения или ограничительные уровни развития, вытекающие из рассмотренных формализованных моделей, хотя сам факт, что они стремятся к этим значениям – очевиден. Гипотеза, выдвинутая в этой статье, многократно подтверждается многочисленными результатами педагогических исследований, которые говорят об общности и единстве законов природы, включая и законы развития педагогических систем. Особенная ценность применения формализованных методов проявляется тогда, когда других конструктивных или предметных моделей для выявления закономерностей не существует, или, когда модель можно построить, но на это уйдет очень много времени и сил. Поэтому такие формализованные модели являются великолепным инструментом в «прикидочных оценках» предполагаемых результатов для диагностики и прогнозирования педагогических явлений и процессов. Они могут служить отправной точкой для более содержательного анализа, с использованием более глубоких и обоснованных методик.

Рассмотренные модели на основе чисто формализованных математических закономерностей являются основой для реализации их в интеллектуальных системах добычи знаний (Data Mining), в частности для быстрой и эффективной обработки больших массивов педагогической информации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Грабарь М.И. Планирование методических экспериментов и математическая обработка результатов: Автореф. дис. … д-ра пед. наук. – М., 1989. – 40 с.
2. Сидоренко Е. В. Методы математической обработки в психологии / Е. В. Сидоренко. – СПб. : Речь, 2001. – 350 с.
3. Азальгадов Г. Г. О квалиметрии / Г. Г. Азальгадов, Э. П. Райхман. М. : Издательство стандартов, 1972. – 172 с.
4. Зайцев В. Ф. Математические модели в точных и гуманитарных науках. – СПб. : ООО «Книжный Дом», 2006. – 112 с.
5. Солодов А. В. Системы с переменным запаздыванием / А. В. Солодов, Е. А. Солодова. – М. : Наука, 1980. – 384 с.
6. Солодова Е. А. Математическое моделирование педагогических систем / Е. П. Солодова, Ю. П. Антонов. – МКО – 2005, Ч. 1, С. 113–121.
7. Ландэ Д. В. Поиск знаний в Internet. Профессиональная работа. : Пер. с англ. – М. : Вильямс, 2005. – 272 с..

8. Давыдов А. А. Системный подход в социологии : новые направления, теории и методы анализа социальных систем. – М. : ДомКнига, 2005 – 328 с.
9. Арнольд В. И. Сложность конечных последовательностей нулей и единиц и геометрия конечных функциональных пространств / Математический институт им. В. А. Стеклова, Москва. Публичная лекция 13 мая 2006 г. для школьников и студентов [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://elementy.ru/nauchno-populyarnaya_biblioteka/430178/Doklad_v_Moskovskom_matematicheskom_obshchestve
10. Филатов О. В. Эффект Арнольда-Филатова. Золотое, серебряное сечения. Альтернативная запись бесконечно сложной последовательности. Аргументация по фундаментальности «Потоковой теории» / О. В. Филатов, И. О. Филатов. – Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов, № 1, 2015.
11. Филатов О. В. О закономерностях структуры бинарной последовательности / О. В. Филатов, И. О. Филатов. – Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов, № 5, 6, 7, 11, 2014.
12. Ford J. How random is a coin toss? / Joseph Ford. – Physics Today, April 1983, p. 40–47.
13. Шустер Г. Детерминированный хаос : введение. М. : Мир, 1988. – 345 с.

Поступила в редакцию 29.11.2016 г.

USE OF FORMALIZED MATHEMATICAL MODELS FOR THE ANALYSIS OF PEDAGOGICAL DATA

T. I. Bugayova

The article deals with the problems of using formal mathematical models for the analysis of pedagogical data. The application of the Pareto principle, regularities of prime numbers and a sequence of numbers of the form 2n in pedagogical practice is substantiated. The use of the law "bunches of complexity" for the analysis of large information databases in pedagogical experiments is defined. The application of formalized mathematical methods as a tool for "estimated estimations" of the expected results of diagnosis and prediction of pedagogical phenomena and processes is proposed.

***Key words**:* pedagogical forecasting, pedagogical diagnostics, analysis of pedagogical data, processing of pedagogical information, formalized models, mathematical methods.

Бугаева Татьяна Ивановна.
Кандидат педагогических наук.
Донецкий национальный университет.
Доцент кафедры инженерной и компьютационной педагогики.
E-mail: bugaeva_tatyana@mail.ru

Bugayova Tetyana Ivanivna
Ph. D. of Pedagogical Sciences
Donetsk National University
The Senior lecturer of the Engineering and Computational Pedagogic Department
E-mail: bugaeva_tatyana@mail.ru