Міжнародний збірник наукових робіт
Международный сборник научных работ

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: проблеми і дослідження

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: проблемы и исследования

Випуск 29

Засновники:

Донецький національний університет

Інститут педагогіки Академії педагогічних наук України

Національний педагогічний університет ім.М.П.Драгоманова

Донецьк: ДонНУ, 2008

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р
Д44

Збірник заснований професором Юрієм Олександровичем Палантом у 1993 році.

Рекомендовано до друку Вченою радою Донецького національного університету 30.05.2008 (протокол №6).

Д44 **Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. –** Вип. 29. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2008. – 144 с. (Міжнародна програма «Евристика та дидактика точних наук»).

Викладено нові підходи до деяких питань методики навчання математики. Роботи присвячено використанню евристичних методів навчання, стимулюванню творчої діяльності учнів та студентів.

Изложены новые подходы к некоторым вопросам методики обучения математике. Работы посвящены использованию эвристических методов обучения, стимулированию творческой деятельности учащихся и студентов.

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р

International Collection of Scientific Works

DIDACTICS of MATHEMATICS: Problems and Investigations

Issue # 29

Founders:

Donetsk National University, Ukraine

Pedagogical Institute of the Academy of Pedagogical Sciences of Ukraine

National Pedagogical University, Kiev, Ukraine

Donetsk, DonNU, 2008

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р
Д44

A periodic semiannual edition founded by Professor Yuriy Palant in 1993.

Recommended for publication by Scientific Council
of Donetsk National University on 30.05.2008 (minutes # 6).

Д44 **Didactics of mathematics: Problems and Investigations: International Collection of Scientific Works. –** issue # 29. – Donetsk: DonNU, 2008. – 144 p. (International program «Heuristics and didactics of hard sciences»).

New approaches to some methods of training mathematics problems are described. The publications concern the use of heuristic methods in teaching sciences, stimulation of creative activity of students in the field of constructing and solving problems.

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р

Постановою Президії ВАК України від 10.11.99 № 3-05/11 затверджено перелік № 3 наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук. До розділу "Педагогічні науки" включено збірник наукових робіт "Дидактика математики: проблеми і дослідження" (Бюлетень ВАК України, 1999, № 6), який є продовженням видання "Евристика та дидактика точних наук" міжнародного збірника наукових робіт. Нумерація випусків продовжується.

ЗМІСТ

CONTENT

ПРОЕКТУВАННЯ ІННОВАЦІЙНОЇ ОСВІТНЬОЇ ДІЯЛЬНОСТІ ВИЩОГО НАВЧАЛЬНОГО ЗАКЛАДУ: З ДОСВІДУ РОБОТИ ДонНУ

О.І.СКАФА,
доктор педагог.наук, професор,
Донецький національний університет
м. Донецьк, УКРАЇНА

Досліджуються питання, пов'язані з розвитком інноваційної освітньої політики сучасного українського вузу. Проводиться моніторинг діяльності Донецького національного університету в цьому напрямі і пропонується інноваційна освітня програма «Педагогічні технології кредитно-модульної системи навчання».

У процесі реформування вітчизняної вищої освіти досягти бажаних результатів стає неможливим без застосування новаторських підходів до навчання. Входження української вищої школи до європейського освітнього простору потребує переосмислення традиційних методів навчання та пошуку новітніх підходів й інноваційних освітніх технологій.

Поняття «інновація» у сфері освіти розуміється і як педагогічне нововведення, і як процес введення цієї новації до практики навчання [1]**.**

Сьогодні у вищій школі України поширені такі інноваційні освітні технології: інформаційні, проблемні, розвивальні, проектні, інтерактивні, індивідуалізовані, модульні, ігрові, інтегровані, дистанційні.

До них належать:

- постійне наукове забезпечення навчання відповідними інформаційними технологіями;
- упровадження в лекційні курси методології й методики науково-дослідницького пошуку;
- застосування науково-дослідних занять;
- перетворення студентських відповідей, рефератів на семінарах у різновид захисту відповідних концептуальних положень нормативних і спеціальних курсів;
- системне об'єднання аудиторних та позааудиторних занять у єдиний навчально-виховний комплекс;
- напрямок роботи студентських наукових гуртків та інших форм науково-дослідної роботи на пошук і творче застосування інноваційних ідей вітчизняної та світової науки й практики;
- використання підсумкових щорічних науково-практичних факультетських, вузівських, міжвузівських, міжнародних конференцій, днів науки та інших форумів для системного аналізу й оцінювання проведеної роботи за певний період з погляду її інноваційного характеру [2].

З переходом українських ВНЗ на кредитно-модульну систему організації навчального процесу особливо активно викладачами та кафедрами проводиться робота щодо розробки й впровадження інноваційних педагогічних технологій у навчальний процес.

Таким чином, метою інноваційної освітньої політики вищих навчальних закладів України в сучасних умовах є *створення й впровадження інноваційної освітньої програми, що* передбачає такі основні заходи:

- ➢ створення та введення в освітню практику нових авторських та якісно вдосконалених навчальних програм;
- ➢ застосування нових, у тому числі інформаційних, освітніх технологій, упровадження прогресивних форм організації навчального процесу й активних методів навчання;
- ➢ створення навчально-методичних матеріалів, що відповідають сучасному

світовому рівню (у тому числі за кредитно-модульною системою);

➢ високу якість навчання, що забезпечується сучасною системою управління якістю;

➢ інтеграцію освіти, науки та інноваційної діяльності;

➢ формування у випускників професійних компетенцій, що забезпечують їхню конкурентноздатність на ринку праці [2].

Підкреслимо, що не можна зараховувати всі реформи в освіті лише до Болонського процесу. Орієнтуючись на світові тенденції, Україна має свою специфічну систему освіти, що відповідає національним і ментальним потребам. Стратегія розвитку освіти в Україні повинна зробити її авторитетною та престижною, забезпечивши визнання у світі. Заради досягнення цієї мети доцільно, на нашу думку, упроваджувати кредитно-модульну систему поетапно.

У цьому напрямку Донецьким національним університетом проводиться багатогранна робота. Вона складається з:

1) організації та управління навчальним процесом на основі КМС;

2) науково-методичного забезпечення КМС;

3) служби кураторів, які супроводжують навчання студентів за кредитно-модульною системою [3].

У зв'язку з цим діяльність кафедр і кожного викладача особливо вагома, оскільки їхня позиція зводиться до позиції консультанта, який стимулює самостійну діяльність студентів, контролює та оцінює їхні досягнення, тобто викладач є носієм та організатором інноваційних систем навчання.

Тому прийшов час обговорити питання про проектування *інноваційної політики університету у сфері освітньої діяльності.*

Передумовами цієї політики є:

1) інноваційні стратегії та форми в галузі освіти;

2) формування загальноєвропейського простору вищої освіти;

3) інноваційна політика вищої школи України.

Саме університети є найважливішими соціальними установами, які сприяють формуванню інноваційного шляху розвитку України.

Інноваційна діяльність університету – це комплекс наукових, педагогічних заходів, спрямованих на розробку та цільове використання освітніх нововведень, комерціалізацію їхніх результатів.

Керування такого роду діяльністю університету зосереджене у відділі науково-методичного супроводження навчального процесу. Відділом розроблено проект Положення про інноваційну освітню діяльність університету, який затверджено на Вченій Раді університету, а також здійснено попередній моніторинг інноваційної діяльності всіх факультетів ДонНУ. Для цього було створено комісію, до складу якої увійшли представники всіх 10 факультетів.

Вивчаючи технології кредитно-модульної системи навчання, ми обрали три основні напрями, за якими проходив моніторинг, це:

– інноваційні освітні технології;

– інформаційно-телекомунікаційні системи;

– технології життєзабезпечення.

Слід зазначити, що на багатьох факультетах викладачами й кафедрами проводиться активна робота щодо розробки та впровадження інноваційних педагогічних технологій у навчальний процес:

- інноваційні форми контролю знань студентів у вигляді комп'ютерних тестових програм;
- використання презентацій під час проведення лекцій та практичних занять. Слід зазначити, що зі збільшенням частки самостійної роботи студентів з дисципліни особливо актуально постає питання про використання мультимедійних проекторів на заняттях;
- створення електронних підручників і дистанційних курсів. Що стосується впровадження дистанційних курсів, то зі збільшенням частки СРС вони особливо корисні для управління викладачем індивідуально-консультативною роботою зі студентом.

Сучасна техніка активно впроваджується у ВНЗ, пред'являючи нові вимоги до діяльності викладачів, які по-різному відповідають на них. Одні легко освоюють і впроваджують в навчальний процес нові засоби навчання; інші не уміють їх використовувати в педагогічній практиці. Найважливішим *державним завданням, що стоїть перед сучасним ВНЗ, як відзначив міністр освіти і науки України на колегії МОН України 21 березня поточного року, є включення всіх викладачів в процес активного і свідомого застосування сучасних технічних засобів навчання і уміле поєднання їх з традиційними методами навчання* [4].

У цьому напрямі особливий інтерес представляє досвід економіко-правового факультету, де розробляється сучасна ІТ-інфраструктура факультету і вже є конкретні напрацювання по управлінню викладачами СРС в режимі постійного комп'ютерного спілкування.

Позитивний досвід роботи має і економічний факультет, на якому діє лабораторія дистанційного навчання студентів. Під керівництвом доцента В.Д.Породнікова розроблені їм дистанційні курси з вищої математики для економістів мають великий попит. У цьому навчальному році лабораторія керує самостійною роботою за курсом більше 300 студентами денного і заочного відділень.

З цього приводу в університеті затверджено положення про організацію дистанційного навчання і програма дистанційного навчання в ДонНУ як форми організації СРС і на цій основі планується розвинути діяльність по управлінню самостійною роботою.

Така організація СРС вітається студентами і ті викладачі, яких ми змогли переконати, цього року вже до початку наступного навчального року після закінчення курсів у відділі дистанційного навчання і проходження сертифікації розроблених дистанційних курсів зможуть використовувати їх для організації СРС.

Є і ще пропозиція для природничих факультетів організувати експериментальну лабораторію СРС на базі кафедри вищої математики і методики викладання математики (кафедра обслуговує три факультети, вже є напрацювання з організації СРС на біологічному факультеті із студентами по курсу вищої математики і з проведення індивідуально-консультативної роботи за повторним вивченням курсів вищої математики зі студентами хімічного факультету та елементарної математики зі студентами математичного факультету).

Досліджуючи напрямок технології життєзабезпечення слід відмітити досвід економіко-правового факультету. Так, на факультеті створено „*Службу працевлаштування студентів і випускників ЕПФ*".

Деякі заходи, які проводяться цією Службою, подані в таблиці 1.

Таблиця 1

Інноваційні заходи практичного навчання та працевлаштування

Найменування заходу	Мета		Форми проведення
	Дидактична	Виховна	
«День кар'єри»	Показати важливість одержання міцних знань, усвідомити професійні вимоги, пошук баз практики та працевлаштування	Допомога випускників минулих років, почуття єдиної родини студентів і випускників	Елементи презентації (демонстрація відеоряду, музика, фото-відеозйомка, матеріал для газети)
Видання журналу випускників "Вовки"	На прикладах показати секрети успішної кар'єри	Морально-етичні вимоги до професії юриста	Поліграфічне підприємство "ЕКСПРЕС"
Участь практичних	Навчання навичкам та умінням	Емоційне сприйняття	Спеціалізовані аудиторії,

спеціалістів у проведенні занять		"секретів професії"	комп'ютерні класи, ТЗН
Постійний пошук і відновлення банку вакансій	Практичне навчання на робочих місцях	Участь факультету в долі студента	Взаємодія зі службами зайнятості (Державною службою зайнятості, Донецьким кадровим агентством)
Ділова гра "Якщо б працедавцем був я"	Придбання професійних якостей керівника	Мотивація до оволодіння знаннями	На спецкурсах, із залученням Центру практичного навчання ЕПФ

Активно працюють викладачі університету над створенням авторських програм курсів, практикумів, спецкурсів, факультативів, що мають унікальне сучасне наповнення, наприклад, "Політичні репресії в історії України" (історичний факультет), "Екологія міських систем з основами екофізіології рослин"(біологічний факультет), "Криптосистеми з відкритими ключами та криптопротоколи (математичний факультет); "Управління інноваційними процесами" (обліково-фінансовий факультет), "Взаємодія іонних пучків з поверхнею твердого тіла" (фізичний факультет), "Використання інноваційних технологій на уроках української мови" (філологічний факультет), "Рентгеноструктурний аналіз і банки даних білків" (хімічний факультет), "Європейські стандарти прав людини" (економіко-правовий факультет).

Переважно на кожній кафедрі університету представляли нові курси, які введені до навчального процесу.

Розроблено велику кількість науково-методичної та навчальної літератури викладачами кафедр університету.

Але як з'ясувати, чи є кожний курс дійсно унікальним, тобто інноваційним?

Як захистити авторські права викладачів, які розробили програму курсу?

Як розроблений курс можна представити на республіканський, регіональний, а, можливо, й на міжнародний конкурс інноваційних проектів у галузі освіти?

Щоб дати відповідь на всі ці запитання й розробити їх, у Донецькому національному університеті створено суспільний центр інноваційної освітньої діяльності [3].

Одним із головних питань діяльності суспільного центру стане вивчення питань фінансування інноваційних проектів. За нормативними документами таке фінансування здійснюється з трьох джерел: загальнодержавного, регіонального, університетського в процесі участі авторів проектів у різних конкурсах. Тому роль суспільного центру зведеться до відбору проектів на конкурси й постійне інформування кафедр університету про їхнє проведення.

Наступним завданням центру стає розробка інноваційної освітньої програми університету під назвою "Педагогічні технології кредитно-модульної системи навчання" (див. Схему 1). Обрано три основні напрями, за якими будуть прийматися проекти кафедр. В основному ці напрями охоплюють ту багатогранну інноваційну діяльність, яку проводять кафедри. Тому в перспективі до 2010 року вони можуть бути обрані для подальших розробок.

Таким чином, метою інноваційної освітньої політики ДонНУ є *створення та впровадження інноваційної освітньої програми*.


ІННОВАЦІЙНА ОСВІТНЯ ПРОГРАМА ДонНУ
«ПЕДАГОГІЧНІ ТЕХНОЛОГІЇ КРЕДИТНО-МОДУЛЬНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ»
ІННОВАЦІЙНІ ОСВІТНІ ТЕХНОЛОГІЇ
1. Створення авторських програм курсів, спецкурсів, практикумів, факультативів.
2. Інноваційна науково-методична, навчальна література, навчально-методичні комплекси.
3. Інноваційні технології, що застосовуються у навчальному процесі.
4. Інноваційні форми контролю знань студентів.
ІНФОРМАЦІЙНО-ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ
1. Програмне забезпечення загального призначення.
2. Використання Інтернет у навчальному процесі.
3. Ефективні презентації у навчальному процесі..
4. Електронні підручники та тестувальні програми.
5. Розробка та використання дистанційних курсів у навчанні.
6. Програмні засоби для автоматизації адміністративної діяльності факультету.
ТЕХНОЛОГІЇ ЖИТТЄЗАБЕЗПЕЧЕННЯ
1. Освітні проекти, спільні з іншими організаціями, ВНЗ, школами та їхня реалізація.
2. Ринок освітніх послуг факультету у Донецькій області (проведення шкіл, семінарів, презентацій досвіду та ін.).
3. Реклама факультету на ринку освітніх послуг, формування іміджу ДонНУ.
4. З'вязок факультету з випускниками, вивчення попиту потреби випускників факультету на ринку праці та створення на підставі цієї роботи нових варіативних курсів.
ПРОЕКТИ
ВПРОВАДЖЕННЯ
(ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ)

Схема 1

Такі заходи дозволять здійснити і моніторинг діяльності кафедр щодо вибору тих варіативних дисциплін, які використовуються у навчальному процесі. Чи дійсно курси, що викладаються, відповідають сучасному запиту ринку праці з відповідної спеціальності, чи студентам багато років пропонується "застиглий" курс?

Чи відповідають методики й технології, що розробляються, міжнародним стандартам якості освіти?

У цьому й полягає стратегія розвитку інноваційної політики університету:

1. Розробка й впровадження у навчальний процес університету та продаж іншим вищим навчальним закладам України різноманітних освітніх продуктів у межах реалізації основних напрямів інноваційної освітньої програми університету.

2. Участь у регіональних, українських і міжнародних конкурсах інноваційних освітніх програм.

3. Створення та реалізація цільової програми розвитку університету, що відповідає міжнародним стандартам якості.

1. *Манако А.Ф., Манако В.В., Павлова Т.П. Педагогічні інновації та трансформація ролі викладача // Проблеми освіти: Наук.-метод. зб. / НЦМ ВО МОН України. – К., 2005. – Вип. 45: Болонський процес в Україні. – Ч.1. – С. 153-164.*

2. *Вища освіта України – європейський вимір: стан, проблеми, перспективи // Матеріали до підсумкової колегії 21 березня 2008 року, м. Київ // Освіта України. – №21-22, 19 березня 2008р.*

3. *Управління навчальним процесом за кредитно-модульною системою в Донецькому національному університеті. Випуск 2: Тематичний збірник для професорсько-викладацького складу / за редакцією академіка НАН України В.П.Шевченка. Укладачі: А.М.Кучко, В.В.Христіановський, О.В.Мазнєв, О.І.Скафа, О.В.Євтухова. – Донецьк: ДонНУ, 2008. – 292 с.*

4. *Вакарчук І.О. Вища освіта України - європейський вимір: стан, проблеми, перспективи // Доповідь Міністра освіти і науки на підсумковій колегії МОН України. – 21 березня 2008 року, м. Київ. – http://www.mon.gov.ua/*

Резюме. **Скафа Е.И. Проектирование инновационной образовательной деятельности высшего учебного заведения: из опыта работы ДонНУ.** *Исследуются вопросы, связанные с развитием инновационной образовательной политики современного украинского вуза. Проводится мониторинг деятельности Донецкого национального университета в этом направлении и предлагается инновационная образовательная программа «Педагогические технологии кредитно-модульной системы обучения».*

Summary. **Skafa O. DESIGNING OF INNOVATIONAL AND EDUCATIONAL ACTIVITY OF HIGH EDUCATIONAL INSTITUTION: FROM EXPERIENCE OF THE WORK DONETSK NATIONAL UNIVERSITY.** *The questions connected with development of innovational and educational policy the modern ukrainian high school are researched. It is conducted monitoring of activity Donetck national university in this direction. It is offered innovational and educational program "Pedagogical technologies of credit-module system of the education".*

Надійшла до редакції 02.03.2008 р.

МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА СТУДЕНТІВ У СВІТЛІ ВПРОВАДЖЕННЯ КОМПЕТЕНТНІСНОГО ПІДХОДУ

О.В.Куделіна,
кандидат педагог. наук, доцент,
Бердянський державний педагогічний університет,
м. Бердянськ, УКРАЇНА

У статті визначено основні напрями перебудови математичної освіти студентів вищих навчальних закладів у світлі впровадження компетентнісного підходу.

Актуальність. Державна національна програма відродження освіти в Україні наголошує, що освіта стає основою розбудови української держави, національного культурного та духовного багатства країни, становлення демократичного суспільства і ринкових відносин, піднесення вітчизняної науки і техніки до найвищих світових рівнів [1].

Це зумовлює якісно нові вимоги до рівня освіченості кожного члена суспільства, розширення масштабів вищої освіти, підвищення її ролі і значення, зміну змісту та пріоритетів. Важливим у вищій школі стає впровадження у навчальний процес особистісно-орієнтованих педагогічних технологій, розвиток у студентів логічного мислення, засвоєння ними загальних методів наукового дослідження, забезпечення більш інтенсивного розвитку особистості та її професійних компетентностей.

Про величезне значення математичної освіти в розвитку професійних компетентностей студентів наголошується у Концепції математичної освіти в Україні: “сучасний фахівець повинен володіти математичним мисленням, вміти обробляти масиви статистичної інформації, будувати математичні моделі з метою аналізу ситуації та прийняття рішень” [2]. Це обумовлено тим, що у повсякденній діяльності майже всіх фахівців достатньо часто виникають практичні задачі, які на рівні теоретичного розв’язання можуть розглядатися як прикладні математичні, і якість їх розв‘язування буде безпосередньо залежати від здатності даних спеціалістів користуватися певними математичними методами.

Проблеми математичної освіти, теоретичні і методичні аспекти навчання математики в сучасних умовах розглядаються багатьма українськими вченими (М.І.Бурда, М.І.Жалдак, В.І.Клочко, С.А.Раков, О.І.Скафа, З.І.Слєпкань, В.О.Спиваковський, Ю.В. Триус, Т.М.Хмара та ін.). Роботи вчених присвячені впровадженню у процес навчання математики на різних ланках системи освіти концепцій особистісно-орієнтованого навчання, гуманізації, диференціації, інформатизації освіти, а також реалізації положень Болонської декларації у системі вищої освіти України в процесі навчання математики.

Активізація творчих пошуків щодо впровадження ідей компетентнісного підходу в освіту України базуються на визнанні даного підходу одним з провідних напрямів вдосконалення національної освітньої системи [3]. Загальні питання компетентнісного підходу в освіті стосовно формування ієрархії компетентностей найбільш детально і ґрунтовно висвітлено у роботах О.І.Пометун [4], питання теорії і практики формування предметних компетентностей з математики – в роботах С.А.Ракова [5], питанням реалізації професійних компетентностей майбутніх фахівців через математичну освіту студентів присвячене дисертаційне дослідження О.В.Шавальової [6].

Метою даної статті є визначення основних напрямів перебудови математичної освіти студентів вищих навчальних закладів у світлі впровадження компетентнісного підходу**.**

Основний зміст. За О.І.Пометун, система компетентностей в освіті має чітко виражену ієрархічну структуру, рівні якої складають: ключові, загально-галузеві, предметні компетентності. При цьому, до ключових компетентностей відносяться: навчальна компетентність (інтелектуальний розвиток особистості та здатність вчитися протягом всього життя), культурна компетентність (здатність жити та взаємодіяти з іншими в умовах полікультурного суспільства, керуючись національними та загальнолюдськими духовними цінностями), громадянська компетентність (здатність захищати та піклуватися про відповідальність, права, інтереси та потреби людини і громадянина суспільства), соціальна компетентність (володіння сукупністю засобів, що дають можливість індивідові взаємодіяти з різними соціальними групами та соціальними інститутами суспільства) та підприємницька компетентність (володіння засобами, що дають особі можливість ефективно організувати особисту та колективну трудову й підприємницьку діяльність) [4].

До загально-галузевих компетентностей належать ті компетентності, які формуються у студентів впродовж засвоєння в навчальному закладі змісту тієї чи іншої освітньої галузі (протягом всього терміну навчання) та вміння застосовувати їх на практиці у подальшої професійної діяльності для розв’язування індивідуальних та соціальних проблем. Дані компетентності представлено у освітньо-професійних характеристиках фахівців різних спеціальностей.

Предметні компетентності розглядаються як складова загально-галузевих компетентностей, що стосується конкретного предмету [4].

Реалізація цілей навчання математики у вищих навчальних закладах, закріплених у державних освітніх стандартах, щодо формування в студентів уявлення про математику як потужний метод вивчення і перетворення реального світу ставить цю науку на особливе місце в системі людських знань. Специфічність вищої математики, як навчальної дисципліни вищого навчального закладу, полягає у тому, що формуючи предметні математичні компетентності студентів, викладачі водночас мають можливість формувати не тільки предметні, а й ключові та загально-галузеві компетентності майбутніх фахівців [6].

Розкриваючи зміст і основний спосіб набуття ключових компетентностей, О.І.Пометун звертається до самого поняття “набуття”, котре означає, що стати компетентним (набути компетентностей) можна тільки своєю особистою активною, наполегливою та продуктивною діяльністю (причому не тільки навчальною), особистою творчістю, особистісним досвідом через пізнання, критичне осмислення соціального досвіду, тобто через своє неповторне особисте буття [4]. Таке тлумачення повністю узгоджується із сучасними положеннями педагогіки і психології щодо ціннісного ставлення до потреб розвитку кожного студента, визнання продуктивності педагогіки співробітництва, яка передбачає індивідуальне творче буття кожного студента, таким чином, реалізація компетентнісного підходу цілком відповідає побудові системи національної освіти на засадах особистісної орієнтації.

Розглянемо деякі можливості набуття ключових компетентностей через математичну освіту. Навчання математики потребує від студентів значних зусиль, сприяє розвитку логічного мислення, уваги, пам’яті, тобто формує їх навчальні компетентності. Застосовування навичок лічби, геометричних побудов та інформаційно-комунікаційних технологій в процесі розв’язування вправ сприяє розвитку підприємницької та культурної компетентностей. Логічні міркування, аналіз і оцінювання ходу своїх думок і дій формують соціальні та підприємницькі компетентності. Розвиток навичок різних засобів письмового фіксування (використання кванторів тощо) сприяє розвитку навчальних, культурних та соціальних компетентностей. Розв’язування текстових задач відповідного змісту розвиває культурні, громадянські та підприємницькі компетентності. Аналіз об'єктів, ситуацій та взаємозв'язків, використання та оцінювання власних стратегій розв'язування пізнавальних проблем, висловлювання своєї думки, застосовування різноманітних прийомів аргументування сприяють розвитку громадянських, соціальних, культурних та підприємницьких компетентностей.

Загально-галузеві компетентності формуються завдяки тому, що математичні методи використовуються майже в усіх науках та галузях народного господарства (економіка, медицина, програмування, соціологія, лінгвістика, музика, графіка та ін.), а математична компетентність – це не стільки вміння розв'язувати математичні вправи, скільки вміння бачити та застосовувати математику у реальному житті, розуміти зміст і метод математичного моделювання, вміння будувати математичну модель, досліджувати її методами математики [5].

У цьому контексті великого значення набуває сформованість у студентів окремих конкретних математичних знань і вмінь їх застосовувати, які допомагатимуть майбутнім фахівцям приймати правильні рішення при виявленні професійних якостей, передбачених освітніми кваліфікаційними характеристиками. Виважені й чітко сформульовані вимоги до математичної підготовки студентів різних спеціальностей мають забезпечувати умови для продовження навчання за обраним ними фахом, сприяти формуванню спроможності молодих спеціалістів адекватно діяти в критичних ситуаціях, самостійно працювати в різних установах.

Розвиток ключових та загально-галузевих компетентностей в процесі навчання математики потребують від викладачів як модернізації змісту математичної освіти, так й використання нових форм, засобів та методів навчання, які дають можливість не тільки полегшити процес засвоєння студентами навчального матеріалу з математики, а й зробити його особистісно-значущим, по справжньому привабливим для них з точки зору майбутній професійної діяльності.

Вища математика для більшості студентів є складним предметом, при вивченні якого студенти стикаються із значними труднощами. І якщо немає мотивів вивчати математику (або ці мотиви є слабкими, нестійкими), то не можна і сподіватися на отримання якісних змін як в розвитку системи особистісних цінностей студентів, так і в покращенні їх навчальних досягнень. Спрямування курсу математики на формування ключових та загально-галузевих компетентностей студентів підвищує мотивацію навчання математики, а як наслідок, стимулює пізнавальну активність студентів, сприяє розвитку предметних математичних компетентностей та підвищенню навчальних досягнень студентів з вищої математики.

Так, вже на першому занятті з вищої математики студентам економічних спеціальностей слід пояснити, що на цей час рідко які фірми обходяться без спеціалістів з економіко-математичних методів тому, що при прийнятті рішень вибір найефективнішого варіанту неможливий без аналізу математичної моделі. Увагу студентів комп'ютерних спеціальностей необхідно спрямувати на те, що математика є основою алгоритмізації, а значить й програмування. Студентам хімічних, медичних, біологічних та інших спеціальностей слід навести математичні приклади вправ з професійним змістом та історичні відомості про використання математики у даній галузі.

Студенти різних спеціальностей повинні уявляти, що якісне опанування максимально можливим рівнем математичних знань може принести кожному з них відчутну користь в обраній сфері суспільної діяльності, бо математика виховує розсудливість, гнучкість розуму, логічність думки і здатність прогнозувати певні ситуації наперед, що особливо потрібно грамотному фахівцеві, який працює у жорстких сучасних умовах, які до того ж дуже швидко змінюються [6].

Суперечливість ситуації полягає у слабкій узгодженості професійних потреб фахівців різних спеціальностей зі змістом навчального курсу «Вища математика», що вимагає певних, але дуже виважених змін (з урахуванням загальних цілей, задач, вимог до засвоєння і актуальних потреб реалізації прикладної, професійної спрямованості даного курсу у відповідності до профілю навчання). Зміст навчального матеріалу, вміщеного у діючих підручниках з вищої математики, якими користуються студенти, не дозволяє повноцінно реалізовувати завдання професійної підготовки, оскільки у цих підручниках дуже обмежена кількість прикладів, які б безпосередньо стосувалися професійних інтересів чи професійних обов'язків майбутніх фахівців. Зрозуміло, що створити єдиний універсальний підручник (який би враховував потреби навчальних закладів різного профілю) навряд чи реально (й навряд чи потрібно цього домагатися), однак цілком можливо створити спеціальні навчальні посібники, добірки дидактичних матеріалів для студентів, що навчаються за різними спеціальностями. Сьогодні творчо працюючим викладачам математики доводиться докладати значних зусиль для пошуку і добору цікавих історичних фактів, прикладних задач професійного змісту (в ході розв'язування яких можна демонструвати студентам важливість оволодіння різноманітними прийомами і методами математичного моделювання), для опрацювання, систематизації та узагальнення відомостей, розпорошених в різних джерелах.

Вироблення вмінь застосовувати математичні знання у життєвій практиці, до розв'язування задач, що виникають поза межами математики, але розв'язуються математичними методами (тобто прикладних задач), потребує підвищення рівня логічного мислення студентів до рівня, який допоміг би їм стати кваліфікованими фахівцями у своїй галузі. Академік Б.В.Гнеденко ще у 1988 році відмічав, що організаторам математичної освіти слід подумати, чого і як навчати студентів, щоб підготувати їх до всього розмаїття наступної діяльності і водночас показати привабливість і державну важливість кожного з обраних ними напрямів подальшої роботи. Ця думка у світлі сучасних поглядів на місію математичної освіти цілком відповідає меті формування в студентів широкого кола важливих компетентностей шляхом належної реалізації прикладної спрямованості навчання.

Як свідчать результати численних наукових досліджень, шкільна і вузівська практика, на сьогоднішній день найбільш надійним засобом підвищення ефективності та інтенсифікації навчального процесу є інформатизація та комп'ютеризація навчального процесу. Проблеми використання інформаційних комп'ютерних технологій, зокрема систем комп'ютерної математики, у навчанні математики в середній і вищій школі досліджувались у роботах А.П.Ершова, Ю.В.Горошка, М.І.Жалдака, Є.І.Машбиця, О.В.Пенькова, С.А.Ракова, Ю.С.Рамського, О.В.Співаковського, Ю.В.Триуса, В.І.Шавальової та інших. Володіння сучасними математичними пакетами (комп'ютерними програмами) водночас виступає і вимогою сьогодення і показником сформованості технологічної компетентності того, хто навчається. Широке впровадження в навчальний процес педагогічних програмних засобів відкриває широкі перспективи для гуманітаризації освіти і гуманізації навчального процесу, поглиблення та розширення теоретичної бази знань і надання результатам навчання практичного значення, активізує навчально-пізнавальну діяльність студентів, завдяки чому створюються умови для повнішого розкриття їхнього творчого потенціалу, індивідуальних нахилів, запитів й здібностей. Однак, як показує практика навчання вищої математики у вищих навчальних закладах, комп'ютерно-орієнтовані технології в процесі навчання майже не використовуються, хоча матеріально-технічна база для цього існує. Такий стан речей пояснюється у першу чергу існуванням нагальної потреби внесення змін у планування навчального процесу (введення лабораторних занять) та у перелік знань, вмінь та навичок студентів (мається на увазі те, що студенти не математичних спеціальностей не обов'язково повинні вміти розв'язувати вправи аналітичними методами, мабуть достатньо вміти знаходити відповідь за допомогою комп'ютерних програм).

Спрямування курсу математики на формування ключових та загально-галузевих компетентностей формує у студентів здатність розв'язувати типові математичні задачі, створюється запас математичних моделей (процедурна компетентність), завдяки чому з'являється можливість при розв'язуванні прикладних задач знаходити ту модель, яка є адекватною певній нематематичній ситуації, процесу або явищу (дослідницька компетентність); розв'язувати відповідну математичну задачу, контролюючи правильність дій (логічна компетентність) і застосовуючи при цьому для графічного моделювання і виконання обчислень різноманітні, у тому числі комп'ютерні засоби (технологічна компетентність), а також оцінювати ефективність дібраних для розв'язування певної прикладної задачі математичних методів (методологічна компетентність), переносити набуті знання і вміння в нові умови [6].

Висновки. Якість математичної підготовки у вищих навчальних закладах визначальною мірою залежить від змістового наповнення курсу та від наявності стрункої методичної системи навчання математики (педагогічної доцільності методів, засобів, форм організації навчально-пізнавальної діяльності студентів; чіткого структурування і планування навчального матеріалу, створення необхідного навчально-методичного забезпечення тощо). Треба не просто зробити математику привабливим для студентів предметом, а й добиватися цього на максимально доступному змісті навчання, не вихолощуючи і не спрощуючи останнього, при цьому сприяти професійному ростові студентів, розвитку їх ключових (навчальних, культурних, громадянських, соціальних, підприємницьких), загально-галузевих (професійних), та предметних (процедурних, дослідницьких, логічних, методологічних, технологічних) компетентностей.

1.Державна національна програма „Освіта” (Україні XXI століття). – К.: Освіта, 1993. – 24 с.

2.Концепція математичної освіти 12-річної школи. Проект // Математика в школі. – 2002. – №2. – С. 12-17.

3.Овчарук О.Л. Компетентності як ключ до оновлення змісту освіти. – Стратегія реформування освіти в Україні.: Рекомендації з освітньої політики. – К.: «К. І. С.», 2003. – С. 13-43.

4.Пометун О.І. Дискусія українських педагогів навколо питань запровадження компетентнісного підходу до вітчизняного змісту освіти /Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи: Бібліотека з освітньої політики. – К.: «К. І. С.», 2004. – 112 с.

5.Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ. – Харків: Факт, 2005. – 360 с.

6.Шавальова О.В. Реалізація компетентнісного підходу у математичній підготовці студентів медичних коледжів в умовах комп'ютеризації навчання. Дисертація кандидата педагогічних наук: 13.00.02. – Київ: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2007. – 224 с.

Резюме. **Куделина О.В. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ СТУДЕНТОВ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ КОМПЕТЕНТНОСТНОГО ПОХОДА.** *В статье определены основные направления реализации компетентностного подхода в математическом образовании студентов.*

Summary. **Kudelina O. STUDENT'S MATHEMATICAL EDUCATION WITH STANDPOINT COMPETENCE APPROACH.** *There are determined main trends of realization the competence approach in student's mathematical education in article.*

Надійшла до редакції 18.03.2008 р.

ФОРМИРОВАНИЕ НАУЧНОГО МИРОВОЗЗРЕНИЯ СТУДЕНТОВ НА ВВОДНОЙ ЛЕКЦИИ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

В.М.Дрибан,
доцент,
Донецкий национальный университет экономики и торговли им. М.Туган-Барановского,
г.Донецк, УКРАИНА

На конкретному матеріалі показано, як можна формувати науковий світогляд студентів на вступній лекції з вищої математики.

Одной из важнейших задач вуза является формирование научного мировоззрения студентов, овладение ими диалектико-материалистической методологией. Эту задачу должны решать не только философы, но и преподаватели всех дисциплин, имеющих мировоззренческий потенциал. В этом плане высшая математика имеет большие возможности, и преподаватель должен их максимально использовать, тем более, что в подавляющем большинстве учебников мировоззренческим и философским вопросам математики не уделяется никакого внимания. Вопросам формирования научного мировоззрения студентов посвящено немало статей, однако в подавляющем большинстве в них рассматриваются лишь общие аспекты этого направления деятельности преподавателя. Отсутствует главное – конкретика. В лучшем случае выдвигаемые тезисы иллюстрируются единичными примерами. Однако основная задача должна заключаться в том, чтобы выявить мировоззренческий потенциал различных разделов курса и на конкретных примерах показать, как использовать его для формирования мировоззрения студентов, не злоупотребляя при этом специфической философской терминологией и не вдаваясь в излишние философские тонкости.

В [4], [5] мы попытались раскрыть мировоззренческий потенциал аналитической геометрии и математического анализа (разумеется, объем статей не позволял сделать это достаточно полно). *Цель настоящей статьи – показать, как можно построить вводную лекцию, чтобы она стала первым этапом в формировании научного мировоззрения студентов и вызвала интерес к изучению высшей математики.* Ряд интересных и полезных сведений содержится в [3], [6], [7].

В математике обычно различают чистую (теоретическую) и прикладную математику. В чистой математике математические объекты (структуры) изучаются сами по себе, для нее не имеют значения их происхождение и приложения, важны лишь соотношения между элементами структуры. Одна и та же математическая структура может описывать свойства абсолютно разных по своему конкретному содержанию реальных явлений и объектов. Например, производная функции, то есть математическая структура, которая имеет вид

$$y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x},$$

может описывать скорость движения в точке, силу переменного тока, теплоемкость тела, интенсивность нагрузки балки и т.д.

В прикладной математике математическими методами изучаются реальные явления и объекты.

Границы между чистой и прикладной математикой часто очень условны. Математические структуры, которые относятся к чистой математике, могут быть связаны с реальными объектами, но эта связь непосредственно не заметна, а сугубо теоретические структуры с течением времени могут стать очень полезными для других наук и для практики. Приведем один яркий пример. В 1917 г. И. Радон решил одну из сугубо теоретических задач интегральной геометрии. Метод, который он использовал для решения этой задачи, стал называться преобразованием Радона. Первое свое практическое применение оно нашло лишь через 40 лет. Брейсуэлл с помощью преобразования Радона получил картину сверхвысокочастотного излучения поверхности Солнца. А еще через 20 лет с помощью преобразования Радона Г.Хаунсфилдом и А.Кормаком была создана компьютерная томография, которая позволяет получить изображение сечения человеческого тела в любом месте (Нобелевская премия 1979 г.). Это существенно обогатило возможности медицинской диагностики. И таких примеров очень много.

Прикладная математика, в свою очередь, существенно влияет на развитие чистой математики. В прикладной математике при изучении реальных объектов часто возникают новые задачи, которые требуют теоретического исследования. Более того, исследования в прикладной математике могут привести к созданию целых научных направлений и дисциплин. Именно так были оформлены в самостоятельные ветви математики теория информации, теория случайных процессов и ряд других математических дисциплин.

Научный сотрудник одной из телефонных компаний в Копенгагене К.Эрланг, изучая пропускную возможность телефонных сетей (сугубо практический вопрос), создал на базе теории вероятностей принципиально новую математическую модель, которая позволяет учитывать случайность телефонных вызовов (заявок на обслуживание) и случайную продолжительность разговоров абонентов (продолжительность обслуживания). В дальнейшем из работ Эрланга возникла новая математическая дисциплина – теория массового обслуживания (теория очередей), которая находит применение во многих областях человеческой деятельности.

В тридцатые годы XX в. была решена важная проблема автоматического управления самолетом, разрабатывались станки с автоматическим управлением. Постепенно круг подобных проблем расширялся, и вместе с тем стало ясно, что для их инженерного решения необходимо разработать общие принципы теории управления, причем не просто управления, а управления наилучшего. Эта задача привлекла к себе внимание многих ученых, в том числе математиков. Существенных сдвигов в ее решении удалось добиться Л.С.Понтрягину и Р.Беллману. Разработанные ими идеи и принципы привели к возникновению новых математических дисциплин – теории оптимального управления (Понтрягин и его ученики) и динамического программирования (Беллман и его ученики), которые оказали большое влияние на прогресс, как математики, так и техники.

Таким образом, чистая и прикладная математика взаимосвязаны, они части одной и той же науки – математики. Недооценивать чистую математику недопустимо. Она имеет такое же право на существование, как и прикладная математика. Чистая математика имеет свои, внутренние проблемы, свои пути развития. “Не надо думать, что единая функция математики – “служанки наук” – состоит в том, чтобы служить природоведению. Ведь математику называют еще и “царицей наук”!.. В математике содержатся собственный свет и мудрость, кроме возможных ее применений в науке, и человеческий ум, который ощущает, что математика означает для самой себя, хорошо вознаграждается” [1, с.16]. “Создается убеждение, – пишет Б.В. Гнеденко, – что потенциально все серьезные математические теории и результаты рано или поздно найдут свои области применения и помогут продвинуться в каких-то направлениях практической деятельности дальше, помогут глубже понять законы природы, техники, экономики, организации производства, мышления… Появляется убеждение в том, что математику только искусственно разделяют на теоретическую и прикладную, а в действительности каждая ее ветвь может превратиться в прикладную, а каждая прикладная ее часть одновременно является и теоретической" [3, с. 105].

Математика дает удобные и плодотворные способы описания разнообразнейших объектов и явлений реального мира, и в этом плане она выполняет функцию *языка*. Широко известно высказывание Г.Галилея: "Философия написана в грандиозной книге – Вселенной, которая открыта нашему пристальному взгляду. Но понять эту книгу может лишь тот, кто научился понимать ее язык и знаки, которыми она изложена. Написана же она на языке математики..." (цит. по [7, с. 64]). Н.Бор говорил, что математика более чем наука, это язык. Язык математики четкий, лаконичный, он не оставляет места для различных трактовок. Характерной особенностью математического языка является его универсальность, он остается неизменным во всех областях, где применяется. Об этом хорошо сказал Л.Бройль: "Где можно применить математический подход к проблемам, наука вынуждена пользоваться особым языком, символическим языком, своего рода стенографией абстрактной мысли, формулы которой, когда они правильно записаны, по-видимому, не оставляют места ни для какой неопределенности, ни для какого неточного истолкования" [2, С.326].Заметим, что математическая символика не только не оставляет места для неточного выражения мысли и расплывчатости толкования того, что записано, но и позволяет автоматизировать проведение тех действий, которые необходимы для получения выводов. Она часто позволяет сделать легко обозримой и удобной для дальнейшей обработки обширную информацию. Таких свойств не имеет язык ни одной науки, ни один лингвистический язык.

Абстрактные математические структуры, язык описания и специфические методы изучения реальных объектов и явлений – это три неразрывных звена математики.

Следует, на наш взгляд, остановиться на важнейшей черте математики – ее абстрактности. В математике объекты и явления реальной действительности изучаются с позиции свойственных им количественных закономерностей, геометрических форм и присущих явлениям логических связей. Все остальные особенности предметов и явлений реального мира математику не интересуют. Абстракция выделяет интересующие нас соотношения в чистом виде и тем самым дает возможность переносить доказанные математические результаты на все предметы и явления, обладающие теми же формальными особенностями. Именно этим обстоятельством объясняется широкая применимость одного и того же математического аппарата к явлениям совершенно различной природы. Без абстракции математика утратила бы свою мощь и универсальность, она перестала бы быть математикой.

В реальном мире нет объектов, которые не имеют размеров, как точка, нет прямых, плоскостей "с нулевой толщиной" и бесконечной протяженностью, однако это не означает, что понятия, полученные в результате абстракции, неприменимы в реальном мире. Напротив, общеизвестно, какую важную роль играют эти понятия в практических приложениях математики. Таким образом, реализуется следующая цепочка: от примитивного изучения некоторых реальных объектов к абстракции, от нее – к более глубокому изучению этих (и не только этих) объектов. Здесь можно провести следующую аналогию. Пока орел сидит на земле, он охватывает взором очень малый ее участок, где нет пищи. Но вот орел взмывает вверх. Он отрывается (условно говоря, абстрагируется) от земли, и его взору открывается очень большая территория, где он уже может наметить себе жертву. Возвращаясь на землю, он достигает нужного результата.

В математике абстрагирование чаще всего осуществляется через ряд последовательных ступеней обобщения. Вне зависимости от своего происхождения, математические понятия – результат абстрагирования – в дальнейшем как бы живут своей собственной жизнью. Именно эти абстракции, а не конкретные материальные тела и процессы являются той реальностью, которую изучает математика. В свою очередь, эти абстракции также могут обобщаться, что приводит к возникновению абстракции от абстракции и т.д. Возникают абстракции более высоких порядков.

В силу преобладания в математике (особенно в ее современных разделах) абстракций высших порядков создается ложное впечатление, что математические понятия являются чистым продуктом человеческого разума и никак не связаны с реальной действительностью. Однако, если проследить исторический путь развития этих понятий, станет ясно, что в конечном итоге они, по крайней мере, подавляющее большинство из них, имеют свои корни в реальном мире.

Математик выводит свои теоремы из аксиом и ранее доказанных теорем чисто логическими рассуждениями, не прибегая к непосредственному опыту. Поэтому кажется, что математические конструкции являются полностью умозрительными и не имеют под собой реальной почвы. Однако не следует забывать, что все доказательства опираются в конечном счете на аксиомы, которые приблизительно правильно отражают реальные количественные отношения и пространственные формы окружающего мира (поскольку математические понятия и утверждения являются абстракциями, то бессмысленно ставить вопрос о точном соответствии аксиом опытным данным).

Выше приведен один из возможных фрагментов вводной лекции как первой лекции, начиная с которой можно формировать научное мировоззрение студентов. Мы уверены, что методика формирования научного мировоззрения студентов должна стать составной частью методики преподавания высшей математики.

1. Белл Э.Т. Творцы математики: Предшественники современных математиков. – М.: Просвещение, 1979. – 256с.

2. Бройль Л. По тропам науки. – М.: Изд-во иностр. лит., 1962. – 408с.

3. Гнеденко Б.В. Математика и математическое образование в современном мире. – М.: Просвещение, 1985. – 191с.

4. Дрибан В.М., Пенина Г.Г. Философский потенциал аналитической геометрии и его использование для формирования научного мировоззрения студентов//Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип 18. – Донецьк: ТЕАН, 2002. – С.81-91.

5. Дрибан В.М, Пенина Г.Г. Формирование мировоззрения студентов в процессе преподавания математического анализа//Дидактика математики: – Вип.16. – Донецьк: ТЕАН, 2001. – С.13-23.

6. Клейнер Г.М., Клейнер Л.М. Математика и научная картина мира. – К.: Рад. шк., 1984. – 112с.

7. Кудрявцев Л.Д. Современная математика и ее преподавание. – М.: Наука, 1985. – 170с.

Резюме. **Дрибан В.М. ФОРМИРОВАНИЕ НАУЧНОГО МИРОВОЗЗРЕНИЯ СТУДЕНТОВ НА ВВОДНОЙ ЛЕКЦИИ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ.** *На конкретном материале показано, как можно формировать мировоззрение студентов на вводной лекции по высшей математике.*

Summary. **Driban V. FORMATION OF THE SCIENTIFIC WORLD VISION OF STUDENTS AT THE INRODUCTORY LECTURE ON HIGHER MATHEMATICS.** *Using practical materials the auther shows how to format the students word vision at introductory lecture on Higher Mathematics.*

Надійшла до редакції 17.03.2008 р.

ОПЕРАЦИЯ ПРЕДЕЛЬНОГО ПЕРЕХОДА И ЕЕ РОЛЬ В РАЗВИТИИ ИНТЕЛЛЕКТА СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ ВУЗОВ

Н.Б.Браславская,
доцент,
А.В.Прохорова,
кандидат техн. наук, доцент,
Севастопольский национальный университет ядерной энергии и промышленности
г.Севастополь, УКРАИНА

Пропонується методика вивчення операції граничного переходу, з якої починається вища математика і яка є фундаментом математичного аналізу і не тільки. В основі цієї операції полягає поняття скінченної границі функції в точці $\left(\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A\right)$. *У статті пропонується сконцентрувати увагу на понятті цієї кінцевої границі, дається аналіз того, яке місце в теорії границь займає поняття границі та які причини важкого засвоєння студентами цього поняття. За основу формування поняття границі пропонується прийняти наочні подання про нього, тобто основні уявлення, види міркувань, доведень та ін., «демонструвати» геометрично за допомогою малюнків, схем.*

Введение. Целью обучения математики в вузе является формирование умения осмысливать сущность понятий и утверждений, понимать логику рассуждений, умения использовать знания для поиска решений, умения следить за точностью выкладок. Без этого любой набор заученных утверждений, алгоритмов решений и действий бесполезен и быстро забывается. Поэтому овладение указанными умениями должно быть главной целью обучения математике в технических вузах. Этому должны подчиняться методика изложения изучаемого материала, контроль знаний, уровень требовательности.

Понятие операции предельного перехода (понятие предела функции) лежит в основе курса высшей математики, поскольку производная, интеграл, сумма бесконечного ряда базируется на понимании операции предельного перехода.

В технических вузах понятие и определение предела формируется, в основном, на лекциях. Практические занятия сводятся к вычислению пределов, то есть точного значения предела с использованием теорем о пределах. Контроль знаний и умений по теме «Предел функции» ограничивается проверкой умения вычислять точные пределы.

В производственно-технических задачах, как правило, используется только само понятие предела. В самом деле, предположим, что идет некоторый эксперимент, в результате которого рассматривается некоторая последовательность чисел. Эта последовательность есть результат показаний прибора, который работает с определенной точностью. Спрашивается, есть ли необходимость в точном пределе этой последовательности? Очевидно, нет, и значение предела следует искать, используя понятие предела.

О методах изложения определения предела функции при $x \to x_0$. Предлагаемый вариант изучения теории пределов вытекает из следующего анализа этого раздела:

1. Из всех видов пределов в математическом анализе главную роль играет понятие конечного предела функции в точке. Именно оно лежит в основе теории непрерывности функции, дифференциального исчисления и т.п. Другие виды пределов ($\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\infty$, предел последовательности и др. имеют гораздо меньшее значение.

2. Более того, при этом используются, в основном, теоретические аспекты: определение предела прямо используется в определениях непрерывности и производной; теория о пределах порождают свойства непрерывных функций и правила дифференцирования; ряд свойств пределов используется при доказательстве важных утверждений (теоремы Ферма, свойств интегралов и другие). Лишь небольшое число конкретных пределов, да и то выводящихся «теоретически» ($\lim\limits_{x\to x_0} C=C$, $\lim\limits_{x\to x_0} x=x_0$, $\lim\limits_{x\to x_0}\sin x=\sin x_0$, $\lim\limits_{\alpha\to 0}\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}=1$) используется для установления непрерывности элементарных функций и составления таблицы производных.

3. В любом разделе курса, в том числе и в теории пределов, преподаватель высшей математики обязан учить Владению понятиями, поискам и обоснованиям новых фактов, пониманию рассуждений, логике и приемам доказательств.

4. Теория пределов является одной из самых трудных для усвоения студентами и организации изучения разделов анализа. Это связано с тем, что

а) эта теория обладает высокой степенью абстракции, новизной понятия, символики и приемов рассуждения;

б) понятие предела нельзя сконцентрировать «по частям» из небольших элементов и приходится осваивать его «сразу в целом»;

в) понимание сущности предела нельзя получить и «закрепить» решением даже большого числа примеров;

г) элементами «среды», в которой строится и работает теория пределов (функции, абсолютная величина, неравенство и т.д.), студенты недостаточно свободно владеют и, к сожалению, с каждым годом эта картина ухудшается.

Исходя из вышеуказанного, мы предлагаем: сконцентрировать внимание на понятии предела функции в точке; понятие предела формировать на основе наглядного «геометрического» представления о нем; демонстрировать использование нового понятия в рассуждениях; остальные пределы ($\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$, предел последовательности и т.д.) дать в информационном плане после предела функции в точке, используя тот же подход.

План изложения материала может быть следующим:

1. Числовые функции, их свойства и графики. Последовательность как частный случай функции. Основные элементарные функции.

2. Смысл и определение конечного предела функции в точке. Определение предела на «геометрическом языке».

Этому пункту обязательно должно быть посвящено хотя бы одно практическое занятие.

3. Рассуждения с использованием понятия и определения предела:

а) свойства функций, имеющих предел;

б) использование определения пределов в доказательствах;

в) таблица основных пределов

($\lim\limits_{x\to x_0} C=C$, $\lim\limits_{x\to x_0} x=x_0$, $\lim\limits_{x\to x_0}\sqrt{x}=\sqrt{x_0}$)

4. Теоремы о пределах. Простые примеры.

5. Понятия о пределе функции при $x\to\infty$ и пределе последовательности.

6. Определение непрерывности. Примеры непрерывных функций. Точки разрыва.

7. Техника вычисления пределов.

Смысл предела и геометрическое представление о нем достаточно просты. Поэтому предлагаем взять это представление за основу формирования понятия предела, использовать в формулировках, в поисках утверждений и их доказательствах.

Во многих случаях доказательства на геометрическом языке являются строгими, а аналитическая запись «считывается» с рисунков.

Эта методика дает возможность студентам видеть понятие или утверждение и позволяет им самим делать умозаключения и их обосновывать, конструировать новые понятия.

В таких условиях большую роль играют наглядные пособия. Мы рекомендуем большую часть этого материала (графики, определения, таблицы, схемы рассуждений и решений примеров и т.п.) зафиксировать на наглядных пособиях и использовать их при изложении материала, опросах, повторениях и т.д. Они должны достаточно продолжительное время находится в поле зрения студентов.

Наглядное представление о смысле предела можно получить на таких графиках.

Если интересоваться поведением функции вблизи точки x_0, то функция $y = f(x)$ (рис.1, *а*) обладает важным свойством, отличающим ее от остальных, а именно:

1). Функция $f(x)$ вблизи точки x_0 ведет себя «спокойно» в том смысле, что существует число A такое, что для всех значений x из сколь угодно малой окрестности x_0, $f(x) \approx A$, и тем точнее, чем меньше берется окрестность.

Это свойство можно выразить другими словами:

2). При $x \to x_0$ как слева, так и справа, значения функции $f(x)$ приближаются к одному и тому же числу A $\left(f(x) \to A\right)$.

Этим свойством не обладают функции, графики которых изображены на рис.1*б*, 1*в*.

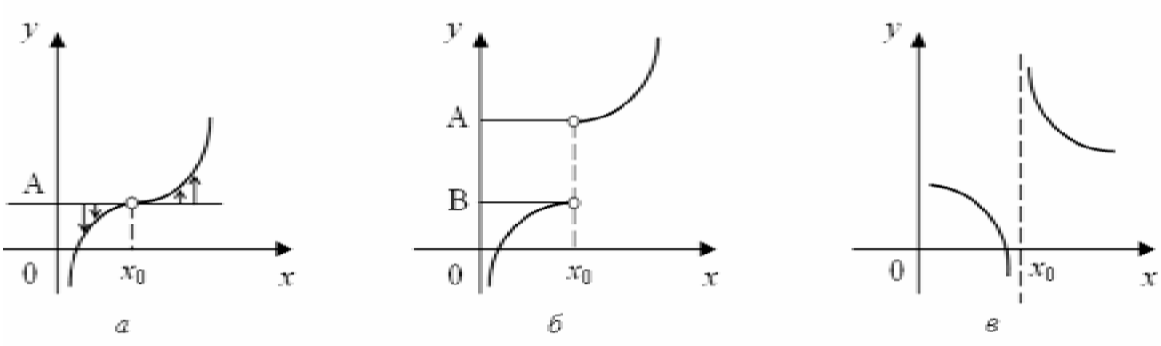


Рис.1

Свойство функции, описанное в высказываниях 1) и 2) и рис.1*а*, выражает сущность предела функции в точке x_0. Именно в этом случае говорят, что число A является пределом функции $f(x)$ при $x \to x_0$ и обозначают $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$ или $f(x) \underset{x \to x_0}{\to} A$.

На закрепление и проверку понимания смысла предела можно предложить следующие упражнения

1). Постройте график функции

$$f(x) = \frac{|x|}{x}$$

и укажите, чему равны пределы:

а) $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$; б) $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$;

в) $\lim\limits_{x \to -2} f(x)$.

2). Постройте график функции $y = tgx$ и укажите, в каких точках она имеет конечный предел, а в каких не имеет предела.

3). Часть графика функции изображена на рис. 2.

Дорисовать график функции так, чтобы функция была определена на всей числовой оси, и

а) имела предел в точке $x = x_0$;

б) не имела предела в точке $x = x_0$.

4). Функцию $y = x^2, x \in [0;2]$ доопределить так, чтобы она была задана на отрезке $[-2;2]$ и

а) имела предел в точке $x = 0$;

б) не имела предела в точке $x = 0$, но была бы определена в ней;

в) не имела предела в точке $x = 0$ и была не определена в ней.

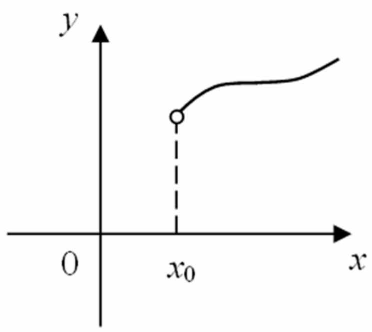


Рис.2

Если будет усвоена суть понятия предела, то легче будет донести определение предела на языке «$\varepsilon - \delta$». Ведь смысл предела можно пояснить так. Зададим погрешность $\varepsilon > 0$. Поскольку по смыслу предела вблизи x_0 $f(x) \approx A$, то требуется такая δ-окрестность x_0, в которой A является приближенным значением $f(x)$ с точностью до ε, т.е. $|f(x) - A| < \varepsilon$. А это уже близкий подход к точному определению:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = A : \forall \varepsilon > 0 \ \exists \ x \neq x_0,$$

$$|x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon \qquad (1)$$

Для выяснения геометрического смысла предела запишем неравенство с модулем в виде равносильных двойных неравенств:

$$|x - x_0| < \delta \Leftrightarrow x_0 - \delta < x < x_0 + \delta \qquad (2)$$

$$|f(x) - A| < \varepsilon \Leftrightarrow A - \varepsilon < f(x) < A + \varepsilon \qquad (3)$$

И все это обязательно пояснить на чертеже (рис.3).

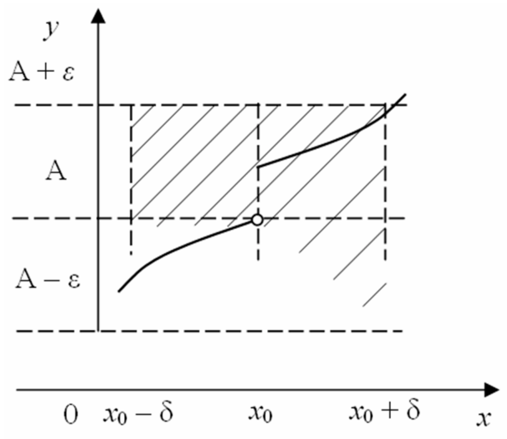


Рис.3

Для закрепления понятия предела можно познакомить студентов с одним из видов рассуждений, использующих это новое понятие. Пусть известно существование предела $\lim_{x \to x_0} f(x) = A$ и какая-то информация о числе A. Так как по смыслу предела вблизи x_0 $f(x) \approx A$, то тем же свойством, что и A, должны обладать и значения функции $f(x)$ хотя бы в одной в малой окрестности x_0.

Можно рассмотреть несколько задач такого вида.

Задача (Свойство 1).

Пусть $\lim_{x \to x_0} f(x) = A$ и $A > p$. Тогда существует такая δ-окрестность x_0, в которой (за исключением, может быть, $f(x_0)$) $f(x) > p$, т.е.

$$\left. \begin{array}{r} |x - x_0| < \delta \\ x \neq x_0 \end{array} \right\} \Rightarrow f(x) > p.$$

Доказательство. Рассмотрим чертеж (рис. 4).

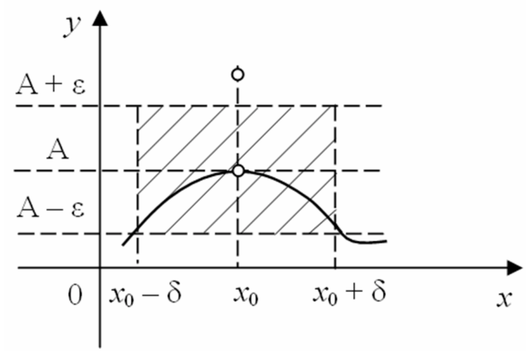


Рис.4

Аналитическая запись доказательства считывается с рис.4.

Возьмем $\varepsilon = A - p > 0$, тогда $p = A - \varepsilon$. Для этого ε на основании определения предела найдем $\delta > 0$, такое что

$$\left.\begin{matrix}|x - x_0| < \delta \\ x \neq x_0\end{matrix}\right\} \Rightarrow p = A - \varepsilon < f(x) < A + \varepsilon \Rightarrow$$

$\Rightarrow f(x) > p$.

В качестве упражнений для студентов можно рассмотреть свойства 2 и 3.

Свойство 2. Пусть $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = B$ и $B < p$. Тогда существует такая δ-окрестность x_0, в которой $f(x) < p$ (за исключением, быть может, $f(x_0)$).

Свойство 3. Если $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$, $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = B$ и $A > B$, то существует δ-окрестность x_0, в которой $f(x) < g(x)$ (за исключением, быть может, $x = x_0$).

Для закрепления определения предела можно предложить следующие задачи.

Задача 1. Сформулировать с помощью неравенств следующие утверждения:

а) $\lim\limits_{x \to 1}(x - 1) = 0$; б) $\lim\limits_{x \to 2} x^3 = 8$;

в) $\lim\limits_{x \to 0}(2x + 1) = 1$.

Задача 2. Пользуясь определением предела функции, доказать равенства:

а) $\lim\limits_{x \to 2}(2x + 3) = 7$; б) $\lim\limits_{x \to x_0} x = x_0$;

в) $\lim\limits_{x \to x_0} \sqrt{x} = \sqrt{x_0}$;

г) $\lim\limits_{x \to x_0}(f(x) + g(x)) = A + B$, если $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$, $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = B$.

Решение задачи 2 – это новый вид рассуждений и поэтому очень сложно воспринимается. Тем не менее, этот вид рассуждения является центральным в разделах математического анализа и не только. Поэтому мы рекомендуем выделить основное содержание доказательства, дать студентам схему рассуждений и оформить ее таблицей:

а). Постановка задачи: берем $\varepsilon > 0$, ищем $\delta > 0$, такое, чтобы выполнялось условие

$$0 < |x - x_0| < \sigma \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon \quad (4)$$

б) Вспомогательные преобразования неравенства $|f(x) - A| < \varepsilon$, упрощение записей, расшифровка условий и т.д.

в). «Угадывание» δ.

г). Проверка того, что для σ выполняется условие 4.

На плакате, кроме этой схемы, можно разместить и пример (например, задача 2а).

Доказать, что $\lim\limits_{x \to 2}(2x + 3) = 7$.

а). Берем $\varepsilon > 0$. Ищем $\delta > 0$, такое, чтобы

$$0 < |x - 2| < \delta \Rightarrow |(2x + 3) - 7| < \varepsilon.$$

б). Преобразование

$$|(2x + 3) - 7| < \varepsilon \Leftrightarrow |2x - 4| < \varepsilon \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2|x - 2| < \varepsilon \Leftrightarrow |x - 2| < \frac{\varepsilon}{2}.$$

в). Легко догадаться, что за искомое δ можно взять любое число $0 < \delta \leq \frac{\varepsilon}{2}$.

г). Действительно, при таком δ

$$|x - 2| < \delta,\ \delta \leq \frac{\varepsilon}{2} \Rightarrow |x - 2| < \frac{\varepsilon}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2|x - 2| < \varepsilon \Rightarrow \ldots$$

и далее по цепочке равносильных равенств получаем $|x - 2| < \delta \Rightarrow |(2x + 3) - 7| < \varepsilon$, что и требовалось доказать.

О понятии предела при $x \to \infty$. После изучения понятия предела функции в точке x_0 излагается понятие предела функции при $x \to +\infty$ и параллельно предел последовательности. Мы предлагаем все строить по отработанной уже схеме введения $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$. При этом может быть использован следующий плакат (рис.5).

Геометрический смысл этих пределов также желательно пояснить на картинках (рис.6).

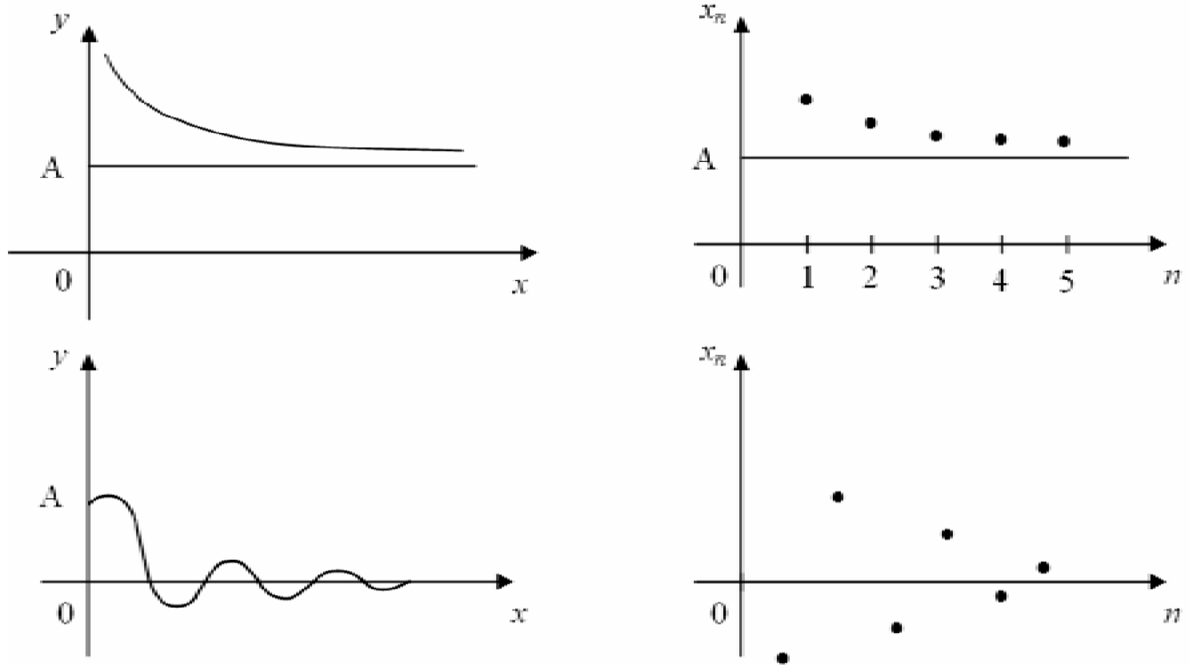


Рис.5

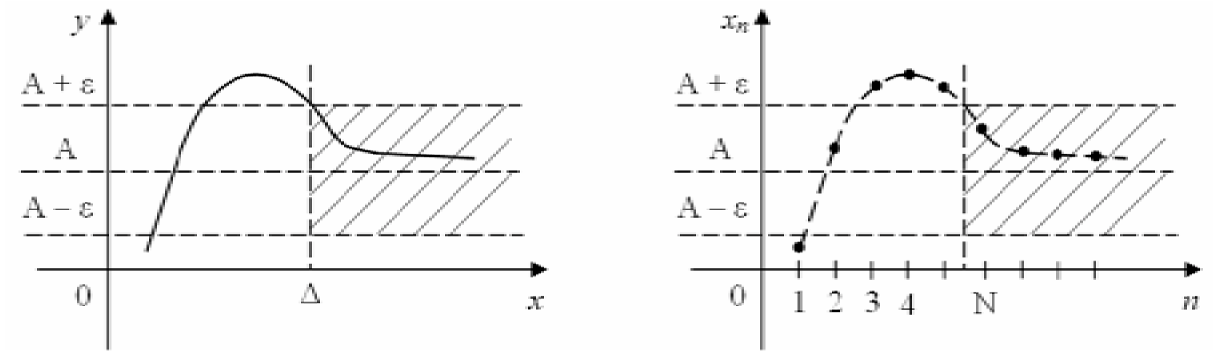


Рис.6

С рисунка легко «считать» геометрический смысл $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=A$: для любой «$\varepsilon$-полоски» прямой $y=A$ найдется число Δ, правее которого график функции $f(x)$ лежит в «ε-полоске». Для закрепления и проверки понимания сути и определения предела могут быть предложены следующие задачи:

1). Дайте геометрическое представление о пределе функции при $x\to-\infty$. Укажите смысл. Приведите пример конкретной функции, имеющей такой предел. Дайте определение $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=A$ на языке «$\varepsilon-\Delta$».

2). Докажите свойство:

если $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=A$ и $A>p$, то существует такое число Δ, что для $x>\Delta \Rightarrow f(x)>p$.

3). Построить графики последовательностей

$$\text{а) } \left(\frac{1+(-1)^n}{n}\right);\ \text{ б) } \left(\frac{n-1}{n}\right);\ \text{ в) } (-2)^n .$$

Имеет ли эта последовательность предел?

4). Доказать свойство сходящихся последовательностей: если $a_n \to A$ и $b_n \to B$ и $A > B$, то существует такой номер N, что для $n > N \Rightarrow a_n > b_n$.

Итак, при изучении понятий всех пределов используется единый подход в формировании понятий, в методах и содержании рассуждений и т.д. Это позволяет даже информационный стиль изложения понятий пределов при $x \to \infty$ и предела последовательности провести на достаточно высоком уровне. И эта часть материала становится хорошим «полигоном» для повторения и оценки знаний.

Мы надеемся, что изложенный метод формирования сути и определения пределов поможет студентам освоить суть самой важной операции, с которой начинается высшая математика, операции предельного перехода.

Понимание дальнейших разделов математического анализа (и не только его) зависит от уровня усвоения теории пределов.

1.Зинченко А.И., Каменская М.В., Прохорова А.В. Об изучении теории пределов на подготовительном отделении. Республиканский научно-методический сборник. Вып. 45. – Киев: Главное изд-во издательского объединения «Вища школа», 1981.– С 34-38.

2.Фихтенгольц Г.М., Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. I. – Наука, 1966.

Резюме. **Браславская Н.Б., Прохорова А.В. ОПЕРАЦИЯ ПРЕДЕЛЬНОГО ПЕРЕХОДА И ЕЕ РОЛЬ В РАЗВИТИИ ИНТЕЛЛЕКТА СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ ВУЗОВ.** *В данной статье предлагается методика изложения операции предельного перехода, с которой начинается высшая математика и которая является фундаментом математического анализа и не только. В основе этой операции лежит понятие конечного предела функции в точке* $\left(\lim_{x \to x_0} f(x) = A\right)$.

Summary. **Braslavskaya N., Prokhorova A. LIMIT TRANSITION OPERATION AND ITS ROLE IN DEVELOPING THE INTELLECT OF TECHNICAL UNIVERSITY STUDENTS.** *The article is devoted to methods of expounding the limit transition operation, with which teaching of higher mathematics starts and which belongs to fundamentals of mathematical analysis. This operation is based on the notion of a finite limit of a function at a point* $\left(\lim_{x \to x_0} f(x) = A\right)$.

Надійшла до редакції 20.03.2008 р.

АКТИВНІ МЕТОДИ НАВЧАННЯ В КУРСІ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

Н.М.Лосєва,
доктор педагог. наук, професор,
Донецький національний університет,
м .Донецьк, УКРАЇНА

Висвітлено досвід використання активних методів навчання, зокрема ділової гри, при вивченні курсу аналітичної геометрії.

Підвищення ефективності підготовки фахівців на основі впровадження нових прогресивних форм і методів навчання – важливе завдання, що стоїть перед педагогами і вимагає пошуку нових підходів у навчанні. Навчання повинне ґрунтуватися не на трансляції готових знань, а на створенні умов для творчої активності. Серед методичних засобів, що реалізовують такий підхід, усе більшого визнання набувають активні групові методи навчання, зокрема ділові ігри. Їх структура відображає логіку практичної діяльності, і саме тому вони є не тільки ефективним способом засвоєння знань і формування умінь, але й способом професійної комунікації.

Питання використання активних методів навчання в освітньо-виховному процесі вивчали Н.Борисова, Л.Венгер, А.Вербіцький, В.Вєдєнін, В.Комаров, В.Платов, А.Співаковська, В.Третьяков, Є.Хруцький та інші.

Мета статті полягає у висвітленні можливостей подолання протиріч між абстрактним характером навчального предмета і потребами реального світу, застосування ділових ігор на заняттях з курсу аналітичної геометрії.

Ми виходимо з того, що основна ідея гри полягає в проектуванні ситуації, в якій студенти, поставивши себе на місце людини тієї або іншої спеціальності, могли б побачити та оцінити значення математичних знань у продуктивній праці, самостійно опанувати необхідний теоретичний матеріал і застосувати отримані знання на практиці. Підкреслимо, що ділова гра є методом пошуку нових способів діяльності, а змагальний характер ділової гри активізує уяву, що допомагає студентам знаходити правильне розв’язання поставленого завдання [3].

У діловій грі навчання учасників відбувається в процесі спільної діяльності. При цьому кожний вирішує своє окреме завдання відповідно до своєї ролі і функції. Спілкування в діловій грі – це не просто спілкування під час спільного засвоєння знань, а спілкування, що імітує взаємодію людей у процесі реальної діяльності [4]. Важливо також зазначити, що ділова гра – це колективний метод навчання. У ділових іграх рішення виробляються колективно, колективна думка формується як при захисті рішення власної групи, так і при критиці рішень інших груп [2].

Підкреслимо, що в грі відтворюються умови для професійного мислення. Ділова гра є чимось іншим, аніж просто спеціально організованою діяльністю із застосуванню теоретичних знань, тут відбувається не механічне накопичення інформації, а діяльнісне розпредмечення якоїсь сфери реального світу.

Переваги організації навчального процесу з використанням активних методів навчання, ділових і ролевих ігор ми бачимо в такому: 1) усуваються протиріччя між абстрактним характером навчального предмета і реальним характером професійної діяльності, системним характером використання міждисциплінарних знань; 2) розв’язується двоєдине завдання широти вивчення проблеми і глибини її осмислення; 3) ігрова форма відповідає логіці предметної діяльності, передбачає соціальну взаємодію, готує до професійного спілкування; 4) ігровий компонент сприяє активності студентів; 5) ділова гра пропонує зворотний зв'язок, причому він є змістовнішим ніж традиційні методи навчання; 6) у грі легше подолати стереотипи, сформувати певні настанови професійної діяльності, скорегувати самооцінку; 7) традиційні методи спрямовані більш на домінування інтелектуальної сфери, а в грі виявляється вся індивідуальність особистості студента; 8) включаються процеси рефлексії, є можливість інтерпретації та осмислення отриманих результатів.

Підкреслимо, що методика проведення ділових ігор передбачає наявність таких етапів:

1. Складання плану гри.
2. Написання сценарію (включаючи керівництво для ведучого, правила, рекомендації, інструкції для гравців).
3. Підбір інформації і засобів навчання.
4. Розробка способів оцінки результатів гри.
5. Підбиття підсумків.

Ділова гра має будуватися за логікою діяльності, а точніше за логікою взаємодії. В основу розробки гри повинна бути покладена діяльність, що відображає узгодження різних інтересів, змістом її може бути явище, до якого є безліч підходів (теоретичних і практичних), зумовлених різними смисловими позиціями учасників. Подієва тканина гри має передбачати постійне зіткнення інтересів учасників гри. Гра будується як прихований діалог думок.

Керівник гри, як правило, її "запускає", здійснює постановку мети, знайомить учасників з її описом, бере участь у розподілі ролей, подає необхідну інформацію. Важливою є його роль у створенні ігрової атмосфери. Ігрові події необхідно вичленити з реальності за допомогою особливої організації простору ігрової взаємодії, специфічного стилю спілкування. Керівник спрямовує свої зусилля на деталізацію розуміння учасниками ігрової ситуації. Він повинен заохочувати оформлення кожної дії псевдореальними документами (наприклад, відсутність гравця пояснюється чергуванням у гуртожитку). Якщо порушується синхронність у роботі груп, йому краще ввести яку-небудь нову умову (наприклад, від'їзд частини працівників у відрядження, відпустка тощо) [1].

Підкреслимо, що для досягнення ефективної співпраці краще, щоб у команді були позитивні міжособистісні стосунки. Корисно при комплектуванні груп використовувати дані соціометрії.

Предметом уваги керівника гри має бути створення ігрової мотивації, забезпечення оптимальної динаміки міжособистісних стосунків. Важливо підтримати певний рівень мотивації змагання серед учасників гри задля того, щоб стимулювати творчу активність, а не лише самопрезентацію.

Опишемо основні труднощі, що виникають під час проведення ділової гри. Збої в її початковому періоді найчастіше пояснюються інтенсивним процесом формування групи. Учасники прагнуть забезпечити собі досить високий соціометричний статус і для цього можуть обрати стратегію критики. Найбільш природним об'єктом для критики їм уявляється гра, і тому процес формування групи краще вивести за межі гри. Якщо ж збій усе-таки виникає, завдання керівника полягає у протидії об'єднанню групи на основі незадоволеності грою. Необхідно показати, що до невдач призводить не погана конструкція гри, а невміння гравців врахувати якісь чинники. Порушення перебігу гри може також відбуватися унаслідок втрати двоплановості, коли на гру можуть переноситися особисті взаємини. Керівник має чітко підкреслити умовний характер гри [4].

Розглянемо деякі аспекти сценарію ділової гри «Криві слугують людині», яка розроблена для курсу "Аналітична геометрія" (разом зі студенткою А. Підварченко).

Ми визначаємо такі цілі проведення ділової гри:

- за допомогою моделювання реальних життєвих ситуацій узагальнити і перевірити знання і уміння студентів з теми "Криві другого порядку", навчитися застосовувати отримані знання для розв'язання практичних завдань;

- встановити міжпредметні зв'язки;
- розширити світогляд студентів;
- розвинути уявлення про математику як частину загальнолюдської культури, підкреслити значущість математичних знань в історії цивілізації і сучасному суспільстві;
- розвиток навичок спільної діяльності, комунікативних умінь, відповідальності за колективне рішення;
- виховання інтересу до аналітичної геометрії.

Студентська аудиторія розбивається на 4 групи (відділи).

Дійові особи: співробітники відділу – члени груп, "начальники відділів" – обираються членами команд у кожній групі, "директор підприємства" – викладач.

Слово надається "директорові підприємства": Геометрія всюди. 1. Підійдемо до радіощогл, на верхівках яких знаходяться випромінювачі електромагнітних коливань. Якої дивної форми ці щогли! Вони складаються з окремих секцій, що поставлені одна на одну і кожна секція має вигляд однопорожнинного гіперболоїда. 2. А тепер сядемо в потяг. Місто залишилося далеко позаду, біжать телеграфні стовпи, але і тут геометрія не покидає нас. Уздовж дороги на стовпах натягнуто дроти, проходить лінія високовольтної передачі і дроти від власним тяжінням злегка провисають. Яка ж лінія утворюється при цьому? Питання має велике практичне значення. І щоб точно підрахувати довжину ліній, необхідно знати, що при провисанні дроту між кожними двома стовпами утворюється ланцюгова лінія. Вона дуже подібна до параболи, але це не парабола, властивості ланцюгової лінії та параболи різні. 3. Після прямолінійної ділянки шляху залізничні рейки спочатку укладають по так званій перехідній кривій, і лише потім цю криву переводять у коло. У кінці повороту відбувається те саме. У якості перехідних кривих застосовують або дугу кубічної параболи, або дугу лемніскати, або дугу спіралі Корню. 4. На заводі працюють верстати. Яку безліч найрізноманітніших ліній описують рухомі частини верстатів! Ми побачимо верстати з найрізноманітнішими формами зубців, виточеними по дузі циклоїди, еліпса тощо. 5. Підлога і стеля в нашій кімнаті підтримуються балками, кінці яких вмуровано в стіни. Балки за рахунок великого навантаження злегка прогинаються (це непомітно для ока) і, щоб розрахувати допустиме навантаження на балки, архітектор повинен знати лінію їх прогинання. Виявляється балка, що підтримує підлогу або стелю, прогинається по кривій, яка називається параболою 4-го ступеня. Не буде перебільшенням сказати, що ця лінія завжди знаходиться у нас під ногами і завжди висить над нашою головою. 6. Нагадаємо, що всі ми живемо на своєрідній поверхні, яка, хоч й іменується земною кулею, насправді є еліпсоїдом обертання. Цей еліпсоїд утворений обертанням еліпса навколо його малої осі.

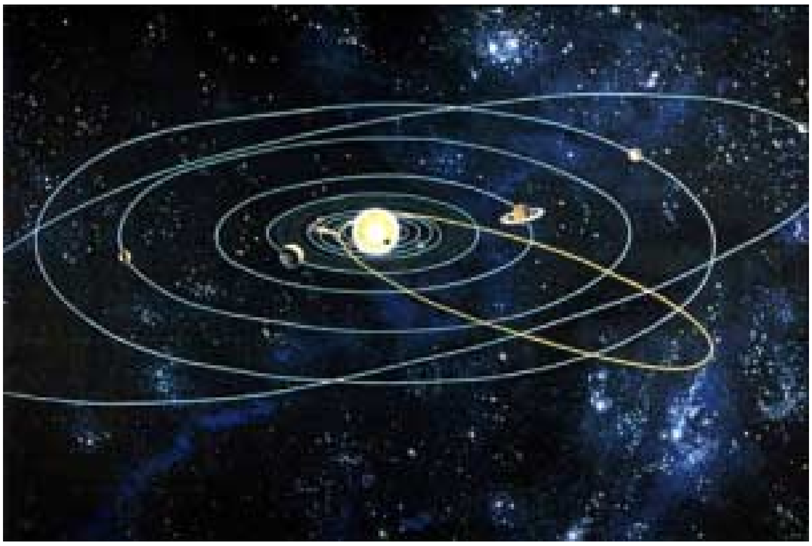
Отже, ми бачимо скільки найрізноманітніших геометричних ліній і поверхонь використовує людина у своїй діяльності і користується вона ними не через любов до цікавих геометричних фігур, а тому, що властивості цих геометричних ліній і поверхонь дозволяють якнайефективніше вирішувати різноманітні технічні завдання.

Сьогодні і у Вас з'явиться можливість влаштуватися працювати на підприємство, де будете архітекторами, конструкторами, будівельниками, біологами і, навіть, астрономами. Вам треба буде спочатку пройти співбесіду, щоб влаштуватися на роботу, потім ми визначимо найпрацелюбніший колектив, а вже після цього кожний відділ отримає свої замовлення (під час «співбесіди» відбувається повторення теоретичного матеріалу).

Директор: Планети Сонячної системи рухаються навколо Сонця по еліпсах, причому Сонце знаходиться в одному з фокусів цих еліпсів. Стародавні греки звеличили сферу, вважаючи її ідеальною формою, що знаходиться в основі Всесвіту. Багато хто пам'ятає, напевно, старовинну гравюру, на якій траєкторії небесних світил моделювлися вписаними у сферу Платоновими тілами – така загальна гармонія світу.

Закони Кеплера розвінчали культ сфери, зруйнували багатовікову птолемеєву ідилію. Перший закон Кеплера стверджує, що планети рухаються по еліпсах, в одному з фокусів яких знаходиться Сонце. Зараз ми на якийсь час будемо астрономами і нам необхідно обчислити ексцентриситети різних орбіт планет.

Кожному відділу видається окреме завдання.



I відділ. Знайти ексцентриситет орбіти Меркурія, якщо відомо, що найменша відстань від Меркурія до Сонця складає 46 млн. км., а найбільша – 69 млн. км.

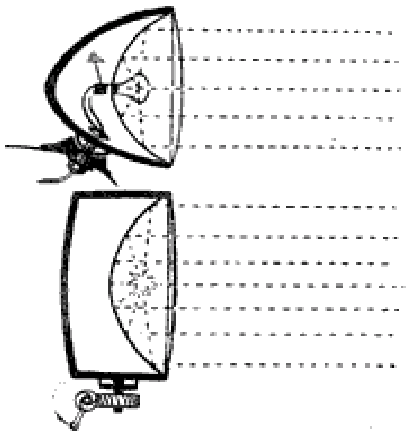
II відділ. Знайти ексцентриситет орбіти Венери, якщо відомо, що найменша відстань від Венери до Сонця складає 107 млн. км., а найбільша – 109 млн. км.

III відділ. Знайти ексцентриситет орбіти Землі, якщо відомо, що найменша відстань від Землі до Сонця складає 147 млн. км., а найбільша – 152 млн. км.

IV відділ. Знайти ексцентриситет орбіти Марса, якщо відомо, що найменша відстань від Марса до Сонця складає 209 млн. км., а найбільша – 249 млн. км.

Робота відділу оцінюється у 100 математичних гривень, за кожну помилку накладається штраф у розмірі 25 матем. грн. Перша команда, яка впоралася із завданням, отримує премію у розмірі 50 матем. грн.

Далі директор підприємства пропонує відділам попрацювати архітекторами, побудувати міст певної форми. Наступним завданням буде пропозиція попрацювати конструкторами.



Завдання: На якій відстані від дна дзеркала прожектора треба розташувати лампочку, щоб прожектор відбивав промені паралельним пучком і утворював на стіні круг площею 30 кв.м?

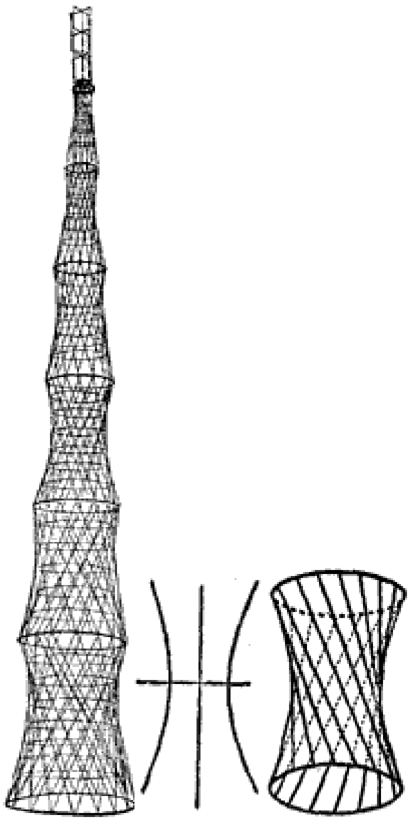
Потім працівники відділів стають будівельниками. Командам видають малюнок Шаболовської радіобашти і завдання такого змісту.

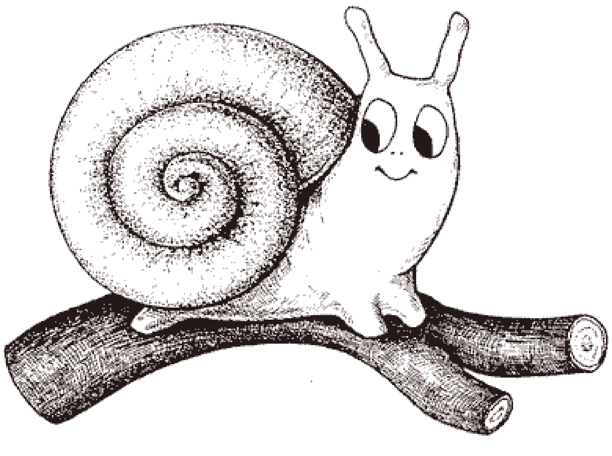
І відділ. Знайти канонічне рівняння кривої, яка утворює своїм обертанням нижню секцію Шаболовської радіобашти, основа якої має площу 1385 кв.м, а ексцентриситет дорівнює 2.

ІІ відділ. Знайти канонічне рівняння кривої, яка утворює своїм обертанням верхню секцію Шаболовської радіобашти, основа якої має площу 706 кв.м, а ексцентриситет дорівнює 2.

ІІІ відділ. Знайти канонічне рівняння кривої, яка утворює своїм обертанням одну з середніх секцій Шаболовської радіобашти, основа якої має площу 1017 кв.м, а ексцентриситет дорівнює 2.

IV відділ. Знайти канонічне рівняння кривої, яка утворює своїм обертанням одну з середніх секцій Шаболовської радіобашти, основа якої має площу 907 кв.м, а ексцентриситет дорівнює 2.





Нарешті, студентам пропонується попрацювати біологами і розв’язати таке завдання. Обчисліть довжину першого витка черепашки равлика, якщо відомо, що вона закручена по спіралі Архімеда, і відстань між витками складає 1,2 см.

Підкреслимо, що в конструкцію гри необхідно закласти можливість кожному гравцеві ухвалювати рішення і чим більшою є свобода вибору, тим більш охоче гравці включаються до гри.

Важливо продумати стимули, що забезпечують високу залученість учасників. На закінчення гри необхідно обговорити питання, що розв’язувалися з помилками. Також після закінчення гри проводиться її обговорення, з'ясовується, чому ухвалювалися ті або інші рішення, до яких результатів вони привели, яким стратегіям віддавалася перевага.

Можна також провести дискусію і запропонувати такі питання: Чи цікавою була гра? Яка її центральна проблема? Чому такі правила? Чи відповідає вона реальним умовам дійсності? Що можна було б зробити по-іншому, якби Ви грали ще раз? Якими могли бути інші результати гри? Завдяки чому? Яка користь від гри?

Слід звернути увагу на необхідність рефлексії гри і своєї поведінки в ній викладачеві. Можна запропонувати такі питання для самоаналізу: Чи пристосована гра для цієї аудиторії? Чи орієнтована на знання учасників? Чи була потреба у додатковій інформації? Чи був у гравців вибір? Чи добре взаємопов'язані ролі і події? Чи відчувався ентузіазм учасників? Чи налагоджена була взаємодія? Яка ефективність гри?

Для оптимізації управління грою викладачеві необхідно провести деякі вимірювання, наприклад, за такими параметрами: загальна активність групи, ступінь організованості, інтелектуальна активність, емоційна напруженість, особливості групової динаміки (лідерство в ухваленні рішення), ступінь ініціативності і реальний внесок кожного учасника тощо.

Відзначимо, що проблема вимірювання ефективності ділової гри, як і інших групових методів навчання, є достатньо гострою. Оперуючи даними самозвітів учасників гри, можна говорити, що в результаті її проведення у гравців знижуються егоцентричні тенденції в поведінці і мисленні, загострюється соціальна чутливість, формується установка на сприйняття нової інформації, знижується поріг приймання точки зору іншого, актуалізується творчий потенціал, підвищується адекватність само- і взаємооцінок.

Учасникам ділової гри можна запропонувати оцінити, наскільки ефективно діяла в грі Ваша команда і персонально Ви. Нами подібне оцінювання проводилося за певним опитувальником за семибальною шкалою. Для експрес-діагностики емоційних станів також можна застосувати метод емоційно-колірної аналогії. Він заснований на зв'язку вибору людиною кольору та її емоційним станом. Суть методу в оцінці учасниками гри своїх станів за допомогою кольору: учасникам гри можна запропонувати описати настрій через його співвідношення з одним з кольорів: червоним, оранжевим, жовтим, зеленим, синім, фіолетовим, чорним. При застосуванні цього методу можна виявити, безумовно, не всі відтінки відчуттів студентів, а лише настрій, який домінує.

Нарешті, підкреслимо, що освітня функція ділової гри є дуже значущою, оскільки гра дозволяє задати в навчанні наочний і соціальний контексти майбутньої професійної діяльності, створює умови формування особистості фахівця, ділові ігри моделюють реальну виробничу або наукову діяльність і є ефективною формою колективного пізнання.

1. *Комаров В.Ф. Управленческие имитационные игры. – Новосибирск: Наука. Сибирское отделение, 1989. – 272 с.*
2. *Платов В.Я. Деловые игры: разработка, организация и проведение: Учебник. –М.: Профиздат, 1991. – 156 с.*
3. *Спиваковская А.С. Игра – это серьезно. –М.: Педагогика, 1991г.*
4. *Хруцкий Е.А. Организация проведения деловых игр: Учеб. Пособие для преподавателей сред. спец. учеб. заведений. – М.: Высш. шк., 1991. – 320 с.*

Резюме. **Лосева Н. АКТИВНЫЕ МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ В КУРСЕ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ.** *В статье представлен опыт использования деловой игры на занятиях по курсу аналитической геометрии.*

Summary. **Losyeva N. ACTIVE TEACHING METHODS IN ANALYTIC GEOMETRY COURSE.** *Usage experience of management game in analytic geometry course is presented in the article.*

Надійшла до редакції 21.03.2008 р.

ОСОБЛИВОСТІ ПІДГОТОВЧОГО ЕТАПУ ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ НА ПЕРШОМУ КУРСІ З ПРМЗ

О.П.Воловик,
аспірант,
Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького,
м. Черкаси, УКРАЇНА

Розглядаються особливості підготовчого етапу до практичних занять з урахуванням організації навчання студентів-першокурсників при проведенні практикуму з розв'язування математичних задач

Вища освіта спрямована на забезпечення фундаментальної наукової, загальнокультурної, практичної підготовки фахівців, які мають визначати темпи і рівень науково-технічного, економічного та соціально-культурного прогресу, формування інтелектуального потенціалу нації та всебічний розвиток особистості як найвищої цінності суспільства.

Процес навчання у вищій школі передбачає проведення практичних занять. У тлумачному словнику-довіднику [5] дається наступне означення. Практичне заняття (лат. prakticos – діяльний) – форма навчального заняття, в ході якого викладач організовує розгляд студентами окремих теоретичних положень навчальної дисципліни та формує навички і вміння їх практичного застосування шляхом індивідуального виконання студентами відповідно сформульованих завдань.

Питаннями організації навчального процесу з математики займалися відомі вчені З.І.Слєпкань, М.І.Бурда, Н.А.Тарасенкова, В.О.Щвець, В.Г.Бевз, О.І.Скафа, Н.М.Лосєва та ін.

Педагоги рекомендують організовувати практичні заняття у такий спосіб, щоб студенти постійно відчували нарощування складності завдань, які виконують, відчували позитивні емоції від переживання власного успіху у навчанні, були зайняті напруженою творчою діяльністю, пошуками правильних і точних розв'язків. Студенти мають отримати можливість розкрити і проявити свої здібності, свій особистісний потенціал. Тому при розробці практичного заняття викладачу доцільно враховувати рівень підготовки та інтереси кожного студента групи, виступаючи в ролі консультанта, який не подавляє самостійності та ініціативи студентів.

На думку А.І.Кузьмінського [2], практичні заняття мають відповідати наступним вимогам.

1. Забезпечення розуміння студентами необхідності володіння базовими теоретичними знаннями.
2. Усвідомлення необхідності вироблення вмінь і навичок, що мають професійну спрямованість.
3. Навчання студентів раціональних методів оволодіння вміннями і навичками.
4. Забезпечення самостійної діяльності кожного студента.
5. Дотримання систематичності й логічної послідовності у формуванні умінь та навичок студентів.
6. Широке включення до системи практичних занять завдань творчого характеру.
7. Систематичний контроль за виконанням студентами практичних завдань.

Мета даної статті – уточнити наведену систему вимог з урахуванням особливостей організації навчання студентів-першокурсників.

За даними психологічних досліджень, можна виокремити три ступені адаптованості студентів до навчання у вищому навчальному закладі:

1) неадаптовані;
2) частково адаптовані;
3) адаптовані.

Ступінь адаптованості студентів є тим фактором, який визначає необхідність деталізації системи вимог до організації практичних занять, запропонованої А.І.Кузьмінським. Особливо це стосується вимог, зазначених у *пунктах 1, 3 і 4.*

Відомо, що навчання у вищому навчальному закладі різко відрізняється від навчання у школі. Навчальний процес у школі побудований таким чином, що чергування вивчення нового матеріалу та його опрацювання чітко регламентовано. Згідно з програмою для загальноосвітніх навчальних закладів, кожну тему поділено на підтеми, на які відводиться певна кількість годин. Крім того, два макрокомпоненти, які виділяє у структурі учіння І.І.Ільясов [1] – з'ясування змісту (сприйняття, осмислення) та його відпрацювання (закріплення, застосування), функціонують без розриву у часі.

В інші обставини потрапляє вчорашній школяр, переступивши поріг вищого навчального закладу: лекції, лекції, лекції і тільки потім проведення практичних занять. Тобто існує розрив у часі між етапами з'ясування змісту навчання та його відпрацювання. Тому перед викладачами вищої школи на практичних заняттях з першокурсниками постає проблема: студенти очікують знайомої організації роботи на практичному занятті, асоціюючи його з уроком у школі. Вони очікують, що викладач, як і учитель у школі, підготує їх до вивчення нового матеріалу, повторить викладене на лекції, відновить їх знання, навички і вміння і тільки після того приступить до їх відпрацювання. Проте у вищому навчальному закладі підготовчий етап до практичного заняття має здійснюватися у самостійній діяльності. Студенти мають прийти готовими до роботи на практичному занятті: необхідна попередня самостійна робота студентів із теми за конспектом, навчальним посібником для ґрунтовного оволодіння теоретичними питаннями. Оскільки першокурсники не готові до цього, тому організація практичних занять на першому курсі і на наступних курсах мають відрізнятися. Першокурсника треба привчити, щонайперше, готуватися до практичного заняття.

А якщо студенти неадаптовані, або частково адаптовані до навчання у вищому навчальному закладі, то для того, щоб забезпечити самостійність діяльності кожного студента, необхідно, перш за все, привести в стан готовності їх попередні знання, навички і вміння.

Розглянемо для прикладу тему *"Многочлени. Дії над многочленами. Розклад многочлена на множники"* курсу ПРМЗ.

З метою виділення базових знань, навичок і вмінь для вивчення цієї теми, проаналізуємо, щонайперше, уміння, що мають стати результатом вивчення цієї теми. Отже, студент повинен уміти наступне.

1. Групувати однорідні доданки.
2. Додавати, віднімати многочлени.
3. Множити многочлени.
4. Підносити многочлен до натурального степеня.
5. Виносити спільний множник за дужки.
6. Виділяти повний квадрат двочлена з квадратного тричлена.
7. Розкладати квадратний тричлен на лінійні множники.
8. Ділити многочлен на многочлен "кутом".
9. Застосовувати теорему Безу при діленні многочлена на многочлен.
10. Застосовувати схему Горнера при діленні многочлена на многочлен.

Для більшості студентів новими є уміння під номерами 8, 9 і 10. Інші уміння мали бути сформованими під час вивчення шкільного курсу математики, тобто можуть вважатися базовими. Адже, згідно з програмою для загальноосвітніх навчальних закладів [6], державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів передбачають, що учні 7 класу під час вивчення теми "Цілі вирази" повинні:

• *розпізнавати* числові вирази і вирази зі змінними; цілі вирази; тотожні вирази; одночлени; многочлени;

• *наводити приклади* зазначених виразів;

• *формулювати означення*: одночлена, многочлена, подібних членів многочлена;

• *формулювати правила:* множення одночлена і многочлена, множення двох многочленів;

• *записувати і обґрунтовувати* формули скороченого множення;

• *розв'язувати правила, що передбачають:* зведення многочленів до стандартного вигляду; перетворення добутку одночлена і многочлена, суми, різниці, добутку двох многочленів у многочлен; розкладання многочлена на множники способом винесення спільного множника за дужки, способом групування, за формулами скороченого множення та із застосуванням декількох способів; використання зазначених перетворень у процесі розв'язування рівнянь, доведення тверджень.

А учні 8 класу під час вивчення теми "Квадратні рівняння" повинні *записувати і пояснювати* формулу розкладання квадратного тричлена на множники та *розв'язувати вправи, що передбачають* застосування цієї формули.

Для того, щоб привести в стан готовності попередні знання, навички та вміння студентів-першокурсників, доцільно, на нашу думку, на занятті, що передує розглядуваному, запропонувати студентам систему вправ для самостійного опрацювання, за допомогою яких можна відпрацювати уміння, які необхідні для опанування матеріалу наступного заняття. А також скласти низку запитань для підготовки до наступного заняття.

Особливу роль при цьому відіграють так звані випереджальні консультації.

Узагалі, консультації, зазначають О.Г.Мороз О.С.Падалка, В.І.Юрченко [3], є і додатковою, і основною формою навчального процесу. Її призначення – надання допомоги студентам у самостійній роботі, у справі навчити їх учитися. Обсяг навчальної інформації збільшується, але аудиторний час – ні. У той же час рівень навчальної підготовки студентів, особливо перших курсів, дуже різний. Тому й постає необхідність індивідуального і групового консультування студентів для кращого засвоєння нових знань та ефективної підготовки до практичного заняття. Крім того, консультація є формою особистого спілкування студента з викладачем.

Автори виділяють наступні функції консультації:

• пробудження й розвиток інтересу до обраної професії, спеціальності;

• набуття студентами навичок самостійної навчальної праці та наукового пошуку;

• доповнення, поглиблення, уточнення одержаних теоретичних знань;

• закріплення знань.

Цей перелік доцільно доповнити специфічними функціями випереджальної консультації. До них ми відносимо:

• підсилення відповідальності студентів за підготовку до практичного заняття;

• реалізація індивідуальної допомоги студентам у підготовці до практичного заняття.

Досвід показує, що найкращі результати дає консультація, яка розпочинається із запитань студентів, а потім переходить у своєрідну бесіду викладача зі студентами з найбільш важливих проблемних питань. Чим більше студенти почувають себе рівноправними учасниками такої консультації, тим цінніші її результати.

До проведення так званих випереджальних консультацій доцільно поставитися як до одного із засобів допомоги студентам у підготовці до практичного заняття.

Для ефективної підготовки студентів до практичного заняття із зазначеної вище теми ми пропонуємо напередодні випереджальної консультації розглянути систему вправ, зразки яких наведено у табл. 1.

Таблиця 1

	Завдання		Методичний коментар
№	Умова	Вимога	
1	Зведіть многочлен до стандартного вигляду	1) $5x^4 + 8x^6 + 2x^3 + 3x^5$; 2) $12x^3 + 9xy + 4x^2y + y^3 + 5xy^2$	Доцільно запропонувати у цій системі вправ звести до стандартного вигляду многочлени від однієї та від двох змінних
2	Виконайти дії над многочленами	1) $(3x^4 + 10x^2) + (8x^3 - 5x^2)$; 2) $(3x^5 + 5x^3) - (5x^5 - 6x^7)$; 3) $(3x^4 - x^2)(x - 4x^3)$	Щоб скласти цю систему вправ доцільно запропонувати додати, відняти та перемножити многочлени від однієї та від двох змінних
3	Піднесіть многочлен до вказаного степеня	1) $(x+5)^3$; 2) $(2a-3b)^2$; 3) $(x+y+z)^2$	Щоб скласти цю систему вправ доцільно запропонувати піднести до вказаного степеня многочлен від однієї, двох та трьох змінних, у яких коефіцієнти біля змінних: а)дорівнюють одиниці, б)відмінні від одиниці
4	Використовуючи трикутник Паскаля, піднесіть двочлени до вказаного степеня	1) $(x+5)^4$; 2) $(3x-2)^4$; 3) $(x+y)^6$; 4) $(2x+y)^6$; 5) $(2x-3y)^5$	Щоб скласти цю систему вправ доцільно запропонувати студентам піднести до вказаного степеня: а) двочлени від однієї змінної, коефіцієнт біля якої дорівнює одиниці; б) двочлени від однієї змінної, коефіцієнт біля якої відмінний від одиниці; в) двочлени від двох змінних, коефіцієнти біля яких дорівнюють одиниці; г) двочлени від двох змінних, коефіцієнт біля однієї з яких відмінний від одиниці, а біля іншої дорівнює одиниці; д) двочлени від двох змінних, коефіцієнти біля яких відмінні від одиниці
5	Розкладіть многочлени на множники	1) $5a^2b + 15ab^2$; 2) $3x^3 - 2y^3 - 6x^2y^2 + xy$	У цій системі вправ доцільно запропонувати розкласти на множники многочлени: а) шляхом винесення спільного

			множника за дужки, б)шляхом групування однорідних множників, а вже потім винесенням спільного множника за дужки
6	Подайте многочлен у вигляді квадрата двочлена	1) $y^2+8y+16$; 2) $9a^2+12a+4$; 2) $x^2-6xy+9y^2$	У цій системі вправ доцільно запропонувати подати у вигляді квадрата многочлени від однієї змінної, у яких а) старший коефіцієнт дорівнює одиниці; б) старший коефіцієнт відмінний від одиниці і є квадратом цілого числа, а потім многочлени від двох змінних
7	Розкладіть квадратний тричлен на лінійні множники	1) x^2-5x+6; 2) $6x^2-5x-6$	Щоб скласти цю систему вправ доцільно запропонувати розкласти на лінійні множники квадратні тричлени, у яких старший коефіцієнт: а) дорівнює одиниці; б)відмінний від одиниці

Подальшого дослідження потребує проблема методики самопідготовки студентів-першокурсників до практичного заняття.

1.Ильясов И.И. Структура процесса учения. – М.: Изд-во МГУ, 1986. – 200 с.

2.Кузьмінський А.І. Педагогіка вищої школи: Навч. посіб. – К.: Знання, 2005. – 486 с.

3.Мороз О.Г., Падалка О.С., Юрченко В.І. Педагогіка і психологія вищої школи: Навчальний посібник / За заг. ред. О.Г.Мороза. – К.: НПУ, 2003. – 267 с.

4. Тарасенкова Н.А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики. – Черкаси: Відлуння-Плюс, 2002. – 400с.

5. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів: Математика, 5 – 12 класи. – К.: Перун, 2005. – 64 с.

6. Словник-довідник педагогічних і психологічних термінів / За редакцією Кузьмінського А.І. – Черкаси: Видавництво ЧДУ ім. Б. Хмельницького, 2002. – 112 с.

Резюме. **Воловик О.П. ОСОБЕННОСТИ ПОДГОТОВИТЕЛЬНОГО ЭТАПА К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ НА ПЕРВОМ КУРСЕ ПО ПРМЗ.** *В статье рассматриваются некоторые особенности подготовительного этапа к практическим занятиям с учетом организации обучения студентов-первокурсников при проведении практикума по решению математических задач.*

Summary. **Volovik O. THE PECULIARITIES OF THE PREPARATORZ STAGE OF THE PRACTICAL OF THE FIRST-YEAR STUDENTS.** *The peculiarities of the preparatorz stage of the practical subjects are regarded, taking into account the traids of organiyation of studzing of the firstßzear students while carrzing out practical work of solution of sums.*

Надійшла до редакції 6.03.2008 р.

ИНТЕРАКТИВНАЯ МАТЕМАТИКА НА MATHWORLDS.NET

В.А.Цыбулько,
старший преподаватель,
В.И.Шевченко,
старший преподаватель,
Донецкий национальный университет,
г.Донецк, УКРАИНА

Повідомляється про живі математичні курси, розміщені на порталі mathworlds.net. Анонсований курс «Інтерактивна вища математика», створений в робочих листах Maple.

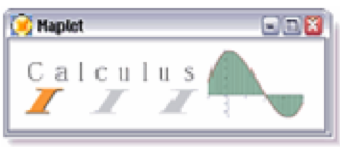
Системы компьютерной математики (СКМ) – инструменты для осуществления этапного перехода от «классического» математического образования к «компьютерному». К общедоступным СКМ можно отнести только 4 пакета: Mathematica, Maple, Matlab и Mathcad. Они уже два десятилетия являются верными помощниками современных исследователей и преподавателей-энтузиастов. Приоритетной задачей для компаний, выпускающих математический софт, в последние годы является повсеместное внедрение своей продукции в образование. Выход в свет версий Maple 12 и Mathematica 6 – подтверждение необратимости этого процесса.

В русскоязычном Интернете существует всего два портала компьютерной математики. Российский сайт exponenta.ru (поддерживается фирмой SoftLine и московскими университетами) ориентирован прежде всего на Matlab и Mathcad. Авторский свободный портал mathworlds.net (объединяет более 30 сайтов) пропагандирует Mathematica и Maple (а также MathType – лучший редактор формул) в качестве наиболее перспективных «образовательных» пакетов.

Основные направления проекта mathworlds.net.

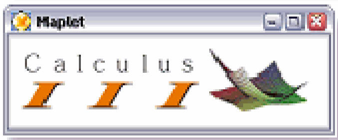
- Оказание содействия всем, кто использует или хочет использовать математические пакеты в образовательной и научной деятельности.
- Методическое обеспечение качественно нового этапа математического образования.
- Внедрение реального дистанционного математического образования.
- Web-издание учебников по ведущим математическим пакетам и их приложениям в образовании и исследованиях.
- Развитие «Всемирной энциклопедии живой математики».
- Создание «Практикума живой математики».
- Накопление оригинального банка интерактивных математических тестов для школьников и студентов. В частности – для подготовки к Единому государственному экзамену и Внешнему оцениванию.
- Взаимовыгодное сотрудничество с компаниями, производящими математический софт.

Компания Waterloo Maple, Inc. делегировала mathworlds.net право на распространения англо-русских вариантов интерактивных учебных курсов, разработанных преподавателями лучших вузов мира. Перечислим наиболее популярные комплекты интерактивных лекций и демонстраций, реализованных в рабочих документах Maple.

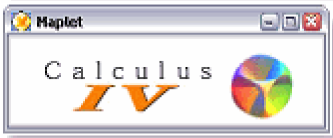


«Начала анализа I». Полный комплект Maple-уроков для 1-го семестра курса Calculus. Среди тем: нахождение пределов, правила дифференцирования, задачи на максимум и минимум, интегрирование...

«Начала анализа II». Полный комплект Maple-занятий для 2-го семестра курса Calculus. Среди тем: приложения интеграла, техника интегрирования, последовательности, ряды.



«Начала анализа III». Коллекция из 25 демо для учебной аудитории 3-го семестра Calculus. Среди тем: функции многих переменных, ряды, векторы

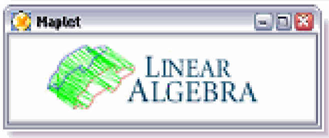


«Начала анализа IV». Комплект Maple-уроков для курса «Векторное исчисление». Основной инструмент исследований – обновленный пакет Maple VectorCalculus.

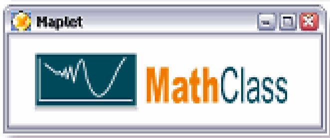
«Основы Maple». Интерактивный учебник – простейшее «подручное» средство знакомства с основными командами, необходимыми для эффективного использования Maple.

«Алгебра I & II для колледжей». Рекомендуется для средней школы. Maple используется в качестве главного инструмента наглядности.

«Геометрия для колледжей». Рекомендуется для средней школы. Maple используется в качестве главного инструмента наглядности.



«Линейная алгебра». Среди тем: визуализация линейных преобразований, собственные значения и векторы, приближения Фурье.

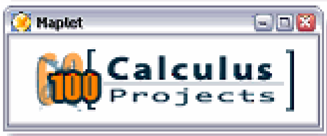


Пакет «МатКласс» предоставляет Maple-функции и техники для создания высококачественной математической графики.

«Матричная алгебра». Набор из Maple-модулей для учебной аудитории охватывает операции с матрицами из символьных и числовых элементов.

«Postsecondary». Пакет из 49 учебных Maple-модулей предназначен для оживления процесса изучения математики на всех уровнях: в средней школе, колледже и университете.

«Элементарная математика». Комплект Maple-уроков «Precalculus». Maple используется в качестве главного инструмента наглядности.



«100 проектов исчисления» для первых трёх семестров университетов. Включены и проекты, выходящие за рамки традиционного курса.

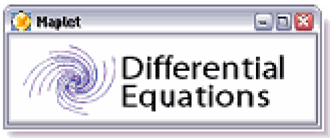
«Тригонометрия для колледжей». Maple используется в качестве главного инструмента наглядности.

«Векторное исчисление» – пакет для векторных дифференциальных операций, анализа кривых, преобразования систем координат, кратных интегралов.

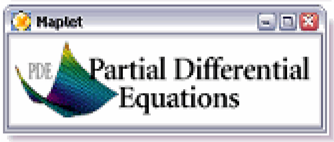
«Конечные элементы» – набор Maple-пакетов по теории упругости на языке символьных конечно-элементных моделей (FEM).

«Maple для физиков». Девять лабораторных работ охватывают математику, используемую при изложении основ физики.

«Классическая механика» – введения в современную механику Ньютона. Среди тем: законы движения, баланс и сохранение энергии, системы материальных точек.



«Обыкновенные дифференциальные уравнения». Комплект Maple-уроков, практически полностью охватывающий стандартный курс.



«Уравнения в частных производных». Развернутый комплект из 40 Maple-уроков.

С выходом в 2007 году 11-й версии, а в 2008 – 12-й, пакет Maple вновь вернул себе качества самого практичного и инновационного как для проведения научных исследований, так и для обеспечения образовательного процесса в высших учебных заведениях.

Детально изучив опыт западных коллег, легко сделать следующий шаг: перейти к созданию собственных приложений. В процессе разработки авторского «Практикума живой математики» были учтены все лучшие идеи в области интерактивного образования, а также расширившиеся возможности последних версий СКМ. Разумеется, была внесена поправка на «местные особенности».

Созданные демо охватывают основные темы, закрепленные в учебных планах для студентов нематематических специальностей. В 2006-2008 годах они были апробированы во время проведения лабораторных занятий со студентами химического и биологического факультетов ДонНУ.

В отличие от первого варианта, размещенного на нашем сайте Центра применений Maple для стран СНГ ещё в 2002 году, новый комплект широко использует интерактивные возможности Maple 12. К ним относятся, в первую очередь, маплеты и компоненты. Учтено, что Maple стал более «дружественным» по отношению к русскому языку, а математические выражения теперь можно представлять в двумерной интуитивно-традиционной форме.

Подчеркнем, что в отличие от большинства англоязычных разработок подобного содержания, «исследовательские» Maple-команды использовались нами, в основном, как проверочные. Акцент делался на том, чтобы любой документ (worksheet) со всеми его живыми командами органично соответствовал традиционным представлениям о математическом тексте.

Компания Maplesoft в 2008 году реализовала окончательный вариант одной из наиболее захватывающих концепций в истории развития математического программного обеспечения: Clickable Math. Идея «усиления» математики реализована в чрезвычайно наглядной диалоговой форме, максимально использующей технологию «локального щелчка». Тем самым, как утверждают авторы, дан старт качественно новому этапу в развитии математического образования. Концепция проста: объединение мощи программного обеспечения Maple с интерфейсом, позволяющим даже новичкам выполнять сложные операции, не зная команд или синтаксиса. С таким подходом охотно согласится студент, для которого математика не является основной наукой.

В нашем практикуме максимально реализована концепция «Математики прикосновения» Maple 12. Основные её составляющие:

1). «Умные» контекстно-зависимые меню, вызываемые правой кнопкой мыши для мгновенного доступа к сольверам и другим возможностям, минуя команды.

2). Широкий спектр палитр для визуального редактирования математических выражений.

3). Диалоговое создание графики и анимации. Процесс управляется при помощи мыши, а не путём введения «бесконечных» параметров и опций в команду.

4). Операции «тяни-вставляй» для графиков, выражений, текста.

5). Диалоговые помощники, обеспечивающие легкие механизмы решения и исследования продвинутых задач (например, решения дифференциальных уравнений, проблем оптимизации) и передовые методы визуализации.

6). Помощник Исследований, позволяющий Вам немедленно создавать диалоговые мини-приложения.

7). Встроенный набор диалоговых наставников, предлагающих графические интерфейсы для изучения важнейших математических тем.

Перечислим некоторые интерактивные репетиторы, вживлённые нами в традиционную ткань демо-урока курса математического анализа: «Неравенства», «Композиция функций», «Обратные функции», «Пределы», «Производная», «Касательная», «Целые рациональные функции», «Дробно-рациональные функции», «Полное исследование функции», «Среднее значение функции», «Интеграл», «Суммы Римана», «Теорема Ролля», «Метод Ньютона», «Аппроксимация», «Ряд Тейлора», «Длина дуги», «Площадь поверхности», «Объём тела вращения» и др.

Для учебного процесса наиболее важны тьюторы, которые помогают учащимся выполнять ту или иную математическую процедуру пошагово. При этом в распоряжении студентов не только подсказки, советы, но и несколько сценариев обучения: для начинающих, опытных, нетерпеливых и т.д. В некоторых случаях пришлось разработать русскоязычные варианты Maple-наставников. Однако использование языка MathML предполагает знание студентами основных математических терминов на английском языке. Впрочем, это обстоятельство не вызывает особого противодействия аудитории. Кроме того, не стоит рассчитывать на скорое появление русской версии какого-либо математического пакета.

Не менее интересны интерактивные репетиторы, предусмотренные для изучения линейной алгебры, дифференциальных уравнений.

На рисунке 1 представлен в свернутом виде типичный документ «Практикума живой математики». В раскрытом варианте это – исчерпывающее методическое пособие на тему исследования дробно-рациональных функций. Каждая серебристая кнопка – для вызова соответствующего тьютора.

Разработанный нами комплект демо ориентирован, прежде всего, на самостоятельную работу студентов. Каждое занятие предусматривает выполнение индивидуального задания по нескольким сценариям. Базовое число вариантов (20) без труда может быть увеличено до сотен.

Авторы не исключают, что в обозримом будущем подобные интерактивные уроки могут стать непременной составляющей математического образования и в Украине. Свободно скопировать Maple-демонстрации обновленного живого курса высшей математики можно будет по адресу http://www.mathworlds.net не позднее 1 сентября 2008 года. Там же вы найдёте многочисленные интерактивные тесты, предназначенные для подготовки школьников к Внешнему оцениванию, а также многочисленные ссылки на ранние работы.

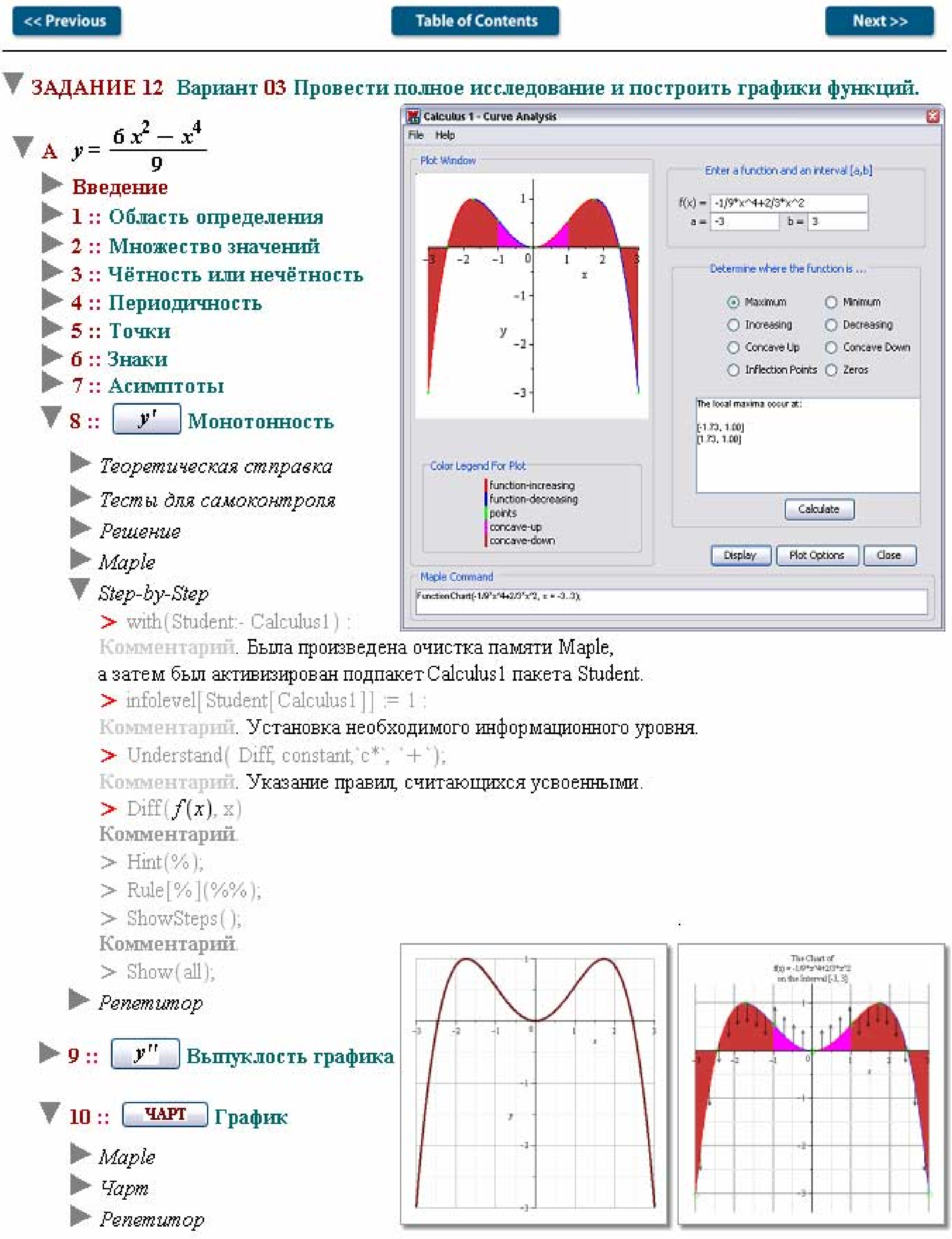


Рис. 1

Резюме. **Цыбулько В.А. ИНТЕРАКТИВНАЯ МАТЕМАТИКА НА MATHWORLDS.NET.** *Сообщается о живых математических курсах, размещенных на портале mathworlds.net. Анонсирован курс «Интерактивная высшая математика», созданный в рабочих листах Maple.*

Summary. **Tsibulko V. INTERACTIVE MATHEMATICS ON MATHWORLDS.NET.** *It is communicates about alive mathematical course that placed on the portal mathworlds.net. It is announced course "Interactive higher mathematics" which created in Maple's worker sheets.*

Надійшла до редакції 16.05.2008 р.

REVIEW OF HANDBOOK "HIGHER MATHEMATICS" (ОГЛЯД-ПРЕЗЕНТАЦІЯ НАВЧАЛЬНОГО ПОСІБНИКА "ВИЩА МАТЕМАТИКА")

L. Nichugovskaia,
Professor,
University of Consumer Cooperatives in Ukraine
Poltava, UKRAINE

Розглядаються особливості побудови навчального посібника з вищої математики (англійською мовою) як основної складової методичного забезпечення процесу навчання математичним дисциплінам студентів спеціальностей "Менеджмент зовнішньоекономічної діяльності" та "Міжнародна економіка" в умовах кредитно-модульної системи організації навчального процесу.

The Handbook "Higher Mathematics" is the main component of the methodical complex supporting International Project "Partnership in International Business", that has started at the University since 1999.

This project is aimed at students majoring in "Management of Foreign Economic Activities" and "International Economics" which study the mathematical courses in English. That result in necessity of writing the handbook "Higher Mathematics", which meets the requirements of the curricula for corresponding field of professional training students doing their Bachelors Degrees.

The handbook contains more then amples material for the first semester of four-part mathematical course subject to the credit-module organization teaching process at the University.

Our goal was to write a handbook that prepares students to succeed in advanced Mathematics courses, such as Probability Theory and Mathematical Statistics, Mathematical Programming and Operation Research.

We believe that Higher Mathematics achieves this goal because of its successful blending of two elements: content and pedagogy. We present comprehensive, in-depth, and precise coverage of the topics of higher mathematics into a framework of tested teaching strategy combined with carefully selected pedagogical features.

This handbook was developed from dual concerns we have as educators: appropriate level of the material and the ability of students to master that material.

As teachers we are concerned with some things. First, whether the course material corresponds the right level, not too high, and not too low? Second whether the students are prepared to work at the level needed for this course? Third, which criteria can adequately determine the proper level? Finally, do we provide sufficient preparation students for the next course?

Three criteria have been used to determine the level of the handbook: topical coverage, which can range from partial to comprehensive; depth of coverage, which can range from an overview to an in-depth treatment; and ease of use, which includes the structure of the presentation, reading level, use of examples, a hast of pedagogical elements, and ancillary materials.

The Higher Mathematics handbook is organized into 9 chapters starting with standard topics in mathematics and ending with chapter summary, involving examples of the module tests.

The handbook covers basic areas of Linear Algebra, Vector Algebra, Analytic

Geometry, Differential Calculus, Integral Calculus, Ordinary Differential Equations, Infinite and Power Series and Differential Calculus (several variables).

Each chapter of the handbook begins from the Learning Objectives that help the students to determine the main concepts of this chapter. As example we reduced the Learning Objectives for Chapter 1. Linear Algebra.

Learning Objectives	Your study of this chapter will enable you to do the following: 1. Define the key attribute of the matrix theory: definition, classification, sum and difference, scalar multiplication and matrix product. 2. Define the term of determinant and know the algorithm for its computing. 3. Explain the difference between the matrix and the determinant. 4. Find the necessary condition for matrix to be nonsingular. 5. Give examples of the matrices applications. 6. Describe the general form of a system of linear equations and the nature of their solution. 7. Apply different methods for solution of system of the linear equations.

This handbook concentrates on notions, definitions, formulas and results. It also focuses emphasizes on concepts and methods with application in many fields of economics. In formulating theorems and results sometimes all assumptions are not explicitly stated.

Numerous examples and solved problems are used to amplify each new concept in order to facilitate student's comprehension of the new material.

Each chapter is accompanied by an extensive set of exercises, which contains an ample set of problems of a routine computational nature to help the students master new techniques, followed by an extensive set of applications – oriented problems in the form of mini-case applications to test his or her mastery of these topics covered. Examples of mini-case application are introduced below.

Mini-Case Applications (Chapter 1 "Linear Algebra").

1. A simple economy consists of two sectors: agricultural (A) and transportation (T). The input-output matrix for this economy is given by

$$A = \begin{array}{c} \\ A \\ T \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} A & T \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0,4 & 0,1 \\ 0,2 & 0,2 \end{bmatrix} \end{array}$$

a) Find the gross output of agricultural products needed to satisfy a consumer demand for 50 million (grn.) worth of agricultural product and 10 million (grn.) worth of transportation.

b) Find the value of agricultural products and transportation consumed in the internal process of production in order to meet the gross output.

2. Mr. N. wishes to produce three types of pendants: type A, type B, and type C. To manufacture a type-A pendant requires 2 minutes on machine I, and II and 3 minutes on machine III. A type – B pendant requires 2 minutes on machine I, 3 minutes on machine II, and 4 minutes on machine III. A type – C pendant requires 3 minutes on machine I, 4 minutes on machine II, and 3 minutes on machine III. There are 3,5 hours available on machine I; 4,5 hours available on machine II; and 5 hours available on machine III. How many pendants of each type should the company make in order to use all the available time?

3. A simple economy consists of three sectors: agriculture (I), manufacturing (II), and transportation (III). The input-output matrix for this economy is given by

$$A = \begin{array}{c} \\ I \\ II \\ III \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} I & II & III \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0,1 & 0,3 & 0,2 \\ 0,1 & 0,4 & 0,2 \\ 0,4 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix} \end{array}$$

a) If the units are measured in million of dollars, determine the amount of agricultural products consumed in the production of $ 120 million worth of manufactured goods.

b) Determine the dollar amount of manufactured products required to produce $ 300 million worth of all goods in the economy.

c) Which sector consumers the greatest amount of agricultural products in the production unit goods in that sector? The least?

4. Publishing Company publishes a deluxe leather edition and standard edition of its Daily Organizer. The company's marketing department estimates that *x* copies of the deluxe edition and *y* copies of the standard edition will be demanded per month when the unit prices are p dollars and q dollars, respectively, where *x*, *y*, *p* and *q* are related by the following system of linear equations:

$$\begin{cases} x+5y=1000 \ \ (70-p) \\ 3x+y=1000 \ \ (40-q) \end{cases}$$

Determine the monthly demand for the deluxe edition and the standard edition when the unit prices are set according to the following schedules:

a) *p=50* and *q=25*; b) *p=45* and *q=25*; c) *p=45* and *q=20*.

Mini-case applications (Chapter 8 "Differential Calculus (several variables")

Economic theory holds that as interest rates go down firms are able to invest more in capital equipment. Monthly figures for the interest rate and levels of new capital investment in millions of grivnas are shown in the table.

Month	Interest Rate, %	Capital Investment
January	10	10
February	9,5	11
March	9	12
July	7,5	16
August	7	17
September	6,5	18
October	6	19
November	5,5	20
December	5	21

a) Identity the depended variable.

b) Calculate the regression model.

c) Plot the date and the regression line. Does the model support the theory lower interest rates are associated with higher levels of investment?

2. A popular financial theory holds that there is a direct relationship between the risk of an investment and the return it promises. A stock's risk is measured by its β-value. Shown here are the returns and β-values for 12 fictitious stocks suggested by the investment firm of Mr. N. do these data seem to support this financial theory of a direct relationship?

Stock	Return (%)	β-value
1	5,4	1,5
2	8,9	1,9
3	2,3	1,0
4	1,5	0,5
5	3,7	1,2
6	8,2	1,8
7	5,3	1,3
8	0,5	-0,5
9	1,3	0,5
10	5,9	1,8
11	6,8	1,9
12	7,2	1,7

Investors typically view return as a function of risk.

a) Calculate the regression model and interpret the results.

b) Plot the scatter diagram and the regression line.

Each chapter of the text also ends with a chapter summary that includes key terms and key ideas, and a set of cumulative review exercises.

Besides the final part of handbook involves the examples of module tests of discipline "Higher Mathematics" developed accordingly requirements to credit module system of the organization study process in the university.

Fragment of the suggested test is written as follows.

Module Test 3,

Time – 75 minutes, 25 questions

Problem Solving Directions:

Solve the problems and choose the best answer

1. The indefinite integral of

$$\int \frac{3x+5}{x^2-4x+5}dx$$

is equaled to

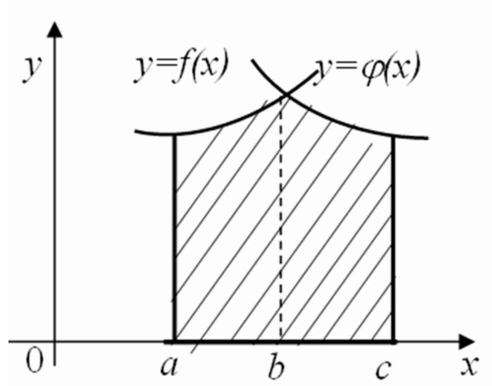
A) $\frac{3}{2}\ln\left|x^2-4x+5\right|+11arctg(x-2)+C$;

B) $\frac{3}{2}arctg\left|x^2-4x+5\right|+\frac{11}{2}arctg\, x+C$;

C) $3\ln\left|x^2-4x+5\right|+\frac{11}{2}\ln\left|\frac{x}{x-1}\right|+C$;

D) $3arctg\left|x^2-4x+5\right|+\frac{11}{2}\ln\left|\frac{x-3}{x-1}\right|+C$.

2. If the region bounded by the curve *y=f(x)*, *x*-axis, and the lines *x=a* and *x=b* and the curve *y=φ(x)*, *x*-axis, and the lines *x=b* and *x=c*, (see the Figure) the area of the region is equaled to



A) $S=\int_a^b f(x)dx-\int_b^c \varphi(x)dx$;

B) $S=\int_a^b \varphi(x)dx-\int_b^c f(x)dx$;

C) $S=\int_a^c f(x)dx+\int_a^c \varphi(x)dx$;

D) $S=\int_a^b f(x)dx+\int_b^c \varphi(x)dx$.

3. The volume of the solid generated by revolving the area bounded the graph of *y=f(x)* about the x-axis between *x=a* and *x=b* is given by

A) $V=\int_a^b f^3(x)dx$;

B) $V=\pi\int_a^b f(x)dx$;

C) $V=\pi\int_a^b f^2(x)dx$;

D) $V=\int_a^b f^2(x)dx$.

4. The general solution of the differential equation $y''-6y'+9y=0$ is the following:

A) $y=c_1e^{3x}+c_2e^{3x}$;

B) $y=c_1e^{-3x}+c_2e^{-3x}$;

C) $y=e^{3x}(c_1+c_2x)$;

D) $y=c_1e^{2x}+c_2e^{3x}$.

5. An expression for the nth term of the given series $1+\frac{4}{5}+\frac{8}{10}+\frac{16}{17}+\ldots$ is the following:

A) $\frac{2n}{2n+1}$

B) $\frac{n^2}{n^2+1}$

C) $\frac{2^n}{n^2+1}$

D) $\frac{2^n}{n^2+3}$

6. Use the Comparison Test to show that series $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{1+2^n}$ converges. What of the given series can we chose for comparison, if

A) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3}$

B) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}$

C) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$

D) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$

7. What is the test can we chose for the determining converges or diverges of the series $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n^n}{n!}$?

A) *D'Alember's Test*
B) *Integral Test*
C) *The Root Test*
D) *Comparison Test*

The handbook provides solid foundation of concepts and manipulative skills for those students whose mathematical background is strong enough to enable them to survive a tough course.

Резюме. **Ничуговская Л.И. ОБЗОР-ПРЕЗЕНТАЦИЯ УЧЕБНОГО ПОСОБИЯ “ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА” (НА АНГЛИЙСКОМ ЯЗЫКЕ).** *Рассматривается особенности построения учебного пособия “Высшая математика” как основной составляющей методического обеспечения процесса обучения математическим дисциплинам студентов специальностей “Менеджмент внешнеэкономической деятельности” и “Международная экономика” в условиях кредитно-модульной системы организации учебного процесса.*

Summary. **Nichugovskaia L. REVIEW OF HANDBOOK “HIGHER MATHEMATICS”.** *This article deals with the main features of constructing a handbook “Higher Mathematics” as a basic component of methodical provision of teaching process of Mathematical subjects in English for students majoring in “International Management” and “International Economics” in the conditions of credit and module system.*

Надійшла до редакції 29.03.2008 р.

ПЛАНУВАННЯ ТЕОРЕТИЧНОЇ І ПРАКТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ СТУДЕНТІВ НАБЛИЖЕНИМ ОБЧИСЛЕННЯМ

О.Б.Шевельова,
аспірантка,
Буковинська державна фінансова академія,
м.Чернівці, УКРАЇНА

Розглянуто аналіз навчального матеріалу при плануванні викладачем теоретичної та практичної підготовки студентів економічних спеціальностей наближеним обчисленням.

Метою вивчення наближених обчислень у вищому навчальному закладі економічного профілю є забезпечення міцного і свідомого оволодіння основами знань, навичками і вміннями, які потрібні для загального розвитку студентів, для їх практичної діяльності в майбутньому, для ефективного вивчення фахових дисциплін.

Яким же чином викладачеві спланувати теоретичну та практичну підготовку студентів з теорії та практики наближених обчислень? Що студенти повинні знати і що вміти в результаті її вивчення? Відповіді на ці питання ми й намагаємося дати у цій статті.

При плануванні теоретичної та практичної підготовки студентів з теми „Наближені обчислення" викладач насамперед має вирішити наступні важливі питання:

1. З`ясувати місце теми в структурі вивчення дисципліни „Вища математика", визначити ефективні організаційні форми, методи і засоби навчальної діяльності студентів**.**

2. Встановити наступність у вивченні навчального матеріалу теми між середньою школою та вищим навчальним закладом. Виявити особливості, які слід врахувати під час вивчення теми в вищому навчальному закладі. В результаті такого аналізу і визначиться місце теми в структурі дисципліни «Вища математика».

3. Проаналізувати весь навчальний матеріал теми, виділивши в ньому два змістових блоки: перший – те що потрібно вивчити з теорії (що знати?); другий - які навички та вміння можуть бути сформовані (що вміти?).

4. Виділити в цих блоках найбільш суттєві знання та навички, які необхідні студентам-економістам під час вивчення інших дисциплін та в подальшій роботі. В результаті весь навчальний матеріал розподілиться умовно на: основний та додатковий.

5. Визначити рівень складності навчального матеріалу, зв'язки між поняттями теми. Виходячи з цього – відібрати який матеріал доцільно розглянути на лекціях, який на практичних заняттях, а який запропонувати на самостійне опрацювання.

6. Проаналізувати та відібрати навчальну літературу з теми, інші джерела інформації для самостійної роботи студентів.

7. Визначити:

– вимоги до рівня знань та вмінь студентів з теми;

– види та терміни проведення контролю навчальних досягнень студентів.

Розглянемо, як вирішуються ці питання для планування теоретичної та практичної підготовки студентів економічних спеціальностей з теорії та практики наближених обчислень.

1. Підготовка бакалаврів, спеціалістів та магістрів за спеціальностями напряму 0501 – „Економіка і підприємництво" передбачає вже вивчення з I курсу дисциплін загальноекономічного та професійного спрямування, дисциплін математичного

циклу. Дані, якими студенти оперують на цих дисциплінах, беруться з економічного життя підприємств, звітів, інших статистичних документів, тобто вони не можуть бути точними, крім цього використовується система економічних показників, які за методикою побудови також не є точними. Відповідно і дії з такими даними під час розв`язання здач необхідно виконувати за правилами наближених обчислень. Тому для якісної фахової підготовки економістів знання теорії та практики наближених обчислень студентам економічних спеціальностей необхідні з перших днів навчання в вищому навчальному закладі. Крім цього, якщо студенти з самого початку навчання будуть привчатися до аналізу даних та результатів на точність, а також будуть продовжувати робити це протягом всього навчання, то по закінченні вищого навчального закладу необхідність враховувати точність даних та результатів буде у них сформована як стійка навичка.

Отже, виходячи з вищезазначеного вивчення теорії та практики наближених обчислень доцільно ввести на початку вивчення курсу „Вища математика".

2. Під час аналізу навчального матеріалу з теорії та практики наближених обчислень викладачу необхідно враховувати також наступне:

– студенти першого курсу обізнані з теорією та практикою наближених обчислень досить слабо, а враховуючи нову програму для 12-річної школи [2, 3] зі шкільної математики, можна спрогнозувати, що через п`ять – шість років студенти перших курсів вищих економічних закладів взагалі не будуть мати відомостей з теорії та практики наближених обчислень;

– математична підготовка майбутніх економістів взагалі і зокрема з теорії та практики наближених обчислень поруч з певною фундаментальністю повинна мати прикладну та практичну спрямованість;

– кількість аудиторних годин на вивчення дисциплін математичного циклу в економічних вищих навчальних закладах досить зменшилась, збільшується частина матеріалу, який відводиться на самостійне вивчення.

3. Виходячи з вищезазначеного викладач повинен знайти можливості при обмежених ресурсах аудиторного часу зробити так, щоб теорія та практика наближених обчислень стала невід`ємною складовою теоретичної і практичної підготовки студентів-економістів.

З переходом на кредитно-модульну систему навчання поряд з лекціями та практичними заняттями все більше часу відводиться на самостійну роботу студентів. Під час вивчення теорії наближених обчислень основний матеріал теми доцільно подати на лекціях і націлити студентів на подальше його вивчення, а самостійне формування практичних навичок здійснити на практичному занятті, при цьому значну частину вправ відвести на самостійне розв`язання. При такій організації навчального процесу з теми велику роль відіграє система консультацій. Їх необхідно спланувати, визначити терміни проведення та довести графік до відома студентів.

4. Щоб вирішити питання, що саме необхідно з теорії та практики наближених обчислень майбутньому економісту в подальшій його роботі та студенту під час вивчення фахових предметів, необхідно ознайомитись з специфікою економічних предметів та питань, які пов`язані з темою. В нашому випадку – це економічні величини, показники, економічні розрахунки.

Економічна інформація виражається в системі показників. Показники, як і поняття, неповно відображають реальні процеси, лише наближаючись до істинного відображення дійсності. Здебільшого різноманітні економічні дисципліни розглядають перебіг економічних явищ якісно. Але математичні методи все більше проникають в нематематичні економічні науки.

Щоб можна було математичними методами проводити дослідження економічних явищ, вводяться певні математичні величини – показники.

Показник – це кількісна характеристика соціально-економічного явища спільно з його якісною визначеністю. Для того, щоб отримати числовий вираз показника, необхідно спочатку побудувати сам показник у вигляді моделі кількісної сторони явища, на основі якої визначається: що, де, коли, яким чином повинно бути виміряне. Перевід поняття в показник, перекодування з мови слів на мову цифр пов`язаний з певним перетворенням інформації та отриманням похибки в показниках.

Показники і результати підрахунків та безпосередніх вимірів виступають в різноманітних економічних розрахунках. При побудові та дослідженні математичних моделей з такими даними виконують велику кількість обчислень.

Під час економічних обчислень зазвичай виконується багатокроковий послідовний розрахунок, при якому результат попереднього кроку стає вихідним для наступного кроку розрахунків. В такому випадку відбувається ланцюгова реакція (перенос) похибок, яка визначається звичайними методами оцінки ймовірності похибки функції в залежності від похибки аргументів та їх взаємозв`язків. Отже, похибки в результаті таких розрахунків з`являються та накопичуються на всіх етапах спостереження та економічних обчислень.

На питання з якою точністю обчислюють економісти, відповісти важко. Економічні розрахунки – це, єдина область розрахунків, в якій сьогодні зазвичай не розглядається їх точність та надійність. Майже ніколи не проводиться аналіз проведених розрахунків. Наприклад, такі важливі розрахунки як визначення економічної ефективності нової техніки, обґрунтування нового будівництва, реконструкції і тому подібне зазвичай залишаються розрахунками потенційними. Після прийняття рішення про фінансування до цих розрахунків зазвичай не повертаються і їх фактична точність не виявляється.

Такі підсумкові показники, як собівартість продукції та ін. визначаються з похибкою 3-5%, а вихідні дані – з похибкою 10-20%. Це пояснюється тим, що в процесі розрахунків відбувається взаємо погашення вхідних похибок. Розрахунки в масовому виробництві здійснюються точніше, ніж в одиничному. Чим коротший розрахунковий період (горизонт) тим більш достовірні розрахунки. Перспективні розрахунки мають іноді похибки більше 30%.

О.Моргенштерн вважав, що „три или четыре разряда – это, вероятно, максимальная точность, которая когда-либо может потребоваться от первичных данных, привлекаемых в громадном большинстве экономических обоснований” [4; 47]. А.Я.Боярський зазначав, що для багатьох показників достатньо залишити три – чотири значущих цифри [1; 53].

Більшість економічних розрахунків мають похибку від 1 до 50%, тобто виражаються не більш ніж 1-3 правильними цифрами. Проміжні розрахунки повинні проводитись з одною запасною цифрою, тобто не більше ніж з чотирма цифрами.

5. За чинною освітньо-професійною програмою підготовки бакалаврів за спеціальностями напряму 0501 на вивчення „Наближених обчислень” можна виділити 4 аудиторних години (2 години лекційні, 2 години практичних), решту матеріалу спланувати на вивчення самостійно (6 годин).

Основними поняттями теорії та практики наближених обчислень є поняття похибок, значущої та правильної цифр числа, правило округлення чисел, похибка округлення, теореми про похибки результатів арифметичних операцій над наближеними значеннями чисел, пряма та обернена задачі наближеного числення. Тому саме цей матеріал доцільно ***розглянути на лекції*** (хоча він і не досить важкий). Враховуючи те, що економічні розрахунки не потребують в більшості випадків точного врахування похибок, на лекціях необхідно приділити увагу методу виконання наближених обчислень без строгого врахування похибок (без доведення правил) – як методу, який більш всього задовольняє практику економічних розрахунків.

Інший теоретичний матеріал слід дати на ***самостійне опрацювання***, звернувши увагу студентів який матеріал обов`язковий, який додатковий: похибки результатів арифметичних операцій над наближеними значеннями (всі доведення проводяться без застосування диференціального числення); про різницю близьких наближених значень; оцінка похибки результату обчислення за формулою; основні методи виконання обчислень з наближеними значеннями: обчислення зі строгим врахуванням похибок за методом меж; обчислення зі строгим врахуванням похибок за методом границь похибок; зв`язок між кількістю значущих цифр та відносною похибкою; похибки результатів арифметичних операцій над наближеними значеннями; наближені формули; обчислення без строгого врахування похибок.

Відповідно, на практичне заняття виносяться питання з основної частини навчального матеріалу, а додатковий матеріал розбирається на консультаціях. Пропонуємо таке розбиття матеріалу під час вивчення наближених обчислень:

Аудиторні заняття	
Основний матеріал	
Теорія (Що знати?)	***Практика (Що вміти?)***
Поняття наближеного значення числа	Визначення абсолютної та відносної похибок наближення
Абсолютна та відносна похибки наближення	Визначення граничної абсолютної та граничної відносної похибок наближеного значення
Гранична абсолютна та гранична відносна похибки наближення, їх зв`язок	Визначення правильних та значущих цифр наближення
Правильні та значущі цифри наближення	Знаходження похибки числа за його записом
Десятковий запис наближеного значення числа	Застосування правила округлення чисел
Округлення чисел	Визначення похибки округлення
Похибка округлення чисел	Вміти знаходити похибку суми, різниці, добутку, частки, степеня, кореня наближеного значення
Пряма та обернена задачі наближених обчислень	Вміти переформулювати задачу при знаходженні значення виразу який містить різницю близьких наближених значень
Похибки результатів арифметичних операцій над наближеними значеннями (доведення без застосування диференціального числення): – додавання наближених значень (теорема про абсолютну похибку суми наближених значень) – віднімання наближених значень (теорема про абсолютну похибку різниці наближених значень) – добуток наближених значень (теорема про відносну похибку добутку наближених значень) – частка наближених значень (теорема про відносну похибку частки наближених	Вміти виконувати дії над наближеними значеннями за методом меж

значень)	
Основні методи виконання обчислень з наближеними значеннями	Вміти виконувати дії над наближеними значеннями за методом границь похибок
	Вміти виконувати дії над наближеними значеннями за методом нестрогого врахування похибок (практичні правила обчислення)
	Вміти оцінити похибку результату по похибкам даних
– обчислення без строгого врахування похибок (практичні методи обчислення) (вводити без доведення на прикладах, інтуїтивно) *додавання *віднімання *множення *ділення *виконання декількох дій *обернена задача	Вміти оцінити похибки даних за з необхідної точності результату
Класифікація похибок, повна похибка	Оцінювати похибку результату дій за формулою
<u>Самостійне вивчення</u>	
Теорія (Що знати?)	***Практика (Що вміти?)***
Похибки результатів арифметичних операцій над наближеними значеннями (доведення без застосування диференціального числення): – про різницю близьких наближених значень – оцінка похибки результату обчислення за формулою	Перетворювати вираз, щоб уникнути знаходження різниці близьких наближених значень
Основні методи виконання обчислень з наближеними значеннями – обчислення зі строгим врахуванням похибок за методом меж *додавання *віднімання *множення *ділення	Вміти виконувати дії над наближеними значеннями за методом меж; границь похибок, методом нестрогого врахування похибок
– обчислення зі строгим врахуванням похибок за методом границь похибок	Вміти оцінити похибку результату обчислення за формулою
<u>Додатковий матеріал</u>	
Теорія (Що знати?)	***Практика (Що вміти?)***
Зв`язок між кількістю значущих цифр та відносною похибкою	Знаходити повну похибку, якщо це можливо при заданих умовах
Похибки результатів арифметичних операцій над наближеними значеннями (доведення без застосування	Застосовувати для спрощення розрахунків наближені формули

диференціального числення): – піднесення до степеня та добування кореня наближених значень (теореми про відносні похибки степеня наближених значень та кореня з натуральним показником з наближеного значення)	
Основні методи виконання обчислень з наближеними значеннями	Вміти знаходити відносну похибку по кількості значущих цифр та навпаки
– обчислення без строгого врахування похибок (практичні методи обчислення) (вводити без доведення на прикладах, інтуїтивно) *піднесення до степеня *добування кореня	
Наближені формули (доведення без застосування диференціального числення)	

6. Для якісного вивчення матеріалу важливою є організація самостійної роботи студентів. Якісний підбір джерел інформації та методичні матеріали з теми відіграють провідну роль в цій роботі. Проаналізувавши літературу (навчальну, наукову), яку можна рекомендувати студентам, виділяємо ті джерела інформації які враховують рівень складності, доступності, систематичності подання матеріалу та доступність самих літературних джерел. На жаль на сьогодні сучасних літературних джерел з питань теорії та практики наближених обчислень досить мало. Іншим джерелом навчальної інформації є власні розробки викладачів з теми, які можуть містити: теоретичні відомості, завдання для практичної підготовки, додатковий матеріал, список додаткової літератури для допитливих студентів, перелік рефератів то що. Сучасні студенти не звикли читати книжки, простіше сприймають інформацію з дисплея комп`ютера, тому доцільно використовувати електронні методичні та навчальні матеріали з теми.

7. Велику роль в організації навчальної роботи відіграє поточний, діагностичний, підсумковий контроль знань студентів. Щоб такий контроль був якісним необхідно врахувати наступне: викладач повинен визначити вимоги до рівня знань та вмінь студентів з теми та види та терміни проведення контролю.

Користуючись компетентнісним та диференційованим підходом до оцінки знань з теми вимоги до знань та вмінь студентів можуть бути такими:

Вивчивши тему студент:

Обов`язковий рівень:

Наводить приклади точних та наближених значень величини; джерела виникнення наближених значень, зокрема в економіці.

Формулює означення абсолютної та відносної похибок наближеної величини, граничних абсолютної та відносної похибок наближеної величини, означення правильної та значущої цифри числа; правило округлення чисел, теореми про абсолютну похибку суми наближених значень, про абсолютну похибку різниці наближених значень, про відносну похибку добутку наближених значень, про відносну похибку частки наближених значень, правила виконання наближених обчислень без строгого врахування похибок.

Розв`язує вправи на знаходження граничних абсолютної та відносної похибок наближених значень величин; визначення правильних та значущих цифр наближеного числа; знаходження похибки числа за його записом; округлення чисел; знаходження похибки округлення, виконання дій з наближеними даними за методом нестрогого врахування похибок (правила підрахунку цифр): додавання, віднімання, множення, ділення.

Підвищений рівень:

Описує сутність прямої та оберненої задач наближених обчислень; класифікацію похибок, повну похибку.

Формулює правила виконання наближених обчислень без строгого врахування похибок, піднесення до степеня, добування кореня; теореми про виконання дій над наближеними числами методом меж.

Формулює та доводить теореми про абсолютну похибку суми наближених значень, про абсолютну похибку різниці наближених значень, про відносну похибку добутку наближених значень, про відносну похибку частки наближених значень, про різницю близьких наближених значень числа, про відносні похибки степеня наближених значень чисел та кореня з натуральним показником з наближеного значення числа.

Розв`язує вправи на виконання дій з наближеними даними методом нестрогого врахування похибок (правила підрахунку цифр): додавання, віднімання, множення, ділення, піднесення до степеня, добування кореня; знаходження похибки суми, різниці, добутку, частки, степеня, кореня наближеного значення числа (виконання дій над наближеними даними за методом строгого врахування похибок – методом границь похибок); переформулювання задачі при знаходженні значення виразу який містить різницю близьких наближених значень числа; виконувати дії над наближеними числами методом меж.

Поглиблений рівень:

Пояснює особливості розв`язання прямої та оберненої задач наближеного числення методом строгого врахування похибок (методом меж та методом границь похибок) та методом нестрогого врахування похибок.

Розв`язує вправи на оцінку похибки результату за похибкам даних; оцінку похибки даних за необхідної точності результату; знаходити повну похибку, якщо це можливо при заданих умовах; знаходити відносну похибку по кількості значущих цифр та навпаки.

Продумане планування викладачем теоретичної та практичної підготовки студентів з теми, значно активізує в подальшому навчальну діяльність студентів, а, отже, є можливість сформувати в них належні практичні навички та вміння, що сприяє виробленню тих якостей, які необхідні майбутньому фахівцю. Як показує наш досвід та досвід наших колег, запропонована схема аналізу навчального матеріалу дає можливість більш раціонально спланувати теоретичну та практичну підготовку студентів наближеним обчисленням, враховуючи специфіку економічних дисциплін.

1. *Боярский А.Я. Экономика и мера точности. Сб. «Статистика и электронно-вычислительная техника в экономике» М., Статистика, 1968. Вып. 2*
2. *Навчальна програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів, 10-12 класи (старша школа) Математика в школі, №3, 2006, с. 2-11*
3. *Навчальна програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів, 5-9 класи (12-річна школа) Математика в школі, №2, 2006. – С. 2-15*
4. *Моргенштерн О. О точности экономико-статистических наблюдений М., Статистика, 1968, вып. 2*

Резюме. **Шевелёва О.Б. ПЛАНИРОВАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ПРАКТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ ПРИБЛИЖЕННЫМ ВЫЧИСЛЕНИЯМ.** *В статье рассматривается анализ учебного материала при планировании преподавателем теоретической и практической подготовки студентов экономических специальностей приближенным вычислениям.*

Summary. **Sheveljova O. PLANNING OF STUDENTS` THEORETICAL AND PRACTICAL TRAINING OF APPROXIMATE CALCULATIONS.** *Analysis of educational materials for students` approximate calculations theoretical and practical training in the teachers` planning in economic higher education establishments is considered grounded in the paper.*

Надійшла до редакції 16.02.2008 р.

ПРО ОЗНАЧЕННЯ ПОХІДНОЇ ЗА НАПРЯМОМ У КУРСІ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

М.М.Білоцький,
кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова, м.Київ, УКРАЇНА
І.Я.Субботін,
професор факультету математики,
Каліфорнійський університет, м.Лос Анжелес, США
П.П.Баришовець,
кандидат фіз.-мат. наук , доцент,
Національний авіаційний університет, м.Київ, УКРАЇНА

Пропонується уточнення поняття похідної за напрямом. Якщо вважати похідну за напрямом в точці основним у диференціальному численні функцій кількох змінних, то поняття частинної похідної в точці та похідної вздовж прямої в точці легко вводяться за допомогою поняття похідної за напрямом в точці.

Досвід викладання математики в різних вищих навчальних закладах дозволяє нам дійти висновку, що в математичному аналізі як самостійної дисципліни або як частині сучасних курсів вищої математики існує неоднозначність в трактуванні змісту поняття похідної за напрямом.

Основна мета цієї статті показати, що базовим серед означень похідної є означення поняття похідної за напрямом.

В подальшому

$R^m = \{\vec{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_m) : x_i \in R, \forall i \in \{1, 2, \ldots, m\}, m \in N\}$

Вектор $\vec{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_m)$ і точку $(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ простору будемо ототожнювати.

Простір R^m вважатимемо лінійним із покоординатними операціями додавання векторів і множення на дійсні числа, в якому визначено скалярний добуток $(\vec{x}, \vec{y})$ векторів $\vec{x}$ і $\vec{y} = (y_1, y_2, \ldots, y_m)$, норма (довжина) $\|\vec{x}\|$ вектора, $\vec{x}$ а також відстань $\rho(\vec{x}, \vec{y})$:

$$(\vec{x}, \vec{y}) := \sum_{i=1}^{m} x_i y_i ,$$

$$\|\vec{x}\| := \sqrt{(\vec{x}, \vec{x})} = \left(\sum_{i=1}^{m} x_i^2 \right)^{1/2}$$

$$\rho(\vec{x}, \vec{y}) := \|\vec{x} - \vec{y}\| .$$

Координати векторів

$\vec{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_m) \in R^m$

визначені в ортонормованому базисі $\langle \vec{e}_1, \vec{e}_2, \ldots, \vec{e}_k, \ldots, \vec{e}_m \rangle \subset R^m$, де вектори

$\vec{e}_k = \left(0, 0, \ldots, 0, \underset{k}{1}, 0, \ldots, 0\right) \forall k \in \{1, 2, \ldots, m\}$

Простір (R^m, ρ) є повним метричним простором.

1. Похідна за напрямом, похідна вздовж прямої, що визначається напрямом. Основні означення та їх аналіз і порівняння

Нехай $A \subset R^m$, $f : A \to R$ і

$f(\vec{x}) = f(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ – значення функції f в точці $\vec{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_m) \in A$, а вектор $\vec{l} \in R^m$, $\vec{l} \neq \vec{0}$, визначає напрям і пряму $l = \left\{ \vec{x} = \vec{x}_0 + t\vec{l} : t \in R \right\}$, що проходить через точку

$\vec{x}_0 = \left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots, x_m^{(0)}\right) \in A$ у напряму $\vec{l}$. Далі $\vec{x}_0$ – внутрішня точка множини A. Похідною функції f в точці $\vec{x}_0$ за напрямом $\vec{l}$ в одній групі посібників та підручників називається границя

$$f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0) := \frac{\partial f(\vec{x}_0)}{\partial \vec{l}} := \lim_{0<t\to 0} \frac{f\left(\vec{x}_0 + t\vec{l}\right) - f(\vec{x}_0)}{t} :=$$

$$:= \lim_{t\to 0+} \frac{f\left(\vec{x}_0 + t\vec{l}\right) - f(\vec{x}_0)}{t}, \qquad (1)$$

а в іншій групі посібників та підручників називається границя

$$f'_l(\vec{x}_0) := \frac{\partial f(\vec{x}_0)}{\partial l} := \lim_{t\to 0} \frac{f\left(\vec{x}_0 + t\vec{l}\right) - f(\vec{x}_0)}{t} \qquad (2)$$

якщо вони існують. На нашу думку границя (1) більш відповідає походженню і змісту терміну похідна функції f в точці $\vec{x}_0$ за напрямом $\vec{l}$, а границя (2) краще відповідає терміну похідна функції f в точці $\vec{x}_0$ вздовж прямої l (що проходить через точку $\vec{x}_0$ з напрямним вектором $\vec{l}$). Природними є наступні означення

Означення 1. *Похідною функції* f в точці $\vec{x}_0$ *за напрямом* $\vec{l}$ називається границя (1), якщо вона існує. *Похідною функції* f в точці $\vec{x}_0$ *вздовж прямої* l, *що проходить через точку* $\vec{x}_0$ *за напрямним вектором* $\vec{l}$, називається границя (2), якщо вона існує.

Означення 1 є узагальненням відповідно понять односторонньої похідної і похідної в точці. Узагальненням критерію існування похідної функції однієї дійсної змінної з дійсними значеннями в термінах односторонніх похідних є наступне

□ Очевидно, для існування похідної $f'_l(\vec{x}_0)$ функції f в точці $\vec{x}_0$ вздовж прямої l, що проходить через точку $\vec{x}_0$ з напрямним вектором $\vec{l}$, необхідно і достатньо існування двох границь

$$f'_{l_+}(\vec{x}_0) := \lim_{t\to 0+} \frac{f\left(\vec{x}_0 + t\vec{l}\right) - f(\vec{x}_0)}{t} \text{ і}$$

$$f'_{l_-}(\vec{x}_0) := \lim_{t\to 0-} \frac{f\left(\vec{x}_0 + t\vec{l}\right) - f(\vec{x}_0)}{t}$$

та виконання рівності $f'_{l_-}(\vec{x}_0) = f'_{l_+}(\vec{x}_0) = f'_l(\vec{x}_0)$. Але неважко помітити, що $f'_{l_+}(\vec{x}_0) = f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0)$. З іншого боку

$$f'_{l_-}(\vec{x}_0) = \lim_{t\to 0-} \frac{f\left(\vec{x}_0 + t\vec{l}\right) - f(\vec{x}_0)}{t} =$$

$$= \lim_{-|t|\to 0-} \frac{f\left(\vec{x}_0 - |t|\vec{l}\right) - f(\vec{x}_0)}{-|t|} =$$

$$= -\lim_{|t|\to 0+} \frac{f\left(\vec{x}_0 + |t|\left(-\vec{l}\right)\right) - f(\vec{x}_0)}{|t|} =$$

$$= -\lim_{h=|t|\to 0+} \frac{f\left(\vec{x}_0 + h\left(-\vec{l}\right)\right) - f(\vec{x}_0)}{h} =$$

$$= -\lim_{t\to 0+} \frac{f\left(\vec{x}_0 + t\left(-\vec{l}\right)\right) - f(\vec{x}_0)}{t} = -f'_{-\vec{l}}(\vec{x}_0).$$

■

Отже, справедливе

Твердження 1. *Для того, щоб існувала похідна* $f'_l(\vec{x}_0)$ *функції* f *в точці* $\vec{x}_0$ *вздовж прямої* l, *що проходить через точку* $\vec{x}_0$ *з напрямним вектором* $\vec{l}$ *необхідно і досить, щоб існували похідні* $f'_{-\vec{l}}(\vec{x}_0)$ *і* $f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0)$ *функції* f *в точці* $\vec{x}_0$ *за напрямами* $-\vec{l}$ *і* $\vec{l}$, відповідно, і виконувалась рівність $f'_{-\vec{l}}(\vec{x}_0) = -f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0) = f'_l(\vec{x}_0)$.

Разом з твердженням 1 наступні приклади уточнюють зв'язок між похідними $f'_l(\vec{x}_0)$ функції f в точці $\vec{x}_0$ вздовж прямої l, що проходить через точку $\vec{x}_0$ з напрямним вектором $\vec{l}$ з похідними $f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0)$ функції f в точці $\vec{x}_0$ за напрямами $\vec{l}$.

***Приклад* 1.** Розглянемо функцію, визначену для кожної точки $\vec{x} = (x_1, x_2) \in R^2$:

$$f(\vec{x}) = f(x_1, x_2) = |x_2| = \begin{cases} -x_2, & \text{якщо } x_2 < 0; \\ x_2, & \text{якщо } x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Ця функція має в точці $\vec{x}_0 = (0;0)$ похідну за напрямом вектора $\vec{l} = (\cos\alpha; \sin\alpha)$, але не має похідної в точці $\vec{x}_0=(0;0)$ вздовж прямої $l=\left\{\vec{x}=t\vec{l}\;:t\in R\right\}$ для кожного $\alpha\in(0;\pi)\cup(\pi;2\pi)$. Дійсно,

$f(\vec{x}_0)=f(0,0)=0$ при $\vec{x}_0=(0;0)$ і для векторів $\vec{l}=(\cos\alpha;\sin\alpha)$ маємо: $\vec{x}_0+t\vec{l}=(x_1;x_2)=(t\cos\alpha;t\sin\alpha)$, і

$x_2=t\sin\alpha<0\quad\forall t>0\,\forall\alpha\in(\pi;2\pi)$, а тому $\forall\alpha\in(\pi;2\pi)$

$$f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0):=\lim_{t\to0+}\frac{f(\vec{x}_0+t\vec{l})-f(\vec{x}_0)}{t}=$$
$$=\lim_{t\to0+}\frac{f(t\cos\alpha,t\sin\alpha)-f(0,0)}{t}=$$
$$=\lim_{t\to0+}\frac{-t\sin\alpha}{t}=-\sin\alpha;$$

$x_2=t\sin\alpha>0\quad\forall t>0\,\forall\alpha\in(0;\pi)$, а тому $\forall\alpha\in(0;\pi)$

$$f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0):=\lim_{t\to0+}\frac{f(\vec{x}_0+t\vec{l})-f(\vec{x}_0)}{t}=$$
$$=\lim_{t\to0+}\frac{f(t\cos\alpha,t\sin\alpha)-f(0,0)}{t}=$$
$$=\lim_{t\to0+}\frac{t\sin\alpha}{t}=\sin\alpha.$$

Для того, щоб існувала похідна $f'_l(\vec{x}_0)$ функції f в точці $\vec{x}_0=(0;0)$ вздовж прямої l, що проходить через точку $\vec{x}_0$ з напрямним вектором $\vec{l}$, необхідно і достатньо виконання рівності $f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0)=-f'_{-\vec{l}}(\vec{x}_0)=f'_l(\vec{x}_0)$. Аналогічно попереднім перетворенням для векторів $-\vec{l}=(-\cos\alpha;-\sin\alpha)$ маємо:

$x_2=-t\sin\alpha>0\quad\forall t>0\,\forall\alpha\in(\pi;2\pi)$, а тому $\forall\alpha\in(\pi;2\pi)$

$$f'_{-\vec{l}}(\vec{x}_0):=\lim_{t\to0+}\frac{f\left(\vec{x}_0+t\left(-\vec{l}\right)\right)-f(\vec{x}_0)}{t}=$$
$$=\lim_{t\to0+}\frac{f(-t\cos\alpha,-t\sin\alpha)-f(0,0)}{t}=$$
$$=\lim_{t\to0+}\frac{-t\sin\alpha}{t}=-\sin\alpha;$$

$x_2=-t\sin\alpha<0\quad\forall t>0\,\forall\alpha\in(0;\pi)$, а тому $\forall\alpha\in(0;\pi)$

$$f'_{-\vec{l}}(\vec{x}_0):=\lim_{t\to0+}\frac{f\left(\vec{x}_0+t\left(-\vec{l}\right)\right)-f(\vec{x}_0)}{t}=$$
$$=\lim_{t\to0+}\frac{f(-t\cos\alpha,-t\sin\alpha)-f(0,0)}{t}=$$
$$=\lim_{t\to0+}\frac{t\sin\alpha}{t}=\sin\alpha$$ і, отже,

$f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0)\neq f'_{-\vec{l}}(\vec{x}_0)$ для векторів $\vec{l}=(\cos\alpha;\sin\alpha)$ при $\forall\alpha\in(0;\pi)\cup(\pi;2\pi)$, так як $\sin\alpha\neq-\sin\alpha\,\forall\alpha\in(0;\pi)\cup(\pi;2\pi)$.

Таким чином, ця функція не має похідної в точці $\vec{x}_0=(0;0)$ вздовж кожної прямої $l=\left\{\vec{x}=t\vec{l}\;:t\in R\right\}$ з напрямним вектором $\vec{l}=(\cos\alpha;\sin\alpha)\quad\forall\alpha\in(0;\pi)\cup(\pi;2\pi)$. Водночас, $\vec{l}=(1;0)$ для $\alpha=0$, $\vec{l}=(-1;0)=-\vec{l}$ для $\alpha=\pi$, і тому, як легко встановити для цих векторів і для розглядуваної функції,

$$f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0)=-f'_{-\vec{l}}(\vec{x}_0)=f'_l(\vec{x}_0)=f'_{x_1}(0;0)=0.$$

Відносно функції, яка розглядалась в прикладі 1, цікаво зауважити, що для неї існує $f'_{x_1}(0;0)$, але не існує $f'_{x_2}(0;0)$.

***Приклад* 2.** Розглянемо функцію, визначену для кожної точки $\vec{x}=(x_1,x_2)\in R^2$:

$$f(\vec{x})=f(x_1,x_2)=|ax_1+bx_2|=$$
$$=\begin{cases}-(ax_1+bx_2), & \text{якщо}\quad ax_1+bx_2<0;\\ (ax_1+bx_2), & \text{якщо}\quad ax_1+bx_2\geq0,\ b\neq0\end{cases}$$

Ця функція має в точці $\vec{x}_0=(0;0)$ похідну за напрямом вектора $\vec{l}=(\cos\alpha;\sin\alpha)$, але не має похідної в точці $\vec{x}_0=(0;0)$ вздовж прямої $l=\left\{\vec{x}=t\vec{l}\;:t\in R\right\}$ для кожного $\alpha\in\left[-\operatorname{arctg}{}^{a}\!/\!_{b};2\pi-\operatorname{arctg}{}^{a}\!/\!_{b}\right)$.

Дійсно, $f(\vec{x}_0)=f(0,0)=0$ при $\vec{x}_0=(0;0)$ і

для векторів $\vec{l}=(\cos\alpha;\sin\alpha)$ маємо:
$\vec{x}_0+t\vec{l}=(x_1;x_2)=(t\cos\alpha;t\sin\alpha)$, і
$\forall t>0\ \forall\alpha\in\left(\pi-\operatorname{arctg}{}^a\!/_b;2\pi-\operatorname{arctg}{}^a\!/_b\right)$
$ax_1+bx_2=t(a\cos\alpha+b\sin\alpha)=$
$=t\sqrt{a^2+b^2}\sin\left(\alpha+\operatorname{arctg}{}^a\!/_b\right)<0$,

а тому
$\forall\alpha\in\left(\pi-\operatorname{arctg}{}^a\!/_b;2\pi-\operatorname{arctg}{}^a\!/_b\right)$

$$f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0):=\frac{\partial f(\vec{x}_0)}{\partial\vec{l}}:=\lim_{t\to0+}\frac{f(\vec{x}_0+t\vec{l})-f(\vec{x}_0)}{t}=$$
$$=\lim_{t\to0+}\frac{f(t\cos\alpha,t\sin\alpha)-f(0,0)}{t}=$$
$$=\lim_{t\to0+}\frac{-(ta\cos\alpha+tb\sin\alpha)}{t}=-(a\cos\alpha+b\sin\alpha)=$$
$$=-\sqrt{a^2+b^2}\sin\left(\alpha+\operatorname{arctg}{}^a\!/_b\right);$$

$\forall t>0\ \forall\alpha\in\left(-\operatorname{arctg}{}^a\!/_b;\pi-\operatorname{arctg}{}^a\!/_b\right)$
$ax_1+bx_2=t(a\cos\alpha+b\sin\alpha)=$
$=t\sqrt{a^2+b^2}\sin\left(\alpha+\operatorname{arctg}{}^a\!/_b\right)>0$,

а тому
$\forall\alpha\in\left(-\operatorname{arctg}{}^a\!/_b;\pi-\operatorname{arctg}{}^a\!/_b\right)$

$$f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0):=\frac{\partial f(\vec{x}_0)}{\partial\vec{l}}:=\lim_{t\to0+}\frac{f(\vec{x}_0+t\vec{l})-f(\vec{x}_0)}{t}=$$
$$=\lim_{t\to0+}\frac{f(t\cos\alpha,t\sin\alpha)-f(0,0)}{t}=$$
$$=\lim_{t\to0+}\frac{(ta\cos\alpha+tb\sin\alpha)}{t}=(a\cos\alpha+b\sin\alpha)=$$
$$=\sqrt{a^2+b^2}\sin\left(\alpha+\operatorname{arctg}{}^a\!/_b\right).$$

Аналогічно попереднім перетворенням для векторів $-\vec{l}=(-\cos\alpha;-\sin\alpha)$ маємо:
$\vec{x}_0-t\vec{l}=(x_1;x_2)=(-t\cos\alpha;-t\sin\alpha)$, і
$\forall t>0\ \forall\alpha\in\left(\pi-\operatorname{arctg}{}^a\!/_b;2\pi-\operatorname{arctg}{}^a\!/_b\right)$
$ax_1+bx_2=-t(a\cos\alpha+b\sin\alpha)=$
$=-t\sqrt{a^2+b^2}\sin\left(\alpha+\operatorname{arctg}{}^a\!/_b\right)>0$,

а тому
$\forall\alpha\in\left(\pi-\operatorname{arctg}{}^a\!/_b;2\pi-\operatorname{arctg}{}^a\!/_b\right)$

$$f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0):=\frac{\partial f(\vec{x}_0)}{\partial\vec{l}}:=\lim_{t\to0+}\frac{f(\vec{x}_0+t\vec{l})-f(\vec{x}_0)}{t}=$$
$$=\lim_{t\to0+}\frac{f(-t\cos\alpha,-t\sin\alpha)-f(0,0)}{t}=$$
$$=\lim_{t\to0+}\frac{-(ta\cos\alpha+tb\sin\alpha)}{t}=-(a\cos\alpha+b\sin\alpha)=$$
$$=-\sqrt{a^2+b^2}\sin\left(\alpha+\operatorname{arctg}{}^a\!/_b\right);$$

$\forall t>0\ \forall\alpha\in\left(-\operatorname{arctg}{}^a\!/_b;\pi-\operatorname{arctg}{}^a\!/_b\right)$
$ax_1+bx_2=-t(a\cos\alpha+b\sin\alpha)=$
$=-t\sqrt{a^2+b^2}\sin\left(\alpha+\operatorname{arctg}{}^a\!/_b\right)<0$,

а тому
$\forall\alpha\in\left(-\operatorname{arctg}{}^a\!/_b;\pi-\operatorname{arctg}{}^a\!/_b\right)$

$$f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0):=\frac{\partial f(\vec{x}_0)}{\partial\vec{l}}:=\lim_{t\to0+}\frac{f(\vec{x}_0+t\vec{l})-f(\vec{x}_0)}{t}=$$
$$=\lim_{t\to0+}\frac{f(t\cos\alpha,t\sin\alpha)-f(0,0)}{t}=$$
$$=\lim_{t\to0+}\frac{(ta\cos\alpha+tb\sin\alpha)}{t}=(a\cos\alpha+b\sin\alpha)=$$
$$=\sqrt{a^2+b^2}\sin\left(\alpha+\operatorname{arctg}{}^a\!/_b\right).$$

Отже, і в цьому випадку
$f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0)\neq-f'_{-\vec{l}}(\vec{x}_0)$ для векторів
$\vec{l}=(\cos\alpha;\sin\alpha)$, для яких
$\alpha\in\left(-\operatorname{arctg}{}^a\!/_b;\pi-\operatorname{arctg}{}^a\!/_b\right)\cup\left(\pi-\operatorname{arctg}{}^a\!/_b;2\pi-\operatorname{arctg}{}^a\!/_b\right)$
так як для таких α
$\sqrt{a^2+b^2}\sin\left(\alpha+\operatorname{arctg}{}^a\!/_b\right)\neq$
$\neq-\sqrt{a^2+b^2}\sin\left(\alpha+\operatorname{arctg}{}^a\!/_b\right)$.

Разом з цим неважко переконатись в тому, що для вектора $\vec{l}=(\cos\alpha;\sin\alpha)$, де $\alpha=\operatorname{arctg}{}^a\!/_b$ існують $f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0), f'_{-\vec{l}}(\vec{x}_0)$ і $f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0)=-f'_{-\vec{l}}(\vec{x}_0)$ і, отже, існує похідна $f'_l(\vec{x}_0)$ в точці $\vec{x}_0=(0;0)$ вздовж прямої, яка визначається напрямним вектором

$$\vec{l}=\left(\cos\left(\operatorname{arctg}{}^a\!/_b\right);\sin\left(\operatorname{arctg}{}^a\!/_b\right)\right).$$

***Приклад* 3.** Нехай $\Omega:(-\pi;\pi]\to R$ така, що

$-\Omega(\varphi)\neq\Omega(\varphi-\pi)\forall\varphi\in(-\pi;\pi]$,
$-\Omega(\varphi)\neq\Omega(\varphi+\pi)\forall\varphi\in(-\pi;\pi]$.

Розглянемо функцію, визначену для кожної точки $\vec{x}=(x_1,x_2)\in R^2$:

$f(\vec{x})=f(x_1,x_2)=\Omega(\varphi)\sqrt{x_1^{\,2}+x_2^{\,2}}=$
$=\Omega(\varphi)t\quad\forall(x_1,x_2)\in L_\varphi^+$, де
$L_\varphi^+=\left\{\vec{x}=(x_1,x_2):(x_1,x_2)=t\vec{l},\right.$
$\left.\vec{l}=(\cos\varphi;\sin\varphi),\,t\in[0;+\infty)\right\}$ вважаючи

$$\varphi=\begin{cases}2\operatorname{arctg}\dfrac{x_2}{x_1+\sqrt{x_1^2+x_2^2}}, & \text{коли } (x_1;x_2)\in R^2\setminus\{(x_1;x_2):x_1\le 0,x_2=0\};\\ \pi, & \text{коли } (x_1;x_2)\in\{(x_1;x_2):x_1<0,x_2=0\}.\end{cases}$$

Очевидно, так визначене $\varphi\in(-\pi;\pi]$. Функцію, означену вище, можна визначити і так

$$f(x_1,x_2)=\begin{cases}2\sqrt{x_1^2+x_2^2}\,\Omega\left(\operatorname{arctg}\dfrac{x_2}{x_1+\sqrt{x_1^2+x_2^2}}\right), & \text{коли } (x_1;x_2)\in R^2\setminus\{(x_1;x_2):x_1\le 0,x_2=0\};\\ -x_1\Omega(\pi), & \text{коли } (x_1;x_2)\in\{(x_1;x_2):x_1\le 0,x_2=0\}.\end{cases}$$

Ця функція має в точці $\vec{x}_0=(0;0)$ похідну за напрямом вектора $\vec{l}=(\cos\varphi;\sin\varphi)$ для кожного $\varphi\in(-\pi;\pi]$, але не має похідної в точці $\vec{x}_0=(0;0)$ вздовж кожної прямої $l=\{\vec{x}=t\vec{l}:t\in R\}$. Дійсно, $\forall\varphi\in(-\pi;\pi]$ для $\vec{l}=(\cos\varphi;\sin\varphi)$ і протилежного вектора $-\vec{l}=(-\cos\varphi;-\sin\varphi)=$
$=(\cos(\varphi\pm\pi),\sin(\varphi\pm\pi))$ маємо

$$f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0):=\lim_{t\to0+}\frac{f(\vec{x}_0+t\vec{l})-f(\vec{x}_0)}{t}=$$
$$=\lim_{t\to0+}\frac{f(t\cos\varphi,t\sin\varphi)-f(0,0)}{t}=\Omega(\varphi),$$
$$f'_{-\vec{l}}(\vec{x}_0):=\lim_{t\to0+}\frac{f(\vec{x}_0+t(-\vec{l}))-f(\vec{x}_0)}{t}=$$
$$=\lim_{t\to0+}\frac{f(t\cos(\varphi\pm\pi),t\sin(\varphi\pm\pi))-f(0,0)}{t}=$$
$$=\begin{cases}\Omega(\varphi-\pi), & \text{коли } \varphi-\pi\in(-\pi;\pi];\\ \Omega(\varphi+\pi), & \text{коли } \varphi+\pi\in(-\pi;\pi],\end{cases}$$

Так як
$-\Omega(\varphi)\neq\Omega(\varphi-\pi)\forall\varphi\in(-\pi;\pi]$,
$-\Omega(\varphi)\neq\Omega(\varphi+\pi)\forall\varphi\in(-\pi;\pi]$, тоді $f'_{-\vec{l}}(\vec{x}_0)\neq-f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0)$, і не існує $f'_l(\vec{x}_0)$.

***Приклад* 4.** Розглянемо функцію, визначену $\forall(x_1,x_2,\ldots,x_m)\in L_\varphi^+\subset R^m$:

$$f(\vec{x})=f(x_1,x_2,\ldots,x_m)=$$
$$=\lambda(\varphi_1,\varphi_2,\ldots,\varphi_m)\sqrt{\sum_{i=1}^m x_i^{\,2}}=\lambda(\varphi_1,\varphi_2,\ldots,\varphi_m)t$$

де $\lambda(\varphi_1,\varphi_2,\ldots,\varphi_m)$ – функція, яка взаємно однозначно відображає декартовий добуток $\mathop{\mathrm{X}}_{i=1}^{m}[0;\pi]$ на множину дійсних чисел $R=(-\infty;+\infty)$;

$L_\varphi^+=\{(x_1,x_2,\ldots,x_m):(x_1,x_2,\ldots,x_m)=$
$=(t\cos\varphi_1,t\cos\varphi_2,\ldots,t\cos\varphi_m),\,t\in[0;+\infty)\}$

$\sum_{i=1}^m\cos^2\varphi_i=1$.

Неважко показати, що функція має в точці $\vec{x}_0=(0,0,\ldots,0)\in R^m$ похідну за кожним напрямом вектора $\vec{l}=(\cos\varphi_1,\cos\varphi_2,\ldots,\cos\varphi_m)$, але не має похідної в точці $\vec{x}_0$ вздовж кожної прямої $l=\{\vec{x}=t\vec{l}:t\in R\}$ для довільного $(\varphi_1,\varphi_2,\ldots,\varphi_m)\in\mathop{\mathrm{X}}_{i=1}^{m}[0;\pi]$.

Означення 2. Нехай $R^m\supset A$ – відкрита множина в R^m. Якщо для будь-якого

$\vec{x}=\left(x_1,x_2,\ldots,x_m\right)\in A$ існує $f'_{\vec{l}}\left(\vec{x}\right)$ $\left(f'_l\left(\vec{x}\right)\right)$, то кажуть, що похідна $f'_{\vec{l}}\left(\vec{x}\right)$ $\left(f'_l\left(\vec{x}\right)\right)$ визначена на множині $A\subset R^m$ і позначати $f'_{\vec{l}}:A\to R$ (відповідно $f'_l:A\to R$).

Далі вважатимемо, що множина $A\subset R^m$ є відкритою.

Зауваження. Оскільки для внутрішньої точки $\vec{x}_0=\left(x_1^{(0)},x_2^{(0)},\ldots,x_m^{(0)}\right)\in A$ існує $\delta>0$ таке, що $\forall\tau\in\left(-\delta;\delta\right):\vec{x}=\vec{x}_0+\tau\vec{l}\in A$, то визначивши функцію $\mu:\left(-\delta;\delta\right)\to R$ для вектора $\vec{p}=\left(p_1,p_2,\ldots,p_m\right)\in R^m$ як

$\mu\left(\tau\right)=f\left(\vec{x}_0+\tau\vec{p}\right)=$

$=f\left(x_1^{(0)}+\tau p_1,x_2^{(0)}+\tau p_2,\ldots,x_m^{(0)}+\tau p_m\right),$

$\tau\in\left(-\delta;\delta\right)$, маємо (вважаючи $p=\left\{\vec{x}=\vec{x}_0+t\vec{p}:t\in R\right\}$) $\forall\tau\in\left(-\delta;\delta\right)$

$\mu'\left(\tau+0\right)=f'_{\vec{p}}\left(\vec{x}_0+\tau\vec{p}\right),\mu'\left(\tau-0\right)=$

$=-f'_{-\vec{p}}\left(\vec{x}_0+\tau\vec{p}\right),\mu'\left(\tau\right)=f'_p\left(\vec{x}_0+\tau\vec{p}\right),$

$\mu'\left(0+0\right)=f'_{\vec{p}}\left(\vec{x}_0\right),$

$$\mu'\left(0-0\right)=-f'_{-\vec{p}}\left(\vec{x}_0\right)\mu'\left(0\right)=f'_p\left(\vec{x}_0\right). \quad (3)$$

Останнє можна обґрунтувати в спосіб, який міститься в ([1], С.51-52). Формули (3) часто використовуються в подальшому.

2. Властивості похідних за напрямом та похідних вздовж прямої, що визначається напрямом. Частинні похідні та Їх властивості.

Нехай $R^m\supset A$ – відкрита множина в R^m і $f:A\to R$ і $g:A\to R$, вектор $\vec{a}\in R^m$, $\vec{a}\neq\vec{0}$ – напрямний вектор, $a=\left\{\vec{x}=\vec{x}_0+t\vec{a}:t\in R\right\}$ – пряма, що проходить через внутрішню точку $\vec{x}_0\in A$ у напряму $\vec{a}$. Наступні твердження (теореми 1 і 2) можна обґрунтувати в аналогічно тому, як наведено в ([1], С.52-53), а саме перейти до функції μ, визначеної у зауваженні, і використати властивості похідних дійсних функцій з дійсною змінною на проміжку.

ТЕОРЕМА 1. Якщо існують похідні $f'_{\vec{a}}\left(\vec{x}_0\right)$ і $g'_{\vec{a}}\left(\vec{x}_0\right)$ ($f'_a\left(\vec{x}_0\right)$ і $g'_a\left(\vec{x}_0\right)$), тоді існують наведені нижче похідні за напрямом $\vec{a}$ (вздовж прямої a) і мають місце рівності:

1). $\forall\alpha\in R:\left(\alpha f\right)'_{\vec{a}}\left(\vec{x}_0\right)=\alpha f'_{\vec{a}}\left(\vec{x}_0\right)$

($\forall\alpha\in R:\left(\alpha f\right)'_a\left(\vec{x}_0\right)=\alpha f'_a\left(\vec{x}_0\right)$);

2). $\left(f+g\right)'_{\vec{a}}\left(\vec{x}_0\right)=f'_{\vec{a}}\left(\vec{x}_0\right)+g'_{\vec{a}}\left(\vec{x}_0\right)$

($\left(f+g\right)'_a\left(\vec{x}_0\right)=f'_a\left(\vec{x}_0\right)+g'_a\left(\vec{x}_0\right)$);

3). $\left(f\cdot g\right)'_{\vec{a}}\left(\vec{x}_0\right)=f'_{\vec{a}}\left(\vec{x}_0\right)g\left(\vec{x}_0\right)+f\left(\vec{x}_0\right)g'_{\vec{a}}\left(\vec{x}_0\right)$

($\left(f\cdot g\right)_a'\left(\vec{x}_0\right)=f'_a\left(\vec{x}_0\right)g\left(\vec{x}_0\right)+$
$+f\left(\vec{x}_0\right)g'_a\left(\vec{x}_0\right)$);

4). $\left(f\cdot g^{-1}\right)'_{\vec{a}}\left(\vec{x}_0\right)=g^{-2}\left(\vec{x}_0\right)(f'_{\vec{a}}\left(\vec{x}_0\right)g\left(\vec{x}_0\right)-$
$-f\left(\vec{x}_0\right)g'_{\vec{a}}\left(\vec{x}_0\right))$, при $g\left(\vec{x}_0\right)\neq0$

($\left(f\cdot g^{-1}\right)_a'\left(\vec{x}_0\right)=$
$=g^{-2}\left(\vec{x}_0\right)\left(f'_a\left(\vec{x}_0\right)g\left(\vec{x}_0\right)-f\left(\vec{x}_0\right)g'_a\left(\vec{x}_0\right)\right)$
при $g\left(\vec{x}_0\right)\neq0$).

ТЕОРЕМА 2 (про середнє значення). Нехай для деяких $t>0$, точки $\vec{x}_0\in A$, напряму $\vec{a}$ і $\forall\tau\in\left[0;t\right]$: $\vec{x}=\vec{x}_0+\tau\vec{a}\in A$ і існує $f'_{\vec{a}}\left(\vec{x}_0+\tau\vec{a}\right)$. Тоді

$\exists\theta\in\left(0;1\right):f\left(\vec{x}_0+t\vec{a}\right)-f\left(\vec{x}_0\right)=f'_{\vec{a}}\left(\vec{x}_0+\theta\vec{a}\right)t$

□ Для доведення достатньо застосувати теорему Лагранжа на відрізку $\left[0;1\right]$ до функції μ, визначеної у зауваженні. ■

Якщо існують похідні $f'_{\vec{e}_k}\left(\vec{x}_0\right)$, $f'_{-\vec{e}_k}\left(\vec{x}_0\right)$ і $f'_{-\vec{e}_k}\left(\vec{x}_0\right)=-f'_{\vec{e}_k}\left(\vec{x}_0\right)$, де вектор $\vec{e}_k=\left(0,\ldots,0,\underset{k}{1},0,\ldots,0\right)$ є ортом осі Ox_k, яка $\forall k\in\left\{1,2,\ldots,m\right\}$ співпадає з прямою $e_k=\left\{\vec{x}=\vec{x}_0+t\vec{e}_k:t\in R\right\}$, тоді за твердженням 1 існує $f'_{e_k}\left(\vec{x}_0\right)=f'_{-\vec{e}_k}\left(\vec{x}_0\right)=-f'_{\vec{e}_k}\left(\vec{x}_0\right)$ і природно назвати похідну $f'_{e_k}\left(\vec{x}_0\right)$ частинною похідною функції f в точці $\vec{x}_0$ за k-ю змінною x_k і позначати одним із символів

$\dfrac{\partial f(\vec{x}_0)}{\partial x_k}$, $f'_k(\vec{x}_0)$, $D_k f(\vec{x}_0)$.

Використовуючи теорему 1, отримаємо правила обчислення частинних похідних, пов‘язаних з арифметичними операціями над функціями f і g в точці.

3. Основні теореми про похідні за напрямом та похідних вздовж прямої, що визначається напрямом.

ТЕОРЕМА 3. Нехай точка $\vec{x}_0 \in A$ і напрям $\vec{a}$ фіксовані. Якщо існує $f'_{\vec{a}}(\vec{x}_0)$, тоді для будь-якого $\alpha \in R$ існує $f'_{\alpha\vec{a}}(\vec{x}_0)$ і $f'_{\alpha\vec{a}}(\vec{x}_0) = \alpha f'_{\vec{a}}(\vec{x}_0)$. Зокрема, як частинний випадок $f'_{-\vec{a}}(\vec{x}_0) = -f'_{\vec{a}}(\vec{x}_0)$ (дивись твердження 1)

ТЕОРЕМА 4. Нехай точка $\vec{x}_0 \in A$, $\vec{a}$ і $\vec{b}$ – два фіксованих напрями, a і b – відповідні цим напрямам прямі, а пряма, що визначається напрямом $\vec{a}+\vec{b}$ позначається символічно $a+b$. Якщо

1) $\exists \delta > 0\ \forall \vec{x} \in B(\vec{x}_0, \delta)$ існує $f'_{\vec{a}}(\vec{x})$ ($f'_a(\vec{x})$) і неперервна в точці $\vec{x}_0$;

2) існує $f'_{\vec{b}}(\vec{x}_0)$ ($f'_b(\vec{x}_0)$),

тоді існує $f'_{\vec{a}+\vec{b}}(\vec{x}_0)$ ($f'_{a+b}(\vec{x}_0)$) і $f'_{\vec{a}+\vec{b}}(\vec{x}_0) = f'_{\vec{a}}(\vec{x}_0) + f'_{\vec{b}}(\vec{x}_0)$ ($f'_{a+b}(\vec{x}_0) = f'_a(\vec{x}_0) + f'_b(\vec{x}_0)$).

□ Дійсно, аналогічно обґрунтуванням в ([1], С.54), за теоремою 2 про середнє маємо

$$f\left(\vec{x}_0 + t\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\right) - f(\vec{x}_0) = (f\left(\left(\vec{x}_0 + t\vec{b}\right) + t\vec{a}\right) -$$
$$-f\left(\vec{x}_0 + t\vec{b}\right)) + (f\left(\vec{x}_0 + t\vec{b}\right) - f(\vec{x}_0)) =$$
$$= f'_{\vec{a}}\left(\left(\vec{x}_0 + t\vec{b}\right) + \theta t\vec{a}\right)t + \left(f\left(\vec{x}_0 + t\vec{b}\right) - f(\vec{x}_0)\right)$$

$\theta \in [0;1]$.

Тепер достатньо поділити обидві частини отриманої рівності на t і перейти до границі $t \to 0+$ (відповідно, $t \to 0$), враховуючи умови теореми 4. ■

Наслідок. Нехай точка $\vec{x}_0 \in A$, $f : A \to R$ і $\forall k \in \{1, 2, \dots, m\} \forall \vec{x} \in A$ існує частинна похідна $f'_k(\vec{x})$ неперервна в точці $\vec{x}_0$. Тоді для будь-якого напряму $\vec{a}$ існує $f'_{\vec{a}}(\vec{x}_0)$ і справедлива рівність

$$f'_{\vec{a}}(\vec{x}_0) = \sum_{k=1}^{m} f'_k(\vec{x}_0) a_k = \sum_{k=1}^{m} \frac{\partial f(\vec{x}_0)}{\partial x_k} a_k,$$ де

$$\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_m). \quad (4)$$

Вектор-градієнт функції f ***в точці*** $\vec{x}$ $\left(f'_1(\vec{x}), f'_2(\vec{x}), \dots, f'_m(\vec{x})\right) = \left(\dfrac{\partial f(\vec{x})}{\partial x_1}, \dfrac{\partial f(\vec{x})}{\partial x_2}, \dots, \dfrac{\partial f(\vec{x})}{\partial x_m}\right)$ називається ***похідною функції*** f ***в точці*** $\vec{x}$ і позначається одним із символів $f'(\vec{x}_0)$, $\operatorname{grad} f(\vec{x})$, $\nabla f(\vec{x})$. Тоді рівність (4) коротко записується, наприклад, так

$f'_{\vec{a}}(\vec{x}_0) = \left(\operatorname{grad} f(\vec{x}), \vec{a}\right)$.

4. Поняття диференційованості. Функція $L : R^m \to R$ називається ***лінійною***, якщо $\forall \{\alpha, \beta\} \subset R\ \forall \{\vec{x}, \vec{y}\} \subset R^m$:

$L(\alpha\vec{x} + \beta\vec{y}) = \alpha L(\vec{x}) + \beta L(\vec{y})$. Легко показати, що для функції L існують дійсні числа $L_1, L_2, \dots, L_m$ такі, що

$$\forall \vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in R^m :\ L(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{m} L_i x_i .$$

Означення 3. Нехай $A \subset R^m$, $f : A \to R$, $\vec{x}$ – внутрішня точка множини A. Функція f називається ***диференційованою в точці*** $\vec{x}$, якщо існує лінійна функція

$$L(\vec{a}) = \sum_{i=1}^{m} L_i a_i ,\{L_1, L_2, \dots, L_m\} \subset R$$

$\forall \vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_m) \in R^m$ така, що

$$f(\vec{x} + \vec{a}) - f(\vec{x}) - L(\vec{a}) = o(\|\vec{a}\|),\ \|\vec{a}\| \to 0 \quad (5)$$

або, що рівносильно,

$$\lim_{\|\vec{a}\| \to 0} \frac{f(\vec{x} + \vec{a}) - f(\vec{x}) - L(\vec{a})}{\|\vec{a}\|} = 0 .$$

Функція L називається ***диференціалом*** (інколи ***повним диференціалом***) функції f в точці $\vec{x}$ і позначається символом $df(\vec{x}) := df(\vec{x}, \vec{a}) = L(\vec{a})$, або

$df(\vec{x}) = \sum_{i=0}^{m} L_i dx_i$ із заміною a_i на dx_i $\forall i \in \{1, 2, \ldots, m\}$. Диференціал $df(\vec{x})$ і функція L, (яка визначається числами $\{L_1, L_2, \ldots, L_m\} \subset R$), взагалі кажучи, залежить однозначно від $\vec{x}$

ТЕОРЕМА 5. Нехай f – диференційованою в точці $\vec{x}_0$ функція. Тоді для будь-якого напряму $\vec{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_m)$ існують $f_{\vec{a}}(\vec{x})$ і $f_a(\vec{x})$, зокрема, існують частинні похідні $f'_k(\vec{x}_0)\, \forall k \in \{1, 2, \ldots, m\}$. При цьому $\forall k \in \{1, 2, \ldots, m\}$

$$L_k = f'_k(\vec{x}_0) = \frac{\partial f(\vec{x}_0)}{\partial x_k} \text{ і}$$

$$f'_{\vec{a}}(\vec{x}_0) = f'_a(\vec{x}) = \sum_{k=1}^{m} f'_k(\vec{x}_0) a_k =$$

$$= \sum_{k=1}^{m} \frac{\partial f(\vec{x}_0)}{\partial x_k} a_k = \sum_{k=1}^{m} L_k a_k .$$

□ Нехай напрям $\vec{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_m) \neq \vec{0}$. Оскільки f – диференційована в точці $\vec{x}_0$ функція, $L(\tau\vec{a}) = \tau L(\vec{a})\, \forall \tau \in R$ і $\tau\vec{a} \to \vec{0}$, коли $\tau \to 0$, то маємо

$$\lim_{\tau \to 0} \frac{f(\vec{x}_0 + \tau\vec{a}) - f(\vec{x}_0) - L(\tau\vec{a})}{|\tau| \cdot \|\vec{a}\|} =$$

$$= \lim_{\tau \to 0} \frac{f(\vec{x}_0 + \tau\vec{a}) - f(\vec{x}_0) - \tau L(\vec{a})}{|\tau| \cdot \|\vec{a}\|} = 0 .$$

Звідси випливає, що для кожного $\vec{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_m) \neq \vec{0}$ існує $f_{\vec{a}}(\vec{x})$ і справедлива рівність

$$f'_{\vec{a}}(\vec{x}) = f'_{-\vec{a}}(\vec{x}) = f'_a(\vec{x}) = L(\vec{a}) = \sum_{k=1}^{m} L_k a_k$$

Поклавши $\vec{a} = \vec{e}_k$, дістанемо

$$L_k = f'_k(\vec{x}_0) := \frac{\partial f(\vec{x}_0)}{\partial x_k}\, \forall k \in \{1, 2, \ldots, m\} . \blacksquare$$

Відомим способом ([1], С.57, теорема 2) доводиться наступна

ТЕОРЕМА 6. Якщо f – диференційована в точці $\vec{x}_0$ функція, тоді f неперервна в точці $\vec{x}_0$.

Для функції f, диференційованої в точці $\vec{x}_0$, умови твердження 1 виконуються і тому $f'_l(\vec{x}_0) = f'_{-\vec{l}}(\vec{x}_0) = -f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0)$, що не викликає непорозумінь у застосуваннях. У випадку дійсної функції однієї дійсної змінної $f : A \to R$, де $A \subset R$, $\vec{l} = \vec{i}$ – орт осі Ox, $\vec{x}_0 = x_0 \in R$, рівність $f'_l(\vec{x}_0) = f'_{-\vec{l}}(\vec{x}_0) = -f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0)$ з твердження, так як

$$f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0) = f'_{\vec{i}}(x_0) = f'(x_0 + 0),$$

$$f'_{-\vec{l}}(\vec{x}_0) = f'_{-\vec{i}}(x_0) = -f'(x_0 - 0),$$

$$f'_l(\vec{x}_0) = f'(x_0)$$

перетворюється у рівність

$$f'(x_0 + 0) = f'(x_0 - 0) = f'(x_0).$$

1.Дороговцев А.Я. Математичний аналіз: Підручник. У двох частинах. Частина 2. – К.: Либідь, 1994. – 304 с.

2.Вайнберг М.М. Функциональний анализ: Спец. курс. Учебн. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед.ин-тов. – М.: Просвещение, 1979. – 128 с.

Резюме. **Билоцкий М.М., Субботин И.Я., Барышовец П.П. ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПРОИЗВОДНОЙ ПО НАПРАВЛЕНИЮ В КУРСЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА.** *В статье предлагается уточнение определения производной по направлению. Если полагать понятие производной по направлению в точке основным в дифференциальном исчислении функций нескольких переменных, то понятия частной производной в точке и производной вдоль прямой в точке легко вводятся с помощью понятия производной по направлению в точке.*

Summary. **Bilotskii N., Subbotin I., Baryshovets P. ABOUT THE DEFINITION OF DERIVATIVE ON DIRECTION IN COURSE OF THE MATHEMATICAL ANALYSIS**. *In the article the refinement of definition of a derivative on a direction is offered. If to suppose concept of a derivative on a direction in a point main in differencial calculation of functions several variable, the concepts of a partial derivative of a point and derivative lengthways straight line in a point are easily entered with the help of concept of a derivative on a direction in a point.*

Надійшла до редакції 26.05.2008 р.

ІСТОРІЯ МАТЕМАТИКИ У НАУКОВО-ДОСЛІДНИЦЬКІЙ ДІЯЛЬНОСТІ СТУДЕНТІВ

Т.Л.Годованюк,
аспірант,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м.Київ, УКРАЇНА

Розглядається можливість пропедевтичного вивчення історії математики завдяки виконанню різних форм науково-дослідницької діяльності студентів.

Важливим компонентом підготовки майбутніх учителів є організація науково-дослідницької роботи студентів. В основі такої діяльності майбутніх учителів лежить індивідуальне навчання (індивідуальна робота студента за окремо вибраною темою під керівництвом викладача), яке спрямоване не лише на засвоєння програмового матеріалу, але й формуванню та розвитку навичок дослідження, творчої праці. Тому важливим є залучення студентів, майбутніх висококваліфікованих фахівців до наукового, творчого процесу, в ході якого виробляються навички і вміння пошуку, збору, аналізу й узагальнення корисної інформації. В цей час перед студентами також розкриваються принципи, методи, техніка та технологія науково-методичної та науково-дослідницької роботи.

Згідно особливостей організації навчального процесу у вузі у відповідності до Болонської декларації, викладачам необхідно перейти до концентрованих форм викладу матеріалу в поєднанні з активною самостійною роботою студентів при регулярних консультаціях з викладачами [1, С. 11]. Реалізувати це положення можна за допомогою виконання студентами індивідуальних науково-дослідницьких завдань (ІНДЗ) з кожної дисципліни, що вивчається.

За вимогами кредитно-модульної системи ІНДЗ разом з лекціями, семінарськими, практичними заняттями та самостійною роботою віднесено до програм навчальних дисциплін і на його виконання відводиться близько третини загальної кількості годин, відведених на вивчення навчальної дисципліни. Для оцінювання такого виду діяльності розроблено спеціальну шкалу оцінювання. Для прикладу наводимо зразок розподілу кількості балів з історії математики для спеціальності «Педагогіка і методика середньої освіти. Математика», «Педагогіка і методика середньої освіти. Фізика*» в Уманському ДПУ імені Павла Тичини (табл. 1).

Таблиця № 1

МОДУЛЬ 1. (поточне тестування)								**ІНДЗ**	**Підсумк. контроль**	**Сума**
Т.1	**Т.2**	**Т.3**	**Т.4**	**Т.5**	**Т.6**	**Т.7**	**Тести**			
5(6*)	10(6*)	10(6*)	5(6*)	5(6*)	5(6*)	10(12*)	30	20(22*)	15	100

Науково-дослідницька діяльність – це інтелектуальна праця, спрямована на придбання знань, умінь і навичок [2, С. 161].

Науково-дослідницька діяльність студентів у вищій школі, як зазначала З.І.Слєпкань, є важливим компонентом підготовки висококваліфікованих кадрів відповідних профілів і спрямована зокрема на виконання таких завдань:

- формування наукового світогляду, оволодіння студентами методологією та методами наукового дослідження;
- розвиток творчого мислення та індивідуальних здібностей студентів;
- прищеплення студентам навичок самостійної науково-дослідницької діяльності;
- поглиблення знань у певному науковому напрямі.

Основними результатами наукових досліджень студентів є наукові реферати, наукові доповіді на семінарах, конференціях, наукові публікації, а також написання курсових, дипломних та магістерських робіт тощо. Крім цього, до науково-дослідницької діяльності студентів відносять і роботу студентських гуртків, проблемних груп, студентського науково-творчого товариства, що виконуються в позалекційний час. Залучення студентів до науково-дослідницької діяльності сприяє виробленню навичок та вміння пошуку, відбору, аналізу і узагальнення цінної інформації, ознайомленню з методикою та технологією виконання науково-методичної роботи.

Мета статті – показати можливість пропедевтичного вивчення історії математики у процесі виконання різних видів науково-дослідницької діяльності студентів.

Організація та здійснення науково-дослідницької роботи студентів, як і вивчення історії математики, насамперед спрямовані на підготовку вчителя-професіонала, тобто особистості, яка постійно готова до подальшого удосконалення себе як спеціаліста, фахівця, а можливо в подальшому навіть і науковця. Проаналізувавши завдання науково-дослідницької роботи студентів, вплив історії математики на розвиток їх особистості, процес навчання предметів математичного циклу та інтеграцію математичних знань можна прослідкувати їхній нерозривний взаємозв'язок, що подано на схемі 1.

Схема 1

Науково-дослідницька робота студентів, що навчаються за спеціальністю «Математика» переважно полягає у дослідженні проблем, що стосуються питань чистої та прикладної математики, методології та історії математики, а також методики навчання математики. ІНДЗ з навчальної дисципліни історії математики складається із таких видів робіт: 1) добір та складання бібліографії до обраної теми та виступ із коротким повідомленням; 2) визначення місця історизмів у ШКМ та складання відповідних фрагментів уроків з їх використанням; 3) розв'язування історичних задач та вибір раціональних способів для їх розв'язування в сучасних умовах розвитку математики; 4) відбір тем для позакласних заходів із математики і підготовка сценарію для їх проведення.

Крім цього, дослідження з історії математики доступні студентам вже починаючи з першого курсу. Тому на І-ІІ курсах під час вивчення окремих тем із математичних дисциплін, або ж в ході проведення занять студентських гуртків, проблемних груп, студентського науково-творчого товариства, можна дати завдання студентам підготувати короткі змістовні доповіді або написати реферати. Це можуть бути роботи присвячені вивченню життєвого і творчого шляху видатних математиків чи еволюції однієї з математичних теорій.

Одним із засобів реалізації даних видів завдань є використання насамперед студентами інформаційних пошукових систем та мережі Internet. Використання ІКТ в ході індивідуального навчання історії математики сприяє більш глибокому сприйняттю історичних теорій та фактів, отриманню ґрунтовних знань як з історії математики так і інформатики, що позитивно відбивається на фаховій підготовці майбутніх учителів математики узагалі. У процесі організації індивідуальної науково-дослідницької роботи з історії математики студентам бажано повідомити про можливість інтенсифікації їх навчальної діяльності засобами ІКТ. А саме: 1) побудову хронологічних таблиць про життя і діяльність визначних математиків слід виконувати, користуючись текстовим редактором Microsoft Word; 2) опрацювання історичних відомостей здійснювати за допомогою системи управління бази даних; 3) для підготовки фрагментів уроків і позакласних заходів під час проходження педагогічної практики використати матеріали електронного довідника з історії математики [5].

Готуючи історичний матеріал із окремої теми даної дисципліни або складаючи відповідний фрагмент уроку із використанням історичного матеріалу студенти готують також його презентацію. Так, наприклад, у курсі вивчення математичного аналізу студентам І – ІІ курсу під час вивчення теми «Інтегральне числення функції однієї та кількох змінних» можна запропонувати підготувати повідомлення та презентацію про цікаві криві: цисоїду, трактрису, циклоїду, кардіоїду, лемніскату та інші. Використовуючи досвід і доробки наших студентів, повідомлення про спіраль Архімеда, може бути підкріплена слайдами, де подано зображення спіралі як у природі так і графічне, та інформація, що форма спірально закрученої ракушки привернула увагу давньогрецького математика ***Архімеда.*** Він вивчав її і вивів рівняння спіралі, яка носить його ім′я. На даний час спіраль Архімеда широко використовується у техніці і дуже розповсюджена у природі. Щодо самого Архімеда, то подається його портрет і такі дані: ***Архімед*** (близько 287 до н.е. — 212 до н.е.) – грецький математики і фізик; один з найвидатніших вчених античності; обчислив площу сегмента параболи, поверхню та об'єм кулі, кульового сегмента й циліндра. Обчислив наближене значення числа π, сформулював основні положення гідростатики, створив низку машин і споруд (відтак є вагомі підстави вважати його інжером).

Виконуючи таке завдання студенти мають змогу одночасно засвоювати навчальний матеріал із курсу математичного аналізу та ознайомлюватися із історією математики, а також паралельно закріплюють та удосконалюють вміння і навички роботи у Power Point створюючи презентацію.

На III курсі під час вивчення методики математики, розглядаючи «Засоби навчання» студенти готують повідомлення із презентацією про перші підручники з математики, де презентують перший підручник з математики виданий у 1703 році Леонтієм Пилиповичем Магніцьким (1669 – 1739) за сприяння Петра I, подають короткий опис структури та змісту підручника. Також наводять цікавий факт з історії другого підручника «Прийоми циркуля і лінійки» перекладеного з німецької мови у 1708р., який був особисто відредагований Петром I.

А під час розгляду «Позакласна робота з математики» можна запропонувати написати реферат на тему «Жінки – математики», або ж розробити позакласний захід. Це буде в свою чергу основою підготовки до більш серйозних видів науково-дослідницької діяльності: написання курсових, дипломних та магістерських робіт.

Також науково-дослідницьку діяльність слід продовжувати і у поза аудиторний час. Так, наприклад, членам студентського гуртка з історії математики можна запропонувати підготувати реферат із виконанням презентації на тему «Нагороди та премії математикам». Сама висока міжнародна нагорода (премія та медаль (демонструється зображення)) в області математики, яка прирівнюється до Нобелівської – премія Філдса. Присуджується один раз у чотири роки (з 1936) за рішенням Міжнародного математичного союзу ученим віком до 40 років. Премія складається із золотої медалі і 1500$. У числі лауреатів Філдської премії троє російських учених: С.П.Новиков (1970), Г.А.Маргулис (1978), В.Г.Дринфельд (1990). Премія Вольфа одна із не багатьох недержавних премій, яка має досить високий авторитет, і часто розглядається другою (серед комплексних премій) після Нобелівської премії. У математиці Премія Вольфа слідує за Філдською премією. Премія започаткована у 1976 р. Вручається кожного року у п'яти номінаціях: сільське господарство, хімія, математика, медицина, фізика і мистецтво. Премія включає диплом і грошову суму у розмірі 100000$. У числі лауреатів Премії Вольфа п'ятеро радянських і російських учених: І.М.Гельфан (1978), М.І.Крейн (1982), Я.Г.Синай (1996-1997), В.І.Арнольд (2001), С.П.Новіков (2005). А також подається коротка інформація про засновників даних премій.

Виконуючи такі завдання, студенти уже матимуть навики складання робочого плану, відбору та опрацювання літератури (основних методів роботи з літературою: бібліографічний пошук літератури до теми; теоретичний аналіз літературних та інших джерел; ретроспективний та історико-порівняльний аналіз; інтерпретаторсько-аналітичний метод (концептуальний аналіз); класифікація та систематизація; синтез та узагальнення інформації; подача результатів аналітико-синтетичної обробки інформації), написанням тексту роботи та його оформленням, підготовки виступу до захисту та захисту роботи.

Виконуючи дослідження з інших напрямів, бажано для повноти роботи рекомендувати студентам розкрити історичні аспекти обраної теми. Так, під час написання курсової роботи з проективної геометрії «Проективні пряма та площина» не можна обминути увагою вченого-математика Дезарга, який вважається основоположником проективної геометрії, Евкліда та евклідову геометрію, які мають безпосереднє відношення до даної теми. Слід також висвітлити етапи створення та розвиток афінної та проективної геометрії.

Курсові роботи з методики математики можуть стосуватися методики вивчення дробів у 5-6 класах. У цьому разі студентам бажано висвітлити історію виникнення поняття дробу, позначення і запис звичайних та десяткових дробів у різних народів в різні періоди часу, правила виконання дій над ними. Прикладів використання історії математики в процесі науково-дослідної діяльності можна навести безліч. Це сприятиме кращому розумінню проблеми дослідження та допоможе оцінити рівень розвитку і актуальність досліджуваного питання у різні історичні періоди, а також з'ясувати роль і місце у становленні математики як науки. Також, важливо зауважити, що всі ці види науково-дослідницької діяльності (крім написання дипломних та магістерських робіт) відбуваються на I – IV курсах, де історія математики як навчальна дисципліна ще не вивчалася. Тому використання історичних фактів в процесі виконання таких досліджень є в свою чергу і пропедевтикою до вивчення на V курсі курсу історії математики.

Якби добре не навчався студент, засвоїти всі необхідні знання неможливо, оскільки відбувається постійний розвиток науки, техніки, суспільства. Це в свою чергу забезпечує потік нової інформації, з’являються нові методи, прийоми навчання, засоби, нові програми і стандарти освітньої галузі. Тому, все це вимагає від учителя постійного оновлення своїх знань, майстерності, спонукає до самоосвіти. А оволодіння вміннями самостійного набуття знань – шлях до дослідницької діяльності [4].

Виконання будь-якого виду науково-дослідницької діяльності є самостійною роботою студентів, яку ми водночас відносимо і до індивідуальної роботи, оскільки її здійснення неможливе без тісної співпраці студента із викладачем. Викладач у даному випадку виступає у ролі керівника-консультанта, який допомагає у виборі проблеми дослідження, формулюванні теми, складанні плану та завдань дослідження, рекомендує необхідну основну літературу, проводить систематичні консультації та контролює результат роботи тощо. Крім цього, кожен студент виконує своє дослідження індивідуально, по окремій темі. Навіть, якщо теми дослідження в якійсь мірі переплітаються, то сам хід виконання дослідження, його результат є індивідуальним, притаманним лише конкретному студентові.

В процесі навчання для студента на основі індивідуальної роботи створюються усі умови для розвитку і формування таких необхідних якостей, як самостійність, ініціативність, творчість, упевненість, захоплення, дослідницький стиль діяльності, культура пошуку і праці. Зазначені якості допоможуть визначитися та адаптуватися майбутньому фахівцеві, який буде діяти у нових суспільних умовах. Крім того, важко уявити сучасного фахівця, майстра своєї справи без творчих здібностей, ерудиції та ділової активності. А вони, як показує досвід, розвиваються саме в умовах індивідуального навчання, в умовах самостійного пошуку, дослідницької діяльності.

1. *Слєпкань З.І. Болонський процес – європейська інтеграція системи вищої освіти.// Дидактика математики: проблеми і дослідження. – 2005. – Вип. 23.*
2. *Слєпкань З.І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі: Навч. посіб. – К.: Вища шк., 2005. – 239с.*
3. *Бевз В.Г. Історія математики у фаховій підготовці майбутніх учителів: Монографія. – К.: НПУ імені Драгоманова, 2005. – 360с.*
4. *Основы учебно-исследовательской деятельности студентов: Учеб. для студ. сред. пед. заведений / Е.В.Бережнова, В.В.Краевский. – М.: Издательский центр «Академия», 2005. – 128с.*
5. *Годованюк Т.Л. Електронний довідник з історії математики у педагогічних університетах //Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія № 2. Комп‘ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наукових праць / Редрада. – К.: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2008. – С. 171 – 176.*

Резюме. **Годованюк Т.Л. ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ В НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ.** *В статье рассматривается возможность пропедевтического изучения истории математики благодаря использованию разных форм научно-исследовательской деятельности студентов.*

Summary. **Godovanjuk T. HISTORY OF MATHEMATICS IN A SCIENTIFICALLY RESEARCH WORK OF STUDENTS.** *A possibility of a propedeutic study of history of mathematics due of a scientifically research work of students is being considered in the article.*

Надійшла до редакції 24.02.2008 р.

ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИКИ І ІНФОРМАТИКИ ЯК РЕЗУЛЬТАТ ПОЄДНАННЯ ІННОВАЦІЙНИХ І ТРАДИЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ НАВЧАННЯ

Н.М.Полякова,
викладач,
Донецький комерційний технікум,
м.Донецьк, УКРАЇНА

Інноваційний пошук в освіті повинен починатися зі створення або прийняття фундаментальної наукової концепції. Введення інновацій в процес навчання спирається на розроблені методичні основи навчання, які відповідають вимогам часу.

Оновлення, спрямованість змісту освіти усіх рівнів, видів, типів на життєво-необхідні орієнтири – кардинальні фактори забезпечення якості навчання.

Інновації в освіті це один з важливих напрямків створення якісного освітнього простору.

Енциклопедія професійної освіти дає наступне означення інновації як значного елементу розвитку освіти: «Інновації – це актуально значущі новоутворення, які системно само організуються і виникають на основі різноманіття ініціатив і нововведень, що стають перспективними для еволюції освіти і позитивно впливають на її розвиток, а також на розвиток широкого освітнього простору».

Гичева І.С., Голодишин В.І. вважають, що можлива така класифікація інновацій:

- ідеологічні інновації: це інновації викликані оновленням змісту буття, впливом часу. Вони є першоосновою усіх інших інновацій, так як без впевненості у необхідності і важливості першочергових оновлень неможливо перейти безпосередньо до самих оновлень;
- адміністративні інновації: це рішення, які приймає керівництво різних рівнів, і які, в кінцевому результаті, сприяють ефективному функціонуванню усіх суб'єктів освітньої діяльності;
- загальнометодичні інновації: до них відносять впровадження в педагогічну практику нетрадиційних педагогічних технологій, універсальних за своєю природою, так як їх використання можливе у будь-якій предметній галузі. Наприклад, розробка творчих завдань для студентів, використання методу проектів і т.і.;
- внутрішньопредметні інновації: тобто інновації, які реалізуються під час викладання самої дисципліни і обумовлені її специфікою. Прикладом може слугувати освоєння авторських методичних технологій [4].

Інновації в освіті (Бєлова Ж.В.):

- по перше – це розумовий потенціал неспокійних, бажаючих творчості в педагогіці людей;
- по друге – це енергетика, яка нарешті, запустила інноваційну машину в дію [8].

Під інноваціями, Іванова О.В., розуміє запровадження і практичне застосування в роботі передових педагогічних технологій, інформаційних технологій, володіння знаннями останніх наукових досліджень в галузі педагогіки і психології [4].

Фоміних М.І., вважає що інновації в освіті це процес удосконалення педагогічних технологій, сукупність методів, прийомів і засобів навчання [8].

Як бачимо, сучасний погляд на інновації в освіті має досить широкий спектр висловлювань і тверджень, від наукових до життєво-практичних. Незважаючи на те, що педагогічна інноватика – нова галузь педагогічного знання, інноваційний рух сьогодні, за нашою думкою, це один з основних ресурсів розвитку освіти в Україні.

Мета написання даної статті полягає в обґрунтуванні ідеї підвищення ефективності навчання і якості підготовки майбутніх фахівців в результаті застосування інноваційних і традиційних технологій у навчанні математики і інформатики.

Базове завдання освіти – вкоренити вихованця в уже сформоване життя, наповнити його всіма знаннями, які напрацювало людство.

Можна стверджувати, що інновації це будь-які елементи парадоксальності, деструктивності, коли робиш «щось не так», не за схемою, не так як тебе вчили, і не так як роблять це колеги. Під інноваціями слід розуміти суттєві зміни в таких питаннях, як зміст освіти, методи викладання, форми контролю якості навчання.

Інновації виникають закономірно. Однак вони виникають не на порожньому місці, а завжди спираються на педагогічний досвід, традиції. На сучасному етапі інноваційна педагогічна діяльність є одним із вагомих компонентів освітньої діяльності будь-якого навчального закладу. І це не випадково. Саме інноваційна діяльність не тільки створює підґрунтя для підйому конкурентоспроможності того чи іншого закладу освіти на ринку освітніх послуг, але і визначає напрямки професійного росту педагога, його творчого пошуку, реально сприяє особистісному зростанню вихованців. Саме тому інноваційна діяльність нерозривно пов'язана з науково-методичною діяльністю педагога і навчально-дослідницькою об'єкта навчання. При цьому істотно змінюються, як функції викладача (викладач-інформатор перетворюється на викладача-менеджера), так і власна траєкторія освітньої діяльності того, кого навчають (інформація, отримана під час заняття, не лише мета, а й засіб формування професійних вмінь і навичок).

Що ж таке інноваційна діяльність?

Інноваційна діяльність – це комплекс заходів по забезпеченню інноваційного процесу на різних рівнях освіти. Мета будь-яких інновацій – оптимізація якості роботи освітніх закладів.

Але, слід зазначити, що хаотичний прорив у нове, пов'язаний з ігноруванням, а іноді і з видаленням «старого» не призводить до позитивних наслідків. Інновації і традиції – два полюси в освіті. Вони повинні слугувати орієнтирами в розвитку науки і практики.

Існуюча в сучасній педагогічній науці проблема ефективності інноваційної діяльності – це наслідок нерозуміння, в деяких випадках, сутності самого терміну "інновація". Ґрунтуючись на вище зазначених формулюваннях, можна стверджувати, що інновація – це нове, покликане забезпечити поступовий розвиток, удосконалення системи, її перехід в якісно новий стан. Інновації впроваджуються за рахунок ресурсів самої системи і спрямовані на її повне змінення – в цьому їх принципове значення. Вони не вичерпуються тільки запереченням старого, загальноприйнятого, консервативного, маючи на увазі цілеспрямований характер нововведень і їх орієнтацію на стабільність.

Традиційна педагогічна система, ефективність якої за статистичними дослідженнями складає не більше 60%, не може бути реорганізована одночасно за всіма параметрами. Вимога поступовості – одна з категоричних умов успішності нововведень в освітній сфері.

Інноваційна діяльність в сфері освіти тим більш складна і відповідальна, що пов'язана з високим рівнем значущості людського фактору. В педагогіці, як відомо, головне протиріччя виникає в галузі розвитку особистості. Інновації в освіті починаються з поваги до студента як до особистості і трансформації традиційної моделі відношень "викладач – студент" в модель "людина-людина".

Мета інноваційної діяльності – якісне змінення особистості студента в порівнянні з традиційною системою. Розвиток навичок у студента мотивувати свої дії, самостійно орієнтуватися в інформації, формування творчого, нешаблонного мислення при розв'язанні професійно-орієнтованих завдань, розвиток студентів за рахунок максимального розкриття їх природних здібностей – це завдання, які повинен ставити перед собою викладач математики.

Разом з тим, необхідно зазначити, що з точки зору психології, інноваційні технології не повинні бути односторонніми, спрямованими лише на розвиток розумових здібностей студентів. Інноватика в освіті – це перш за все процес формування впевненості студента у своїх силах, а також, як вже відмічалося, власної освітньої траєкторії.

На сучасному етапі розвитку освіти особливої значущості набуває потреба насичення навчально-виховного процесу сучасними інноваційними психолого-педагогічними технологіями, спираючись на кращі доробки традиційної освіти.

Значна увага приділяється безпосередньо проблемі визначення сутності інноваційних педагогічних технологій.

Педагогічні технології навчання – це (за означенням ЮНЕСКО) метод створення, застосування й визначення всього процесу навчання та засвоєння знань, з урахуванням технічних і людських ресурсів, їх взаємодії, який ставить своїм завданням оптимізацію освіти.

Активні й сучасні технології навчання відзначаються інтенсивною подачею матеріалу, активною позицією і самостійністю студентів, постійним самоконтролем і самокорекцією, проблемністю. Оскільки вони розвивають кращі ідеї традиційного навчання, їх називають сучасними, інноваційними. Можна ще раз наголосити, що інновації – це ідеї, процеси, засоби, результати, разом взяті в єдності якісного удосконалення педагогічної системи [5].

На наш погляд, варто розрізняти два принципово різних типи інновацій:

- глобальна інновація – цього ніде і ніколи не було, а тепер буде.
- локальна інновація – це вже десь з успіхом застосовується і ефективно працює, але не тут. Інновації ніколи не слід оцінювати за масштабом застосування, так як те що чудово працює в одному місці, зовсім не буде працювати в іншому, при інших умовах. Оцінювати слід лише конкретні результати отримані в конкретному місці і порівнювати з попередніми отриманими там же.

В моїй діяльності традиціям відводиться 30% (часу, зусиль, навчального плану і т.і.), інноваціям – 70%.

Частину занять проводила безпосередньо на підприємствах, обчислювальних центрах, готувала студентів бухгалтерського відділення до участі у Всеукраїнській науковій конференції для студентів ВНЗ III-IV рівнів акредитації.

Як голова методичного об'єднання викладачів інформатики Донецького регіону, я була ініціатором проведення олімпіад з інформатики за напрямом «Користувач» (відомо, що давно й успішно проводяться олімпіади з інформатики за напрямом «Програмування») серед студентів вищих навчальних закладів І-ІІ рівнів акредитації спочатку на регіональному рівні. Потім, разом з молодими викладачами Донецького державного університету (зараз це Донецький національний університет) ми провели у режимі *online,* тобто одночасне виконання завдань у режимі реального часу, міжнародну олімпіаду із студентами професійної школи Kollegschule Kuniberg, Schule der Sekundarstufe II des Kreises Recklinghausen, Deutchland (Німеччина). Така олімпіада проводилася двічі.

Ідея проведення олімпіад з інформатики за напрямом «Користувач» не лишилася непоміченою. В травні 2008 року планується проведення вже другої Всеукраїнської олімпіади з інформатики серед студентів вищих навчальних закладів І-ІІ рівнів акредитації. Це говорить про те, що прогресивні, інноваційні ідеї знаходять підтримку на державному рівні.

Співпраця методичного об'єднання викладачів інформатики з викладачами і студентами Донецького національного університету математичного факультету продовжується і по цей час.

Для підвищення професійного рівня викладачів інформатики і викладачів спеціальних дисциплін, таких як: бухгалтерський облік, економіка, менеджмент і маркетинг, неодноразово проводилися спільні семінари-тренінги, на базі технікумів м. Донецьк, по вивченню модулів програми «Парус – Підприємство», «Парус – Персонал і заробітна плата», «Парус – ресторанне господарство», «Парус – Менеджмент і маркетинг» з метою подальшого їх застосування у професійній діяльності.

Ми вважаємо, що наведені приклади можна розглядати як локальні інновації. А організацію і проведення олімпіад за напрямом «Користувач» можна віднести до глобальних інновацій.

Якщо повернутись до теоретичного обґрунтування теми статті, то серед провідних інноваційних моделей навчання, які можуть бути з успіхом використані, як під час проведення навчальних занять з будь-якої дисципліни, так і для організації і проведення професійно-орієнтованих занять з математики для студентів-технологів слід назвати:

- технології, які ґрунтуються на активізації й інтенсифікації освітньої діяльності студента (ігрове моделювання, проблемне і дуальне навчання, пошуково-дослідницька робота, практичні заняття з елементами ділової чи рольової гри, метод проектів);
- технології, створені на основі ефективності організації і керування процесом навчання (інтегровані бінарні заняття, модульно-рейтингове навчання, різні форми тестування, дистанційне навчання);
- комп'ютерні та тренінгові технології (проведення комп’ютерно-орієнтованих занять) тощо.

Всі нестандартні заняття – це заняття нових форм спілкування із студентами, застосування яких сприяє підвищенню інтересу до знань, робить студентів співавторами навчального процесу, сприяє досягненню високих результатів у роботі [6].

Під час підготовки професійно-орієнтованих занять з математики треба враховувати раціональне та обґрунтоване застосування можливостей персонального комп’ютера, електронних освітніх ресурсів, навчальних програм, енциклопедій, засобів тестування, презентацій, тощо. Для забезпечення найбільш вдалого і результативного використання комп’ютерних, інформаційних, телекомунікаційних технологій можливе і бажане проведення таких занять в комп’ютерних класах.

Стосовно викладання математики, хотілося б відзначити, що мета навчання математики у вищих навчальних закладах усіх рівнів акредитації визначається, як її місцем в розвитку суспільства в цілому і в формуванні особистості кожного окремого студента, так і напрямком профільної підготовки майбутнього фахівця. Історично визначились дві сторони призначення математичної освіти: практична, пов’язана із створенням інструментарію, необхідного спеціалісту в його продуктивній, професійній діяльності, і інтелектуальна, пов’язана з мисленням людини, оволодінням визначеним методом пізнання і перетворенням дійсності за допомогою математичних методів.

Практична професійна корисність математики зумовлена тим, що її предметом є фундаментальні структури реального світу: просторові форми і кількісні відношення – від найпростіших, які засвоюються в безпосередньому досвіді людей, до досить складних, необхідних для розвитку наукових і технологічних ідей. Без конкретних математичних знань уповільнюється розуміння принципів устрою і використання сучасної техніки, сприйняття різного роду інформації.

На даному етапі, на жаль, є підстави говорити про деяке зниження рівня знань з математики. Це можливо пояснити тим, що методика викладання математики не встигає за швидким розвитком самої математики, як наукової дисципліни. Домінуюча в наших умовах система навчання вказує на необхідність нових рішень в навчанні різних предметів і математики зокрема. І тому реалізація задач дидактичного процесу в аспекті ефективності повинна спиратись на інноваційність, індивідуальний характер, професійну орієнтованість навчання математики.

Таким чином, можна зазначити, що відповідь на питання – яким повинен бути зміст курсу математики, дуже тісно пов'язана із відповіддю на питання – якими є цілі навчання математики. Необхідно підкреслити, що мабуть саме в математиці питання про те, що саме, в якому обсязі необхідно відібрати для програми викладання математики з максимальним урахуванням профілю навчального закладу, є найбільш складним і важливим.

І нарешті – як навчати математиці? Очевидно, що відповідь на це питання і складає найбільш важливу частину курсу методики викладання математики, причому матеріал цей є найбільш рухомим, найбільш конкретним, найбільш близьким викладачу-практику, потребує до себе насправді творчого, інноваційного ставлення [5].

Конструюючи теоретичне та методичне підґрунтя змісту математичної освіти з урахуванням профільної направленості вищого навчального закладу, в умовах взаємодії інноваційного та традиційного навчання математики, бажано спиратися, на два, якщо їх трохи перефразувати, положення: Л.С.Виготського (1974р.), який сказав, що «гарним є тільки те навчання, яке випереджає розвиток студента» [1] і Д. Брудера (1964р.), що «кожного студента на кожному рівні розвитку можна ефективно навчати будь-якій дисципліні, якщо вона викладається сумлінно в інтелектуальному відношенні».

Під час підготовки даної статті ми також спирались на праці таких педагогів, психологів, методистів-математиків, як: В.Г.Болтянський, Ю.І.Бабанський, В.А.Гусев, Г.Д.Гейзер, Л.М.Фридман, Г.Фройденталь, С.І.Шварцбург та інші, які розглядали важливі проблеми змісту математичної освіти.

І все ж таки постає питання: якщо інноваційні процеси в освіті так позитивно позначаються на гуманізації, індивідуалізації зростаючого покоління, то чому "прогресивна частина людства" в особі викладачів, і не лише математиків, вперто стоїть на старих, традиційних засадах навчання? Чому державні освітні установи досить формально ставляться до нововведень?

До факторів, які заважають, на нашу думку, впровадженню інновацій в освітній процес взагалі, можна віднести: недостатню компетентність (або неінформованість) викладачів, яка є результатом недостатньої кількості відповідних курсів, які б дозволили викладачам, підвищити свій професійний рівень. Більшість існуючих курсів акцентують увагу на загальнометодичних проблемах, а не «конкретно-предметних»; невміння ефективно використовувати інноваційні технології в роботі; відсутність педагогічної освіти у викладачів, які викладають фахові дисципліни; причини психологічного характеру – викладачі, особливо з великим стажем роботи, бояться міняти стиль своєї діяльності, не вважають за необхідне перебудовувати процес навчання; слабку, або практично відсутню технічно-інформаційну базу з означеної проблеми.

Та мабуть найбільш традиційний фактор, з усіх перерахованих, – консерватизм викладачів.

Розв'язання цих проблем бачиться у: створенні атмосфери відкритості, інформованості усіх суб'єктів освітнього процесу, що повинно призвести, на наш погляд, до усвідомлення змін, які проходять поза стінами, а також у самому окремо взятому навчальному закладі; проведенні системної роботи по підвищенню професійного рівня, педагогічної майстерності викладача; узагальненні й розповсюдженні досвіду роботи викладачів, які активно застосовують інновації на практиці; створенні методичної інформаційної всеукраїнської бази з означеного питання; широкому використанні дистанційних форм роботи (участь у конференціях, семінарах, олімпіадах, профіль-класах, курсах для викладачів); використанні існуючих і розробці власних методик викладання предмету. Першочергова задача – привити інноваційне мислення консервативним педагогам.

Викладачам математики необхідно працювати в тісній співдружності з викладачами профільних дисциплін, задля наповнення професійно-орієнтованих занять якісним змістом, подолати певний психолого-педагогічний стереотип у відносинах викладач – студент, набутий у традиційній моделі навчання, спрямувати зусилля на орієнтацію навчання на результат, можливість і вміння практичного запровадження знань.

Враховуючи все вищезазначене інноваційний пошук, в широкому сенсі, в освіті повинен починатися зі створення або прийняття фундаментальної наукової концепції, зміни парадигми виховання. Введення інновацій в процес навчання, на нашу думку, повинно спиратися на розроблені філософські основи навчання, які відповідали б вимогам часу.

1. *Виготський Л.С. Історія розвитку вищих психічних функцій // Психологічна наука і освіта, 1996.– № 2. – С. 48.*
2. *Виготський Л.С. Аналіз знакових операцій // Психологічна наука і освіта, 1997. – № 3. – С. 56*
3. *Гуружапов В.А. До питання співвідношення психологічної діагностики і корекції навчальної діяльності на заняттях з математики // Психологічна наука і освіта, 2000. – № 2. – С. 62.*
4. *http://edu.nauka.ru/index.pl1-5-0-00000018.*
5. *Клочко В.І. Нові інформаційні технології навчання математики в технічній вищій школі: Автореф. дисс. док. пед. наук. – К., 1998. – 36 с.*
6. *Олейникова О.Н. Реформирование профессионального образования за рубежом. – М.: Центр изучения проблем профессионального образования, 2003. – 152 с.*
7. *Руткевич О. Вища освіта "доступна" та/або "платна" // Вища школа. – 2005. – №5. – С. 104-112.*
8. *http://eidos.fastbb.ru/index.pl1-3-0-00000017.*

Резюме. **Полякова Н.М. ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ КАК РЕЗУЛЬТАТ ОБЪЕДИНЕНИЯ ИННОВАЦИОННЫХ И ТРАДИЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ОБУЧЕНИЯ.** *Инновационный поиск в образовании должен начинаться с создания или принятия фундаментальной научной концепции. Введение инноваций в процесс учебы должно опираться на разработанные методические основы учебы, которые отвечали бы требованиям времени.*

Summary. **Polyakova N. INCREASE OF EFFICIENCY OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE TEACHING AS A RESULT OF CONNECTION OF INNOVATIVE AND TRADITIONAL TECHNOLOGIES OF TRAINING.** *Innovative search in education must begin with creation or accepting of a fundamental scientific concept. Introduction of innovations into the educational process, in our opinion, must be supported by the developed methodical basics of education, which would comply with the modern requirements.*

Надійшла до редакції 10.02.2008 р.

АНАЛІЗ ПРОБЛЕМИ НАСТУПНОСТІ В СИСТЕМІ НЕПЕРЕРВНОЇ ОСВІТИ

І.М.Реутова,
асистент,
Приазовський державний технічний університет
м. Маріуполь, УКРАЇНА

Аналізується стан розробки проблеми наступності в навчанні математики між старшою школою та ВНЗ в сучасній педагогічній літературі.

За роки незалежності України зроблені істотні кроки в розвитку національної системи освіти. До них слід віднести створення неперервної ступеневої освіти, варіативність мережі навчальних закладів та освітньо-професійних програм. Як зазначається у національній доповіді України, що була представлена на Міжнародному форумі «Освіта для стійкого розвитку: на шляху до суспільства знань», одним з приоритетних напрямків реформування системи освіти є створення умов для задоволення освітніх і професійних потреб особистості і можливостей її удосконалення на основі неперервної освіти.

Тобто, провідними ідеями розвитку сучасної освіти є гуманізація та неперервність. Згідно з визначенням Міжнародної комісії з освіти XXI століття при ЮНЕСКО неперервна освіти повинна об'єднувати всю діяльність та ресурси в галузі освіти та спрямовувати їх на досягнення гармонійного розвитку потенційних здібностей особистості та прогресу в перетворенні суспільства.

Неперервна освіта в педагогіці трактується як цілеспрямоване засвоєння людиною знань, формування способів пізнання, досвіду творчої діяльності на протязі всього життя, як в навчальних закладах, так і шляхом самоосвіти.

У Національній доктрині розвитку освіти в Україні наголошується: "Неперервна освіта реалізовується шляхом:

– забезпечення наступності змісту та координації навчально-виховної діяльності на різних ступенях освіти, які функціонують як продовження попередніх і передбачають підготовку осіб до можливого переходу на наступні ступені;

– формування потреби та здатності особистості до самонавчання;

– оптимізації системи перепідготовки працівників і підвищення їх кваліфікації (модернізації системи післядипломної освіти на основі відповідних державних стандартів);

– створення інтегрованих навчальних планів і програм;

– формування й розвиток навчально-науково-виробничих комплексів ступеневої підготовки фахівців;

– запровадження й розвиток дистанційної освіти;

– організація навчання відповідно до потреб особистості і ринку праці на базі професійно-технічних та вищих навчальних закладів, закладів післядипломної освіти, а також використання інших форм навчання;

– забезпечення зв'язку між загальною середньою, професійно-технічною, вищою та післядипломною освітою" [10]

Неперервність освіти передбачає єдність, взаємозв'язок, взаємозумовленість, наступність всіх ланок, що складають систему освіти. Саме наступність є необхідною умовою успішного функціонування системи ступеневої освіти. Необхідність дотримання наступності навчання диктується також постійним розвитком суспільства, виникненням шкіл нового типу, постійним оновленням навчальних планів і програм, вдосконаленням технічних засобів навчання, виникненням нових педагогічних технологій.

Проблема наступності не є новою в педагогіці. Цією проблемою займалися такі видатні педагоги та філософи минулого як Я. Коменський, А.Дистервег, І.Песталоці, К.Ушинський та ін. А.Дистервег підкреслював, що «оскільки розумовий розвиток пов'язаний із законом поступовості, то навчання повинно дотримуватись цього принципу» [4]. К.Д.Ушинський наголошуючи на необхідності «прив'язати до старого, яке міцно вкоренилось, все те, що вивчається» розглядає наступність як «педагогічне правило, від якого залежить успіх будь-якого навчання» [11]. Я.А.Коменський вважаючи наступність необхідним елементом навчально-виховного процесу писав: «Кожен може піднятися на найвищу вежу…, якщо він йде сходами, проте, якщо ви знищите кілька сходинок, він або не буде спроможним рухатися вперед, або опиниться у прірві» [7].

Проблеми наступності постійно хвилюють педагогів, кожний період розвитку педагогічної теорії та практики пропонує свій варіант розв'язку цієї проблеми. Однак, за думкою Л.М.Денякіної «оптимального варіанту немає, та й не може бути, бо розвиток освітньої системи в цілому в залежності від часу ставить нові задачі в плані наступності…» [5, с.5]

В умовах профілізації старшої школи актуальним стає питання наступності викладання профільних дисциплін в старших класах загальноосвітньої школи та в ВНЗ відповідного профілю, зокрема питання наступності у вивчені геометрії в системі неперервної освіти «загальноосвітній заклад технічного профілю – технічний ВНЗ».

Наступність має об'єктивний і загальний характер, проявляючись у природі, суспільстві, пізнанні. Однак від конкретних умов вона набуває специфічного, конкретного змісту. Це зумовлено тим, що наступність є виразом основних закономірностей діалектичної логіки – заперечення, та переходу кількісних змін в якісні. Тобто, наступність є багатоаспектним поняттям, та має філософські, соціальні та педагогічні вимірювання. Тому виникає необхідність проаналізувати поняття наступності з точки зору філософії, педагогіки, психології.

Аналіз літератури з проблеми наступності показує, що феномен наступності пов'язаний зі зберіганням елементів цілого в процесі його розвитку. В Великій радянській енциклопедії дається наступне визначення наступності «Наступність – зв'язок між явищами у процесах розвитку в природі, суспільстві та пізнанні, коли нове, приходячи на зміну старому, зберігає в собі деякі його елементи».

Наступність в соціальному плані пов'язана з передаванням «соціальних та культурних цінностей кожним новим поколінням, кожною новою соціальною системою. Наступність – особливий механізм «пам'яті суспільства», який здійснює накопичення та зберігання інформації минулого, на основі якої створюються нові цінності»[1]

З точки зору філософії проблема наступності своїми коренями пов'язана з діалектичним законом заперечення, який сформулював Г.Гегель на межі XVIII – XIX ст. За Г.Гегелем , суттєвою ознакою процесу розвитку є «необхідний зв'язок між новим та старим», який у сучасній науці позначений терміном «наступність» [13, с.293]. «Згідно з діалектичним розумінням розвитку жодна попередня стадія не повторюється повністю в наступних стадіях, хоч наступні стадії виявляють у суттєво зміненому вигляді деякі риси попередніх. Усякий розвиток характеризується не періодичним поверненням до вихідного пункту, не рухом по колу, не повною відсутністю спільного між окремими стадіями, не рухом по прямій, а таким безперестанним породженням нового, за умов якого в цьому новому є дещо, що відтворює попередні стадії» [12, с.158].

А.І.Зеленков розглядає наступність як філософське поняття, що відображає найважливіший тип зв'язків між різними якісними станами реальності, яка розвивається, сутність якої полягає в єдності збереження, відтворення та модифікації граничного стану із заперечуваної системи" [6, с.21].

Таким чином, з точки зору філософії, наступність покликана здійснювати зв'язки в процесі розвитку того, чи іншого предмета, явища, а також забезпечувати взаємодію між іншими предметами, чи явищами.

Наступність в педагогіці. Поняття «наступності» неоднозначно трактується в педагогічній літературі. Як свідчить аналіз педагогічної літератури, більшість науковців трактують поняття «наступності» в аспекті свого дослідження. Сутність наступності розглядається як процес (В.Я.Вивюрський, В.П.Жуковський), як закономірність (Б.П.Єсіпов, С.М.Годнік, А.А.Киверялг), як принцип (М.Д.Ярмаченко, Ш.І.Ганелін, А.А.Кустов, А.В.Батаршев, А.К.Бушля, О.Г.Мороз, М.В.Дідовик, А.В.Сенічкіна, А.М.Кухта), як умова і як засіб навчально - виховного процесу.

С.М.Годнік підкреслює багатоаспектність підходів до розв'язання проблеми наступності та її багатофакторність як педагогічного явища. Дослідник зазначає, що найважливішими особливостями проблеми наступності навчання є її різнохарактерність (наступність здійснюється на різних педагогічних стадіях), багатокомплексність (кожен компонент системи навчання і виховання може розглядатися і вивчатися в ідейному, моральному, трудовому, естетичному та інших аспектах), багатоаспектність (вивчаються соціальні, економічні, психологічні, методичні, дидактичні та інші сторони наступності) та багатофакторність (досліджується характер загальноосвітньої підготовки, ступінь професійної спрямованості учнів тощо) [2].

На думку М.В.Дідовика наступність у навчанні загалом проявляється у двох аспектах: методологічному і загальнодидактичному. Процес формування знань як процес пізнання, процес розвитку є нескінченним ланцюгом діалектичних заперечень старих знань новими. Нові знання завжди містять у собі елементи, певні сторони старих знань, що відповідають нижчому ступеню розвитку. Таким чином, процес розвитку є поступальним, прогресивним переходом від старого до нового, від менш досконалого до більш досконалого [3].

Аналізуючи різні підходи науковців до поняття наступності, можна окреслити основні її ознаки:

1) послідовність і системність у розміщенні навчального матеріалу;

2) обґрунтована побудова програм, підручників;

3) дотриманням послідовності руху від нижчого до вищого ступеня викладання і учіння на різних ступенях;

4) узгодженість ступенів і етапів навчально-виховного процесу;

5) встановлені необхідного зв'язку і правильного співвідношення між знаннями, незалежно від того, з якої вони області вони отримані;

6) урахування вікових особливостей учнів, рівня їх попередньої освітньої підготовки і розумового розвитку;

7) зв'язок і узгодженість форм, методів і засобів навчання.

О.Г.Мороз всебічно дослідивши навчальну діяльність учнів загальноосвітньої школи і студентів першого курсів вищих навчальних закладів, конкретизував зміст наступності в педагогічному процесі. В нашому досліджені ми дотримуємось точки зору О.Г. Мороза: "Наступність – це загальнопедагогічний принцип, який стосовно до навчання вимагає постійного забезпечення нерозривного зв'язку між окремими сторонами, частинами, етапами і ступенями навчання і в середині їх; розширення і поглиблення знань, отриманих на попередніх етапах навчання, перетворення окремих уявлень і понять в струнку систему знань, умінь і навичок; поступально-висхідного (спиралеподібного) розгортання всього навчального процесу відповідно до змісту, форм і методів роботи за умови обов'язкового врахування якісних змін, які відбуваються в особистості учнів і студентів" [9]

Правила реалізації принципу наступності сформулював Ю.А.Кустов и найбільш значущими він вважає наступні:

– виділити основні етапи формування особистості, її якостей та видів діяльності;

– встановити вихідний та верхній рівні якості особистості чи виду діяльності, що формується;

– виявити протиріччя між перспективами розвитку особистості та її дійсним станом в процесі вивчення конкретної дисципліни;

– виділити основні структурні елементи курсу, розділу, теми, що мають бути засвоєні (факти, поняття, закономірності);

– актуалізувати в свідомості учнів раніш засвоєні базисні поняття та способи діяльності;

– вибрати оптимальне поєднання методів, форм та засобів навчання, на основі яких здійснити перехід від вихідного до наміченого рівня;

– встановити зв'язок між поняттями, що вивчаються та знаннями та вміннями, що їм передують;

– сформовані поняття «включати в дію», ширше використовувати в процесі формування нових понять розв'язання практичних задач [8, с. 21-22].

Різні аспекти проблеми наступності розглядали в своїх дослідженнях Е.П.Баллер, А.І.Зеленков, А.В.Батаршев, С.М.Годнік, М.Д.Ярмаченко, Ш.І.Ганелін, А.А.Кустов, О.Г.Мороз, А.В.Сенічкіна, А.М.Кухта, М.М.Волчаста, Р.Н.Москальова, Л.Ю.Нестерова, О.О.Комарова, Г.І.Назаренко, М.В.Дідовик, К.О.Добріна, Л.М.Денікіна, А.В.Литвин та ін.

Організаційно-педагогічні умови забезпечення наступності в навчанні дітей дошкільного та молодшого шкільного віку досліджувались Г.І.Назаренко. Формуванню у підлітків готовності до самоосвіти в умовах модульного навчання присвячена дисертація Н.М.Терещенко. Своїм дисертаційним дослідженням Н.Ю.Бахарева намагається дати відповідь на запитання: як прискорити становлення готовності першокурсників до освіти у ВНЗ в навчально-педагогічній взаємодії. А.В.Сенічкіна, досліджуючи розвиток діагностичної компетентності суб'єкта неперервної освіти, визначає зміст процесу реалізації принципа наступності. Наступності у професійній підготовці фахівців машинобудівного профілю в системі «ВПУ-вищі заклади освіти» присвячена робота А.В.Литвина Наступності у змісті трудового навчання в школі та професійної підготовки в ПТУ швейного профілю присвячено дослідження О.Ю.Пінаєвої С.І.Селіверстов розкриває соціально-педагогічні умови адаптації студентів до навчання у вищому навчальному закладі, що напряму пов'язано з питанням наступності між старшою школою та ВНЗ. В.В.Петренко досліджує наступність форм навчання в загальноосвітній школі і вищому закладі освіти як засіб дидактичної адаптації студентів.

Що стосується наступності у викладанні математичних дисциплін, то цьому питанню присвячені дисертації М.М.Волчастої, М.В.Дідовика, Р.Н.Москальової, К.О.Добріної.

М.М.Волчаста розробила методичну систему вивчення геометричного матеріалу у початковій школі і 5 – 6 класах основної, яка реалізує принцип наступності в умовах рівневої диференціації навчання.

Модель реалізації принципу наступності в навчанні учнів начальної та основної школи з поглибленим вивченням математики» розроблена Р.Н.Москальовою.

М.В.Дідовік розробив модель реалізації наступності фізико-математичної підготовки в ступеневій освітній системі "ліцей – ВНЗ", яка дозволяє забезпечити узгодженість між послідовними ступенями і етапами навчального процесу в освітній системі "ліцей – ВНЗ" (вертикальний аспект наступності) та взаємодію і координацію дій учасників навчального процесу (горизонтальний аспект наступності) на кожному етапі і ступені навчання.

Дослідження К.О.Добріної присвячуно наступності в навчанні аналітичної геометрії між школою і ВНЗ. Науковець пропонує зміст і методику елективного курсу і лабораторного практикуму з аналітичної геометрії для школярів.

В умовах профілізації старшої школи актуальним стає питання наступності викладання профільних дисциплін в старших класах загальноосвітньої школи та в ВНЗ відповідного профілю, зокрема питання наступності у вивчені геометрії в системі неперервної освіти «загальноосвітній заклад технічного профілю – технічний ВНЗ». Важливість геометричної підготовки майбутніх інженерів для вивчення спецдисциплін (починаючи з нарисної геометрії, де теоретичні питання більшості розділів практично дублюють шкільний курс стереометрії 10 класу за діючою програмою з математики) важко переоцінити. Однак, до сьогодні немає досліджень присвячених наступності вивчення геометрії між загальноосвітніми закладами технічного профілю і технічними ВНЗ.

Протиріччя між необхідністю наступності в навчанні геометрії між загальноосвітніми закладами і ВНЗ технічного профілю забезпечило вибір теми нашого подальшого дослідження «Наступність у вивчені геометрії в системі неперервної освіти «технічний ліцей–технічний ВНЗ».

1. *Большая советская энциклопедия/ Под ред. А.М.Прохорова. – 4-е изд. – М.: Сов.энциклопедия, 1989. – Т.1 – 1632 с.*

2. *Годник С.М. Преемственность воспитательно-образовательной деятельности в условиях непрерывного образования // Перспективы развития системы непрерывного образования / Под ред. Гершунского Б.С. – М.: Педагогика, 1990 – С.148-163*

3. *Дідовик М.В. Наступність фізико-математичної підготовки в ліцеях і вищих навчальних закладах ІІІ –IV рівнів акредитації: Дис. …к-та пед. наук: 13.00.04 / Вінницький державний педагогічний університет ім. М.Коцюбинського. – Вінниця, 2007. – 242 с.*

4. *Дистервег А. Руководство к образованию немецких учителей // Хрестоматія по истории зарубежной педагогике: Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов / Сост. и авт. вводных статей А.И. Пискунов. – 2-е изд., перераб. – М.: Просвещение, 1981. – с. 353 -414*

5. *Денякина Л.М. Современное понимание реализации преемственности между дошкольным и начальным звеньями системы образования // Преемственность между дошкольной и начальной ступенью образования: теория и практика: Сборник научных трудов / Сост. И.Я. Дядюнова. – М.: АНК и ППРО, 2005. – 140с.*

6. *Зеленков А.И. Философско-методологический анализ проблемы преемственности в научном познании: Автореф. дис… д-ра философ. наук. – Мн., 1986. – 40 с.82*

7. *Коменский Я.А. Избранные сочинения. – М.: Педагогика, 1998. – Т.1 – 655с.*

8. *Кустов Ю.А. Единство и преемственность педагогических действий в высшей школе. – Самара, 1993. – 109 с.*

9. *Мороз О.Г. Шляхи забезпечення наступності в самостійній роботі учнів середньої загальноосвітньої школи і студентів вузу: Дис... канд. пед. наук: 13.00.01. – К.:1972. - 212 с.*

10. *Національна доктрина розвитку освіти / Нормативне правове забезпечення освіти. У 4-х ч. – Х.: Видав. гр. «Основа», 2004. – Ч.1 – 144с.*

11. *Ушинский К.Д. Избранные педагогические сочинения: в 2-х т. – М.: 1974. – т.2. – 488 с.*

12. *Философия. Основные идеи и принципы. Попул. очерк / А.И.Ракитов, В.М.Богуславский, В.Е.Чертыхин, Г.И.Эзрин. – М.: Политиздат, 1985. – 368с.*

13. *Философский словарь / Под ред. И.Т.Фролова. – 6-е изд. – М.: Политиздат, 1991. –560 с.*

Резюме. **Реутова И.Н. АНАЛИЗ ПРОБЛЕМЫ ПРЕЕМСТВЕННОСТИ В СИСТЕМЕ НЕПРЕРІВНОГО ОБРАЗОВАНИЯ.** *В статье анализируется состояние разработки проблемы преемственности в обучении математике между старшей школой и ВУЗом в современной педагогической литературе.*

Summary. **Reutova I. THE ANALYSIS OF THE PROBLEM OF SUCCESSION IN SYSTEM OF PERSISTANT EDUCATION.** *The condition of development of a problem of continuity in training between secondary school and high school in the modern pedagogical literature is analyzed.*

Надійшла до редакції 10.03.2008 р.

ВИКОРИСТАННЯ ПАКЕТУ EXCEL В СТАТИСТИЧНІЙ ОБРОБЦІ РЕЗУЛЬТАТІВ ПЕДАГОГІЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

О.В.Семеніхіна,
кандидат педагог. наук,
Сумський державний педуніверситет ім. А.С.Макаренка
м.Суми, УКРАЇНА

Наведено приклад застосування пакету Excel під час опрацювання результатів педагогічних досліджень: перевірка вибірки на співпадання з нормальним законом за критерієм Пірсона, порівняння дисперсій за критерієм Фішера, порівняння середніх за критерієм Стьюдента.

Впровадження нових методик навчання, здійснення педагогічного експерименту, який би виявляв і підтверджував ефективність нововведення, вимагають проведення «вимірюваних» контрольних заходів, серед яких сьогодні виділяють тестування. Використання цього методу пов'язують з бажанням зробити оцінювання успішності навчання як вимірюваним, так і об'єктивним та якісним. Досвід використання тестових методик у психоаналітиці, педагогічній діагностиці і в роботі зарубіжних шкіл свідчить про його ефективність.

Складання тестових завдань, проведення самого тестування сьогодні не викликає проблем, натомість обробка результатів навчання відбувається лише на рівні підрахунку сумарного балу. Але результати простого співставлення отриманих балів у різних групах не дають підстав напевне говорити про доцільність вимірювання результатів навчання. Тому використовують статистичні закони для опрацювання отриманих даних. Але традиційний підхід щодо інтерпретації отриманих результатів за допомогою математичної статистики «відлякує» своєю громіздкістю.

Щоб розвіяти негативне ставлення до статистичної обробки даних і спростити процес обрахунків, пропонуємо один з варіантів опрацювання результатів навчання за експериментальною і традиційною методиками на базі проведеного тестування з використанням методів математичної статистики в середовищі Excel.

Нехай маємо дві групи респондентів, котрі на початку проведення експерименту мали приблизно однаковий рівень навчання (це виявляє попередньо проведений констатуючий експеримент). Нехай перша з груп навчалася за традиційною методикою, друга – за експериментальною. Візьмемо за мету встановити, чи буде експериментальна методика доцільною під час вивчення деякого навчального предмету, тобто чи дасть експериментальна методика вищий результат навчання. Природним в цьому випадку є використання тестових вимірювань, на базі яких можна отримати кількісну оцінку якості навчання і порівняти середні бали.

Завдання, котрі пропонуються учням для дослідження, мають бути однаковими і оцінюватись конкретною кількістю балів. Час проведення тестування також має бути однаковим.

Статистична обробка результатів [1] оцінювання тестових завдань буде полягати в співставленні середнього балу учнів, котрі навчалися за традиційною методикою (група А), та середнього балу учнів, котрі навчались за експериментальною методикою (група В).

Таке співставлення можна робити тільки для вибірок, які підлягають нормальному закону. Іншими словами, спочатку потрібно перевірити, чи буде розподіл балів у обох групах співпадати з нормальним, оскільки це є необхідною умовою для подальшого застосування критерію Стьюдента порівняння середніх.

Перевірку вибірок на узгодженість з нормальним законом розподілу можна здійснити за критерієм χ^2 Пірсона. Для цього потрібно скласти варіаційний ряд з одержаних балів в групах А і В, обчислити середнє значення балу для кожної з груп і відповідну дисперсію.

Далі для кожного варіаційного ряду треба побудувати ряд теоретичних частот і знайти величину χ^2. В курсі математичної статистики показано, що величина χ^2 не залежить від типу функції розподілу і від обсягу вибірки, а залежить від параметра ν – числа степенів свободи, яке дорівнює різниці між числом частот (у нас – варіанти отриманої кількості балів у вибірках) та числом зв'язків, які на ці частоти накладені. В даному випадку можна вважати, що середні бали вибірок співпали, рівень розсіювання варіант однаковий (дисперсії співпали) і кількість учнів у досліджуваних групах однакова (сума частот співпала). Тому число степенів свободи відрізняється від числа варіант вибірки на три.

Далі треба обчислити значення функції χ^2 і домовитись про рівень значущості. Обчислене значення χ^2 може бути або більшим за критичне значення функції χ^2 або меншим. Якщо обчислена величина більша за критичне значення, то гіпотеза про еквівалентність нашого розподілу і теоретичного нормального розподілу хибна. Якщо менша, то гіпотезу про еквівалентність нашого розподілу і теоретичного нормального розподілу на заданому рівні значущості можна прийняти і вважати наш розподіл нормальним. Це дає змогу застосувати критерій Стьюдента для співставлення середніх балів двох вибірок.

Такі t-критерії визначені для випадків однакової і неоднакової дисперсії вибірок (це треба з'ясувати). Тому, якщо гіпотеза про нормальний розподіл балів на заданому рівні значущості підтвердилась, то наступним кроком є побудова гіпотези про рівність дисперсій обох вибірок, яку можна підтвердити або відхилити за допомогою критерію Фішера [1].

В залежності від того, чи підтвердилася гіпотеза про рівність дисперсій, вибираємо відповідний критерій для співставлення середніх балів і перевіряємо, чи є суттєвими розбіжності в значеннях середнього бала для першої групи і середнього балу для другої групи, чи ці розбіжності несуттєві і їх можна пояснити випадковими причинами. В курсі математичної статистики показано, що значення t-критерію Стьюдента залежить лише від числа степенів свободи ν і не залежить від обсягу вибірки.

Якщо абсолютне обчислене значення t критерію більше за критичне на заданому рівні значущості для відповідного значення ν, то розбіжність між середніми значеннями суттєва і ці розбіжності невипадкові. В іншому випадку розбіжність носить випадковий характер і не може сприйматися як результат експериментальної методики навчання.

Розглянемо наведені пояснення на конкретному прикладі і використаємо середовище Excel для здійснення обрахунків [2]. Використання саме цього пакету доцільне з огляду на традиційно широке поширення програмних продуктів компанії Microsoft; формальне знайомство з цим пакетом більшості операторів; детальне знання цього пакету вчителями інформатики, що передбачено освітнім стандартом МОН України.

Введемо отримані в групах А і В результати (отримані бали) в колонки А і В (клітинки А10-В34 на рис.1). За допомогою меню СЕРВІС / НАДСТРОЙКА підключаємо ПАКЕТ АНАЛІЗУ. Поряд з даними у клітинках Д10 і Д21 через меню СЕРВІС / АНАЛІЗ ДАНИХ / ГІСТОГРАМА побудуємо відповідні гістограми. Попередній аналіз гістограм дає змогу зробити припущення про нормальний розподіл балів у вибірках (гістограми нагадують криві нормального розподілу).

Далі перевіримо, чи дійсно розподіл отриманих балів підлягає нормальному закону. Оцінка нульової гіпотези: "Розподіл сумарного балу підлягає нормальному закону" – проводиться за критерієм χ^2 Пірсона. Для цього на базі вже отриманих балів і їх частот за допомогою «вшитої» функції *ПУАССОН(набраний бал, середній бал, 0)*n*, n – кількість частот, отримаємо ряд теоретичних частот. (Для застосування потрібно додатково обчислити середні бали в кожній вибірці – це зроблено за допомогою функції СРЗНАЧ у клітинках А36 і В36). У рядку формул на рис.2. відображена функція ПУАССОН для клітинки F12.

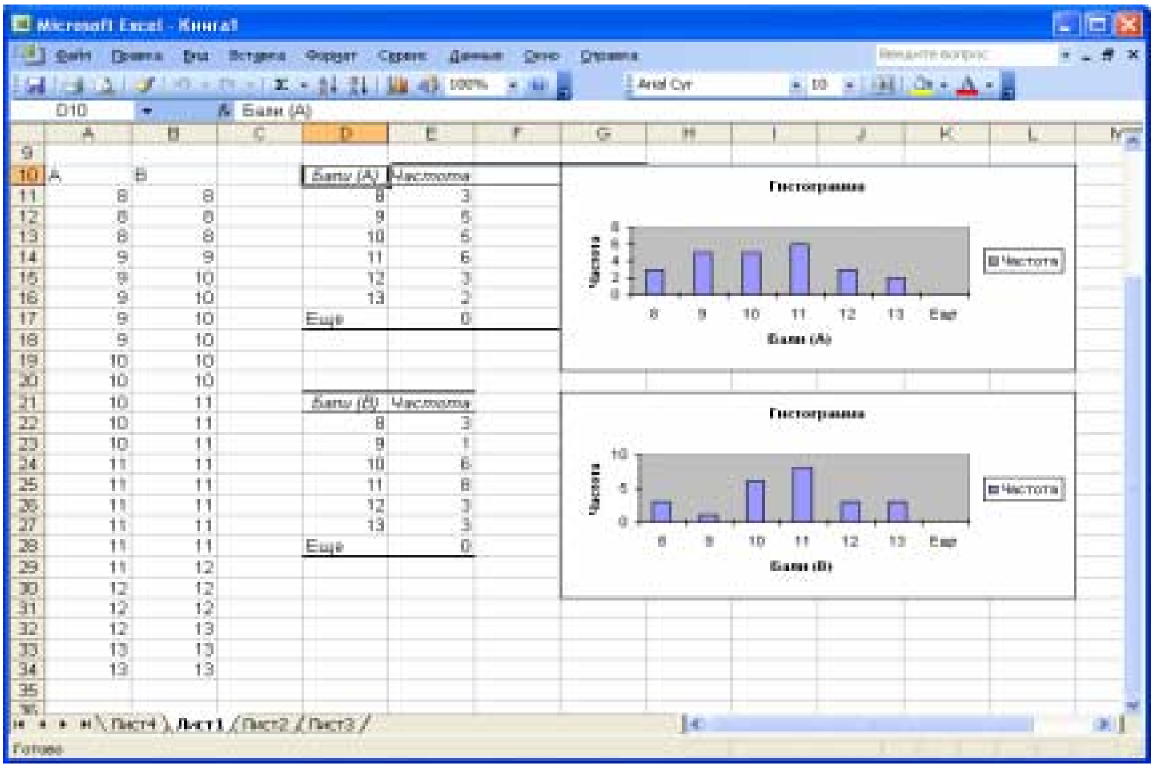


Рис.1. Побудова гістограм за даними вибірок

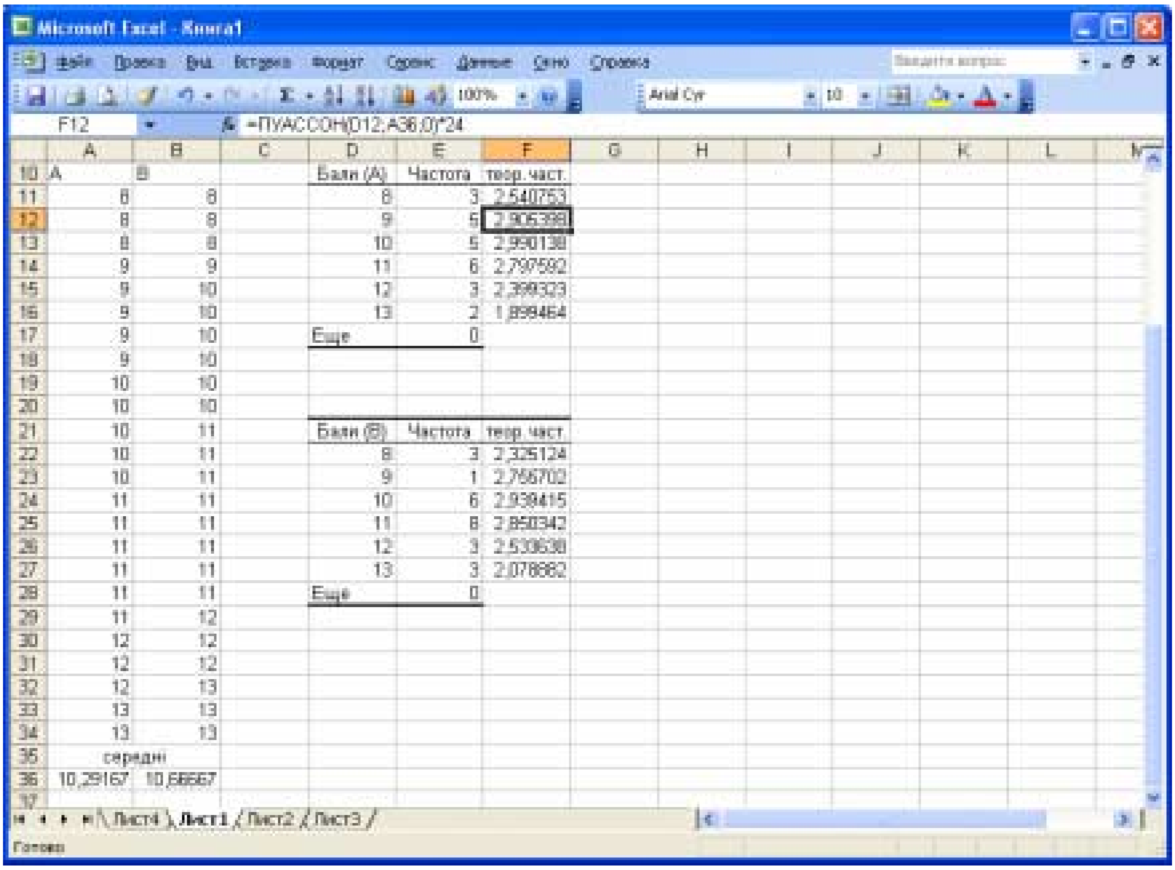


Рис. 2. Обчислення теоретичних частот

За отриманими теоретичними частотами знайдемо експериментальне значення χ^2 за допомогою функції ХИ2ТЕСТ, котра за наміряними частотами та теоретичними частотами поверне значення χ^2.

Нижче у віконці функції ХИ2ТЕСТ (рис.3) ми вводимо у фактичний інтервал значення наміряних частот, у очікуваний інтервал – значення відповідних теоретичних частот.

Таким чином, нижче маємо результати першого етапу статистичної обробки результатів даних (рис.4). Знайдено експериментальні значення $\chi^2_{екс}$ (клітинка H2 і H22) і знайдено за допомогою функції ХИ2ОБР з параметрами α=0,05 (рівень значущості) і ν=6-3=3 (число степенів свободи) критичне значення $\chi^2_{кр}$ (клітинка H31).

Як видно з останнього вікна програми EXCEL експериментальні значення по $\chi^2_{екс}$ менші за критичне значення $\chi^2_{кр}$, тому на рівні значущості α=0,05 гіпотезу про те, що отримані значення балів в обох вибірках розподілені за нормальним законом, можна прийняти. Отже, вибірки можна вважати репрезентативними, а висновки, зроблені на їх основі, надійними на рівні 95%.

Для спрощення формул, за якими розраховуватиметься експериментальне значення t-критерію Стьюдента, потрібно встановити факт рівності значення дисперсій в обох групах. Для вибіркових середніх балів проведемо статистичні розрахунки для нуль-гіпотези: "Дисперсії взятих вибірок рівні".

Скористаємось критерієм Фішера (треба знайти дисперсії S_1^2 і S_2^2 для обох вибірок (за S_1^2 треба взяти більшу дисперсію) і значення F-критерію за формулою $F=S_1^2/S_2^2$). В меню СЕРВІС / АНАЛІЗ ДАНИХ / ДВОВИБІРКОВИЙ Ф-ТЕСТ ДЛЯ ДИСПЕРСІЙ введемо дані вибірок, вказавши рівень значущості α у відповідному віконці (рис.5). Для випадку неоднакових значень дисперсій розрахунок теж можливий, але за іншими формулами [2].

Результати замовлених обчислень відображені у діапазоні J16 – L25 (рис.6).

Значення критерію Ф експериментальне (клітинка K23) менше за Ф критичне (клітинка K25), тому на рівні значущості α=0,05 гіпотезу про рівність дисперсій у вибірках можна прийняти (хоча обчислені значення дисперсій за вибірками дещо відрізняються (клітинки K20 і L20), а відмінності в числовому значенні обчислених дисперсій пояснюються лише випадковими причинами і не можуть бути основою твердження про суттєву відмінність дисперсій наших вибірок.

Далі оцінимо міру розбіжності між вибірковими середніми балами за критерієм Стьюдента. В пакеті Excel це можна здійснити таким чином. Закажемо в меню СЕРВІС / АНАЛІЗ ДАНИХ / ПАРНИЙ ДВОВИБІРКОВИЙ Т-ТЕСТ ДЛЯ СЕРЕДНІХ. Нульовою гіпотезою тут є рівність середніх на заданому рівні значущості α (у відповідні віконця потрібно внести дані про вибірки (рис.7):

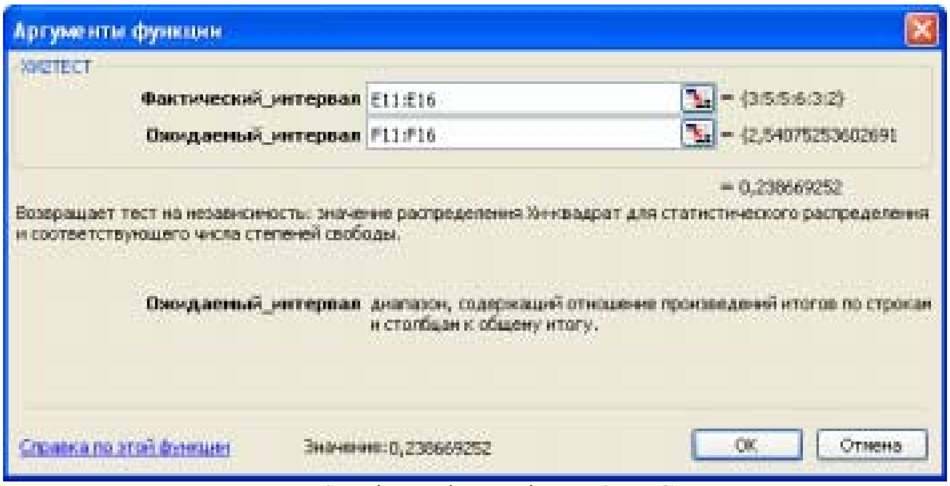


Рис. 3. Вікно функції ХИ2ТЕСТ

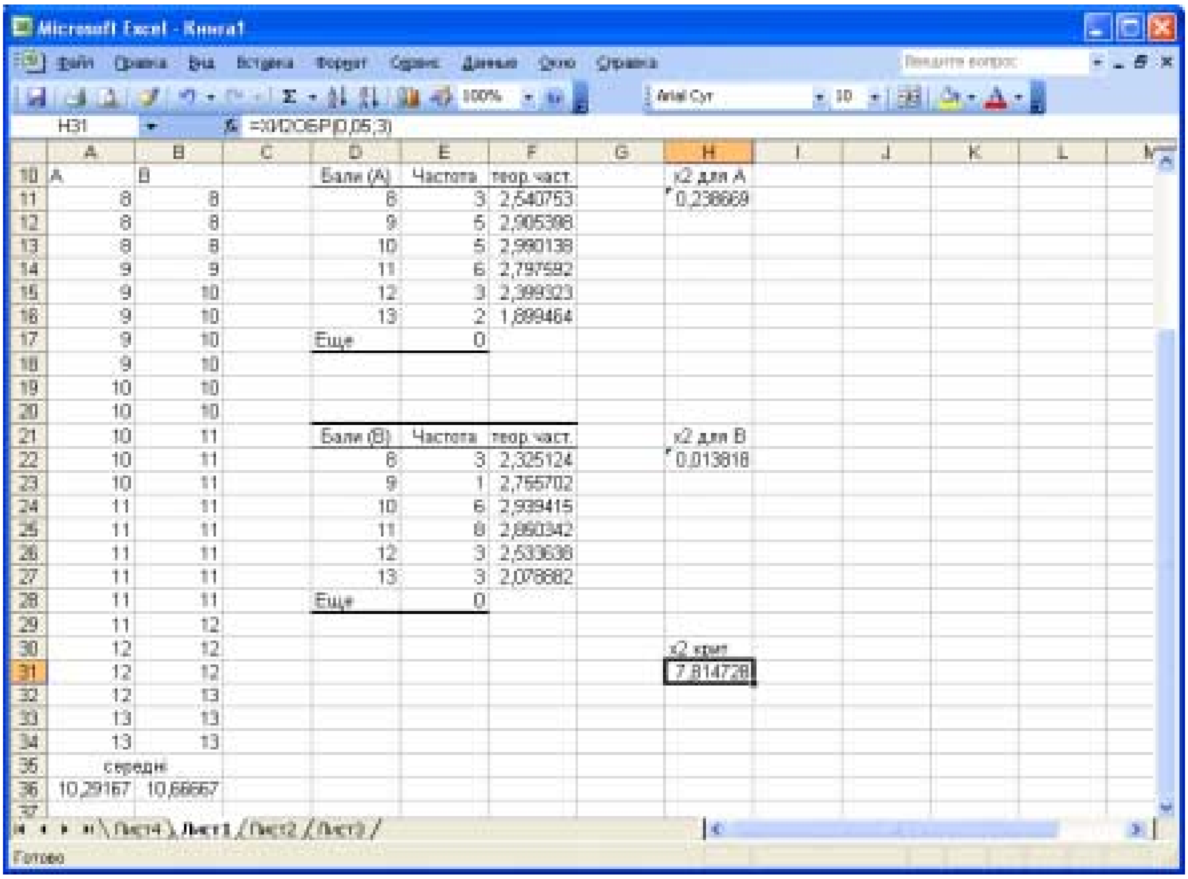


Рис. 4. Значення $\chi^2_{екс}$ і $\chi^2_{кр}$ за даними вибірки

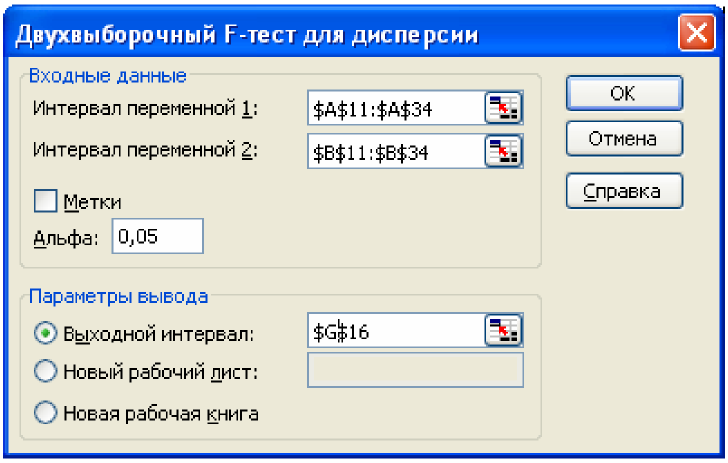


Рис. 5. Вікно функції Двовибірковий Ф-тест для дисперсій

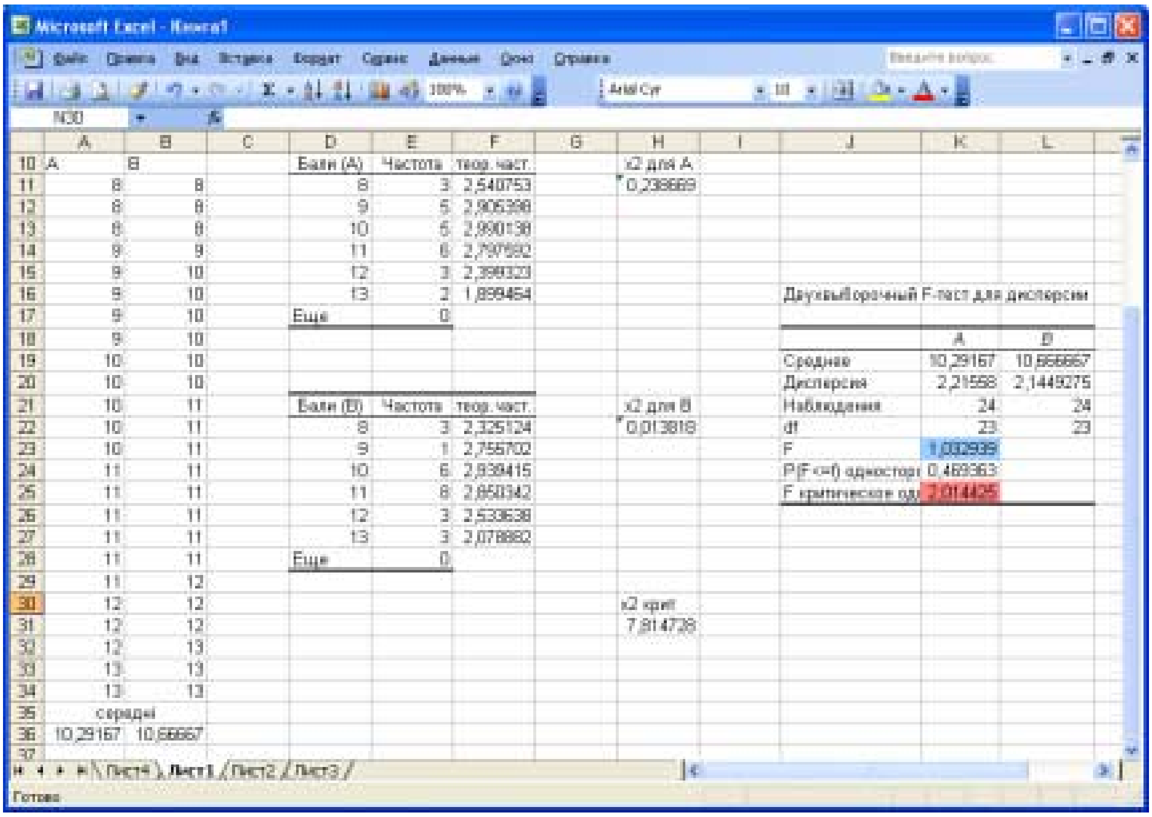


Рис.6. Результати Ф-тесту на рівність дисперсій

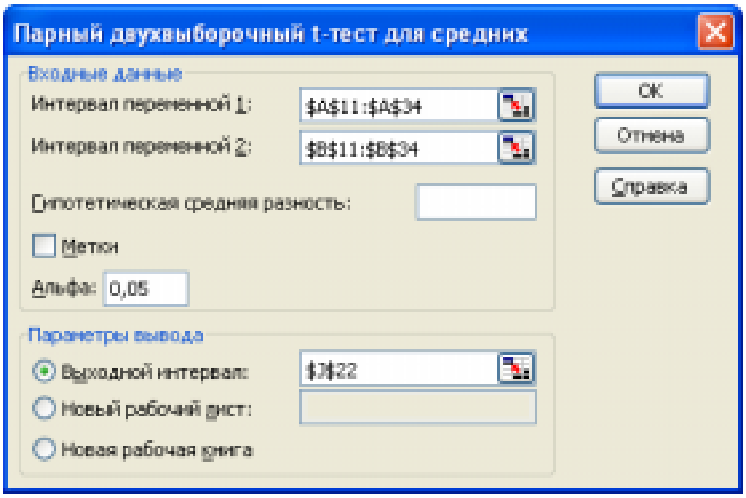
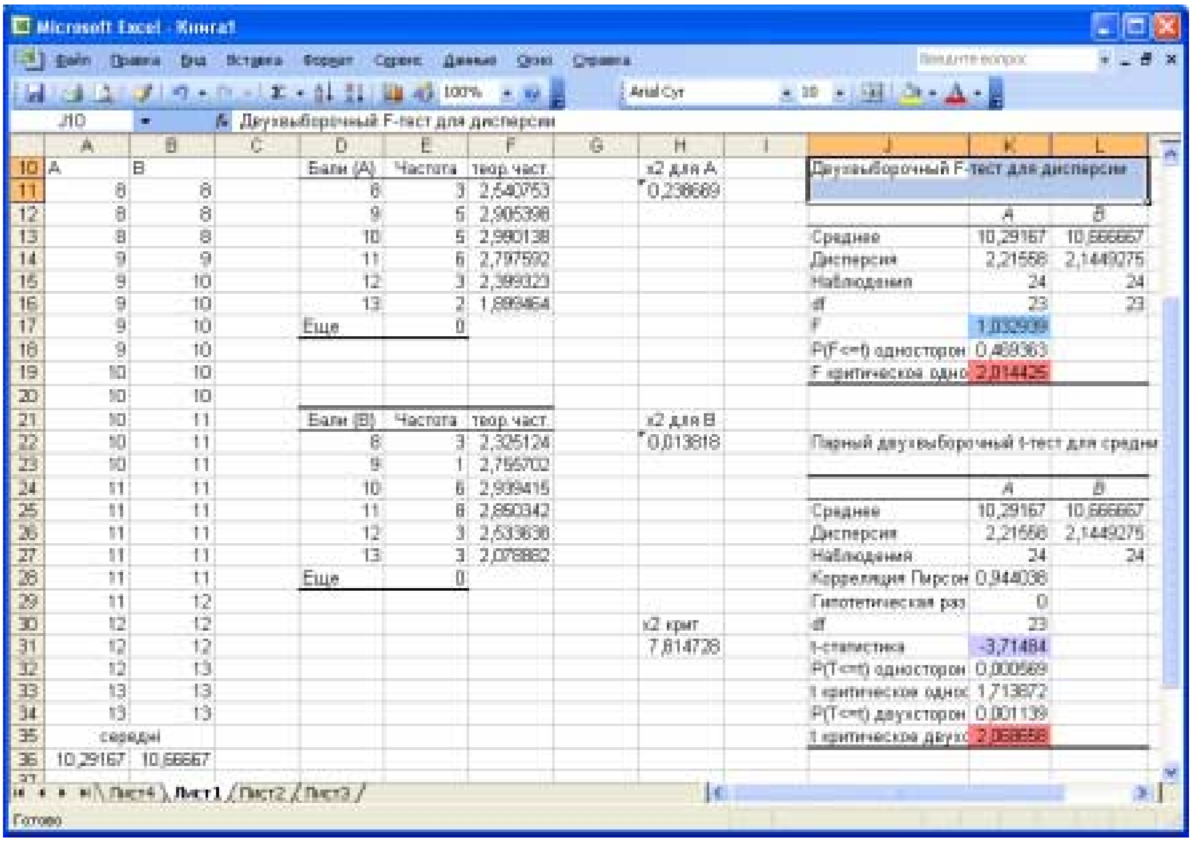


Рис.7. Вікно функції ДВОВИБІРКОВИЙ Т-ТЕСТ ДЛЯ СЕРЕДНІХ

Результати замовленої команди можна побачити у клітинках J10-L35 (рис.8). Обчислення показали, що модуль експериментального значення t-критерію Стьюдента (клітинка К31) перевищує наведене критичне значення (клітинка К35). Це означає, що нуль-гіпотеза про рівність середніх балів не може бути прийнята, а тому відмінність між середніми вибірок (клітинки К25 і L25) суттєва на рівні значущості 0.05.

Таким чином, різницю в середніх балах не можна пояснити лише випадковими причинами, і можна стверджувати, що експериментальна методика дала позитивний результат.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
10	A	B		Бали (А)	Частота	теор.част.		x2 для А		Двухвыборочный F-тест для дисперсии		
11	8	8		8	3	2,540753		0,238689				
12	8	8		9	5	2,905398					А	Б
13	8	8		10	5	2,980138				Среднее	10,29167	10,666667
14	9	9		11	6	2,797592				Дисперсия	2,21558	2,1449275
15	9	10		12	3	2,399323				Наблюдения	24	24
16	9	10		13	2	1,899464				df	23	23
17	9	10		Еще	0					F	1,032939	
18	9	10								P(F<=f) одностор	0,469363	
19	10	10								F критическое одно	2,014425	
20	10	10										
21	10	11		Бали (В)	Частота	теор.част.		x2 для В				
22	10	11		8	3	2,325124		0,013818		Парный двухвыборочный t-тест для средни		
23	10	11		9	1	2,755702						
24	11	11		10	6	2,939415					А	Б
25	11	11		11	8	2,860342				Среднее	10,29167	10,666667
26	11	11		12	3	2,533638				Дисперсия	2,21558	2,1449275
27	11	11		13	3	2,078882				Наблюдения	24	24
28	11	11		Еще	0					Корреляция Пирсон	0,944036	
29	11	12								Гипотетическая раз	0	
30	12	12						x2 крит		df	23	
31	12	12						7,814728		t-статистика	-3,71484	
32	12	13								P(T<=t) одностор	0,000569	
33	13	13								t критическое одно	1,713872	
34	13	13								P(T<=t) двухсторон	0,001139	
35	середні									t критическое двух	2,068658	
36	10,29167	10,66667										

Рис.8. Результати ПАРНОГО t-ТЕСТУ ДЛЯ СЕРЕДНІХ

1.Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей.:– М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. – 408с.

2.Минько А.А. Статистический анализ в MS Excel. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 448с.

Резюме. **Семенихина Е. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПАКЕТА EXCEL ПРИ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА.** *В пакете Excel рассмотрено применение критериев Пирсона, Фишера, Стьюдента во время обработки результатов педагогического эксперимента.*

Summary. **Semenikhina O. USING THE PACKAGE EXCEL IN STATISTICAL PROCESSING RESULT OF PEDAGOGICAL EXPERIMENT.** *Article touches using of the criterion by Pirson, Fisher, Student in pedagogical experiment in package Excel.*

Надійшла до редакції 16.04.2008 р.

СТРУКТУРНО-ЛОГІЧНІ СХЕМИ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ МІЖ ПОНЯТТЯМИ, ЩО РОЗКРИВАЮТЬ СУТНІСТЬ ІНДИВІДУАЛЬНОГО ПІДХОДУ У НАВЧАННІ

Г.О.Михалін,
доктор педагог. наук, доцент,
С.Л.Надточій,
аспірант,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м.Київ, УКРАЇНА

Проаналізовано етапи розвитку проблеми індивідуального підходу у навчанні, різні тлумачення понять індивідуалізації та диференціації навчання, наведені структурно-логічні схеми, що розкривають сутність та взаємозв'язки цих понять.

Вступ. Сьогодні в Україні, як і в багатьох інших країнах, розробляється нова парадигма освіти, направлена на розв'язання існуючих протиріч традиційної системи і орієнтована на інтереси особистості, свободу вибору індивідуальної освітньої траєкторії, оволодіння особистістю творчими способами діяльності. Провідним принципом сучасних перетворень є орієнтація на індивідуалізацію та диференціацію навчання на всіх ступенях освіти.

Проблема врахування індивідуальних особливостей учнів, студентів у навчальному процесі не є новою. Її становлення, розвиток і розв'язання проходили поступово: від простих правил та вимог враховувати індивідуальні особливості учнів до виокремлення її у відповідний принцип.

1. Етапи виникнення та розв'язання проблеми індивідуалізації навчання. Починаючи з найдавнішої форми навчання – індивідуальної – учителі помічали, що учні по-різному сприймають і засвоюють матеріал. Але, працюючи лише з одним учнем, учитель має можливість враховувати особливості цього учня. Перехід до класно-урочної системи породив протиріччя між колективною формою навчання та індивідуальним характером засвоєння знань. Виникла проблема індивідуального підходу до учнів в процесі навчання.

Як зазначають С.У.Гончаренко і В.М.Володько, проблема індивідуалізації навчання у своєму розвитку пройшла кілька етапів [5], які коротко можна подати у вигляді таблиці 1.

Таблиця 1

Розвиток проблеми індивідуалізації навчання

Етап	Часовий проміжок	Коротка характеристика	Вчені
1.	XVII ст.	Загальні рекомендації щодо врахування індивідуальних особливостей	Я.А. Коменський
2.	XIX ст.	Теоретична розробка індивідуального підходу	К.Д. Ушинський, М.І. Пирогов, Л.М. Толстой
3.	20-30-ті роки XX ст.	Індивідуальний підхід як педагогічний принцип на рівні соціального, педагогічного і	А.В. Луначарський, П.П. Блонський, С.Т. Шацький та інші

		психологічного експерименту	
4.	50-80-ті роки XX ст.	Різносторонній розгляд принципу індивідуального підходу	В.І. Гладких, Ю.К. Бабанський, А.А. Бударний, Є.С. Рабунський, В.І. Загвязинський, А.О. Кірсанов, І.Е. Унт та інші
5.	З поч. 90-х років XX ст.	Теоретичне переосмислення і практичне втілення індивідуалізації навчання	В.М. Володько, О.М. Пєхота, та інші

На перших трьох етапах дослідження стосувалися, переважним чином, шкільної дидактики. На двох останніх етапах дослідження проблеми індивідуалізації навчання були поширені і на вищу школу. Сьогодні, згідно Національної доктрини розвитку освіти, головною метою української системи освіти є створення умов для розвитку і творчої самореалізації кожної особистості, а одним з пріоритетних напрямків державної політики є особистісна орієнтація освіти, необхідною умовою якої виступає індивідуалізація навчання.

2. Різні тлумачення понять індивідуалізації та диференціації навчання. У педагогічній літературі поняття „індивідуалізація навчання" та „диференціація навчання" часто використовуються у різних значеннях. Різнобічність підходів до тлумачення цих понять обумовлюється цілями, засобами та способами їх застосування в кожному конкретному випадку. Недостатньо розмежовані також поняття „індивідуалізація" та „індивідуальний підхід", „диференціація" та „диференційований підхід".

А.А.Бударний поняттю „індивідуальний підхід" надавав практичну спрямованість. „Індивідуальний підхід у навчальному процесі спрямований на те, щоб усі учні постійно одержували завдання, відповідні їхнім навчальним можливостям, тобто працювали в повну міру сил та здібностей, у результаті чого створювалися б сприятливі умови навчання для кожного школяра" [2, 74].

До факторів, які особливо впливають на якість навчання, вчений відносив індивідуальні особливості інтелектуальної діяльності (рівень розвитку здібностей до учіння) та працездатність учнів. Разом вони є показником навчальних можливостей учнів.

В монографії Є.С.Рабунського [9] тлумачення індивідуального підходу дається таким чином: „Індивідуальний підхід у навчальному процесі означає дійову увагу до кожного учня, його творчої індивідуальності в умовах класно-урочної системи навчання, передбачає розумне поєднання фронтальних, групових та індивідуальних занять для підвищення якості навчання і розвитку кожного учня" [9, 15]. Як зазначає автор, основна відмінність його тлумачення від інших – у прагненні поширити вимоги розглядуваного принципу не лише на методи і форми організації навчання, але й на окремі сторони його змісту.

Вчений показав необхідність першочергового врахування (за умови цілісного підходу до особистості) таких показників: а) успішності, б) рівня пізнавальної самостійності, в) дійовості інтересу до навчання (стійкий інтерес до предмету плюс старанність).

Індивідуалізацією навчання Є.С.Рабунський називає особливу організацію навчального процесу, направлену на реалізацію вимог індивідуального підходу [9, 18].

А.О.Кірсанов замість принципу індивідуального підходу до учнів у навчанні вводить принцип індивідуалізації навчальної діяльності [8, 9]. Під індивідуалізацією навчальної діяльності учнів він розуміє таку систему індивідуалізованих способів і прийомів взаємообумовлених дій учителя й учнів, яка органічно, як характерологічна сторона (ознака), присутня в усіх етапах навчальної діяльності. Реалізація цього принципу базується на всебічному вивченні індивідуальних особливостей учнів [8, 121].

І.Е.Унт використовує поняття „індивідуалізація" в такому розумінні: „Індивідуалізація – це врахування у процесі навчання індивідуальних особливостей учнів в усіх його формах і методах, незалежно від того, які особливості і в якій мірі враховуються" [10, 8]. Індивідуальний підхід дослідниця трактує як принцип навчання, а індивідуалізацію – як реалізацію цього принципу, яка має свої форми і методи.

На думку І.Е.Унт, при індивідуалізації навчання насамперед потрібно враховувати такі особливості: 1) научуваність, тобто загальні розумові здібності, а також спеціальні здібності; 2) навчальні уміння; 3) навченість, яка включає як програмні, так і позапрограмні знання, уміння, навички; 4) пізнавальні інтереси (на фоні загальної навчальної мотивації) [10, 31].

Дослідниця зазначає, що при індивідуалізації можна і потрібно враховувати вже наявну індивідуальність дитини, оскільки учень, особливо старших класів, не tabula rasa (чиста дошка), а особистість, у якої за плечима вже доволі складний онтогенетичний розвиток, а попереду – потенційні можливості подальшого розвитку. Формування індивідуальності передбачає, що учитель признає право дитини „бути самим собою" [10, 35].

В.А.Кан-Калик називає індивідуалізацію навчання одним з корінних аспектів перебудови вищої школи. На його думку, індивідуалізація – це, по суті, формування у вузі творчої індивідуальності студента. Виявлення і розвиток творчої індивідуальності – процес тривалий і починати його слід на довузівському етапі профорієнтації [7].

Отже, більшість дидактів визначають індивідуалізацію як організацію навчального процесу, при якому вибір способів, прийомів, темпу навчання відбувається з урахуванням індивідуальних відмінностей учнів (студентів), рівня їх розвитку і здібностей до навчання, самостійності при розвязуванні пізнавальних задач, забезпечення навчальною діяльністю учня (студента) на рівні його потенційних можливостей. Зазначимо, що таке тлумачення індивідуалізації навчання розглядається більше з позиції вчителя. На думку В.М.Володька, "*індивідуалізація навчання – це спеціально організована взаємодія учасників процесу навчання, за якої якнайповніше враховуються й використовуються індивідуальні особливості кожного, визначаються перспективи подальшого розумового розвитку й гармонійного вдосконалення особистісної структури, відбувається пошук засобів, які компенсували б наявні вади і сприяли б формуванню індивідуальної особистості*" [4, 13]. Такий підхід враховує індивідуальні особливості обох учасників навчального процесу: і педагогів, і учнів (студентів).

Існують різні думки вчених і щодо понять „диференціація навчання" та „диференційований підхід".

Словник іншомовних слів дає таке тлумачення слова „диференціація" (від франц. différentiation, лат. differentia – відмінності) – розподіл, розшарування цілого на різні частини, форми і ступені.

В.Загвязинський під диференційованим підходом розуміє особливий підхід учителя до різних груп учнів та окремих учнів, організація для них роботи, різної за змістом, об'ємом, складністю та прийомами. Справжньою метою диференційованого навчання, за словами автора, є не стільки забезпечення необхідного мінімуму знань, умінь, навичок, скільки забезпечення максимально можливої глибини в оволодінні матеріалом, кращих результатів у розвитку кожного [6].

М.І.Бурда під диференціацією навчання розуміє „таку систему навчання, при якій кожен учень, оволодівши деяким мінімумом суспільно значимої базової підготовки, дістає гарантовану можливість приділяти увагу тим напрямам освіти, які в найбільшій мірі відповідають його здібностям, інтересам, майбутній професійній діяльності" [3, 37]. Метою диференціації навчання вчений називає „створення сприятливих умов для визначення і розвитку задатків, інтересів і здібностей кожного учня; цілеспрямований вплив на формування творчого, інтелектуального, професійного потенціалу суспільства, раціональне використання можливостей кожного його члена; розв'язання актуальних проблем школи шляхом створення нової методичної системи навчання на принципово новій мотиваційній основі" [3, 37]. М.І.Бурда виділяє два основні види диференціації навчання: за змістом навчального матеріалу (профільна диференціація) та за рівнем програмних вимог, що пред'являються до підготовки учнів (рівнева диференціація). Автор наголошує на відмінностях понять „рівнева диференціація" і „внутрішня диференціація", які нерідко ототожнюють. Суть внутрішньої диференціації полягає у виборі таких методів, прийомів та організаційних форм навчання, які б відповідали психолого-фізіологічним особливостям різних учнів та індивідуальними шляхами приводили б до єдиних для всіх учнів навчальних цілей. Рівнева диференціація – це диференціація за глибиною засвоєння (а не пояснення) навчального матеріалу, за складністю навчальних завдань і вправ. Вона здійснюється на всіх етапах навчання за рахунок орієнтації учнів на різні рівні вимог щодо засвоєння навчального матеріалу.

О.І.Бугайов диференціацію навчання трактує як множинність та варіативність індивідуальних і колективних шляхів до суспільно погоджених цілей загальної освіти [1]. Він розрізняє три рівні диференціації середньої освіти: а) за структурою системи освіти – ЗОШ, СПТУ, технікуми, училища різних профілів тощо; б) за змістом навчання – профільне масове, профільне поглиблене, індивідуалізоване, спеціальне; в) за характером диференціації навчального процесу – внутрішня, зовнішня диференціація.

Основними методичними шляхами здійснення диференціації навчання О.І.Бугайов називає:

– поєднання індивідуальних та колективних методів навчання;

– рівень обов'язкових результатів з кожного предмета має бути добре відомим не лише учителю, а й учням;

– не можна ототожнювати рівень подання навчального матеріалу і рівень вимог до результатів навчання (обсяг подання матеріалу може бути для всіх учнів однаковим, а рівні вимог до його засвоєння різними для різних груп учнів);

– контроль та оцінювання знань учнів повинні бути орієнтовані на перевірку досягнення ними обов'язкових і підвищених результатів;

– для диференційованого навчання необхідне принципово нове методичне забезпечення [1].

Наведені тлумачення стосувалися в основному учнів середньої школи. Разом з тим, сучасна парадигма освіти як в середній, так і у вищій школі, орієнтує на особистісно-діяльнісний підхід до навчально-виховного процесу. Ступенева система підготовки педагогічних кадрів передбачає і створює умови для рівневої диференціації підготовки бакалаврів, спеціалістів і магістрів. Під рівневою диференціацією підготовки бакалаврів, спеціалістів, магістрів розуміють диференціацію на основі безумовного досягнення всіма студентами вимог освітніх стандартів і створення умов для підвищеної підготовки здібних і обдарованих студентів.

Наведемо структурно-логічну схему, яка, на нашу думку, розкриває сутність і взаємозв'язки понять індивідуальний підхід та індивідуалізація, диференційований підхід та диференціація навчання (схема 1).

3. Сучасні підходи до індивідуалізації навчання студентів у вищій школі.

І.Е.Унт виділяє такі форми індивідуалізації [11]:

1) диференціація учнів, тобто групування учнів на основі окремих особливостей чи комплексів цих особливостей для навчання за різними навчальними планами і (або) програмами;

2) внутрішньогрупова індивідуалізація навчальної роботи, яка проявляється в

усіх формах навчання: фронтальній, груповій та індивідуальній;

3) проходження навчального курсу в індивідуальному темпі.

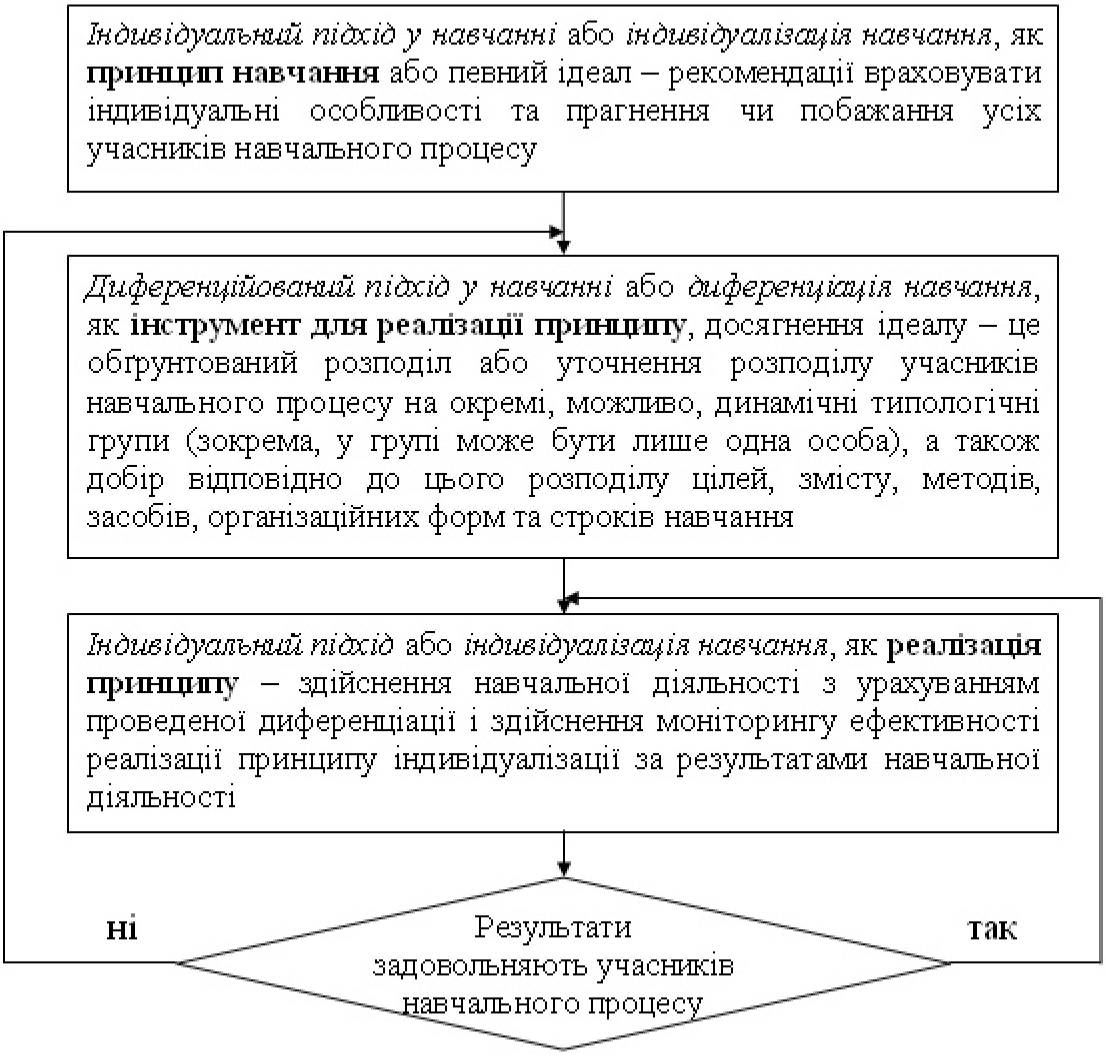


Схема 1. Сутність і взаємозв’язки понять індивідуальний підхід та індивідуалізація, диференційований підхід та диференціація навчання

Можливість таких форм, а також різних їх комбінацій, випливає і з наведеної вище структурно-логічної схеми.

За сучасною термінологією перша форма – це зовнішня диференціація, друга – внутрішня диференціація.

В загальноосвітній школі частіше за все реалізуються перші дві форми індивідуалізації. Зокрема, навчання за різними навчальними програмами реалізується в технології профільного навчання.

У вищій школі реалізуються усі форми індивідуалізації. При цьому перша форма передбачається апріорі, вона реалізується абітурієнтами при виборі вузу та спеціальності, тобто при виборі напрямку своєї майбутньої професійної діяльності. І, відповідно, навіть спільні дисципліни вивчаються за різними навчальними планами студентами різних спеціальностей. Наприклад, курс теорії ймовірностей і математичної статистики на фізико-математичному факультеті педагогічного університету вивчається на четвертому курсі студентами спеціальності „Математика” загальним обсягом 216 годин, а студентами спеціальності

„Фізика” – на другому курсі обсягом 81 година.

Питання індивідуалізації навчання набуває особливо важливого значення у підготовці майбутніх учителів. Мова йде як про використання цієї технології у навчанні студентів, так і про їхню підготовку до індивідуалізації навчання своїх майбутніх учнів. Така двоїстість сприятиме тому, що майбутній учитель буде свідомо застосовувати таку методику у своїй професійній діяльності.

Аналіз психолого-педагогічної літератури свідчить про те, що і в наш час проблема індивідуалізації навчання, зокрема і у вищій школі, знаходить своє відображення у великому ряді теоретичних робіт, дисертаційних досліджень дидактів і методистів. Проте й дотепер недостатньо розкрита сутність цієї проблеми, існує певна невпорядкованість у термінології.

Для зменшення цієї невпорядкованості наведемо ще одну структурно-логічну схему взаємозв’язків між поняттями диференціація, інтеграція, індивідуалізація, диференційований, інтегрований та індивідуальний підходи у навчанні (схема 2).

Висновки. Аналіз результатів досліджень проблеми індивідуалізації та диференціації навчання підтверджує актуальність цієї проблеми і для сучасного суспільства. Ця проблема стосовно навчання математичних дисциплін досліджена досить мало, а стосовно навчання студентів теорії ймовірностей взагалі майже не досліджена. Перспективи подальшого дослідження у даному напрямку вбачаємо, зокрема, у визначенні можливих елементарних складових цілей, змісту, методів, засобів та організаційних форм навчання теорії ймовірностей і математичної статистики майбутніх учителів математики.

1. *Бугайов О.І. Диференціація навчання у сучасній середній школі // Радянська школа. – 1991. – № 8. – С. 7-16.*

2. *Бударный А.А. Индивидуальный подход в обучении // Сов. педагогика. – 1965. – № 7. – С. 70-83.*

3. *Бурда М.І. Методичні основи диференційованого формування геометричних умінь учнів основної школи: Дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02. – К., 1994. – 347 с.*

4. *Володько В.М. Індивідуалізація й диференціація навчання: понятійно-категоріальний аналіз // Педагогіка і психологія. – 1997. – № 4. – С.9-17.*

5. *Гончаренко С.У., Володько В.М. Проблеми індивідуалізації процесу навчання // Педагогіка і психологія. – 1995. – № 1. – С. 63-71.*

6. *Загвязинский В. О дифференцированном подходе // Народное образование. – 1968. – № 10. – С. 85-87.*

7. *Кан-Калик В.А. Восхождение к студенту // Вестник высшей школы. – 1987. – № 3. – С. 7-11.*

8. *Кирсанов А.А. Индивидуализация учебной деятельности как педагогическая проблема. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1982. – 224 с.*

9. *Рабунский Е.С. Индивидуальный подход в процессе обучения школьников (на основе анализа их самостоятельной учебной деятельности). – М.: Педагогика, 1975. – 184 с.*

10. *Унт И.Э. Индивидуализация и дифференциация обучения. – М.: Педагогика, 1990. – 192 с.*

Схема 2. Взаємозв'язок між поняттями диференціація, інтеграція, індивідуалізація, диференційований, інтегрований та індивідуальний підходи у навчанні

Резюме. **Михалин Г.А., Надточей С.Л. СТРУКТУРНО-ЛОГИЧЕСКИЕ СХЕМЫ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ МЕЖДУ ПОНЯТИЯМИ, РАСКРЫВАЮЩИМИ СУЩНОСТЬ ИНДИВИДУАЛЬНОГО ПОДХОДА В ОБУЧЕНИИ.** *В статье приведен анализ этапов развития проблемы индивидуального подхода обучения, различных толкований понятий индивидуализация и дифференциация обучения, приведены структурно-логические схемы, раскрывающие сущность и взаимосвязи этих понятий.*

Summary. **Michalin G., Nadtochy S. STRUCTURE-LOGICAL SCHEMES OF THE CONNECTIONS BETWEEN IDEAS, WHICH SHOW ESSENCE OF THE INDIVIDUAL APPROACH IN TEACHING.** *The article is devoting to the problem of the individual approach in teaching. Structure-logical schemes, which show essence and connections of these ideas, are given.*

Надійшла до редакції 21.04.2008 р.

ФОРМУВАННЯ ДЕЯКИХ РОЗУМОВИХ ДІЙ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ПОНЯТЬ

З.О.Сердюк,
аспірант,
Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького,
м. Черкаси, УКРАЇНА

Розглядаються основи та приклади формування розумових дій підведення під поняття та вивчення наслідків в учнів гуманітарних класів

У шкільній освіті протягом останніх років відбуваються серйозні зміни. На перший план виходить особистість учня, його розвиток та саморозвиток в умовах сучасного суспільства. Тому метою вивчення математики в школі є, насамперед, всебічний гармонійний розвиток особистості учня.

Як відомо, у процесі навчання в учнів формуються різні здібності. Вони впливають на глибину та міцність оволодіння засобами і прийомами діяльності [1]. В мозку людини закладені не самі здібності, а лише здатність до їх формування. Тому людина деякою мірою сама може керувати процесом формування тих чи інших здібностей. За змістом і характером діяльності здібності поділяють на загальні і спеціальні. До загальних здібностей належать здібності до навчання, праці, загальні розумові здібності. Особливо важливою є здатність людини мислити. Тому ми вважаємо, що саме засобами математики, незалежно від профілю навчання, в учнів можна і доцільно розвивати щонайперше цю загальну здібність.

У процесі навчання учні постійно стикаються з новими явищами, подіями, об’єктами. Учень повинен вміти пояснити їх суть, виділити суттєві та несуттєві властивості, передбачити певні результати їх використання, прийняти рішення щодо способів їх дослідження. Все це неможливо, якщо учень зацікавлений в удосконаленні власного мислення. Мислення – це вища форма психічного відображення. До його операційного компонента входять розумові операції – аналіз, синтез, порівняння, узагальнення, абстрагування, класифікація, систематизація, конкретизація тощо. Розумова діяльність не може існувати без суб’єкта цієї діяльності, в даному випадку, учня. І тому, наскільки учень володіє цими операціями, настільки якісно він може опанувати той чи інший зміст у процесі своєї навчальної діяльності.

Однією з логічних форм мислення, як стверджує С.Л.Рубінштейн [2], поряд із судженням та умовиводом, є поняття. Формування поняття – одне з головних завдань навчання математики в школі. Засвоєння певного поняття супроводжується формуванням в учнів загальних уявлень про математичний об’єкт і його властивості та передбачає вміння застосовувати отриману систему знань про об’єкт у різних видах діяльності.

Учні знайомляться з різноманітними поняттями під час вивчення різних шкільних предметів. При цьому вони виконують одні й ті ж дії щодо “розпізнавання” понять та їх застосування. Дуже часто при цьому учні роблять помилки. Наприклад, неправильно визначають частини мови української мови, у літературі – види літературних творів, у зоології –класи тварин, у хімії – види органічних та неорганічних сполук тощо. Це відбувається через те, що учні не вміють виділяти зміст та обсяг поняття, його ознаки, суттєві та несуттєві властивості, та, найголовніше, застосувати знання щодо процедури віднесення розглядуваного об’єкта до того чи іншого поняття.

Як стверджував Л.С.Виготський, понятійне мислення з’являється в учнів не відразу. Воно проходить 5 підготовчих етапів. Учні віком 14-18 років психологічно можуть бути готовими до утворення досконалих понять (п’ятий етап) [1]. Але, як показує досвід, не всі учні добре оволодівають науковими поняттями, зокрема математичними, в цьому віці. Однією з причин того є розрізненість знань про поняття та дії, які потрібно з ними виконувати. Для учнів-гуманітаріїв, на нашу думку, математика якраз і є тією наукою, під час вивчення якої вони мають змогу на прикладі засвоєння математичних понять якомога досконаліше оволодіти загальними та специфічними розумовими діями (операціями).

Процес формування наукових понять в учнів вивчали відомі психологи – Л.С.Виготський, Г.С.Костюк, В.В.Давидов, Є.М.Кабанова-Меллер, Н.Ф.Тализіна, Д.М.Богоявленський, Н.О.Менчинська та ін. Дидактичні та методичні засади формування математичних понять подано в працях Г.П.Бевза, М.І.Бурди, П.М.Ерднієва, В.М.Осинської, Г.І.Саранцева, З.І.Слєпкань, Н.А.Тарасенкової та ін.

Г.І.Саранцев [3] виділяє такі етапи формування математичних понять: 1) мотивація введення поняття; 2) виділення суттєвих ознак поняття; 3) синтез виділених суттєвих ознак, формулювання означення поняття; 4) розуміння змісту слів в означенні поняття; 5) засвоєння логічної структури означення поняття; 6) запам’ятовування означення поняття; 7) встановлення зв’язків даного поняття з іншими поняттями; 8) використання поняття в конкретних ситуаціях.

Перший етап формування поняття, а саме, мотивація введення поняття, за Г.І.Саранцевим, – відносно самостійний і обмежений в часі. Етапи 2-6 фактично стосуються одного етапу – введення поняття і є, на нашу думку, дуже подрібненими, тому їх можна об’єднати в один етап. Сьомий та восьмий етапи досить розмиті і за часом можуть тривати не один рік, хоча, звичайно, є також важливими. Але, оскільки конкретне завдання формування того чи іншого поняття стоїть перед вчителем під час вивчення певної теми і на це відводиться обмежений час на уроці, тому ми дотримуємось наступного поділу процесу формування поняття на етапи:

І етап – мотивація вивчення поняття;

ІІ етап – введення поняття (за конкретно-індуктивною або абстрактно-дедуктивною схемами);

ІІІ етап – застосування поняття у знайомих та незнайомих ситуаціях.

Перші два етапи формування поняття чітко окреслені і обмежені у часі. Для повної реалізації ж третього етапу іноді може знадобитися не один рік. Хоча його початок може і має плануватися під час введення поняття.

Як показує практика, під час формування поняття за браком часу на уроці учителем нерідко нехтуються такі кроки, як підведення під поняття та виведення наслідків. Але, якщо цього не зробити, то процес формування нового поняття буде відбуватися з певними вадами. Це зумовлено принаймні тим, що основним показником засвоєння поняття є вміння його застосовувати [4].

Мета даної статті – показати приклади організації процесу формування таких специфічних розумових дій, як підведення під поняття та виведення наслідків на етапі введення математичних понять.

Як зазначають психологи, суть розумової дії підведення під поняття полягає в тому, щоб перевірити наявність у розглядуваного об’єкта системи відповідних ознак та на їх основі зробити висновок про належність або неналежність цього об’єкта до даного поняття. Для цього потрібно виконати такі операції: проаналізувати означення та виділити в ньому всі ознаки поняття; встановити, як пов’язані між собою ці ознаки (логічний зв’язок “і” чи “або”); якщо ознаки пов’язані логічним зв’язком “і”, то послідовно перевірити наявність у предмета всіх ознак: якщо хоча б одна з них не виконується, то об’єкт не належить до даного поняття; якщо ознаки пов'язані логічним зв'язком “або”, то для належності об'єкта даному поняттю достатньо встановити наявність у предмета хоча б однієї із зазначених ознак.

Розглянемо для прикладу завдання, спрямовані на формування в учнів умінь підводити об'єкти під поняття та виводити наслідки на етапі введення поняття показникової функції. Зазначимо, що згідно з навчальною програмою [5], тема “Показникова функція” вивчається учнями суспільно-гуманітарного напряму в 10 класі.

На початку вивчення теми учням пропонується наступне означення [6]: “Функція $y = a^x$, де $a > 0$ і $a \neq 1$, називається *показниковою* (з основою a).” Для формування в учнів дії підведення під поняття пропонуємо виконати наступне завдання.

Завдання 1. З'ясуйте, чи є вказана функція показниковою: 1) $y = 5^x$; 2) $y = x^5$. Поясніть чому.

Виконання завдань такого виду часто викликають в учнів певні утруднення, оскільки вимагають володіння такими прийомами, як аналіз, синтез, порівняння, узагальнення.

Досвід експериментального навчання показує, що це завдання краще виконувати за допомогою таблиці 1, яка ілюструє основні етапи діяльності учнів під час застосування розумової дії підведення під поняття. У першому стовпці таблиці 1 записано правила-орієнтири, за якими треба виконувати завдання. У другому стовпці за наведеними правилами-орієнтирами проаналізовано означення показникової функції. А третій та четвертий стовпці учням пропонується заповнювати відповідно до умови завдання. До речі, перша функція у завданні 1 є прикладом показникової функції, а друга – контрприкладом до неї.

Перед виконанням завдання потрібно звернути увагу учнів на те, що властивості в означенні показникової функції пов'язані логічною зв'язкою “і”. Це означає, що невиконання будь-якої з цих ознак у запропонованому завданні свідчить про те, що об'єкт (у даному випадку функція) не належить до даного поняття (поняття показникової функції).

Таблиця 1

Дія підведення під поняття

Правило-орієнтир	**Означення**	**Приклад 1**	**Приклад 2**
		Чи є $y = 5^x$ *показниковою функцією?*	*Чи є* $y = x^5$ *показниковою функцією?*
Проаналізувати означення й виділити у ньому всі ознаки поняття	1) Функція;	1) +	1) +
	2) алгебраїчна форма $y = a^x$;	2) +	2) –
	3) $a > 0$;	3) + $(5 > 0)$	
	4) $a \neq 1$	4) + $(5 \neq 1)$	
Встановити логічні зв'язки між цими ознаками	Логічний зв'язок “і”	Логічний зв'язок “і”	Логічний зв'язок “і”
Перевірити послідовне виконання всіх ознак		Всі ознаки виконуються	Друга ознака не виконується!!!
Висновок		Дана функція – показникова.	Дана функція не є показниковою

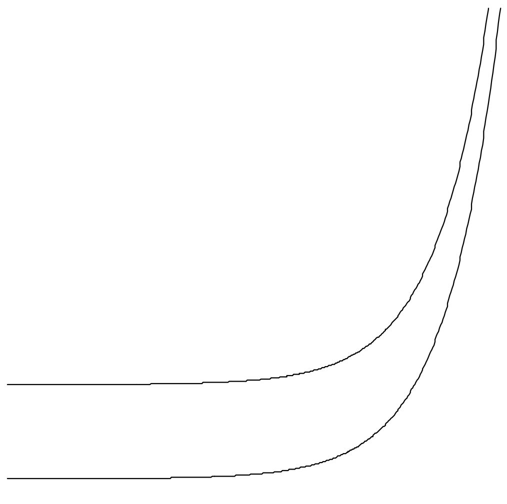
Як бачимо, під час заповнення третього стовпця таблиці 1 (приклад 1), було виявлено, що задана функція є показниковою згідно з означенням. Усі властивості виконуються. У четвертому стовпці (приклад 2) під час перевірки другої властивості, а саме алгебраїчної форми задавання функції, було виявлено, що ця властивість у заданому прикладі не виконується. Запропонована функція задається іншою алгебраїчною формою, яка відповідає не показниковій, а саме степеневій функції. Оскільки властивості в означенні пов'язані логічною зв'язкою "і", але одна з них не виконується, то перевіряти інші властивості не потрібно. Тому робимо висновок, що запропонована функція не є показниковою.

При цьому на уроці вчителю необхідно звернути особливу увагу учнів на те, що послідовну перевірку властивостей функції доцільно зупинити відразу, як тільки виявили властивість, що не виконується. Це допоможе формувати в учнів-гуманітаріїв таку особливість мислення, як економність.

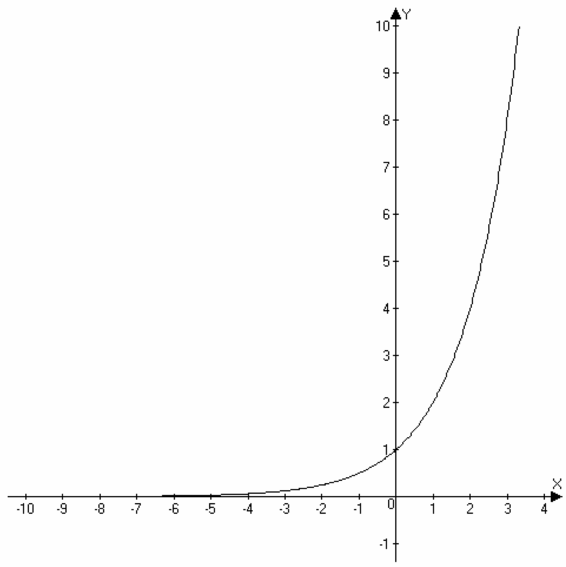
Опрацьовуючи новий матеріал під час засвоєння поняття показникової функції, учні також розглядають інші властивості, що не зазначені в означенні, а саме: область визначення та область значень функції, точки перетину з осями координат, зростає чи спадає функція, які особливості її графіка у залежності від основи ($0 < a < 1$, $a > 1$) та ін. Ці властивості учні вчитимуться застосовувати під час розв'язування завдань, спрямованих на формування розумової дії виведення наслідків.

Для кращого засвоєння цієї дії можна запропонувати учням наступне завдання.

Завдання 2. Берег річки має форму лінії, зображеної на мал. 1. За емпіричними даними геолог розмістив її ескіз у системі координат (мал. 2) і виявив, що точки цієї лінії задовольняють рівняння $y = 2^x$. Що ви можете сказати про дану лінію?



Мал. 1



Мал. 2

Розв'язання поставленої задачі краще розібрати разом з учнями, застосовуючи елементи бесіди.

Пропонуємо приклад діалогу між вчителем та учнями під час виконання завдання 2.

Вчитель: Якщо відомо, що лінія, зображена на малюнку 2 є графіком функції $y = 2^x$, то якими властивостями володіє дана функція? Назвіть їх.

Учень 1: Дана функція є показниковою.

Учень 2: Алгебраїчна форма запису відповідає загальному вигляду показникової функції: $y = a^x$.

Учень 3: Основа більша за нуль і не дорівнює одиниці.

Вчитель: Яка область визначення функції, зображеної на мал. 2?

Учень: Область визначення – множина всіх дійсних чисел.

Вчитель: Яка область значень даної функції?

Учень: Область значень – множина всіх додатних дійсних чисел.

Вчитель: Дана функція є зростаючою чи спадною? Чому?

Учень: Функція зростає на всій області визначення, оскільки її основа більша за одиницю.

Таким чином, вивчення таких спеціальних прийомів розумової діяльності як підведення під поняття та виведення наслідків сприяє формуванню математичних понять в учнів класів гуманітарного профілю.

1. Загальна психологія: Підручник / О.В.Скрипченко, Л.В.Долинська, З.В.Огороднійчук та ін. – К.: Либідь, 2005. – С. 464.

2. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. – СПб: Издательство "Питер", 2000. – 712 с.

3. Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике. – 2-е изд., дораб. – М.: Просвещение, 2005. – 255 с.

4. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник. – 2-ге вид., допов. і переробл. – К.: Вища шк., 2006. – 582 с.

5. Програми для загальноосвітніх навчальних закладів. Навчальні програми для профільного навчання. Математика. – К.: Навчальна книга, 2003.– с. 149-157.

6. Шкіль М.І. Алгебра і початки аналізу: Пробний підручник для 10 – 11 кл. серед. шк. / М.І.Шкіль, З.І.Слєпкань, О.С.Дубинчук. – К.: Зодіак-ЕКО, 1996. – 608 с.

Резюме. **Сердюк З.О. ФОРМИРОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ УМСТВЕННЫХ ДЕЙСТВИЙ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ.** *В данной статье рассматриваются основы и примеры формирования умственных действий подведение под понятие и выведение следствий в учеников гуманитарных классов.*

Summary. **Serdyuk Z. FORMING OF SOME MENTAL FUNCTION IN THE PROCESS OF LEARNING MATHEMATICAL CONCEPT.** *The background and the examples of mental activities forms leading the pupils of humanitarian classis to the concept and making the conclusions is focused in the article.*

Надійшла до редакції 21.04.2008 р.

ДЕЯКІ ГЕОМЕТРИЧНІ МІСЦЯ ТОЧОК, ПОВ'ЯЗАНІ З ПОНЯТТЯМ ВІДСТАНІ ВІД ТОЧКИ ДО МНОЖИНИ

О.Г.Демченко,
кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького,
м. Черкаси, УКРАЇНА

Досліджується один клас задач на знаходження геометричних місць точок, рівновіддалених від заданої точки і заданої множини.

Значна частина математичних фактів спирається на поняття відстані. Це поняття використовується у таких смислах:

а) як відстань між двома точками – визначається аксіоматично [4, с. 44];

б) як відстань від точки x до множини A – визначається рівністю [4, с. 60]

$$\rho(x,A)=\inf_{a\in A}\rho(x,A);$$

в) як відстань між двома множинами A і B – визначається рівністю [4, с. 61]

$$\rho(x,A)=\inf_{\substack{a\in A\\ b\in B}}\rho(a,b)\cdot$$

Через поняття відстані подаються, зокрема, характеристичні властивості відомих геометричних місць точок (ГМТ) [1, с. 48, 60, 61, 124, 149, 193], [5, с. 564, 591, 598]. Дослідження цих ГМТ ґрунтується на поняттях відстані між двома точками; від точки до прямої; між двома паралельними прямими. Фактично задачі на знаходження ГМТ, пов'язаних з поняттям відстані, поділяються на класи, у кожному з яких це поняття розуміється у смислі а), б) чи в) відповідно. Такий підхід дає можливість значно розширити зазначені класи за рахунок окремого дослідження класів, відповідних б) і в).

У цій публікації пропонується розв'язання одного класу задач на знаходження ГМТ, рівновіддалених від заданої точки і заданої множини.

Задача 1. Знайти ГМТ, рівновіддалених від заданої точки і заданого кола.

Розв'язання. Нехай O – центр кола, R – його радіус, M_0 – задана точка, M – довільна точка шуканого ГМТ, N – точка перетину променя $[OM)$ з колом. Тоді MN – відстань від точки M до кола. Якщо точка M_0 розташована зовні кола ($OM_0 > R$), то $OM = R + MN = R + MM_0$. Звідси дістаємо властивість точок M: $MO – MM_0 = R$; вона й визначає шукане ГМТ [2, с. 129] – це вітка гіперболи, фокусами якої є точки O та M_0, а дійсна вісь дорівнює R; вітка визначається умовою $OM > MM_0$.

Якщо точка M_0 розташована усередині кола ($OM < R$), то $MO + MM_0 = R$. Тому шуканим ГМТ є еліпс з фокусами O та M_0 і великою віссю, яка дорівнює R [2, с. 119]. Якщо ж точка M_0 лежить на колі, то шуканим ГМТ є промінь $[OM_0)$.

Задача 2. Знайти ГМТ, рівновіддалених від заданої точки M_0 і заданої півпрямої $[OA)$.

Розв'язання. Нехай $M_0 \notin [OA)$, M – довільна точка шуканого ГМТ. Якщо проекція точки M на пряму OA лежить зовні півпрямої $[OA)$, то MO – відстань від M до півпрямої. Тому точки, рівновіддалені від M_0 і півпрямої, лежать на серединному перпендикулярі до OM_0. Якщо ж проекція точки M на пряму OA лежить на заданій півпрямій, то точки, рівновіддалені від M_0 і $[OA)$, лежать на параболі, для якої M_0 – фокус, а ОА – директриса [2, с. 117]. Отже, шукане ГМТ складається з двох частин: півпрямої і частини параболи. Спільна їх точка є точкою дотику цих ліній. У цьому можна переконатись, склавши їх рівняння у вибраній відповідним чином системі координат.

Якщо $M_0 \in [OA]$, то шуканим ГМТ є перпендикуляр до $[OA)$ в точці M_0. Якщо M_0 лежить на прямій OA, але не належить $[OA)$, то шукане ГМТ є серединний перпендикуляр до відрізка $[OM_0]$.

Задача 3. Знайти ГМТ, рівновіддалених від заданої точки M_0 і заданого відрізка $[AB]$.

Беручи до уваги розв'язання задачі 2, можна стверджувати, що у випадку, коли $M_0 \notin AB$, шукане ГМТ складається з двох півпрямих і частини параболи, яка дотикається до них і має фокусом точку M_0 і директрисою пряму AB. Якщо ж $M_0 \in AB$, то, як і в задачі 2, шуканим ГМТ буде відповідний перпендикуляр до прямої AB.

Задача 4. Знайти ГМТ, рівновіддалених від заданої точки $M_0\,(x_0, y_0)$ і параболи $y^2 = 2px$.

Розв'язання. Нехай $M\,(x, y)$ – довільна точка шуканого ГМТ, N – точка перетину параболи і нормалі до неї з точки M. Тоді виконуються умови:

$$\begin{cases} v^2 = 2pu, \\ (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = (x-u)^2 + (y-v)^2, \\ \dfrac{y-v}{x-u}\cdot\dfrac{p}{v} = -1. \end{cases}$$

Перше рівняння означає, що точка N (u, v) лежить на параболі, третє – подає умову перпендикулярності нормалі і дотичної до параболи в точці N, а друге – рівність квадратів відстаней від M до параболи (довжина нормалі) і до M_0. З останньої системи дістаємо параметричні рівняння шуканого ГМТ:

$$\begin{cases} x = \dfrac{1}{4p}\dfrac{3v^4 - 4y_0v^3 + 4p^2v^2 - 8p^2y_0v + 4p^2\left(x_0^2 + y_0^2\right)}{v^2 - 2y_0v + 2px_0}, \\ y = -\dfrac{1}{4p^2}\dfrac{v^5 - 4px_0v^3 + \left(4p^2x_0^2 - 8p^3x_0 + 4p^2y_0^2\right)v}{v^2 - 2y_0v + 2px_0}. \end{cases} \tag{1}$$

Наявність (чи відсутність) особливостей функцій $x(v)$ і $y(v)$ залежить від існування дійсних коренів у знаменнику дробу, що визначається знаком дискримінанта $D_1 = y_0^2 - 2px_0$. Випадки $D_1 < 0$, $D_1 > 0$, $D_1 = 0$ означають, що точка M_0 міститься усередині параболи, поза нею і на параболі відповідно. Це спонукає до самостійного дослідження кожного з цих трьох випадків.

Розглянемо спочатку випадок $D_1 = 0$, коли точка M_0 міститься на параболі. У цьому випадку параметричні рівняння (1) зводяться до таких:

$$\begin{cases} x = \dfrac{1}{4p}\left(3v^2 + 2y_0v + y_0^2 + 4p^2\right), \\ y = -\dfrac{1}{4p^2}v(v+y_0)^2. \end{cases} \tag{2}$$

Крім того, до шуканого ГМТ належить нормаль до параболи в точці M_0:

$$y - y_0 = -\frac{y_0}{p}(x - x_0) \tag{3}$$

Рівності (2) дають змогу провести повне дослідження лінії, заданої параметрично [3, с. 21]. Зокрема, знайдена лінія перетинає вісь OX у двох точках $x_1 = \dfrac{1}{4p}\left(y_0^2 + 4p^2\right) = p + \dfrac{1}{2}x_0$, $x_2 = p + x_0$ (точка дотику); лінія має одну особливу точку $\left(p + \dfrac{x_0}{3}; \dfrac{y_0^3}{27p^2}\right)$, яка відповідає значенню параметра $v = -\dfrac{y_0}{3}$, тощо. ГМТ, рівновіддалених від точки $M_0\,(4, 2)$ і параболи $y^2 = x$, зображено на рис. 1.

У випадку $D_1 > 0$ (точка M_0 розташована зовні параболи) існує дві асимптоти, які відповідають двом значенням параметра $v_{1,2} = y_0 \pm \sqrt{y_0^2 - 2px_0}$: $y = k_ix + b_i$, де $k_i = \lim\limits_{v\to v_i}\dfrac{y}{x}$, $b_i = \lim\limits_{v\to v_i}(y - k_ix)$, $i = 1{,}2$.

У цьому випадку лінія має одну точку перетину з віссю OX $x = \dfrac{x_0^2 + y_0^2}{2x_0}$ і одну особливу точку. ГМТ, рівновіддалених від точки $M_0\,(3; 2)$ і параболи $y^2 = x$ ($p = \dfrac{1}{2}$) зображено на рис. 2.

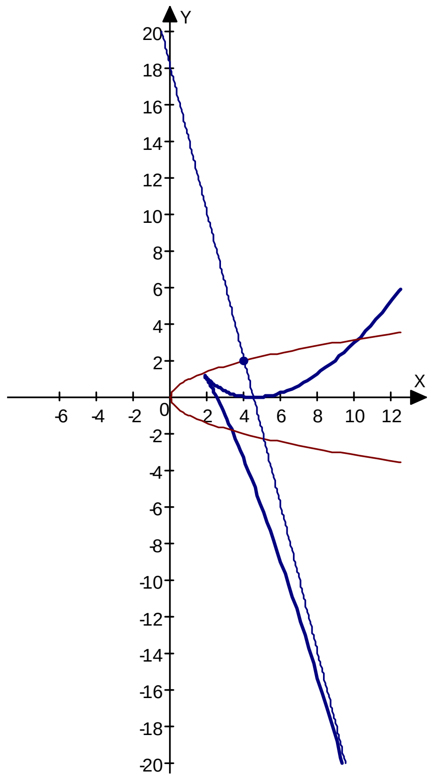


Рис. 1

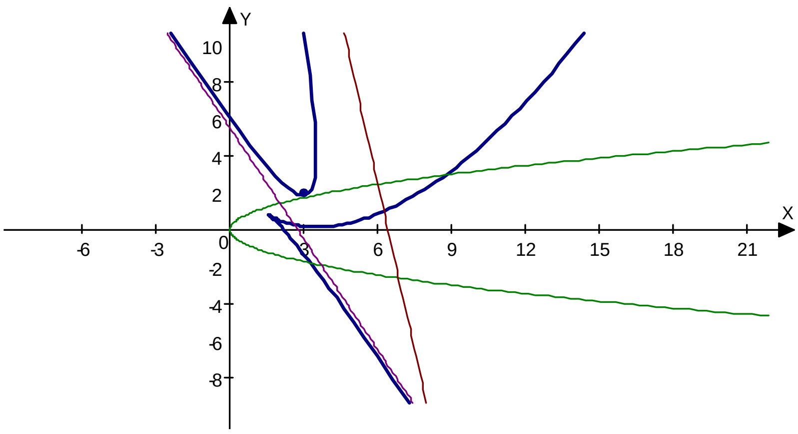


Рис. 2

Якщо $D_1 < 0$ (точка M_0 розташована усередині параболи), то ГМТ не має асимптот, має дві особливі точки і три або п'ять точок перетину з віссю *OX*, які відповідають значенням параметра $v_1 = 0$,

$$v_{2,3} = \pm\sqrt{2p\left(x_0 + \sqrt{2px_0 - y_0^2}\right)},$$

$$v_{4,5} = \pm\sqrt{2p\left(x_0 - \sqrt{2px_0 - y_0^2}\right)}$$

відповідно. Остання рівність береться, якщо $x_0 - \sqrt{2px_0 - y_0^2} \geq 0$. Це рівно значно умові $(x_0 - p)^2 + y_0^2 \geq p^2$, яка означає, що точка M_0 (x_0; y_0) міститься зовні кола з центром у точці (p; 0) і радіусом $R = p$ (поза стичним колом). Випадок D_1<0 проілюстровано на рис. 3 $\left(p = \dfrac{1}{2}; x_0 = 4; y_0 = 1\right)$.

Зауважимо, насамкінець, що до рівняння $v^2 - 2y_0 v + 2px_0 = 0$ зводиться задача про знаходження рівняння дотичної, проведеної до параболи $y^2 = 2px$ з точки (x_0, y_0). Зрозуміло тоді, що у випадку, коли ця точка розташована усередині параболи, таких дотичних немає; якщо точка розташована зовні параболи, то існує дві дотичні, а другі координати точок дотику і є коренями вказаного рівняння. Можна довести, що в цьому випадку нормалі до параболи в точках дотику паралельні відповідним асимптотам шуканого ГМТ. Якщо ж M_0 лежить на параболі, то існує одна дотична, а нормаль у точці дотику є граничним положенням двох нормалей у попередньому випадку.

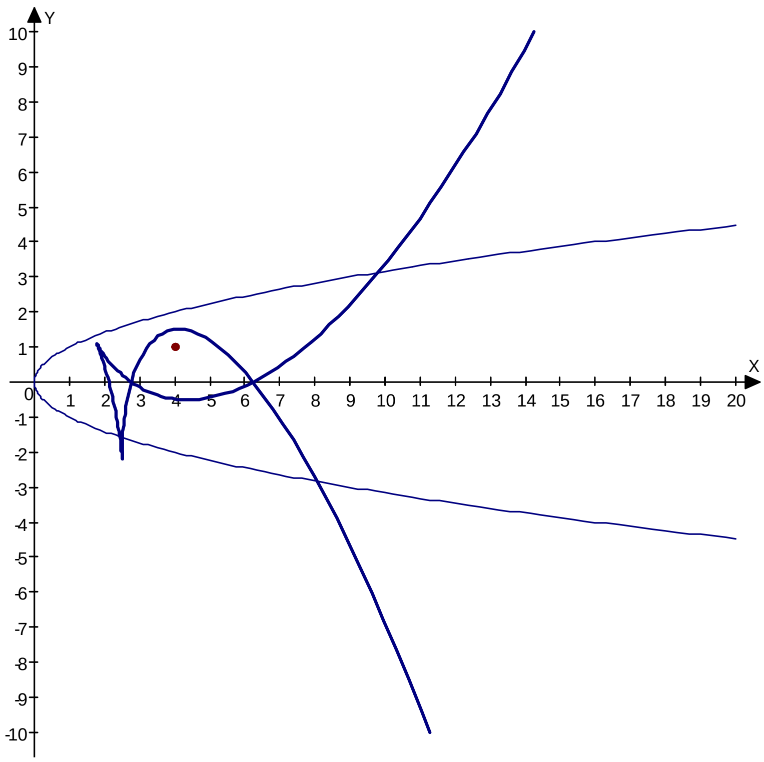


Рис. 3

ГМТ, рівновіддалених від заданої точки та інших ліній другого порядку знаходяться аналогічно.

1.Адамар Ж. Элементарная геометрия. Ч. I. Планиметрия. – М., 1957. – 608 с.

2.Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1968. – 911с.

3.Борисенко О.А. Диференціальна геометрія і топологія. – Х.: Основа, 1995. – 304 с.

4.Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. Изд. "Наука". – М., 1972. – 496 с.

5.Скопец З.А. Конические сечения/В кн. Энциклопедия элементарной математики. V. Геометрия. – М., 1966. – 624 с.

Резюме. **Демченко А.Г. НЕКОТОРЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ МЕСТА ТОЧЕК, СВЯЗАННЫЕ С ПОНЯТИЕМ РАССТОЯНИЯ ОТ ТОЧКИ К МНОЖЕСТВУ.** *Исследован один класс задач на нахождение геометрических мест точек, равноотстоящих от заданных точки и множества.*

Summary. **Demchenko A. SOME LOCUSES OF POINTS ARE CONSERNED WITH THE CONSEPT OF THE DISTANCE FROM POINT TO SET.** *The one class of problems described an estimation of locus equidistant from given point and set is considered.*

Надійшла до редакції 21.04.2008 р.

ВИЯВ КОГНІТИВНОГО СТИЛЮ УЧНЯ В ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

О.С.Чашечникова,
кандидат педагог. наук, доцент,
Сумський державний педуніверситет,
м.Суми, УКРАЇНА

Запропоновано приклади спрацьовування різних характеристик у процесі навчально-пізнавальної діяльності з математики, спираючись на які можна визначити когнітивний стиль учнів.

Серед характеристик, які необхідно враховувати з метою підвищення ефективності навчання математики – когнітивний стиль учня.

Когнітивним стилем називають своєрідність сприймання світу людиною. Узагальнимо адаптовані нами відповідно процесу навчання математики ті визначальні особливості когнітивних стилів, які дослідники (R.W.Gardner, J.Kagan, O.J.Harvey, D.E.Hunt, H.A.Witkin та інші) називають найчастіше .

Результат зробленого нами узагальнення представлений у таблиці діадами (табл.1). Підкреслимо: дані характеристики в парах полярні, але це не обов'язково означає, що одна з них відображає позитивний полюс, а інша – негативний.

Таблиця 1

№	Характеристики	
1	Сприймання навчального матеріалу тезисно; зберігання у пам'яті основних ідей, що супроводжується втратою деталей	Сприймання навчального матеріалу із підкресленням специфічних деталей у матеріалі, що запам'ятовується
2	Вузький діапазон еквівалентності – групування об'єктів на багато груп з малим обсягом; більш деталізована оцінка; використання більш точних стандартів для судження про схожість об'єктів	Широкий діапазон еквівалентності – групування об'єктів на невелику кількість груп достатньо великого обсягу
3	Ригідність, негнучкість в організації пізнавальних процесів	Гнучкість в організації пізнавальних процесів, здатність переключатися на інші види і способи діяльності адекватно об'єктивним умовам; високий ступінь автоматизації пізнавальних функцій
4	Вузість відображення навчального матеріалу; здатність до фокусування уваги на аспектах, що вважаються суб'єктом найбільш важливими	Широта відображення навчального матеріалу ситуації; здатність до розподілу уваги; високий ступінь охоплення різноманітних аспектів матеріалу, що відображається
5	Здатність об'єктивно оцінювати матеріал, навіть якщо деякі його	Нездатність об'єктивно оцінювати матеріал, що суперечить вже наявним

	положення суперечать вже усталеним знанням та досвіду суб'єкта	знанням та досвіду суб'єкта
6	Глобальність сприймання – у процесі сприймання більш важливу роль відіграє зовнішнє, загальне враження, найчастіше, - зорове сприймання; домінує ціле, контекст	Диференційованість сприймання – зовнішнє враження, що найчастіше сприймається зорово, контролюється логічними міркуваннями; виділяються елементи цілого; ціле сприймається структуровано
7	Низька складність конструктивної системи; спрощене розуміння на основі врахування обмеженого набору відомостей та стереотипів	Високий ступінь складності конструктивної системи; вибудова суб'єктом багатомірної моделі сприйнятого навчального матеріалу, що враховує різноманітні аспекти та їх взаємопов'язаність
8	Розгорнутий і детальний аналіз ситуації перед прийняттям рішення, особливо в умовах невизначеності	Поверхній і схематичний аналіз ситуації перед прийняттям рішення
9	Схильність у задачах на класифікацію використовувати перш за все схожість зовнішніх властивостей; мислення конкретне; стереотипність мислення	Концептуальність при виконанні завдань на класифікацію: використання перш за все схожості сутності об'єктів; здатність абстрагуватися; використання всієї наявної бази знань

Але існує проблема: яким чином можна виявити когнітивний стиль учня в умовах реального навчання у школі.

Мета нашої статті: запропонувати приклади спрацьовування різних характеристик у процесі навчально-пізнавальної діяльності з математики, спираючись на які вчитель математики буде мати можливість визначити когнітивний стиль своїх учнів.

Діада 1. Навчальний матеріал може *запам'ятовуватись* учнем:

а) як логічна структура з виділеними основними ключовими елементами та взаємозв'язками, коли є повна загальна картина, але відсутнє деталізування;

б) як система найбільш яскравих деталей матеріалу, що вивчається, але із відсутністю повної загальної картини.

Тема: "Взаємне розміщення площин". Учням пропонується наприкінці введення нового навчального матеріалу визначитись із випадками взаємного розміщення площин.

1а). Виділяються основні можливі випадки: а) площини паралельні (різні площини не мають жодної спільної точки); б) площини співпадають (всі точки спільні); в) площини перетинаються по прямій (всі спільні точки належать прямій перетину цих площин) (рис.1).

1б) Учень ретельно (означення, ознака) розглядає випадок а), а відносно перетину площин зупиняється на частковому випадку взаємно перпендикулярних площин, або велику увагу приділяє цікавому випадку взаємоперетину трьох площин (рис. 2).

Діада 2. ***Об'єкти можуть класифікуватись або деталізовано***, на багато груп з невеликим обсягом, *або більш широко* – на невелику кількість груп достатньо великого обсягу.

Якщо, наприклад, необхідно провести класифікацію просторових фігур, представлених на рисунку 3, то об'єкти можуть бути класифіковані так: а) многогранники (7 об'єктів) та тіла обертання (5 об'єктів); б) многогранники, серед яких є піраміди (4 об'єкти), зрізані піраміди (1 об'єкт), призми (2 об'єкти); тіла обертання, серед яких є конуси (1 об'єкт), зрізані конуси (1 об'єкт), циліндри (2 об'єкти), кулі (1 об'єкт); в) додаткове виділення правильних многогранників; г) додаткове виділення просторових фігур, що мають вісь симетрії та інше.

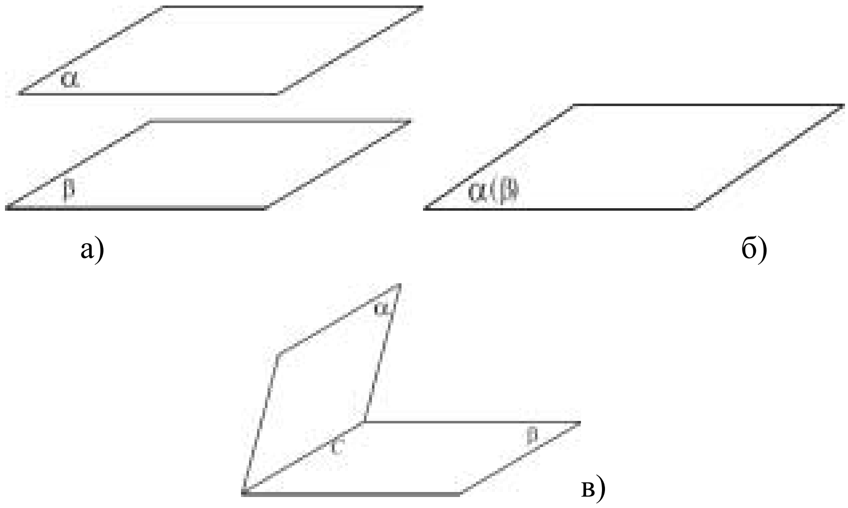


Рис.1

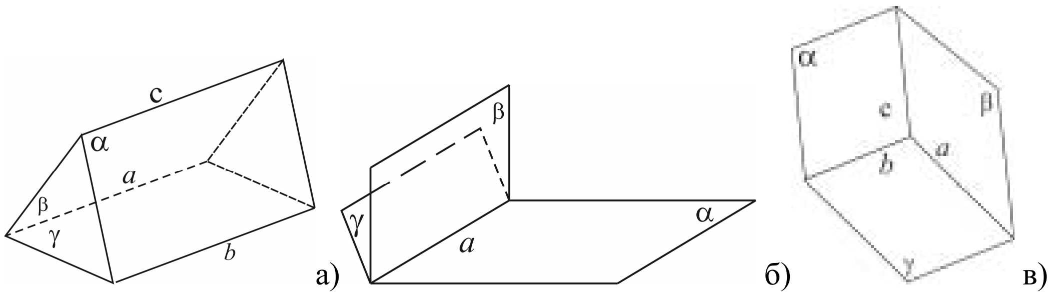


Рис.2

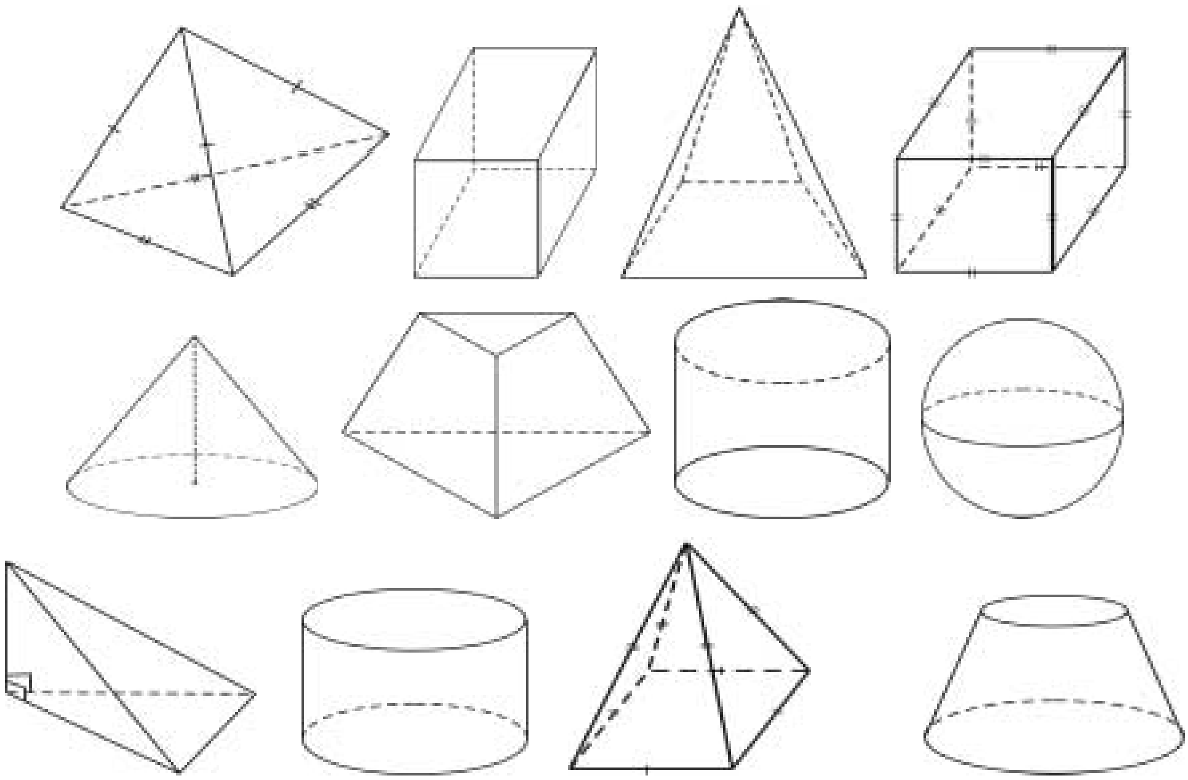


Рис.3

Учні, які спроможні мислити нетривіально, можуть також класифікувати зображення фігур (ті, що представлені у вдалому ракурсі, та ті зображення, для яких вибраний невдалий ракурс).

Діада 3. *Гнучкість або негнучкість пізнавальних процесів відносно здатності переключатися на інші види і способи діяльності адекватно об'єктивним умовам.* Відзначимо: ця відмінність у пізнавальних процесах може проявлятися, якщо запропоновані ситуації (завдання) відрізняються лише деякими нюансами, що впливає на відмінність в їх сутності. Проілюструємо на прикладі розв'язування завдань з теми "Рівняння" на етапі систематизації наприкінці вивчення всіх видів рівнянь, що пропонує програма.

Пропонуємо учням список з декількох рівнянь, попереджаючи їх, що деякі з цих рівнянь можуть "випадково" повторюватися. Дійсно, у списку частина рівнянь повторюється, але умови деяких з них варіюються, наприклад:

$x^2 + \lg 25 \cdot (-x) = 0$ та

$x^2 + \lg(25 \cdot (-|x|)) = 0$.

Гнучкість мислення проявляється у різних підходах до виконанні даних завдань. Якщо для розв'язування першого необхідно розкласти ліву частину на множники $x \cdot (x - \lg 25) = 0$, в результаті чого знаходяться корені $x_1 = 0, x_2 = \lg 25$, то у процесі виконання другого достатньо визначити, що область допустимих значень у даному випадку – порожня множина.

У процесі розв'язування рівнянь виду $\sin 2x + \cos 2x = 4$ учням з гнучкою організацією пізнавальних процесів достатньо визначити, що така рівність є неможливою ($|\sin x| \le 1$, $|\cos x| \le 1$).

Учні, організація пізнавальних процесів яких є ригідною, визначають, що рівняння не має коренів, лише після того, як звели його до квадратного (скористалися звичним алгоритмом без попереднього аналізу можливості його застосування в даних конкретних умовах).

Діада 4. *Широту або вузість відображення навчального матеріалу* конкретним учнем нескладно виявити, наприклад, у процесі розв'язування завдання з геометрії: "Обчислити площу бічної поверхні правильної трикутної піраміди, якщо площа основи дорівнює $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, кути між бічними ребрами дорівнюють γ, всі бічні грані нахилені до основи під кутом α".

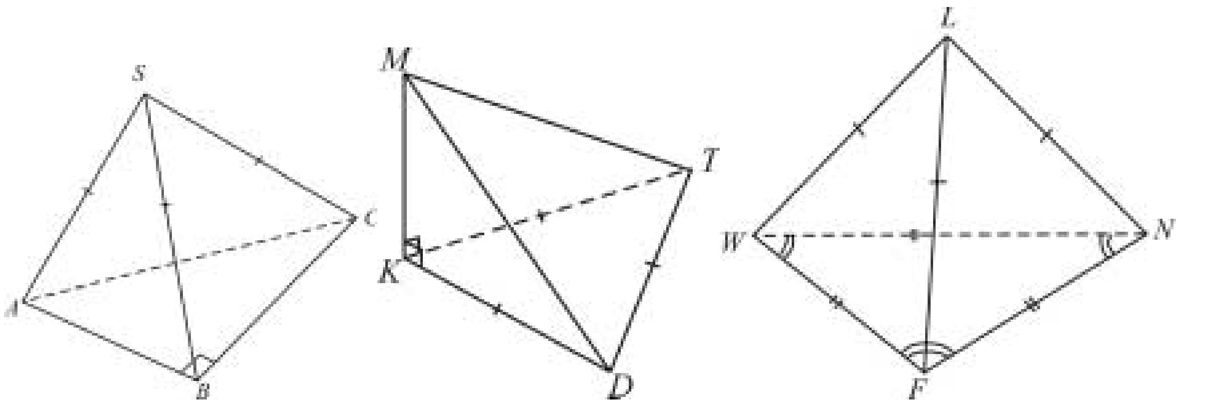
Широта відображення: розв'язуючи задачу, учень знаходить площу бічної поверхні, використовуючи теорему про площу ортогональної проекції, і виявляє, які саме дані є зайвими. Вузість відображення виявляється у достатньо довгому ланцюгу розв'язання: знаходження довжини сторони основи → знаходження довжини бічного ребра (або висоти трикутника, що відповідає бічній грані) → знаходження площі бічної поверхні.

Діада 5. *Здатність об'єктивно* (чи навпаки) *оцінювати* матеріал, якщо деякі його положення суперечать вже наявному досвіду.

Зокрема, зауважимо: частина учнів відчувають збентеження, якщо необхідності розкласти на множники вирази виду ($x^2 - 3$), ($x^2 + 9$) навіть після ознайомлення з поняттями ірраціонального та комплексного числа відповідно.

1) основа піраміди *LNWF* – правильний трикутник;

2) похилі *LN, LW, LF*, проведені з одної точки до площини *NWF*, мають однакову довжину, тобто їх проекції на дану площину теж мають однакову довжину. Висновок: вершина піраміди *L* проектується в центр кола, описаного навколо правильного трикутника *NWF,* а тобто – в центр правильного трикутника.



а) б) в)

Рис.5

Зауважимо: наведені контрприклади ще раз підкреслюють для учнів необхідність детального аналізу ситуації. Для визначення того, що конкретна піраміда є правильною, необхідно перевірити виконання двох умов:

1) основа піраміди – правильний многокутник;

2) вершина піраміди проектується в центр многокутника, що є її основою.

Учні, яким притаманний поверхневий аналіз, найчастіше обмежуються перевіркою виконання першої умови. Відзначимо, що в процесі вивчення планіметрії саме вони нерідко визначають, що многокутник є правильним, лише за одною умовою – за рівністю його сторін. Достатньо запропонувати контрприклад: ромб задовольняє цю умову, але він не є правильним многокутником.

Діада 7. *Спрощеність чи багатомірність моделі сприйнятого навчального матеріалу* пропонуємо виявляти в процесі виконання таких типів завдань:

1) Обчислити значення функції $f(x)=\dfrac{x\cdot\cos x}{\cos x}$ при $x=\dfrac{3\pi}{2}$.

Учні із спрощеним сприйняттям починають виконання завдання з переходу $\dfrac{x\cdot\cos x}{\cos x}=x$. Багатомірність моделі сприйняття виявляється у врахуванні всіх аспектів: розв’язування починається саме із знаходження області визначення функції. Враховуючи, що при $x=\dfrac{3\pi}{2}$ вираз $\dfrac{x\cdot\cos x}{\cos x}$ не має змісту, учень робить висновок – неможна обчислити значення функції $f(x)=\dfrac{x\cdot\cos x}{\cos x}$ при $x=\dfrac{3\pi}{2}$.

2) Визначити, чи є многогранник, зображений на рисунку 6, пірамідою? призмою?

Діада 9. *Процес класифікації може носити як конкретний характер, з опорою на стереотипи, так і концептуальний характер.*

Зокрема, класифікуючи піраміди, представлені на рисунку 7, старшокласники, які схильні до використання перш за все схожості зовнішніх властивостей, обмежуються лише поєднанням в одну групу пірамід *SABC* та *KMTN,* ґрунтуючись на тому, що для кожної з них одне з бічних ребер є висотою. Учні, які аналізують схожість *сутності* об’єктів класифікації, покладають в її основу й інші ознаки (чи є піраміда правильною та інше).

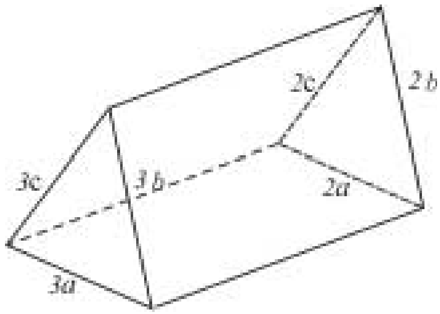


Рис.6

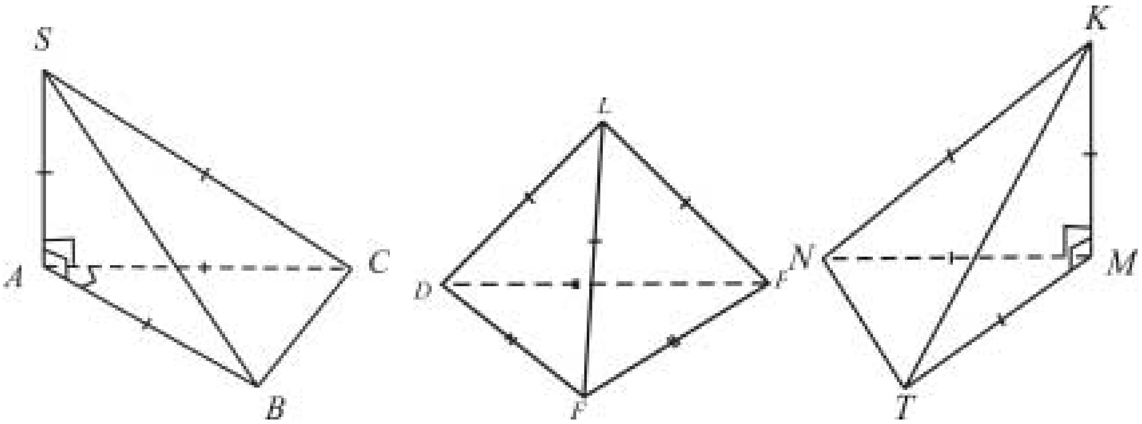


Рис.7

Представлені вище приклади прояву когнітивного стилю дозволять вчителю полегшити процес його діагностування та врахування в процесі навчання математики навіть в умов неможливості отримати консультацію досвідченого психолога.

1. *Gardner R.W., Holzman P.S., Klein G.S. et. al. Cognitive control: a study of individual consistencies in cognitive behavior // Psychological Issue, 1959.- Vol.1.- №4.- P.1-186.*

2. *Harvey O.J., Hunt D.E., Schroder H.M. Conceptual system and personality organization. – NY. London, 1961. – 375 p.*

3. *Witkin H.A., Godenoughя D.R. Field dependence and interpersonal behavior // Psychological Bulletin. – 1977. – V.84. – №4. – P.661-689.*

Резюме. **Чашечникова О. ВЫЯВЛЕНИЕ КОГНИТИВНОГО СТИЛЯ УЧАЩЕЕ-ГОСЯ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ.** *В статье предлагаются примеры срабатывания разных характеристик в процессе учебно-познавательной деятельности по математике, опираясь на которые можно определить когнитивный стиль учащихся.*

Summary. **Chashechnikova O. THE DISPLAY OF PEOPL’S COGNITIVE STYLE IN THE PROCESS OF MATHEMATICAL TRAINING.** *This article is about the display of peopl’s cognitive style in the process of mathematical training.*

Надійшла до редакції 16.03.2008 р.

ПРОПЕДЕВТИКА ВИВЧЕННЯ ТЕОРІЇ ГРАФІВ ШЛЯХОМ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЕВРИСТИЧНИХ ЗАДАЧ

О.Л.Лещинський,
кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
В.В.Тихонова,
викладач
Промислово-економічний коледж,
О.П.Томащук,
кандидат педагог. наук, доцент
Міжрегіональна Академія управління персоналом,
В.А.Гроза,
кандидат фіз.-мат. наук,
доцент
Національний авіаційний університет,
м.Київ, УКРАЇНА

Розглядається один із способів здійснення пропедевтики вивчення теорії графів: шляхом розв'язування евристичних задач.

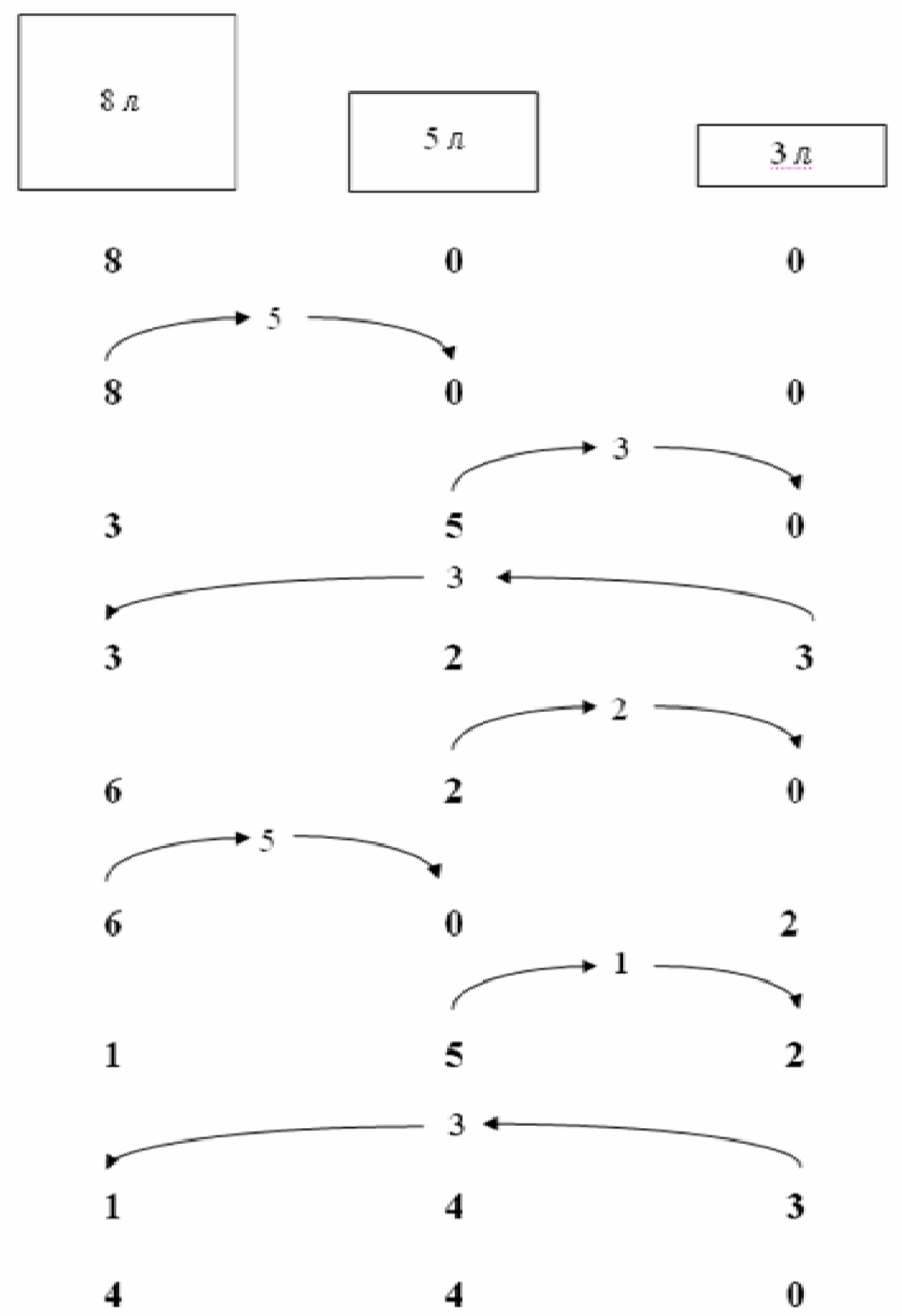
Навчальними планами підготовки фахівців комп'ютерно-орієнтовних та економічних спеціальностей у вищих навчальних закладах І-ІІ рівнів акредитації передбачено вивчення дисциплін „Основи дискретної математики" (для майбутніх програмістів), „Математичне програмування", „Економічний ризик та методи його вимірювання" (для майбутніх економістів). Програмовий матеріал цих дисциплін містить розділи, присвячені теорії графів і її застосуванням. Як показує досвід, у студентів виникають труднощі при оволодінні теорією графів, що зумовлені, насамперед, високим рівнем абстракції навчального матеріалу та певною відірваністю матеріалу від попередньо вивчених тем названих дисциплін. У зв'язку з цим виникає потреба у проведенні підготовчої роботи до сприйняття студентами теорії графів. Таку робота можна організувати шляхом розв'язування пропедевтичних евристичних прикладів і задач в процесі викладання інших дисциплін математичного циклу, зокрема, дисципліни „Математика" на першому курсі. У спрощеному вигляді система пропедевтичних евристичних задач має таку структуру:

1. Задачі на переливання.
2. Задачі на зважування.
3. Задачі на переправу.
4. Задачі на докладання і вилучення.
5. Задачі на розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
6. Задачі на взаємні співвідношення між елементами скінчених множин.
7. Евристичні задачі підвищеної складності (зокрема, класична задача дискретної математики).

Задачі на переливання

Задача 1. Маємо три посудини місткістю відповідно 8 *л*, 5 *л* і 3 *л*. Найбільша з них наповнена молоком. Як поділити молоко на дві рівні частини, використовуючи ці посудини?

Розв'язання. Розв'язання цієї задачі можна подати у вигляді схеми:



Мал. 1

Схему можна зобразити у вигляді таблиці:

Таблиця 1

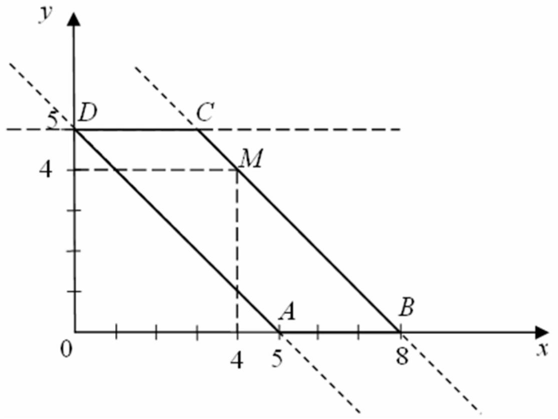
№	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
“8 л”	8	3	3	6	6	1	1	4
“5 л”	0	5	2	2	0	5	4	4
“3 л”	0	0	3	0	2	2	3	0

Доцільно ознайомити студентів із геометричним способом розв’язування задачі 1.

Позначимо через x і y – кількість літрів молока, що міститься після кожного переливання відповідно у першій і другій посудинах. Тоді в третій посудині буде $8-x-y$ літрів молока. Числа $x,\ y,\ 8-x-y\in\mathbb{N}_0$ і задовольняють систему нерівностей:

$$\begin{cases} 0\le x\le 8, \\ 0\le y\le 5, \\ 0\le 8-x-y\le 3, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0\le x\le 8, \\ 0\le y\le 5, \\ 5\le x+y\le 8. \end{cases}$$

Розглянемо прямокутну декартову систему координат на площині. Усі точки, що задовольняють останню систему, знаходяться всередині або на межі паралелограма *ABCD* (див. мал. 2). Початковому розподілу молока відповідає точка *B*(8; 0), а шуканому розподілу – точка *M*(4; 4).



Мал. 2

Можна показати, що послідовності переливань, що виконуються від початкового розподілу (точка *B*) до кінцевого розподілу (точка *M*), відповідає певна множина точок в межах паралелограма *ABCD*.

Умові, при якій друга посудина є порожньою, відповідають точки відрізка *AB* з координатами (5; 0), (6; 0), (7; 0), (8; 0), а умові, при якій друга посудина повна, відповідають точки відрізка *CD* з координатами (0; 5), (1; 5), (2; 5), (3; 5). Умові, при якій третя посудина порожня, відповідають точки відрізка *BC* з координатами (8; 0), (7; 1), (6; 2), (5; 3), (4; 4), (3; 5), а умові, при якій третя посудина повна, відповідають точки відрізка *AD* з координатами (5; 0), (4; 1), (3; 2), (2; 3), (1; 4), (0; 5).

Оскільки при кожному переливанні кількість літрів молока в одній із посудин не змінюється, то "геометрія" можливих випадків така:

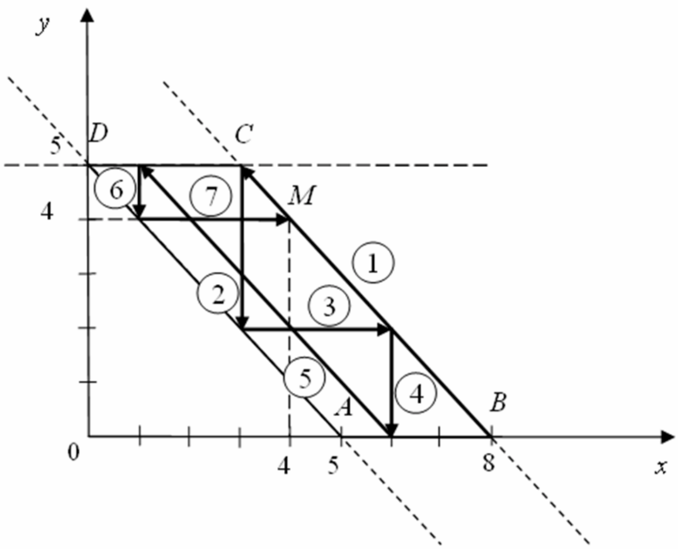
Одне переливання

Якщо не змінюється кількість молока в першій посудині, то відрізок, що сполучає відповідні точки до і після переливання, паралельний осі Oy.	Якщо в переливанні не бере участь третя посудина, то зберігається загальна кількість молока $x+y$ в перших двох посудинах. Це означає, що відрізок, що сполучає відповідні точки до і після переливання, паралельний *BC*. Зокрема, якщо третя посудина повна, то відрізок є підмножиною відрізка *AD*, а якщо – порожня, то підмножиною відрізка *BC*.	Якщо не змінюється кількість молока в другій посудині, то відрізок, що сполучає відповідні точки до і після переливання, паралельний осі Ox.

Отже, якщо послідовно сполучити відрізками всі точки, що відповідають станам до і після переливання, то одержимо деяку ламану з початком у точці *B* і кінцем у точці *M*, яка міститиметься в межах паралелограма *ABCD*. Кожна ланка ламаної або паралельна осі Ox, або паралельна осі Oy, або паралельна відрізку *BC*, або належить цьому відрізку. При цьому, якщо деяка ланка ламаної належить стороні паралелограма *ABCD*, то обов'язково один її кінець збігатиметься із однією з точок *A*, *B*, *C*, *D*.

"Геометрична" умова задачі 1 є такою: "Сполучити точку *B* з точкою *M* ламаною, вершини якої лежать в межах паралелограма *ABCD*, а кожна її ланка паралельна або одній з осей координат, або відрізку *BC*, або належить відрізку *BC*. При цьому, якщо деяка ланка ламаної належить одній із сторін паралелограма, то один з її кінців повинен збігатися з вершиною паралелограма".

Побудована таким чином геометрична модель породжує розв'язання задачі 1 з використанням системи координат. Розв'язання задачі 1 можна представити таким малюнком:



Мал. 3

Далі можна розглянути елементи оптимізації. Кількість перетинів ланок можна зменшити, якщо попередньо знайти найменшу кількість переливань з першої посудини в одну з інших і найменшу кількість переливань з інших посудин.

Нехай m – кількість переливань з першої посудини в другу, а n – кількість переливань з третьої посудини в першу. Тоді за умовою задачі маємо:

$$8 - m \cdot 5 + n \cdot 3 = 4,$$

звідки $m = \dfrac{4+3n}{5}$. Найменшими цілими невід'ємними числами, що задовольняють цю рівність, є $m=2$ і $n=2$. Після цього можна звернути увагу студентів на мал. 1 (ілюстрацію одержаного результату).

Задача 2 (для самостійного розв'язування). Посудина місткістю 10 *л* заповнена рідиною. Як поділити рідину на дві рівні частини за допомогою двох відер місткістю 3 *л* і 7 *л*?

Далі доцільно розглянути задачу, яка є узагальненням задач 1 і 2.

Узагальнена задача. Маємо три посудини місткістю відповідно p, q, r, причому $p + q = r$. Посудина місткістю r наповнена рідиною, а два інші – порожні. Як, використовуючи лише ці посудини, поділити рідину на дві рівні частини? (p, q і r – натуральні числа).

Розв'язання. Нехай m – кількість відливань рідини з посудини місткістю r в посудину місткістю p, а n – кількість відливань з посудини місткістю q в посудину місткістю r. Тоді $r - mp + nq = \frac{r}{2}$, звідки

$$2mp - 2nq = r.$$

Враховуючи що $p + q = r$, маємо $2mp - 2nq = p + q$, звідки $p = \frac{(2n+1)q}{2m-1}$.

Використовуючи останню формулу і враховуючи, що $m, n, p, q \in \mathbb{N}_0$, можемо отримувати різні набори значень m, q, n, p, r. Якщо $m = 1$, то результат тривіальний. Розглянемо випадок $m > 1$ і вкажемо декілька відповідних можливих значень для q, n, p, r при $m = 2$ і $m = 3$:

а) $m = 2, \quad q = 3, \quad p = 2n + 1$:

$m = 2, \quad q = 3, \quad n = 1, \quad p = 3, \quad r = 6,$

$m = 2, \quad q = 3, \quad n = 2, \quad p = 5, \quad r = 8,$

$m = 2, \quad q = 3, \quad n = 3, \quad p = 7, \quad r = 10,$

$m = 2, \quad q = 3, \quad n = 4, \quad p = 9, \quad r = 12.$

б) $m = 2, \quad q = 6, \quad p = 2(2n + 1)$:

$m = 2, \quad q = 6, \quad n = 1, \quad p = 6, \quad r = 12,$

$m = 2, \quad q = 6, \quad n = 2, \quad p = 10, \quad r = 16.$

в) $m = 3, \quad q = 5, \quad p = 2n + 1$:

$m = 3, \quad q = 5, \quad n = 1, \quad p = 3, \quad r = 8,$

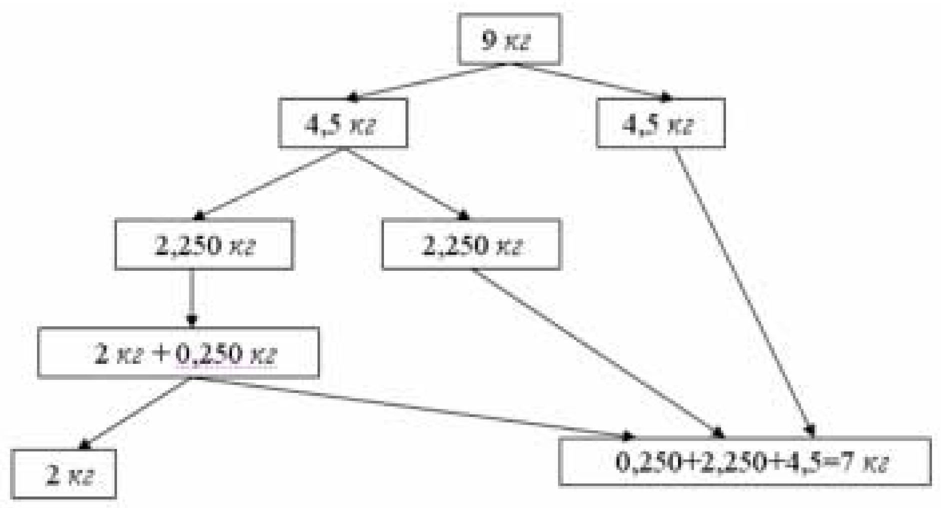
$m = 3, \quad q = 5, \quad n = 2, \quad p = 5, \quad r = 10,$

$m = 3, \quad q = 5, \quad n = 3, \quad p = 7, \quad r = 12.$

Задачі на зважування

Задача 3. У пакеті є 9 *кг* манної крупи. За допомогою трьох зважувань, маючи гирю масою 250 *г*, розділити крупу у два пакети: в один – 2 *кг*, у другий – 7 *кг*.

Розв'язання задачі подамо у вигляді схеми:



Мал. 4

Задачі на переправу

***Задача* 4.** Троє чоловіків і три жінки повинні переправитися через річку. У них є один човен, який вміщує лише двох людей. Гребти вміють всі чоловіки і лише одна жінка. Крім того, жінки вимагали, щоб на кожному з берегів жінок залишалося не більше, ніж чоловіків. Як їм переправитися через річку?

Розв'язання. Позначимо жінок $Ж_1$, $Ж_2$, $Ж_3$, а чоловіків $Ч_1$, $Ч_2$, $Ч_3$. Нехай жінка $Ж_3$ вміє гребти. Розв'язання задачі зобразимо у вигляді таблиці:

Таблиця 2

	I берег	**II берег**
1	$Ч_1$ $Ч_2$ $Ч_3$ $Ж_1$ $Ж_2$ $Ж_3$	–
2	$Ч_1$ $Ч_2$ $Ч_3$ $Ж_1$	$Ж_2$ $Ж_3$
3	$Ч_1$ $Ч_2$ $Ч_3$ $Ж_1$ $Ж_3$	$Ж_2$
4	$Ч_1$ $Ч_2$ $Ч_3$	$Ж_1$ $Ж_2$ $Ж_3$
5	$Ч_1$ $Ч_2$ $Ч_3$ $Ж_3$	$Ж_1$ $Ж_2$

6	Ч$_3$ Ж$_3$	Ч$_1$ Ч$_2$ Ж$_1$ Ж$_2$
7	Ч$_1$ Ч$_3$ Ж$_1$ Ж$_3$	Ч$_2$ Ж$_2$
8	Ч$_1$ Ж$_1$	Ч$_2$ Ч$_3$ Ж$_2$ Ж$_3$
9	Ч$_1$ Ч$_2$ Ж$_1$ Ж$_2$	Ч$_3$ Ж$_3$
10	Ж$_1$ Ж$_2$	Ч$_1$ Ч$_2$ Ч$_3$ Ж$_3$
11	Ж$_1$ Ж$_2$ Ж$_3$	Ч$_1$ Ч$_2$ Ч$_3$
12	Ж$_1$	Ч$_1$ Ч$_2$ Ч$_3$ Ж$_2$ Ж$_3$
13	Ж$_1$ Ж$_3$	Ч$_1$ Ч$_2$ Ч$_3$ Ж$_2$
14	–	Ч$_1$ Ч$_2$ Ч$_3$ Ж$_1$ Ж$_2$ Ж$_3$

Задача 5 (для самостійного розв’язування). Чоловік, жінка і двоє дітей повинні переправитися на протилежний берег річки за допомогою одного човна. Чоловік і жінка важать по 100 *кг*, а діти – по 50 *кг*. Човен витримує 150 *кг*. Кожен уміє гребти. Як всім переправитися на протилежний берег річки?

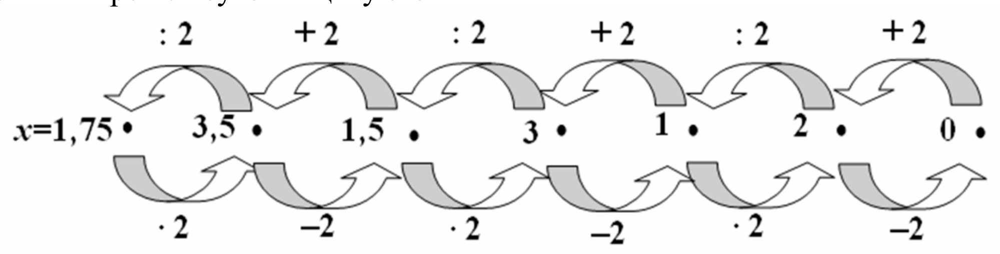
Задачі на докладання і вилучення

Задача 6. Троє чоловіків прийшли до перукаря. Поголивши першого, перукар сказав: “Подивися, скільки грошей у ящику стола, поклади стільки ж і візьми 2 гривні здачі”. Те ж саме він сказав другому і третьому чоловікам. Після того, як всі троє пішли, виявилося, що в ящику грошей немає. Скільки грошей було в ящику стола перед оплатою першого чоловіка?

Розв’язання. Позначимо значення початкової і наступної сум грошей точками на площині, а дії над цими сумами – стрілками. На початку кожної стрілки зазначимо суму грошей, над якою виконується певна дія, на кінці стрілки – результат дії. Над кожною стрілкою запишемо дію, яку виконуватимемо над числом, зазначеним на початку стрілки.

Пошук розв’язку зображено на малюнку 5 стрілками, що розміщені зверху (вони мають напрям “справа наліво”). За допомогою стрілок, розміщених знизу, здійснено перевірку правильності знайденого розв’язку.

Відповідь: 1 *грн*. 75 *коп*.



Мал. 5

Задача 7 (для самостійного розв’язування). В банку знаходиться *x грн*. Його послідовно відвідують *n* осіб. Перший відвідувач вносить певну суму, в результаті чого кількість грошей в банку збільшується в P_1 разів. Після цього він забирає з банка q_1 гривень. Другий відвідувач збільшує кількість грошей в P_2 разів і забирає з банка q_2 гривень і т.д. Після *n*-го відвідувача в банку залишається *a грн*. Скільки грошей було в банку спочатку?

Відповідь: $x = \dfrac{\sum\limits_{j=1}^{n-1}\left(q_j \cdot \prod\limits_{i=j+1}^{n} p_i\right) + q_n + a}{\prod\limits_{i=1}^{n} p_i}$.

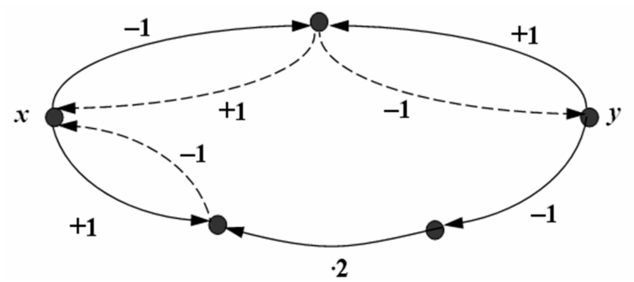
Задачі на розв’язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь

Задача 8. На площі співають два хори. Якщо з одного хору один співак перейде в другий хор, то співаків в хорах стане однакова кількість. Якщо з другого хору один співак перейде в перший, то в першому хорі стане в два рази більше співаків, ніж у другому. Скільки співаків у кожному хорі?

Розв'язання. Нехай у першому хорі – x співаків, у другому – y співаків. Тоді за умовою задачі маємо таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} x-1=y+1, \\ x+1=2(y-1). \end{cases}$$

При розв'язуванні цієї системи можна використати граф-схему. При цьому потрібно пояснити студентам правила побудови граф-схеми, а також алгоритм знаходження розв'язку системи за побудованою граф-схемою. Граф-схема має вигляд:



Мал. 6

Використовуючи граф-схему, складемо рівняння для знаходження x і y.

Рухаючись за годинниковою стрілкою, для x маємо:

$$(x-1-1-1)\cdot 2-1=x \Rightarrow x=7\,.$$

Рухаючись за годинниковою стрілкою, для y маємо:

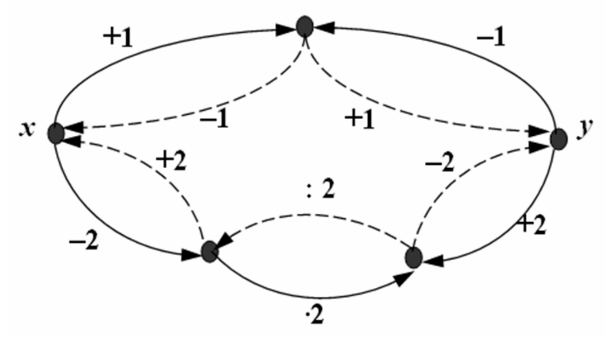
$$(y-1)\cdot 2-1-1-1=y \;\Rightarrow\; y=5\,.$$

Відповідь: у першому хорі – 7 співаків, у другому – 5 співаків.

Для закріплення можна розглянути подібну задачу.

Задача 9. У двох друзів є горіхи. Один сказав: "Дай мені один свій горіх і у мене буде стільки ж горіхів, як і в тебе". Другий відповів: "Дай мені два твоїх горіхи, і в мене стане вдвічі більше, ніж у тебе". Скільки горіхів було у кожного з друзів на початку розмови?

Розв'язання. Нехай у першого хлопчика – x горіхів, у другому – y горіхів. За умовою задачі маємо таку систему рівнянь: $\begin{cases} x+1=y-1, \\ 2(x-2)=y+2. \end{cases}$ Граф-схема має вигляд:



Мал. 7

Рухаючись за годинниковою стрілкою, для x маємо:

$$(x+1+1+2):2+2=x \Rightarrow x=8\,,$$

для y маємо:

$$(y+2):2+2+1+1=y \;\Rightarrow\; y=10\,.$$

Відповідь: у першого хлопчика – 8 горіхів, у другого – 10 горіхів.

Зауваження. Для знаходження значень

x і y можна рухатися вздовж побудованої граф-схеми проти годинникової стрілки.

Для попередньої задачі, рухаючись вздовж побудованої граф-схеми проти годинникової стрілки, одержимо для x:

$$(x-2)\cdot 2-2-1-1=x \Rightarrow x=8,$$

для y:

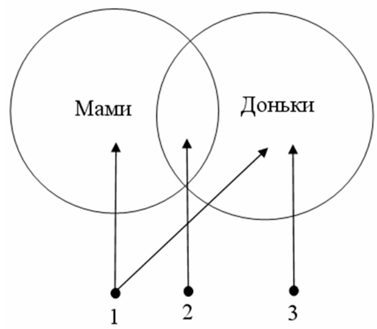
$$(y-1-1-2)\cdot 2-2=y \Rightarrow y=10.$$

Зрозуміло, що розглянуті задачі можна розв'язати іншими методами. Разом з тим, запропонований метод є яскравою ілюстрацією розв'язування найпростіших систем лінійних алгебраїчних рівнянь за допомогою граф-схем.

Задачі на взаємні співвідношення

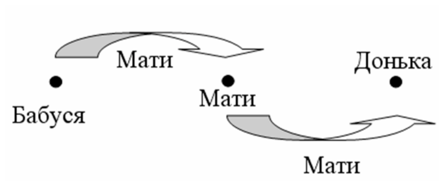
Задача 10. Дві мами і дві доньки з'їли за сніданком три пиріжки. Причому кожна із них з'їла по одному пиріжку. Як це можна пояснити?

Аналіз задачі можна провести за допомогою кругів Ейлера (мал.8).



Мал. 8

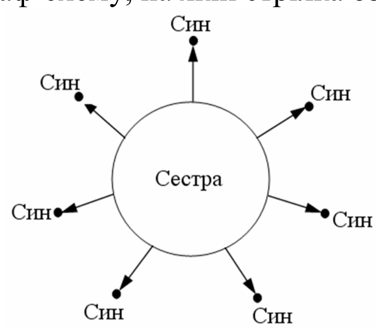
Пояснення до наведеної в умові задачі ситуації дає така граф-схема:



Мал. 9

Задача 11. Батько має сім синів. У кожного із синів є по одній сестрі. Скільки дітей у сім'ї?

Розв'язання. Зобразимо граф-схему, на якій стрілка означає "бути сестрою":



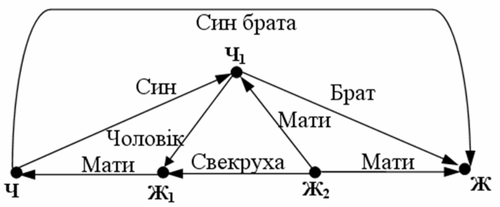
Мал. 10

Відповідь: у сім'ї вісім дітей: сім синів і одна донька.

Задача 12. Ішли двоє. Їм зустрівся по дорозі незнайомий і привітався: "Добрий день, чоловіче і дружино". Йому відповідають: "Ми не чоловік і дружина, а моя мати – свекруха його матері". Ким доводяться один одному ці двоє?

Розв'язання. Відповідь на запитання дозволяє знайти побудована граф-схема (мал.11).

Відповідь: Жінка з сином свого брата (племінником).

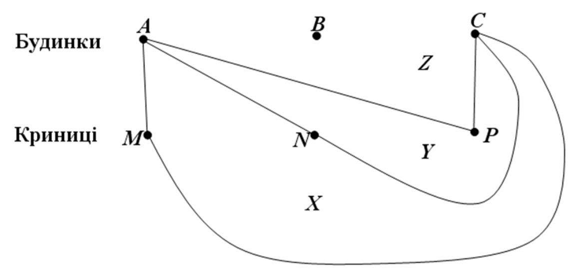


Мал. 11

Класична задача дискретної математики

Задача 13. У лісі є 3 будинки і 3 криниці. Господар кожного дому хоче побудувати дороги від свого дому до кожної криниці. За задумом усіх господарів дороги не повинні перетинатися (за винятком місць, де розміщено будинки і криниці). Чи можна це зробити?

Розв'язання. Нехай *A*, *B*, *C* – будинки, *M*, *N*, *P* – криниці. Зобразимо можливі дороги від будинків *A* і *C* до криниць *M*, *N*, *P* і з'ясуємо, чи можна побудувати від будинку *B* до всіх трьох криниць дороги, які б не перетинали побудовані дороги (за винятком місць, де розміщено будинки і криниці).



Мал. 12

Побудована граф-схема (мал. 12) поділяє площину на три множини точок *X*, *Y*, *Z*. Будинок *B* може знаходитися в одній з цих множин.

Розглянемо можливі випадки розміщення точки *B*:

1) $B \in Z$. Тоді неможливо побудувати дорогу до *N*, бо *N* – внутрішня точка множини $X \bigcup Y$, а *B* – зовнішня точка по відношенню до цієї множини.

2) $B \in X$. Тоді неможливо побудувати дорогу до *P*, бо *P* – зовнішня точка по відношенню до множини *X*, а *B* – внутрішня.

3) $B \in Y$. Тоді неможливо побудувати дорогу до *M*, бо *M* – зовнішня точка по відношенню до множини *Y*, а *B* – внутрішня.

Отже, побудувати дороги від будинків *A*, *B*, *C* до криниць *M*, *N*, *P*, які б задовольняли умову задачі, неможливо.

1. *Емеличев В.А. Лекции по теории графов. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 384 с.*
2. *Оре О. Теория графов. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1980. – 336 с.*

Резюме. **Лещинский О.Л., Тихонова В.В., Томащук А.П., Гроза В.А. ПРОПЕДЕВТИКА ИЗУЧЕНИЯ ТЕОРИИ ГРАФОВ ПУТЕМ РЕШЕНИЯ ЭВРИСТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**. *В статье рассматривается один из способов осуществления пропедевтики изучения теории графов: путем решения эвристических задач.*

Summary. **Leschinski O., Tihonova V., Tomaschuk A., Groza V. STUDYING PREPARATION OF THE GRAPH THEORY THROUGH EVRISTIC TASKS.** *One of the methods of realization of the graph theory studying preparation – through evristic tasks – is considered.*

Надійшла до редакції 2.03.2008 р.

ВИКОРИСТАННЯ ПРИЙОМІВ ПЕДАГОГІЧНОЇ ТЕХНІКИ ПРИ КОНСТРУЮВАННІ УРОКУ МАТЕМАТИКИ

Ю.Г.Тимко,
асистент,
Донецький національний університет,
м. Донецьк, УКРАЇНА

Розкриті прийоми педагогічної техніки та наведено приклади використання деяких з них на уроках математики.

За останні роки в системі освіти України проведена значна робота з удосконалення та перебудови процесу навчання, що створює передумови для якісно нової побудови уроку.

Не зважаючи на велику кількість впровадження нових форм навчання, на сьогоднішній день урок залишається основною організаційною формою навчання у школі. "Урок – це сонце, навколо якого, як планети, обертаються усі інші форми навчальних занять"(М.М.Верзилин).

Вивчення історії педагогіки показує, що як правило, форма в своєму розвитку, відстає від вдосконалення сутності процесу навчання. Тобто, новий по сутності процес намагаються уложити у дотеперішні рамки.

Поняття "урок" має характерні риси (основні характеристики): мета (навчальна), зміст, засоби і методи навчання, організація навчальної діяльності.

Проблемам, пов'язаним з ефективністю уроку, класифікацєю уроків, вимогам до уроку присвячено багато досліджень. Цією проблемою займалися С.В.Іванов, Г.Д.Кирилова, В.О.Онищук, М.Л. Портнов, О.І.Помету, Л.В.Пироженко та інші. Головні зміни у побудові уроку викликані необхідністю підвищити розвивальну та виховну функції уроку.

Як підготувати якісний сучасний урок, такий, щоб відповідав усім багатогранним вимогам, найприскіпливішим побажанням?

Суть підготовки вчителя до уроку полягає в тому, щоб враховуючі наявні педагогічні умови (характер навчального матеріалу, склад учнів, обладнання, резерви часу і т.ін.), наперед передбачити й обрати оптимальні шляхи та засоби керування навчально-виховною діяльністю учнів, домагатися найвищих показників ефективності уроку в цих умовах [1]. Підготовка уроку включає три органічно нерозривні стадії: а) діагностику об'єктивних умов навчально-виховного процесу, аналіз факторів, що діятимуть на уроці; б) прогнозування ефективності уроку та досягнень учнів; в) складання програми керування навчально-виховною діяльністю учнів на уроці.

Детально зупинимось на останньому пункті, де вчитель виступає керівником навчально-виховного процесу. Якщо розглядати функції вчителя – то цей вид діяльності відповідає організаторській функції, яка передбачає організацію різноманітних форм, прийомів навчальної та позашкільної роботи і виражається у педагогічній техніці вчителя.

Педагогічна техніка – це складова педагогічної майстерності, яка передбачає володіння комплексом прийомів, які дають вчителеві можливість глибше, яскравіше, талановитіше виявити свою позицію і досягти успіхів у виховній роботі [2].

Поняття «педагогічна техніка» містить дві групи складників. Перша група пов'язана з умінням педагога керувати своєю поведінкою: техніка володіння своїм організмом (мімікою, пантомімікою); керування емоціями, настроєм для зняття зайвого психічного напруження, збудження творчого самопочуття; опанування умінням соціальної перцепції (техніка керування увагою, уявою); техніка мовлення (керування диханням, дикцією, темпом мовлення). Друга група пов'язана з умінням вплинути на особистість і колектив: техніка організації контакту, управління педагогічним спілкуванням, техніка навіювання тощо.

Ціль нашої статті – охарактеризувати прийоми педагогічної техніки та навести приклади використання таких прийомів на уроках математики.

А.О.Гін сформулював прийоми управління класом, підтримки дисципліни та уваги; технології організації традиційних та нетрадиційних форм роботи на уроці, прийоми забезпечення ефективності перевірки знань і таке інше, а також дидактичні прийоми: як зацікавити учнів уроком, цікаво повторити пройдений матеріал, навчити грамотно будувати свою мову та інше [3]. Проте, особливості прийомів педагогічної техніки на уроках математики у школі, на наш погляд, розглянуті недостатньо і потребують більш детальної розробки.

Сучасна дидактика пропонує вчителеві великій вибір прийомів організації навчальної діяльності, за допомогою яких він може розв'язувати різноманітні завдання. Ефективність підбору прийому залежить від якості підбору завдань з предмету та майстерності керування діяльністю учнів.

Прийом організації діяльності (педагогічної техніки) визначається як опис системи дій учнів та учителя, який виконується у певному порядку та спрямований на розв'язок навчальних задач. Істотні ознаки прийомів організації діяльності такі ж самі як і прийомів діяльності:

– прийом – найбільш раціональний спосіб роботи, який складається з окремих дій;

– склад прийому може бути виражено у вигляді правила, інструкції, припису і т.ін;

– прийом володіє властивістю перенесення на іншу задачу (інший клас задач);

– прийом можно перебудувати і створити на його основі новий прийом.

У склад прийому може входити не тільки певна система дій, але і словесно сформульоване судження про те, які дії і як варіювати. Відмінність прийому від алгоритму полягає в тому, що алгоритм передбачає жорстке виконування кроків, а прийом дає загальний напрям діяльності на розв'язок навчальних задач, без зайвого регламенту.

Будь-який урок має свій состав і етапи. У состав уроку входять структурні елементи: компоненти, етапи уроку [4]. У практиці навчання частіше виділяють наступні основні етапи уроку:

- постановка цілей уроку, мотивація;
- перевірка домашнього завдання;
- повторення вивченого матеріалу;
- пояснення нового матеріалу;
- закріплення вивченого;
- узагальнення та систематизація нових знань;
- контроль знань та умінь учнів;
- постановка домашнього завдання, підведення підсумків уроку.

Знання особливостей кожного з етапів, володіння методиками їх організації, дозволяють вчителеві цілеспрямовано конструювати різноманітні за своєю структурою та призначенням уроки, які відрізняються поєднанням їх компонентів, значущістю кожного із них, тривалістю та взаємодією.

Для кожного етапу уроку нами наведено приклади прийомів, які може використовувати вчитель, при конструюванні уроку математики.

Постановка цілей уроку, мотивація.

*“**Мікрофон**”* – учні за допомогою “мікрофону” самостійно формулюють цілі та позитивну мотивацію до вивчення теми. Цей прийом доцільно використовувати і на інших етапах уроку, зокрема під час підведення підсумків уроку.

“***Приваблива ціль***” – перед учнем ставиться проста, зрозуміла та приваблива ціль, виконуючи яку, він виконує і ту навчальну дію, яку планує педагог.

Приклад. Ціль для вчителя звучить так – розглянути властивості функції: нулі функції, проміжки знакосталості, зростання і спадання функції, формувати в учнів відповідні уміння. Для учня ця ціль дається в такій оболонці: в мене є аналізи кардіограми людини у різних її станах (спокою, хвилюванні, при фізичному навантаженні). Чи не допоможете ви мені проаналізувати кожну з них?

"***Дивуй***" – вчитель знаходить такий кут зору, при якому навіть звичайне стає дивовижним.

Дуже близький до цього прийому прийом "***Відстрочена відгадка***" – на початку уроку вчитель дає загадку (дивовижний факт), відгадка на яку буде відкрита на уроці під час опрацьовування нового матеріалу.

Приклад. Для теми "Тотожні перетворення виразів", 7 клас вчитель починає урок із загадки: "Загадайте будь-яке число. Помножте його на два, додайте до отриманого результату чотири, поділіть одержане число на 2 та відніміть від нього загадане число. Кожен із вас, не зважаючи на те, яке число загадав спочатку, отримав однаковий результат – число 2. Чому так вийшло, ми розглянемо на сьогоднішнім уроці".

Перевірка домашнього завдання.

"***Коментатор***" – учням демонструється кіно чи відео фільм, анімація, але з відключеним звуковим супроводженням. Учням пропонується озвучити його. Для предмету математики, цей прийом доцільно використовувати, якщо перевіряти теоретичний матеріал за темою.

"***Опитування по ланцюжку***" – відповідь одного учня переривається у будь-якому місті та передається іншому учню. І так декілька раз до повної відповіді.

"***Взаємоперевірка***" – учні проводять перевірку один одного, після чого порівнюють відповіді з відповіддю вчителя, чи учня біля дошки.

Повторення вивченого матеріалу.

"***Епіграф***" – кожному учню (чи групі учнів) дається пронумероване тестове завдання з варіантами відповідей. Після виконання завдання кожен учень говорить номер завдання (він відповідає номеру літери в епіграфі) та букву. Правильні відповіді усіх учасників опитування дають змогу побачити епіграф на дошці до уроку.

Приклад. Тема "Взаємне розташування прямих на площині, 7 клас"

Епіграф – навчаємося діючи. (15 літер – 15 учнів чи пар опитуються)

1. Бисектиса кута це ...

к) полупряма, яка проходить між сторонами кута;

л) промінь, який поділяє кут навпіл і проходить між його сторонами;

м) відрізок, який поділяє кут на два рівних кута;

н)+ промінь, який виходить з вершини кута, проходить між його сторонами і ділить кут пополам.

2. Кут, суміжний з гострим ...

а)+ тупий; б) гострий;

в) прямий; г) розгорнутий...

"***Опитування-естафета***" – проводиться між рядами. Учитель роздає учням перших парт дидактичні картки із запитаннями, вони відповідають та передають далі.

"***Чомучка***" – група учнів обмінюються заготовленими вдома запитаннями, які починаються словами "чому"?

Приклад.

Приклади запитань до теми "Квадратний тричлен, його корені. Розкладання квадратного тричлена на лінійні множники, 8 клас"

"Чому не завжди можна застосувати теорему Вієта до квадратного рівняння?"

"Чому квадратний тричлен може не мати коренів?"

"Чому дорівнює квадратний тричлен, якщо розкласти його на множники?"

"Чому дорівнюють корени квадратного тричлена, дискримінант якого дорівнює 0?" і т.ін.

"Математична мозаїка" – група учнів отримує картки, на яких запропоновано набір слів, з яких потрібно скласти задані поняття.

Приклад. Поняття синус гострого кута прямокутного трикутника.

Слова: називають, дріб, відношення, добуток, протилежного, прилеглого, катета, гіпотенузи, до, на.

Правильна відповідь: синусом гострого кута прямокутного трикутника називають відношення протилежного катету до гіпотенузи.

"***Пароль***" – привітавшись, учитель не пропонує учням сісти (ряду, або конкретним учням), а просить назвати (не повторюючись) ланцюжком суттєве для матеріалу попереднього уроку слово – пароль.

Приклад. “Трикутники, 7 клас”.

Вершини трикутника, сторони трикутника, кути трикутника, трикутник, фігури, рівні фігури, площа фігури, елементи трикутника, види трикутника, рівнобедрений трикутник, рівносторонні трикутники, прямокутні трикутники, правильні трикутники, бісектриса трикутника, медіана трикутника, висота трикутника ...

Пояснення нового матеріалу.

“***Шпаргалка***” – на цьому етапі учні (чи група учнів), створюють власну шпаргалку на великому аркуші, яка є опорною схемою матеріалу, що вивчається.

“***Мозковий штурм***” – напрацювання учнями (групою учнів) будь-яких ідей для розв’язування проблеми, відбір та аналіз результатів.

*”**Лови помилку**”* чи “***не лови гав***” – пояснюючи матеріал вчитель навмисно пропускає частину речення чи робить помилку у математичних викладках, а потім за допомогою учнів чи без, повертається до неї. Може бути і така варіація цього прийому: учень отримує розбір розв’язку задачі, де припущена помилка, яку йому потрібно знайти і виправити. Учень виступає у ролі вчителя.

Приклад. Будь-які первісні (пропускається для однієї й тій самої функції) відрізняються одна від одної на постійний доданок. Потім вчитель повертається до пропущеної частини, і тим самим акцентує увагу учнів на її важливість.

Приклад. Розв’язати нерівність

$$\sqrt{x^2 - x - 12} < x .$$

Розв’язок: $x^2 - x - 12 < x^2$, звідки $x > -12$.

Приклад. Розв’язати рівняння

$$\log_2^2\left(x^2\right) + 4\log_2 x - 8 = 0 .$$

Розв’язок:

$2\log_2^2 x + 4\log_2 x - 8 = 0$, $t = \log_2 x$, $2t^2 + 4t - 8 = 0$, $t_1 = -1 - \sqrt{5}$, $t_2 = -1 + \sqrt{5}$, звідки $x_1 = 2^{-1-\sqrt{5}}$, $x_2 = 2^{-1+\sqrt{5}}$.

Закріплення вивченого.

*“**Вірю-не вірю**”* – учням пропонується відповісти на запитання, що починаються словами “чи вірити ви?”

Приклад. “Вектори на площині, 9 клас”.

“Чи вірити ви, що існує вектор, довжина якого дорівнює 0?”

“Чи вірите ви, що для будь-якого вектора існує тільки один колінеарний?”

“Чи вірите ви, що скалярний добуток векторів приймає тільки невід’ємні значення?”...

*“**Так і ні**”* – учитель загадує дещо (поняття, формулу, можливий варіант коли дається речення, а учням потрібно відповісти, про що йдеться). Учні ставлять запитання, на які відповідає відповісти тільки “так”, “ні” або “і так і ні”. Після гри обговорюються питання, які були сильними, а які ні.

Приклад. Вчитель говорить “Чим більше в ліс, тим більше дров”. Про що йдеться.

Це прислів’я? – так.

Воно якось пов’язане з нашою темою? Так.

Це епіграф до уроку? Ні.

Це прислів’я пов’язане з функцією? Так.

Це приклад якоїсь функції? І так і ні.

Це властивість функції? Так.

Йдеться про монотонність функції (зростання)? Так.

Узагальнення та систематизація нових знань.

«Я вже знаю» – вчителем пишеться поняття на дошці, учень повинен написати як можна більше слів, пов’язаних з цим поняттям.

Приклад. Синусоїда – функція, періодична, гармонічне коливання, непарна, обмежена, найбільше значення 1, найменше –1, необмежена, невід’ємна для $x \in [2\pi k; \pi + 2\pi] ...$

“***Чорна скринька***” – у чорній скринці знаходяться моделі фігур, чи тіл. Учитель може описати деякі його властивості, а може і не описувати. Учням по правилу прийому “так і ні говорити” потрібно відгадати, що знаходиться у ящику.

Приклад. У мене в руці многогранник, який має 8 вершин.

– Усі його грані є прямокутниками?

– Ні.

– Серед його граней є паралелограми?

– Так.

– Бокові ребра його перпендикулярні до основи?

– Так.

– Цей многогранник – пряма чотирикутна призма, в основі якої – паралелограм.

“***Завдання на відповідність, послідовність, на виключення зайвого, на виявлення загальних закономірностей***” – учню потрібно встановити відповідність між поняттям та його визначенням, чи з’ясувати правильність послідовності при наведені переліку понять, чи виключити зайве поняття, яке не належить до певного класу понять.

Контроль знань та вмінь учнів.

Прийоми усного опитування (базовий лист контролю, світлофор, показникові відповідь, тихе опитування, магнітофонне опитування і таке інше) а також прийоми письмового опитування (вибірковий контроль, тренувальна контрольна робота, бліц-контрольна, релейна контрольна робота...) досить детально описані у роботі А.О.Гіна [3], тому ми не будемо зупинятися на них.

Постановка домашнього завдання, підведення підсумків уроку.

*“**Незакінчений вислів**”* – учні повинні закінчити фрази: сьогодні на уроці я узнав, що; самим трудним для мене було; раніше я не знав, що ...

*“**Лист до самого себе**”* чи *“**телеграма**”* – учню пропонується написати лист до себе або телеграму батькам, про те, що було вивчено на уроці, які питання викликали інтерес, а які були трудні для розуміння.

“Дерево вивченого” – на базі вивченого матеріалу, колективно або в групах учні пригадують ті факти що пройшли на уроці, тим самим заповнюючи гілки дерева, яке намальоване на дошці.

Таким чином, у нашій статті ми наводимо приклади використання деяких прийомів педагогічної техніки при конструюванні уроку математики. Цей перелік не претендує на повноту, він може доповнюватися та змінюватися. Але використання таких прийомів на практиці дає змогу:

– підвищити активність учнів на всіх етапах формування ЗНВ;

– забезпечити достатню по об’єму і різноманітну по якості роботу учнів;

– дати можливість проявити свої здібності учню.

Використання наведених прийомів не повинно ставати самоціллю, а повинно підкорятися освітнім цілям, змісту, навчальним задачам на кожному конкретному етапу уроку.

1.Підласий І.П. Як підготувати ефективний урок: Кн. для вчителя. – К.:Рад.шк.,1989. – 204 с.

2.Педагогічна майстерність: Підручник/ І.А.Зязун, Л.В.Крамущенко, І.Ф.Кривонос та ін.; За ред. І.А.Зязуна. – 2-ге вид., допов. і переробл.К.:Вища школа,2004.-422с.

3.Гин А.А. Приемы педагогической техники: Свобода выбора. Открытость. Деятельность. Обратная связь. Идеальность: Пособие для учителя. – М.: Вита-Пресс, 1999. –88 с.

4.Онищук В.А. Урок в современной школе: Пособие для учителя. – 2-е изд., перераб. – М.: Просвещение, 1986. – 160с.

5.Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання: Наук.-метод. посіб./ О.І.Помету, Л.В.Пироженко. За ред. О.І.Помету. – К.: Видавництво А.С.К., 2004. – 192с.

Резюме. **Тымко Ю.Г. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРИЕМОВ ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ ПРИ КОНСТРУИРОВАНИИ УРОКА МАТЕМАТИКИ.** *В статье раскрыты приемы педагогической техники и приведены примеры использования некоторых из них на уроках математики.*

Summary. **Tymko Y. IMPLEMENTATION OF EDUCATIONAL TECHNIQUES IN A MATH LESSON FRAMING.** *The article describes concepts of educational techniques and provides examples of implementing such approaches in math lessons.*

Надійшла до редакції 21.05.2008 р.

ГЕНДЕРНЫЕ РАЗЛИЧИЯ В УСВОЕНИИ МАТЕМАТИКИ: РЕАЛЬНОСТЬ ИЛИ ИЛЛЮЗИЯ?

В.Л.Дрозд,
кандидат педагог. наук, доцент,
Беларуский государственный педуниверситет им. М.Танка,
г.Минск, БЕЛАРУСЬ

Обговорюється проблема гендерних розходжень у засвоєнні математики учнями середньої школи.

В середине 70-х годов XX века в США было осуществлено сравнительное исследование учебных достижений по математике учащихся разного пола. Исследование финансировал Национальный Фонд Науки США. Руководители исследования E.Fennema и J.Sherman [10], [11] доказали, что девочки (девушки) – учащиеся средних школ – хуже усваивают математику, чем их одноклассники мужского пола. Это исследование положило начало новому направлению в дидактике математики, ориентированному на изучение феномена гендерных различий в усвоении математики. Поиску причин этих различий посвящены многочисленные исследования в разных странах. Библиография по проблеме гендерных различий насчитывает сотни научных статей и книг.

Некоторые исследователи находят преимущество учащихся мужского пола в изучении математики неизбежным, вытекающим из генетических и психологических различий между полами. Например, J.Stanley, и C.Benbow [30] полагают, что математика как учебный предмет соответствует генетическим особенностям девочек в меньшей степени, чем мальчикам. Поэтому с этим фактом необходимо смириться так же, как мирятся с разницей в физических возможностях мальчиков и девочек.

E.Maccoby и C.Jacklin [22] установили, что у девочек пространственное мышление развито в меньшей степени, чем у мальчиков. Поэтому усвоение геометрического материала, а, возможно, и некоторых других разделов школьной математики сопряжено у них с большими трудностями, чем у мальчиков.

R.Ambrose, T.Carpenter, L.Levi [6], [13] и др. считают, что девочкам и мальчикам присущи разные модели поведения на уроках. Мальчики чаще девочек пытаются исследовать, экспериментировать, решать нестандартные задачи. По мнению J.Hyde, S.Lamon и др. [19], девочки неохотно решают нестандартные задачи и реже мальчиков добиваются успеха.

N.Noddings [27] видит причину отставания девочек в математической подготовке в непрестижности этой учебной дисциплины в глазах девочек и их родителей. Это является отражением социальных процессов, которые разделяют профессии на «мужские» и «женские». Последние в большинстве своем не требуют знания математики. Поэтому, считают H.Forgasz, J.Leder и C.Vale [16], девочки чаще, чем мальчики негативно относятся к математике как учебному предмету.

Ряд исследователей – J.Eccles, P.Blumenfeld, M.Koehler, G.Leder [9], [20], [21] – видит источник трудностей девочек в изучении математики том, что учителя исходят из установки, что девочки в меньшей степени способны усваивать математику, чем мальчики. Поэтому на уроках учителя уделяют больше времени мальчикам – чаще вызывают к доске, спрашивают, чаще хвалят, подбадривают, порицают. По мнению H.Forgasz, G.Leder, P.Kloosterman [17] в установках учителей проявляется глубоко укоренившийся в обществе стереотип, что математика это «мужская» научная область.

Эти стереотипы влияют на обе стороны процесса обучения – и на учителей и на учащихся.

E.Fennema и P.Peterson [12] считают, что некоторые методы преподавания математики в большей степени соответствуют познавательным особенностям мальчиков, чем девочек. H.Forgasz, G.Leder и P.Gardner [15] полагают, что причина гендерных различий в содержании учебников и учебных пособий. В некоторых странах в учебных пособиях по математике для учащихся доминируют персонажи мужского пола, «мужские» профессии, а также явления и объекты, представляющие больший интерес для мальчиков, чем для девочек.

Анализ работ этих и других авторов позволяет заметить, что их исследования осуществлялись на сравнительно небольших и недостаточно стратифицированных выборках, либо являлись обобщением чужих исследований. Поэтому содержащиеся в них выводы не претендуют и не могут претендовать на общность. Некоторые публикации – особенно 70-80-х годов прошлого века – пронизаны феминистским духом. Такого же мнения придерживается E.Fennema, один из самых авторитетных специалистов по гендерным проблемам обучения: «Слишком часто исследования [гендерных различий в усвоении математики – В.Д.] обеспечивают в лучшем случае неполную картину и только увековечивают веру в то, что женщины так или иначе не способны изучать математику и работать в области математики [14, С. 16]».

В СССР и в странах – бывших республиках СССР, по мнению российских психологов [4, 5], исследование «гендерных различий пока еще лишь делает первые шаги».

Итак, в многочисленных исследованиях выявлены психологические, социальные, дидактические особенности усвоения математики учащимися женского пола. Однако эти исследования не дают ответ на главный вопрос: действительно ли учебные достижения по математике у девочек-школьниц ниже, чем у мальчиков. Результаты глубокого исследования E.Fennema и J.Sherman [10], [11] могут быть справедливы только для американских учащихся. Их нельзя распространять на школьников других стран, или на школьников вообще.

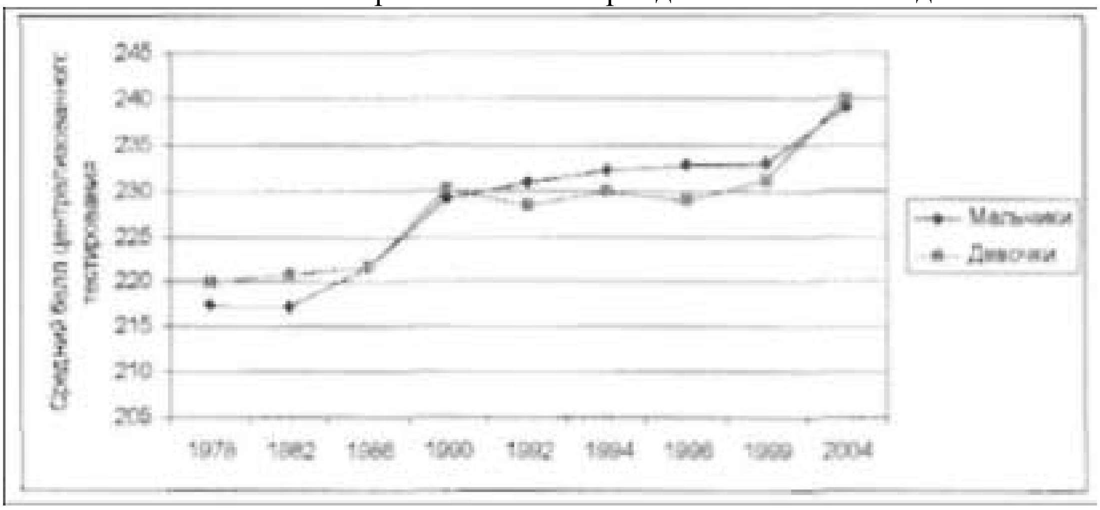
Более того, выводы E.Fennema и J.Sherman потеряли свою силу и для современных американских школьников. На диаграмме 1 представлены данные централизованного тестирования учащихся США за большой промежуток времени – с 1978 по 2004 годы. Длительный мониторинг успеваемости учащихся по математике не выявил устойчивого и достоверного превосходства учащихся того или другого пола. Поэтому выводы E.Fennema и J.Sherman не могут распространяться на американских школьников в целом. Их справедливость локализована 70-ми годами XX столетия.

Таким образом, проблема выявления гендерно обусловленных различий в математической подготовке школьников в настоящее время не решена. Если гендерные различия существуют в средней школе, то это означает, что девочки и мальчики находятся в неравных условиях для получения среднего математического образования, которое является важной составляющей общего (среднего) образования. Иными словами, школьники и школьницы могут находиться в неравных условиях для достижения целей общего (среднего) образования, которые состоят в обеспечении самостоятельности личности, дальнейшего ее самоопределения и творческой самореализации в различных сферах жизнедеятельности. Таким образом, проблема гендерных различий в усвоении курса математики средней школы имеет выраженный гуманитарный характер.

Решение проблемы гендерных различий возможно при исследовании больших интернациональных выборок учащихся. Такие исследования проводились, начиная с конца 50-х XX столетия.

Диаграмма 1

Результаты централизованного тестирования девочек и мальчиков 9-летнего возраста США за период с 1978 по 2004 год



В 1959-1962 годах было осуществлено пилотное сравнительное исследование математического образования в 12 странах (Бельгии, Великобритании, Финляндии, Франции, ФРГ, Израиле, Польше, Шотландии, Швеции, Швейцарии, США и Югославии). В этом исследовании было установлено, что влияние пола учащихся на успешность изучения математики не является безусловным. В некоторых странах мальчики превосходили девочек (Бельгии, Польше, США и ФРГ), в некоторых странах уровень достижений мальчиков и девочек был примерно одинаков (Швеция, Шотландия), в остальных странах более высокие результаты показали девочки.

Методика исследования, выработанная в пилотном проекте, была использована в следующем проекте – FIMS (First International Mathematics Study) в 1963-1967 годах. В проекте участвовали учащиеся 13 и 17-18-летнего возраста из 12 развитых стран (Австралии, Бельгии, Великобритании, Израиля, Нидерландов, США, Финляндии, Франции, ФРГ, Швеции, Шотландии, Японии).

В отличие от предыдущего исследования в США гендерные различия выявлены не были. В Бельгии, Великобритании, Японии и Нидерландах мальчики существенно превосходили девочек.

В 1977-82 годах был осуществлен сравнительный анализ обучения математике 13-летних учащихся 15 развитых и 6 развивающихся стран (SIMS – Second International Mathematics Study). Для обеспечения связи между FIMS и SIMS целевая группа последнего состояла их 13-летних учащихся и выпускников средней школы. Группа стран-участниц FIMS (Бельгия, Великобритания, Израиль, Нидерланды, США, Финляндия, Франция, Швеция, Шотландия, Япония) пополнилась новыми странами – Канадой, Гонконгом, Венгрией, Люксембургом, Новой Зеландией, Швейцарией и двумя развивающимися странами – Нигерией и Таиландом.

Во всей выборке 13-летних школьников девочки лучше мальчиков справились с контрольными заданиями. В выпускных классах всех стран мальчики превосходили девочек во всех компонентах программы по математике.

В последующих международных исследовательских проектах (IAEP I, 1988, IAEP II, 1991) связь между полом учащихся и математической подготовкой не изучалась.

В 1995 и 2003 годах были осуществлены грандиозные проекты – TIMSS (Third International Mathematics and Science Study) и TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study). В них приняли участие

41 и 46 стран соответственно и более 500 000 учащихся в каждом.

В международных проектах TIMSS и TIMSS-2003 были учтены недостатки предыдущих исследований. Они были хорошо спланированы и осуществляли их хорошо подготовленные высокопрофессиональные коллективы. Пол учащихся учитывался в каждой стране-участнице. Можно считать, что именно в этих проектах был получен наибольший, чем когда-либо объем информация о гендерных особенностях усвоения математики. Полученная информация была разносторонней. Она включала данные об учебных достижениях девочек и мальчиков по математике в целом, данные о качестве усвоения ими отдельных разделов программ по математике для четвертых и восьмых классов, гендерный состав учителей.

В TIMSS и TIMSS-2003 был получен самый большой в истории дидактических исследований объем данных о гендерных различиях в усвоении математики учащимися средней школы. В качестве метода изучения гендерных особенностей изучения математики учащимися я использовал анализ данных TIMSS и TIMSS-2003.

Наиболее важные результаты, основанные на данных TIMSS и TIMSS-2003, по моему мнению, состоят в следующем.

1.В целом в выборках TIMSS и **TIMSS-2003 не были выявлены различия в математической подготовке девочек и мальчиков ни в младшем, ни в среднем школьном возрасте.** В частности, средние баллы учебных достижений девочек и мальчиков в обоих исследованиях были одинаковы.

2.В обоих исследованиях в части стран гендерный фактор в усвоении математики не проявлялся, в части – проявлялся с высокой статистической достоверностью. Например, в 2003 году в четвертых классах достоверно разные ($p<0,05$) результаты математической подготовки были выявлены в Армении, Италии, Кипре, Молдове, Нидерландах, Сингапуре, США, Филиппинах, Шотландии. Однако эти различия имели разный характер. Например, мальчики показали более высокие результаты, чем девочки в Шотландии, Италии, Кипре, США и Нидерландах. У девочек были результаты выше в Армении, Филиппинах, Молдове и Сингапуре. В некоторых странах также наблюдались различия в пользу девочек или мальчиков, хотя и не такие сильные. В Гонконге, Латвии (в школах с латышским языком обучения), Тайване различия отсутствовали. Такая же картина наблюдалась и в восьмых классах.

3.Гендерные различия в некоторых странах принципиально изменялись от исследования к исследованию. В США результаты каждого международного исследования дифференцировались по полу. В исследовании 1959-62 годов было установлено, что американские школьницы превосходили мальчиков в математической подготовке. В следующем исследовании (FIMS) гендерные различия в США выявлены не были. Данные SIMS, полученные десятью годами позже, свидетельствовали, что некоторые разделы американской программы лучше усваивали девочки, а некоторые – мальчики. Таким образом, данные о гендерных различиях, полученные в США, противоречивы. Между тем, во всех международных сравнительных исследованиях выборка американских учащихся была самой представительной.

Противоречивые данные о гендерных различиях были получены и в других странах. Если сравнить, например, данные TIMSS и TIMSS-2003 по 4-ым классам, то для Ирана, Гонконга, Латвии (классов с латвийским языком обучения) и Новой Зеландии они расходятся принципиально. Так, в 1995 году Иране, Латвии, Новой Зеландии девочки превосходили мальчиков, то в 2003 году в каждой из этих стран уже мальчики превосходили девочек. В Гонконге в 1995 году мальчики имели существенно более высокие результаты, чем девочки (χ^2, $p<0,05$). В 2003 году девочки и мальчики Гонконга показали одинаковые результаты.

4.Не обнаружены гендерные различия в усвоении отдельных разделов курса математики средней школы в

целом. Некоторые авторы используют данные TIMSS-2003 для обоснования гендерных различий в усвоении тех или иных разделов математики, однако и их аргументы не представляются убедительными. Так, I.Mullis, M.Martin, E.Gonzalez, S.Chrostowski и др. ([7], [23], [24], [26]) утверждают, что в возрасте 9-11 лет девочки достоверно превосходят мальчиков, например, в геометрии, анализе и представлении данных, а мальчики превосходят девочек в разделе «Величины». Применительно к выборке учащихся TIMSS-2003 эти выводы основываются на том, что в начальном курсе математики по теме «Величины» из 25 стран-участниц в 12 было достоверное превосходство мальчиков и только в двух – девочек, в 7 странах – достоверное превосходство девочек в геометрии и ни в одной – мальчиков. В разделе «Элементы статистики» в пяти странах были достоверно сильнее девочки, и только в двух – мальчики. На этом основываются выводы о достоверности гендерных различий в усвоении этих разделов. Однако I.Mullis сравнивает количество стран, в то время как следовало бы сравнивать количества учащихся одного и другого пола. Другими словами, в качестве исследуемой выборки у I.Mullis и др. являются страны, а выводы распространяются на учащихся. Это не правомерно, потому что количество школьников в странах с разным по численности населением существенно разное. Например, по теме «Элементы статистики» превосходство девочек было отмечено в таких странах, как Армения, Тайвань, Молдова, Филиппины, Сингапур. Две страны, в которых по этой теме первенствовали девочки – Кипр и США. Совокупное население этих двух групп стран соответственно – 119 и 293 миллиона, а стало быть и объемы обследованных выборок соотносятся как 1:2,5. Поэтому выводы о гендерных различиях в усвоении темы «Элементы статистики» не состоятельны. То же можно сказать и в отношении других разделов математики средней школы.

5. К факторам, способным придать процессу обучения гендерную окраску, можно отнести содержание учебников и дидактических материалов, методы обучения, соотношение количества учащихся обоего пола в классе, пол учителя и т.д. Наиболее сильным из них является пол учителя, поскольку содержание учебников, дидактических материалов, методы обучения воздействуют на учащихся в интерпретации учителя. Я согласен с мнением E.Fennema: «Мы не можем исключить нашу половую идентификацию из нашего сознания, нашего преподавания, наших научных исследований» [14, с.1]. Таким образом, если предположить, что процесс обучения имеет гендерную окраску, то, скорее всего, первопричиной этого является пол учителя.

Данные, полученные в исследованиях TIMSS-1995 и TIMSS-2003, свидетельствуют, что пол учителя не оказывает заметного влияния на качество обучения математике девочек и мальчиков.

Если проклассифицировать, например, данные TIMSS-2003 по половому признаку учащихся и учителей, то можно утверждать, **что пол учителя не оказывает заметного влияния на качество обучения математике девочек и мальчиков.** Действительно, в России, Италии, Шотландии при абсолютном доминировании учителей-женщин, мальчики имели более высокие результаты по математике, чем девочки. В таких странах как Иран, Сингапур, Филиппины учителя-мужчины либо превосходили по численности учителей-женщин, либо составляли значительную часть учителей. Тем не менее, в этих странах девочки показали более высокие результаты обучения, чем мальчики.

Принципиально иного мнения о влиянии пола учителя на успешность изучения математики школьниками и школьницами придерживается T.Dee ([8]). В своем широкомасштабном исследовании он использовал данные об учебных достижениях более 25 000 учащихся начальных, средних и старших классов США. T.Dee обращает внимание на следующие факты, имевшие место в США в 1999-2000 годы. Соотношение количества учителей-женщин и учителей-мужчин в США на разных ступенях средней школы неодинаково. Если в начальных классах учителя-женщины доминируют, то в средних классах, и особенно в старших классах их относительное количество уменьшается. В таком же отношении изменяется баланс учебных достижений девочек и мальчиков в пользу последних. Поэтому, считает T.Dee, «девочки имеют более высокие результаты обучения, если их учителя – женщины, а мальчики учатся лучше, если их учат мужчины» [8, С.71]. Таким образом, вывод T.Dee противоречит моему мнению, по крайней мере, в отношении США.

Причины противоречия я вижу в следующем. T.Dee правильно оценивает динамику изменения гендерного учителей в направлении от начальной школы к старшим классам. Эта тенденция характерна для большинства стран и имеет столетнюю историю. Что касается соотношения учебных достижений по математике учащихся разного пола, то оно не является постоянным для США. Об этом свидетельствуют данные международных исследований, в которых принимали участие американские школьники разных возрастных категорий. Результаты математической подготовки девочек и мальчиков, которыми оперирует T.Dee, относятся к короткому периоду и не могут служить основой для серьезных обобщений. Например, по данным 2003 года (TIMSS-2003) американские мальчики достоверно превосходили девочек в математической подготовке (522 и 514 соответственно). При этом 85% учащихся обучались учителями-женщинами. В 8-ом классе разница в математической подготовке девочек и мальчиков была незначительной (502 и 507 соответственно). То есть девочки-восьмиклассницы США в 2003 году были успешнее в изучении математики, чем четвероклассницы. В то же время доля учителей-женщин в 8-ых классах была существенно меньше, чем в четвертых классах: количество учащихся, обучавшихся женщинами, уменьшилось с 85 до 65%. Значит, если бы T.Dee использовал в своем исследовании данные 2003 года, его вывод не имел бы оснований.

Анализируя данные TIMSS и TIMSS-2003 по всем странам в целом, я обнаружил связь между полом учителя и качеством обучения математике. Однако она имеет совсем другой характер, чем полагает T.Dee. В выборке четвероклассников корреляция между успешностью обучения и женским полом учителя была достаточно сильной ($r_{Пирсон} = 0,56$). Но успешность в равной степени была присуща и девочкам и мальчикам. Этим подтверждается устоявшееся со времен А.Коменского мнение, что для учащихся начальных классов независимо от их пола предпочтительнее учитель-женщина. В подавляющем большинстве стран в начальной школе преподают, как правило, учителя-женщины. В одних странах такая практика сложилась стихийно, в других – результат государственной политики. Во Франции, например, 99% детей посещают так называемые «материнские школы», в которых преподают исключительно учителя-женщины.

С возрастом у учащихся проявляется индифферентность к полу учителя. Так, в выборке восьмиклассников связь между успешностью обучения и женским полом учителя оказалась существенно слабее ($r_{Пирсон} = 0,47$).

Не соглашаясь с T.Dee, я, тем не менее, полагаю, что при определенных условиях пол учителя действительно оказывает влияние на обучение математике девочек и мальчиков. Об этом свидетельствуют результаты исследования, которое было организовано мной в 2000 году в двух городах Беларуси – Минске и Мозыре.

Вообще-то цель исследования состояла в оценке качества математической подготовки учащихся 9-летнего возраста учащихся Минских и Мозырьских школ. Однако в исследовании фиксировались многие показатели, в том числе – пол учащихся и учителей. Поэтому я получил возможность оценить гендерные особенности обучения математике.

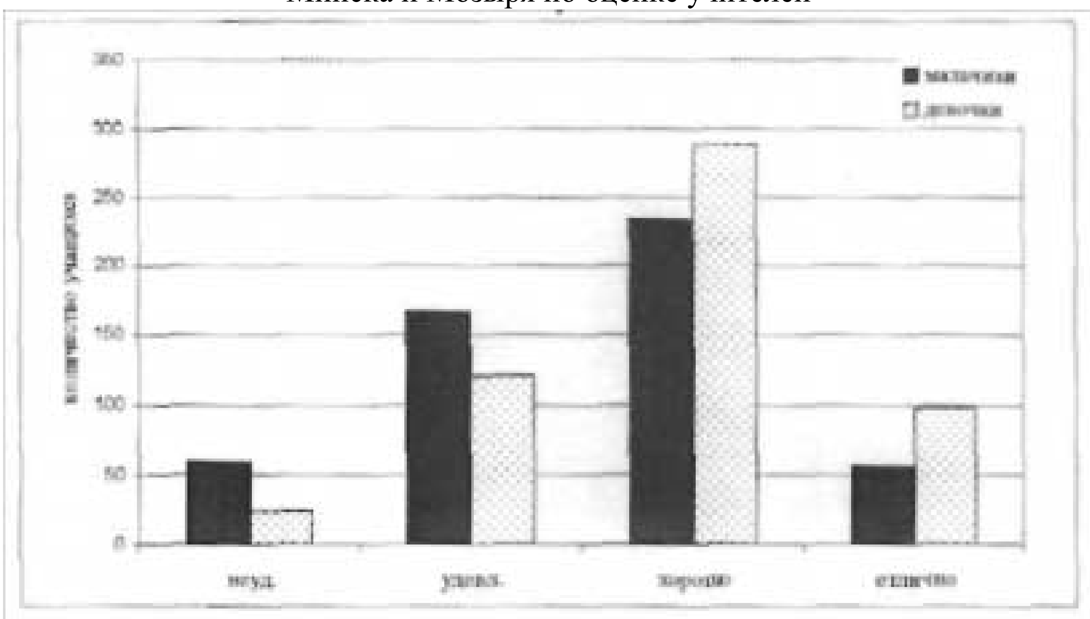
В исследовании использовался стандартизированный тест достижений с удовлетворительными показателями (надежностью 0,85 и валидностью 0,54). Результаты выполнения теста определялись по шкале SAT. В исследовании участвовало 1047 учащихся (532 девочек и 515 мальчиков) из 44 школ. Фиксировалась успеваемость каждого учащегося по математике. Тестирование проводилось в последнюю декаду учебного года, поэтому успеваемость учеников определялась по четырехбалльной шкале наименований их годовой оценкой по математике, которую выставлял учитель.

По результатам тестирования мальчики достоверно превосходили девочек (средний балл мальчиков – 508, девочек – 487). Являются ли эти результаты свидетельством гендерных различий в популяции Минских и Мозырьских школьников? В 2000 году (год проведения исследования) – да. Но если бы подобное исследование было осуществлено в другое время, результат мог бы быть иным. Факты изменчивости гендерных различий, выявленные в США, в некоторых других странах является тому доказательством.

Результаты успеваемости учащихся той же выборки учащихся Минска и Мозыря по данным учителей (все 44 учителя – женщины) были принципиально иными. Успеваемость девочек была достоверно выше (χ^2, p<0,01), чем мальчиков (Диаграмма 6).

Диаграмма 6

Качество знаний по математике девочек и мальчиков
Минска и Мозыря по оценке учителей

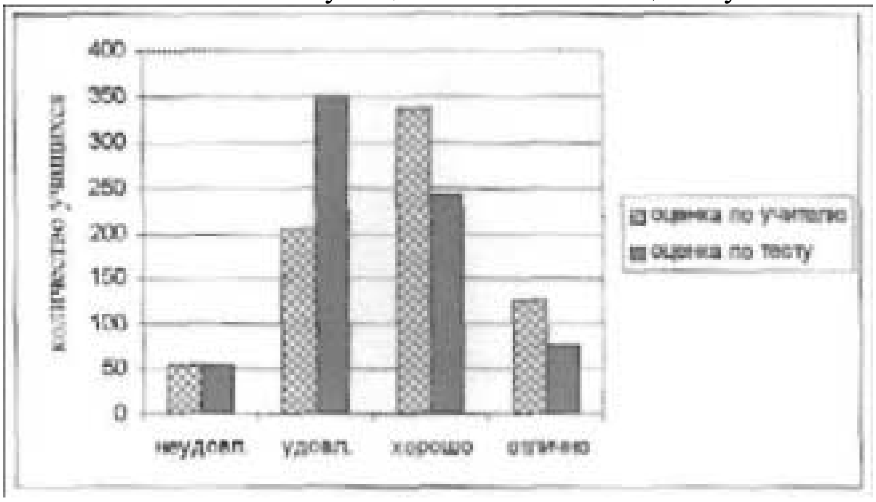


Поскольку процедура тестирования была стандартизирована и осуществлялась независимыми экспертами, то результаты тестовой оценки являлись объективными.

Различие результатов тестирования и оценок учителей я объясняю субъективностью оценок учителей. При существующей в Беларуси методике оценивания учебных достижений учащихся субъективность учителя – сильный фактор, искажающий представление о реальном качестве обучения. Доказательства этому были получены мной экспериментально на выборке, состоящей из 721 третьеклассника из 30 Минских школ. Было установлена достоверность различия между независимой оценкой качества обучения учащихся математике (посредством тестирования независимыми экспертами) и оценкой учителем (χ^2, p<0,01) ([2], [3]). Из 30 учителей – 29 систематически завышали оценки своим ученикам (диаграмма 7).

Диаграмма 7

Качество знаний по математике учащихся Минска по оценке учителей и по тесту



Если сопоставить диаграммы 6 и 7, то становится ясно, что учителя-женщины завышали оценки девочкам в большей степени, чем мальчикам.

Таким образом, существует зависимость между *оценкой* результатов обучения и полом учителя. Она состоит в том, что девочки получают более высокие оценки у учителей-женщин, если процедура оценивания не исключает субъективизма учителя. Заметим, что «человеческий фактор» не учитывался в исследовании T.Dee, поскольку он пользовался данными централизованного тестирования, которое исключает субъективизм в оценивании.

Остановимся на выявленных TIMSS и TIMSS-2003 существенных различиях в математической подготовке девочек и мальчиков в отдельных странах. Диаграмммы 1 и 2 рисуют довольно интригующую картину. Можно высказать, по крайней мере, три предположения, которые могут объяснить явления, проиллюстрированные диаграммами:

– по своей природе девочки и мальчики в этих странах существенно различаются в интеллектуальном отношении;

– методы математики в этих странах в большей степени согласуются с психологическими особенностями усвоения математики учащимися того или иного пола;

– средства исследования, использовавшиеся в TIMSS, не были в достаточной степени адаптированы к национальным особенностям этих стран.

Что качается первого предположения, то особенности интеллектуального развития могут быть обусловлены неравным положением женщин и мужчин в обществе. Это может проецироваться на отношение родителей, учителей, самих учащихся к обучению (особенно математике). Такое объяснение неправдоподобно, если принять во внимание, что группу стран с достоверными гендерными различиями в усвоении математики составляют страны с сильными демократическими традициями – Нидерланды, США, Италия, Кипр, Шотландия. Эти страны характеризуются высокой степенью равенства полов [1, С. 309].

Объяснение различий в математической подготовке мальчиков и девочек гендерной окраской процесса преподавания также не кажется убедительным. Выше констатировалось, что «гендерные различия в некоторых странах принципиально изменялись от исследования к исследованию». Причем эти изменения в некоторых странах фиксировались через 8-10 лет. Трудно предположить, что за этот промежуток времени методика преподавания, характер процесса обучения математике изменялся существенно. В США, например, где наблюдались такие изменения, система образования децентрализована, а стало быть, одновекторное ее изменение за сравнительно короткий промежуток времени маловероятно.

Мне представляется более вероятным третье предположение: противоречивые данные TIMSS и TIMSS-2003 о связи между полом учащихся и их успехами в изучении математики может быть вызван не реальными различиями в математической подготовке девочек и мальчиков, а особенностями организации этих исследований. Из личного опыта знаю, что инструменты исследования могут создавать «шум», искажающий представление о реальном положении дел. Например, в 2002 году в Минске мной было организовано исследование качества усвоения учащимися понятия пропорциональности. В качестве инструмента исследования эксперты использовали несложные технические устройства, которые моделировали задачи на пропорциональность. Было замечено, что мальчики смелее, активнее манипулировали с устройствами и потому во многих случаях были успешнее девочек. Как следствие, это обеспечивало некоторое превосходство мальчиков в решении собственно математических задач. Таким образом, эксперимент выявлял не математические достижения в чистом виде, а способность детей представить эти достижения посредством определенного технического устройства. Для меня это был хороший пример того, что средства исследования могут искажать представления о предмете исследования. В литературе я встречал примеры того, что девочки и мальчики младшего школьного возраста из одной страны по-разному воспринимают условие одной и той же задачи (например, [20]). Вероятность неадекватного восприятия условия задания возрастает, если оно предъявляется учащимся из разных стран, из стран, находящихся на разных уровнях экономического, социального и культурного развития.

Данные о гендерных различиях в TIMSS могут быть недостоверными по той же причине. Гендерная «окраска» условия задания может влиять на успешность его выполнения учащимися в зависимости от их пола. Исследования TIMSS и TIMSS-2003 охватывали более 40 стран 5 континентов, с очень разными экономическими, социальными и культурными условиями. Естественно, что не смотря на усилия международных комитетов, адаптировавших контрольные тесты для всех стран-участниц, решение этой задачи не могло быть идеальным. Поэтому различия в выполнении тестов TIMSS учащимися некоторых стран может объясняться особенностями формулировок заданий тестов, особенностями перевода содержания тестов. Существуют хорошо аргументированные подтверждения в пользу этого предположения. Например, в работах G.Solano-Flores, L.Contreras-Nino, E.Backhoff ([29]) и J.Wang ([31]) отмечаются многочисленные смысловые несовпадения в английском и испанском вариантах текстов контрольных заданий тестов TIMSS и TIMSS-2003. Эти различия возникли в процессе перевода английского варианта теста на испанский язык. Они, по мнению этих авторов, могли оказать влияние на качество выполнения этих заданий англоязычными и испаноязычными учащимися.

Другими словами, тесты международных исследований могли не выявлять, а обуславливать различия в результатах выполнения заданий девочками и мальчиками отдельных стран. Оно является следствием изменения содержания тестов от проекта к проекту. Содержание изменялось существенным образом. Например, тест TIMSS-2003 был обновлен по сравнению с тестом TIMSS-1995 более чем на $^2/_3$ [18, С.39-40]. Вместе с этим, вероятно, менялась гендерная «окраска» заданий. Причем в части стран она воспринималась учащимися по-разному. В одних странах содержание теста TIMSS лучше воспринималось девочками, в других – мальчиками. Эта точка зрения объясняет отмеченное выше непостоянство тендерных различий в некоторых из них (в Иране, США, Шотландии, Японии).

Поэтому стандартная процедура исследования TIMSS не являлась стандартной по существу: в странах с различными экономическими и социокультурными условиями тест TIMSS мог восприниматься учащимися по-разному и, как следствие, приводить к разным результатам.

Выводы. В масштабных исследованиях TIMSS-1995 и TIMSS-2003 был получен самый большой в истории дидактики математики объем данных о качестве усвоения математики учащимися общеобразовательных школ. Анализ всего массива данных свидетельствует, что нет оснований утверждать, что существуют особенности в усвоении математики учащимися разного пола. Наблюдаемые в отдельных странах существенные различия в математической подготовке школьниц и школьников не опровергают это утверждение. Гендерные различия не являются постоянными. В отдельные временные периоды они могут отсутствовать или изменяться на противоположные. Таким образом, они имеют случайный характер.

В некоторых странах TIMSS-1995 и TIMSS-2003 зафиксировано различие в качестве математической подготовки девочек и мальчиков (учащихся начальных и восьмых классов средней школы). Однако характер этих различий, их динамику от исследования к исследованию можно объяснить только особенностями организации этих международных сравнительных исследований, особенностями инструментов исследований.

В ряду факторов, способных придать процессу обучения гендерную окраску – содержание учебников и дидактических материалов, методы обучения и т.д., – наиболее сильным является пол учителя. Нет убедительных фактов того, что успеваемость по математике учащихся-девочек или мальчиков связана с полом учителя. Однако можно считать доказанным, что если процедура оценивания не исключает субъективизма учителя, то пол учителя может серьезно влиять на результаты оценивания. Так, учителя-женщины склонны завышать оценки девочкам или занижать их мальчикам.

Если средства оценки качества математической подготовки школьников фиксируют гендерные различия в математической подготовке учащихся, то это, скорее всего, говорит о несовершенстве средств контроля, их гендерной «пристрастности». С такой возможностью нужно считаться, если изучаются неоднородные в культурном, социальном отношении выборки учащихся.

1.Гендерные проблемы и развитие. Стимулирование развития через гендерное равенство в правах, в доступности ресурсов и возможности выражать свои интересы / Пер. с англ. – М: Весь Мир, 2001. – С. 408.

2.Дрозд В. О субъективности школьных оценок // Сб. материалов международной научно-практ. конференции «Методология, теория и практика естественно-математического и педагогического образования». – Брест, БрГУ, 2002, С. 124-126.

3.Дрозд В. Тест достижений как средство педагогических исследований // Пачатковая школа, №3, 2003. – С. 9-13.

4.Клецина И.С. Психология половых различий в контексте гендерных исследований // Gross Vita, № 2, 2004.

5.Кон И.С. Обсуждение темы "Проблемы и перспективы развития тендерных исследований в бывшем СССР"// Тендерные исследования. – №5. – 2000. – С. 27-33.

6.Ambrose, R., Levi, L., Fennema, E. (1997). The complexity of teaching for gender equity. In J.Trentacost & M.J.Kenney (Eds.), Multicultural and gender equity in the mathematics classroom: The gift of diversity. – pp. 236-242.

7.Beaton, A.E., Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Gonzalez, E.J., Kelly, D.L., and Smith, T.A. (1996) Mathematics Achievement in the Middle School Years: IEA's Third International Mathematics and Science Study (TIMSS). – Boston: Boston College.

8 Dee T. (2006) How a Teacher's Gender Affects Boys and Girls. // Education Next, Fall 2006. – pp. 69-75.

9. Eccles, J. S., Blumenfeld, P. (1985). Classroom experiences and student gender: Are there differences and do they matter? In L. C Wilkinson & C.B.Marrett (Eds.), Gender influences in classroom interaction. – New York: Academic Press.

10. Fennema, E., Sherman, J. (1977) Sex-Related Differences in Mathematics Achievement: Spatial Visualization and Affective Factors, American Educational Research Journal, 14. – pp. 51 -71.

11.Fennema, E., Sherman, J. (1978) Sex-Related Differences in Mathematics Achievement and Related Factors: A Further Study, Journal for Research in Mathematics Education, 9. – pp. 189-203.

12.Fennema, E., Peterson, P.L. (1986). Teacher-student interactions and sex-related differences in learning mathematics. Teaching and Teacher Education, 2(1). – pp. 19-42.

13.Fennema, E., Carpenter, T. P., Jacobs , V. R. , Franke, M. L. and Levi, L. W. (1998) A longitudinal study of gender differences in young children's mathematical thinking. Educational Researcher, 27(5). – pp. 6-11.

14.Fennema, E. (2000) Gender and Mathematics: What is Known and What Do 1 Wish Was Known? // Prepared for the Fifth Annual Forum of the National Institute for Science Education, Detroit.

15.Forgasz, H. J., Leder, G. C, & Gardner, P. L. (1999) The Fennema-Sherman Mathematics as a Male Domain scale re-examined, Journal for Research in Mathematics Education, 30. – pp. 342-348.

16.Forgasz, H. J., Leder, G. C, Vale, C. (2000) Gender and mathematics: Changing perspectives, in K. Owens and J. A. Mousley (Eds), Research in Mathematics Education in Australasia 1996-1999. – Sydney: MERGA.

17.Forgasz H., Leder G., Kloosterman P. (2004). New Perspectives on the Gender Stereotyping of Mathematics. Mathematical Thinking and Learning, v. 6, N 5. – pp. 389-420.

18.Gonzales P., Guzman J., Jocelyn L. (2003) Highlights From the Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2003. – pp. 39-40.

19.Hyde, J. S., Fennema, E., Lamon, S. J. (1990). Gender differences in mathematics performance. Psychological Bulletin. – pp. 139-155.

20.Koehler, M. (1990) Classrooms, Teachers and Gender Differences in Mathematics. // In Mathematics and Gender, edited by Elizabeth Fennema and Gilah Leder. – New York: Teachers College Press. – pp. 128-48.

21.Leder, G. C. (1992). Mathematics and gender: Changing perspectives. In D. A. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning. – New York: Macmillan. – pp. 64-72.

22.Maccoby, E.E., Jacklin, C.N. (1974). The psychology of sex differences. -Stanford: Stanford University Press.

23.Martin, M.O., Gonzalez, E.J., Gregory, K.D., Garden, R.A., O'Connor, KM., Chrostowki, S.J., Smith, T.A. (2000), TIMSS 1999 International Mathematics Report: Findings from IEA's Repeat of the Third International Mathematics and Science Study at the Eighth Grade, Boston: Boston College.

24.Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Beaton A., Gonzalez E., Kelly D., Smith T. (1997) Mathematics Achievement in the Primary School Years: IEA's Third International Mathematics and Science Study (TIMSS). – Boston: Boston College. – 184 p.

25.Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Beaton A., Gonzalez E., Kelly D., Smith T. (1998) Mathematics Achievement in Missouri and Oregon in an International Context: 1997 TIMSS Benchmarking. – Boston: Boston College. – 194 p.

26.Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Gonzalez, E.J., Chrostowki, S.J. (2004), TIMSS 2003. International Mathematics Report. – Boston. Boston College. – 236 p.

27.Noddings, N. (1998). Perspectives from feminist philosophy. Educational Researcher, 27(5). – pp. 17-18.

28.Robitaille D.F. (1989), "Student's Achievements: Population A" in D.F. Robitaille and R.A. Garden (eds.), The IEA Study of Mathematics II: Contexts and Outcomes of School Mathematics. – New York: Pergamon Press. – 121 p.

29.Solano-Flores G., Contreras-Nino L., Backhoff E. (2005) The Mixican Translation of TIMSS-1995: Lesson on Test Translation From a Post-Mortem Study. // Annual Meeting of the National Council on Measurement in Education, Montreal, 2005. – pp. 1-16.

30.Stanley, J., Benbow, C. (1980). Sex differences in mathematical ability: Fact or artifact. // Science, 210. – pp. 1262-1264.

31.Wang J. (2004). An Analysis of Item Score Difference Between 3rd and 4th Grades Using the TIMSS Database. // International Online Journal of Science and Mathematics Education, V. 4. – pp. 1-11.

Резюме. **Дрозд В.Л. ГЕНДЕРНЫЕ РАЗЛИЧИЯ В УСВОЕНИИ МАТЕМАТИКИ: РЕАЛЬНОСТЬ ИЛИ ИЛЛЮЗИЯ?** *В статье обсуждается проблема гендерных различий в усвоении математики учащимися средней школы.*

Summary. **Drozd V. GENDER DIFFERENCES IN ASSIMILATION OF MATHEMATICS: REALITY OR ILLUSION?** *The problem of gender difference in assimilation of mathematics by pupils of secondary school is discussed in article.*

Надійшла до редакції 18.11.2007 р.

ФОРМУВАННЯ КУЛЬТУРИ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ УЧНІВ В РІЗНИХ ВИДАХ НАВЧАЛЬНО-ВИХОВНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

С.Г.Цапова,
викладач математики,
Донецький бізнес-ліцей,
м.Донецьк, УКРАЇНА

Велика кількість учених, що працюють у традиційно далеких від математики галузях звертається до математичного моделювання як одного з основних способів пізнання дійсності. Отже, існує потреба у тому, щоб ще в школі учнів знайомили з можливістю застосування математичних методів і нових інформаційних технологій у дослідженнях суспільних, соціальних, економічних процесів. Можливу реалізацію цього ми бачимо у формуванні культури економіко-математичного моделювання в різних видах навчальної діяльності в рамках якомога широкого кола навчальних дисциплін.

Формування культури економіко-математичного моделювання з успіхом може бути здійсненим не тільки на уроках математики, а й в інших навчальних дисциплінах. Ми маємо на увазі економіку, географію, інформатику, і, навіть, як би це не здавалося несподіваним, на уроках із гуманітарних дисциплін.

Відомий математик А.Крилов писав: "є безліч величин; тобто тих, до яких можна віднести поняття "більше" і "менше", але величин точно не вимірних, наприклад, розум і дурість, краса і неподобство, хоробрість і боягузтво, спритність і тупість і таке інше. Для виміру цих величин немає одиниць, ці величини не можна виразити числами" (цит. за [4]). Подібні величини називаються латентними. Із цього може видаватися, що порівняння латентних величин можливо лише на деякій інтуїтивній основі. Тобто можна зробити висновок про те, що начебто оцінка таких величин числом (а тому, і будь які математичні операції над ними) виглядає надто штучним прийомом. А оскільки латентні величини найчастіше використовуються в соціальних і суспільних науках, то, виходячи з подібних міркувань важко буде знайти місце математичним методам у вирішенні задач гуманітарних областей.

Проте, Г.Рузавін відзначав, що всюди, де в перебігу дослідження виявляється певна впорядкованість в інтенсивності (невірний принцип адитивності) або екстенсивності (вірний принцип адитивності) властивостей речей і явищ, можуть бути застосовані методи їхнього кількісного порівняння й виміру"[7]. А Й.Гельфанд [3] говорив, що в цілому математика, основні ідеї якої розвивалися в тісному зв'язку з науками, що вивчають об'єкти неживої природи, може бути застосована для опису живих систем, будь то окрема клітка, людський організм або суспільство, необхідно тільки створення нового адекватного математичного апарата.

А.Петров і П.Краснощеков, указують, "...головна проблема полягає в тому, що ще не відкрито принципи математичного опису процесів за участю людей, принципи, подібні розробленим у фізиці" [5]. Тому багато задач, які розв’язують математики в гуманітарних областях за виразом Й.Гельфанда, "навіяні обговоренням проблем цих наук"[3]; математичний апарат, який найчастіше використовується (а це в основному – статистика, факторний аналіз, диференціальні рівняння) є корисним засобом, але носить лише допоміжний характер.

Одна з добре відомих моделей розвитку суспільства (точніше, світової економіки) була запропонована Д.Форрестером, який вважає, що у світовій системі відбуваються й взаємодіють демографічні процеси, процеси накопичення капіталу й виробництва, вичерпання природних ресурсів і забруднення навколишнього середовища. Загальна структура запропонованої моделі – система диференціальних рівнянь, що описує динаміку системи.

Цю математичну модель Д.Форрестер вважає попереднім і дискусійним результатом. Тому існують роботи, які містять критичний аналіз даної моделі. Так, П.Краснощеков і А.Петров указують на недосконалість системи, розробленої Д.Форрестером, оскільки не виділені "акуратно об'єкти вивчення, не описані адекватно параметри, що їх характеризують, не встановлені правильні взаємодії об'єктів...У моделі Д.Форрестера зовсім відсутній конкретний аналіз конкретних економічних явищ. "Усі ... залежності спираються на деякі загальні міркування, які ґрунтуються на спостереженнях за наявними економічними явищами у світі. Навіть не ставиться питання про адекватний математичний опис процесів, що протікають в економічній системі" [5].

Автори застерігають від некритичного сприйняття цієї моделі, і пропонують свій варіант опису різних систем за участю людей. П.Краснощеков і А.Петров поставили собі завдання: розробити принципи й методи математичного опису процесів у керованих системах за участю людей, щоб можна було будувати адекватні математичні моделі найбільш керованої системи. Відповідно до цього вони побудували, і досліджували за допомогою системного аналізу математичну модель суспільної системи, яка ґрунтується на власності й ринкових відносинах досконалої конкуренції. Вибір саме цієї економічної системи автори пояснюють тим, що "в ній опис впливу соціальної структури системи на економічні процеси зведено до опису вільних ринкових відносин" [5]. А різні особливості ринкового господарства вже доволі достатньо вивчені економічною наукою.

Наведемо конспективно схему побудови цієї математичної моделі. Економічна система описується на трьох рівнях. На першому рівні здійснюється опис виробничих процесів (випуск продуктів і використання природних ресурсів) і невиробничих процесів (процесів споживання продуктів, формування трудових ресурсів, демографічні процеси, соціальна міграція, науково-технічний прогрес). На другому рівні міститься опис економічних механізмів регулювання процесів першого рівня. Третій рівень містить методи впливу держави на економічні механізми, відбиваючи рішення політичних і державних органів, що виражають інтереси організованих соціальних груп.

Провівши числові експерименти з математичною моделлю ринкової економіки, автори, зокрема, з'ясували, що причини кризи ринкової економіки не у фізичному вичерпанні природних ресурсів, як вважали Д.Форрестер і Д.Медоуз, а в "нездатності ринкових механізмів задовільно регулювати розвиток господарства" [5].

В якості ще одного приклада формалізованої моделі, що описує деякі аспекти суспільних систем розглянемо систему М.Амосова [1]. Він вважає необхідним елементом структури суспільства моделі особистостей, що належать до певних соціальних груп. З узагальнених моделей особистості і соціальної групи й почалися роботи цього вченого з моделювання соціальних систем.

"Типова модель особистості не може бути надто докладною, оскільки важко розрахувати значну розмаїтість соціальних груп і типів, та й вихідна інформація занадто приблизна" [6]. Схематично ця модель виражається системою із чотирьох алгебраїчних рівнянь. Як функції розглядаються: "плата" – функція від інтенсивності праці; "стомлення" – функція від напруженості праці; "емоційні оцінки" – функція від "плати" і "стомлення"; "почуття – стимули" – функція від "плати"; "гальма" – функція від "стомлення". Оптимальне рішення системи рівнянь – точка максимуму сумарної "кривої почуттів".

Зауважимо, що серед математичних моделей соціальних і суспільних процесів одними з недостатньо розроблених є математичні моделі процесів, які досліджуються історією, географією, правознавством. Хоча останнім часом у ці науки активно впроваджуються комп'ютерно-математичні методи дослідження, які умовно можна підрозділити на наступні:

– комп’ютерні розрахунки, статистична обробка даних, особливо, у традиційних напрямках, граничних із соціально-економічними або соціологічними дослідженнями. У той же час недостатньо використаються граничні з гуманітарними, методи статистичного аналізу текстів, які дозволяють розв'язувати деякі текстологічні завдання не розв'язувані іншими методами (про достовірність, авторство, приналежність до тієї або іншої стилістичної манери викладу);

– створення баз даних, фонду джерел (наприклад, для розрахунків порівняння розподілу масових археологічних знахідок по шарах ґрунту), машинному пошуку інформації (пошук аналогій за певним набором ознак);

– засобу підготовки видавничих макетів.

В [2] викладаються основні принципи наукового дослідження соціальних і суспільних процесів із застосуванням кількісних методів:

1) побудова відповідної теоретичної бази й моделі явища, заснованої на цій базі;

2) формування й перевірка гіпотез, що відносять до ранньої моделі;

3) одержання результатів, які можна перевірити, та які можна повторити іншим дослідникам.

До кількісних методів автори відносять наступні:

1) дескриптивна статистика (що відповідає на питання "як?"; "коли?") – частотні розподіли, графічні зображення даних;

2) вимір взаємозв'язків між ознаками (що відповідають на питання "чому?" – тобто розглядаються питання про наявність зв'язків, їхніх формах, силі) – на основі регресійного аналізу й кореляційного аналізу.

3) множинний регресійний аналіз (із застосуванням комп’ютерної обробки);

4) багатовимірна класифікація (тут розглядається, наприклад, методика обробки результатів голосування, де впроваджуються показники "згоди" між голосуючими, "згуртованості" груп. Складаються матриці зв'язку, формуються кластери (групи) з людей, зв'язок з іншими об'єктами інших кластерів). Використовуючи цю методику, автори будують показники "успіху" осіб, показники "сили".

Безумовно, існує специфіка математичних досліджень (що пов'язана зі статичним характером історичних закономірностей) – вважається, що тенденції, які досліджуються за допомогою кількісних методів, не зводяться до закономірностей природи, оскільки "на відміну від відповідних фізичних закономірностей функціонують в обмеженому просторово-тимчасовому континуумі". Тому "прогнозування можливо в рамках безперервного функціонування певної тенденції" [8]. У силу цього більшість соціальних і економічних прогнозів (локального характеру) мають ймовірнісний характер, і вимагають великої кількості конкретних статистичних даних. Для аналізу глобальних процесів, що носять тривалий характер потрібно знаходити індикатори тенденцій, які розвиваються протягом відносно тривалого проміжку часу. "Процедура створення відповідних індикаторів включає великий асортимент методик, у тому числі і якісні, традиційні методи дослідження" [8].

Л.Гумилев для опису (традиційним способом) процесу етногенезу зміг виділити в якості подібного індикатора один параметр – рівень пасионарної напруженості етносу, тим самим створив передумови для побудови імітаційних моделей етногенезу.

Методи нової економічної історії, що виникла на межі 50-60-х років двадцятого століття, полягали в зверненні до яскраво вираженого математичного моделювання, верифікації, тобто перевірки пропонованих гіпотетично-дедуктивних моделей за допомогою фактичних даних, що відклалися в історичних джерелах, виміру явищ, іноді навіть за допомогою введення умовних змінних, визначенню на цій основі відношення причини й наслідку. Тому кліометристи концентрують свої зусилля тільки на питаннях, добре пристосованих для кількісного аналізу. Акцент було зроблено на ревізію багатьох положень традиційної економічної історії (розглядалися, наприклад, питання про те, чи вигідно економічно рабовласництво, яка роль металургії в індустріалізації, яка роль залізниць в економічному розвитку держави). Вивчення ґрунтується на запозиченні розроблених в економіці математичних моделей вкладення коштів – виходу продукції, прибутковості, попиту й пропозиції, економічного росту. Готові моделі перевірялися на конкретних історичних даних. При такому дослідженні виникають природні запитання: на скільки повні історичні джерела, чи існують систематичні серії даних, наскільки точні моделі, наскільки погоджені різні тлумачення відомостей.

Підкреслимо, що математичне моделювання є одним з основних способів дослідження процесів різної природи. Наразі до цього методу пізнання дійсності звертається все більша кількість учених, що працюють у традиційно далеких від математики галузях.

Отже, існує потреба у тому, щоб ще в школі й учнів звичайних класів, і учнів профільних класів знайомили з можливістю застосування математичних методів і нових інформаційних технологій у дослідженнях суспільних, соціальних, економічних процесів. Можливу реалізацію цього ми бачимо у формуванні культури економіко-математичного моделювання в різних видах навчальної діяльності в рамках якомога широкого кола навчальних дисциплін.

1. Амосов Н.А. Реальности, идеалы и модели // Наука и жизнь, 1989. – №5. – С.65-72.

2. Гарскова И.М. Количественные методы и ЭВМ для историка. / Математические методы в социально-экономических и археологических исследованиях. – М.: Наука, 1981. – 378 с.

3. Гельфанд И.М. Очерки о совместной работе математиков и врачей – М.: Наука, 1989. – 270с.

4. Гусев В.А. Изучение величин на уроках математики и физики в школе. – М.: Просвещение, 1981. – 79 с.

5. Краснощеков П.С., Петров А.А. Принципы построения моделей – М.: Изд-во МГУ, 1983. – 263с.

6. Максименко В.С., Паниотто В.И. Зачем социологу математика – К.: Рад. шк., 1988. – 221с.

7. Рузавин Г.И. Математизация научного знания. – М.: Мысль, 1984. – 207 с.

8. Хвостова К.В. Гносеологические предпосылки современной количественной истории. / Россия и США на рубеже XIX-XX вв. Математические методы в исторических исследованиях. Сб. стат. М.: Наука, 1992. – С. 4 - 17.

Резюме. **Цапова С.Г. ФОРМИРОВАНИЕ КУЛЬТУРЫ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ УЧАЩИХСЯ В РАЗНЫХ ВИДАХ УЧЕБНО-ВОСПИТАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ.** *Большое количество ученых, работающих в традиционно далеких от математики областях, обращается к математическому моделированию как одному из основных способов познания действительности. Итак, существует потребность в том, чтобы еще в школе учеников знакомили с возможностью применения математических методов и новых информационных технологий в исследованиях общественных, социальных, экономических процессов. Возможную реализацию этого мы видим в формировании культуры экономико-математического моделирования в разных видах учебной деятельности широкого круга школьных дисциплин.*

Summary. **Tsapova S.** ***Tsapova S.*** **FORMING THE CULTURE OF PUPIL'S ECONOMIC AND MATHEMATICAL MODELING IN DIFFERENT TYPES SCHOLASTIC ACTIVITY.** *The need for introduction of using the mathematical methods and new information technologies in study public, social, economic processes is exists. The possible realization we see in shaping the culture of economic and mathematical modeling in different type to scholastic activity of the broad circle of school disciplines.*

Надійшла до редакції 13.04.2008 р.

ЗАСТОСУВАННЯ ПРОБЛЕМНОГО НАВЧАННЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 5-6 КЛАСАХ

І.М.Богатирьова,
аспірант,
Національний університет ім. Б. Хмельницького,
м. Черкаси, УКРАЇНА

Розглядаються деякі особливості застосування проблемного навчання в 5-6 класах на уроках математики. Наводяться приклади проблемних завдань.

Сучасна шкільна освіта – це єдність навчання і розвитку учнів. Виходячи з того, що розвиток особистості учня, його інтелекту здійснюються лише в активній діяльності, постає питання про організацію такої діяльності. Зокрема є необхідним більш широке залучення активних методів навчання. Саме до таких методів відносять проблемне навчання [3, с. 13].

Питання розробки і впровадження проблемного навчання в навчальний процес розглядали у своїх роботах А.В.Брушлінський, В.О.Далінгер, І.В.Дорно, С.Ф.Жуйков, В.Т.Кудрявцев, В.О.Крутецький, В.І.Крупич, І.Я.Лернер, М.І.Махмутов, О.М.Матюшкін, В.Оконь, Г.К.Селевко, М.Н.Скаткін, К.О.Славська, І.С.Якиманска та ін.

На думку В.О.Крутецького, основою навчання повинно бути не запам'ятовування інформації, яку надає вчитель (хоча це також важлива задача), але й активна участь самих учнів у процесі здобуття цієї інформації, їх самостійне мислення, поступове формування здатності самостійно здобувати знання, здатності самонавчатися та самовдосконалюватися [4, С.177]. Тому у процесі навчання необхідно створювати проблемні ситуації, коли учневі доводиться самостійно шукати відповідь на запитання, яке перед ним поставив вчитель.

Під проблемним навчанням розуміють таку організацію навчального процесу, яка передбачає створення вчителем проблемних ситуацій та організацію активної самостійної діяльності учнів щодо вирішення поставлених проблем.

Під проблемною ситуацією розуміють: початковий момент розумового процесу (С.Л.Рубінштейн), свідоме утруднення (І.Я.Лернер), свідоме протиріччя (М.І.Махмутов), особливий вид розумової взаємодії суб'єкта та об'єкта (О.М.Матюшкін), невідповідність між об'єктивними вихідними співвідношеннями умови і вимоги в задачі (К.О.Славська), ситуація, при якій суб'єкт бажає розв'язати складні для нього задачі, але йому не вистачає даних (В.Оконь). Проблемну ситуацію можна визначити як невідповідність між знаннями, які має учень, та знаннями, які необхідні для розв'язання пізнавальної задачі, що виникла.

О.М.Матюшкін виділив три головних компоненти проблемної ситуації [6, С.34]:

- необхідність виконання такої дії, яка зумовлює пізнавальну потребу в новому, невідомому відношенні, способі або умові дії;
- невідоме, яке повинне бути розкритим у проблемній ситуації, що виникла;
- можливості учня у виконанні поставленого завдання, в аналізі умови та відкритті невідомого.

Слід зазначити, що завдання повинні відповідати інтелектуальним можливостям учнів, бо дуже просте для них завдання чи навпаки дуже складне, не створює проблемної ситуації. В першому випадку учні знають, як його розв'язувати, а в другому – вони не намагатимуться його розв'язувати із-за його складності.

Створювати проблемні ситуації можливо протягом всього періоду навчання у школі. Ми вважаємо, що, враховуючи вікові особливості 10-12 – річних учнів, таку роботу обов'язково потрібно проводити у 5-6 класах. Саме в цей час у молодших підлітків починає активізуватися процес становлення і розвитку їхньої пізнавальної сфери. Підлітки потребують нових форм ознайомлення з теоретичним матеріалом, які б дозволили реалізувати їх активність, діяльнісний характер мислення, потяг до самостійності. Матеріал, який вивчається в школі, стає для них умовою для побудови і перевірки своїх власних гіпотез [5, С. 6]. Тому важливо залучати учнів до самостійної роботи під час введення нових математичних понять чи розв'язуванні задач, створивши на уроці проблемну ситуацію.

І.В.Дорно визначив основні етапами розумової діяльності учнів під час уроку [1, С. 15]:

- виникнення проблемної ситуації;
- усвідомлення учнями сутності утруднення, що виникло, та формулювання проблеми;
- знаходження способу її розв'язування шляхом здогадки або висуванням припущення (гіпотези);
- доведення гіпотези.

Виходячи з вищезазначеного вчитель може будувати урок у такий спосіб. Учням не повідомляють формально тему і мету уроку, а пропонують розв'язати прикладні задачі, причому обов'язково доступні учням. Посильність таких задач дає підґрунтя для створення так званої «ситуації успіху». Але в переліку задач обов'язково повинна міститися така задача, розв'язання якої неможливе без нових знань. Це зумовлює проблемну ситуацію – «ситуацію інтелектуального конфлікту», яка вимагає від учня конкретних дій щодо виходу з неї. Учень у таких умовах самостійно або за допомогою вчителя формулює власну навчальну задачу і планує свою подальшу діяльність [2, С. 31].

Розглянемо приклади проблемних завдань, які, на нашу думку, доцільно пропонувати учням 5–6 класів при вивченні теоретичного матеріалу.

5 клас. Тема «Додавання і віднімання дробів з однаковими знаменниками».

Для створення проблемної ситуації на початку уроку учитель може запропонувати учням розв'язати наступні задачі:

Задача 1.

Мама доручила Сергію купити продукти. На хліб Сергій витратив 2 грн., на молоко – 4 грн., на овочі – 6 грн. і на морозиво – 2 грн. Чи залишились у нього гроші після всіх покупок, якщо мама дала Сергійкові 15 грн.?

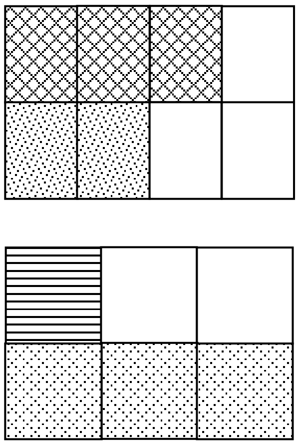
Задача 2.

Мама доручила Сергію купити продукти. На хліб Сергій витратив $\frac{2}{20}$ всіх грошей, на молоко – $\frac{5}{20}$, на овочі – $\frac{7}{20}$ і на морозиво – $\frac{4}{20}$. Чи залишились у нього гроші після всіх покупок?

Учні з легкістю розв'язують першу задачу. Під час розв'язування другої задачі виникає проблемна ситуація: вони знають, які дії необхідно виконувати для розв'язування задачі, проте не вміють виконувати дії з дробами. В учнів з'являється потреба в розширенні своїх знань і створенні правила, за яким можна додавати та віднімати дроби з однаковими знаменниками. Для того, щоб сформулювати правило, учням пропонується розв'язувати наступні завдання.

1.За допомогою малюнка 1 розв'яжіть приклади:

$\frac{3}{8}+\frac{2}{8}$; $\frac{1}{6}+\frac{3}{6}$.



$$\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=?$$

$$\frac{1}{6}+\frac{3}{6}=?$$

Мал. 1

2.Завершіть формулювання правила:

Для того, щоб додати два дроби з однаковими знаменниками потрібно **…**

3.Запишіть правило за допомогою формули: $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=$ **…**

4.Сформулюйте правило для віднімання дробів з однаковими знаменниками.

5.Розв'яжіть приклади та перевірте правило за допомогою малюнка:

$$\frac{5}{8}-\frac{3}{8}\ ; \qquad \frac{3}{6}-\frac{1}{6}.$$

6.Запишіть правило за допомогою формули: $\frac{a}{b}-\frac{c}{b}=$ **…**

6 клас. Тема «Додавання і віднімання дробів з різними знаменниками».

Зазначимо, що після вивчення теми «Множення дробів» деякі учні, які не свідомо засвоювали правило додавання і віднімання дробів, припускаються таких типових помилок: додають (віднімають) чисельники і знаменники дробів. Саме тому, на нашу думку, на етапі введення теми «Додавання і віднімання дробів» доцільно застосувати проблемний підхід. Для цього можна запропонувати учням наступні завдання.

1. Зведіть дріб:

$\frac{2}{5}$ до знаменника 15;

$\frac{1}{3}$ до знаменника 15.

2. Виконайте дії:

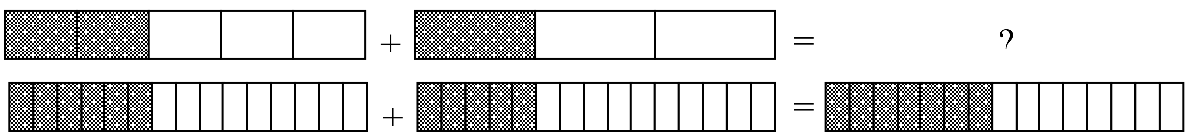
$$\frac{5}{7}+\frac{1}{7}; \quad \frac{4}{11}+\frac{5}{11}; \quad \frac{2}{5}+\frac{1}{3}.$$

3. Чим відрізняється останній приклад від попередніх?

(*Очікувана відповідь: Дроби мають різні знаменники, тому не можна застосовувати правило додавання дробів з однаковими знаменниками*).

4. Сформулюйте гіпотезу щодо правила додавання дробів з різними знаменниками.

5. Перевірте гіпотезу на прикладі за допомогою малюнка 3.



Мал. 3

6 клас. Тема «Пропорція. Основна властивість пропорції».

Для того, щоб учні самостійно сформулювали основну властивість дробу доцільно запропонувати їм наступні завдання.

1. Прочитайте пропорцію. Назвіть її крайні і середні члени: 4 : 3 = 20 : 15;

$$\frac{1{,}2}{8}=\frac{0{,}6}{4}.$$

2. Для кожної пропорції знайдіть добутки крайніх і середніх членів та порівняйте отримані результати.

(*Очікувана відповідь: добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку середніх*).

3. Сформулюйте гіпотезу щодо рівності добутків крайніх та середніх членів пропорції.

4. Перевірте гіпотезу на прикладах.

5. Розв'яжіть рівняння $4 : x = 8 : 10$ двома способами (за компонентами та за властивістю пропорції). Порівняйте ці способи розв'язування.

6 клас. Тема «Додавання від'ємних чисел».

Для того, щоб учні самостійно сформулювали правило додавання від'ємних чисел, можна запропонувати їм такі завдання.

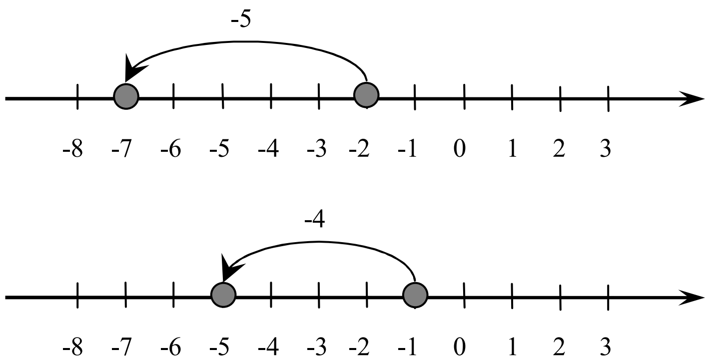
1.Розв'яжіть приклади за допомогою моделі термометра:

– 2° + (– 5°);

– 1° + (– 4°).

2.Сформулюйте гіпотезу щодо правила додавання від'ємних чисел.

Перевірте гіпотезу на прикладах за допомогою координатної прямої (мал. 4).



Мал. 4

3.Сформулюйте покроковий алгоритм додавання від'ємних чисел.

(*Очікувана відповідь: 1) у відповіді поставити знак «-»; 2) знайти суму модулів доданків*).

За таким планом можна вводити правило додавання чисел з різними знаками.

У нашому дослідженні встановлено, що проблемне навчання можна застосовувати в 5–6 класах при вивчені наступних тем: властивості додавання і множення, розв'язування рівнянь і текстових задач, дії з звичайними і десятковими дробами, пропорції, діаграми, дії з раціональними числами.

У навчальному процесі В.О.Крутецький визначив три рівні проблемного навчання [4, С. 184]:

- вчитель ставить проблему, формулює її і направляє учня на самостійні пошуки шляхів розв'язання;
- вчитель ставить проблему, а учень самостійно її формулює і розв'язує;
- учень самостійно бачить проблему, самостійно аналізує проблемну ситуацію, самостійно знаходить правильну відповідь.

Досвід роботи показує, що для учнів 5-го класу достатньо працювати на першому рівні проблемного навчання, а учням 6-го класу можна пропонувати завдання другого рівня. Зазначимо, що підлітки дуже гостро реагують на свої невдачі. Тому, якщо вчитель бачить, що при виконанні завдання в учнів виникають певні утруднення, то він може ввести додаткову інформацію, тим самим знижуючи ступінь проблемності.

Слід зазначити, що для успішної реалізації проблемного навчання вчителю необхідно: добирати і використовувати найбільш актуальні і цікаві для учнів задачі; враховувати особливості проблемного навчання в різних видах навчальної роботи; будувати дидактично виважену систему завдань для створення проблемних ситуацій; здійснювати особистісний підхід до учнів.

Проблемне навчання, зміст якого ґрунтується на проблемних завданнях для учнів, можна застосовувати в організації навчального процесу як на окремих уроках математики, так і під час вивчення цілісної одиниці змісту навчального матеріалу. Таке навчання доцільно поєднувати з репродуктивною діяльністю учнів.

1. Дорно И.В. Проблемное обучение в школе: Учеб.-метод. пособие для студентов-заочников II–III курсов пед. ин-тов. – М.: Просвещение, 1983. – 31 с.

2. Дусавицкий А.К., Погребняк О.Н. Педагогическая деятельность в развивающем образовании. Восхождение к Личности: Учеб. пособие. – Харьков: Изд. центр Харьковского национального ун-та им. В. Н. Каразина, 2006. – 200 с.

3. Калмыкова З.И. Психологические принципы развивающего обучения. М.: Знание, 1979. – 48 с.

4. Крутецкий В.А. Основы педагогической психологии. – М.: Просвещение, 1972. – 255 с.

5. Маркова А.К. Психология обучения подростка. – М.: Знание, 1975. – 64 с.

6. Матюшкин А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении. – М.: Педагогика, 1972. – 168 с.

Резюме. **Богатырева И.Н. ПРИМЕНЕНИЕ ПРОБЛЕМНОГО ОБУЧЕНИЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 5–6 КЛАССАХ.** *В статье рассматриваются некоторые особенности применения проблемного обучения в 5–6 классах на уроках математики. Приводятся примеры проблемных заданий.*

Summary. **Bogatyreva I. IMPLEMENTATION OF PROBLEM EDUCATION AT MATHEMATICS LESSONS IN THE 5–6 FORMS.** *The article deals with some peculiarities of problem education implementation in the 5–6 forms at Mathematics lessons. Some examples of problem tasks are given in this article.*

Надійшла до редакції 22.04.2008 р.

Наукове видання

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: ПРОБЛЕМИ І ДОСЛІДЖЕННЯ

МІЖНАРОДНИЙ ЗБІРНИК НАУКОВИХ РОБІТ

Випуск 29

Рекомендовано до друку вченою радою Донецького національного університету (протокол №6 від 30.05.2008)

Редакція збірника:
Науковий редактор – доктор пед.наук, проф. Скафа Олена Іванівна
Тел.: (38)-(0622)-3357085 (р.) (38)-(062)-3112429 (д.),
E-mail: skafa@dongu.donetsk.ua

Технічний редактор – Тутова О.В.
Комп'ютерна верстка – Гончарова І.В.
Художнє оформлення – Селявкіна Ю.П.

Відповідальний секретар – ст. викл. Тимошенко Олена Вікторівна
Тел.: (38)-(062)-3052375 (р.),
(38)-(062)-3378985 (д.).
E-mail: elenatimosh@mail.ru

Адреса редакції збірника: Кафедра вищої математики і методики викладання математики, Донецький національний університет, вул. Університетська, 24, Донецьк, 83055, Україна

Узгоджені матеріали надсилати за адресою:
Тимошенко О.В., пр.Миру, 29/63, Донецьк-15, 83015, Україна

Підписано до друку 3.06.2008 р. Формат 60x90/16. Папір типографський. Друк Офсетний. Умовн. друк. арк. 21,3. Тираж 300 прим. Замовлення № 49

Видавництво Донецького національного університету
Україна, 83055, Донецьк, вул. Університетська, 24

Надруковано в типографії ООО "Норд Комп'ютер" на цифрових лазерних видавничих комплексах Rank Xerox DocuTech 135 і DocuColor 2060.
Адреса: Донецьк, вул. Розенкова, 6. Тел. (062) 389 73 82