Міжнародний збірник наукових робіт
Международный сборник научных работ

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: проблеми і дослідження

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: проблемы и исследования

Випуск 30

Засновники:

Донецький національний університет

Інститут педагогіки Академії педагогічних наук України

Національний педагогічний університет ім.М.П.Драгоманова

Донецьк: ДонНУ, 2008

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р
Д44

Збірник заснований професором Юрієм Олександровичем Палантом у 1993 році.

Рекомендовано до друку Вченою радою Донецького національного університету 26.12.2008 (протокол №11).

Д44 **Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт.** – Вип. 30. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2008. – 248 с.

Викладено нові підходи до деяких питань методики навчання математики. Роботи присвячено використанню евристичних методів навчання, стимулюванню творчої діяльності учнів та студентів.

Изложены новые подходы к некоторым вопросам методики обучения математике. Работы посвящены использованию эвристических методов обучения, стимулированию творческой деятельности учащихся и студентов.

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р

International Collection of Scientific Works

DIDACTICS of MATHEMATICS: Problems and Investigations

Issue # 30

Founders:

Donetsk National University, Ukraine

Pedagogical Institute of the Academy of Pedagogical Sciences of Ukraine

National Pedagogical University, Kiev, Ukraine

Donetsk, DonNU, 2008

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р
Д44

A periodic semiannual edition founded by Professor Yurii Palant in 1993.

Recommended for publication by Scientific Council
of Donetsk National University on 26.12.2008 (minutes # 11).

Д44 **Didactics of mathematics: Problems and Investigations: International Collection of Scientific Works. –** issue # 30. – Donetsk: DonNU, 2008. – 248 p.

New approaches to some methods of training mathematics problems are described. The publications concern the use of heuristic methods in teaching sciences, stimulation of creative activity of students in the field of constructing and solving problems.

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р

Постановою Президії ВАК України від 10.11.99 № 3-05/11 затверджено перелік № 3 наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук. До розділу «Педагогічні науки» включено наш збірник наукових робіт «Дидактика математики: проблеми і дослідження» (Бюлетень ВАК України, 1999, № 6), який є продовженням видання «Евристика та дидактика точних наук» міжнародного збірника наукових робіт. Нумерація випусків продовжується.

ЗМІСТ

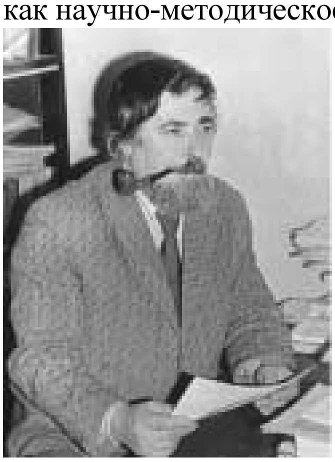
Редакція зберігає за собою право на редагування і скорочення статей. Думки авторів не завжди збігаються з точкою зору редакції. За достовірність фактів, цитат, імен, назв та інших відомостей відповідають автори.

CONTENT

РЕАЛИЗАЦИЯ ОСНОВНЫХ НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИХ НАПРАВЛЕНИЙ НА СТРАНИЦАХ МЕЖДУНАРОДНОГО СБОРНИКА «ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: ПРОБЛЕМЫ И ИССЛЕДОВАНИЯ» (К 15-ЛЕТНЕМУ ЮБИЛЕЮ)

Е.И.Скафа,
доктор педагог. наук, профессор,
научный редактор сборника,
Е.В.Тимошенко,
ответственный секретарь сборника,
Донецкий национальный университет
г. Донецк, УКРАИНА

На современном этапе реформирования высшего и среднего математического образования особенно актуальным является освещение на страницах научно-методических изданий различных подходов, направлений и разработок, связанных с обсуждением и решением проблем в области теории и методики обучения математике. Одним из таких изданий является международный сборник научных работ «Дидактика математики: проблемы и исследования». Он является продолжением сборника «Эвристика и дидактика точных наук», который был основан в 1993 году профессором Донецкого государственного университета Ю.А.Палантом и до 1997 года существовал как научно-методическое издание Донецкого региона.



В сборнике «Эвристика и дидактика точных наук» освещались вопросы использования и разработки эвристических приемов в обучении, стимулирования творческой деятельности обучаемых в процессе решения математических задач. Обсуждения данных направлений на его страницах привлекли внимание ученых не только различных регионов Украины, но и других стран мира. В сборнике печатались работы А.Плоцки (Польша) и его коллег, М.Воскоглоу (Греция), М.Сонис (Израиль), В.Беринде, С.Флорин (Румыния), А.Кивинукк (Эстония), Н.Чхаидзе (Грузия), Г.И.Саранцева (Россия).

Публикуемые статьи отличались не только географическим разнообразием местожительства авторов, но и разнообразием научно-методических направлений, что позволило значительно расширить редакционную коллегию и редакционный совет издания.

С 1997 года сборник стал международным и первым на Украине изданием научно-методических работ по специальности теория и методика обучения математике, соучредители которого Донецкий национальный университет, Национальный педагогический университет им. М.П.Драгоманова (г. Киев), институт педагогики АПН Украины (г. Киев), Донецкая школа эвристики и точных наук (Донецкая фирма наукоемких технологий ТЕАН НАН Украины). В этом же году Постановлением Президиума ВАК Украины сборник вошел в перечень научных специализированных изданий Украины, в которых могут публиковаться результаты диссертационных работ на соискание научных степеней доктора и кандидата педагогических наук.

В 1999 году сборник прошел перерегистрацию в ВАК Украины и стал называться «Дидактика математики: проблемы и исследования», что явилось закономерным результатом расширения сферы научных интересов его авторов. Нумерация выпусков продолжилась.

С 2000 года сборник возглавляет ученица профессора Ю.А.Паланта Е.И.Скафа, доктор педагогических наук, профессор, заведующая кафедрой высшей математики и методики преподавания математики Донецкого национального университета.

Проблематика эвристического обучения математике, формирования профессионально-ориентированной деятельности студентов, управления учебно-познавательной деятельностью школьников через внедрение эвристико-дидактических конструкций продолжает оставаться одной из основных научно-методических линий сборника. Е.И.Скафа возглавляет группу исследователей, чьи результаты постоянно отражаются на страницах сборника (Е.В.Тимошенко (Хорольская), А.Ю.Карлащук, Е.В.Власенко, В.М.Дрибан, Г.Г.Пенина, Т.С.Максимова, И.В.Гончарова, О.В.Тутова, Н.В.Игнатова, И.Н.Реутова, И.М.Симкина, Ю.Г.Тымко и др.). В Донецком национальном университете развивается также направление, связанное с проблемами самореализации и саморазвития преподавателя высшего учебного заведения, его возглавляет доктор педагогических наук, профессор Н.Н.Лосева. В ее статьях и работах ее последователей постоянно публикуются интересные в научном плане исследования.

Многие годы в редакционную коллегию сборника входила доктор педагогических наук, профессор З.И.Слепкань – выдающийся ученый в области теории и методики обучения математике, прекрасный педагог, автор многочисленных научных трудов, учебников и учебных пособий. Исследования З.И.Слепкань охватывали проблемы развивающего обучения математике, личностно-ориентированного обучения в средних и высших учебных заведениях, развития творческого мышления учащихся и студентов. Этим проблемам были посвящены ее публикации в сборнике, которые вызывали огромный интерес не только ученых Украины, но и зарубежных исследователей. Ее научные направления продолжают многочисленные ученики и последователи, публикации которых постоянно отражены на страницах сборника (В.А.Швец, Т.В.Крылова, Н.А.Тарасенкова, А.В.Спиваковский, Е.И.Скафа, Л.И.Ничуговская, А.В.Грохольская, Л.А.Сухина, В.И.Таточенко, Й.Николов, С.П.Семенец, В.Я.Забранский, С.Э.Яценко, О.Г.Фомкина, Е.Е.Волянская, Л.И.Лутченко, С.М.Лукьянова, С.П.Параскевич, Л.Я.Федченко, Л.А.Соколенко и др.). В 2006 году 25-й выпуск сборника был посвящен 75-летнему юбилею со дня рождения З.И.Слепкань. В качестве поздравлений Зинаиде Ивановне практически все ее ученики (их более 40 человек) представили свои статьи как научные отчеты о продолжаемой ими работе.

Огромный вклад в развитие сборника вносит коллектив ***НПУ им. М.П.Драгоманова – одного из соучредителей.*** Непосредственное участие в формировании и становлении сборника принимает заведующий кафедры математики, теории и методики обучения математике, профессор В.А.Швец.

Проблемы, рассматриваемые им и его учениками (О.И.Матяш, Н.В.Ванжой, Г.И.Биляниным, Л.В.Тополей, М.П.Красницким, П.Самоволом, И.А.Лебедевой, И.А.Дремовой, А.В.Прус, Л.Г.Филон, О.Б.Шевелевой и др.) на страницах сборника, связаны с теорией и методикой обучения математике в общеобразовательной и специальной школе: технологией решения математических задач, прикладной направленностью курса математики, обучением математике в средних специальных учебных заведениях и контролем результатов обучения и др.

Нельзя не упомянуть заведующего кафедрой информатики НПУ им. М.П.Драгоманова, академика АПН Украины, доктора педагогических наук, профессора М.И.Жалдака и учеников его научной школы, чьи работы легли в основу современной методической системы обучения информатики и формирования умений учителя математики применять информационно-коммуникационные технологии (ИКТ) в процессе деятельности. М.И.Жалдак основал разработку современных компьютерно-ориентированных методических систем обучения математике, сочетающих в себе целесообразное и оправданное взаимодействие традиционных систем обучения и ИКТ. Эти проблемы постоянно освещаются на страницах сборника в статьях докторов наук М.И.Жалдака, В.И.Клочко, Г.А.Михалина, Ю.В.Триуса, С.А.Ракова, а также исследователей О.В.Витюк, В.И.Шавалевой, Т.Г.Крамаренко, А.В.Лиходеевой и др.

Одними из ярких наполнений тематики сборника являются работы в области истории и методологии математики, а также проблем специальной подготовки будущих учителей. Данную тематику возглавляет доктор педагогических наук, профессор кафедры математики, теории и методики обучения математике НПУ им.М.П.Драгоманова В.Г.Бевз. В ее работах отражена профессиональная направленность курса «История математики» в педагогическом вузе, рассмотрено использование исторического материала в обучении элементарной математике будущих учителей. Ученики и последователи В.Г.Бевз (С.Н.Музыченко, И.А.Сверчевская, Т.Л.Годованюк и др.) постоянно публикуются на страницах издания.

Еще одним соучредителем сборника является ***институт педагогики АПН Украины.*** В редакционную коллегию входят член-корреспондент АПН Украины, доктор педагогических наук, профессор М.И.Бурда, член-корреспондент АПН Украины, кандидат педагогических наук Ю.И.Малеваный, кандидат педагогических наук, старший научный сотрудник Т.Н.Хмара. Весомый вклад в становление и развитие сборника внес М.И.Бурда. Его научное направление по совершенствованию содержания математического образования и развитию творческих способностей отражено в публикациях его учеников. На страницах сборника постоянно печатаются работы С.В.Ивановой, Ю.Л.Сморжевского, О.И.Буковской и др.

Интерес представляют статьи научного коллектива киевского межвузовского объединения (В.А. Гроза, О.Л. Лещинский, В.В. Тихонова, О.П. Томащук). Их постоянно публикующиеся работы посвящены частнометодическим проблемам преподавания математических дисциплин в вузах.

Плодотворно сотрудничает со сборником группа исследователей ***Черкасского национального университета*** под руководством доктора педагогических наук, профессора, проректора по научной работе Н.А.Тарасенковой. Ее направления – теоретико-методические основы использования знаково-символических средств в обучении математике, дифференцированные подходы к обучению математическим дисциплинам и др. – нашли отражение в публикациях самой Нины Анатольевны, а также в работах И.А.Акуленко, А.Г.Демченко, И.Н.Богатыревой, А.Н.Нестеренко, О.М.Кондратьевой, А.В.Левченко, З.О.Сердюк, О.Н.Коломиец, Н.В.Босовского и др.

Исследованием вопросов, связанных с научными основами обучения математике в высшей школе студентов нематематических специальностей, профессиональной направленности обучения математике студентов технических специальностей, организацией самостоятельной работы и дифференцированного подхода к обучению, занимается коллектив ***Днепродзержинского государственного технического университета*** под руководством доктора педагогических наук, профессора Т.В.Крыловой. На основе концепции математической подготовки студентов высшей технической школы, разработанной Т.В.Крыловой, в сборнике публикуются статьи, связанные с дистанционным обучением математике, использованием элементов личностно-ориентированного обучения, организации модульно-рейтингового контроля и оценивания усвоенных знаний и умений студентов высшей технической школы (О.Ю.Орлова, Н.И.Тихонцова, Е.Н.Гулеша и др.).

Заслуживает внимания коллектив авторов ***Полтавского университета потребительской кооперации Украины,*** который возглавляет доктор педагогических наук, профессор Л.И.Ничуговская, предложившая адаптивную концепцию математического образования студентов экономических специальностей высших учебных заведений. Группа исследователей (Е.Г.Фомкина, Н.В.Ванжа, Л.И.Вовк, Ю.А.Галайко, О.П.Кошевая, А.В.Антонец и др.) занимается вопросами теории и методики обучения математике студентов экономических специальностей и постоянно публикует свои разработки на страницах сборника.

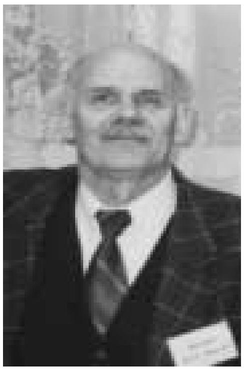
За годы существования сборника значительно расширилась его география. Среди украинских авторов следует отметить не только работы из Киева, Донецка, Черкасс, Полтавы, Днепродзержинска. Активно участвуют в обсуждении многих методических проблем исследователи Винницы (В.И.Клочко, А.Л.Воевода, С.В.Дембицкая, И.В.Калашников, С.Л.Яблочников, М.Б.Ковальчук, Л.И.Новицкая, М.В.Миронюк и др.), Сум (О.С.Чашечникова, С.В.Коломиец, М.И.Одарченко, З.Б.Чухрай), Бердянска (В.И.Шавалева, В.В.Мацюк, О.Б.Красножон, С.Г.Мастерова, С.Г.Колесник, О.В.Куделина, А.В.Лиходеева), Житомира (С.П.Семенец, И.А.Сверчевская, А.В.Прус), Чернигова (О.В.Трунова, М.М.Нак, Л.А.Соколенко), Дрогобыча (Т.И.Вийчук, О.В.Шаран, И.В.Корнейчук), Одессы (С.В.Иванова, А.С.Кушнирук, А.Л.Ищенко) и других регионов Украины.

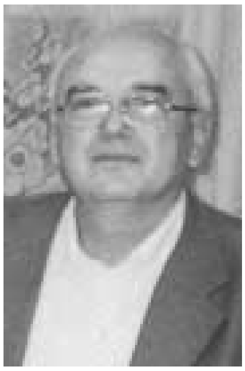
Основные научно-методические линии, обсуждаемые на страницах сборника, вызывают интерес не только исследователей Украины, но и других стран. Вопросы эвристических методов в обучении математике обсуждались на страницах сборника ***российскими учеными*** (Н.Х.Розовым, Г.И.Саранцевым, Н.А.Чекановым), а также исследователями (Т.А.Ширшовой, И.И.Зильбербергом, М.Н.Кочагиной, И.Е.Овчаренко, В.М.Шевченко). Дифференцированный подход в обучении математике нашел отражение в работах члена редакционного совета сборника, доктора педагогических наук, профессора, заведующего кафедрой математики и методики преподавания математики Московского государственного педагогического университета В.А.Гусева.

В редакционный совет сборника входит и действительный член Белорусской Академии образования, доктор педагогических наук, профессор Белорусского национального педагогического университета И.А.Новик. Сборник популярен среди исследователей в области теории и методики обучения математике республики ***Беларусь***. Свои работы в нашем издании публиковали профессоры И.А.Новик, А.М.Радьков, О.И.Мельников, Е.Е.Семенов и исследователи Н.В.Бровка, Т.В.Дубик, В.С.Якимович и др. Рассматривались вопросы эвристического обучения математике, внедрения тестовых технологий в обучение, частных методик обучения математике в высшей школе, использования компьютерно-ориентированных средств обучения и др.

Активно сотрудничает со сборником группа исследователей из ***Соединенных Штатов Америки*** во главе с членом редакционного совета профессором Лос-анджелесского национального университета И.Субботиным (координатор и соавтор многих публикаций доцент НПУ им. М.П.Драгоманова Н.Н. Билоцкий). Интересы американских авторов лежат в области частных методик высшей школы, а также проблем педагогического образования различных стран мира. Авторы – Ф.Мосавар-Рахмани, Х.Бедкубехи, М.Хилл, Н.Станкос, Ву Зонхе, П.Глуховский, Н.Сердюкова и др. – публиковали свои статьи на страницах сборника, а также в материалах международных конференций «Эвристическое обучение математике».

Проблемы, рассматриваемые на страницах сборника, постоянно находятся в поле зрения исследователей ***Израиля.*** В редакционный совет входит П.Самовол, профессор Бен-Гурионского университета Беер-Шевы, соавторами многих работ которого являлись в разное время А.Браверман, М.Эплбаум, И.Кизнер. Кроме того, в сборнике публиковались Л.Бограчева, В.Лаврик, В.Шуняков, И.Фейгенберг, Т.Олевская (Иерусалим). Интересы израильских исследователей затрагивали вопросы прикладной направленности курса математики, а также проблем частных методик преподавания математики.





Научные исследования, проводимые ***болгарскими учеными*** в области теории и методики обучения математике также отражены на страницах сборника. Нашим читателям известны два направления, разрабатываемые в Пловдивском университете им. П.Хилендарского (руководитель – В.Милушев (фото слева)) и в Шуменском университете им. Епископа К.Преславского (руководитель – Й.Николов (фото справа)). В.Милушев, Ж.Германова, Д.Френкев отражают вопросы, связанные с эвристическим подходом к обучению решению математических задач. Авторы Й.Николов, Н.Тончева, И.Иванов, Т.Трайчев, С.Славова, Д.Станков уделяют внимание общеметодическим проблемам преподавания математики в высшей школе.

Подводя итоги пятнадцатилетней работы, можно с уверенностью сказать, что сборник «Дидактика математики: проблемы и исследования» по праву состоялся как серьезное научно-методическое издание международного уровня. За пятнадцать лет в сборнике опубликовано 625 научно-методических статей ученых, аспирантов, преподавателей, учителей и студентов различных регионов Украины и зарубежья.

Тесное сотрудничество коллективов авторов разных стран делает возможным плодотворное развитие старых и появление новых научно-методических направлений сборника. Каждому из них найдется место для обсуждения на страницах нашего издания.

ҐЕНДЕРНІ АСПЕКТИ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

А.І.Кузьмінський,
доктор педагог. наук, професор,
Н.А.Тарасенкова,
доктор педагог. наук, професор,
І.А.Акуленко,
кандидат педагог. наук, доцент,
Черкаський національний університет ім. Б.Хмельницького,
м.Черкаси, УКРАЇНА

Розглянуто прояви ґендерних відмінностей у формуванні математичних знань учнів, зв'язок цих процесів із домінуванням певної підструктури математичного мислення та вплив ґендерних стереотипів студентів на якість методичної підготовки майбутніх учителів математики.

Вплив ґендерних відмінностей на процес навчання математики є досить суттєвим. У сучасній ґендерній психології не сформувалося усталеної думки щодо природи ґендерних відмінностей у здібностях людини, оскільки як біологічні фактори, так і соціальні можуть упливати на них.

У ході фахової підготовки майбутнього вчителя математики необхідно враховувати два аспекти: з одного боку, прояви ґендерних відмінностей у формуванні математичних знань учнів, що пов'язане із домінуванням певної підструктури математичного мислення школярів, а з іншого – сформовані ґендерні стереотипи самих студентів та їх уплив на якість методичної підготовки майбутніх фахівців.

Метою даної статті є дослідження питання про ґендерні відмінності у математичних навичках дітей шкільного віку та їх урахування у процесі формування методичних знань студентів при вивченні курсу «Методика навчання математики».

Згідно з даними Міжнародної програми оцінки прогресу в освіті, встановлені суттєві ґендерні відмінності в успішності проходження тестів на встановлення рівня математичних досягнень дівчатками й хлопчиками. Зокрема, за результатами стандартизованих тестів для початкових і середніх класів основної школи, спрямованих на виявлення рівня сформованості обчислювальних математичних навичок, кращі показники мають дівчатка. У старших класах акцент у цих тестах робиться на виявленні рівня сформованості вмінь учнів застосовувати математичні поняття й факти у процесі розв'язування сюжетних задач, зокрема прикладного характеру. З такими тестами краще справляються хлопчики. Дослідження показали, що ґендерні відмінності зберігаються й при розв'язуванні стандартизованих тестів, спрямованих на виявлення рівня математичної підготовки студентів ВНЗ.

Психологічні ґендерні відмінності виявлено у дослідженнях домінуючої підструктури математичного мислення (Ж.Піаже, І.Я.Каплунович та ін.). Такі відмінності спостерігаються як в учнів, так і в учителів математики. Тому вплив ґендерних відмінностей на процес навчання математики є досить значним.

Структуру математичного мислення, як відомо, утворюють 5 кластерів (підструктур): топологічна, проективна, порядкова, метрична, алгебраїчна.

Дослідження психологів показали, що топологічна підструктура забезпечує замкненість, компактність, зв'язність розумових перетворень, неперервність трансформацій, розумове утворення, формування, виліплювання у своїй уяві необхідного об'єкта. Найсуттєвішими характеристиками об'єкта для дітей із домінуючою топологічною підструктурою є: розривність – неперервність, зв'язність – незв'язність, компактність – некомпактність, належність – неналежність тощо. Цей кластер проявляється в людини найраніше. Експерименти показують, що діти віком до одного року передбачають неперервність руху предмета, навіть, якщо він зникає з їхнього поля зору. Топологічна підструктура мислення спричинює очікування дитиною появи предмета, який рухався й зник за перешкодою. Якщо це не відбувається, малюки виявляють неймовірне здивування. Топологічний кластер також відповідає за цілісність і зв'язність логічних операцій у 2 – 3 - річних дітей.

Експериментально встановлено, що порядкова підструктура відповідає за процеси зіставлення людиною математичних об'єктів і їх елементів за такими характеристиками: «рівні – нерівні», «менше – більше», «ближче – далі», «вище – нижче», «над – під», «частина – ціле». Формується порядкова підструктура майже відразу після топологічної й відповідає за послідовне проходження логічних операцій. «Порядківцям», на відміну від топологів, не важливе об'єднання операцій в одне ціле. Вони зосереджуються на строгому лінійному порядку, на формі й розмірові об'єктів (більше або менше), на їх співвідношеннях (правіше, лівіше, вище, нижче), на напрямі руху (за або проти стрілки годинника, вгору або вниз, від початкового положення до кінцевого). У навчанні математики таких дітей важливим є, наприклад, наявність алгоритму, інструкцій під час уведення способу розв'язування типових задач, покрокового дотримання послідовності у системі вправ у процесі формування понять, алгоритмів, методів доведення математичних фактів.

Метрична підструктура дозволяє вирізнювати в об'єктах і їх компонентах кількісні величини й відношення (пропорції, чисельні значення розмірів, кутів, відстаней). Ця підструктура формує в дитини схильність до акцентування уваги на кількісних характеристиках. Формування абстрактних математичних понять у дітей з домінуючою метричною підструктурою утруднене і полегшується, якщо при цьому спиратися на приклади, що ілюструють це поняття й виражені через кількісні показники.

За допомогою алгебраїчної (композиційної) підструктури дитина робить розчленування й об'єднання компонентів математичних об'єктів, об'єднання кількох блоків предмета в один, прямі й обернені операції, заміну кількох операцій однією, згортання процесу виконання математичних перетворень. Учні з домінуючою підструктурою мислення цього типу прагнуть до структурованого, системного сприйняття математичних об'єктів, вони сприймають об'єкти одночасно й як цілісне утворення, і поелементно. Якщо вони працюють із матеріальним предметом, то постійно розбирають і збирають його, намагаються утворити з частин різні комбінації, не турбуючись про послідовність об'єднання частин. У навчанні математики можна спостерігати, що до розв'язання будь-яких завдань вони часто підходять дещо хаотично – починають з найбільш знайомої операції, потім перескакують на іншу, минаючи проміжні етапи, і заново повертаються до початку, заздалегідь дослідивши той етап, який повинен завершувати процес.

Проективна підструктура забезпечує вивчення математичного об'єкта або його зображення з певного самостійно обраного положення, проектування з цієї позиції об'єкта на зображення (або зображення на об'єкт) і встановлення відповідності між ними. Вона є найскладнішою з усіх п'яти підструктур. Якщо в дитини переважає підструктура цього типу, то вона схильна розглядати не лише матеріальний предмет, але і його зображення з різних кутів зору, насамперед, з позиції його застосування в теорії й на практиці. «Проективіст» мислить нестандартно, дивує навколишніх багатоваріантністю рішень, прагне знайти оптимальне застосування будь-якого явища, його хвилює перш за все ступінь уживаності й корисності. У навчанні математики таких дітей необхідно враховувати, що, розглядаючи предмет як нестатичну структуру, вони забувають про суттєві характеристики й подробиці: врахування розширення або звуження області допустимих значень змінної у перетвореннях алгебраїчних виразів чи рівнянь, межі застосування певного методу під час розв'язування задач тощо.

Як показують дослідження психологів школи Ж.Піаже, вказані п'ять підструктур математичного мислення існують не ізольовано, не рівнозначно, вони перетинаються й знаходяться в певній ієрархії за ступенем значущості й представленості в інтелекті. У відповідності до індивідуальних особливостей кожного та чи та підструктура займає місце головної, провідної, домінуючої. Вона найбільш яскраво виражена порівняно з іншими, найбільш стійка й краще розвинена. Відповідно до своєї провідної підструктури людина по-різному сприймає, оперує, переробляє й відтворює математичну інформацію.

І.Я.Каплунович [1; 2] наголошує, що не викликає сумніву той факт, що із самого раннього дитинства ґендерні стереотипи впливають на поведінкові, у ході яких і формується певна підструктура математичного мислення. Одягання ляльки – операція доповнення, годування ляльки – заповнення порожнини, впорядкування багатьох ляльковиx атрибутів – встановлення кількісних і порядкових відношень. Усі ці операції соціально детермінують переважне формування передовсім топологічних, порядкових і метричних підструктур у дівчаток.

Хлопчики, починаючи своє знайомство з іграшкою (наприклад, машинкою), спочатку вивчають її деталі – операція аналізу, поділу, членування, потім починають з'єднувати окремі деталі в одне ціле – операція синтезу, композиційні, проектувальні перетворення. Таким чином, у хлопчиків переважаючими є композиційний (алгебраїчний) та проектувальний кластери.

У такий спосіб соціум, оточення дитини (батьки, вихователі) впливають на формування ґендерних відмінностей у домінуючих підструктурах мислення дитини. На цих основах розвиваються в подальшому ґендерні відмінності, які впливають на процес засвоєння математичних знань хлопчиками й дівчатками. Дівчатка більш успішні в аналізі задач, в оформленні розв'язку, більш послідовні в реалізації й обґрунтуванні послідовності власних дій. Хлопчики схильні до генерування ідей, проектування наслідків, «розчленовування й конструювання» не тільки конкретних об'єктів, але й їхніх образів. «Між тим, не стільки створення, скільки оперування просторовими образами є однією із найважливіших складових творчої діяльності» [2, 59].

Ґендерні відмінності спостерігаються й у процесі навчання учнів вчителями різної статі. Пояснення навчального матеріалу педагоги-жінки здійснюють з опорою на топологічний, порядковий і метричний кластери. Відповідно й сприймають таке пояснення краще учні з такими ж домінуючими підструктурами мислення. Враховуючи, що в початковій школі працюють в основному вчителі-жінки, цим фактором певною мірою зумовлене деяке випередження дівчатками хлопців у навчанні в початковій школі. У старших класах збільшується кількість учителів-чоловіків, формальні вимоги певною мірою знижуються, послаблюється увага до аспектів, які детермінуються топологічною, порядковою, метричною підструктурами мислення вчителів-жінок, більша увага приділяється тим операціям і характеристикам, які більш притаманні алгебраїчній і проектувальній підструктурі мислення вчителів-чоловіків.

Не можна применшувати або надавати пріоритетного значення жодній із цих підструктур. Математична діяльність неможлива без генерування нових ідей (композиційний, алгебраїчний кластер), проектування й узагальнення ситуацій (проективний кластер). Поряд із ними діяльність у будь-якій сфері, особливо у сфері математичних об'єктів, вимагає глибокого аналізу, строгої неперервності у проведенні логічних міркувань (топологічний кластер), жорсткого дотримання певних алгоритмів (порядковий кластер), доведення результату до кінцевого числового значення або практичного застосування (метричний кластер).

У процесі навчання вчитель повинен створити умови для взаємозбагачення, взаємонавчання дівчаток і хлопчиків, тобто, навчання таких стилів спілкування, поведінки, способів мислення, які не властиві індивідам цієї статі.

Уплив домінуючих підструктур математичного мислення й ґендерні відмінності проявляються й у процесі методичної підготовки майбутніх учителів математики. Спостереження свідчать, що мають місце певні особливості, коли студенти обох статей вивчають курс «Методика навчання математики». У ході вивчення модуля «Теоретичні основи загальної методики навчання математики» кращі результати показують юнаки. Саме для них більш доступними є завдання, у ході виконання яких необхідно виконати логіко-математичний аналіз понять шкільного курсу математики, формулювань теорем. Студенти-юнаки є більш успішними в складанні систем вправ із таким дидактичним навантаженням: на виділення суттєвих властивостей поняття; на побудову об'єктів, які ілюструють певне математичне поняття; на побудову об'єктів, які є контрприкладами або вільними об'єктами стосовно даного поняття. Таким чином, більше проявляються проективна й композиційна (алгебраїчна) підструктури їх мислення.

Дівчата ж легше виконують завдання, які передбачають вербальну діяльність: формулювати еквівалентні означення понять; знаходити логічні й змістові помилки в означеннях понять; створювати систему вправ, яка була б спрямована на засвоєння учнями тексту означення понять, термінів і символіки. Упорядкування формулювань означень понять, заповнення пропусків у них – це ті операції, за які відповідає топологічний кластер мислення. Прояви домінування цього кластера демонструють здебільшого студентки.

У ході вивчення загальної методики роботи з формулюванням і доведенням теорем шкільного курсу математики хлопці переважно спрямовують свої зусилля на встановлення виду висловлень (прості, складені), наведення прикладів простих і складених висловлень зі шкільного курсу математики, на виділення тез і аргументів у доведеннях. Юнаки краще розрізняють індуктивний і дедуктивний умовиводи як спосіб доведення, хоча самі частіше використовують індуктивний шлях у пошуку власне доведення або розв'язання нових задач.

Дівчата ж шукають опори в доведеннях на раніше встановлені факти, властивості, тобто у пошуках доведення для них переважним є шлях від загального до конкретного. Опанування певної методичної схеми введення нової теореми також більш легко дається саме дівчатам. У них спостерігається ретельне дотримання послідовності етапів або конкретно-індуктивної, або абстрактно-дедуктивної схеми введення формулювань теорем (порядковий кластер). Переважання порядкової підструктури також проявляється в тому, що дівчата більш схильні до навчання способів доведення теорем через демонстрацію готових доведень і методичної роботи з ними. А от студенти-юнаки краще організовують процес пошуку самими учнями доведення нових теорем, залучаючи висхідний, нисхідний аналіз, аналіз Паппа (композиційний кластер). Загалом, при вивченні змістових модулів «Методика формування математичних понять», «Методика роботи з теоремами шкільного курсу математики» кращі результати показують студенти-юнаки. А от опанування методики актуалізації базових знань, формування навичок і вмінь, проведення контролю в процесі навчання математики успішніше проходить у студенток.

У методичній діяльності майбутніх учителів проектуються не лише переважні підструктури математичного мислення, підвалини якого були закладені ще в школі, але й ґендерні стереотипи. На цих основах розвиваються у подальшому ґендерні відмінності в професійній поведінці й методичній діяльності вчителів-чоловіків і жінок. Урахування цих аспектів викладачами створює передумови для взаємозбагачення студентів (юнаків і дівчат) різноманітними, не характерними для даної статі, способами методичної діяльності, спілкування, мислення.

1. Каплунович И.Я., Петухова Т.А. Пять подструктур математического мышления: как их выявить и использовать в преподавании // Математика в школе. – 1998. – №5. – С. 45–48.

2. Каплунович И.Я. Нужно ли раздельное обучение мальчиков и девочек // Математика в школе. – 2001. – №5. – С. 56–60.

3. Пиаже Ж. Психология интеллекта // Избранные психологические труды. – М.: Просвещение, 1969. – С. 55–231.

4. Пиаже Ж. Речь и мышление ребенка. – СПб: СОЮЗ, 1997. – 256 с.

5. Пиаже Ж., Инельдер Б. Генезис элементарных логических структур: классификация и сериация. – М.: Иностр. лит-ра, 1963. – 446 с.

Резюме. **Кузьминский А.И., Тарасенкова Н.А., Акуленко И.А. ГЕНДЕРНЫЕ АСПЕКТЫ ПОДГОТОВКИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ.** *В статье рассмотрены проявления гендерных отличий при формировании математических знаний учащихся, связь этих процессов с доминирующей подструктурой математического мышления и влияние гендерных стереотипов студентов на качество методической подготовки будущих учителей математики.*

Summary. **Kuzminsky A., Tarasenkova N., Akulenko I. THE GENDER PECULIARITIES FUTURE MATH TEACHERS PROFESSIONAL TRAINING.** *The article is focused on the gender peculiarities while forming math skills, the connection of these processes with dominant substructures of math thinking and the influence of gender stereotypes on the quality math teachers professional training.*

Надійшла до редакції 10.11.2008 р.

СУЧАСНІ ПІДХОДИ ДО МОДЕРНІЗАЦІЇ ВИЩОЇ ПЕДАГОГІЧНОЇ ОСВІТИ В УКРАЇНІ ЯК ПРОБЛЕМА ДОСЛІДЖЕННЯ

С.Г.Колесник,
старший викладач,
Бердянський державний педуніверситет,
м. Бердянськ, УКРАЇНА

Обґрунтовано, що для реалізації пріоритетних напрямків державної політики в галузі вищої педагогічної освіти необхідно велику увагу приділяти самостійній роботі студентів.

Початок ХХІ століття для світової спільноти ознаменувався прискоренням процесу переходу від індустріального до інформаційного суспільства, впровадженням високих технологій у різні сфери діяльності людства. Це значно підносить роль розвитку вищої освіти, завдяки якої зміцнюється науковий потенціал держави, здійснюється підготовка висококваліфікованих фахівців, здатних забезпечувати її авторитет і конкурентоспроможність, сприяти розв’язанню локальних, регіональних та глобальних проблем, що вже існують або існуватимуть в майбутньому.

Розвиток вищої школи в Україні, який набув оновленого змісту після 1991 року, регламентується законами України «Про освіту», «Про вищу освіту», «Про наукову і науково-технічну діяльність», положеннями «Про вищій навчальний заклад», «Про національну програму інформатизації», іншими державними документами, які визначають цілі, завдання, напрями й шляхи вдосконалення даної освітньої галузі.

Мета вищої освіти України, яка сформульована у статті 42 Закону «Про освіту», полягає у тому, що: «Вища освіти забезпечує фундаментальну наукову, професійну та практичну підготовку, здобуття громадянами освітньо-професійних рівнів відповідно до їх бажань, інтересів і здібностей, удосконалення наукової та професійної підготовки, перепідготовки та підвищення їх кваліфікації» [2, 21].

Державна політика України зі сприяння розвитку освіти у першій чверті ХХІ століття націлена на створення умов для розвитку особистості кожного громадянина, виховання поколінь, які будуть ефективно працювати і навчатися протягом життя, зберігати та приумножувати цінності національної культури і громадянського суспільства, зміцнювати й розвивати незалежну, демократичну і правову державу як невід’ємну складову європейської та світової спільноти [3].

На цей час пріоритетними напрямами реалізації державної політики в галузі освіти виступають її особистісна орієнтація; формування національних і загальнолюдських цінностей; створення для громадян рівних можливостей у здобутті освіти; постійне підвищення якості, оновлення змісту та форм організації навчально-виховного процесу; розвиток системи безперервної освіти та навчання протягом життя; пропаганда здорового способу життя; розширення україномовного освітнього простору; забезпечення освітніх потреб національних меншин; забезпечення економічних і освітніх гарантій для професійної самореалізації педагогічних, науково-педагогічних працівників, підвищення їх соціального статусу; запровадження освітніх інновацій, інформаційних технологій; створення індустрії сучасних засобів навчання й виховання, повне забезпечення ними навчальних закладів;

створення ринку освітніх послуг та його науково-методичне забезпечення; інтеграція вітчизняної освіти в європейський та світовий освітній простір.

Порівняно з дев'яностими роками минулого століття на сьогоднішній день у нашій країні відмічається зростання мережі вищих навчальних закладів різних рівнів акредитації і форм власності (державної, приватної) і загальної кількості тих, хто в них навчається. При цьому значно розширені навчальні можливості студентів, які сьогодні можуть не тільки здобувати дві спеціальності одночасно, а й отримувати другу вищу освіту іншого фаху (на базі першої), що підвищує мобільність випускників вузів на ринку праці. Активно впроваджуються сучасні інформаційні технології, користування мережею Інтернет; набули розвитку нові форми вищої освіти (зокрема – дистанційна); оновлено перелік і збільшено кількість спеціальностей.

Зміст освіти у вищих навчальних закладах структурований у відповідності до чотирьох основних ступенів навчання. Таке структурування вищої освіти спрямоване на урізноманітнення існуючої системи, забезпечення її відповідності інтересам особистості. За основу структурування освіти в нашій та інших країнах пострадянського простору взято багатоступеневу систему Сполучених Штатів Америки, структурна модель якої довела свою життєздатність. Багатоступеневість вищої освіти створює умови для інтеграції з середніми загальноосвітніми закладами, училищами, технікумами шляхом створення навчальних комплексів, які надають змогу студентам свідомо обирати свій подальшій освітній і життєвий шлях, а навчальним закладам – підтримувати та заохочувати найбільш талановитих студентів до подовження навчання.

Зміст, нормативний термін навчання, а також форми контролю та державної атестації для кожного освітньо-кваліфікаційного рівня затверджуються Міністерством освіти і науки України і визначаються в освітньо-професійних програмах, які є державними документами. При цьому виділяються нормативна та вибіркова частини змісту. Обов'язкова частина формується у відповідності до вимог освітньо-кваліфікаційної характеристики у вигляді конкретизованих змістовних модулів із зазначенням їх обсягу, рівня засвоєння та форм державної атестації. Перелік і зміст вибіркових навчальних дисциплін визначається закладами самостійно, оскільки це – зміст навчання, призначення якого – задоволення потреб і можливостей особистості, регіональних потреб у кваліфікованих фахівцях певної спеціалізації тощо. Наукові дослідження з історії, дидактики вищої школи, порівняльної педагогіки, теорії управління освітою та практичний досвід, накопичений провідними закордонними та вітчизняними вузами, переконливо доводять, що високий рейтинг вищих навчальних закладів визначальним чином залежить від оперативності їхнього реагування на зміни у соціальному попиті на освіту.

У сучасних умовах якість підготовки вчителів набуває особливої актуальності. Величезну роль педагогічної освіти підкреслює її головна мета, що полягає в підготовці спеціалістів, які здатні забезпечити різнобічний розвиток людини як особистості і найвищої цінності суспільства, її розумових, фізичних та естетичних здібностей, високих моральних якостей, а, отже, збагачення на цій основі інтелектуального, творчого й культурного потенціалу народу. При тому засобами досягнення відповідності рівня підготовки студентів-освітян цілям педагогічної освіти і високим суспільним вимогам виступають її завдання, які зокрема передбачають забезпечення підготовки випускників педагогічних навчальних закладів як педагогів-дослідників, носіїв культурно-історичного надбання народу. Як зазначається в роботах науковців (В.П.Андрущенко, М.І.Бурда, Ю.С.Давидов, М.І.Жалдак, С.Д.Смирнов, З.І.Слєпкань, М.І.Шкіль та ін.), найважливішим чинником забезпечення ефективності навчання в педагогічних вищих навчальних закладах є побудова навчального процесу на засадах системного, компетентнісного, діяльнісного, особистісно-орієнтованого підходів.

Системний підхід до організації навчального процесу передбачає його конструювання як цілісного педагогічного об'єкта, системи, що складається з різних взаємопов'язаних компонентів, кожний з яких, у свою чергу, має не тільки розглядатися як певна підсистема, а й виступати самостійною системою. Реалізація цього положення у навчанні зобов'язує викладачів вузів будувати методичні системи викладання навчальних дисциплін, дотримуючись основних дидактичних принципів. Слід зазначити, що такий вид навчально-пізнавальної діяльності студентів, як самостійна робота, у світлі даного підходу також повинен бути системним, мати відповідні ознаки та атрибути (чітко визначені цілі, завдання, зміст, методи, форми) й, безперечно, забезпечувати не тільки якісне засвоєння певних предметних знань, а й загальний розвиток особистості. Відносно ж такої педагогічної категорії як знання, на наш погляд, і вчителям загальноосвітніх шкіл, і тим, хто працює на аналогічних посадах у вищій школі, слід враховувати сформульоване ще С.Л.Рубінштейном [5, 259] положення, що оволодіння певною системою знань має розглядатися і засобом, і метою розвивального навчання. Стосовно системності знань, слід відмітити, що ця системність передбачає наявність у свідомості учня структурних зв'язків або зв'язків будови знань усередині наукової теорії. Загальна схема досягнення системності знань (основні наукові поняття – основні положення теорії – наслідки – застосування) орієнтує на формування в студентів фактичних знань теорії разом із знаннями методологічними – про найважливіші елементи знань і структурні зв'язки між ними. При поетапному відпрацюванні вищенаведеної схеми в процесі вивчення різних навчальних дисциплін має враховуватись їх специфіка, у тому числі – при організації самостійної навчально-пізнавальної і дослідницької діяльності студентів. Наприклад, вивчення математичних дисциплін відкриває широкий простір для самостійного пізнання, поглиблення теоретичних знань, виконання завдань і робіт дослідницького характеру, в тому числі – пов'язаних із прикладними аспектами цієї науки, ознайомлення з якими водночас готує майбутніх учителів до роботи в умовах профілізації загальної середньої освіти (профільних 10–11 (12) класах, професійно-технічних коледжах тощо).

Положення теорії діяльності і діяльнісного підходу, які розроблялись відомими педагогами і психологами (О.М.Леонтьєв, С.Л.Рубінштейн, Н.Ф.Тализіна, В.Д.Шадріков та ін.) з середини минулого століття використовуються в освітній практиці. Стосовно цього підходу не можна не погодитись із З.І.Слєпкань, що діяльнісна теорія учіння по праву домінує в сучасній дидактиці і методиках навчання окремих предметів, що «він є ключем до організації змісту, визначення цілей і завдань вищої освіти». Саме у діяльності проявляється активність особистості як суб'єкта, який визначає потрібну кількість активності для різних форм діяльності [7]. За Т.І.Шамовою, дидактична структура самоуправління процесом діяльності (пізнавальної зокрема) має містити такі компоненти: мотиваційний (потреби, інтереси, мотиви, тобто все те, що забезпечує залучення суб'єкта до процесу активного учіння і підтримує цю активність протягом усіх етапів навчального пізнання); орієнтувальний, зміст якого – прийняття суб'єктом мети навчально-пізнавальної діяльності, її планування і прогнозування; змістовно-операціональний, який складається з двох взаємопов'язаних частин: системи провідних знань (уявлення, факти, поняття, закони, теорії) і засобів учіння (інструменти одержання і переробки інформації та застосування знань на практиці); ціннісно-вольовий (увага, воля, емоційна забарвленість дії); оцінний – систематичне отримання зворотної інформації про хід дії на підставі звірення результатів діяльності із завданням, що виконується [8].

Реалізація діяльнісного підходу дає можливість розв'язувати важливі завдання навчання, виховання й розвитку, формувати у студентів професійні здібності і власний індивідуальний стиль навчальної роботи. У плані підготовки вчителя ми підтримуємо думку, висловлену Я.С.Бродським і О.Л.Павловим, що найважливішою складовою діяльнісного підходу є організація змістовної, насиченої, систематичної самостійної роботи студентів, а проектування підготовки вчителя повинно здійснюватись за логікою формування системи професійної діяльності, яка невід'ємно пов'язана з процесом активного самоуправління і самопланування розвинення особистості [1, 160]. Важливість орієнтування на кінцеві результати професійної підготовки студентів має відображатися у змісті навчання, стимулювати їх до самовдосконалення й саморозвитку. При цьому (з огляду на мотиваційний компонент навчально-пізнавальної діяльності) треба не тільки враховувати ті чинники (потреби, мотиви), які сприяють залученню студентів до активної самостійної роботи, а й ті, які залишаються для них певним чином прихованими і тому не можуть усвідомлюватись на суб'єктивному рівні. Мова, насамперед, йде про ті достатньо специфічні потреби, що характерні для сьогоднішніх українських студентів, які готуються стати вчителями. Підготовка майбутніх учителів має забезпечувати їх успішну роботу в загальноосвітніх навчальних закладах різних типів (у тому числі – в спеціалізованих школах, гімназіях, ліцеях).

Говорячи про проблему підготовки студентів до професійної діяльності не можна залишити поза увагою рівень підготовленості першокурсників до навчання у вищій школі. Збільшення мережі вищих навчальних закладів з одного боку робить вищу освіту більш доступною для широких верств населення, а з іншого боку, в умовах демографічної кризи, зменшення загальної кількості випускників середньої школи, неминуче призводить до зниження якості підготовки абітурієнтів. Цей негативний чинник ускладнює навчальний процес у вузах, для яких питання щодо того, як організувати продуктивну навчально-пізнавальну діяльність, активізувати учіння, викликає потребу пошуків засобів такої організації процесу самостійної роботи студентів в адаптаційний період, які б дозволяли уникнути зайвої опіки та заходів примусового впливу. У цьому плані ми дотримуємось точки зору, що своєчасне діагностування й дійовий контроль мають комплексно поєднуватись зі створенням індивідуальних планів самостійної роботи, що паралельно вимагає відповідного навчального-методичного забезпечення, навчальних посібників (у тому числі – електронних), які б містили достатню кількість вправ тренувального характеру і необхідні методичні рекомендації для студентів. Важливо диференціювати зміст завдань, що самостійно виконуються, комбінувати форми звітності (наприклад, одне й те ж завдання для одних студентів може бути перевіреним тільки письмово, а для інших – ще й шляхом додаткової співбесіди), а також варіювати форми проведення консультацій (індивідуальні, групові).

Нова парадигма освіти, зміна суспільних відносин в Україні зумовила утвердження в системі вищої освіти особистісно-орієнтованого підходу. Сьогодні індивідуальний розвиток людини, особистості розглядається, з одного боку, як показник прогресу, а з іншого – як головна передумова розвитку суспільства. У світлі особистісно-орієнтованого підходу принципових змін набуває зміст освіти, який має спрямовуватись на розвиток і саморозвиток особистості майбутнього вчителя, розвивати ті функції, які виконує особистість у своїй життєдіяльності: смисловизначення, свідомого вибору і цілепокладання, прийняття рішень і відповідальності за їх виконання, рефлексії, творчої самореалізації в обраній сфері діяльності, забезпечення автономності та індивідуальності буття, побудови власного образу «Я» тощо. Питанням побудови освітнього процесу на засадах особистісної орієнтації присвячені численні роботи вчених (І.С.Якіманська, І.Д.Бех, Е.В.Бондаревська, С.І.Подмазін, В.В.Сєріков, О.Я.Савченко та ін.), в яких розкривається філософія і методологія особистісно-орієнтованого навчання і виховання, особливості використання певних прийомів, методів, вимоги щодо проектування й впровадження особистісно-орієнтованих технологій. До найважливіших ознак особистісно-орієнтованої підготовки майбутнього вчителя треба відносити багатоваріативність методик і технологій, уміння організувати навчання одночасно на різних рівнях складності, утвердження внутрішньої мотивації. Стосовно створення в процесі навчання особистісних ситуацій, на наш погляд, є вельми корисними рекомендації В.В.Сєрікова [6, 199] щодо визначення місця таких ситуацій, наприклад, при розв'язуванні не абстрактно-теоретичних, а науково-технічних проблем. Такі ситуації і доцільно, і можливо створювати під час вивчення у вузі природничо-математичних дисциплін, проте ми цілком погоджуємось з думкою З.І.Слєпкань, що, порівняно з іншими курсами, здійснювати особистісно-орієнтоване навчання при вивченні курсу математики значно важче [7, 34].

Впровадження у вищих педагогічних закладах особистісно-орієнтованого підходу зумовлює переорієнтацію з навчання студентів спеціальності на навчання професії вчителя. За цих умов виникає природне запитання: а що конкретно має змінитися у підготовці вчителя-предметника? Для відповіді на нього слід звернути увагу на те, що, як зазначає В.Г.Кремень: «… дедалі більше актуалізується завдання забезпечити через систему окремих предметів цілісне бачення оточуючого світу та органічне включення в нього загальнолюдської, зокрема власної діяльності», а також важливість визначення місця і змісту спеціальних предметів у структурі педагогічної освіти з урахуванням їх специфіки [4, 6]. Враховуючи те, що в основі будь-якого навчального предмета лежить предметно-специфічна діяльність: фізико-експериментальна, математико-моделююча, історико-архівна тощо, В.В.Сєріков дійшов висновку: зміст спеціального предмета, це область суспільної культури, до якої вчитель долучає своїх учнів; зміст педагогічного спілкування вчителя з учнями; предметно-специфічна діяльність, якою опосередковується виховний вплив навчання; інструмент (засіб, технологія) впливу на особистість учня, специфічний для кожного вчителя [6, 249].

При тому орієнтація на особистісний підхід не може здійснюватись шляхом якихось логіко-структурних перетворень предметного змісту навчальної дисципліни. Вона має базуватися на «педагогізації» процесу його викладання, спрямовуватись на перетворення суб'єкта, який працює з навчальним матеріалом, а не на перетворенні самого об'єкту вивчення (виучуваного матеріалу), бо самі по собі закони науки й наукові факти (фізики, математики, філології та ін.) не можуть впливати на їх особистісне сприйняття.

Отже, перетворення навчального предмета на засіб виховного впливу вчителя на особистість учня потребує посилення професійної спрямованості викладання спеціальних предметів у педагогічному вищому навчальному закладі, створення сприятливих умов для засвоєння студентами спеціальних предметів на особистісному рівні, що характеризується такими рисами і вміннями як вільне володіння науково-предметною інформацією; вміння виділяти суб'єктивний контекст історії науки, бачити її ціннісно-світоглядні і соціально-прогностичні висновки (діяльність і особистість дослідника); здатність вибирати спосіб викладання найбільш цінного з педагогічної точки зору матеріалу; опанування прийомами образного, емоційного розкриття питань науки, актуалізації життєво-практичних і міжпредметних зв'язків.

Розвиток вищеописаних рис особистості в процесі навчання спеціальних предметів належить до завдань формування найважливіших компетентностей майбутнього вчителя. У контексті особистісної орієнтації освітнього процесу у вищій школі тенденція щодо впровадження компетентнісного підходу в його організацію викликана новим поглядом на якість підготовки сучасних фахівців із вищою освітою і знаходить відповідне віддзеркалення в роботах науковців (О.І.Пометун, С.А.Раков, О.В.Шавальова та ін.) і державних документах, що регулюють освітню галузь. Так, формування загальнонавчальної компетентності майбутнього вчителя, яка проявляється в його здатності до здобуття, сприйняття, самостійної обробки навчальної інформації з використанням сучасних засобів, потребує розвитку вмінь і навичок самостійної роботи студента з різними джерелами знань, організації власної діяльності.

Вищесказане дозволяє зробити висновок, що одним з найважливіших сучасних підходів до модернізації вищої педагогічної освіти є самостійна робота студентів. Для того щоб студент міг успішно працювати вчителем, не обхідно в першу чергу, щоб він умів сам формулювати й утримувати свою мету до її реалізації; навчався моделювати власну діяльність, тобто виділяти умови, важливі для реалізації своєї мети; розвивав увагу, пам'ять та процеси мислення; вмів оцінювати кінцеві та проміжні результати своїх дій; мав необхідні навички та вміння для навчальної діяльності; мав високий рівень особистої саморегуляції, високу самосвідомість, адекватну самооцінку, рефлективність, організованість, самостійність, а також сформованість вольових якостей.

1. *Бродський Я.С., Павлов О.Л. Діяльнісний підхід у підготовці вчителя математики // Тезисы докладов межд. научно-практич. конференции (15–17 ноября 2005г.). – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2005. – С. 160–161.*

2. *Закон України про освіту // Голос України. – 1996. – 25 квітня. – С. 1–6.*

3. *Національна програма «Освіта. Україна XXI століття» // Вища освіта і наука України: інформ.-аналіт. матеріали. – К., 2004. – 64 с.*

4. *Кремень В.Г. Освіта і наука України: шляхи модернізації (факти, роздуми, перспективи). – К.: Грамота, 2003. – 216 с.*

5. *Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. – М.: Изд. Мин. просвещ. РСФСР, 1946. – 704 с.*

6. *Серіков В.В. Образование и личность. Теория и практика проектирования образовательных систем. – М.: Логос, 1999. – 273 с.*

7. *Слєпкань З.І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі: Навч. посіб. – К.: Вища шк., 2005. – 239 с.*

8. *Шамова Т.И. Активизация учения. – М.: Педагогіка, 1982. – С. 32.*

Резюме. **Колесник С.Г. СОВРЕМЕННЫЕ ПОДХОДЫ К МОДЕРНИЗАЦИИ ВЫСШЕГО ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ.** *В статье обосновано, что в процессе реализации приоритетных направлений государственной политики в области высшего педагогического образования необходимо особое внимание уделять самостоятельной работе студентов.*

Summary. **Kolesnik S. CONTEMPORARY APPROACHES TO MODERNIZATION HIGHER PEDAGOGICAL EDUCATION.** *It is grounded that in the process of realization the priority directions public policy in and around higher pedagogical education it is necessary to give special consideration independent work of students.*

Надійшла до редакції 14.11.2008 р.

ШЛЯХИ ПРИРОДОДОЦІЛЬНОЇ ІНТЕНСИФІКАЦІЇ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В ІНЖЕНЕРНІЙ МАШИНОБУДІВНІЙ ШКОЛІ

К.В.Власенко,
кандидат педагог. наук, доцент,
Донбаська державна машинобудівна академія,
м.Краматорськ, УКРАЇНА

Проаналізовані й розкриті шляхи природодоцільної інтенсифікації навчального процесу з математики в інженерній машинобудівній школі. Автор розглядає методи, моделі й дидактичні засоби репрезентації змісту для інтенсифікації навчальної діяльності та розвитку професійно важливих якостей студентів на базі врахування психічних процесів, механізмів і явищ сприйняття та засвоєння навчальної інформації.

Сучасний етап розвитку вітчизняної та зарубіжної інженерної машинобудівної школи характеризується різким інформаційним зростанням, збільшенням кількості навчальних дисциплін з одночасним зменшенням термінів часу [1-3].

Існуючі методики та педагогічні технології в таких умовах не в змозі забезпечити необхідний високий рівень математичної та фахової підготовки випускників вищих навчальних закладів [2; 4-7].

О.Я.Савєльєв вважає, що «Основне протиріччя сучасної системи освіти – це протиріччя між швидким темпом нарощування знань в сучасному світі та обмеженими можливостями її засвоєння індивідом, це протиріччя вимагає педагогічну теорію відмовитись від абсолютного освітнього ідеалу і перейти до нового ідеалу – максимального розвитку здібностей людини...» [8].

На необхідність використання особистісно-орієнтованого підходу як стратегічного засобу інтенсифікації процесу навчання при розробці сучасних технологій навчання йдеться в роботах І.Д.Беха, М.І.Бурди, В.І.Євдокимова, В.Г.Кременя, О.С.Падалки, О.М.Пєхоти, І.Ф.Прокопенка, О.І.Скафи, З.І.Слєпкань та ін.

Так, З.І.Слєпкань визначає: «В основу формування особистості мають лягти передусім ідеї гуманістичної парадигми особистісно-орієнтованої освіти та виховання. Мета особистісно-орієнтованої гуманної освіти – не сформувати й навіть не виховати, а знайти, підтримати, розвинути людину в людині, закласти механізм самореалізації» [9].

Інтенсифікація навчання залишається на сьогодні однією з основних проблем, які стоять перед вищою школою [2; 4; 6].

Проблема інтенсифікації системи дидактичного процесу є комплексною, багатоаспектною проблемою, успішне вирішення якої можливе лише за умови комплексного, цілісного, полі системного підходу до інтенсифікації всіх її різнорідних складових підсистем [7; 10-12].

Визначимо в статті шляхи природодоцільної інтенсифікації навчального процесу з математики в інженерній машинобудівній школі.

В роботі [13] приводиться таке визначення інтенсифікації навчання: «Інтенсифікація навчання – це передача більшого обсягу навчальної інформації суб'єктам навчання в умовах незмінної тривалості навчання та без зменшення вимог до якості засвоєння знань».

Інше визначення інтенсифікації навчання наведено в роботі [7]: «Інтенсифікація навчання – запровадження в навчання нових методів і засобів, що забезпечують подальше підвищення якості підготовки спеціалістів на основі подальшої активізації учіння; більш повного врахування психолого-педагогічних закономірностей формування знань, умінь і навичок; врахування індивідуальних особливостей психіки тих, хто навчається; використання психофізіологічних засобів підтримки працездатності тих, хто навчається, та викладачів, а також інших досягнень науково-технічного прогресу в галузі підготовки кадрів».

Сучасна концепція інтенсифікації навчання математики визначає її не як «потогінну» систему заходів, а, передусім, як систему природодоцільного підходу до підготовки й подання навчальної інформації в технологіях навчання: «Враховуючи, що інтенсифікація – один із шляхів вдосконалення навчання математики, пов'язаний з якісно новим рівнем підготовки спеціалістів без збільшення тривалості й нарощування напруження навчання, найбільш суттєвою ознакою слід вважати одночасну зміну діяльності як викладачів, так і студентів» [7].

Проведемо аналіз існуючих шляхів інтенсифікації навчального процесу в інженерній машинобудівній школі.

Існуючі шляхи інтенсифікації стосуються вдосконалення змісту навчального матеріалу та методів навчання [14] і являють собою:

1) раціональний відбір навчального матеріалу з виділенням в ньому основної базової та додаткової частин;

2) перерозподіл навчального матеріалу в часі з тенденцією викладання нового навчального матеріалу на початку заняття;

3) концентрація аудиторних занять на початковому етапі вивчення дисципліни з концентрацією самостійної роботи студентів на наступних етапах;

4) раціональне дозування та нарощування навчального матеріалу за принципом спіралі;

5) широке використання колективних і активних форм пізнавальної діяльності студентів;

6) використання різноманітних форм проблемного навчання;

7) індивідуалізація навчання;

8) використання новітніх наукових результатів в галузі соціальної та педагогічної психології;

9) використання сучасних технічних засобів навчання, комп'ютерної техніки та інформаційних технологій.

Інший перелік шляхів інтенсифікації навчальної діяльності студентів наведений в працях [7; 13], де визначено сім груп шляхів.

Першу групу складають шляхи логічного структурування навчального матеріалу та його генералізацію – перехід на рівень концентрованих загальних категорій.

До другої групи належать шляхи інтенсифікації за рахунок активізації пізнавальної діяльності засобами проблемних ситуацій та ділових ігор.

У третій групі зосереджені шляхи інтенсифікації навчальної діяльності студентів на лекціях. До цих шляхів належить відмова від конспектування та забезпечення студентів дидактичними матеріалами, які містять мнемоопори для тієї навчальної інформації, яку необхідно запам'ятати.

Четверту групу шляхів інтенсифікації навчання складають шляхи використання сучасних комп'ютеризованих технічних засобів. До цих шляхів належить:

- автоматизоване подання навчальної інформації;
- комплексне використання технічних засобів для забезпечення мимовільного запам'ятовування навчальної інформації;
- автоматизація контролю знань;
- використання автоматизованих систем навчання;
- використання комп'ютерної техніки як засобів діяльності.

Шляхи п'ятої групи пов'язані з такою організацією та плануванням структури занять, які б дозволяли інтенсифікувати процес навчання. До цих шляхів належить проведення занять з однієї навчальної дисципліни протягом одного або кількох навчальних днів без чередування з іншими дисциплінами.

Шляхи шостої групи відображають індивідуальний та диференційний підходи до комплектування навчальних груп та при відборі методики та технологій навчання.

До сьомої групи шляхів інтенсифікації навчання входять шляхи психофізіологічного забезпечення:

- психорегулюючі тренування;
- дозовані фізичні навантаження;
- вживання тонізуючих вітамінізованих напоїв та чаїв;
- використання функціональної музики на заняттях та в перервах між ними;
- використання програми відпочинку наприкінці навчального дня для зняття напруги від інтенсивної розумової праці.

Аналіз зазначених шляхів інтенсифікації навчальної діяльності студентів показав їх фрагментарність та відсутність необхідного комплексного, системного підходу до інтенсифікації всіх елементів системи навчальної діяльності та розвитку професійно важливих якостей студентів.

Визначимо шляхи інтенсифікації навчального процесу з математики на основі полісистемного підходу. Система дидактичного процесу містить такі різнорідні підсистеми, як: процес викладання, процес учення, зміст навчання [15]. Головною, системостворюючою підсистемою дидактичного процесу є процес учення. Інші підсистеми є забезпеченням процесу учення. Враховуючи це, можна зробити висновок про те, що інтенсифікація навчального процесу означає в першу чергу інтенсифікацію процесу учення навчальної пізнавальної діяльності студентів за наявності відповідного забезпечення та підтримки з боку інших підсистем дидактичного процесу.

Визначимо структуру та склад елементів, які утворюють систему навчальної діяльності студентів.

Навчальна пізнавальна діяльність студентів, як і будь-яка інша діяльність є системою, яка складається з таких підсистем [11]:

1) психологічна підсистема (мотиви, цілі, програма діяльності, інформаційна основа діяльності, прийняття рішень, результати навчальної діяльності, професійно важливі якості);

2) організаційна підсистема (суб'єкт, процес, предмет, дидактичні методи, форми, засоби, умови, продукт, контроль).

Провідну роль в системі навчальної діяльності відіграє психологічна підсистема, яка визначає вимоги до розробки елементів організаційної підсистеми. Основою інтенсифікації навчальної діяльності студентів є інтенсифікація функціонування всіх процесів психологічної підсистеми діяльності: мотивації; формування цілей; формування програм діяльності; формування інформаційної основи діяльності; формування професійно важливих якостей.

На сьогодні залишається практично не розробленою проблема комплексної, системної, природодоцільної інтенсифікації всіх психічних процесів та механізмів пізнавальної діяльності студентів в технологіях навчання.

Засобами забезпечення інтенсифікації навчальної діяльності студентів є елементи організаційної підсистеми. Центральним елементом цієї підсистеми є дидактичні методи. Найбільшого результату в інтенсифікації навчальної діяльності студентів можна досягти, якщо використовувати не один, а систему доповнюючих один одного дидактичних методів.

Визначимо цю систему дидактичних методів. Однієї, загальновизначеної класифікації дидактичних методів не існує, тому скористаємося кількома існуючими системами методів [14]: системою Е.Я.Галанта, системою М.Н.Скаткіна та І.Я.Лернера, системою Е.І.Поровського та Д.О.Лордкіпанідзе, системою М.А.Данилова та Б.П.Єсипова, системою Ю.К.Бабанського, системою М.І.Махмутова, системою В.Ф.Паламарчук та В.І.Паламарчука, системою Л.Клінберга, системою А.В.Хуторського.

Згідно з цими класифікаціями, методи, які необхідно використовувати для інтенсифікації навчальної діяльності студентів, повинні бути:

1) активними, для забезпечення самостійного виконання студентами поставлених завдань, до цих методів належать в першу чергу методи евристичного навчання [20];

2) розвиваючими професійно важливі якості студентів, до цих методів належать в першу чергу методи проблемного навчання;

3) імітуючими майбутню професійну діяльність;

4) наочними та практичними, що особливо важливо для технологій навчання математики.

Розробка таких методів є актуальною проблемою для технологій навчання математики.

Інтенсивна навчальна діяльність студентів можлива тільки за умови визначення і використання відповідних форм організації дидактичного процесу. В організаційних формах виділяють такі групи: способи навчання; системи навчання; форми (види) навчальної діяльності суб’єкта навчання; форми організації навчальної роботи групи [14].

Найбільш придатними способами інтенсифікації навчальної діяльності студентів в технологіях навчання математики є індивідуально-груповий спосіб. Цей спосіб дозволяє в умовах масового навчання реалізувати індивідуальний підхід до кожного студента.

Серед існуючих систем навчання найбільш перспективними для інтенсифікації навчальної діяльності студентів є системи розвиваючого навчання й евристичного навчання. Основи першого були започатковані Л.С.Виготським [16], Л.В.Занковим [17], В.В.Давидовим [18], З.І.Слєпкань [9], а другого – О.І.Скафою [19]. Обидві системи забезпечують навчання на найбільш високому для суб’єкта навчання рівні складності. Тільки за таких умов можлива реалізація розвитку професійно важливих якостей студентів.

Серед форм навчальної діяльності студентів для технологій навчання математики слід використовувати індивідуальну та колективну. Тільки їх діалектичне поєднання може забезпечити як розвиток індивідуальних когнітивних структур діяльності, так і формування вміння працювати в творчому колективі, що характерно для майбутньої професійної діяльності інженера.

Поряд з традиційними формами організації навчальної роботи у вищій школі – лекціями, семінарами, практичними та лабораторними заняттями, у зв’язку з розробкою інноваційних технологій останнім часом впроваджуються такі форми організації активної та інтенсивної роботи студентів, як ділові ігри, проблемні лекції, евристичні лекції, моделювання проблемних виробничих ситуацій, дискусії, ігрове проектування тощо [2; 7]. Окремо слід виділити актуальну проблему розробки для інтенсивних технологій навчання таких форм, які б забезпечували розвиток професійно важливих якостей студентів.

Наступним елементом організаційної підсистеми навчальної діяльності є засоби навчання. Головним дидактичним завданням засобів навчання є прискорення процесу засвоєння навчальної інформації. Найбільш повним визначенням поняття «засоби навчання» є таке: «Засобами навчання називаються всі об’єкти і процеси (матеріальні, матеріалізовані та ідеальні), які є джерелом навчальної інформації та інструментами (власне засобами) для засвоєння змісту навчального матеріалу, розвитку й виховання суб'єктів навчання» [14].

Для технологій навчання математики засобами навчання вважаються;

1) матеріальні засоби:
- підручники, посібники;
- матеріальні макети й моделі;
- технічні засоби;
- лабораторне приладдя;

2) ідеальні засоби:
- математичний апарат;
- креслення, схеми, діаграми;
- комп’ютерні програми;
- евристико-дидактичні конструкції;
- організаційно-координуюча діяльність викладача;
- методи і форми організації навчальної діяльності.

Аналіз літературних джерел [6] дозволив визначити такі напрями розробки методів, форм та засобів інтенсифікації навчальної діяльності студентів в технологіях навчання математики:

➢ розробка таких дидактичних методів і моделей репрезентації та формування декларативних знань, які б ініціювали функціонування швидких декларативних психічних механізмів обробки навчальної інформації;

- розробка таких дидактичних методів і моделей репрезентації та формування процедурних знань, за допомогою яких було б можливо здійснювати прискорене кероване формування практичних навичок;
- забезпечення за допомогою цих методів і моделей розвитку професійно важливих якостей студентів.

Для вирішення комплексу теоретичних і практичних проблем розробки високоефективних, інтенсивних технологій навчання необхідно визначити в галузі педагогічних технологій такий науковий напрям, який би дозволив з позицій поліситемного підходу розробляти такі методи, моделі й дидактичні засоби репрезентації змісту для інтенсифікації навчальної діяльності та розвитку професійно важливих якостей студентів на базі врахування психічних процесів, механізмів і явищ сприйняття та засвоєння навчальної інформації.

1. Алексеев О.В. Международные тенденции в инженерном образовании // Высшее образование в России. – 1993. – №2. – С.26–33.

2. Алексюк А.Н., Козаков В.А., Пидкасистый П.И. Организация самостоятельной работы студентов в условиях интенсификации обучения. – К.: ІСДО, 1993. – 192 с.

3. Кларин М.В. Педагогическая технология в учебном процессе. – М.: Знание, 1989. – 76 с.

4. Бабанский Ю.К. Интенсификация процесса обучения. – М.: Знание, 1987. – 78 с.

5. Бабанский Ю.К. Оптимизация процесса обучения. – ML: Педагогика 1997. – 347с.

6. Бадмаев Б.Ц. Психология и методика ускоренного обучения. – М. ВЛАДОС, 1998. –272 с.

7. Матросов В.Л., Трайнев В.А., Трайнев И.В. Интенсивные педагогические и информационные технологии. Организация управления обучением. – М.: Прометей, 2000. – 354 с.

8. Савельєв А.Я. Технологии обучения и их роль в реформе высшего образования// Высшее образование в России. – 1994. – №2. – С.29-37.

9. Слєпкань З.І. Наукові засади педагогічного процесу. – К.: Вища школа, 2005. – 239с.

10. Бочарова С.П. Память в процессах обучения и профессиональной деятельности. – Тернополь: Астон, 1998. – 351 с.

11. Козаков В.А. Самостоятельная работа студентов и ее информационно-методическое обеспечение. – К.: Вища школа, 1990. – 248 с.

12. Формирование системного мышления в обучении / Под ред. З.А.Решетовой. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. – 344 с.

13. Фокин ЮГ., Корзун М.М. Основы интенсификации обучения в вузе. – М., 1987. – 186 с.

14. Педагогика: педагогические теории, системы, технологи / Под ред. С.А.Смирнова.– М.: Академия, 2001. – 512 с.

15. Архангельский С.И. Учебный процесс в высшей школе, его закономерные основы и методы. – М.: Высшая школа, 1980. – 368 с.

16. Выготский Л.С. Психология развития как феномен культуры. – М.: Ин-т практической психологии, Воронеж: МОДЭК, 1996.– 512с.

17. Занков Л.В. Избранные педагогические труды. – М.: Новая школа, 1996. – 432 с.

18. Давидов В.В. Теория развивающего обучения. – М.: ОПЦ ИНТОР, 1996. –541 с.

19. Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология. Монография. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2004. – 439с.

20. Максимова Т.С. Евристична складова формування майбутнього інженера // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 20. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2003. – С.93-103.

Резюме. **Власенко Е.В. ПУТИ ЕСТЕСТВЕННО НЕОБХОДИМОЙ ИНТЕНСИФИКАЦИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ИНЖЕНЕРНОЙ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ.** *В статье анализируются и раскрываются пути необходимой интенсификации учебного процесса по математике в инженерной машиностроительной школе. Автор рассматривает методы, модели и дидактические способы репрезентации содержания для интенсификации учебной деятельности и развития профессионально важных качеств студентов на базе учета психических процессов, механизмов, явлений восприятия и усвоения учебной информации.*

Summary. **Vlasenko E. WAYS NATURALLY TO NECESSARY INTENSIFICATION OF TEACHING MATHEMATICS AT ENGINEERING MACHINE-BUILDING SCHOOL.** *The way of intensification the mathematic's educational process on the basis of polysistem approach at engineering machine-building school are analyzed in the article. Methods, models and didactic methods of representation the maintenance for intensification of educational activity and development the student's professionally important qualities are described.*

Надійшла до редакції 2.10.2008р.

РЕАЛІЗАЦІЯ КОМПЕТЕНТНІСНОГО ПІДХОДУ В ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ ЗАСОБОМ ВИКОРИСТАННЯ КОМПЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

В.І.Шавальова,
кандидат педагог. наук, доцент,
ПВНЗ «Європейський університет»,
О.В.Куделіна,
кандидат педагог. наук, доцент,
Бердянський державний педуніверситет,
м.Бердянськ, УКРАЇНА

Визначені основні напрями використання електронної таблиці MS Excel та програмного комплексу Gran при вивченні змістовного модуля «Математична статистика» у світлі впровадження компетентнісного підходу.

Актуальність. Проблеми вищої математичної освіти в Україні розглядаються багатьма вченими (М.І.Бурда, В.Г.Бевз, М.І.Жалдак, В.І.Клочко, С.А.Раков, Ю.С.Рамський, О.І.Скафа, В.О.Співаковський, Ю.В.Триус та ін.). Роботи вчених присвячені впровадженню у навчально-виховний процес вищих навчальних закладів положень Болонської декларації, сучасних педагогічних концепцій (особистісно-орієнтованого навчання, гуманізації, диференціації, інформатизації). Значна увага також приділяється реалізації компетентнісного підходу майбутніх фахівців через математичну освіту [4].

Психолого-педагогічні основи використання інформаційних технологій у навчанні обґрунтовані у роботах Б.С.Гершунського, В.Зінченка, І.А.Зязюна, Є.І.Машбиця, С.Д.Максименка та ін. Методичні та дидактичні аспекти застосування комп'ютерних технологій у навчанні висвітлюються у працях В.П.Безпалько, В.П.Болтянського, М.І Жалдака, В.І.Клочка, В.М.Мадзігона, С.А.Ракова, Ю.С.Рамського, О.С.Співаковського та ін. [4]. Однак, слід зауважити, що бракує робіт, які б розкривали особливості та перспективи використання комп`ютерних технологій навчання вищої математики щодо реалізації компетентнісного підходу майбутніх фахівців.

Метою даної статті є визначення можливостей використання комп'ютерних технологій навчання змістовного модуля «Математична статистика» щодо формування в студентів технологічних та професійних компетентностей.

Основний зміст. Поряд із широким розповсюдженням персональних комп'ютерів з'явилося багато програмних засобів, орієнтованих на розв'язування задач теорії ймовірностей та математичної статистики, які забезпечують високу точність обчислень та дозволяють обробляти велику кількість статистичних даних [2; 3]. Вміння користуватися даними програмними засобами, на наш погляд, слід віднести як до технологічних, та і до професійних компетентностей фахівців всіх спеціальностей тому, що ці вміння потрібні працівникам виробництва, банків, бізнесу, науковцям, вчителям, психологам, медикам тощо.

У процесі вивчення студентами вищих навчальних закладів математичної статистики програмні засоби, в першу чергу, потрібно використовувати:

- при побудові простої випадкової вибірки заданого об'єму по заданій скінченій вибірці (генеральній сукупності);
- при впорядкуванні і організації даних у вигляді розподілів частот, накопичених частот та ін.;
- при поданні отриманих даних у графічному вигляді: гістограми, полі-

ни частот, функцій емпіричного розподілу частот та відносних частот та ін.;

- при обчисленні числових характеристик вибірки: середнього значення, дисперсії, середнього квадратичного відхилення тощо;

- при проведенні обчислень, пов'язаних з біноміальним розподілом, розподілом Пуассона, нормальним розподілом;

- при побудові довірчого інтервалу для оцінки математичного сподівання нормального розподілу;

- при перевірці достовірності висунутих статистичних гіпотез [1].

Вибір необхідної комп'ютерної програми пов'язаний з можливостями навчального закладу та з рівнем технологічних компетентностей студентів. Безумовно, що студентам гуманітарних спеціальностей, які вивчають інформатику у обсязі одного кредиту та мають недостатньо високу комп'ютерну грамотність, треба пропонувати найбільш легкі у використанні програмні засоби. До них ми відносимо електронну таблицю MS Excel та програмний комплекс Gran, розроблений викладачами та аспірантами кафедри інформатики Національного педагогічного університету ім. М.П.Драгоманова під керівництвом доктора педагогічних наук, професора, академіка АПН України Жалдака Мирослава Івановича. Досвід показує, що вміючи використовувати хоча б один програмний засіб для розв'язування деякого класу задач, людина дуже швидко може навчитися використовувати інший програмний засіб для розв'язування задач даного класу [5]. Тобто, якщо студенти навчаться використовувати електронну таблицю MS Excel та програмний комплекс Gran при розв'язуванні навчальних задач математичної статистики [3], то вони зможуть розв'язувати статистичні задачі у майбутній професійній діяльності за допомогою тих комп'ютерних засобів, які будуть мати на робочому місті.

Наведемо приклади розв'язування навчальних задач з математичної статистики студентами молодших курсів вищих навчальних закладів за допомогою вказаних вище комп'ютерних засобів.

Приклад 1. Після розгляду на лекції таких понять, як генеральна та вибіркова сукупності, способи відбору, проста випадкова вибірка, випадкові вибіркові числа можна запропонувати студентам таку задачу: за даними середньомісячної плати 120 співробітників фірми побудувати просту випадкову вибірку об'єму 20. Дана задача може бути розв'язана за допомогою електронної таблиці MS Excel за алгоритмом: занумерувати всіх співробітників фірми та занести дані про їх середньомісячну плату у таблицю; за допомогою функції «Вибірка» із пакету «Аналіз даних» активізувати вікно «Вхідний інтервал», обрати метод вибірки «Випадковий», вказати «Число вибірок» - 20; отримати результат [1].

Приклад 2. При вивченні теми «Організація даних: статистичний розподіл вибірки» студенти повинні навчитися будувати варіаційний ряд, знаходити максимальне та мінімальне значення варіант, розмах варіант, обчислювати потрібне число класів інтервалів. Для цього потрібно вміти користуватися послугою «Дані / Сортировка», функціями «МАКС», «МИН», «СРЗНАЧ» електронної таблиці MS Excel та розуміти зміст понять, які розглядаються.

Приклад 3. Після розгляду на лекції таких понять, як розподіл частот, згрупований розподіл частот, розподіл накопичених частот, згрупований розподіл накопичених частот необхідно навчити студентів використанню статистичної функції «Частота» електронної таблиці MS Excel та створенню об'єкта «Статистична вибірка» у програмному комплексі Gran (зразки робіт студентів наведено на рис. 1 - 4).

Приклад 4. При вивченні графічних зображень статистичних розподілів треба навчити студентів будувати полігони частот та частостей, гістограми, графік емпіричної функції розподілу. При цьому можна використовувати електронну таблицю MS Excel («Вставка», «Діаграма»: «Гістограма» або «Графік», або «Кругова») або програмний комплекс Gran («Полігон», «Функція $F_n^*(x)$»). Результат роботи студентів БДПУ представлено на рис.5-6).

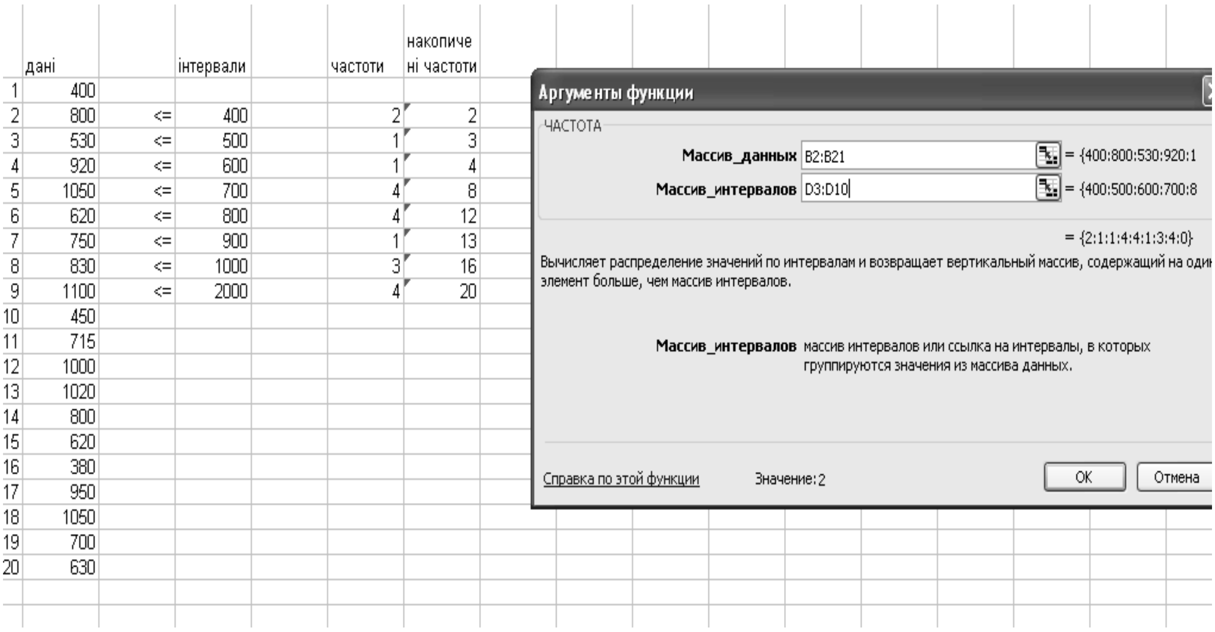


Рис.1. Результат роботи студентів Європейського університету по знаходженню частот та накопичених частот заробітної платні 20 працівників деякої фірми за допомогою електронної таблиці MS Excel

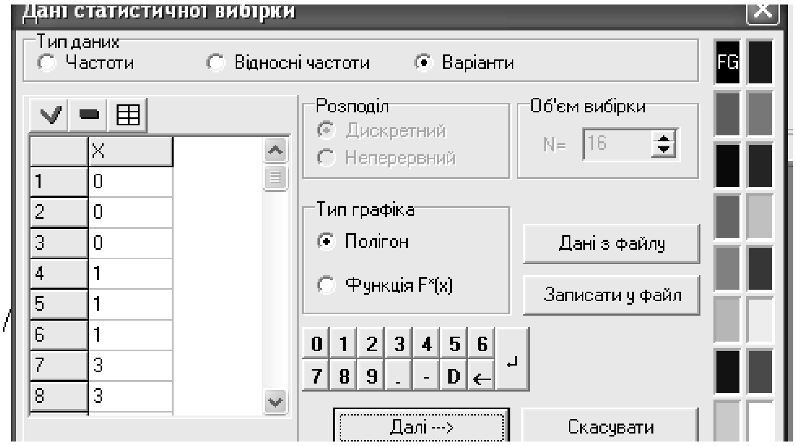


Рис.2. Результат роботи студентів БДПУ по введенню даних про кількість пропусків занять 16 студентів за допомогою програмного комплексу Gran

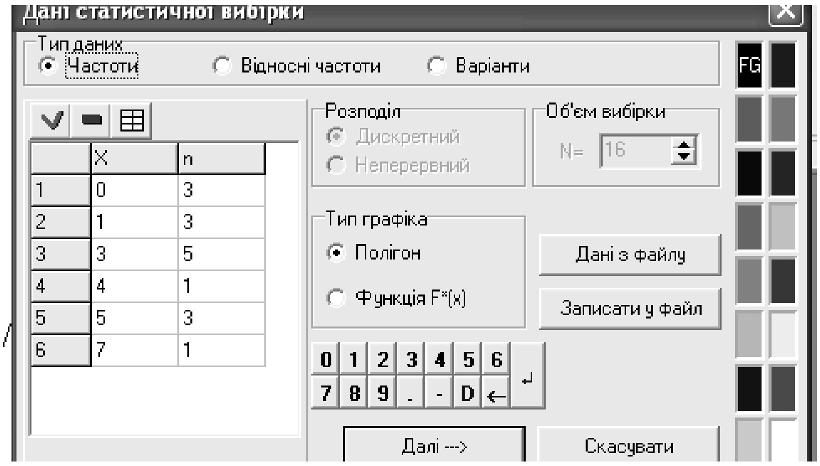


Рис.3. Результат роботи студентів БДПУ по отриманню варіаційного ряду кількості пропусків занять 16 студентами за допомогою програмного комплексу Gran

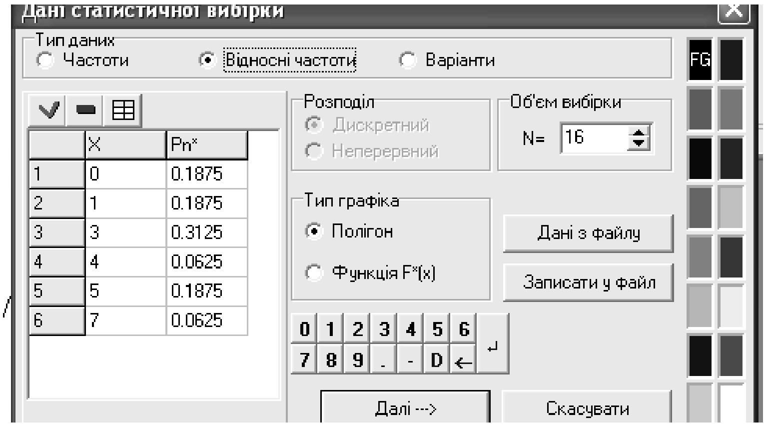


Рис.4. Результат роботи студентів БДПУ по знаходженню ряду розподілу відносних частот за допомогою програмного комплексу Gran

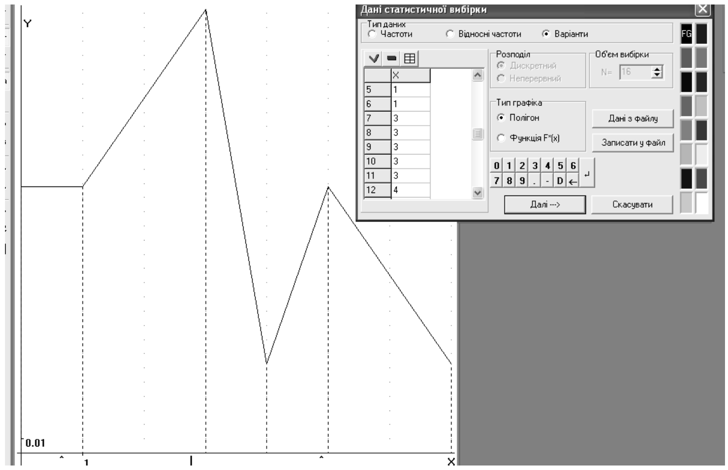


Рис.5 Результат роботи студентів БДПУ щодо побудови полігону за допомогою програмного комплексу Gran за даними про кількість пропусків занять 16 студентів

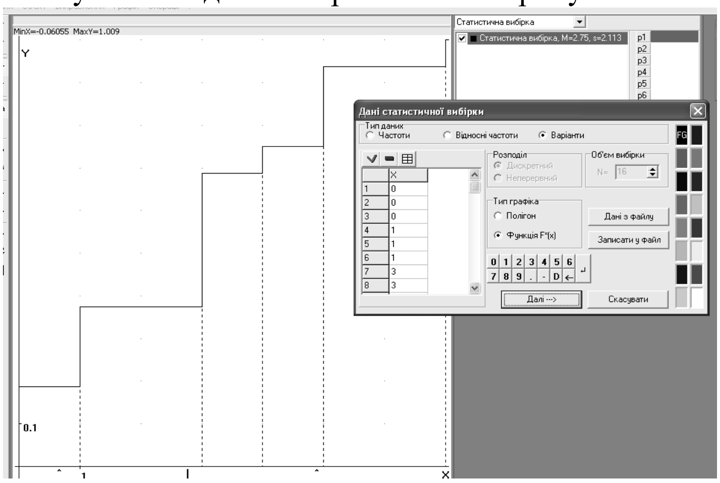


Рис.6 Результат роботи студентів БДПУ щодо побудови функції розподілу за допомогою програмного комплексу Gran за даними про кількість пропусків занять 16 студентів

Приклад 5. Для знаходження статистичних характеристик вибіркових даних у електронній таблиці MS Excel є статистичні функції (СРЗНАЧ, ДИСП, СТАНДОТКЛ та ін., а при роботі з програмним комплексом Gran всі числові характеристики випадкових величин з'являються у інформаційному вікні та не потребують будь яких додаткових дій. Це представлено на рис.7.

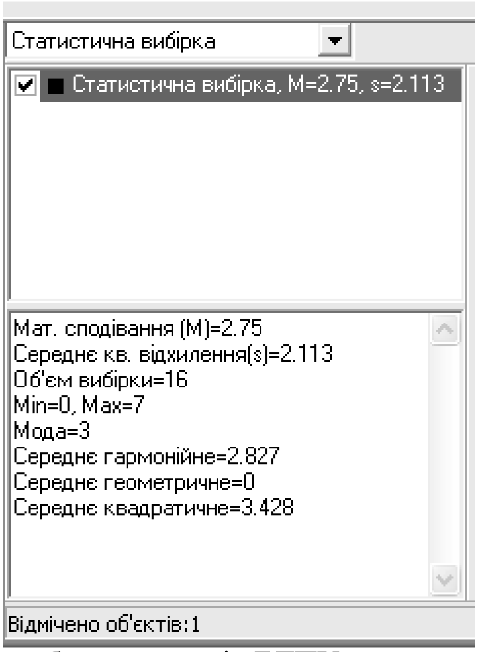


Рис.7. Результат роботи студентів БДПУ щодо знаходження числових характеристик випадкової величини «Кількість пропусків занять» за допомогою програмного комплексу Gran

Висновки. Студенти, навчившись використовувати комп'ютерні засоби при розв'язуванні навчальних задач математичної статистики, зможуть розв'язувати за допомогою комп'ютеру статистичні задачі у процесі майбутньої професійної діяльності.

1. *Барковський В.В., Барковська Н.В., Лопатін О.К. Теорія ймовірностей та математична статистика. – Київ: ЦУЛ, 2002. – 448с.*

2. *Жалдак М.І., Кузьміна Н.М., Берлінська С.Ю. Теорія ймовірностей і математична статистика з елементами інформаційних технологій. – К.: Вища школа, 1996. – 352 с.*

3. *Жалдак М.І., Михалін Г.О. Елементи стохастики з комп'ютерною підтримкою: Посібник для вчителів. – К.: РННЦ ДІНІТ, 2004. – 107 с.*

4. *Куделіна О.В. Математична освіта студентів у світлі впровадження компетентнісного підходу //. Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 24. – Донецьк: ДонНУ, 2008. – С. 231-237.*

5. *Шавальова В.І. Підготовка студентів педагогічних спеціальностей ВНЗ до впровадження комп'ютерно-орієнтованих систем навчання математики учнів закладів середньої освіти // Проблеми сучасної педагогічної освіти. Сер.: Педагогіка і психологія. – Зб. статей: Вип.6., Ч.2. – Ялта: РВВ КДГІ, 2004. – С.208-212.*

Резюме. **Шавалева В.И., Куделина О.В. РЕАЛИЗАЦИЯ КОМПЕТЕНТНОСТНОГО ПОДХОДА В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ.** *В статье определены основные направления использования электронной таблицы MS Excel и программного комплекса Gran при изучении содержательного модуля «Математическая статистика» в условиях внедрения компетентностного подхода.*

Summary. **Shavalalyova V., Kudelina O. REALIZATION THE COMPETENCE APPROACH IN THE PROCESS OF STUDY HIGHER MATHEMATICS USING OF COMPUTER TECHNOLOGIES.** *Main directions of using the spreadsheet MS Excel and the program Gran at study of the module «Mathematical statistics» in condition of the introduction competence approach are determined in the article.*

Надійшла до редакції 21.09.2008 р.

МОДЕЛЬ ФОРМУВАННЯ ІКТ-КОМПЕТЕНЦІЙ МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

О.В.Тутова,
асистент,
Донецький національний університет,
м. Донецьк, УКРАЇНА

Сконструйовано модель формування ІКТ-компетенцій майбутнього вчителя математики та розглянуті деякі з елементів цієї моделі.

Однією з основних причин, що не дає можливості ефективно використовувати інформаційно-комунікаційні технології (ІКТ) у навчанні математики є недостатній рівень підготовленості вчителів-практиків та випускників педагогічних вузів до використання цих технологій у професійно-педагогічній діяльності.

Стрімкий розвиток ІКТ орієнтують систему підготовки вчителя на розвиток професійної ІКТ-компетентності, під якою розуміється комплекс якостей особистості, що забезпечує її гнучкість і готовність швидко адаптуватися до будь-яких змін у професійній діяльності в умовах інформатизації освіти, використовувати набуті в одній галузі продуктивні ідеї в іншій, а також потяг до самовиявлення [1-5].

О.Н.Шилова і М.Б.Лебедєва в [6] визначають ІКТ-компетентність як здатність індивіда вирішувати навчальні, побутові, професійні завдання з використанням інформаційно-комунікаційних технологій.

Базуючись на [7], ІКТ-компетентність учителя математики можна також визначити як володіння ІКТ-компетенціями. Володіння ІКТ-компетенціями передбачає добру обізнаність вчителя математики у питаннях застосування інформаційно-комунікаційних технологій у своїй професійній діяльності. У цьому розумінні компетенція включає сукупність взаємопов'язаних якостей особистості (знань, умінь, навичок і способів діяльності), які задаються стосовно певного кола предметів і процесів, та необхідних для якісної продуктивної діяльності стосовно неї [5].

ІКТ-компетенції вчителя математики можуть бути охарактеризовані наступними показниками:

- ✓ наявністю загальних уявлень про ІКТ; розумінням того, як можна автоматизувати інформаційно-методичне забезпечення навчально-виховного процесу на базі засобів ІКТ;
- ✓ сформованістю навичок користувача (навичок вмикати і вимикати комп'ютер, користуватися клавіатурою, з'ємними дисками, принтером; навичок вмикати й вимикати дисплей, регулювати якість зображення на ньому; навичок роботи з операційною системою Windows, графічними редакторами, текстовим редактором MS Word, електронними таблицями MS Excel, презентаціями MS PowerPoint, інформаційно-пошуковими системами);
- ✓ сформованістю вмінь здійснювати інформаційну діяльність зі збору, обробки, передачі, зберіганню інформаційного ресурсу з метою автоматизації процесів інформаційно-методичного забезпечення;
- ✓ наявністю уявлень про існуючі педагогічні програмні засоби (ППЗ) та експертна оцінка їх психолого-педагогічної, змістово-методичної значимості, а також вмінь організовувати інформаційну взаємодію між учасниками навчального процесу та ППЗ;
- ✓ наявністю вмінь створювати й використовувати в професійній діяльності методики контролю й оцінки рівня знань учнів за допомогою існуючих програмних засобів;
- ✓ наявністю знань про структуру комп'ютерно-зорієнтованого уроку, визначен-

ня педагогічного програмного засобу та етапу уроку, на якому найдоцільніше його використовувати, навичок щодо організації цього уроку та методику його проведення;

✓ сформованістю вмінь проектувати навчальний процес з використанням існуючих педагогічних програмних засобів, аналізувати доцільність їх впровадження, здійснювати навчальну діяльність учнів з використанням цих засобів; залучати учнів у всі види роботи на комп'ютері (від роботи з інформацією до контролю), організовувати самостійну роботу учнів із використанням їх творчих здібностей;

✓ сформованістю вмінь аналізувати комп'ютерно-зорієнтоване заняття з математики;

✓ розумінням того, як можна запобігти можливих негативних наслідків використання засобів ІКТ в освітньому процесі.

Постає потреба створення системи методичної підготовки майбутнього вчителя математики, що має формувати здатність студента використовувати інформаційно-комунікаційні технології у своїй професійній діяльності. А це, в свою чергу, зумовлює необхідність розробити модель формування ІКТ-компетенцій майбутнього вчителя математики, яка дала б йому змогу застосовувати інформаційно-комунікаційні технології у педагогічній діяльності.

Мета цієї моделі – науково уявити цілісність процесу формування у студентів математичного факультету ІКТ-компетенцій з подальшим аналізом взаємозв'язків між кожним із її компонентів та особливостями перебігу цього процесу під час навчання студентів.

У процесі розробки моделі ми керувалися тим, що підготовка майбутніх учителів математики до організації комп'ютерно-зорієнтованого навчання і формування у них ІКТ-компетенцій як складових професійної підготовки – цілісний, складний, безперервний і поетапний процес.

Управління викладачем процесом формування вмінь з використання ІКТ у професійній діяльності майбутнього вчителя полягає в керуванні зовнішніми детермінантами – визначення відповідного змісту, розподіл його в часі, добір методів навчання в процесі пізнавальної діяльності; організація процесу навчання відповідно до поставлених завдань; визначення раціональних термінів поетапного опрацювання складових умінь, що формуються.

Ми притримуємося моделі, що була створена Л.Л.Макаренко на основі системно-діяльнісного підходу (рис. 1) та представлена в [8]. Модель включає в себе цільовий, змістовий, операційно-діяльнісний, коригуючий та оцінювально-результативний компоненти.

У цій статті ми представимо основу сконструйованої моделі формування ІКТ-компетенцій майбутнього вчителя математики (мета формування, змістовий і процесуальний блок, який складається з пропедевтичного, базового, інтегрально-методичного, практично-рефлексивного етапів; умови і принципи впровадження моделі), а також розглянемо деякі з елементів моделі.

Цільовий компонент функціонально поєднує мету і завдання формування умінь використовувати інформаційно-комунікаційні технології у своїй професійній діяльності. Необхідною передумовою цього є усвідомлення майбутнім учителем мотивів і мети даної діяльності. Зважаючи на те, що саме поняття мети є необхідним структурним елементом будь-якої діяльності, її усвідомлення завжди визначає спосіб і характер діяльності студента, відповідно, можна говорити про зв'язок мети і активності студента у діяльності. Мета є об'єктом, на який спрямована активність, але й активність є умовою реалізації мети. Тому без активності неможливі як визначення мети, так і діяльність для її досягнення. У той же час без мети неможлива активність, оскільки у постановці мети вже виявляється активність [8].

Метою реалізації моделі в процесі навчання є формування у студентів ІКТ-компетенцій на кожному з етапів професійної підготовки, без чого неможливо забезпечити високий рівень якості підготовки майбутнього вчителя математики до використання ІКТ у професійній діяльності. При конкретизації завдань процесу формування ІКТ-компетенцій ми керувалися сутністю ІКТ-компетентності майбутнього вчителя, що було розглянуто в [9].

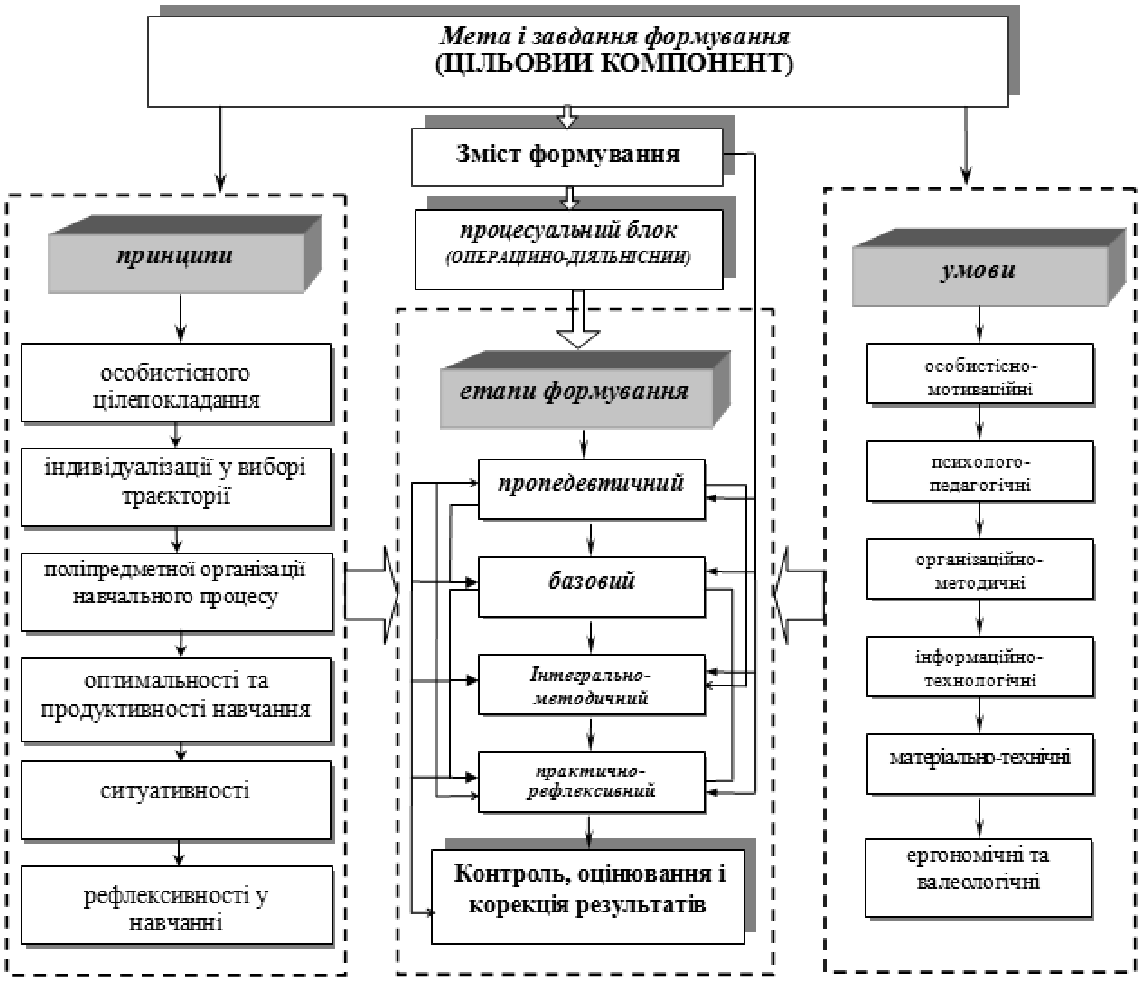


Рис. 1. Модель формування ІКТ-компетенцій майбутнього вчителя математики

Основними завданнями процесу формування ІКТ-компетенцій є:

- грамотне застосування у навчальному процесі педагогічних програмних засобів з математики;
- знання можливих впливів ІКТ на методичну систему навчання з математики;
- створення і застосування своїх власних програм при проведенні навчально-виховного процесу в своїй майбутній професійно-педагогічній діяльності.

Науково обґрунтований відбір змісту процесу формування ІКТ-компетенцій є однією з важливих умов ефективної її реалізації. Отже, змістовий компонент є наступним структурним компонентом моделі.

Змістовий компонент моделі формування ІКТ-компетенцій майбутнього вчителя математики реалізується за допомогою наступних курсів [10]:

- ➢спецкурсу «Прикладне програмне забезпечення профільного навчання математики», що викладається для студентів 3 курсу;
- ➢спецкурсу «Методика проектування комп'ютерно-зорієнтованих уроків математики», що викладається для студентів 4 курсу;
- ➢спецкурсу «Проектування інформаційно-комунікаційних технологій в евристичному навчанні математики» для спеціалістів;
- ➢спецкурсу «Інформаційно-комунікаційні технології в процесі діяльності» для магістрів;
- ➢загального курсу «Методика застосування комп'ютерної техніки при викладанні математики» для спеціалістів;

- дисциплін психолого-педагогічного та методичного спрямування.

Добір змісту формування ІКТ-компетенцій, що входить в модель формування, має проводитися з урахуванням: 1) сутності й структури комп'ютерної грамотності випускника школи; 2) знань і умінь, отриманих студентами у ході вивчення загального курсу «Інформатика та програмування» на 1-3 курсах; 3) знань і умінь, отриманих у ході вивчення комп'ютерно-зорієнтованої системи спецкурсів; змістової моделі діяльності фахівця, що передбачається, і вимог, пропонованих до цієї діяльності науково-технічним прогресом; 4) порівняльного аналізу досвіду підготовки майбутнього вчителя до використання інформаційно-комунікаційних технологій [11]; 5) виявлених у ході діагностики недоліків у підготовці студентів.

Відбір предметного змісту навчання студентів з метою поетапного формування у них ІКТ-компетенцій обумовлюється принципами, які визначають підхід до його конструювання, і критеріями, які виступають в якості інструментів для визначення конкретного змісту навчального матеріалу для забезпечення процесу формування.

Операційно-діяльнісний компонент відображає процесуальну сутність формування ІКТ-компетенцій у вчителя математики. Ці складові формуються через наступні етапи: пропедевтичний, базовий, інтегрально-методичний та практично-рефлексивний.

На *пропедевтичному* етапі передбачається виявлення залишкових знань і умінь шкільного курсу «Інформатика» та вузівського курсу «Інформатика та програмування», що викладається студентам-математикам на 1-3 курсах. Йдеться про актуалізацію у студентів мінімуму необхідних знань, що забезпечують загальнонавчальне вміння використовувати комп'ютер для вирішення навчальних завдань.

Базовий етап формування ІКТ-компетенцій характеризується усвідомленням та сприйняттям студентами загальної мети та конкретних завдань впровадження інформаційно-комунікаційних технологій у навчанні математики, засвоєнням знань відповідних галузей використання комп'ютерів у навчально-виховному процесі та включає вміння вирішувати професійні завдання за допомогою ІКТ за готовими зразками. Цей етап має наслідувальний характер оволодіння вміннями і реалізується шляхом багаторазового відтворення та заучування дій та операцій, що відпрацьовуються.

На *інтегрально-методичному етапі* формування ІКТ-компетенцій передбачається формування у майбутніх учителів узагальнених умінь використовувати інформаційно-комунікаційні технології для вирішення широкого кола професійних завдань у нових умовах діяльності. Цей етап характеризується проявом високого рівня активності та самостійності у процесі практичного використання набутих знань та попередніх умінь, розширенням сфери пошукової діяльності у процесі оволодіння теоретичною основою вмінь.

На *практично-рефлексивному етапі* передбачається формування у майбутніх учителів поліфункціональних умінь. Для цього на основі глибокого розуміння студентами структури та змісту математики у різних класах 12-річної школи формується готовність майбутнього вчителя самостійно, свідомо і раціонально організовувати індивідуальну творчу професійну діяльність за допомогою ІКТ у реальних умовах навчання математики.

Контрольно-коригувальний компонент моделі включає контроль за результатами підготовки, виявлення відхилень та їх усунення. Регулювання процесу навчання здійснюється студентами шляхом саморегулювання, а також за допомогою виконання індивідуальних завдань.

Оцінювально-результативним компонентом передбачається оцінювання викладачем та самооцінювання студентами досягнутих у процесі підготовки результатів, відповідності їх поставленим навчально-виховним завданням, проектування нових завдань. Це досягалося на основі аналізу результатів тестування, виконання планових лабораторно-практичних та контрольних робіт, складання заліків та іспитів, проходження педагогічної практики, виконання та захисту творчих індивідуальних завдань.

Особистісно-мотиваційним компонентом будь-якої діяльності є потреби й інтереси. Мотив визначається як внутрішнє спонукання до дії, що відбиває об'єктивні потреби й інтереси людини. Поняття мотивації включає в себе усі види спонукань: мотиви, потреби, інтереси, прагнення, цілі, мотиваційні установки.

Ми дотримуємось класифікації мотивів на ті, що: безпосередньо спонукають (ті, що залежать, в основному, від особистості і діяльності викладача, відібраного ним змісту матеріалу і методів його роботи); перспективно спонукають (зв'язані з визначеною цілеспрямованістю самого студента, спрямованістю його діяльності на майбутнє); соціальні мотиви і мотиви інтелектуального спонукання. При наявності подібних мотивів процес пізнання стає не тільки засобом досягнення будь-яких цілей, а і здобуває для студента самостійну цінність [12].

Усвідомлення майбутнім учителем мотивів і мети діяльності є необхідною передумовою формування ІКТ-компетенцій. Успішність роботи з їх формування залежить від створення мотиваційно-цільової основи діяльності, усвідомлення їх професійної значущості.

Відповідно до методологічного принципу провідної ролі мотивів у діяльності особистості, у мотиваційному компоненті процесу формування ІКТ-компетенцій у майбутніх учителів математики: позитивне ставлення майбутніх учителів математики до використання інформаційно-комунікаційних технологій у професійній діяльності, інтерес до ІКТ як засобу майбутньої професійної діяльності, усвідомлення мети педагогічної діяльності в середовищі, насиченому засобами інформаційно-комунікаційних технологій, бажання поповнювати свої знання про дидактичні можливості та методичні особливості використання інформаційно-комунікаційних технологій, що є необхідною передумовою формування ІКТ-компетенцій як складових професійної підготовки.

Таким чином, сконструйована модель дозволяє сформувати ІКТ-компетенції майбутнього вчителя математики, які є основою професіоналізму вчителя математики.

1. Босова Л.Л. О некоторых аспектах формирования готовности учащихся к использованию средств ИКТ в учебном процессе // Мир психологии. – 2005. – № 1. – С. 221–230.

2. Жалдак М.И. Система подготовки учителя к использованию информационной технологии в учебном процессе: Авторефер. дис. д-ра пед. наук. – М.: НИИ СИМО АПН СССР, 1989. – 48 с.

3. Раков С.А. Математична освіта: компетентістний підхід з використанням ІКТ: Монографія. – Х.: Факт, 2005. – 360 с.

4. Роберт И.В. О понятийном аппарате информатизации образования // Информатика и образование. – 2002. – № 12; 2003. – № 1, 2.

5. Хуторской В.А. Ключевые компетенции и образовательные стандарты: Доклад на отделении философии образования и теоретической педагогики РАО 23 апреля 2002 г. – Центр «Эйдос». – www.eidos.ru.

6. Лебедева М.Б., Шилова О.Н. Что такое ИКТ-компетентность студентов педагогического университета и как ее формировать // Информатика и образование. – 2004. – №3. – С.95-100.

7. Современный словарь иностранных слов. – М.: Иностранная литература, 1993. – 606 с.

8. Макаренко Л.Л. Комп'ютерна грамотність як складова професійної підготовки майбутніх учителів початкової школи: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.04 / Л.Л.Макаренко – К, 2007. – 24 с.

9. Тутова О.В. Формування інформаційної культури майбутнього вчителя математики // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 28. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2007. – С. 100-104.

10. Тутова О.В. Научно-методическая подготовка будущего учителя математики к использованию ИКТ // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Труди міжнар. наук.-метод. конф. «Евристичне навчання математики»: Міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 24. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2005. – С. 87–92.

11. Бондар В.І. Дидактика: ефективні технології навчання студентів. – К.: Вересень, 1996. – 129 с.

12. Педагогика: Учеб. пособие для студентов пед. учеб. завед. / В.А.Сластенин, И.Ф.Исаев, А.И.Мищенко, Е.Н.Шиянов. – М.: Школа-Пресс, 1997. – 512 с.

Резюме. **Тутова О.В. МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ИКТ-КОМПЕТЕНЦИЙ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ**. *В статье сконструирована модель формирования ИКТ-компетенций будущего учителя математики и рассмотрены некоторые из элементов этой модели.*

Summary. **Tutova O. THE MODEL OF FORMING IKT-COMPETENCIES OF THE FUTURE MATHTEACHER.** *The model of the forming IKT-competency the future mathematic teacher is constructed in the article. Some elements of this model are considered.*

Надійшла до редакції 12.09.2008 р.

ІНТЕРАКТИВНЕ НАВЧАННЯ У ВИЩІЙ ШКОЛІ З ВИКОРИСТАННЯМ КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Л.В.Тополя,
кандидат педагог. наук, доцент,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА

Розглядаються загальні питання потреби та реалізації інтерактивного навчання у вищій школі. Наводяться аргументи доцільності використанням комп'ютерних технологій під час організації такого навчання у педагогічних закладах вищої освіти.

Вища освіта традиційно покликана виховувати молоде покоління в традиціях панівної культури, допомагати йому у засвоєнні вироблених цим суспільством способів інтерпретації природних та соціальних явищ. Вона також повинна сприяти формуванню у кожної молодої людини самосвідомості, тобто уявлень про свої можливості і своє місце у світі.

Сучасне суспільство стає менш однорідним. Тому є небезпека у пригніченні чиїх-небудь інтересів, що не вписуватимуться в систему офіційних поглядів, але є важливими для певних індивідів або стануть такими у зв'язку зі змінами у державі. Якщо така обставина ігноруватиметься, то є ризик у закостенінні освітньо-виховної системи, відштовхуванні від неї більшості молодих людей. Обмежуючись вузькими рамками традиційних поглядів, вища освіта втратить здатність активно адаптуватися до змін. А для сучасного світу справедливим є твердження, що зміни – це норма життя.

Передача суспільного досвіду відбувається під час сумісної діяльності студента і викладача. Причому нині роль останнього можуть виконувати також і книги, і фільми, і, безперечно, комп'ютери, що використовуються в інтерактивному режимі. Наслідуючи західні педагогічні традиції, в українській педагогіці вищої школи основний акцент роблять на експліцитні способи передачі досвіду. Центральною фігурою освітнього процесу залишається «усезнаючий» викладач, який через пояснення та демонстрації повідомляє студенту те, чого той досі не знав. Навчання у цьому випадку нагадує вулицю з односторонній рухом. Адже така організаційна модель далеко не повно відображає реальний процес здобуття досвіду людиною. Зрозуміло, що пояснення та демонстрації повинні бути під час навчання, але ними не можна обмежувати «репертуар» педагогічного впливу на студента.

Навчання студентів треба суттєво наблизити до реального життя, де переважають колективні та групові форми взаємодії між людьми, панує дух здорового змагання, наявний розподіл праці, співробітники обирають керівника, виконують роль радників і критиків, сильні та досвідченіші підтримують та навчають слабших і допомагають їм розібратися в сутності питання та засвоїти необхідний досвід. Особливо це є важливим для студентів **педагогічних навчальних закладів**, які у майбутньому самі виступатимуть у ролі організаторів навчально-виховного процесу. Слід також враховувати, що для успішного виконання реальної роботи у майбутньому студенту педагогічної спеціальності недостатньо лише оволодіти професійними знаннями та вміннями. Необхідними є також віра у свої сили, вміння приймати самостійні рішення, здатність розуміти, слухати, допомагати, ладити з людьми, організовувати їх діяльність тощо. Традиційна система навчання не приділяє достатньо уваги розвитку цих важливих якостей. Більше того, зазвичай вона перешкоджає формуванню атмосфери співробітництва, взаємодопомоги та підтримки.

Природною та необхідною для педагогічних вузів буде така організація навчально-виховного процесу, коли кожен студент не лише навчається, але й *вчаться навчатися* і, навчаючись, допомагає своїм колегам в оволодінні знаннями, уміннями та навичками, причому з урахуванням бажань та реальних здібностей кожного. Викладач при цьому втрачає своє монопольне положення володаря і транслятора знань, а навчально-виховний процес перетворюється у сумісну діяльність його учасників, де викладач виступає в ролі «диригента».

Переважна більшість викладачів, навчаючи студентів чого-небудь, переконані у тому, що студент: 1) не вміє цього робити; 2) здатний опанувати нове шляхом наслідування та репродукування дій викладача; 3) бажає навчитися цього; 4) робитиме активні спроби в напрямку оволодіння новим.

На жаль, це не завжди так. Усе частіше до вузів приходять студенти, які: недостатньо підготовлені до навчання у вищому закладі освіти, а тому не вміють і не можуть навчатися; не мають бажання вчитися, а лише отримати диплом; не здатні і не хочуть активно включатися у навчальний процес. А тому наразі стоїть проблема у «підтягуванні» студентів до необхідного рівня та мотивації навчально-пізнавальної діяльності студентів (навіть такої, що вочевидь має професійне спрямування!).

За вимогою часу (незалежно від контингенту студентів) та зважаючи на специфіку педагогічної діяльності у педагогічних вузах треба готувати фахівців, які постійно здатні здобувати знання, зокрема й самостійно, та самовдосконалюватися залежно від власних потреб і потреб суспільства в цілому, знаходити своє місце у колективі, навчати інших тощо. Це знайшло відображення і у документах ЮНЕСКО, зокрема «Освіта: прихований скарб», де проголошено, що у людини має сформуватися вміння:

- пізнавати, тобто оволодівати інструментарієм, необхідним для розуміння того, що відбувається у світі;
- діяти так, щоб змінювати середовище свого мешкання;
- жити в суспільстві та брати участь у всіх видах сумісної людської діяльності».

Кожен із перелічених пунктів є важливим. Проте для нашої держави, де тривалий час відбувалося культивування лише колективізму, характерним для нинішнього періоду розвитку є перехід до іншої крайності – індивідуалізму. І хоча *індивідуальність* є головним принципом етики і керівним методологічним положенням у навчанні та вихованні, проте не можна формувати молоду людину, непідготовлену до самостійного життя в колективі, а особливо до плідної співпраці в ньому. Базуючись на самоцінності особистості, її індивідуальності, духовності та суверенності, особистісно-зорієнтоване навчання націлене на формування людини, що є творцем самої себе і свого життя. Не можна відкидати той факт, що студенту доведеться жити і працювати серед інших членів суспільства, взаємодіяти й контактувати з ними під час розв’язування життєво важливих питань, знаходити своє місце серед інших тощо. Саме тому для сучасної вищої освіти в Україні особливо важливим із перелічених є третій пункт.

Формування індивідуальної, творчої, активної молодої людини, що здатна співпрацювати з іншими членами суспільства, слід не тільки теоретично декларувати, але й систематично, системно за допомогою доцільних прийомів, методів і засобів утілювати задеклароване у навчально-виховний процес. Тобто слід не лише навчати студентів основ наук, але й виховувати в них навички взаємодії з оточуючим світом.

Саме тому нині навчання у вузі має ґрунтуватися на *діалогічному підході*, що передбачає *су’бєкт-суб’єктну* взаємодію учасників педагогічного процесу, їх самоактуалізацію і самоорієнтацію та використанні **комп’ютерних технологій** під час такої взаємодії. Передбачається, що викладач не протиставляє себе студентам, а займає з ними рівноправну позицію, залишаючи за собою право керувати способами взаємодії. Він дає можливість студентам бути активними суб'єктами навчальної діяльності, що сприяє практичній реалізації їх прагнення до саморозвитку та самоствердження.

Якнайефективніше сприяють цьому методи **інтерактивного навчання**, що останнім часом розробляються та впроваджуються у навчально-виховний процес. Завдяки закладеним в їх суть самостійній діяльності та груповій взаємодії вони можуть бути ефективними та перспективними і для вищих навчальних закладів освіти, особливо педагогічного спрямування.

Теоретичною основою запровадження інтерактивних методів навчання є особистісно-зорієнтований та діяльнісний підходи до навчання; теорія оптимізації педагогічного процесу (Ю.К.Бабанський, М.М.Поташник та ін.). Теоретико-практичні розробки в цій галузі здійснили В.Гузєєва, А.Гін, О.Пометун, Л.Пироженко та ін.

Термін «інтерактивний» англійського походження та означає «взаємодіючий». Інтерактивність означає здатність до взаємодії чи саму взаємодію, діалог з кимнебудь (наприклад, викладачем, іншими учасниками навчально-виховного процесу). Тому інтерактивне навчання – це найперше діалогове навчання, під час якого здійснюється взаємодія між суб'єктами процесу [3]. Так, О.Пометун та Л.Пироженко сутність інтерактивного навчання бачать у тому, що навчальний процес відбувається за умов постійної, активної взаємодії, є співнавчанням, взаємонавчанням [6].

Відомо, що під час лекції, коли студент тільки слухає викладача, він засвоює 5 % навчального матеріалу, під час читання навчальної літератури – 10 %, у процесі роботи з відео та аудіо матеріалами – 20 %, за умови наявності демонстрацій – 30 %, беручи участь у дискусії – 50 %, виконуючи практичні завдання – 75 %, коли навчає інших чи відразу застосовує знання – 90 %. [6]. Як видно, пасивні методи навчання (коли студент тільки засвоює та відтворює надані іншими суб'єктами відомості) мають значно нижчу ефективність порівняно з активними та інтерактивними.

Особливо цінним інтерактивне навчання є тому, що під час його реалізації студенти навчаються ефективній роботі в групі, колективі. Щоб переконатися у відсутності таких навичок, достатньо запропонувати їм організувати певний захід. Значна частина студентів спочатку претендуватимуть на роль керівників, організаторів, виявлять бажання бути лідером тощо. Проте коли дійде до реального продукування ідей і їх втілення в життя, студенти переважно стають пасивними. І це не стільки тому, що в них зникає бажання працювати, скільки через відсутність відповідних навичок. Студенти не здатні, оскільки *не вміють*, а не вміють тому, що *не навчені співпрацювати*. Але ж саме ці навички є необхідними та постійно застосовуваними в їх майбутньому професійному житті педагога. При правильному, спланованому та систематичному застосуванні прийомів інтерактивного навчання цю проблему можна якщо не розв'язати, то суттєво наблизити до розв'язання.

Можливість для впровадження інтерактивного навчання забезпечить організований багатосторонній процес взаємодії між викладачем і студентами, під час якого в атмосфері взаємної довіри та співробітництва, колективного обговорення учасники навчального процесу доходять до важливих висновків, що стосуються розглядуваного питання. При цьому не виключається різниця у поглядах студентів та викладача. Тому треба прагнути не до одноманітності думок, а до вільного діалогу, де залишається місце для різних інтерпретацій і поглядів. Оскільки в сучасних умовах знання мають властивість швидко «застарівати» і втрачати актуальність, то важливо не тільки дати студентам знання, навички та вміння, що корисні для життя нині, але й розвити в них здатність самостійно здобувати знання, мислити, формулювати та розв'язувати стандартні та нетривіальні завдання тощо.

Інтерактивне навчання можна здійснювати, організовуючи **групову** або

фронтальну взаємодію учасників навчального процесу. Перша передбачає роботу в малих групах (переважно від 2 до 5 осіб), друга – спільну роботу та взаємонавчання всього колективу студентів, зокрема і викладача. Детально про сутність і види методів інтерактивного навчання можна прочитати в посібнику [6]. Інтенсивність такого спілкування та взаємодії підсилюється використанням **комп'ютерних засобів навчання**.

Застосування інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) під час підготовки вчителя відкриває нові можливості в професійній підготовці. Насамперед це проявляється в тому, що вони стають для студентів засобом пізнавальної діяльності (наприклад, експериментування з метою перевірки власних гіпотез, розв'язування задач, порівняння з передбаченнями теорії тощо). Повинно відбуватися поступове та неантагоністичне (без руйнівних перебудов і змін усталених норм) вбудовування, «вкраплення» нових інформаційних технологій в інтерактивне навчання, гармонійне поєднання традиційних і комп'ютерно-орієнтованих методичних прийомів і методів навчання.

Нові інформаційні технології навчання це, найперше, потужні та універсальні засоби отримання, опрацювання, зберігання, передавання, подання різноманітних відомостей. Також це засоби виконання рутинних, технічних, нетворчих операцій, пов'язаних із дослідженням різних процесів і явищ або їх моделей. Їх використання розкриває широкі можливості для інтенсивного та продуктивного спілкування студентів, істотної інтенсифікації їх навчально-пізнавальної діяльності, зменшення навчального навантаження та інтенсифікації навчального процесу, надання навчально-пізнавальній діяльності творчого, дослідницького спрямування, що природно приваблює студента й притаманна йому. Результати такої взаємодії та обміну думками приносять студентам задоволення, стимулюють бажання працювати, набувати нових знань.

Серед позитивних факторів використання комп'ютера у навчальному процесі з метою створення умов для активної взаємодії студентів педагогічних вузів доцільно виділити такі:

1) скорочення часу на виконання другорядних завдань, що виконуються опосередковано у процесі розв'язування основних задач;

2) збільшення кількості випадків, що можна розглянути у пошуках гіпотези або правильної відповіді, та способів їх презентації іншим учасникам навчального процесу;

3) забезпечення оптимального темпу роботи на занятті для кожного студента;

4) можливість здійснення швидкого та образного комп'ютерного моделювання реальних процесів та обговорення отриманих результатів в активному та гнучкому режимі;

5) забезпечення активної та швидкої взаємодії між учасниками навчального процесу (типу «викладач – студент» або «студент – студент»);

6) набуття студентами досвіду роботи з комп'ютером, зокрема організації навчання з його використанням;

7) формування в студентів навичок використання комп'ютера під час майбутньої професійної діяльності.

Що стосується **семінарських занять з методики математики**, то до перелічених переваг і доцільностей використання ІКТ під час реалізації інтерактивного навчання варто добавити ще й такі:

1) формування у студентів умінь добирати комп'ютерні програми, що стосуються вивчення певних тем шкільного курсу математики, аналізувати їх зміст на предмет доцільності та способів використання у навчанні математики;

2) навчання студентів використовування комп'ютерних засобів під час підготовки відповідей на поставлені запитання, формування гіпотез, відстоювання власної точки зору тощо;

3) збагачення студентів навичками роботи в мережі Інтернет;

4) розвиток у студентів умінь збирати відомості в електронному варіанті та ділитися ними один з одним, колективно їх опрацьовувати та представляти з використанням комп'ютерних засобів.

Під час впровадження інтерактивного навчання з використанням ІКТ слід **дотримуватися певних вимог**, невиконання яких може суттєво знизити його ефективність.

1. Необхідно провести *вступне заняття*, на якому ознайомити студентів з

інтерактивними технологіями та методами роботи, що суттєво змінять усталений стиль навчання. На такому занятті треба пояснити суть інтерактивного навчання, довести до відома студентів та опрацювати з ними правила роботи в малих групах і колективі в цілому.

Зокрема, правила можуть бути такими:

1). *Думка кожного учасника навчального процесу важлива для інших і її обов'язково треба вислухати.*

2). *Не слід боятися висловлювати власну думку навіть тоді, коли вона не збігається з думкою більшості.*

3). *Усі учасники інтерактивного навчання – партнери, а не суперники.*

4). *Треба обговорювати сказане людиною, а не її саму.*

5). *Кожен учасник повинен обдумувати, формувати та висловлювати думки, а не бути пасивним споглядачем того, як це роблять інші.*

6). *Говорити слід чітко, зрозуміло та красиво.*

7). *Треба вміти не тільки висловлювати власні думки, але й вислуховувати інших.*

8). *Надавати та відстоювати слід лише думки та позиції, що мають обґрунтування.*

2. Слід переконатися, що студенти на достатньому рівні володіють комп'ютером. В іншому випадку їх увага переключиться на опанування засобом навчання, що гальмуватиме досягнення мети заняття.

3. На початкових етапах впровадження методів інтерактивного навчання з використанням ІКТ доцільно формувати групи по 2 – 3 особи, що дасть змогу студентам працювати за одним комп'ютером.

4. Формуючи групи, в яких працюватимуть студенти упродовж заняття, треба зважати як на їх власні бажання, так і підготовленість до виконання поставленого групі завдання. При цьому найдієвішими є гетерогенні групи. У цьому випадку кращі студенти мають можливість допомагати та навчати слабших.

5. Інтерактивне навчання неможливо здійснити без доброзичливої атмосфери в колективі, що потрібно створити й постійно підтримувати.

6. До кожного заняття слід сумлінно готуватися як викладачеві, так і студенту.

1. *Дьяченко В.К. Сотрудничество в обучении: О коллективном способе учебной работы. – М.: Просвещение, 1991.*

2. *Интерактивное обучение: новые подходы // Відкритий урок. – 2002. – № 5 – 6.*

3. *Інтерактивні методи навчання у підготовці спеціалістів для банківської системи України: Зб. наук. праць. – Суми – Харків, 2001.*

4. *Крамаренко С.Г. Інтерактивні технології навчання як засіб розвитку творчого потенціалу учнів // Відкритий урок. – 2002. – № 5 – 6.*

5. *Нісімчук А.С., Падалка О.С., Шпак О.Т. Сучасні педагогічні технології. – К, 2000. – 368 с.*

6. *Пометун О., Пироженко Л. Інтерактивні технології навчання: теорія і практика. – К., 2002. – 136 с.*

7. *Суворова Н. Интерактивное обучение: новые подходы // Инновации в образовании. – 2001. – № 5. – С. 106 – 107.*

Резюме. **Тополя Л.В. ИНТЕРАКТИВНОЕ ОБУЧЕНИЕ В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ.** *Рассматриваются общие вопросы необходимости и реализации интерактивного обучения в высшей школе. Приводятся аргументы целесообразности использования компьютерных технологий обучения в процессе организации такого обучения в педагогических учреждениях высшего образования.*

Summary. **Topolya L. INTERAKTIVE TEACHING AT HIGHER SCHOOL WITH USING THE COMPUTER TECHNOLOGIES.** *The general questions of necessity and realization of the interactive teaching at higher school are examined. Arguments of practicability computer technologies using in the process of organization such teaching in pedagogical establishments of higher education are brought.*

Надійшла до редакції 17.10.2008 р.

ПРОБЛЕМИ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ „МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ” СТУДЕНТІВ ЗАОЧНИХ ФАКУЛЬТЕТІВ ВНЗ

Л.І.Нічуговська,
доктор педагог. наук, професор,
Полтавський університет споживчої кооперації України,
м. Полтава, УКРАЇНА

Аналізуються проблеми та досліджуються можливості дистанційних форм навчання майбутніх бакалаврів з економіки заочних факультетів ВНЗ у процесі опанування математичними дисциплінами.

В останні роки відчутно зросло значення освіти як фактора формування нової якості економіки і суспільства в цілому. У цьому контексті підвищились вимоги до якості професійної підготовки фахівців у ВНЗ взагалі і до тих, хто одержує освітні послуги в системі заочної форми навчання, зокрема. Адже, не зважаючи на форму одержання вищої освіти, посилення конкуренції на ринку праці, зумовлене дією ринкової економіки, потребує високоосвічених економістів, здатних не лише усвідомити механізми її функціонування, а й опанувати системою дієвих знань та вмінь, необхідних для успішного здійснення багатоаспектної майбутньої професійної діяльності.

Аналіз професійно-кваліфікаційних вимог до кожної з економічних спеціальностей дозволяє виділити такі напрямки як організаційно-практичний, планово-проектувальний, інформаційно-теоретичний тощо, що є основними складовими професійної діяльності майбутніх фахівців з економіки. Водночас, доцільно враховувати той факт, що існуючі євро інтеграційні тенденції на ринку праці формують дещо інший погляд на компоненти професійного розвитку студентів у рамках сучасної бізнес-освіти за рахунок поглиблення поняття „економічна діяльність”. Згідно сучасних поглядів на її функціональний зміст, вона не зосереджується тільки на виробництві продукції та аналізу всіх стадій цього процесу, а фокусується на інформації та нових технологіях. При цьому „ ... організації, де команди приймають рішення, де комп’ютер є на кожному столі, де електронна пошта – це загальноприйнята форма спілкування, де рішення, прийняті в іншій країні можуть вплинути на політику компанії та робочі місця за декілька хвилин є нормою сьогоднішнього бізнесу” [2, с. 110].

Отже, вищезазначені тенденції потребують певної модернізації процесу підготовки майбутніх економістів у ВНЗ шляхом цілеспрямованої її орієнтації на поглиблений розвиток аналітичних умінь студентів, їх стратегічного мислення, вміння синтезувати інформацію з позицій системного аналізу й використовувати математико-статистичні підходи для вирішення проблем, пов’язаних з бізнес-діяльністю, застосовувати знання на практиці, працювати в команді та швидко адаптуватись до змін тощо. Важливим при цьому є розуміння, що позитивну динаміку цього процесу в значній мірі може забезпечити навчання математичним дисциплінам. Останнє і обумовлює актуальність досліджень, пов’язаних з пошуками шляхів вдосконалення традиційної освітньої практики математичної підготовки майбутніх економістів, які навчаються у ВНЗ без відриву від виробництва, в контексті реалізації не лише поточних, а й майбутніх професійних потреб випускника ВНЗ та їх узгодження з вимогами суспільства з ринковою економікою.

У цьому аспекті, на нашу думку, не в повній мірі досліджені можливості дистанційного навчання, хоча в системі професійної підготовки бакалаврів з економіки спостерігається позитивна тенденція щодо визнання переваг такої форми навчальної діяльності студентів ВНЗ. Останнє зумовлено тим, що методологічною основою дистанційного навчання є впровадження сучасних інформаційних технологій, які раціонально поєднують інформативні та активні методи навчання, надають доступ до мереж високоякісних баз даних, розширюють можливості студентів до сприйняття складної інформації, активізують їх самостійну когнітивну діяльність тощо. При цьому вважається, що це є одним із реальних шляхів втілення ідей Болонської декларації щодо створення єдиного освітнього простору, в рамках якого студентам заочних факультетів ВНЗ надавалася б можливість побудови індивідуальної освітньої траєкторії в опануванні системою базових фундаментальних знань, умінь і навичок як основи для формування професійної компетентності майбутнього фахівця.

Ураховуючи, що мова йде про навчання математики студентів заочних факультетів, доцільно звернутись до досвіду організації діяльності відомих університетів заочного навчання щодо аналізу шляхів використання технологій дистанційної освіти в контексті підвищення якості надання освітніх послуг.

Проведений аналіз літературних джерел [1, с.45-48] виявив загальні напрями технологічного розвитку як основи дистанційної освіти, серед яких:

– інфраструктура, тобто наявність комп'ютерів, комп'ютерних мереж із відповідним програмним забезпеченням, здатних забезпечити відповідними послугами всіх учасників навчального процесу;

– теорія і методика навчання взагалі та окремих дисциплін зокрема;

– інтеграція, як впровадження телематики у процес навчання.

При цьому наголошується, що сполучення сучасних мережевих технологій, засобів мультимедіа та мобільності надають можливість забезпечити навчальною інформацією кожного бажаючого не лише в чітко визначеній точці земної кулі (зрозуміло, при наявності технічної можливості), а й в будь-який момент часу. Таким чином, на думку організаторів навчання, вони здатні надати освітні послуги більш широкому та неоднорідному загалу студентів, значно скорочуючи власні видатки та зменшуючи залежність від традиційних форм професійної підготовки фахівців у ВНЗ.

Разом із тим, доцільно відмітити існування різноманітних технологічних тенденцій в реалізації дистанційного навчання, які, як правило, адекватні розробленій стратегії університетів щодо одержання конкурентних переваг на ринку освітніх послуг.

Зокрема, найбільший в Європі університет заочного навчання – Відкритий університет Великобританії сфокусував свої зусилля на створенні мобільної інфраструктури, поєднавши її з використанням традиційного телебачення з відповідним супроводом у формі відеопрограм, телеконференцій, мережею Інтернет та інших технічних засобів, спрямованих на контроль за процесом навчання студентів, виконанні спільних робіт та консультуванні. Завдяки такому підходу Британський Відкритий університет займає стабільно високу позицію в рейтингу навчальних закладів в Європі.

Водночас, слід зазначити, що існують і інші підходи. Наприклад, типовий американський університет спочатку створює базову інфраструктуру комп'ютерної мережі і тільки після цього знаходить можливості для її інтеграції в існуючу освітню практику організації навчальної діяльності. При цьому розробка нових методичних підходів до опанування певною дисципліною відбувається в останню чергу, тобто практично не вписується в концепцію синхронного розвитку всіх складових дистанційного навчання, що певною мірою знижує інтенсивність навчальної діяльності студентів.

Ураховуючи все вище викладене та творчо його адаптуючи до процесу опанування математичними дисциплінами студентів заочних факультетів ВНЗ, вважаємо необхідним звернути увагу на важливість визначення необхідних для успішної реалізації дистанційної форми навчання організаційно-педагогічних умов, що базуються на принципах професійного навчання: наступності і системності, активності, вмотивованості і практичній спрямованості, наданні самонавчанню провідної ролі в опануванні математичними знаннями, насиченості та варіативності навчального середовища.

Перш за все, це стосується організації самостійного навчання, що є невід’ємною складовою дистанційної освіти взагалі та при вивченні математичних дисциплін студентами ВНЗ. Вихідне положення організації цієї форми навчально-пізнавальної діяльності студентів ВНЗ спрямоване не тільки на формування вмінь самостійного виконання певних завдань конкретного розділу математичної дисципліни, але одночасно є основою для опанування базовою системою математичних знань та побудови індивідуальної траєкторії їх примноження. Це особливо актуально для математичної підготовки бакалавра з економіки, тому, що математичні дисципліни є фундаментом якісних економічних знань, необхідних для побудови господарської системи, ефективне функціонування якої забезпечується відтворенням і вмілим застосуванням різноманітних знань, одержаних у ВНЗ, та максимальним використанням творчого потенціалу особистості фахівців, здатних до неперервного самонавчання та професійного саморозвитку. У цьому контексті доцільно навести думку відомого експерта у сфері аналізу економічних проблем Л. Туроу: „Знання, що примножується, стає головною умовою економічного успіху держави, компанії або суб’єкта підприємницької діяльності” [4, с.52].

Таким чином проблема примноження знань тісно пов’язана з управлінням самостійним навчанням студентів заочних факультетів на основі реалізації особистісно діяльнісного підходу. У термінах теорії діяльності це означає, що студентів треба спрямовувати на:

– усвідомлення мети їхньої діяльності, тому, що досить часто самостійне навчання студентів обмежується тільки запам’ятовуванням певних математичних понять, формул, алгоритмів та їх застосуванням з метою закріплення відповідних навичок при реалізації стандартних завдань;

– розуміння предметного змісту власної діяльності, що обумовлене не тільки вимогами викладачів ВНЗ, тобто зовнішньою мотивацією, а й необхідністю зрозуміти і втримати в пам’яті знання та оцінити доцільність їх використання при розв’язанні певних типів завдань;

– прийняття до дії поставлених навчальних задач (проблем) відповідною реакцією, тобто пошуком і заповненням потрібною інформацією вільної клітинки в системі індивідуальних знань з математичних дисциплін та формуванням власної системи її застосування безпосередньо в процесі аналізу динаміки соціально-економічних проблем, наближених до майбутньої професійної діяльності;

– домінування поставленої проблеми над іншими інтересами та формами зайнятості;

– самореалізацію в розподілі навчальних дій за часом;

– самоконтроль у процесі її виконання та ін.

Отже, в нашому дослідженні самостійне навчання студентів заочних факультетів ВНЗ будемо розглядати як сполучення організаційних форм навчання з індивідуальною діяльністю майбутніх економістів, що спрямована на одержання математичних знань та вмінь їх адаптації до аналізу і розв’язання проблем, пов’язаних з різноманітними аспектами підприємницької діяльності.

Звернемо увагу на наявність взаємозалежності проявів самостійності (від керованої викладачем до повної творчої) в навчальному процесі з індивідуально-психологічними та особистісними якостями студентів, тобто предметно постає проблема індивідуалізації навчання та пошуки шляхів її вдосконалення.

Водночас, слід зазначити, що практична реалізація індивідуального підходу в умовах синхронного навчання групи студентів (як правило не менше 25 осіб лише на практичних заняттях, не говорячи вже про лекційні потоки з декількох груп), які працюють над опануванням однакових знань або навичок, але, в один і той же час, є досить проблематичним для традиційної освітньої практики організації навчального процесу у ВНЗ.

У цьому аспекті доречно згадати висловлення „ідеаліста” Гегеля, який на основі практичного досвіду директора і викладача філософії у Нюренбергскій гімназії наголошував на тому, що „ ... мнение, что наставник должен тщательно изучать индивидуальность каждого ученика и развивать ее, ни на чем не основана. Для этого у него нет времени. Своеобразность терпима в семейном кругу, но в школе … приходится заботится о том, чтобы дети отвыкли от своей оригинальности” [3, с.44].

Отже, слід зазначити, що з одного боку, проблема реального здійснення індивідуалізації в умовах традиційних форм організації навчальної діяльності у ВНЗ продовжує існувати, хоча й певною мірою „не помічається” офіційною педагогікою. З іншого боку, все-таки привертає увагу до ключових моментів організації навчання студентів ВНЗ, пов’язаних, перш за все, з раціональним використанням часу, як основним ресурсом цього процесу та націлює на пошуки шляхів його інтенсифікації. У цьому контексті постає необхідність в опануванні відповідними технологіями, що адаптують ідеї індивідуалізованого підходу до невеликих за чисельністю груп студентів, на основі сполучення диференційованих завдань з гнучкою організацією навчально-пізнавальної діяльності на основі урахування провідних принципів професійного навчання. Реалізація цих принципів у процесі навчання математичним дисциплінам студентів заочних факультетів ВНЗ передбачає використання засобів ІТКТ до формування середовища дистанційного навчання та інтерактивної взаємодії всіх учасників навчального процесу. Останнє потребує розробки та впровадження відповідного інформаційно-методичного супроводу, складовими якого є як інформаційно-комунікаційні так і традиційні засоби навчання.

Зокрема, щодо традиційних засобів, то необхідно забезпечити навчальний процес методичними посібниками (тексти лекцій, методичні розробки окремих тем) нового покоління, що орієнтовані, перш за все, на активізацію самостійної когнітивної діяльності студентів заочної форми навчання. Структура кожного методичного посібника, на нашу думку, має відповідати універсальній моделі діяльності і містити такі основні позиції:

– доцільності – постановка проблеми, її формулювання, мотивація, експлікація (розгортання);

– презентації – пред’явлення і сприймання семантизації (розкривання змісту нових термінів, понять тощо) та первинного засвоєння основних позицій навчальної теми як ілюстрації можливих підходів до аналізу і обґрунтування та вибору способів розв’язання певного спектру різноманітних завдань даної теми;

– тренування – оволодіння навичками та вироблення вмінь аналізу умови задачі, її ідентифікації, встановлення змістовної схожості та відмінностей, знаходження необхідних формул та використання необхідних обчислювальних алгоритмів;

– трансферу – переносу сформованих умінь на нові тематичні області, які структурно однотипні уже відомим аналогам розв’язання;

– практичного підтвердження – демонстрації універсальності математичних засобів при розв’язанні задач, пов’язаних з різноманітними сферами людської діяльності.

Щодо інформаційно-комунікативних засобів, то ураховуючи співвідношення між параметрами гнучкості, доступності та ефективності впливу на активізацію навчально-пізнавальної діяльності студентів, найбільш перспективними для впровадження в систему дистанційної освіти є засоби мультимедіа. Останнє обумовлено не лише тим, що надається можливість презентувати навчальну інформацію одночасно в різних форматах (текстовому, звуковому, відео та ін.), а й тим, що студент як користувач може регламентувати її надходження в інтерактивному режимі. При цьому базові блоки мультимедійного навчального комплексу повинні ураховувати специфіку математичних дисциплін і тому, згідно потреб студентів, по-різному компонуватися.

Зокрема, базовий блок мультимедійного комплексу може бути доповненим комп’ютерним курсом, який, як правило, містить графіки, рисунки, дидактичні схеми логічної розгортки навчання певної теми, приклади розв’язання економічних задач, систему вправ та завдань для самостійного усвідомлення і закріплення теоретичного матеріалу, проміжного та підсумкового контролю знань.

Необхідною складовою інформаційно-методичного супроводу навчального процесу студентів заочної форми повинні стати комп'ютерно-тренінгові системи з математичних дисциплін. Вони особливо ефективні для самостійного вивчення окремих підрозділів програми, поглибленого вивчення певних тем курсу, для виконання домашніх контрольних робіт, консультацій, само тестування тощо, тому що в цьому випадку надається можливість раціональної (з мінімальними затратами сил, енергії, часу та ін.), дидактично обґрунтованої послідовності научування необхідному матеріалу, що передбачає:

– роботу з теоретичним матеріалом за посібником, навчальною літературою, текстами лекцій;

– усвідомлення та закріплення теорії за допомогою комп'ютерного курсу у режимі „діалогу" та програми „самооцінки";

– одержання і розвиток практичних навичок та вмінь розв'язування типових завдань на основі комп'ютерно-тренінгової системи з подальшим самоконтролем одержаних знань та контрольного тестування з боку викладача.

Отже, резюмуючи вище викладене, можна стверджувати про доцільність застосування дистанційних форм навчання математичним дисциплінам майбутніх бакалаврів з економіки, тому, що їх реалізація значною мірою сприяє:

– індивідуальному вибору студентами наукового рівня інформаційного блоку теми, що розглядається ними самостійно (різноманітні джерела інформації);

– розвитку вміння визначати ключові позиції певної теми з математичних дисциплін на основі принципу – вибирати "менше", щоб навчитись "більшому";

– раціоналізації особистісно діяльнісного підходу до розв'язання навчальних завдань у процесі самонавчання;

– розкриттю потенційних можливостей особистості при побудові індивідуальних версій економічних ситуацій як можливих прикладів математичного моделювання;

– формуванню навичок критичного мислення у процесі проведення власних "міні-досліджень";

– визначенню студентом рівня самооцінки математичних знань, його здатності до творчих імпровізацій (економіко-математичного моделювання) та зовнішніх аналогів – контрольного тестування;

– розумінню, що реалізація студента як майбутнього професіонала можлива лише у процесі постійного самонавчання, самовиховання та самовдосконалення.

1. Переосмислення розвитку сфери управління в Новій Європі // Доповідь Туринської групи // Постметодика 2002. – № 1(39). – С.45-48.

2. Розбудова менеджмент-освіти в Україні // Матеріали 4-ої щорічної міжнар. конф. (5-7 грудня 2002 р., м. Київ, Україна). – Київ, 2002. – 170 с.

3. Фишер К. Деятельность Гегеля в Нюренбергской гимназии // Постметодика. – 1996. – № 3 (13). – С.44.

4. Thurow Z. Creating Wealth. The New Rules for Individuals, Companies and Countries in a Knowledge-Based Economy. – N.Y., Harper Collins, 1998: L. Nicholas Brealey Publishing, 1998. – 301 p.

Резюме. **Ничуговская Л.И. ПРОБЛЕМЫ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ „МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЭКОНОМИСТОВ" СТУДЕНТОВ ЗАОЧНЫХ ФАКУЛЬТЕТОВ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ.** *В статье рассматриваются проблемы и анализируются возможности дистанционных форм обучения математическим дисциплинам студентов заочных факультетов высших учебных заведений.*

Summary. **Nichuhovska L. PROBLEMS OF DISTANCE LEARNING FORMS „MATHEMATICIANS ARE FOR ECONOMISTS" STUDENTS OF EXTRA-MURAL DEPARTMENTS OF HIGHER EDUCATIONAL ESTABLISHMENT.** *The article deals with the problems and investigated possibilities of studies of future bachelors in economics of extra-mural in the process of capturing mathematical disciplines.*

Надійшла до редакції 8.09.2008 р.

AN INTEGRATED APPROACH IN TEACHING ALGEBRA AND NUMBER THEORY: BEST PRACTICES

I.Subbotin,
Professor,
National University, Los Angeles, USA,
L.Kurdachenko,
Distinguished Professor and Chair,
National University, Dnepropetrovsk, UKRAINE

У програмах навчання студентів математичних спеціальностей усіх університетів присутні обов'язкові курси лінійної алгебри, абстрактної алгебри та теорії чисел. Усе більше стає очевидним, що студенти комп'ютерних та інших спеціальностей мають потребу у достатньо строгому викладі основ цих трьох дисциплін. У Америці та західній Європі у більшій частині університетів ці три дисципліни є суб'єктами окремих лекційних курсів і для їх вивчення використовуються різні книги, присвячені кожній з цих окремих дисциплін. Навчальні плани все більше розтягуються кожний раз, коли виникає потреба викладу нових застосувань. Базуючись на довготривалому досвіді відомих українських спеціалістів, автори аргументують, що створення єдиного курсу, інтегруючого ці три дисципліни, дасть можливість більш ефективно та корисно використати відведений на це час. Цей об'єднуючий підхід буде допомагати більш глибокому розумінню студентами цих дисциплін і, разом з цим, кращому зберіганню отриманих знань.

Algebra and Number Theory are two powerful, established branches of modern mathematics at the forefront of current mathematical research that are playing an increasingly significant role in many relatively new applications of mathematics such as computing, communications and cryptography. Historically, these two branches of mathematics have developed together enriching each other in the process. There is no way to draw a precise boundary separating these subjects. It would be appropriate to say that they actually form one common subject: Algebra and Number Theory. Thus, results in Number Theory are the basis and "a type of sandbox" for algebraic ideas and, in turn, algebraic tools contribute tremendously to Number Theory. It is interesting to note that such newly developed branches of mathematics as Coding Theory heavily use ideas and results from both Linear Algebra and Number Theory.

Linear Algebra, Abstract Algebra and Number Theory are three mandatory disciplines in all university mathematics majors programs around the globe that every student should take. Increasingly, it is also becoming evident that students of Computer Science and other such disciplines also need a strong background in these three areas. In American and West European universities most of the time, these three disciplines are the subject of different and separate lecture courses that use different books dedicated to each subject individually (see, for example, such classical books as [1-8]). In a curriculum that is increasingly stretched by the need to offer traditional favorites, while introducing new applications, we think that it is desirable to introduce a fresh approach to the way these three specific courses are taught. Based on time honored experience of teaching these subjects in Ukrainian and Russian universities, we argue that one course**,** integrating these three disciplines**,** together with a corresponding book for this integrated course**,** would be helpful in using class time more efficiently. As an argument supporting this statement, we mention that many theorems in Number Theory have very simple proofs using algebraic tools. Most importantly, we think the integrated approach helps to build a deeper understanding of the subject in the students, as well as improve their retention of knowledge. In this respect, the time-honored European experience of integrated Algebra and Number Theory courses, organically implemented in the university curriculum, is very efficient.

As an example, we expose below a detailed outline for the lecture dedicated to Arithmetic Functions. One of the most important reasons for this is to illustrate the capabilities of giving a systematic, integrated and complete description of the theory of the main number systems that form a basis for the structures that play a central role in various branches of mathematics. We think that such an approach is appropriate for students in computer science or mathematics who possess a certain degree of general mathematical knowledge pertaining to typical students at this stage. Of course we assume that the student is comfortable with mathematical formalism and also has some experience in reading and writing mathematical proofs. We emphases perspective here will no doubt be different from those in a traditional mathematical presentation of these subjects at American universities. However the proposed way of exposition of material has been successfully class tested during decades of teaching at many Ukrainian and Russian Universities (this is enough to mention such classical books as [9-11] and a modern book [12]). As a typical example of the integrated approach we attach the detailed outline of the lecture dedicated to Arithmetic Functions.

Arithmetic Functions lecture outline

We consider some important number-theoretic functions that are the functions whose domain is the set of natural numbers, i.e. any function

$$f : N \longrightarrow C.$$

A number-theoretic function whose range is included in the set of complex numbers is called an arithmetical function or an arithmetic function.

We list now some important examples of number–theoretic functions.

Let ν: N $\rightarrow$ N be the function defined in the following way. Put $\nu(1) = 1$ and if $n > 1$, then $\nu(n)$ is the *number of all positive divisors of n*.

We define also the function σ: $N \rightarrow N$ by the rule. Put $\sigma(1)=1$ and if $n>1$, then $\sigma(n)$ is the *sum of all positive divisors of n*.

The next proposition, the proof of which is standard and well known, provides us with the formulas for the values of these functions.

Proposition 1. *Let n be the positive integer and suppose that*

$$n = p_1^{k_1} p_2^{k_2} \ldots p_t^{k_t}$$

where p_j is a prime, $1 \leq j \leq n$, and $p_k \neq p_j$ whenever $k \neq j$. Then

$$\nu(n) = (k_1+1)\ldots(k_t + 1), \text{ and}$$

$$\sigma(n)=((p_1^{k_1+1}-1)/(p_1-1))\ldots((p_t^{k_t+1}-1)/(p_t-1)).$$

There is a very interesting number-theoretical problem connected to the function $y(n)$. A positive integer n is called perfect, if $y(n) = 2n$. For example, the positive integers 6 and 28 are perfect. Proposition 1 implies that if $2^{k+1} - 1$ is a prime, then $n = 2^k (2^{k+1} - 1)$ is perfect. *L*. Euler has proved that every even perfect number has a such form. Thus the problem of finding all perfect numbers is reduced to the finding primes of the form $2^{k+1} - 1$.

Recall, that a prime p is called Mersenne prime if $p=2^{k+1} - 1$ for some positive integer *k*.

The following two important problems about perfect numbers are unsolved at the time of writing:

1. Are there infinitely many perfect numbers?

and

2. Is there an odd perfect number?

We want to construct further number-theoretic functions from given ones. They are many ways to do this but one particularly interesting method is as follows:

The Dirichlet product of two number – theoretic functions f and g is the function $f\mathcal{D}g$, defined by the following rule

$$(f\mathcal{D}g)(n) = \sum_{kt=n} f(k)g(t).$$

Next we expose to students the well known proof of the following statement.

Proposition 2. *(i) Dirichlet multiplication of number-theoretic functions is commutative.*

(ii) The Dirichlet multiplication of number-theoretic functions is associative.

(iii) The Dirichlet multiplication of number-theoretic functions has an identity element. This is the function $\in$ defined by the rule $\in(1)= 1$ and $\in(n) = 0$ for $n > 1$.

Another important number–theoretic function is the function $\boldsymbol{S}$ defined by the rule $\boldsymbol{S}(n)=1$ for each $n\in N$. We have

$$(f\,\mathcal{D}\,\mathbf{S})(n) = \sum_{kt = n} f(k)\,\mathbf{S}(t) = \sum_{k\,|\,n} f(k)$$

for each $n\in N$ (we take the sum on all divisors k of the number n).

The function $f\,\mathcal{D}\,S$ is said to be *the summator function for a function f.*

The next important number–theoretic function that we consider is the *Mцbius function* $\boldsymbol{\mu}$, defined by the rule:

$$\boldsymbol{\mu}(1) = 1;$$

if $n > 1$ and $n = p_1^{k_1} p_2^{k_2}...p_t^{k_t}$ where $p_1, p_2, ... p_t$ are primes and $p_i \neq p_j$ whenever $i \neq j$, then if there exists j such that $k_j \geq 2$, then $\boldsymbol{\mu}(n) = 0$;

and,

if $n = p_1 p_2...p_t$, then $\boldsymbol{\mu}(n) = (-1)^t$.

The following proposition could be proven by ordinary induction.

Proposition 3. $\boldsymbol{\mu}\,\mathcal{D}\,\boldsymbol{S} = \in$.

Based on this result the instructor is ready to prove the following famous

Theorem 1 ***(the Mцbius inversion formula)***. *Let f be a number–theoretic function and F be the summator function for a function f. Then*

$$f(n) =\sum_{k\,/n} \boldsymbol{\mu}(k)F(n/k)$$

for each $n\in N$.

The next number – theoretic function plays a very important role in many domains of mathematic. It is the Euler function φ, which defined by the following rule:

$$\boldsymbol{\varphi}(1) = 1,$$

if $n > 1$, then $\boldsymbol{\varphi}(n) = |\Phi_n|$ where

$$\boldsymbol{\Phi}_n = \{ k \,/\, k \in N, 1 \leq k < n, \mathbf{GCD}(n, k) = 1\}.$$

The next theorem provides us with an alternative approach to the Euler function. This shows one important use of this function in group theory. We will expose it with the proof.

Theorem 2. *(i) Let G be the finite cyclic group of order n. Then the number of all generators for G coincides with $\boldsymbol{\varphi}(n)$.*

(ii) If k is a positive integer, then $k + nZ \in \mathbf{U}(Z/nZ)$ if and only if $\mathbf{GCD}(k, n) = 1$. In particular, $\boldsymbol{\varphi}(n) = /\mathbf{U}(Z/nZ)/$.

Proof. (i) Since G is cyclic, G = < g > for some element $g\in$G. It is well known that an element $y = g^k \in$ G is a generator for G if and only if $\mathbf{GCD}(k, n) = 1$. So we have

$$< g > = \{ g^0, g^1, g^2, ... , g^{n-1}\}.$$

This shows that we can choose a number k such that $1 \leq k < n$. It follows that $\varphi(n)$ is equal to the number of the generators for a group G.

(ii) Let $k + nZ \in \mathbf{U}(Z/nZ)$. Then there exists a coset $s + nZ$ such that

$$(ks + nZ) = (k + nZ)(s + nZ) = 1 + nZ.$$

In other words, $ks + nr = 1$ for some $r\in Z$ and $(k, n)=1$. Conversely, if $\mathbf{GCD}(k, n)=1$, then repeating the previous arguments in converse order we obtain that $k + nZ \in \mathbf{U}(Z/nZ)$. It implies the equality $|\mathbf{U}(Z/nZ)| = \varphi(n)$.

Corollary (Euler's Theorem). *Let n be a positive integer. Supose that k be an integer such that $\mathbf{GCD}(k, n)=1$. Then $k^{\boldsymbol{\varphi}(n)}\equiv 1\,(\mathbf{mod}\ n)$.*

Corollary (Fermat's little theorem). *Let p be a prime and k be an integer. If p does not divide k, then $k^{p-1} \equiv 1\,(\mathbf{mod}\ p)$.*

The next step of the lecture is to find the summator function for the Euler function. We will do it with the help of some elementary group theoretical results.

Let G be a group. Define the binary relation **o** on G by the following rule: x o y if and only if $|x| = |y|$, $x, y \in$ G.

It is not hard to check that **o** is an equivalence relation. If n is a positive integer, then put

$$G_n = \{x \mid x \in G \text{ and } |x| = n\}.$$

The subset G_n is the class of equivalence by the relation **o**. Denote by G_∞ the subset of all elements of G whose orders are infinite. From elementary group theory results it follows that the family of subsets

$\{G_n \mid n \in N \cup \{\infty\}\}$ is a partition of the G. Observe that the subset G_n can be empty for some positive integer *n*. In particular, if G is a finite group then $G_\infty = \varnothing$. Moreover, if *y* is an arbitrary element of a finite group G, then $|y|$ is a divisor of $|G|$. Thus a family of subsets $\{G_k \mid k$ is a divisor of $|G|\}$ is a partition of the finite group G. It follows the equation $G = \cup_{k|n} G_k$ where $|G| = n$.

Note that in majority of cases some subset G_k can be empty. As we can see, the only one exception is a cyclic group (in other words, G_k is not empty for all $k \mid |G|$ if and only if G is a finite cyclic group).

These observations allows us to obtain the following interesting identity.

Theorem 3. $\sum_{k/n} \varphi(k) = n$.

Proof. Let $G = \langle g \rangle$ be a cyclic group of order n. We have observed above that $G = \cup_{k|n} G_k$. Choose an arbitrary divisor k of the number n and put $d = n/k$ and $x = g^d$. We have $x^k = (g^d)^k = g^{dk} = g^n = e$. If we suppose that $x^t = e$ for some positive integer $t < k$, then $e = x^t = (g^d)^t = g^{dt} = e$. Since $dt < n$, we obtain a contradiction with the fact that $|g| = |G| = n$. Thus $|x| = k$. In other words, it proves that the subset G_k is not empty for every divisor k of n.

Let z be the element of G having of order *k*. Then $z = g^m$ for some positive integer *m* and $e = z^k = (g^m)^k = g^{mk}$. It follows that $n = dk \mid mk$ and hence d divides *m*, that is, $m = ds$ for some positive integer *s*. We have

$$z = g^m = g^{ds} = (g^d)^s = x^s$$

It proves that $z \in \langle x \rangle$.

Furthermore $|\langle z \rangle| = |z| = |x| = k$, so that $\langle z \rangle = \langle x \rangle$. In other words, every element of order k is a generator for a subgroup $\langle x \rangle$. The number of all such elements is equal to $\varphi(k)$. Hence for each divisor k of a number n and we have $|G_k| = \varphi(k)$. Therefore

$$n = |G| = \sum_{k|n} |G_k| = \sum_{k|n} \varphi(k).$$

We will omit the proofs of the following corollaries here.

Corollary. *Let G be a finite group of order n. If k is a divisor of n then put $G[k] = \{ x \mid x \in G$ and $x^k = e \}$. Suppose that $|G[k]| \le k$ for each divisor k of n. Then the group G is cyclic.*

Corollary. *Let F be a field and G be a finite subgroup of **U**(F). Then G is cyclic.*

Corollary. *Let F be a finite field. Then its multiplicative group **U**(F) is cyclic.*

Corollary. *Let p be a prime. Then **U**(Z/**p**Z) is cyclic.*

We have showed above that the identity permutation of a set N is the summator function for Euler function. This allows us to obtain a formula for values of the Euler function. Employing Theorems 1 and 3 we have

$$\varphi(n) = \sum_{k|n} \mu(k)(n/k) = n \sum_{k|n} \mu(k)/k$$

for each $n \in$ N. Let now $n = p_1^{k_1} p_2^{k_2} \ldots p_t^{k_t}$ be the primary decomposition of n, where $p_i \neq p_j$ whenever $i \neq j$. If *m* is a divisor of *n*, then

$m = p_1^{s_1} p_2^{s_2} \ldots p_t^{s_t}$, where $0 \le s_j \le k_j$, $1 \le j \le t$. If there exists j such that $s_j \ge 2$, then $\mu(m) = 0$. Hence

$$\sum_{k|n} \mu(k)/k = 1 - \sum_{1\le j\le t}(1/p_j) + \sum_{1\le j<m\le t}(1/p_jp_m) - \ldots + (-1)^t (1/p_1p_2\ldots p_t) = (1-(1/p_1))(1-(1/p_2)) \ldots (1-(1/p_t)).$$

Consequently,

$$\varphi(n) = n(1-(1/p_1))(1-(1/p_2))\ldots(1-(1/p_t)) = p_1^{k_1-1}(p_1-1))p_2^{k_2-1}(p_2-1)\ldots p_t^{k_t-1}(p_t-1).$$

In particular, if p is a prime, $k \in$ N, then

$$\varphi(p^k) = p^{k-1}(p-1) = p^k - p^{k-1}.$$

Moreover, from the obtained above formula we can derive that

$$\varphi(nk) = \varphi(n)\varphi(k) \text{ whenever } \mathbf{GCD}(k, n) = 1.$$

The number – theoretic function fis called *multiplicative*, if it satisfies the following conditions:

there is a positive integer n such that $f(n) \neq 0$;

*if **GCD**(k, n) = 1 then $f(nk) = f(n) f(k)$.*

The next theorem supplies us with an important property of multiplicative functions.

Theorem 4. *If the number–theoretic function f is multiplicative, then the summator function for f is also multiplicative.*

Proof. Let *k*, t be the positive integers such that **GCD**(k, t) = 1. If d is a divisor of *kt*, then clearly d = uv, where $u \mid k$, $v \mid t$. Let $F = (f \,\boldsymbol{\mathcal{D}}\, \mathbf{S})$ be the summator function for *f*. Then

$$F(kt) = \sum_{u|k, v|t} f(uv) = \sum_{u|k, v|t} f(u)f(v) = \sum_{u|k} f(u) = \sum_{v|t} f(v) = F(k)F(t).$$

At the end of this lecture, we ususally discuss some applications of the above results. Recently the Euler function finds its applications in cryptography. A giant leap forward occurred in cryptography in the second half of the twentieth century, with the invention of public key cryptography. The main idea is the concept of a trapdoor function--a function that has an inverse, but whose inverse is very difficult to calculate. In 1976, R.L.Rivest, A.Shamir, and L.M.Adleman succeeded in finding such a class of functions. It turns out that if you take two very large numbers and multiply them together, a machine can quickly compute the answer. But, if you give the machine the answer and ask it for two factors, the factorization will not appear in a useful amount of time. The public key system, built upon these ideas, is now known as RSA-key after the three men who created it. In classic code tuples the method of coding is the main secret. But in the tuples with the open key there is no sense to keep such a secret. The main idea of RSA-coding is in the following. One chooses two arbitrary primes p and q and calculates $n=pq$ and $\varphi(n)=(p-1)(q-1)$. Next, one picks an arbitrary number $k<\varphi(n)$ that is relatively prime with $\varphi(n)$. As we can see by the proof of Theorem 2, $k+\varphi(n)Z \in \mathbf{U}(Z/\varphi(n)Z)$. Consequently, there exists a positive integer t such that $kt \equiv 1(\text{mod } \varphi(n))$. We can find a number t with the help of the Euclidian algorithm. The numbers n and k determine the coding method. They are not secret and they form the open (or public) key. Only the primes p, q and the number t are kept in secret. First, the massage should be written in numerical form with the help of ordinary digits 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. After that, one divides this message into blocks $M_1, \ldots, M_s$ of length w. The number m should satisfy the restriction $10w < n$. Usually one chooses the numbers p and q up to 100 digits each. Each block M_j can be considered as a representative of the coset $M_j + nZ$. The codling of the block M_j is in the substitution of it by the block $E(M_j)$ such that $E(M_j) \equiv M_j^{\ k}(\text{mod } n)$. Since the number n is big enough, only a computer can perform it. The decoding is done by the following procedure. The choice of the number t requires that $kt \equiv 1 + r\varphi(n)$. Now one can apply Euler's theorem. However, in this case M_j and n are required to be relatively prime. Nevertheless, we can show that this application is valid in any case. Let m be an arbitrary positive integer. If GCD(m,n)=1, then $m^{\varphi(n)} \equiv 1(\text{mod } n)$, and

$$m^{kt} = m^{1+r\varphi(n)} = m(m^{\varphi(n)})^r \equiv m(\text{ mod } n).$$

Suppose now that GCD(m,n) $\neq$ 1. Since $n=pq$, then either p divides m and q does not divide m, or conversely, q divides m and p does not divide m. Consider the first case; the consideration of a second case is similar. We have $m = pu$ and $m^{kt} - m = (pu)^{kt} - pu$.

On the other hand,

$$m^{kt} = m^{1+r\varphi(n)} = m^{1+r(p-1)(q-1)} = m\,(m^{(q-1)})^{r(p-1)}.$$

Since GCD(m,q)=1, the second corollary from Theorem 2 led us to $(m^{(q-1)}) \equiv 1 \text{ (mod q)}$. Therefore, $m^{kt} \equiv m\,(m^{(q-1)})^{r(p-1)} \text{ (mod q)} \equiv$ $\equiv m\,(1^{(q-1)})^{r(p-1)} \text{ (mod q)} \equiv m \text{ (mod q)}$.

Hence q divides $m^{kt} - m$. As we have seen above, p divides $m^{kt} - m$, so that n=pq divides $m^{kt} - m$. Consequently, in any case we have $m^{kt} \equiv m(\text{mod n})$. For block M_j we have $E(M_j)^t = (M_j^{\ k})^t = M_j^{kt} = M_j^{1+r\varphi(n)} = M_j(M_j^{\varphi(n)})^r$.

So we can write $E(M_j)^t \equiv M_j \text{ (mod } n)$. Recall that the number M_j satisfies the condition $1 \leq M_j < n$, and therefore it is uniquely determined by the congruence $E(M_j)^t \equiv M_j \text{ (mod } n)$.

The problem of reliability of the RSA-code is reduced to the question: Can the block $E(M_j)$ be decoded? For this one needs to solve the congruence $x^k \equiv E(M_j)(\text{mod n})$ without knowing the number t. Soon we will study congruences of the type $x^k \equiv a \text{ (mod n)}$. By now, we can only state that there is no general method for the solution of such congruences. In reality, it could be done by the examination of all cases. From the choice of w it follows that this sorting requires the consideration of 100100 cases, which is not quite realistic.

Therefore, to crack the RSA-code one needs to find t if n and k given. If the decomposition n = pq is known, then this is not difficult. In turn, knowing the numbers n, k, and t, one can find the decomposition n = pq. So the finding of t requires the same efforts as is needed for finding the decomposition n = pq. However, in the case when each of the factors has 100 digits this is not realistic yet.

1. *Dummit, D., Foote, R., Abstract Algebra, Hoboken: Wiley, 2007.*

2. *Beachy J.A. and Blair W.D., Abstract Algebra, Illinois: Waveland Press, 1996.*

3. *More, T. Elements of Abstract Algebra, the University of Michigan: Macmillan, 1967.*

4. *Lay, D.C., Linear Algebra and Its Applications, New York: Addison Wesley, 2002.*

5. *Campbell, H.G., Linear Algebra with Applications, Boston: Prentice-Hall, 1980.*

6. *Niven, I.M., Zuckerman, H.S. An Introduction to the Theory of Numbers, Hoboken: Wiley, 1972.*

7. *Ireland K.F., Rosen, M.I. Classical Introduction to Modern Number Theory, Berlin: Springer, 1982.*

8. *Hasse, H., Zimmer, H.G., Number Theory, Berlin: Springer, 2002.*

9. *Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. Москва: Высшая школа, 1979.*

10. *Курош А.Г. Курс высшей алгебры. Наука: Москва, 1971.*

11. *Ляпин Е.С., Евсеев Ф.Е., Алгебра и теория чисел. Москва: Просвещение, 1974.*

12. *Курдаченко Л.А., Кириченко В.В., Семко М.М. Вибрані розділи алгебри та теорії чисел, Київ: Інститут Математики НАНУ, 2005.*

Резюме. **Subbotin I., Kurdachenko L. AN INTEGRATED APPROACH IN TEACHING ALGEBRA AND NUMBER THEORY: BEST PRACTICES.** *There are three mandatory courses, Linear Algebra, Abstract Algebra and Number Theory, in all university mathematics programs that every student of mathematics should take. Increasingly, it is also becoming evident that students of Computer Science and other such disciplines also need a strong background in these three areas. In America and West Europe most of the time, these three disciplines are the subject of different and separate lecture courses that use different books dedicated to each subject individually. In a curriculum that is increasingly stretched by the need to offer traditional favorites, while introducing new applications. Based on the time honored Ukrainian experience, the authors argue that one course integrating these three disciplines would be helpful in using class time more efficiently. This integrated approach will help build a deeper understanding of the subject in the students, as well as improve their retention of knowledge.*

Summary. **Subbotin I., Kurdachenko L. ИНТЕГРИРОВАННЫЙ ПОХОД К ОБУЧЕНИЮ АЛГЕБРЕ И ТЕОРИИ ЧИСЕЛ: ЛУЧШИЕ ДОСТИЖЕНИЯ.** *В программах обучения студентов математических специальностей всех университетов имеются обязательные курсы линейной алгебры, абстрактной алгебры и теории чисел. Все больше становится очевидным, что студенты компьютерных и других специальностей нуждаются в достаточно строгом изложении основ этих трех дисциплин. В Америке и западной Европе в большей части университетов эти три дисциплины являются субъектами отдельных лекционных курсов и для их изучения используются различные книги, посвященные каждой из этих отдельных дисциплин. Учебные планы все больше растягиваются каждый раз, когда возникает потребность изложения новых применений. Базируясь на длительном опыте известных украинских специалистов, авторы утверждают, что создание единого курса, интегрирующего эти три дисциплины, позволит более эффективно и полезно использовать отведенное на это время. Этот объединяющий подход будет способствовать более глубокому пониманию студентами этих дисциплин, а заодно и лучшему сохранению полученных знаний.*

Надійшла до редакції 28.09.2008 р.

УПРАВЛІННЯ САМООСВІТОЮ МАЙБУТНІХ ІНЖЕНЕРІВ ПІД ЧАС НАВЧАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

Т.С.Максимова,
кандидат педагог. наук, доцент,
Автомобільно-дорожній інститут ДонНТУ,
м. Горлівка, УКРАЇНА

Розглянуто педагогічні основи управління освітніми системами, вказано на характерні риси процесу управління самоосвітою майбутніх фахівців технічного профілю під час навчання вищої математики та визначено шляхи вдосконалення цього процесу.

Стан розвитку сучасного виробництва продукує постановку та вирішення нових завдань щодо формування особистості майбутнього фахівця. Систематичне збагачення освітнього потенціалу, компенсація можливих прогалин у навчанні, вихованні та розвитку під впливом великого обсягу нової інформації є складовими успішної професійної діяльності фахівця в сфері виробництва. Формування у студентів досвіду самоосвіти під час навчання у вищому навчальному закладі, за таких умов, стає важливим напрямом у сучасних педагогічних дослідженнях.

Ефективне озброєння майбутніх фахівців технічного профілю раціональними прийомами самоосвітньої діяльності, як показано нами у [1], відбувається за умови постійного збільшення у студентів потреби користуватися самоосвітою для розв'язування навчальних та життєвих проблем, на основі спрямування процесу навчання вищої математики в евристичне русло.

Відповідні умови можливо створити за рахунок управління самоосвітою студентів під час навчання вищої математики.

Метою даної статті є розглянути педагогічні основи управління освітніми системами, вказати на характерні риси управління самоосвітою майбутніх фахівців технічного профілю під час навчання вищої математики та визначити деякі шляхи вдосконалення процесу управління.

У науці термін «управління» трактується по-різному.

В.С. Лазарев, Г.Х. Попов, М.М. Поташник, А. Файоль та інші визначають управління як діяльність, не акцентуючи уваги на змінення суб'єктного досвіду учасників освітнього процесу, які відбуваються під час цієї діяльності.

Управління розглядається як дія однієї системи на іншу, однієї людини на іншу або групу людей (Л.Б. Ітельсон, О.О. Орлов, М.С. Сунцов, Н.Д. Хмель та ін.). Таке означення слабо враховує суб'єкт-суб'єктну природу управління, оскільки активність визнається тільки за тим, хто управляє. Той, ким управляють, сприймається як пасивний виконавець.

Нерозривність прямої та оберненої дії, органічне поєднання змінень діючих один на одного суб'єктів враховується при визначенні управління як взаємодії суб'єктів (В.Г. Афанасьєв, В.І. Звєрєва, П.І. Третьяков, Т.І. Шамова та ін.). Таке означення враховує і змінення взаємодіючих суб'єктів, і самого процесу взаємодії як переміни його станів.

Стосовно навчального процесу управління уявляє собою цілеспрямовану, систематичну взаємодію викладача на колектив студентів та окремого студента для досягнення заданих результатів навчання [2].

У зв'язку з цим, характерними рисами управління самоосвітою студентів під час навчання вищої математики є:

- усвідомлена та планомірна взаємодія суб'єктів навчально-виховного процесу на заняттях з вищої математики;

- наявність причинно-наслідкових зв'язків між управляючою підсистемою (викладач) та об'єктом управління (студент);

- здібність підсистеми, якою управляють, переходити із одного якісного стану в інший;

- здібність системи управління виконувати задані функції при визначених умовах протікання процесу;

- здібність системи зберігати рух за вказаною траєкторією, не дивлячись на різні зовнішні та внутрішні впливи.

Головний напрям діяльності викладача, націлений на удосконалення процесу управління навчально-пізнавальною діяльністю студентів у системі навчання, на думку П.І. Підкасистого [3], полягає в поступовому перетворенні цілісного педагогічного процесу в самоосвітній, перетворенні, яке відбувається на основі підвищення рівня готовності до самоосвіти кожної особистості.

Тому, в результаті управління самоосвітою під час навчання вищої математики, у студентів повинна формуватися система знань, умінь та навичок, яка б забезпечувала ефективне оволодіння ними навчальним матеріалом з вищої математики при перевазі самостійної роботи та забезпечувала інтенсивний розвиток студентів у процесі навчання та під час майбутньої професійної діяльності.

Дослідниками виділяються такі види (функції) управління: постановка цілі, планування або прийняття управлінських рішень, організація, контроль, регулювання або корекція. Процес управління виступає одночасно як циклічний та неперервний. Склад функцій управління для освітніх систем має певні особливості [4]. Для них характерні такі функції управління: мотиваційно-цільова, інформаційно-аналітична, планово-прогностична, організаційно-виконавча, контрольно-діагностична, регулятивно-корекційна.

Мотиваційно-цільова функція управління самоосвітою направлена на формування цілі – користуватися самоосвітою для розв'язування навчальних проблем з вищої математики та проблем у майбутній професійній діяльності – на основі мотиву діяльності, виниклого із потреби в знаннях та пізнавальних діях необхідних для розв'язування поставлених проблем.

Інформаційно-аналітична діяльність є основним інструментом управління самоосвітою студентів. Аналітична діяльність направлена на вивчення фактичного становища та обґрунтованості застосування сукупності засобів для досягнення цілей управління самоосвітою студентів, на об'єктивну оцінку результатів педагогічного процесу та вироблення регулюючих механізмів.

Прогнозування та планування визначається як діяльність по оптимальному вибору ідеальних (підвищення рівня готовності студентів до самоосвіти на основі розвитку їх особистісних якостей та відповідних знань та умінь) та реальних цілей (оволодіння прийомами самоосвітньої діяльності під час вивчення теоретичного матеріалу та розв'язування завдань з вищої математики) управління самоосвітою та розробці програм їх досягнення під час навчання студентів вищої математики.

Контрольно-діагностична функція призначена для стимулювання діяльності викладача та студентів під час управління самоосвітою останніх.

Регулятивно-корекційна функція передбачає внесення коректив за допомогою оперативних способів, засобів і взаємодій у процесі управління самоосвітою.

Реалізація функцій управління самоосвітою у навчанні вищої математики майбутніх інженерів детермінується особливостями професійної діяльності фахівців технічного профілю.

Інженерне дослідження та проектування трансформує ідеї у розумові моделі, а потім у розрахункові схеми. Головним для інженера є не поглиблені знання, а породження нового на основі знання. Крім того, рівень ефективності праці інженера залежить від рівня його загальної культури. Чим він вище, тим ширше його кругозір та здібність до асоціативного мислення, тим реальніше можливість чітко формулювати та розв'язувати проблему.

Тому при створенні умов для підвищення рівня готовності студентів технічних спеціальностей до самоосвіти необхідно враховувати методологічні особливості, пов’язані з формуванням інженерного мислення. Оволодіння студентами знаннями та уміннями у процесі управління їх самоосвітою на заняттях з вищої математики повинно супроводжуватись забезпеченням для кожного студента можливості самостійно визначати мотиви, цілі, зміст самоосвіти, методи та форми самостійного пошуку, самоконтролю та самоаналізу та здійснювати їх зміну при зміні умов розв’язування поставлених задач.

Застосування ідей інтегрального числення до розв’язування багатьох задач, пов’язаних з різними фігурами (відрізок, крива, поверхня, плоска область, тіло) призводить до послідовного виконання однотипних математичних операцій. Розглядання не кожної з вище вказаних фігур, а деякої абстрактної фігури (Ω) під час вивчення теми «Інтеграли по фігурі» виключає дублювання математичних записів, підкреслює єдність ідей інтегрального числення, акцентує увагу на тих ознаках, які визначають тип інтеграла. Сприятливі умови для управління самоосвітою студентів при такому підході виникають завдяки можливості студентів самостійно конкретизувати деякі загальні положення на конкретному типі інтегралу по фігурі, переносити та використовувати знання у схожих ситуаціях; вивільненню часу при відсутності дублювання записів.

Усвідомленню студентами технічних спеціальностей потреби у знаннях та пізнавальних діях, і значить, формуванню мотивації самоосвітньої діяльності, при вивченні теми «Інтеграли по фігурі» сприяє розглядання на лекції задачі про масу фігури, розв’язування якої приводить до введення поняття визначеного інтеграла по фігурі та визначення його механічного змісту.

Після введення означення та визначення маси як інтеграла по фігурі від густини, слід запропонувати студентам самостійно записати формули

$$\int\limits_{(\Omega)} f(P)d\Omega = \lim \sum_{i=1}^{n} f(P_i)\Delta\Omega_i$$

та

$$m_{(\Omega)} = \int\limits_{(\Omega)} f(P)d\Omega$$

для конкретних фігур. Розібрані на лекції властивості визначеного інтеграла по фігурі студентам, у даному випадку, необхідно перенести на п’ять типів інтегралу по фігурі під час опрацювання лекції вдома. Лекція за таких умов, на нашу думку стає орієнтованою на самоосвітню діяльність студентів.

Зворотний зв'язок та контроль забезпечить теоретична міні-контрольна робота, проведена викладачем на наступному практичному занятті, яка містить запитання: «Чому дорівнює маса стриженя (вгнутої матеріальної пластини та ін.)?», «Чому дорівнює, за означенням, подвійний інтеграл?» та ін.

При управлінні самоосвітою майбутніх інженерів викладачу слід запланувати для студентів домашні завдання, які поряд із стандартними завданнями містять нестандартні завдання, продуктивного характеру тощо, які надають змогу майбутньому фахівцю самостійно обирати засоби діяльності, самоосвіти та змінювати їх у разі потреби.

Наприклад, після обчислення подвійних інтегралів у декартовій системі координат студентам потрібно виконати завдання:

- складти задачі, в яких потрібно обчислити подвійний інтеграл, використовуючи інтегрування по частинах у зовнішньому або внутрішньому інтегралі;
- скласти задачі, в яких потрібно обчислити подвійний інтеграл, в якому при зміні порядку інтегрування зникає необхідність інтегрувати по частинах;
- скласти задачі, в яких потрібно обчислити подвійний інтеграл, використовуючи інтегрування по частинах і в зовнішньому, і внутрішньому інтегралах.

Резерви для успішного управління самоосвітою студентів створює така організація практичних занять, яка надасть змогу студентам самостійно «відкривати» знання, які при традиційному підході вивчаються на лекції.

Робота студентів у гомогенних групах надасть змогу відкрити спосіб обчислення потрійних інтегралів за допомогою переходу до циліндричних координат. Студентам із низьким рівнем знань потрібно запропонувати обчислити інтеграл

$$\iint_{(D)} (4 - x^2 - y^2)dxdy,$$

де (D): $x^2 + y^2 \le 4$.

Студентам із середнім рівнем знань потрібно обчислити об’єм тіла, обмеженого поверхнями $z = 4 - x^2 - y^2$ та $z = 0$.

Студентам із високим рівнем знань потрібно обчислити масу тіла, обмеженого поверхнями $x^2 + y^2 = 4$, $z = 1$ та $z = 0$, якщо густина тіла в кожній точці дорівнює $\delta = 4 - x^2 - y^2$.

Демонстрація представниками різних груп отриманих розв’язувань, їх зіставлення та обговорення надає можливість визначити формули перетворення та сформулювати правило-орієнтир обчислення потрійних інтегралів за допомогою переходу до циліндричних координат.

Самостійна робота з літературою, аналіз та синтез виявлених положень, представлення інформації різними способами неодмінно супроводжують самоосвітню діяльність студентів при навчанні вищої математики. Досвід самоосвіти ефективно формується в процесі самостійного вивчення студентами деяких тем вищої математики. На нашу думку, доцільно для самостійного вивчення під час роботи з інтегралами по фігурі запропонувати тему «Обчислення криволінійних інтегралів першого роду». Один з можливих варіантів завдань, які при цьому доцільно видати студентам має такий вигляд.

1. Обчислити інтеграл

$$\int_{(L)} (xy + x^3)dl,$$

де (L) – дуга параболи $y = 1 - x^2$ між точками A(-1;0) і B(1;0).

2. Обчислити інтеграл

$$\int_{(L)} \sqrt{2y}dl,$$

де (L) – перша арка циклоїди $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$.

3. Обчислити інтеграл

$$\int_{(L)} arctg \frac{y}{x} dl,$$

де (L) – частина спіралі Архімеда $\rho = 2\varphi$, що міститься всередині круга з радіусом 4 та центром у полюсі.

4. Обчислити маси кривих, заданих у попередніх завданнях, вважаючи криві однорідними. Визначити, як ще можна інтерпретувати отриманий результат.

Самостійне вивчення теми, яке супроводжується наданням студентам системи завдань, розв’язування яких охоплює основні моменти теми, сприяє формування уміння не тільки самостійно використовувати математичну літературу, але і переосмислювати матеріал з точки зору різних понять, теоретичних фактів, поставлених завдань тощо.

Одним із шляхів збільшення ваги самоосвіти при навчанні вищої математики є збільшення обсягу самостійної роботи на практичних заняттях, впровадження інформаційно-комунікаційних технологій тощо.

На практичному занятті за темою «Застосування інтегралів по фігурі в механіці» кожному студенту для індивідуальної роботи можна запропонувати завдання із неповністю визначеним змістом, а саме: «за допомогою інтеграла по фігурі для заданої фігури (у всіх студентів різні фігури) можна визначити … ». Формулювання та розв’язування низки задач вимагає від студентів вміння планувати свою діяльність, визначати цілі, методи та форми самостійного пошуку.

Використання математичних пакетів Mathcad, Mathlab та інших допоможе у побудові фігур та здійсненні проміжних обчислень, обчисленні визначених інтегралів, до яких зводяться інтеграли по фігурі.

Інформаційно-комунікаційні технології (ІКТ) виступають ефективним засобом самоосвіти у сучасних умовах. Демонстрація викладачем прикладів застосування ІКТ та постановка завдань, розв’язування яких значно спрощується при використанні ІКТ, надає можливість формувати досвід самоосвіти, яка спирається на ІКТ.

Реалізації диференційованого підходу при організації самостійної роботи на практичних заняттях сприяє надання студентам різної міри допомоги в залежності від їх рівня знань. У ролі консультанта у даному випадку може виступати як викладач так і деякі студенти.

Зміна більшої частини існуючих форм практичних занять, вивільнення більшої частини часу на самостійну роботу передбачає організацію постійного контролю (краще рейтингового), який дозволяє встановити зворотний зв'язок.

Таким чином, орієнтація процесу навчання вищої математики на збільшення ваги самоосвіти майбутніх інженерів у цьому процесі пов'язана з пошуком шляхів активізації самостійної роботи студентів та підвищення її ефективності. Означені вище підходи до проведення лекційних та практичних занять орієнтованих на самостійну роботу надають можливість переходу від зовнішнього управління навчальною діяльністю студентів до самоуправління, тобто від навчання до самоосвіти.

1. Максимова Т.С. Особливості самоосвіти майбутніх фахівців технічного профілю в процесі формування та розвитку їх професійно-орієнтованої евристичної діяльності / Т.С. Максимова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. зб. наук. робіт. – Вип 28. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2007. – С. 53–56.

2. Педагогика и психология высшей школы: Учебное пособие / С.И.Самыгин, Л.Д.Столяренко и др.; Под ред. М.В.Буланова-Топоркова. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2002. – 544 с.

3. Пидкасистый П.И. Организация учебно-познавательной деятельности студентов / П.И.Пидкасистый. – М.: Педагогическое общество России, 2005. – 144 с.

4. Третьяков П.И. Практика управления современной школой: (Опыт педагогического менеджмента) / П.И.Третьяков. – М.: Просвещение, 1995. – 183 с.

Резюме. **Максимова Т.С. УПРАВЛЕНИЕ САМООБРАЗОВАНИЕМ БУДУЩИХ ИНЖЕНЕРОВ ВО ВРЕМЯ ОБУЧЕНИЯ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ.** *Рассмотрены педагогические основы управления образовательными системами, указаны характерные черты процесса управления самообразованием будущих специалистов технического профиля во время обучения высшей математике и пути совершенствования этого процесса.*

Summary. **Maksimova T. MANAGING FUTURE ENGENEER'S SELF-EDUCATION DURING LEARNING HIGHER MATHEMATICS.** *The pedagogical bases of managing educational system are considered in the article. The peculiarities and direction of improvement of managing future engineer's self-education during learning higher mathematics are shown.*

Надійшла до редакції 11.11.2008 р.

ДЕЯКІ АСПЕКТИ ВИКОРИСТАННЯ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ НАВЧАННЯ ПІД ЧАС ПРОВЕДЕННЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ З МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

С.М.Лук'янова,
кандидат педагог. наук, доцент,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА

Розглядається можливість використання педагогічних програмних засобів на практичних заняттях з методики навчання математики.

Розробка педагогічної стратегії за умов комп'ютеризації та інформатизації всіх сфер життя суспільства є одним із важливих завдань, які сучасне суспільство ставить перед системою освіти.

З.І.Слєпкань зазначає, що істотні зміни в інформаційному середовищі людини, які пов'язані з упровадженням комп'ютерної техніки в різні сфери діяльності людини (структурні зміни самої діяльності та поява нових професійних вмінь і навичок, необхідних для її здійснення) призвели до зниження ефективності використання традиційних підходів до навчання [6].

Під час досліджень щодо впровадження комп'ютерної техніки у навчальний процес, які розпочалися ще в 60-х роках ХХ століття, з'ясувалося: використання комп'ютера так змінює навчальну діяльність, що багато відомих психологічних закономірностей засвоєння знань і вмінь втрачають свою значимість [5]. Використання інформаційних технологій також перетворює пізнавальні і мотиваційно-емоційні процеси, впливає на спілкування і міжособові взаємини всіх учасників навчального процесу.

Інформаційно-комунікаційні технології навчання (ІКТ), включаючи комп'ютер як засіб управління навчально-пізнавальною діяльністю, представляють собою сукупність комп'ютерно-орієнтованих методів, засобів та організаційних форм навчання.

Зрозуміло, що посилена увага вчителів математики в сучасних школах до використання інформаційно-комунікаційних технологій для посилення ефективності навчального процесу (зокрема вирішення проблем його інтенсифікації й оптимізації, активізації пізнавальної діяльності й розвитку творчого мислення учнів) не може бути поза увагою викладачів методичних кафедр.

Сьогодні нагальною є потреба, готуючи майбутніх вчителів математики, формувати в них:

а) вміння педагогічно виправдано і обґрунтовано використовувати сучасні інформаційно-комунікаційні технології в навчальному процесі (підготовка, супровід, аналіз, коригування навчального процесу);

б) вміння добирати найбільш раціональні методи і засоби навчання, враховуючи індивідуальні особливості учнів, їх запити, нахили і здібності;

в) вміння ефективно поєднувати традиційні технології навчання з новими інформаційно-комунікаційними [2, 6].

Крім того ІКТ на заняттях з методики математики слід використовувати не тільки з точки зору застосування їх в майбутній практичній діяльності нинішніх студентів, але вони необхідні і для інтенсифікації самого процесу викладання методики математики.

Таким чином, на наш погляд, сучасні умови навчання математики в школах та вимоги суспільства до посилення інформатизації навчального процесу ставлять питання про створення комп'ютерноорієнтованої методичної системи вивчення курсу методики математики.

Комп'ютерно-орієнтована методична система навчання – це методична система навчання, яка забезпечує цілеспрямований процес здобування знань, набуття умінь і навичок, засвоєння способів пізнавальної діяльності суб'єктом навчання і розвиток його творчих здібностей на основі широкого використання інформаційно-комунікаційних технологій.

Ми поділяємо думку М.І.Жалдака, що створення і широке впровадження в повсякденну педагогічну практику нових комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання повинне базуватися на певних принципах: *а*) поступове і неантагоністичне, без руйнівних перебудов і реформ, вбудовування інформаційно-комунікаційних технологій у діючі дидактичні системи; *б*) гармонійне поєднання традиційних і комп'ютерно-орієнтованих технологій навчання; *в*) не заперечування і відкидання здобутків педагогічної науки минулого, а, навпаки, їх удосконалення і посилення, в тому числі і за рахунок використання досягнень у розвитку комп'ютерної техніки і засобів зв'язку [2].

Розглянемо деякі приклади використання ІКТ під час проведення практичних занять з методики математики.

Однією із важливих вимог опанування студентами на належному рівні спеціальними методиками вивчення конкретних тем шкільного курсу математики є наявність у них міцних знань теоретичного матеріалу з даної теми та сформовані вміння щодо розв'язування відповідних базових задач, які містяться в шкільних підручниках.

Раніше викладач мав змогу це перевірити під час проведення колоквіумів, коли студенти мали, попередньо опрацювавши шкільний підручник за певний клас, дати характеристику навчального матеріалу конкретної теми (тобто назвати означення, теореми, базові задачі). Від студентів вимагалося не тільки знати порядок вивчення тем у конкретному класі. Вони повинні були формулювати всі означення, пояснювати яким чином вводиться те чи інше поняття, формулювати та доводити теореми, розв'язувати з письмовим поясненням задачі шкільного підручника.

Зараз, коли навіть в одній школі можна зустріти випадки, що одночасно на паралелі використовуються підручники різних авторів, проводити колоквіум вимагаючи, щоб студенти знали досконало зміст всіх підручників за даний клас і недоцільно, і нереально.

На нашу думку, перевірити у студентів рівень наявних знань та сформованих вмінь можна за допомогою комп'ютерно-орієнтованого контролю. Для цього на початку практичного заняття студенту пропонується дати відповіді на запитання тесту. Такий тест-допуск одночасно виконує дві функції: перевіряє знання навчального матеріалу шкільних підручників і допомагає провести актуалізацію теоретичних питань з методики.

Тест можна проводити або в автоматичному режимі, коли (за наявності можливості посадити всіх студентів за комп'ютери) завдання одночасно подаються всім студентам на їх дисплеї або ж студент сам керує швидкістю зміни кадрів, тобто завдань. Можливий і варіант, коли на сенсорну дошку викладач демонструє завдання, а студенти обирають правильну відповідь і заносять її в свій листок контролю. Після завершення тесту (на нашу думку він повинен тривати 8-10 хвилин) можна розібрати завдання, виконання яких викликали у студентів труднощі. Найкраще це зробити за допомогою сенсорної дошки, коли демонструються запитання і обводиться червоним кольором правильна відповідь.

Якщо на початку кожного практичного заняття студент буде проходити тест-допуск, то це дозволить:

1) збільшити обсяг самостійної роботи студентів над навчальним матеріалом шкільних підручників та методичних посібників, що актуально в умовах збільшення частки самостійної роботи в загальному обсязі навчального навантаження студентів;

2) зменшити навантаження на викладачів під час проведення контролю та обробці результатів;

3) підвищити мотивацію і зацікавленість студентів у систематичному опрацюванні навчальної та методичної літератури протягом семестру, а не тільки перед підсумковим контролем.

По-друге, доцільність використання відеоінформації (робота з презентаціями) під час розгляду теоретичних питань на семінарах обумовлена великими педагогічними можливостями у розв'язанні таких завдань: 1) активізація процесу передачі семантичної, чуттєво-наочної навчальної інформації; 2) урізноманітнення форм і методів засвоєння навчальної інформації; 3) здійснення дискретного зв'язку зі студентами у процесі пояснення, узагальнення, систематизації та повторення навчального матеріалу.

Студенти заздалегідь, опрацьовуючи навчальний матеріал щодо запитань та завдань семінару, можуть підготувати відповіді у вигляді відео презентацій (підготовка може бути як індивідуальною, так і груповою). Завдання студентам можна пропонувати перш за все на складання порівняльних характеристик викладу теоретичного матеріалу в підручниках різних авторів; на розгляд кроків вивчення доведень теорем, способів розв'язування рівнянь, вивчення алгоритмічних приписів; запис оформлення розв'язання базових побудов і задач тощо.

Під час семінару студенти, які не готували відеопрезентації до питання, що розглядається, роблять нотатки в своїх зошитах і доповнюють відповіді своїх товаришів або задають питання. Викладач може коригувати відеопрезентації або заздалегідь (перевіряючи готовність студентів до семінару напередодні заняття), або вже під час доповіді студентів, звертаючи увагу на недоліки одразу всіх студентів («на помилках теж вчаться»).

Дуже важливим прийомом, який допомагає навчити студентів саме виваженості в застосуванні традиційних і сучасних інформаційно-комунікаційних технологій, є створення проблемних ситуацій за допомогою використання готових відео матеріалів, які можна знайти на освітніх сайтах чи «навчальних» дисках. Наприклад, це може бути:

а) демонстрація фрагменту уроку з виключеним звуком і пропозицією озвучити самостійно даний фрагмент;

б) демонстрація початку відеопрезентації доведення теореми чи розв'язування рівняння, задачі, виконання побудови перерізу многогранника з проханням продовжити виклад навчального матеріалу без використання сенсорної дошки за допомогою звичайної дошки і крейди (такий прийом іноді називають «стоп кадр»);

в) самостійна робота на порівняння матеріалу підручника і змісту відеопрезентації, рецензування, тобто висловлення власних думок щодо доцільності показаного на різних етапах уроку.

Крім розгляду теоретичних питань на семінарах з методики математики, як правило, приділяється значна увага написанню студентами планів уроків, конспектів позакласних заходів. Практика показує, що ефективним методичним прийомом перевірки таких завдань є проведення ділових ігор. Студент, який звітує про виконання свого домашнього завдання, виконує роль учителя і демонструє фрагмент уроку. Серед решти студентів обираються завуч чи директор (його завдання проаналізувати фрагмент уроку з точки зору доцільності використання ТЗН і досягнення вчителем поставленої мети), «старанні» і «відстаючі» учні, які задають запитання тим самим створюючи проблемні ситуації. Після завершення обговорення викладач оцінює як студента-вчителя, так і студентів, які приймали активну участь чи то в проведенні ділової гри, чи то в обговоренні.

Зауважимо, що для того, щоб підготовка студентів до проведення таких фрагментів уроків з використання відеопрезентацій була більш ефективною, доцільно пропонувати їм під час розробки плану уроку з використанням відеоматеріалів спиратися на такі рекомендації:

1) визначте і проаналізуйте мету уроку, його зміст і логіку вивчення матеріалу;

2) виділіть головні елементи, які повинні бути засвоєні учнями (теореми, правила, визначення понять, алгоритмічні приписи, схеми-орієнтири способів розв'язування задач тощо), виділіть ті з них, які потребують демонстрацію предмета, явища чи зображення за допомогою технічних засобів навчання;

3) визначте, на якому етапі і для якої мети необхідно використання технічних засобів навчання;

4) виберіть оптимальні для даного уроку засоби навчання, встановіть їх відповідність цілям і особливостям уроку;

5) визначте методи і прийоми, за допомогою яких буде забезпечено пізнавальну діяльність учнів, сформулюйте завдання для учнів.

Після завершення практичного заняття найкращі відеопрезентації разом з рукописним супроводом доречно оформити в методичну папку. Під рукописним супроводом ми розуміємо короткий план-конспект уроку з вказаною темою, метою та етапами і вказівками, коли саме і з якою метою слід використовувати відеоматеріал. Радимо крім дискети з презентацією також зберігати роздруковані її кадри. Іноді варто зберігати і не досить вдалі презентації, навіть ті, що містять помилками. Їх можна пропонувати студентам для коригування і оцінювання.

Студенти, які не змогли за браком часу показати свої відеопрезентації під час проведення практичного заняття можуть здати їх разом із рукописним супроводом викладачу для перевірки. Відібрані і об'єднані під однією темою таким чином матеріали можуть стати гарним помічником студентам під час написання курсових і дипломних робіт. У нагоді вони також будуть і для викладачів під час підготовки до наступних практичних занять.

Ще одним прикладом використання ІКТ може бути проведення підсумку практичного заняття. За допомогою заздалегідь заготовлених кадрів викладач демонструє ключові моменти теми, що розглядалася. Крім того, за бажанням, можна також подати на сенсорну дошку кадри з темою та планом наступного заняття і дати вказівки студентам про те, на що слід їм звернути особливу увагу під час підготовки наступної теми.

Підсумовуючи, вважаємо необхідним зауважити, що наведені вище варіанти використання ІКТ не є єдино можливими. Кожен викладач відповідно до своїх власних потреб і уподобань, враховуючи рівень студентів, може розробити і впровадити в практику проведення практичних занять з методики математики інші форми роботи з сенсорною дошкою та комп'ютером.

По-друге, слід пам'ятати, що впровадження КОМСН повинно відбуватися поетапно, шляхом поступового переходу від одного рівня використання ІКТ в навчальному процесі до іншого з врахуванням дидактичних принципів традиційного навчання, принципів обумовлених широким використанням ІКТ, а також деяких принципів, характерних для дистанційного навчання [7].

1. Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках математики: Посібник для вчителів. – К.: Техніка, 1997. – 303 с.

2. Жалдак М.І. Педагогічний потенціал комп'ютерно-орієнтованих систем навчання математики // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання. Зб.наук праць/ Редкол. – К.: НПУ ім.. М.П.Драгоманова. – Вип. 7. – 2003. – С. 3-16.

3. Корольський В.В., Крамаренко Т.Г. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики: Навч.-метод. посіб. / За ред. М.І.Жалдака. – Кривий Ріг: Видавничий дім, 2009. – 316 с.

4. Крамаренко Т.Г. Уроки математики з комп'ютером. Посібник для вчителів і студентів / За ред. М.І.Жалдака. – Кривий Ріг: Видавничий дім, 2008. – 272 с.

5. Машбиц Е.И. Психолого-педагогические проблемы компьютеризации обучения: Наука – реформе школы. – М.: Педагогика, 1988. – 192 с.

6. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник. – 2-ге вид. допов. і *перероб. – К.: Вища шк., 2006. – 582 с.*

7. Триус Ю.В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики: Монографія. – Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 400 с.

Резюме. **Лукьянова С.М. НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ОБУЧЕНИЯ ВО ВРЕМЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО МЕТОДИКЕ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКЕ.** *В статье рассматривается возможность использования педагогических программных средств на практических занятиях по методике преподавания математики.*

Summary. **Lukyanova C. SOME ASPECTS OF USING INFORMATION-COMMUNICATION TECHNOLOGIES DURING PRACTICAL TRAINING ON METHODS OF TEACHING MATHEMATICS.** *The article deals with the problem of using the pedagogical software in the methods of teaching mathematics.*

Надійшла до редакції 7.11.2008 р.

ПРИКЛАДИ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ З КУРСУ «СПЕЦІАЛЬНА МЕТОДИКА НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ»

А.С.Кушнірук,
кандидат педагог. наук, доцент,
А.Л.Іщенко,
старший викладач,
Південноукраїнський державний педуніверситет ім. К.Д.Ушинського,
м. Одеса, УКРАЇНА

Запропоновано два варіанти крітеріально-орієнтірованних тестів закритого типу першого рівня складності за темами «Методика навчання алгебри» та «Методика навчання планіметрії» курсу «Спеціальна методика навчання математики».

Перехід шкіл на нові навчальні плани і програми, нові форми і методи навчальної роботи у свою чергу вимагають удосконалення процесу підготовки вчителя у вищих педагогічних закладах освіти. Тому дослідження теоретико-методологічних проблем змісту навчання, визначення рівня професійної підготовки вчителів сьогодні є актуальним.

Зазначене повною мірою стосується і підготовки майбутніх учителів математики. Їхня підготовка здійснюється за кількома ступенями: бакалавра, спеціаліста, магістра. Як відомо, невід'ємною частиною професійної майстерності вчителя математики є оволодіння ефективною методикою викладання математики, зокрема, спеціальною методикою, предметом якої є особливості вивчення окремих розділів і тем шкільного курсу математики.

Вивчення спеціальної методики математики починається на лекціях, лабораторних, семінарських і практичних заняттях, в ході самостійного вивчення методичної літератури, передового педагогічного досвіду. Під час педагогічної практики студенти набувають практичних умінь і навичок викладання. Зазвичай, якість сформованих знань і вмінь з цього предмета перевіряється викладачем на семінарських заняттях, заліках, змістових модулях, іспитах. Перевірка за традиційною технологією навчання протягом семестру здебільшого здійснюється епізодично, несистематично, має в більшості випадків вибірковий характер.

За твердженням М.Г.Карасьової [2], сучасна оцінка знань кількістю балів не дає достатньо об'єктивної інформації про їх якість. Необхідно, щоб якість знань, яких набувають у процесі навчання майбутні вчителі, контролювалася за досить суворими параметрами. На нашу думку, це можна зробити за допомогою спеціально розроблених критеріально-орієнтованих тестів з курсу спеціальної методики навчання математики.

Аналіз методичної літератури засвідчив, що тестова форма контролю в галузі методики навчання математики лише розпочинає своє становлення. Проблемам педагогічної діагностики та питанням використання тестових методик приділяли увагу такі відомі науковці, як-от: В.С.Аванесов, М.К.Акімова, А.А.Андрощук, В.П.Беспалько, П.П.Блонський, І.Є.Булак, Л.Ф.Бурлачук, А.М.Капіносов, Н.Ф.Тализіна та ін. Зарубіжний досвід свідчить, що в тому разі, коли тести методично правильно сконструйовані, то за їх допомогою можна швидко отримати достовірну і відносно повну картину знань і вмінь значної кількості студентів.

Міністерством науки і освіти України чітко сформульовано необхідний рівень знань, умінь і навичок, якими повинен володіти майбутній учитель, а також вміст критеріїв рівня їх сформованості по ряду дисциплін, у тому числі і з методики навчання математики. Це дає можливість складати контрольні кваліфікаційні роботи, рейтингові роботи у вигляді крітеріально-орієнтірованних тестів.

У сучасній тестології проблема створення тестових завдань з курсу методики математики широко не розглядалася. Нами зроблено спробу на прикладі тем «Методика навчання алгебри» та «Методика навчання планіметрії» курсу «Спеціальна методика навчання математики» дослідити можливість використання структурованої перевірочної роботи, що містить 8 завдань першого, 4 завдання другого та 3 завдання третього рівня складності. Пропонуємо приклади тестових завдань закритого типу, що можуть виступати як завдання першого рівня складності.

1 варіант

1. Первинними, неозначуваними поняттями алгебри є:

А	Натуральне число, множина
В	Натуральне число, ірраціональне число, дійсне число, множина
С	Натуральне число
Д	Натуральне число, операції над числами, множина.
Е	Натуральне число, рівняння, числова нерівність, множина

2. Якій із запропонованих структур відповідає наступна теорема: «Якщо дві сторони і кут між ними одного трикутника дорівнюють відповідно двом сторонам і куту між ними другого трикутника, то такі трикутники рівні».

А	$(\forall x \in M)(A_1(x) \wedge A_2(x) \Rightarrow B(x))$
В	$(\forall x \in M)(A_1(x) \vee A_2(x) \Rightarrow B(x))$
С	$(\forall x \in M)(\exists y): A(x;y) \Rightarrow B(x;y)$
Д	$(\forall x \in M)(\exists! y): A(x;y) \Rightarrow B(x;y)$
Е	$(\forall x \in M)(A_1(x) \Rightarrow B_1(x) \wedge B_2(x))$

3. Оберіть твердження, для якого обернене є хибним.

А	Діагоналі паралелограма перетинаються і точкою перетину діляться навпіл
В	Якщо в трикутнику два кути рівні, то він рівнобедрений
С	У паралелограма протилежні сторони і кути рівні
Д	Діагоналі ромба перетинаються під прямим кутом
Е	У паралелограма дві протилежні сторони паралельні і рівні

4. Основними етапами розв’язання задач на побудову є:

А	Побудова; доведення; аналіз; дослідження
В	Побудова; аналіз; доведення; дослідження
С	Аналіз; доведення; побудова; дослідження
Д	Аналіз; доведення; дослідження; побудова
Е	Аналіз; побудова; доведення; дослідження

5. Який зі способів розкладання многочленів на множники не вивчається в загальноосвітніх школах?

А	Спосіб групування
В	Використання теореми Безу і ділення «стовпчиком»
С	Винесення спільного множника за дужки
Д	Розкладання квадратного тричлена за допомогою його коренів
Е	Застосування формул скороченого множення

6. Поняття «синус», «косинус» і «тангенс» як співвідношення між сторонами прямокутного трикутника вводиться у:

А	7 класі
В	8 класі
С	9 класі
Д	10 класі
Е	11 класі

7. Побудову графіка функції $y = \sin x$ доцільно проводити:

А	За допомогою одиничного кола
В	За допомогою таблиці, що містить окремі значення графіка
С	В загальноосвітніх класах доцільно не будувати взагалі
Д	За допомогою лінійних перетво-

	рень графіка функції $y=\cos x$
Е	За допомогою лінійки-трафарета

8. Розв'язуючи нерівність

$$\frac{(x-1)(x-2)}{(x-5)(x+4)}>1,$$

учень розмірковував так: «За правилом пропорції дана нерівність рівносильна нерівності

$$(x-1)(x-2)>(x-5)(x+4)$$

$$x^2-3x+2>x^2-x-20$$

$$-2x>-22,\ x<11.$$

Отже з урахуванням ОДЗ відповідь (–∞; –4)∪(–4; 5)∪(5; 11)».

Чи правильне дане розв'язання? Якщо розв'язання неправильне, то вкажіть правильне і причину помилки.

А	Неправильне. Правильна відповідь (–∞; 11). Помилка у знаходженні області допустимих значень змінної x
В	Неправильне. Правильна відповідь: $x>11$. Помилка у зміні знака нерівності при діленні обох частин на одне й те ж число
С	Правильна
Д	Неправильна. Правильна відповідь (–∞; –4)∪(5; 11). Помилка у міркуваннях: не можна застосовувати правило пропорції до нерівностей
Е	Неправильна. Правильна відповідь (–∞; –11). Помилка у підрахунках

2 варіант

1. Первинними, неозначуваними поняттями геометрії є:

А	Точка, пряма, площина, відношення «належати», «лежить між», довжина відрізка, градусна міра кута
В	Точка, пряма, відрізок, довжина відрізка, площина
С	Точка, пряма, відношення «належати», «лежить між», кут, градусна міра кута, площина
Д	Точка, пряма, площина, відношення «належати», «лежить між», довжина відрізка, градусна міра кута, паралельні прямі, трикутник
Е	Точка, пряма, відношення «належати», «лежить між», відрізок, довжина відрізка, кут, градусна міра кута

2. Якій із запропонованих структур відповідає наступна теорема: «Якщо внутрішні різносторонні кути рівні або сума внутрішніх односторонніх кутів дорівнює 180°, то прямі паралельні».

А	$(\forall x\in M)(A_1(x)\wedge A_2(x)\Rightarrow B(x))$
В	$(\forall x\in M)(A_1(x)\vee A_2(x)\Rightarrow B(x))$
С	$(\forall x\in M)(\exists y):A(x;y)\Rightarrow B(x;y)$
Д	$(\forall x\in M)(\exists! y):A(x;y)\Rightarrow B(x;y)$
Е	$(\forall x\in M)(A_1(x)\Rightarrow B_1(x)\wedge B_2(x))$

3. Оберіть твердження, для якого обернене є хибним.

А	У рівносторонньому трикутнику всі кути рівні
В	Якщо два кути трикутника рівні, то він рівнобедрений
С	Сума двох гострих кутів прямокутного трикутника дорівнює 90°
Д	У подібних трикутниках відповідні сторони пропорційні
Е	Якщо трикутник рівносторонній, то він є рівнобедреним

4. Основними етапами розв'язання цілих нерівностей методом інтервалів є:

А	Знаходження нулів функції; розбиття числової прямої на проміжки; встановлення знакосталості на проміжках; запис нерівності в стандартному виді
В	Знаходження нулів функції; запис нерівності в стандартному виді розбиття числової прямої на проміжки; встановлення знакосталості на проміжках
С	Запис нерівності в стандартному виді; знаходження нулів функції; розбиття числової прямої на проміжки; встановлення знакосталості на проміжках
Д	Знаходження нулів функції; розбиття числової прямої на проміжки; встановлення знакосталості на проміжках
Е	Запис нерівності в стандартному виді; розбиття числової прямої на проміжки; встановлення знакосталості на проміжках

5. Який зі способів розв'язування систем лінійних рівнянь не вивчається в загальноосвітніх класах?

А	Спосіб підстановки
В	Метод Гауса
С	Графічний спосіб
Д	Спосіб додавання
Е	Всі способи вивчаються

6. Поняття «синус», «косинус» і «тангенс» функції числового аргументу вводиться у:

А	7 класі
В	8 класі
С	9 класі
Д	10 класі
Е	11 класі

7. Побудову графіка функції $y = \cos x$ доцільно проводити:

А	За допомогою одиничного кола
В	За допомогою таблиці, що містить окремі значення графіка
С	В загальноосвітніх класах доцільно не будувати взагалі
Д	За допомогою лінійних перетворень графіка функції $y = \sin x$
Е	За допомогою лінійки-трафарета

8. Як Ви маєте реагувати на таке розв'язання нерівності учнем:

$$x^2 > 4;\ \Rightarrow\ x > \pm 2.$$

А	Учень розв'язав нерівність правильно
В	Учень помилився, бо необхідно розв'язувати нерівність методом парабол.
С	Учень розв'язав нерівність аналітично, треба було графічно
Д	Учень розв'язав нерівність правильно, але не зробив висновок: якщо $x > \pm 2$, то $x > 2$
Е	Учень розв'язав нерівність правильно, але не зробив висновок: якщо $x > \pm 2$, то $x > -2$

Процес апробації цих завдань здійснюється на базі Південноукраїнського державного педагогічного університету імені К.Д.Ушинського зі студентами Інституту фізики і математики IV та V курсів.

Дослідження, що проводиться, не вичерпує всіх можливих аспектів застосування завдань у тестовій формі при контролі знань, умінь та навичок студентів з методики навчання математики. Подальшого дослідження потребує конструювання завдань другого та третього рівнів складності.

1.Жовнір Я.М., Євдокімов В.І. П'ятсот задач з методики викладання математики. – Х.: Основа, 1997. – 392 с.

2.Карасеві М.Г. О критерии оценки знаний студентов //Сов.педагогика. – 1975. – № 4. – С.90-96.

3.Светной О.П., Вальє О.Е. Онтодидактика методики викладання математики: методичний посібник. – Одеса: ПДПУ ім. К.Д.Ушинського; ООШУВ, 2007. – 100 с.

4.Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підруч. для студ. мат. спец. пед. навч. закладів. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.

Резюме. **Кушнирук А.С., Ищенко А.Л. ПРИМЕРЫ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ ПО КУРСУ «ЧАСТНАЯ МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ».** *В статье предложены 2 варианта критериально-ориентированных тестов закрытого типа первого уровня сложности по темам «Методика изучения алгебры» и «Методика изучения планиметрии» курса «Частная методика обучения математике».*

Summary. **Kushniruk A., Ischenko A. EXAMPLES OF TEST TASKS ON A COURSE THE «SPECIAL METHOD OF TEACHING MATHEMATICS».** *Two variants of the criterion-oriented tests on themes «Methods of study the algebra» and «Methods of study the plane geometry» in the course «Private methods of teaching mathematics» are offered in the article. They are closed type tests of the first complication level.*

Надійшла до редакції 21.09.2008 р.

ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ В ВУЗЕ

Т.В.Крылова,
доктор педагог. наук, профессор,
Н.Д.Орлова,
кандидат техн. наук, доцент,
Днепродзержинский государственный технический университет,
г.Одесса, УКРАИНА

Стаття присвячена особливостям організації самостійної роботи студентів, які відкривають можливості реалізації самоосвітньої діяльності.

Вступление. Эффективная подготовка студентов, особенно старших курсов, невозможна без их целеустремленной самостоятельной работы. Известный ученый академик А.Н.Крылов всю жизнь пропагандировал, что основная задача ВУЗа – «научить умению учиться», и никакая высшая школа не может выпустить законченного специалиста: профессионала образует его собственная деятельность. Нужно лишь, чтобы он умел учиться, учиться всю жизнь. Изменения, происходящие в мире технологий, повсеместное использование всевозможных новации требуют от специалиста умения самостоятельно переобучаться и переквалифицироваться, используя при этом всевозможные новейшие технологии обучения. И это «умение учиться» наиболее полно развивается при самостоятельном изучении предмета в целом или отдельных его составляющих, при этом нельзя обойтись и без живого общения, без консультирования со стороны профессорско-преподавательского состава.

Постановка задачи. Рассмотрим особенности организации самостоятельной работы [1-4] курсантов и студентов при изучение курса «Высшей математики» и специальных разделов математики.

Результаты. Таблица 1

ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
“Вища математика”

Напрям підготовки – 0925 “Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології”.

Спеціальність – 6.092500 “ Автоматизоване керування технологічними процесами”.

Освітньо кваліфікаційний рівень – “Бакалавр”. Таблиця 1 – Розподіл годин загального обсягу дисціпліни.

Таблица 1

Форма навчання і семестр вивчення за навчальним планом	Денна		Усього
	1-2 сем.	3 сем.	
Повний обсяг часу на вивчення дисципліни, в год.	162+162	216	540
У тому числі аудиторні заняття	90+86	108	284
З них: лекційні, практичні (семінарські), лабораторні, мод.	46+52 44+34	54 54	152 132
Види завдань та робіт МКР (РГР, КР)	3+3МК1 +1РГР	4МКР	10МК 2РГР
Обсяг часу на СРК, у год.	70+76	108	25
Підсумкова форма контролю: З (залік), І (іспит)	І, І	І	ЗІ

МКР – модульная контрольная работа; РГР – расчетно-графическая работа; КР – контрольная работа; СРК – самостоятельная работа курсантов.

Из программы учебной дисциплины «Высшая математика» (табл. 1) следует, что самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы. Основной целью этой работы является закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний (в том числе с использованием автоматизированных обучающих систем), а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям, зачетам и экзаменам. На самостоятельную работу студентов отводится более 50% часов выделяемых для данной дисциплины, и она организуется, обеспечивается и контролируется кафедрой «Высшая математика». Самостоятельная работа студентов предусматривает, выполнение расчетно-графических задач (РГР), вычислительных работ (РР), подготовки к модульным контролям (МКР) в соответствии с учебным планом. Основная цель этих видов занятий состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Материал, подлежащий изучению на самостоятельных занятиях, намечается при разработке программы, утверждается на заседаниях кафедры и расписан в календарных планах лекционных и практических занятий. Практика организации самостоятельных занятий по высшей математике в Одесской национальной морской академии и Днепродзержинском государственном техническом университете позволяет сформулировать требования, которым должен удовлетворять материал, предлагаемый для самостоятельной работы:

– по возможности не должен содержать новых математических понятий, а расширять и углублять представление об уже усвоенных понятиях и определениях;

– содержать сведения, как углубляющие знания, полученные на лекции так и проблемные вопросы;

– материал, предложенный для самостоятельного изучения, должен удовлетворять требованию дидактического обеспечения самостоятельной работы (достаточно полно быть изложенным в учебнике; наличие достаточного количества учебных пособий, методических материалов для выполнения РГР, РР).

Самостоятельная работа студентов под руководством преподавателя так же является одним из видов учебных занятий, обеспечивающих эффективную подготовку и качество усвоения теоретического и практического материала. Она проводится с целью приобретения навыков работы над математической литературой, фундаментального изучения теоретических вопросов и тех тем учебных программ, которые необходимы для выполнения РГР, РР, написания рефератов и подготовки к модульному контролю.

Отметим, что объем учебного материала, выносимого на один час самостоятельного занятия, не должен превышать объема, запланированного на один час лекции или практического занятия [3]. По продолжительности самостоятельное занятие под руководством преподавателя может быть от двух до четырех часов. Считается, что на два часа самостоятельных занятий можно выделять в учебнике отдельные параграфы или тему объемом не более десяти- двадцати страниц математического текста. Особая роль при самостоятельной работе отводится индивидуальным задания, которые используются в том случае, когда преподаватель стремится путем обобщения опыта студентов расширить рамки читаемого курса высшей математики.

Согласно [1; 3-4] повышение эффективности самостоятельной работы и контроля, невозможно без внедрения новых научно-педагогических и информационных технологий с использованием соответствующего учебно-методического и информационно-программного обеспечения дисциплины. Одним из путей решения данной задачи является использование для изучения математических дисциплин дистанционного обучения.

Преимущества дистанционного [1; 4] обучения заключаются в следующем: автономия студента, удобство времени общения с преподавателем (не зависимость от расписания), совершенствование в использования новых информационных технологий.

Использование Интернет-технологий повышает индивидуальную активность студентов, возрастает их инициатива, студент самостоятельно занимается поиском необходимой информации, изучает, анализирует, сравнивает полученные результаты, выбирает наиболее приемлемый на его взгляд метод решения. Дистанционное обучение изменяет сложившиеся формы проведения консультаций (вопрос-ответ) и создает возможность дискуссионного типа консультаций.

Заключение. Ориентация учебного процесса в ВУЗе на самостоятельную работу студентов предполагает: увеличение часов на самостоятельную работу студентов; создание учебно-методической и материально-технической базы (учебники, учебные и учебно-методические пособия, компьютерные классы и т.п.), позволяющие самостоятельно осваивать дисциплину; развитие систем дистанционного образования (все методические разработки кафедры по проведению практических и лабораторных занятий, конспекты лекций находятся на сайте кафедры); доступность для студентов лабораторий при выполнении самостоятельной работы.

1. *Скафа Е.И. Современные технологии эвристического обучения математики // Зб. доповідей міжнар. наук.-метод. конф. „Евристичне навчання математики”, 15-17 листопада 2005. – Донецьк. – С.106-108.*
2. *Виленский М.Я., Образцов П.И., Уман А.И. Технологии профессионально-ориентированного обучения в высшей школе. Изд. – М.: Педагогическое общество России, 2005. – 191с.*
3. *Орлова Н.Д. Применение дистанционных технологий при изучение высшей математики на заочном факультете ОНМА // Сборник "Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики". Вип. 4. Том 2. Кривий Ріг. – 2004. – С.234-240.*
4. *Умрик М.А. Возможности использования дистанционных технологий при организации самостоятельной работы студентов // Зб. доповідей міжнар. наук.-метод. конф. „Евристичне навчання математики”, 15-17 листопада 2005. – Донецьк. – С.442-443.*

Резюме. **Крылова Т.В., Орлова Н.Д. ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ В ВУЗЕ.** *В работе рассматриваются методы усовершенствования учебного процесса. Рассмотрены особенности применения видов самостоятельной работы студентов при изучении высшей математики.*

Summary. **Krylova T., Orlova N. PARTICULARITIES TO ORGANIZATIONS OF THE INDEPENDENT WORK IN HIGH SCHOOL.** *Advanced training methods are considered in the paper. Peculiarities of application the different types of independent work during higher mathematics studying for student- engineers are being examined here.*

Надійшла до редакції 23.10.2008 р.

ІНТЕГРАЦІЙНІ ЗВ'ЯЗКИ ДИСЦИПЛІН ПРИРОДНИЧО-НАУКОВОГО ЦИКЛУ ЯК ОСНОВА ФОРМУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНО-АНАЛІТИЧНИХ УМІНЬ МАЙБУТНІХ ЕКОНОМІСТІВ

О.П.Кошова,
аспірант,
Університет споживчої кооперації України,
м. Полтава, УКРАЇНА

Розглядаються деякі умови формування інформаційно-аналітичних умінь студентів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів освіти.

Проблеми встановлення інтеграційних зв'язків та їх реалізація у процесі професійної підготовки майбутніх фахівців з різних галузей знань була об'єктом дослідження багатьох науковців, а саме: Р.С.Гуревич, Д.І.Коломієць, Т.В.Крилова, В.М.Максимова, С.М.Рибак, З.І.Слєпкань, А.В.Усова та ін. Загальні аспекти щодо теоретико-методологічних підходів інтеграційних зв'язків розглядалися в працях П.Р.Атутова, І.М.Козловської, В.Р.Ільченко, С.Ф.Клепко та ін. Зокрема, особлива увага в наукових дослідженнях приділяється інтеграції природничо-наукових та професійно-технічних знань (Р.С.Гуревич, О.С.Дубинчук, В.М.Максимова, П.С.Самойленко та ін.). Інтеграції в практиці вищої освіти присвячені праці В.А.Семиченко, В.А.Козакова, Д.І.Коломієць, С.М.Рибак, Д.В.Чернишевського, І.П.Яковлєва та ін.

Зокрема, С.М.Рибак визначено основні умови реалізації міжпредметних зв'язків природничо-математичних і спеціальних дисциплін, серед яких:

– взаємне узгодження робочих програм різних дисциплін за часом і логікою викладу навчального матеріалу;

– структурно-логічний аналіз змісту навчальних дисциплін з метою виділення міжпредметних знань і узагальнених умінь;

– наступність у формуванні міжпредметних знань і вмінь з метою посилення їхньої інформаційної ємності, поглиблення сутності та єдності трактування;

– професійна спрямованість навчання;

– використання інноваційних технологій навчання [5].

Ми погоджуємося з думкою Д.І.Коломієць, що для формування систематизованих знань важливо навчити студентів не тільки здобувати знання, а й застосовувати раніше засвоєні при вивченні інших предметів. При цьому він стверджує, що для здійснення інтеграції на заняттях з природничо-наукових дисциплін необхідно:

– формувати зміст кожної навчальної дисципліни на основі максимальної інтеграції компонентів навчального матеріалу;

– створювати інтегровані підручники, посібники та методичні рекомендації, які були б адекватні вимогам сучасного виробництва;

– ширше практикувати проведення міжкафедральних науково-методичних семінарів з метою здійснення наступності, інтеграції, диференціації навчальних предметів, усунення невиправданого дублювання окремих тем, встановлення єдності у формуванні й тлумаченні наукових понять та ін. [2].

Водночас проблема встановлення та реалізації інтеграційних зв'язків дисциплін природничо-наукового циклу та їх роль у формуванні інформаційно-аналітичних умінь студентів економічних спеціальностей досліджена не в повній мірі, що і зумовило актуальність нашого дослідження.

Згідно освітньо-кваліфікаційної характеристики бакалавра спеціальності 0501

„Економіка і підприємництво” [3] вищі навчальні заклади повинні підготувати випускників, які здатні не лише розв’язувати типові завдання майбутньої професійної діяльності, шляхом опанування системою відповідних умінь та навичок, а й сформувати конкурентоспроможних фахівців.

Проаналізувавши виробничі функції, завдання діяльності фахівця освітньо-кваліфікаційного рівня „Бакалавр” та вміння, якими він повинен володіти виокреслимо ті типові завдання діяльності та відповідні їм уміння, які, в значній мірі, залежать від наявності у майбутніх економістів умінь роботи з інформацією.

Таблиця 1

Деякі типові завдання діяльності та вміння, якими повинен володіти фахівець освітньо-кваліфікаційного рівня „Бакалавр” напряму підготовки 0501 „Економіка і підприємництво”

Типові завдання діяльності	Уміння
Розрахунок та аналіз окремих параметрів діяльності підприємства та його підрозділів, оцінювання отриманих результатів	Формувати й обробляти інформаційну базу аналізу, установлюючи форми подання і способи опрацювання інформації
Діагностика конкурентного середовища підприємства	1. Формувати й обробляти необхідну інформаційну базу щодо конкурентного середовища підприємства. 2. Опрацьовувати параметри становища підприємства в порівнянні з конкурентами, визначати конкурентні переваги
Аналіз ресурсів, процесів і результатів діяльності підприємства та його підрозділів	1. Аналізувати використання ресурсів 2. Оцінювати результати господарської діяльності підприємства, його підрозділів
Інформаційне забезпечення, розроблення сценаріїв та прогнозів змін зовнішнього середовища підприємства	1. Стежити за явищами і процесами, з’ясовувати їх чинники. 2. Збирати інформацію щодо тенденцій змін зовнішнього середовища. 3. Формувати інформаційну базу для прогнозування ситуацій у зовнішньому середовищі
Інформаційно-аналітична підтримка процесів розроблення загальних і функціональних стратегій підприємства	1. Здійснювати ресурсне обґрунтування певних аспектів реалізації стратегії підприємства. 2. Забезпечувати інформаційну підтримку процесів формування стратегії підрозділів підприємства
Удосконалення системи планування діяльності підприємства	1. Вивчати й аналізувати досвід та інновації щодо методичного забезпечення планування. 2. Розробляти адекватні передбаченим цілям пропозиції щодо складу показників, методів їх розрахунку та форм подання
Організація процесів управління, прийняття господарських рішень і контроль за їх виконанням	1. Формувати інформаційне забезпечення управління підприємством чи його підрозділами. 2. Обґрунтовувати альтернативні варіанти управлінських рішень. 3. Готувати інформаційну базу щодо виконання управлінських рішень

Зважаючи на дані, наведені в табл. 1, слід зазначити, що здатність знаходити, накопичувати знання та використовувати їх для розв'язання поставлених завдань набуває особливого значення для майбутнього фахівця економічного профілю і вимагає формування у них відповідних інформаційно-аналітичних умінь, таких як:

– визначення можливих джерел інформації та стратегій їх пошуку;

– аналіз отриманої інформації, шляхом використання різноманітних схем, таблиць для фіксації результатів тощо;

– оцінювання інформації з точки зору її достовірності, корисності для вирішення проблеми (завдання);

– визначення потреби в додатковій інформації, отримання її, якщо це необхідно;

– використання результатів пошуку: отримання інформації, її структуризація, аналіз та оцінка її актуальності в контексті прийняття рішень та ін.

Доцільно зазначити, що процес формування інформаційно-аналітичних умінь студентів як аналітичної складової їхньої професійної підготовки у ВНЗ, відбувається не спонтанно, а поступово і систематично. Динаміку цього процесу можна коротко охарактеризувати відповідними рівнями сформованості (див. табл. 2).

Таблиця 2

Рівні сформованості інформаційно-аналітичних умінь та їх характеристика

Рівні сформованості інформаційно-аналітичних умінь	Особливості відповідних рівнів
I – рівень „передпрофесійних" умінь	Студенти приступаючи до вирішення проблеми, не усвідомлюють її як задачу, а діють інтуїтивно, часто не вміючи пояснити, чого прагнуть досягти
II – репродуктивний рівень	Студенти, розв'язуючи професійну задачу, не виходять за межі суворо регламентованих інструкцій і правил, надають перевагу роботі за підказкою, з опорою на існуючі шаблони і стандарти
III – репродуктивно-творчий рівень	Студенти задовільно справляються з вирішенням типових проблем, однак у складних і неочікуваних ситуаціях вони орієнтуються важко
IV – творчо-репродуктивний рівень	Студенти мають достатньо сформовану систему знань, умінь та навичок, що надає їм можливість в основному успішно опановувати досвідом розв'язування типових проблем, наближених до майбутньої професійної діяльності. Але, у змінених ситуаціях вони, як правило, не шукають оригінальних способів розв'язання задач, що свідчить про недостатньо розвинуту здатність до аналізу та прогнозування динаміки економічних чинників
V – творчий рівень	Студенти виявляють добре розвинуті професійні вміння, які необхідні для виконання професійних функцій, їм властивий пошук нових методик, засобів і прийомів роботи

Ураховуючи, що підґрунтя для формування конкурентоспроможної особистості в цілому закладається у процесі опанування дисциплінами природничо-наукового циклу, важливим є урахування, що ефективність цього процесу значною мірою забезпечується відповідними інтеграційними взаємозв'язками. У цьому аспекті виникає потреба у пошуку більш глибоких інтеграційних можливостей дисциплін природничо-наукового циклу таких як „Економіко-математичне моделювання”, „Економічна інформатика”, „Статистика”, “Математика для економістів” та інші з дисциплінами циклу професійної підготовки.

Проведений порівняльний аналіз знань та відповідних умінь кожної із базових дисциплін природничо-наукового циклу свідчить про існування інтеграційного потенціалу, закладеного в кожній із них, щодо формування інформаційно-аналітичних умінь студентів. Доцільно зазначити, що для формування саме інформаційних умінь більш сприятливі умови створюються при вивченні дисципліни „Економічна інформатика”. Зокрема, вона надає більш широкі можливості для виконання обчислень економічного характеру засобами табличного процесора MS Excel; роботи в комп’ютерних мережах; статистичного та інтелектуального аналізу даних; використання різних операційних систем для забезпечення роботи основних прикладних програмних засобів і функцій самих операційних систем; дослідження та розв’язування задач економічного характеру, використовуючи MS Excel; використання всіх основних програмних засобів, що входять до складу пакету MS Office та ін. [4].

Водночас, тільки при достатньо високому рівні сформованості інформаційних умінь можна очікувати відповідної сформованості аналітичних. Останнє, певною мірою, забезпечується іншими дисциплінами природничо-наукового циклу.

Наприклад, дисципліна „Математика для економістів” сприяє формуванню початкових умінь роботи з інформацією, як необхідної компоненти аналітичних умінь. У цьому аспекті особливої ваги набуває самостійне опрацювання математичної літератури; проведення математичної обробки статистичних даних; самостійне розширення своїх знань, розвиток логічного і алгоритмічного мислення; включення результатів досліджень у математичні моделі економічних задач та ін.

Але опанування початковими уміннями є основою для більш високого рівня, що може бути досягнуто при вивченні інших дисциплін природничо-наукового циклу. Ураховуючи, що економісти повинні досконало та комплексно використовувати всі наявні джерела статистичної інформації для проведення аналізу фінансового стану підприємства, у процесі професійної підготовки зростає роль дисципліни „Економіко-математичне моделювання”. Адже у результаті вивчення цієї дисципліни студенти набувають умінь щодо математичних методів дослідження економічних показників, застосування прикладних програм при проведенні розрахунків на ПЕОМ, розробці практичних рекомендацій з прийняття рішень та ін.

Не менш важливими вміннями для майбутньої професійної діяльності економістів є вміння, що можуть бути сформованими у процесі вивчення дисципліни „Статистика”, вивчення якої ознайомлює студентів із статистичними методами щодо:

– збирання, перевірки та оцінювання ринкової інформації (організація різних видів вибірок із сукупностей виробників, споживачів та експертів ринку і оцінка ймовірних помилок різних видів вибірок, статистична обробка результатів опитувань експертів);

– техніки обчислення узагальнюючих статистичних показників (абсолютних, відносних, середніх), що характеризують наявність, структуру та поведінку виробників, продавців та споживачів на конкретному ринку, та їх економічна інтерпретація;

– вивчення динаміки попиту, пропозиції і цін, тенденцій та закономірностей їх розвитку;

– використання сучасної системи показників соціальної та економічної статистики у прикладних статистичних дослідженнях на ринку товарів та послуг та ін. [4].

Крім того, реалізація інтеграційних зв’язків між циклом природничо-наукових дисциплін та професійно-орієнтованими дисциплінами також передбачає коригування змісту кожного навчального модуля відповідних дисциплін природничо-наукового циклу шляхом узагальнення системи знань та відповідних інформаційно-аналітичних умінь. Останнє знаходить своє відображення в процесі розв'язання навчальних проблем, які за змістом наближені до майбутньої професійної діяльності. У цьому контексті доцільним є розв'язання таких завдань (дисципліна „Економіко-математичне моделювання").

Підприємство вирішило для поліпшення фінансового стану налагодити випуск нової конкурентоспроможної на ринку товарів і послуг продукції. Для переобладнання цеху (ділянки) під випуск цієї продукції необхідно виконати:

1. Підготовку технічної будівлі на переобладнання ділянки (20 дн.)
2. Замовлення і доставку нового обладнання (50 дн.)
3. Замовлення і доставку нового електрообладнання (40 дн.)
4. Демонтаж старого і встановлення нового обладнання (80 дн.)
5. Демонтаж старого і встановлення нового електрообладнання (70 дн.)
6. Переобучування персоналу (20 дн.)
7. Випробування і здача в експлуатацію обладнання для виготовлення продукції (20 дн.).

Наведена задача дає можливість для реалізації таких етапів аналізу щодо пошуку її рішення. По-перше, це інформаційний етап, як потреба в інформації для ідентифікації типу проблеми, яка поставлена (проблема розв'язується методом сіткового моделювання). Для цього студентам необхідно пригадати основні поняття сіткової моделі: робота, подія, шлях, критичний шлях, правила побудови сіткової моделі, розрахунки параметрів сіткового графіка, тобто все, що для даної проблеми є базовою інформацією.

По-друге, після виявлення всіх інформаційних даних, необхідних для вирішення завдання, постає потреба в реалізації аналітичних умінь, тобто виникає необхідність у застосуванні одержаної інформації для побудови сіткового графіка та розподілу ресурсів.

Зокрема, слід зазначити, що побудова сіткового графіка, як кінцевий результат застосування інформаційних умінь є тільки необхідною умовою для виконання аналізу. Адже при розв'язанні такого типу задач студенти повинні усвідомлювати важливість аналітичного етапу розв'язання даної проблеми. Останнє обумовлено тим, що вони повинні враховувати наявність ресурсів, неможливість одночасного виконання деяких операцій через обмеження пов'язані з робочою силою, обладнанням та іншими видами ресурсів, оцінювати повні резерви часу для некритичних операцій та враховувати вартісні фактори при реалізації сіткового графіка. Успішна реалізація аналітичного етапу при розв'язанні подібного типу проблем вже передбачає наявність у студентів репродуктивно-творчого рівня сформованості інформаційно-аналітичних умінь.

Раціонально підібрана система професійно-орієнтованих проблем з кожної дисципліни природничо-наукового циклу, на нашу думку, буде позитивно впливати на підвищення ефективності процесу формування інформаційно-аналітичних умінь майбутніх економістів. Не менш важливим в цьому аспекті є впровадження інноваційних технологій навчання, що базуються на розробці міждисциплінарних навчальних ігор з використанням комп'ютерної підтримки, тренінгах, реалізації методу проектів, створенні міжкафедральних навчальних посібників та ін., що не лише сприятиме розвитку економічного мислення студентів, а й зможе створити сприятливі умови щодо набуття досвіду використання інформаційно-аналітичних умінь.

Підсумовуючи вище означене доцільно зазначити, що саме такий підхід до процесу формування інформаційно-аналітичних умінь зможе здійснити реальну інтеграцію відповідних знань та вмінь дисциплін природничо-наукового циклу, що сприятиме підвищенню рівня аналітичної складової професійної компетентності майбутнього економіста в процесі фахової підготовки.

1. *Горячов А.В. О понятии „информационная грамотность” // Информация и образование. – № 8. – 2001. – С. 14-16.*
2. *Коломієць Д.І. Інтеграція знань з природничо-математичних і спеціальних дисциплін у професійній підготовці учителя трудового навчання: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.04 / Д.І.Коломієць; Ін-т педагогіки і психології проф. освіти АПН України. – К., 2001. – 20 с.*
3. *Освітньо-кваліфікаційні характеристики бакалавра, спеціаліста і магістра спеціальності "Економічна кібернетика" напряму підготовки 0501 – "Економіка і підприємництво": Офіційне видання: Наукове видання. – К.: , 2004. – 55 с.*
4. *Освітньо-професійна програма підготовки бакалавра, спеціаліста і магістра напряму 0501-"Економіка і підприємництво": Галузевий стандарт вищої освіти: Офіційне видання: Наукове видання. – К.: КНЕУ, 2002. – 51 с.*
5. *Рибак С.М. Міжпредметні зв'язки природничо-математичних і спеціальних дисциплін у підготовці вчителя фізики: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.04 / С.М.Рибак; Вінниц. держ. пед. ун-т ім. М.Коцюбинського. – Вінниця, 2006. - 19 с.*
6. *Dabanovic R. Onelog – Save time and money with Single-Sign-On to Online, Intranet and Internet // Библиотеки и ассоциации в меняющемся мире: новые технологии и новые формы сотрудничества: 9-я Междунар. конф. "Крым 2002": Материалы конф. – М., 2002. – Т. 1. – С. 162-164.*

Network Society-E-technologies for All: Proceedings of the International Workshop (November 25–27, 2003). – Kyiv, Ukraine, 2003. – 115 p.

Резюме. **Кошевая О.П. ИНТЕГРАЦИОННЫЕ СВЯЗИ ДИСЦИПЛИН ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНОГО ЦИКЛА КАК ОСНОВА ФОРМИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКИХ УМЕНИЙ БУДУЩИХ ЭКОНОМИСТОВ**. *В статье рассматриваются некоторые условия формирования информационно-аналитических умений студентов экономических специальностей высших учебных заведений.*

Summary. **Koshova O. INTEGRATION CONNECTIONS NATURAL SCIENCES SUBJECTS AS BASIS OF FORMULATION INFORMATIC AND ANALYTIC SKILLS FUTURE ECONOMISTS.** *Some conditions of formulation informatic and analytic skills of higher schools students majoring in economic-related studies are considered in this article.*

Надійшла до редакції 14.09.2008 р.

РОЛЬ ДИСЦИПЛІН ПРИРОДНИЧО-НАУКОВОГО ЦИКЛУ В ПРОЦЕСІ ФОРМУВАННЯ ПРОГНОСТИЧНИХ УМІНЬ МАЙБУТНІХ МЕНЕДЖЕРІВ В АГРАРНИХ ВНЗ

А.В.Антонець,
аспірант,
Університет споживчої кооперації України,
м. Полтава, УКРАЇНА

Досліджується вплив природничо-наукових дисциплін на формування прогностичних вмінь майбутніх менеджерів в аграрних ВНЗ.

Процес входження України в систему міжнародних економічних зв'язків багато в чому залежить від якості прийняття управлінських рішень. Успішність будь-якої управлінської діяльності залежить від певних особистих вмінь і навичок менеджера: планування, *прогнозування*, організації, мотивації, контролю тощо. При постійній зміні економічної кон'юнктури, що спричинена кризовими явищами в економіці країни та неефективністю законів, якими регулюються внутрішньо економічні зв'язки, перед сільськогосподарським комплексом України постає важливе питання адаптації до змінюваних умов навколишнього середовища. Виникає потреба у розвитку менеджменту аграрного профілю як однієї з ключових стратегічних переваг. Тому особливої уваги потребує підготовка висококваліфікованих управлінців, пов'язаних з сільськогосподарською сферою.

Одне з питань, що стоїть перед сучасним менеджером, пов'язаного з агропромисловим комплексом, є своєчасне передбачення станів сільськогосподарського ринку, прогнозування цін на його продукцію та затрат на пальне та міндобрива. Для цього висококваліфікований менеджер повинен уміти бачити зв'язки між багатьма чинниками та факторами економіки країни і володіти всебічними знаннями і вміннями, що дозволять оптимально та професійно працювати. Саме прогностична функція сприяє вибору найоптимальнішого варіанта при обґрунтуванні плану, програми, проекту, управлінського рішення.

Без прогнозування явищ і процесів, передбачення перспектив їх розвитку, неможливе науково обґрунтоване управління, вироблення і прийняття ефективних управлінських рішень, пов'язаних з агропромисловим комплексом.

Наявний рівень сформованості прогностичних вмінь менеджерів є недостатнім, що призводить до значного зниження якості управління. Підготовка менеджерів до діяльності в сучасних умовах вимагає суттєвих реформ у системі освіти, зокрема, в галузі, що готує майбутніх управлінців.

Тому, на нашу думку, досить актуальним є питання підвищення якості формування прогностичних вмінь, як складової професійної підготовки менеджерів в аграрних ВНЗ, так як високий рівень сформованості прогностичних вмінь у менеджерів аграрного профілю значною мірою впливатиме на їх конкурентноздатність на вітчизняному ринку праці. У зв'язку з цим, пріоритетним завданням менеджмент-освіти є пошук ефективних шляхів для покращення якості формування прогностичних умінь майбутніх менеджерів.

В Україні освітньо-кваліфікаційна характеристика випускника вищого навчального закладу є державним нормативним документом, у якому узагальнюється зміст освіти: мета освітньої та професійної підготовки; визначається місце бакалавра, спеціаліста або магістра з менеджменту; окреслюються вимоги до його компетенцій. Згідно з вимогами освітньо-кваліфікаційної характеристики бакалавра напряму підготовки 0502 "Менеджмент" випускник повинен володіти певними вміннями, що започатковуються і значною мірою формуються за рахунок дисциплін природничо-наукового циклу. Серед них: управління, планування, *прогнозування*, організація, здійснення систематичного контролю, розробка альтернативних варіантів розвитку підприємства та вибір його оптимальної стратегії; *моделювання* ринкової ситуації, аналіз основних економічних показників господарчої діяльності підприємства та *прогнозування* їх динаміки на перспективу; володіння перспективними методами підвищення свого теоретичного рівня, опанування методами проведення науково-дослідних розробок на основі використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій; аналіз динаміки зовнішнього середовища та *прогнозування* конкурентоспроможності підприємства, визначення можливих факторів ризику і оцінювання рівнів ризику за стандартними методиками; прогнозування попиту і пропозиції на середньостроковий період [3].

Виходячи з вищенаведеного, п*ланування* є основною функцією менеджменту. Планування включає насамперед процес прийняття рішень, обґрунтування і чіткого формування напрямів дій, складання планів і графіків роботи на різні періоди. Функція планування включає в себе *прогнозування*, визначення цілей, стратегії, політики і завдань підприємства. Отже, *прогностична функція* є пов’язаною з ціленаправленим плануванням управлінської діяльності в майбутньому на основі складання середньострокових і довготермінових перспектив розвитку підприємства. Цей процес має включати в себе такі складові:

- постановка задачі;
- розробка етапів для досягнення поставленої мети;
- чітке бачення кінцевого результату.

Розглянемо більш детально складові *функції прогнозування* та шляхи покращення якості формування прогностичних вмінь. Одне з найголовніших умінь, яким повинен володіти менеджер – це вміння правильно визначати подальший розвиток підприємства та його подальшу стратегію, що неможливо без розвинутих умінь і навичок ***соціально-економічного прогнозування***. Уміння менеджера своєчасно передбачити наслідки тих чи інших управлінських рішень дає змогу вчасно реагувати та коригувати стратегію підприємства в залежності від тих чи інших змін економічних станів економіки країни. Наукове передбачення ґрунтується на пізнанні закономірностей розвитку природи, суспільства, мислення, використанні наукових методів дослідження. Однією з форм наукового передбачення є прогнозування – процес вироблення прогнозів.

Прогноз – це спеціальне наукове дослідження перспектив розвитку певних процесів, явищ, переважно з кількісними оцінками.

Прогнозування (з грець. *prognosis* – передбачення) є випереджаючим відображенням дійсності, конкретним науковим дослідженням перспектив певного явища; це „виявлення вищої форми випереджаючого відображення в процесі мислення як передбачення очікуваного майбутнього на основі урахування динаміки прогнозованого явища” [2, с. 17].

Функція прогнозування має на меті побудову певної моделі, що допоможе передбачити те чи інше економічне явище, та його наслідки. Тобто, побудова прогностичної моделі є незамінною складовою для відображення майбутньої системи управління. Досить часто вона „використовується на стратегічному рівні управління організацією” [4, с. 138].

Отже, модель у соціально-економічному прогнозуванні – це спрощене математичне уявлення про певний суспільний процес. Вона може мати вигляд рівняння, таблиці, кривої, набору правил та інше, тому прогнозування має велике прикладне значення. Моделювання має на меті одержання певної інформації про характеристики досліджуваного об’єкта, на основі аналізу наявних факторів і існуючих даних. Крім того, треба зазначити, що моделювання, не зводиться до спроб угадувати деталі майбутнього, йому властивий стохастичний характер.

Тому, виходячи з вище наведеного та з того, що блок навчальних дисциплін із фундаментальної підготовки є базовим для отримання спеціальних знань при навчанні у вищому навчальному закладі, можна прийти до висновку, що одним із шляхів вирішення проблеми формування прогностичних умінь є більш ефективне вивчення дисциплін природничо-наукового циклу, поглиблення можливостей кожної із навчальних дисциплін та їх інтеграції в циклі природничо-наукової та загальноекономічної підготовки. Дисципліни природничо-наукового циклу призначені, щоб виховати всебічно розвинуту, економічно грамотну, соціально та політично свідому людину, тому якість вмінь майбутніх менеджерів, в тому числі і прогностичних, у вищих навчальних закладах значною мірою обумовлюється і закладається в процесі вивчення фундаментальних дисциплін.

Н.Звєрєва виділяє певні ознаки і властивості природничо-наукового мислення, деякі з них, на нашу думку, сприяють формуванню прогностичних вмінь майбутніх менеджерів. Серед них можна виділити такі:

- уміння спостерігати, аналізувати й пояснювати дані спостережень, відокремлювати істотні факти від несуттєвих;
- уміння проводити експеримент, пояснювати й оформляти результати;
- побудова на основі дослідних даних теоретичної моделі, одержання висновків і наслідків, установлення меж застосовності;
- уміння виділяти головне в складних явищах, відволікаючись від частки, аналізувати й узагальнювати матеріал;
- оволодіння деякими загальними ідеями й принципами природничо-наукових знань;
- усвідомлення методів наукового пізнання в природознавстві, їхнього співвідношення;
- уміння розглядати явища й процеси у взаємозв'язку, розкривати сутність предметів і явищ, розглядати явища в протиріччях, що обумовлюють розвиток;
- здатність до усвідомлення причинно-наслідкових зв'язків;
- творча активність, здатність до інтуїтивного пророкування і застосування знань у нових ситуаціях [1, с.80-81].

Одним із шляхів формування прогностичних умінь майбутніх менеджерів в процесі вивчення природничо-наукових дисциплін, на нашу думку, є спрямованість на евристичний пошук вирішення управлінських задач. Евристично-пошукове мислення доцільно розвивати в процесі розв'язування спеціально розроблених задач прикладного характеру, які можуть мати місце в процесі майбутньої практичної діяльності управлінця. Саме природничо-наукові дисципліни дають можливість організувати такий вид розумової діяльності, що має на меті створення потрібної системи синтезу й узагальнення в процесі розв'язування пізнавальних задач.

Ефективна прогностична діяльність менеджера також залежить від процесу прийняття керівних рішень управлінцем, на формування яких безпосередньо впливає цикл природничо-наукових дисциплін. Так як обґрунтування процесу прийняття управлінських рішень потребує використання математико-статистичних методів і моделей для аналізу динаміки факторів, що в свою чергу спирається на основи математики, статистики та формальної логіки.

Отже, підсумовуючи все вище сказане, можна виділити найбільш суттєві напрями впливу дисциплін природничо-наукового циклу на процес формування прогностичних вмінь майбутніх менеджерів в системі менеджмент-освіти:

- формування евристично-пошукового мислення в процесі розв’язування прикладних задач;
- уміння проводити експеримент, поділяти його на етапи, пояснювати й оформляти результат;
- побудова теоретичних моделей, як уміння виділяти головне в складних явищах;
- оволодіння деякими загальними ідеями й принципами природничо-наукових знань (уміння спостерігати, аналізувати й пояснювати дані спостережень);
- усвідомлення методів наукового пізнання та їхнього співвідношення;
- уміння розглядати явища й процеси у взаємозв'язку, формування здатності до усвідомлення причинно-наслідкових зв'язків;
- розвиток рефлексивного мислення, творча активність, здатність до інтуїтивного мислення.

1. *Зверева Н.М. Формирование естественнонаучного мышления школьников в процессе обучения физике: Дис. ... д-ра пед. наук. – Горький, 1989. – 435 с.*

2. *Коломінський Н.Л. Психологія педагогічного менеджменту. – Київ: МАУП, 1996. – 176 с.*

3. *Освітньо-кваліфікаційна характеристика бакалавра напрямку підготовки 0502 “Менеджмент”. – Київ. – Міністерство освіти і науки України, 2001. – 59 с.*

4. *Перверзев М.П., Шайденко Н.А., Басовский Л.Е. Менеджмент: Учебник. – Москва: ИНФРА-М, 2004. – 288 с.*

5. *Тихомиров О.К. Психология мышления: Учебное пособие. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. – 272 с.*

Резюме. Антонец А.В. **РОЛЬ ДИСЦИПЛИН ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНОГО ЦИКЛА В ПРОЦЕССЕ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОГНОСТИЧЕСКИХ УМЕНИЙ БУДУЩИХ МЕНЕДЖЕРОВ В АГРАРНЫХ ВУЗАХ.** *В статье рассматривается влияние естественно-научных дисциплин на формирование прогностических умений будущих менеджеров в аграрных ВУЗах.*

Summary. **Antonets A. VALUE OF FUNDAMENTAL DISCIPLINES IN THE PROCESS FORMING ABILITIES FOR PROGNOSTICATIONS OF FUTURE MANAGERS IN AGRARIAN HIGHER INSTITUTES**. *The influence of fundamental disciplines on forming abilities for prognostications of future managers in agrarian higher institutes are examined in the article.*

Надійшла до редакції 3.10.2008 р.

ВИКОРИСТАННЯ ДЕЯКИХ ПРИЙОМІВ СТВОРЕННЯ ПРОБЛЕМНИХ СИТУАЦІЙ В КУРСІ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ

В.М.Дрибан,
доцент,
Донецький національний університет економіки і торгівлі
ім. М.Туган – Барановського,
м. Донецьк, УКРАЇНА

Розглянуто деякі прийоми створення проблемних ситуацій і конструювання на їх основі проблемних ситуацій в курсі теорії ймовірностей.

Створення проблемних ситуацій є одним з центральних і в той же час одним із скрутних для викладача моментів у практичній реалізації проблемного навчання. Достатньо сказати, що в значній більшості методичних розробок і статей наводяться лише одиночні приклади створення проблемних ситуацій з вищої математики. Отже, актуальним є питання розробки конкретних прийомів створення проблемних ситуацій з вищої математики та методики реалізації цих прийомів у навчальному процесі.

Мета статті – конструювання проблемних ситуацій при викладенні теорії ймовірностей на основі спеціальних прийомів та опис тактики викладача й результатів пізнавальної діяльності студентів у процесі постановки навчальних проблем.

В [1; 3] розглянуто у загальнодидактичному плані основні способи створення проблемних ситуацій. Навчальна практика показує, що одним з найбільш ефективних способів створення проблемних ситуацій є розгляд парадоксів або софізмів, пред’явлення тому, хто вчиться, суперечливих, на перший погляд, суджень або судження, в якому припускається завуальована помилка, завдяки чому помилковий, по суті, висновок здається правильним. У цих випадках суперечності, на основі яких виникають проблемні ситуації, завжди виражені в яскравій формі і тому легко відчуваються студентами. Це, в свою чергу, створює високий емоційний настрій, виникає особиста зацікавленість у розв’язанні задачі. Знання, які здобуті у результаті розв’язання таких проблемних ситуацій, студенти пам’ятають міцно і довго.

Проблемна ситуація може виникнути як тоді, коли студенти самостійно приходять до суперечливих результатів, так і тоді, коли суперечливі результати навмисно одержує викладач.

Наведемо деякі прийоми, які ми використовуємо для створення проблемних ситуацій в курсах вищої математики та теорії ймовірностей.

1. Розширення границь застосовності деяких понять.
2. Відкидання з теореми тих чи інших суттєвих умов.
3. Створення ситуацій, в яких студентів може підвести інтуїція.
4. Використання того, що студенти часто не усвідомлюють важливості виконання умов існування того чи іншого поняття.
5. Використання інколи неправильного трактування студентами понять, теорем та іншої інформації.
6. Використання помилок та недоліків, які зустрічаються у навчальних посібниках.

Зауважимо, що ці прийоми часто використовуються у тісному сполученні.

Наведемо конкретні проблемні ситуації при викладанні теорії ймовірностей, які можна сконструювати на основі вищевикладених прийомів (з досвіду роботи).

1. Розширення границь застосов-

ності деяких понять

Поняття класичної ймовірності може бути застосоване лише до рівноможливих та єдино можливих подій. Порушення цих умов може призвести до проблемної ситуації.

Ситуація 1. Студенти безпосередньо підраховують, що ймовірність випадання парного числа очок при киданні одного грального кубика дорівнює 1/2. Після цього викладач пропонує інший спосіб розв'язання задачі. Можливі два випадки (випадання парного і непарного числа очок), з яких сприятливим є один, тобто p = 1/2. Відповіді збіглися.

Після цього студентам пропонують підрахувати ймовірність того, що при киданні одного грального кубика випаде число очок, яке ділиться на 4. Відповідь p = 1/6. Але викладач пропонує ті ж самі міркування, що і в першому випадку, і знов одержує відповідь p =1/2. Виникає проблемна ситуація.

Викладач запевнює, що у першому випадку обидва способи розв'язання правильні, але чому ж тоді у другому випадку одержані різні відповіді? Виникає ще одна проблемна ситуація.

Ситуація 2. Студентам пропонують розв'язати таку задачу: "Гральний кубик кинули два рази. Знайти ймовірність того, що сума очок, що випали, дорівнює 7".

Правильні міркування такі. Можливі n = 6 · 6 =36 випадків. З них сприятливими є 6 випадків: (1,6), (6,1), (2,5), (5,2), (3,4), (4,3). Отже, p = 6/36 =1/6.

Але студенти можуть запропонувати такий природний шлях "розв'язання" задачі. Можливі випадки: "сума очок дорівнює 2", "сума очок дорівнює 3" і так далі до "сума очок дорівнює 12". Всього 11 випадків, з них лише один випадок є сприятливим, тобто p= 1/11.

Різні відповіді створюють проблемну ситуацію. Суть помилки та ж сама, що і в *ситуації 1*: випадки: "сума очок дорівнює 2", "сума очок дорівнює 3" і так далі не рівноможливі. Дійсно, наприклад, сума 2 виникає в одному варіанті (2=1+1), а сума 4 – у трьох варіантах (4=1+3, 4=3+1, 4=2+2).

Зауважимо, що якщо студенти запропонують лише один шлях розв'язання задачі, то для створення проблемної ситуації інший шлях повинен запропонувати викладач.

Ситуація 3. Після того, як студенти вивчили формулу повної ймовірності, можна вирішити, наприклад, таку задачу: "Маємо два ящики. У першому 5 деталей, з яких 3 стандартні, у другому 6 деталей, з яких 5 стандартні. Навмання обираємо ящик і навмання беремо деталь. Яка ймовірність того, що деталь буде стандартною?"

Формула повної ймовірності приводить до відповіді: $p = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} = \frac{43}{60}$

Після цього викладач пропонує такі міркування (часто це роблять самі студенти). Уявимо, що ящики стоять поряд і усунемо перегородки. Тоді фактично маємо один ящик, що містить 11 деталей, серед яких 8 стандартні, тобто ймовірність вийняти стандартну деталь дорівнює 8/11.

Якщо студенти не можуть знайти помилку, викладач звертає увагу на те, що фактично треба дати відповідь на наступне запитання: чи рівнозначні з позиції теорії ймовірностей ситуації, коли деталі знаходяться в окремих ящиках (ящики *A* і *B*) або в одному (ящик *C*). Студенти самостійно або з допомогою викладача роблять висновок, що вищевикладені способи розв'язання – це розв'язання двох різних задач, хоч різниця між ними не зовсім помітна. Дійсно, щоб мати можливість використовувати класичне означення ймовірності, деталі в ящику *C* при другому способі "розв'язання" задачі повинні бути ретельно перемішані. Але у задачі мається на увазі, що ретельно перемішані деталі лише у кожному з двох ящиків *A* і *B*.

Математичний аналіз розв'язків цих двох задач з метою виявлення умов, коли відповіді будуть збігатися, наведено в [1].

Ситуація 4. Після введення поняття геометричної ймовірності студентам пропонується задача: "В області *D* дана лінія L. Знайти ймовірність того, що точка, яка навмання кинута в область *D*, попаде на лінію *L*".

За означенням $p = {}^{mesL}\!\!\diagup_{mesD} = 0$.

“Але тоді виходить, – каже викладач, – що точка не може попасти на лінію *L*. Це суперечить здоровому розуму”.

Виникає проблемна ситуація.

Ситуація 5. При вивченні властивостей інтегральної функції розподілу лектор доводить, що для неперервної випадкової величини ймовірність того, що вона прийме конкретне фіксоване значення, дорівнює нулю. Проте зрозуміло, що вона може прийняти це значення.

Проблемна ситуація аналогічна *ситуації 4*. Студенти, як правило, не можуть самостійно її розв’язати, і тоді лектор задає питання: “А звідки випливає, що коли ймовірність події дорівнює нулю, то вона не може відбутися?” Звичайно студенти дають відповідь, що Р(А)=m/n, тобто коли p=0, то m=0, і подія відбутися не може. Питання: “Чи можливо у даному випадку користуватися класичним означенням ймовірності?” Після цього з’ясовується, що протиріччя в *ситуації 5*(як і в *ситуації 4*) уявне. Воно виникло тому, що викладач навмисно розширив границі застосування класичного означення ймовірності.

У даному випадку бажано пояснити студентам суть питання на прикладі статистичної ймовірності. Слід нагадати, що відносна частота при досить великому числі випробувань не дорівнює класичній ймовірності, а лише наближається до неї. Отже, коли ймовірність події дорівнює нулю, то з цього випливає лише те, що при необмеженому повторенні випробувань відносна частота (тобто і число появ події) не дорівнює нулю, а лише наближається до нуля, що свідчить про те, що подія буде відбуватися як завгодно рідко.

2. Відкидання з теореми тих чи інших суттєвих умов

Ситуація 6. Перед вивченням теореми складання ймовірностей двох сумісних подій лектор, не називаючи теми лекції, пропонує студентам розв’язати, наприклад, таку задачу. Дві електричні лампочки послідовно ввімкнені в ланцюг. Ймовірність того, що лампочки перегорять, якщо напруга мережі перевищить номінальну, дорівнюють 0,6 і 0,3. Знайти ймовірність того, що при підвищенні напруги струму у ланцюгу не буде.

Студенти, як правило, міркують таким чином: струму у ланцюгу не буде, якщо перегорить чи перша, чи друга лампочка, отже, за теоремою складання ймовірностей, шукана ймовірність дорівнює p=0,6+0,3=0,9.

Після цього лектор міркує так: струму у ланцюгу не буде, якщо перегорить хоч би одна лампочка, отже

$$p = 1 - q_1 q_2 = 1 - 0{,}4 \cdot 0{,}7 = 0{,}72.$$

Якщо ймовірності дорівнюють, наприклад, 0,7 і 0,6, то проблемна ситуація виникає відразу після того, як застосована теорема складання:

$$p = 0{,}7 + 0{,}6 = 1{,}3 > 1.$$

Проблемна ситуація виникає через те, що до вивчення теореми складання ймовірностей сумісних подій студенти, як правило, пам’ятають теорему складання

$$f(\tilde{o}) = \begin{cases} 0, & \text{ï ðè} \quad \tilde{o} \le 0, \\ a\tilde{o} - 2, & \text{ï ðè} \quad 0 < \tilde{o} \le 2, \\ 0, & \text{ï ðè} \quad \tilde{o} > 2. \end{cases}$$

у вигляді: ймовірність суми подій дорівнює сумі ймовірностей подій, а та суттєва обставина, що події повинні бути несумісними, часто випадає з поля зору студентів.

Зауважимо, що з дидактичних міркувань до цієї задачі слід повернутися після вивчення теореми складання ймовірностей сумісних подій.

3. Створення ситуацій, в яких студентів може підвести інтуїція

Ситуація 7. На вступній лекції з теорії ймовірностей лектор пропонує студентам іти на парі. Він стверджує, що в аудиторії знайдуться хоч би два студенти, які народилися в один і той же день одного і того ж місяця. Таке ствердження інтуїтивно здається студентам надто малоймовірним. Однак, як правило, лектор виграє це парі (звичайно, можливі винятки). Можна ще раз запропонувати іти на це парі, виключив двох, або більше студентів, у яких співпали дні та місяці народження. Знову, як правило, виграє лектор. Цей факт здається дивовижним.

Зрозуміло, що на вступній лекції викладач не може провести відповідні математичні розрахунки. Він повідомляє, що теорія ймовірностей, яку починають вивчати студенти, дає можливість розв'язати цю проблемну ситуацію. Виявляється, що коли в аудиторії лише 23 чоловіки, то вже шанс виграти парі більше, ніж 0,5, при 30 чоловіках він дорівнює 0,7, а при 40 - 0,9. Це означає, що коли в аудиторії тільки 40 студентів, то при багаторазовому повторюванні цієї "гри", у середньому викладач буде вигравати 9 разів з 10.

Потім викладач інформує студентів, що багато які "ігри", що пропонують населенню державні та комерційні структури, розраховані на аналогічний ефект. Завдяки відповідній рекламі людині, яка не володіє теорією ймовірностей, здається, що їй пропонують вигідні умови, тоді як її виграш надто малоймовірний.

Такі "ігри" вже на першому етапі забезпечать інтерес до вивчення теорії ймовірностей.

Ситуація 8. Викладач каже студентам: "Уявимо собі, що ми кинули монету 1000 разів і всі 1000 разів випав герб (це дуже малоймовірно, але можливо). Вам пропонують іти на парі: якщо у 1001-й раз знову випаде герб, ви виграєте, а якщо решка – програєте. Ви будете іти на парі?"

Студенти упевнені, що таке парі не на їх користь. І знову студентів підводе інтуїція.

Проблемна ситуація виникає після таких міркувань викладача: монета не має пам'яті, тому ймовірність того, що у 1001-й раз з'явиться орел чи решка, така ж, як і у перший раз, тобто 1/2.

Розглянуті проблемні ситуації сприяють виробленню у студентів ймовірносної інтуїції.

4. Використання того, що студенти часто не усвідомлюють важливості виконання умов існування того чи іншого поняття

Ситуація 9. Студентам пропонують знайти інтегральну функцію розподілу $F(x)$, якщо дана диференціальна функція

$$f(\tilde{o}) = \begin{cases} 0, & \text{ïðè} \quad \tilde{o} \le 0, \\ \tilde{o}^2, & \text{ïðè} \quad 0 < \tilde{o} \le 1. \\ 0, & \text{ïðè} \quad \tilde{o} > 1. \end{cases}$$

Розрахунки показують, що при $x>1$ $F(x)=1/3$, тоді як за властивостями $F(x)$ повинно бути $F(x)=1$.

Після аналізу такого прикладу студенти з'ясовують, що f(x) не може бути довільною, а саме: повинні виконуватися всі її властивості. У даному випадку не виконується властивість $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$, так що не існує неперервної випадкової величини з такою диференціальною функцією.

Ситуація 10. Неперервна випадкова величина має диференціальну функцію розподілу

Треба знайти коефіцієнт a і $P(1 < X < 2)$.

Якщо виконати умову $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$, то знайдемо, що $a = 5/2$. Тепер

$$P(1 < X < 2) = \int_1^2 (5x/2 - 2)dx = 7/4 > 1.$$

У даному випадку порушується властивість невід'ємності функції $f(x)$.

Ще одна проблемна ситуація виникає, якщо обчислити дисперсію. Вона буде від'ємною.

5. Використання інколи неправильного трактування студентами понять, теорем та іншої інформації

Ситуація 11. Розв'язуємо задачу: "Знайти ймовірність того, що при киданні монети 12000 разів герб випаде 6019 разів".

Локальна теорема Лапласа дає відповідь $p \approx 0{,}007$, тобто ця подія практично неможлива. Проте вона здійснилася (експеримент Пирсона). Викладач нагадує студентам про експерименти Бюффона, Керриха та інших учених, в яких також відбулися практично неможливі події. Створюється враження, що багаторазово і в аналогічних ситуаціях порушується принцип практичної неможливості здійснення малоймовірної події.

Проблемна ситуація розв'язується,

коли студенти правильно сформулюють цей принцип. Після цього з'ясовується, що ніякого протиріччя немає. Розглянутий приклад свідчить лише про те, що повторення результату Пирсона (появи герба рівно 6019 разів, якщо монету кидати 12000 разів) – практично неможлива подія. Це повністю відповідає інтуїції.

6. Використання помилок та недоліків, які зустрічаються у навчальних посібниках

Ситуація 12. Після вивчення формул Байєса викладач пропонує студентам задачу, яка розглянута в [4]: "Маємо три урни. У першій урні 2 білі і 4 чорні кулі, у другій 4 білі і 2 чорні кулі, у третій 3 білі і 3 чорні кулі. Навмання вибираємо урну і навмання беремо кулю. Вона виявилася білою. Найти ймовірність того, що куля вийнята з першої урни".

Викладач знайомить студентів з міркуванням авторів книги. Нехай подія А – куля, яку вийняли, біла, подія В – куля вийнята з першої урни. Можливі 3•6=18 випадків (по кількості куль у всіх трьох урнах). З них події А сприяють 9 випадків, а події В – 2. Таким чином, РА(В)=2/9.

Питання до студентів: "Чи можна запропонувати інший спосіб розв'язання задачі?" Оскільки це типова задача на формули Байєса, то студенти використовують ці формули і одержують таку ж саму відповідь. Однак, якщо розв'язати цими двома способами аналогічну задачу, в якій кількості куль в урнах різні, відповіді не будуть збігатися. В чому справа?

Виявимо умови збігання відповідей при двох способах розв'язання у разі двох урн. Нехай в першій урні a білих і b чорних куль, у другій урні c білих і d чорних куль.

За формулами Байеса

$$P_A(B)=\frac{\frac{a}{a+b}}{\frac{a}{a+b}+\frac{c}{c+d}}.$$

При другому способі міркувань

$$P_A(B)=\frac{a}{a+c}.$$

Прості алгебраїчні перетворення показують, що умова рівності числа куль в урнах $(a+b=c+d)$ є необхідною і достатньою для збігу відповідей.

Відзначимо, що виявлення помилкових міркувань у класичній книзі справляє великий емоціональний ефект.

Використання проблемних ситуацій у навчальному процесі активізує розумову діяльність студентів, сприяє міцному засвоєнню знань, підвищує інтерес до матеріалу, який вивчається, і до самого процесу навчання.

На жаль, у підручниках з вищої математики та теорії ймовірностей проблемні ситуації практично відсутні. Єдиний відомий нам виняток – навчальний посібник [2]. Давно назріла необхідність створення евристичних підручників, в яких проблемні ситуації повинні зайняти належне місце.

1. *Дрибан В.М., Активизация обучения в высшей школе: аспект проблемного обучения. – Донецк: ДонГУЭТ, 2002. – 145 с.*
2. *Дрибан В.М., Пеніна Г.Г. Теорія ймовірностей. – Донецьк: ДонДУЕТ, 2005. – 493 с.*
3. *. Дрибан В.М. Пеніна Г.Г. Деякі питання реалізації проблемного навчання у вузі //Вісник ДонДУЕТ. – 1999. – №3. – С.161-166.*
4. *Яглом А.М., Яглом И.М. Вероятность и информация. – М.: Физматгиз, 1960. – 315с.*

Резюме. **Дрибан В.М. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ ПРИЕМОВ СОЗДАНИЯ ПРОБЛЕМНЫХ СИТУАЦИЙ В КУРСЕ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ.** *Рассмотрены некоторые приемы создания проблемных ситуаций и конструирование на их основе проблемных ситуаций в курсе теории вероятностей*

Summarry. **Driban V. SOME APPROACHES USING TO CREATING PROBLEM SITUATIONS IN THE THEORY OF PROBABILITY**. *Some ways of creating problem solving situations are considered in the article and in terms of these approaches are designed the problem solving situations in Theory of Probability.*

Надійшла до редакції 21.11.2008 р.

КОНТРОЛЬ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ АЛГЕБРИ У ПЕДАГОГІЧНОМУ ВИЩОМУ НАВЧАЛЬНОМУ ЗАКЛАДІ В УМОВАХ КРЕДИТНО-МОДУЛЬНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ

В.В.Мацюк,
старший викладач,
Бердянський державний педуніверситет,
м. Бердянськ, УКРАЇНА

Висвітлено досвід організації рівневого контролю результатів навчання алгебри у Бердянському державному педагогічному університеті в умовах кредитно-модульної системи навчання.

Актуальність. Основним завданням впровадження кредитно-модульної системи підготовки фахівців у вищих навчальних закладах України є запровадження передбаченої Болонською декларацією системи академічних кредитів, яка сприяє як підвищенню мобільності студентів щодо переходу з однієї навчальної програми на іншу так і підвищенню рівня контролю за навчально-пізнавальною діяльністю студентів [5].

Багато науковців працюють над розв'язуванням питань щодо організації кредитно-модульного навчання у вищій школі. Так, розроблені інноваційні технології навчання (І.М.Богданова, О.С.Зайцев, С.О.Заславська, Т.А.Ільїна, А.В.Фурман та ін.) [1; 2], розроблена багатобальна шкала оцінювання знань умінь та навичок студентів (Я.Я.Болюбаш, В.І.Бондар, В.І.Євдокімов, О.М.Микитюк, В.Д.Шинкарук та ін.) [3; 5]; визначені теоретичні проблеми контролю як одного з методів педагогічного стимулювання навчально-виховного процесу (В.П.Беспалько, І.Є.Булах, Н.М.Буринська, Н.Д.Наумов, Л.О.Одерій, Л.М.Романишина, Н.Ф.Тализіна та ін.) [1] тощо.

Однак, досі існують питання у викладачів-практиків вищих навчальних закладів щодо організації контролю результатів навчання студентів, зокрема з математичних дисциплін.

Метою даної статті є ознайомлення викладачів з досвідом впровадження рівневої системи контролю результатів навчальних досягнень з алгебри студентів Бердянського державного педагогічного університету.

Основний зміст. У вищих навчальних закладах ІІІ-IV рівнів акредитації викладання навчальних дисциплін здійснюється спираючись на галузевий стандарт вищої освіти, на базі якого формуються навчальні плани спеціальностей різних освітньо-кваліфікаційних рівнів. Згідно освітніх стандартів підготовки бакалаврів напряму 0101 «Педагогічна освіта» спеціальності 6.010100 «Педагогіка і методика середньої освіти. Математика» алгебра у педагогічних вищих навчальних закладах представлена навчальними дисциплінами «Лінійна алгебра», «Алгебра і теорія чисел». Дані дисципліни мають обсяг 216 годин, що відповідає 4 національним та 6 європейським кредитам [4].

Для розробки системи контролю результатів навчальних досягнень студентів у системі кредитно-модульної системи навчання необхідно розв'язати дві групи задач. Задачі першої групи (за змістом): проаналізувати зміст, виділити змістовні модулі, основні поняття, властивості об'єктів, теореми та основні алгоритми дій, знання яких обов'язкове для цілісного сприйняття предмету, а також рівні засвоєння змісту (для кожного рівня вказати конкретний зміст і ступінь оволодіння ним). Задачі другої групи (за діяльністю): проаналізувати кожний вид діяльності, подати його як сукупність послідовності операцій, встановити три рівні виконання кожної операції і сформулювати критерії оцінки кожного рівня і представлення результатів, що відповідають цим рівням [7].

Пропоновані нами змістовні модулі алгебраїчних курсів та їх обсяги представлено у таблиці 1.

Таблиця 1

Змістовні модулі алгебраїчних курсів

№	Найменування змістовного модуля	Лекцій (годин)	Практ.занять (годин)	Самостійна робота (годин)
	Лінійна алгебра			
1	Матриці, визначники, їх застосування при дослідженні та розв'язуванні систем лінійних рівнянь	14	14	26
2	Числові поля. Поле комплексних чисел	14	14	26
3	Лінійні простори. Унітарні та евклідові простори	14	14	26
4	Лінійні оператори. Квадратичні форми	14	14	26
	Алгебра і теорія чисел			
1	Алгебраїчні структури	14	14	26
2	Подільність у алгебраїчних структурах	14	14	26
3	Теорія конгруенцій	14	14	26
4	Теорія многочленів	14	14	26

Для кожного змістовного модуля нами визначені основні поняття, властивості об'єктів, теореми, алгоритми та рівні знань, умінь та навичок студентів відповідно вимогам освітньо-професійних програм студентів-математиків напрямку підготовки 0101«Педагогічна освіта». Наведемо приклад даних матеріалів щодо змістовного модуля «Матриці, визначники, їх застосування при дослідженні та розв'язуванні систем лінійних рівнянь».

Основні поняття: матриця, розмірність матриці, прямокутна матриця, квадратна матриця n-го порядку, одинична матриця n-го порядку, головна та побічна діагоналі квадратної матриці n-го порядку, ступінчаста матриця, елементарні перетворення матриць, операції над матрицями, транспонована матриця, перестановка, підстановка, транспозиція, інверсія, парна і непарна перестановки та підстановки; детермінант n-го порядку, мінор $(n-1)$-го порядку, алгебраїчне доповнення елемента a_{ij}, мінор p-го порядку, взаємодоповняльні мінори, алгебраїчне доповнення $(n-p)$-го порядку, добуток детермінантів n-го порядку, визначник Ван дер Монда, ранг матриці, особлива матриця, обернена матриця, лінійне рівняння з m невідомими, однорідне лінійне рівняння з m невідомими, розв'язок лінійного рівняння з m невідомими, система n лінійних рівнянь з m невідомими, система n лінійних однорідних рівнянь з m невідомими, розв'язок системи n лінійних рівнянь з m невідомими, сумісна система n лінійних рівнянь з m невідомими, несумісна система n лінійних рівнянь з m невідомими, визначена система n лінійних рівнянь з m невідомими, невизначена система n лінійних рівнянь з m невідомими, елементарні перетворення систем n лінійних рівнянь з m невідомими, еквівалентність систем n лінійних рівнянь з m невідомими, загальний та частинний розв'язок системи n лінійних рівнянь з m невідомими, матриця системи n лінійних рівнянь з m невідомими, розширена матриця системи n лінійних рівнянь з m невідомими.

Властивості об'єктів: операцій над матрицями, окремих типів матриць (одинична, діагональна та ін.), перестановок, підстановок, детермінантів n-го порядку, алгебраїчних доповнень, оберненої матриці, системи лінійних рівнянь.

Теореми:

1. Якщо матрицю *B* можна дістати з матриці *A* скінченим числом елементарних перетворень рядків або стовпців, то матриця *B* еквівалентна матриці *A*.

2. Кожну матрицю скінченим числом елементарних перетворень рядків або стовпців можна перетворити на еквівалентну їй ступінчасту матрицю.

3. Теорема про число різних перестановок з n елементів.

4. Теорема про розташування перестановок в такому порядку, що кожну наступну діставатимемо з попередньої однією транспозицією.

5. Від кожної перестановки з n елементів можна перейти до будь-якої іншої перестановки з цих самих елементів за допомогою кількох транспозицій.

6. Кожна транспозиція змінює парність перестановки.

7. При $n \geq 2$ число парних перестановок з n елементів дорівнює числу непарних, тобто дорівнює $\frac{1}{2}n!$.

8. Число підстановок n-го степеня дорівнює $n!$.

9. Якщо в детермінанті n-го порядку поміняти місцями два рядки, то детермінант змінить знак, а його абсолютна величина не зміниться.

10. Якщо детермінант Δ має два однакових рядки, то Δ = 0.

11. Якщо в детермінанті Δ n-го порядку всі елементи одного з рядків помножити на число m, то величина детермінанта також помножиться на m.

12. Детермінант, в якого відповідні елементи двох рядків пропорційні, дорівнює нулю.

13. Якщо елементи p-го рядка детермінанта Δ n-го порядку є сумами двох доданків, то цей детермінант можна подати як суму двох детермінантів n-го порядку: $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$, де Δ_1 і Δ_2 – детермінанти, утворені з Δ заміною елементів p-го рядка відповідно першими або другими доданками цих елементів.

14. Якщо до елементів якогось рядка детермінанта n-го порядку додати відповідні елементи іншого рядка, помножені на одне й те саме число, то величина детермінанта не зміниться.

15. Детермінант n-го порядку при транспонуванні не змінює своєї величини.

16. Детермінант, у якого всі елементи i-го рядка (j-го стовпця), крім елемента a_{ij}, дорівнюють нулю, дорівнює добутку цього елемента a_{ij} на його алгебраїчне доповнення A_{ij}, тобто величині $a_{ij}A_{ij}$.

17. Детермінант Δ n-го порядку дорівнює сумі всіх добутків елементів довільного рядка або стовпця на їх алгебраїчні доповнення, тобто

$$\Delta = a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \ldots + a_{in}A_{in} \text{ або}$$
$$\Delta = a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \ldots + a_{nj}A_{nj}.$$

18. Сума добутків елементів будь-якого стовпця (рядка) детермінанта n-го порядку на алгебраїчні доповнення відповідних елементів іншого стовпця (рядка) цього детермінанта дорівнює нулю.

19. Теорема Лапласа.

20. Детермінант добутку двох квадратних матриць однакового порядку дорівнює добутку детермінантів цих матриць.

21. Для кожної квадратної неособливої матриці *A* існує єдина обернена матриця A^{-1}, тобто така, що $A\,A^{-1} = E$.

22. Матриця, обернена до добутку даних матриць, дорівнює добутку обернених матриць до даних, взятих у зворотному порядку, тобто $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

23. Для того щоб ранг матриці дорівнював r, необхідно і достатньо, щоб серед мінорів матриці існував хоч один мінор r-го порядку, який не дорівнює нулю, а всі мінори $(r + 1)$-го порядку дорівнювали б нулю.

24. Кожне елементарне перетворення будь-якої системи лінійних рівнянь переводить її в еквівалентну систему.

25. Система лінійних рівнянь сумісна тоді і тільки тоді, коли вона перетворюється на ступінчасту систему, в якій немає рівнянь вигляду *0=в* при *в* від-

мінному від нуля.

26. Сумісна система лінійних рівнянь є визначеною тоді і тільки тоді, коли в ступінчастій системі, в яку вона перетворюється, число рівнянь r дорівнює числу невідомих n.

27. Система n лінійних рівнянь з n невідомими є визначеною тоді і тільки тоді, коли вона перетворюється на ступінчасту систему, в якій

$$a_{11}^{'} \neq 0,\ a_{22}^{'} \neq 0,\ \ldots,\ a_{nn}^{'} \neq 0 .$$

28. Сумісна система m лінійних рівнянь з n невідомими при $m < n$ є невизначеною.

29. Система лінійних однорідних рівнянь, в якій число рівнянь менше, ніж число невідомих, має ненульові розв'язки.

30. Якщо в системі лінійних рівнянь число невідомих дорівнює числу рівнянь і детермінант системи відмінний від нуля, то система має єдиний розв'язок, який можна знайти за формулами Крамера.

31. Якщо система n лінійних однорідних рівнянь з n невідомими має нетривіальні розв'язки, то її детермінант дорівнює нулю.

32. Для того щоб система n лінійних однорідних рівнянь з n невідомими мала нетривіальні розв'язки, необхідно і достатньо, щоб детермінант цієї системи дорівнював нулю.

33. Теорема Кронекера-Капеллі.

34. Будь-який розв'язок неоднорідної системи дорівнює сумі частинного розв'язку цієї системи і розв'язку зведеної системи.

35. Система лінійних однорідних рівнянь завжди сумісна; вона має або єдиний нульовий (тривіальний) розв'язок, або безліч.

Основні алгоритми: додавання та віднімання матриць, множення матриці на число, множення матриці на матрицю, еквівалентні перетворення матриць, транспонування матриці; обчислення детермінантів n-го порядку (спосіб мінорів, спосіб нулів, спосіб зведення матриці визначника до трикутного вигляду, метод математичної індукції, метод рекурентних співвідношень, метод виділення лінійних множників); обчислення визначника добутку матриць, знаходження оберненої матриці, обчислення рангу матриці (метод елементарних перетворень, метод мінорів), дослідження систем лінійних рівнянь на сумісність та визначеність, розв'язування систем лінійних рівнянь (метод Гауса, метод Крамера, матричний метод).

Рівні знань, умінь та навичок студентів зі змістовного модуля «Матриці, визначники, їх застосування при дослідженні та розв'язуванні систем лінійних рівнянь» представлено у таблиці 2.

З метою поліпшення організації та управління навчально-пізнавальною та самостійною навчальною і науково-дослідною роботою студентів, забезпечення системного і змагального навчання нами було розроблено систему накопичення балів та критерії їх переводу в національну та європейську оцінку (таблиці 3 та 4). При цьому ми приділяли увагу як навчальній роботі студентів у період вивчення програмного матеріалу на аудиторних заняттях так і самостійній навчальній та науково-дослідницькій роботі. Студент, який успішно працював на заняттях, виконував розрахункові та контрольні роботи, але не займався науково-дослідницькою роботою згідно розроблених нами критеріїв міг отримати максимальну оцінку «добре» (В), що слугувало стимулом для майбутніх вчителів щодо участі у науково-дослідницької діяльності. Розроблені методи оцінювання та критерії переводу балів в оцінку були представлені студентам та пояснені їм до початку вивчення алгебри.

Наступний етап в організації контролю результатів навчальних досягнень студентів в умовах кредитно-модульного навчання – розробка рівневих завдань щодо проведення контролюючих заходів при проведенні практичних занять та аудиторних контрольних робіт, а також для організації рівневого контролю самостійної навчально-пізнавальної діяльності студентів. У процесі створення системи рівневих завдань ми використовували методи аналізу складності та трудності задач, що спираються на емпіричні дані. Тобто група задач була запропонована різним групам студентів, знаходилась надійність та валідність рівня кожного завдання. Цю методику визначання рівня складності завдань ми пропонували також студентам для створення особистих банків різнорівневих вправ зі шкільного курсу алгебри для майбутнього використання у процесі контролю результатів навчальних досягнень учнів.

Таблиця 2

Рівні знань, умінь та навичок студентів зі змістовного модуля «Матриці, визначники, їх застосування при дослідженні та розв'язуванні систем лінійних рівнянь»

Рівень 1	Рівень 2	Рівень 3
	Студенти повинні знати	
Означення основних понять, формулювання властивостей об'єктів та теорем, основні алгоритми дій. Доведення теорем за номерами 1, 10-14, 17, 22, 30 (для n=3).	(в доповнення до вимог І рівня): доведення теорем за номерами 2-5, 7, 8, 18, 19, 21, 23-29, 31, 32, 34, 35.	(в доповнення до вимог І та ІІ рівнів): доведення теорем за номерами 6, 9, 15, 16, 20, 33.
	Студенти повинні вміти	
Наводити приклади до означень основних понять, виконувати елементарні перетворення матриць, зводити довільну матрицю до ступінчастого виду, виконувати операції над матрицями, транспонувати матрицю, виконувати транспозицію елементів у довільній перестановці та підстановці, обчислювати кількість інверсій у довільних перестановках та підстановках шостого порядку, виконувати операції над підстановками, обчислювати детермінанти 2-го та 3-го порядків, складати та обчислювати мінори та алгебраїчні доповнення до елемента a_{ij}, обчислювати ранг матриці принаймні одним зі способів, обчислювати обернену матрицю до неособливої матриці 3 порядку, знаходити розв'язки систем 2-3-х лінійних рівнянь з довільною кількістю невідомих, розв'язувати задачі даного змістовного модуля за допомогою використання математичних комп'ютерних програм	(в доповнення до вимог І рівня): обчислювати кількість інверсій у перестановках та підстановках довільного порядку, обчислювати детермінанти n-го порядку окремих видів, обчислювати мінор p-го порядку, взаємодоповняльні мінори, алгебраїчне доповнення $(n-p)$-го порядку, добуток детермінантів n-го порядку, визначник Ван дер Монда, ранг матриці (двома способами), обчислювати обернену матрицю до неособливої, досліджувати та розв'язувати системи n лінійних рівнянь з m невідомими.	(в доповнення до вимог І та ІІ рівнів): розв'язувати матричні рівняння з параметрами, обчислювати детермінанти n-го порядку, доводити твердження з використанням матриць та визначників, порівнювати різні підходи щодо розв'язання задач, обирати найкращий з них; досліджувати та розв'язувати практичні задачі використовуючи матриці, визначники та системи лінійних рівнянь, досліджувати та розв'язувати задачі даного змістовного модуля за допомогою використання математичних комп'ютерних програм,

Таблиця 3

Схема оцінювання навчальних досягнень студентів

	Лекції		Практичні				Аудиторний контроль			Самостійна робота			
										навчальна	науково-дослідна		
	Пропуск	Виступ	Пропуск	Теорія	Робота у дошці	Інд. завд.	Контрольна . робота	Розв'язування вправ на ПК	Тестування	Розрахункова робота, колоквіум	Підбір прикладних задач	Наук. доповідь або робота, участь в олімпіадах	Реферат з історії питань
Штраф	-1		-1							-2 за несвоєчасний звіт			
Кредит1				5*0,2 =1	5*0,4 =2	2			6	10	4		3
Кредит2				5*0,2 =1	5*0,4 =2	2	6			10	4		3
Кредит3				5*0,2 =1	5*0,4 =2	2	6			10	4		3
Кредит4				5*0,2 =1	5*0,4 =2	2		6		10			
		2		4	8	8	12	6	6	40	12	14	9
	Найбільша кількість балів 22												
	Найбільша кількість балів 46												
	Найбільша кількість балів 86												
	Найбільша кількість балів 100												

Таблиця 4

Критерії переводу отриманих студентами балів в національну та європейську оцінку

Національна оцінка	Оцінка ECTS	Кількість набраних балів
Відмінно	A	90-100
Добре	B	82-89
	C	75-81
Задовільно	D	67-74
	E	60-66
Незадовільно	F	<60

Слід відмітити, що для студентів завжди мав місце вибір: або контрольна робота бажаного рівня складності (щоб сильні студенти працювали з інтересом, а слабкі не витрачали сили та не розчаровувалися у своїх можливостях щодо розв'язування задач та доведення тверджень) або контрольна робота, в якій кожне завдання має вказаний бал. Такі ж умови були й для розв'язування вправ за допомогою обраною студентом комп'ютерною програмою та для тестування. З розробленими завданнями можна ознайомитися у збірнику рівневих контрольних робіт [6].

Науково-дослідна робота студентів-математиків педагогічних навчальних закладів з алгебри контролюється за її результатами за напрямами: підготовка рефератів щодо історичних аспектів пи тання, проекції матеріалу змістовного модуля у шкільний курс алгебри, підготовка дидактичних матеріалів щодо пояснення навчального матеріалу, розробка рівневих контрольних робіт для учнів та емпірична перевірка визначеного рівня, вивчення додаткового алгебраїчного матеріалу, проведення наукового дослідження та підготовка доповіді на науково-практичній конференції або на засіданнях студентського наукового гуртка; підготовка тез та статей для публікації у студентських збірниках наукових праць, підготовка роботи на конкурс студентських наукових робіт, участь у предметних олімпіадах, участь у науково-дослідницькій роботі кафедри. Студент сам обирає для себе творче завдання. Для аналізу (та заохочення) студентів до творчої (науково-дослідницької) діяльності нами були розроблені відповідні рівневі завдання.

При виборі форм, методів та засобів контролю ми ставили за мету реалізацію функцій та принципів контролю [8]. Пропонована нами методика рівневого контролю результатів навчальних досягнень студентів з алгебри передбачає попередній, поточний, рубіжний, підсумковий контроль. Попередній контроль проводиться на початку вивчення навчальної дисципліни з метою встановлення рівня готовності студентів до вивчення курсу, подальшої диференціації навчання. Поточний контроль проводиться на практичних та лекційних заняттях, а також для контролю самостійної навчальної та науково-дослідницької роботи в процесі вивчення змістового модуля. Рубіжний контроль проводиться при завершенні вивчення змістовного модуля. Підсумковий контроль проводиться по завершенню вивчення модуля та при перевірці остаточних знань та вмінь студентів. Слід відмітити, що контрольні роботи зі змістовних модулів під час рубіжного контролю виконуються лише один раз (перескладання з метою підвищення рейтингу здійснюється під час підсумкового контролю). З метою активізації роботи студента протягом семестру наша система контролю передбачає збільшення суми коефіцієнта поточного та рубіжного контролю порівняно з коефіцієнтом значущості підсумкового контролю.

Пропонована нами методика рівневого контролю результатів навчальних досягнень студентів з алгебри базується на використанні таких методів контролю: на етапі попереднього контролю – тестування; на етапі поточного контролю – співбесіда, усне опитування, математичний термінологічний диктант, доповідь студента на лекції, розв'язування індивідуальних завдань на практичному занятті, тестування знань основних означень, теорем, властивостей та алгоритмів на практичному занятті, розв'язування типових задач біля дошки, домашні рівневі розрахункові роботи; на етапі рубіжного контролю – аудиторна рівнева письмова контрольна робота, тестування, колоквіум, розв'язування вправ за допомогою комп'ютерних програм; на етапі підсумкового контролю – тестування.

Щодо засобів контролю, то ми пропонуємо використовувати картки з текстами рівневих контрольних завдань (задач), збірники тестів та розрахункових робіт, комп'ютерні тестові програми, комп'ютерні математичні пакети.

Слід звернути увагу викладачів вищих навчальних закладів на те, що при організації рівневого контролю результатів навчальних досягнень студентів в умовах кредитно-модульного навчання для досягнення мети контролю студенти повинні бути ознайомленими з таблицями накопичення балів та критеріями їх переводу в національну та європейську оцінку; мати з усіх видів контролю методичне забезпечення (збірники розрахункових рівневих завдань – задач, вправи для розв'язування за допомогою комп'ютерних програм, зразки рівневих контрольних робіт та тестових завдань за всіма змістовними модулями). Крім того, підсумкові рейтингові оцінки необхідно доводити до відома всіх студентів групи.

Висновки. При використанні розробленої нами системи контролю результатів навчальних досягнень студентів в умовах кредитно-модульної системи навчання на перший план виходить не просто сума засвоєних знань, а здатність студентів до пошуку необхідної інформації, творчий підхід до розв'язування задач, вміння аналізувати і синтезувати різноманітну навчальну інформацію, ступінь підготовленості до проведення наукових досліджень та готовність до майбутній професійній діяльності. Контроль стає одним із вагомих, доцільних та ефективних засобів управління навчальною та науково-дослідною діяльністю студентів, дозволяє спрямувати навчально-виховний процес на максимальне врахування психологічних, біологічних і соціальних особливостей студентів, чим зумовлює належний рівень фахової підготовки майбутніх спеціалістів та їх гармонійний розвиток.

1. Беспалько В. П. Слагаемые педагогической технологии. – М.: Педагогика, 1989. – 191 с.

2. Богданова І. М. Технології в освіті: теоретико-методологічний аспект: Монографія. – Одеса: "ТЕС", 1999. – 146 с.

3. Болонський процес і кредитно-модульна система організації навчального процесу (методичні рекомендації для викладачів та студентів) / Л.П.Харченко, В.В.Луценко. – Харків: ХНУРЕ, 2004. – 40 с.

4. Галузеві стандарти вищої освіти. Напрям підготовки 0101 Педагогічна освіта. Спеціальність 6.010100 Педагогіка і методика середньої освіти. Математика: К.: Вид-во НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2003. – 148 с.

5. Матеріали науково-практичного семінару „Кредитно-модульна система підготовки фахівців у контексті Болонської декларації". Львів, 21-23 листопада 2003. – Львів: «Львівська політехніка», 2003. – 111 с.

6. Мацюк В.В. Збірник рівневих контрольних робіт з алгебри та теорії чисел. – Бердянськ: БДПУ, 2003. – 80 с.

7. Основні засади розвитку вищої освіти України в контексті Болонського процесу (документи і матеріали 2003 – 2004 рр.)/ За ред. В.Г.Кременя, авт. кол.: Грубінко В.В., Бабин І.І. – Київ-Тернопіль: Вид-во ТДПУ, 2004. – 147 с. (www.tspu.edu.ua).

8. Романишина Л.М. Система поетапного контролю навчальної діяльності студентів педагогічних університетів за модульно-рейтинговою технологією навчання з дисциплін природничого циклу: Дис. … доктора пед. наук: 13.00.04 / Національний аграрний ун-т. – К., 1997. – 417 с.

***Резюме*. Мацюк В.В. КОНТРОЛЬ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗУЧЕНИЯ АЛГЕБРЫ СТУДЕНТАМИ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ В УСЛОВИЯХ КРЕДИТНО-МОДУЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ОБУЧЕНИЯ.** *В статье описан опыт организации контроля изучения алгебры в Бердянском педагогическом университете.*

***Summary*. Matsyuk V. THE CONTROL OF STUDENT'S RESULTS THE STUDY ALGEBRA IN PEDAGOGICAL HIGHEST EDUCATIONAL ESTABLISHMENT IN THE SYSTEM OF TRAINING.** *The experience of organization the control of study algebra in Berdyansk pedagogical university are described in article.*

Надійшла до редакції 25.09.2008 р.

ФАХОВА СПРЯМОВАНІСТЬ МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ МОЛОДШИХ СПЕЦІАЛІСТІВ З ФІНАНСІВ ТА ЕКОНОМІКИ

Г.І.Білянін,
кандидат педагог. наук, доцент,
Буковинська державна фінансова академія,
м. Чернівці, УКРАЇНА

Розглянуто особливості застосування елементів професійно-орієнтованого навчання у процесі вивчення курсу математики майбутніх молодших фахівців фінансово-економічного профілю.

Математичні навчальні дисципліни у фінансово-економічних вузах (математика, вища математика, теорія ймовірностей, лінійне програмування, економетрія) – основа для успішного вивчення і засвоєння спеціальних дисциплін у галузі мікро- і макро-економіки, фінансів, для побудови математичних моделей економічних процесів з подальшим їх вивченням за допомогою ПК, для складання і оцінки прогнозів у галузі маркетингу та ринкової діяльності підприємств, тощо.

З іншої сторони, програми з математичних дисциплін для фінансово-економічних вузів та відповідний навчальний матеріал повинні підбиратися так, щоб вивчаючи математику, студенти знайомились із фінансовими та економічними поняттями, процесами і явищами, вміли їх аналізувати, враховувати профіль майбутньої спеціальності.

Фахова спрямованість математичної підготовки вимагає в ході вивчення математичних курсів формувати в студентів фінансово-економічні знання і поняття. Це можна робити шляхом:

– розв’язування прикладних задач фінансово-економічного змісту, підібраних викладачем для вивчення математичних тем;

– складання задач самими студентами (особливо з використанням місцевого матеріалу);

– коротких повідомлень на занятті з математики на фінансово-економічну тематику;

– побудови діаграм, графіків, що виражають фінансово-економічні показники чи процеси;

– тематичних занять наукових товариств, екскурсій;

– написання рефератів, оформлення планшетів, альбомів і т.д.

При цьому формуючи або використовуючи фінансово-економічні поняття на заняттях з математичних курсів потрібно дотримуватись вимог:

– Економічні поняття і терміни, якими їх позначають, повинні бути доступними для студентів, тобто вони повинні розуміти їх зміст.

– Нові поняття і терміни необхідно вводити послідовно і систематично, а похідні від них поняття тоді, коли відомі вже первинні, через які вони означуються.

– При формуванні і використанні фінансово-економічних понять необхідно спиратися на життєвий досвід студентів.

Наприклад, розглянемо перший математичний курс – математика для молодших спеціалістів. Він складається з **семи модулів**. Проаналізуємо як можна під час їх вивчення дотримуватись фахової спрямованості [1].

У **модулі 1** “Основні математичні поняття”, вивчаючи тему “Дійсні числа; наближені обчислення, похибки”, в плані його застосування можна розглянути тему “Відсотки, прості і складені відсотки”. Показати їх застосування в фінансових розрахунках. Тут вводяться поняття: початкова вартість, капітал, прибуток, загальна вартість, процентна ставка, компаунд, ставка компаунда, конверсійний період , вексель, дисконтний вексель.

На прикладі простих задач студенти вчаться оперувати цими термінами і користуються правилами виконання дій з дійсними числами та правилами виконання дій з наближеними обчисленнями.

У **модулі 2** “Функціональна залежність між величинами. Елементарні функції” під час вивчення способів задання функцій можна більше уваги приділити табличному способу задання функції, що часто зустрічається в економіці. При цьому можна їх познайомити із **лінійною та квадратичною інтерполяціями** та показати, як в економіці це використовується при аналізі і відновленні втраченої статистики.

Після вивчення всіх трансцендентних функцій можна показати як вони використовуються в фінансово-економічній діяльності.

Акцентуємо увагу, що в фінансово-економічній діяльності найчастіше розглядають **функції: обсягу виробництва, корисності, випуску продукції, її продажу, попиту, споживання та пропозицій, нагромадження капіталу, маркетингових зусиль фірм та ін.**

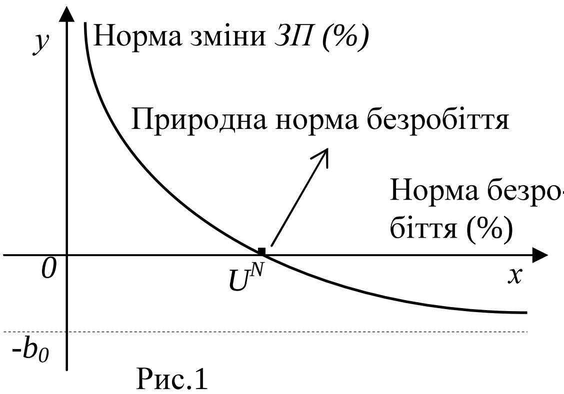


Рис.1

Відповідно вводяться означення понять, названих вище. А так як економічна практика вже накопичила певний досвід і певні типи математичних функцій, які найчастіше використовуються в фінансово-економічних дослідженнях, то знайомимо з ними:

1. При вивченні складних процентів користувались формулою $S = P(1-i)^n$, де S – загальна сума, P – початкова сума, n – кількість конверсійних періодів, що користувались грішми, i – процентна ставка за конверсійний період. Це не що інше, як функція, що зводиться до показникової при встановленій процентній ставці. Аналізуємо фінансові процеси, використовуючи знання отримані під час вивчення показникової функції.

2. Яскравим прикладом використання логарифмічних зворотних моделей в економіці є відома крива Філіпса. Базуючись на **даних норми процента зміни заробітної плати і процента безробіття в Англії** (1861-1975 рр.) Філіпс побудував криву (рис.1). Асимптота (границя зміни заробітної плати), якщо вважати що криву задає функція $y = b_0 + b_1 \lg x$, пов’язана з параметрами b_0 та b_1. Точка UN є значення природної норми безробіття; коли x<UN, норма зміни заробітної плати (ЗП) додатна, а коли x>UN – то від’ємна. Ця крива дає можливість розраховувати мінімальну ЗП, компенсацію за безробіття, тощо.

3. Інший випадок використання логарифмічної кривої (рис. 2) – крива витрат Енгеля, яка пов’язує споживчі витрати на товари із загальними витратами або до-

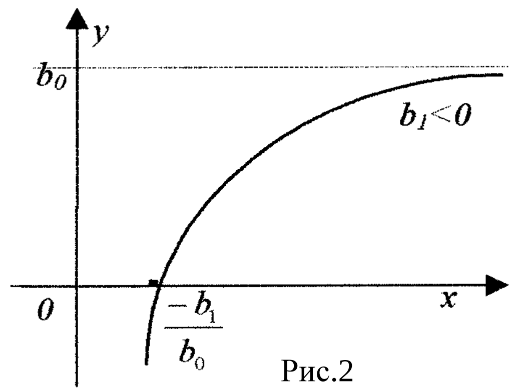


Рис.2

ходом. Якщо позначити через y витрати на споживання, а через x – доход, то крива Енгеля для певного товару виявить такі особливості:

а) критичний рівень доходу, нижче від якого товар не буде куплено, це $-\frac{b_1}{b_0}$;

б) “стелю” (межу) насичення, яку не можна збільшити як би не зростав доход, це b_0.

4. Крива Гомперця (рис.3) використовується в основному для опису процесів з насиченням і дуже поширена в демографії, маркетингу, дослідженні ринку, збуту продукції. Вона має вигляд $y = e^{\alpha\beta^x+\gamma}$. Якщо α >0, крива наближається асимптотично до e^{γ}, якщо α <0, то вона має форму s-кривої, тобто спочатку зростає швидко, а потім повільно. Такою функцією можна описати типову еволюцію продажу товару. Аналогічно знайомимо студентів із авторами відомої тепер виробничої функції CES, що дає можливість **виміряти еластичність між капіталом і витратами праці**; кривою Лаффера, що характеризує залежність між **податковими ставками і обсягом податкових надходжень** і т.п.

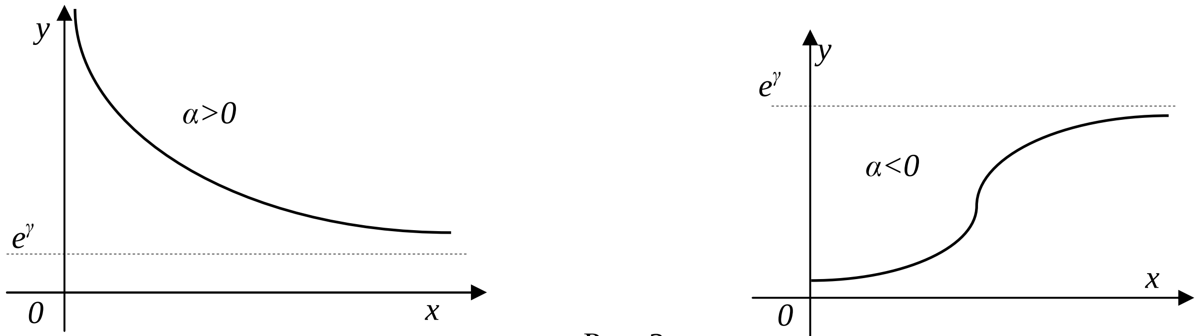


Рис. 3

Періодичність, коливання ряду економічних процесів дозволяє також використовувати тригонометричні функції.

Якщо досліджується довільний процес і наявна статистична база, то математичними методами обчислюються параметри і коефіцієнти у вказаних вище функціях, після чого вони застосовуються для конкретного рішення, прогнозу, аналізу господарської діяльності та ін.

У **модулі 3** “Рівняння, нерівності, системи” в першій лекції “Алгебраїчні рівняння” розглядається питання “Рівняння, як математична модель фінансово-економічної задачі”. Рівняння – це не абстрактне поняття з чисто надуманими математичними функціями. Довільне математичне рівняння описує якусь діяльність або зміну, що відбувається в навколишньому середовищі. Всі рівняння утворюються в результаті розв’язування практичних та наукових проблем. Розглянемо фінансово-економічну задачу, яка приводять до утворення рівняння.

Розібравши поняття *математична модель процесу, параметри моделі, товарообіг, сталі затрати, затрати пропорційні обсягу, валова продукція, обсяг продукції, ціна на товар, попит на товар, прибуток* розглядаємо задачу:

Приклад 1. Маючи економічну залежність між ціною на товар *P* і величиною попиту *D* ($D = a_0 + a_1P + a_2P^2$, де a_0, a_1, a_2 – числа) визначити при якій ціні прибуток *F* буде 13,27 у. г. о., якщо сталі затрати С = 10 у. г. о., а затрати пропорційні обсягу виробництва *VD* – 2 у. г. о.? Обчислені для певного виду товару коефіцієнти відповідно рівні:

$$a_0 = 8{,}58; \quad a_1 = 0{,}78; \quad a_2 = 0{,}01.$$

Відомо, що для знаходження прибутку потрібно від товарообігу в грошовому вимірі Z відняти всі затрати: $F = Z - (C + VD)$,тому $Z = 12 + 13{,}27 = 25{,}27$. Але товарообіг в грошовому вимірі, це добуток попиту на ціну, тому отримаємо рівняння: $Z = PD = a_0P + a_1P^2 + a_2P^3$.

Для зручності позначимо невідому ціну

через x, тоді: $Z = 8{,}58x - 0{,}78x^2 + 0{,}01x^3$, тому $25{,}27 = 8{,}58x - 0{,}78x^2 + 0{,}01x^3$. Задане рівняння рівносильне:

$$x^3 - 78x^2 + 858x - 2527 = 0 .$$

Розкладемо на множники задане рівняння:

$$\left(x^3 - 343\right) - 78\left(x^2 - 11x + 28\right) = 0;$$

$$(x-7)\left(x^2 + 7x + 49\right) - 78(x-7)(x-4) = 0;$$

$$(x-7)\left(x^2 + 7x + 49 - 78x + 312\right) = 0;$$

$$(x-7)\left(x^2 - 71x + 361\right) = 0.$$

Розв'язавши його, отримаємо: x_1 =7; x_2 =65,5; x_3 =5,5.

Отже, можна зробити висновок, що прибуток буде однаковий при цінах 5,5 у. г. о., 7 у. г. о., 65,5 у. г. о. Зрозуміло, що при цьому попит на товар буде різний. Найменший він буде при найбільшій ціні 65,5 у. г. о. Він $D = 8{,}58 - 51{,}09 + 42{,}9 = 0{,}39$ – практично мінімальний. Тому таку ціну встановлювати не бажано. А при 5,5 – товарообіг 4,3 у. г. о., при ціні 7 у. г. о. – товарообіг 3,61 у. г. о. Отже, найкращий товарообіг при ціні 5,5 у. г. о.

Для вирішення цієї проблеми склалося рівняння третього степеня. Запропонований метод його розв'язання не є очевидним і простим. Тому було б цікаво дослідити такого типу рівняння і спробувати відпрацювати інші прийоми розв'язування рівнянь вищих степенів. В цьому полягає завдання даного розділу. Для вирішення економічних проблем необхідно вміти складати і розв'язувати довільні рівняння. Для цього математика дає класифікацію рівнянь та методи їх розв'язування. Далі можна приступати до вивчення прийомів розв'язування алгебраїчних рівнянь, що допоможе при розв'язуванні нестандартних і складних задач.

При вивчені нерівностей та систем нерівностей пропонується проста **транспортна задача.**

Приклад 2. Для задоволення потреб жителів трьох районів міста Чернівці мінеральною водою "Буковинська" та "Роси Буковини" працюють два заводи: "Будинецький" та "Роси Буковини". Перший район кожного дня споживає 18 тис. літрів названої вище води, другий 12 тис. літрів і третій – 10 тис. літрів. "Будинецький" завод виробляє щодня 23 тис. літрів води, "Роси Буковини" – 17 тис. літрів. Вартість в гривнях доставки 1 тис. літрів води з кожного заводу кожному району приведена в табл. 1.

Таблиця 1

Заводи	Райони		
	1	2	3
"Роси Буковини"	3	2	4
"Будинецький"	4	3	2

Треба скласти найбільш економний план перевезення.

Розв'язання: Нехай x тис. літрів води буде перевозитись із заводу "Роси Буковини" (в подальшому завод №1) в перший район, а у тис. літрів води з цього ж заводу перевозиться в другий район. Тоді в третій район із заводу №1 буде перевозитись $(17 - x - y)$ тис. літрів. Так як 1-ий район споживає 18 тис. літрів, то із другого заводу їм будуть привозити $(18 - x)$ тис. літрів. Аналогічно із другого заводу в другий район будуть привозити $(12 - y)$ тис. літрів, в третій – $(x + y - 7)$ тис. літрів. Отже, план перевезення можна задати табл. 2.

Таблиця 2

Заводи	Райони:		
	1	2	3
"Роси Буковини"	x	y	$17–x–y$
"Будинецький"	$18 – x$	$12–y$	$x + y –7$

Легко бачити, що вартість всіх перевезень S дорівнює сумі попарних добутків чисел таблиць 1 і 2.

$$S = 3x + 2y + 4(17 - x - y) +$$
$$+ 4(18 - x) + 3(12 - y) + 2(x + y - 7)$$

тобто $S = 162 - 3x - 3y$. Цю функцію назвали **цільовою**. Так як кількість води, яка завозиться в кожен район міста не може бути від'ємною, то всі числа другої таблиці повинні бути невід'ємні:

$$\begin{cases} x \geq 0, \\ y \geq 0, \\ 17 - x - y \geq 0, \\ 18 - x \geq 0, \\ 12 - y \geq 0 \\ x + y - 7 \geq 0. \end{cases}$$

Розглянемо на координатній площині множину точок, координати яких задовольняють всі нерівності (рис.4):

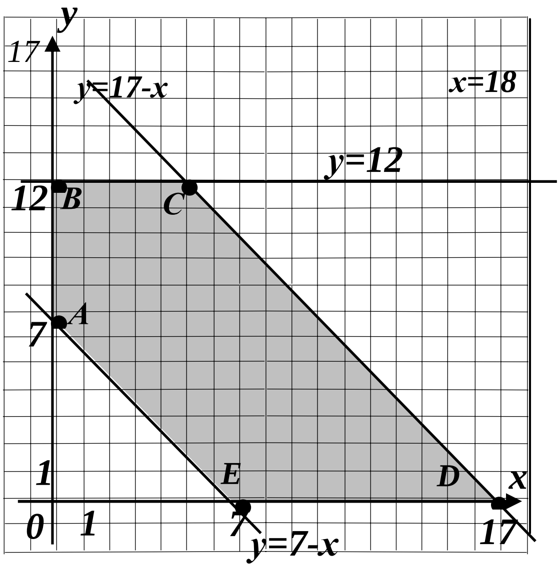


Рис. 4

Утворився многокутник $ABCDE$. Покажемо, що цільова функція S своє найменше значення приймає в одній з вершин многокутника.

Нехай S приймає деяке значення c в довільній точці M многокутника $ABCDE$. Очевидно, що це ж значення вона прийме у всіх точках прямої l, яка задається рівнянням

$$c = 162 - 3x - 3y \qquad (1).$$

Зокрема, вартість S рівна c в точках перетину прямої l з границею многокутника. Очевидно, що якщо при деякому значення c пряма проходить через внутрішні точки многокутника $ABCDE$, то і довільна пряма, задана рівнянням $162 - 3x - 3y = c - \delta,$ при досить малому $\delta > 0$ теж проходить через внутрішні точки многокутника. Тому таке значення S не може бути мінімальним. Отже, S приймає мінімальне значення в точках перетину на прямих, заданих рівнянням (1), з межею многокутника $ABCDE$. Легко бачити, що довільна пряма, яка перетинається тільки з межею многокутника, обов'язково проходить через його вершину. Звідки слідує, що цільова функція S приймає найменше значення тільки в вершинах многокутника $ABCDE$. Знайдемо тепер координати вершин та значення S в них: A(0;7), B(0;12), C(5;12), D(17;0), E(7;0).

$S(A) = 162 - 3 \cdot 0 - 3 \cdot 7 = 141;$

$S(B) = 162 - 3 \cdot 0 - 3 \cdot 12 = 126;$

$S(C) = 162 - 3 \cdot 5 - 3 \cdot 12 = 111;$

$S(D) = 162 - 3 \cdot 17 - 3 \cdot 0 = 111;$

$S(E) = 162 - 3 \cdot 7 - 3 \cdot 0 = 141.$

Звідси видно, що найменше значення S приймає в двох точка C і D. Тобто в D при $x = 17;\ y = 0$ і в С при $x = 5;\ y = 12$. Таким чином, найекономічний план перевезення води можна задати двома таблицями:

Завод	Райони		
	1	2	3
1	17	0	0
2	1	12	10

Завод	Райони		
	1	2	3
1	5	12	0
2	13	0	10

Зауважимо, що найдорожче перевезення становить 141 грн. Економія складає 30 грн.

Ми розглянули типову транспортну задачу. Багато питань економіки і планування зводяться до подібного класу задач. В розглянутій задачі цільова функція S лінійна, тому такі задачі називаються **задачами лінійного програмування.**

У **модулі 5** “Диференціальне числення” при розгляді задач, які приводять до поняття похідної, наводяться приклади економічних задач про продуктивність праці, залежність попиту на товар від ціни:

***а*) задача про продуктивність праці.**

Нехай функція $u = u(t)$ виражає кількість виробленої продукції U за момент часу t і необхідно знайти продуктивність праці в момент t_0. За період часу від t_0 до $t = t_0 + \Delta x$ кількість виробленої продукції змінюється від значення $u = u(t_0)$ до значення $u = u(t) = u_0 + \Delta u = u(t_0 + \Delta t)$; тоді середня продуктивність праці за цей період часу $П_{сер.} = \frac{\Delta U}{\Delta t}$. Очевидно, що продуктивність праці в момент t_0 можна визначити як граничне значення середньої продуктивності за період часу від t_0 до $t = t_0 + \Delta x$ при $\Delta t \to 0$, тобто

$$П_{мит.} = \lim_{\Delta t \to 0} П_{сер.} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta U}{\Delta t};$$

***б*) залежність попиту на товар від ціни на нього**. Нехай функція $D = f(P)$ виражає залежність попиту на товар D від ціни на нього P. Тоді товарообіг в грошовому виразі дорівнює добутку реалізованого попиту на ціну товару $Z = P \cdot f(P)$. Ставиться задача: з якою швидкістю змінюється товарообіг при зміні ціни. За проміжок зміни ціни від P_0 до $P = P_0 + \Delta P$, товарообіг змінюється від значення $Z_0 = P_0 \cdot f(P_0)$ до $Z = P \cdot f(P)$, тобто $\Delta Z = Z - Z_0$. Тоді можна знайти середнє значення товарообігу $Z_{сер.} = \frac{\Delta Z}{\Delta P}$. Очевидно, що зміну товарообігу в момент ціни P0 можна визначити як граничне значення Z сер. при $\Delta P \to 0$, тобто $Z_{мит.} = \lim_{\Delta P \to 0} \frac{\Delta Z}{\Delta P}$.

Розглянувши ще кілька різних за характером задач, приходимо до обчислення границь одного й того ж виду. Ця границя відіграє надзвичайно важливу роль в математичному аналізі і по суті є основним поняттям диференціального числення. Вводимо означення похідної.

Увесь модуль завершується матеріалом про *застосування похідної в економічній теорії*: економічну інтерпретацію теореми Ферма, функцію корисності, коефіцієнт еластичності, продуктивність виробництва, функція Кобба – Дугласа та поняття об'єму виробництва.

Можна наводити ще багато прикладів застосування похідної в економіці. Більш детально студенти розглядатимуть це на спецпредметах.

У **модулі 6** "Інтегральне числення", розглядається економічний зміст інтеграла, його використання в економіці:

Нехай функція $y = f(t)$ описує *зміни продуктивності деякого виробництва із зміною часу t.* Знайдемо об'єм продукції П, виробленої за проміжок часу $[0;T]$.

Відмітимо, що якщо продуктивність не змінюється із зміною часу $(f(t) = const)$, то об'єм продукції $\Delta П$, виробленої за деякий проміжок часу $[t; t + \Delta t]$, задається формулою $\Delta \Pi = f(t) \cdot \Delta t$. У загальному ж випадку, розіб'ємо відрізок $[0;T]$ на проміжки точками $0 = t_0 < t_1 < t_2 < \ldots < t_n = \mathrm{T}$.

Для величини об'єму продукції $\Delta П$, виробленої за проміжок часу $[t_{i-1}; t_i]$, маємо $\Delta \Pi_i = f(c_i)\Delta t_i$, де $c_i \in [t_{i-1}; t_i]$, $\Delta t = t_i - t_{i-1}, i = 1, 2, \ldots, n$. Тоді

$$\Pi \approx \sum_{i=1}^{n} \Delta П_i = \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\Delta t_i .$$

При прямуванні найбільшого проміжку Δt_i до нуля кожна із наближених рівностей стає все більш точною, тому $\Pi = \lim_{\Delta t_i \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\Delta t_i$. Враховуючи означення визначеного інтеграла, остаточно отримаємо $\Pi = \int_0^{\mathrm{T}} f(t)dt$, де $f(t)$ – продуктивність праці в момент часу t.

Розглянемо інший приклад. Відомо, що виробнича регресія Кобба – Дугласа має вигляд $y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2}$, де у – обсяг виробництва, x_1 – працезатрати, x_2 – основні засоби виробництва. Якщо рахувати, що затрати праці лінійно залежать від часу, а затрати капіталу незмінні, то дана функція прийме вигляд $y(t) = (\alpha t + \beta) e^{\gamma t}$. Тоді об'єм продукції, що випускається за Т років буде $\Pi = \int_0^{\mathrm{T}} (\alpha t + \beta) e^{\gamma t} dt$.

Розглянемо відому раніше задачу про відсоткові розрахунки в фінансах. Нехай St – кінцева сума, отримана за t років, P – дисконтна (початкова) сума. Якщо проценти прості, то $S_t = P(1+it)$, де $i = \frac{P}{100}$, процентна ставка, тоді $P = \frac{S_t}{1+it}$. Якщо ж проценти складні, то $S_t = P(1+i)^t$ і тому $P = \frac{S_t}{(1+i)^t}$. Нехай дохід, який щорічно надходить змінюється в часі і описується функцією $f(t)$ і при нормі процента, рівній і, процент нараховується безперервно. Можна показати в цьому випадку, що дохід K за час T обчислюється за формулою

$$K = \int_0^T f(t)e^{-it}dt.$$

Розв'язання задач із фаховим змістом є не тільки засобом реалізації інтеграції математики і спец дисциплін, але й методологічним підходом, що дозволяє сформувати у студентів переконання про значимість математики в майбутній професійній діяльності.

1. Швець В.О., Біляні Г.І. Математика: Навчальний посібник. – Чернівці: Зелена Буковина, 2005. – 382 с.

2. Самарук Н.М. Фахова спрямованість мАтематичної підготовки бакалаврів з економіки і менеджменту // Збірник наукових праць, випуск 4, том 1. – Кривий ріг: Видавничий відділ НМетАУ. – 2004. – С. 203-209.

3. Мартиненко М.А., Несторенко Н.В., Новаковська Л.Г. Профілізація курсу математики – важливий засіб активізації навчального процесу // Проблеми освіти. Випуск 18, частина 1: Наук.-метод. зб. – К.:ІЗМН, 1999. – С.73-75.

4. Симкина И.М. Профессионально-ориентированная деятельность – основа обучения высшей математике младших специалистов электротехнического профиля // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – Міжнар. зб. наук. робіт. – Донецьк: Фірма ТЕАН. – 2007. – Вип.28. – С.119-124.

5. Межейнікова М.С. Математичні задачі фінансового змісту у шкільному курсі математики // Науковий часопис: фізика і математика у вищій і середній школі. НПУ ім. М.П.Драгоманова. Вип.1, серія 3. – Київ, 2005. – С.222-224.

6. Орлова Н.Д., Крилова Т.В., Орлова Е.Ю. Применение профессионально-ориентированной технологии обучения для совершенствования математической подготовки магистра // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – Міжнар. зб. наук. робіт. – Донецьк: Фірма ТЕАН. – 2007. – Вип.28. – С.25-30.

7. Працьовитий М.В., Главатьких І.М. Про посилення професійної спрямованості курсу «вища математика» в системі підготовки інженерів-механіків хімічних виробництв // Науковий часопис: фізика і математика у вищій і середній школі. НПУ ім. М.П.Драгоманова. Вип.1, серія 3. – Київ, 2005. – С.250-252.

Резюме. **Билянин Г.И. ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ НАПРАВЛЕННОСТЬ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ МЛАДШИХ СПЕЦИАЛИСТОВ ПО ФИНАНСАМ И ЭКОНОМИКЕ.** *Рассмотрены особенности применения элементов профессионально-ориентированного обучения в процессе изучения курса математики будущих младших специалистов финансово-экономического профиля.*

Summary. **Biljanin G. PROFESSIONAL ORIENTATION OF THE MATHEMATICAL TRAINING THE JUNIOR SPECIALISTS IN FINANCES AND ECONOMICS.** *We examined particularities of applications the elements of professionally-oriented training in the math studying process by future junior specialists of financial-economic specialization.*

Надійшла до редакції 14.11.2008р.

ПРОБЛЕМА РАЗНОУРОВНЕВОГО СОДЕРЖАНИЯ СРЕДСТВ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В КОЛЛЕДЖЕ

Л.И.Майсеня,
кандидат физ.-мат. наук, доцент,
Минский государственный педуниверситет им. М.Танка,
г. Минск, БЕЛАРУСЬ

В статье аргументируется необходимость реализации разноуровневого обучения математике в колледжах. В условиях действия госстандартов, которые регламентируют требования к минимуму содержания и уровню подготовки специалистов-техников, обучение этому минимуму может быть весьма вариативным по форме, содержанию и уровню сложности. В качестве аргументов выступают также полифункциональный характер образовательной системы колледжа, потенциальные различия в будущих образовательных траекториях выпускников, различная степень стартовой математической грамотности абитуриентов колледжа и различная степень обучаемости. Приводится пример созданного комплекса учебных пособий с разноуровневой системой учебных заданий – репродуктивного, продуктивного и творческого типов.

Непрерывность и преемственность математического образования, которые имеют черты стабильности в средней школе, претерпевают разрыв при переходе на ступень колледжа. Этот разрыв особенно ощутим после общего базового образования. Он усугубляется неоднородностью «входящего» уровня математических знаний учащихся. В связи с этим проблема обеспечения преемственности математического образования оказывается сопряженной с проблемой организации дифференцированного подхода в обучении математике. Если речь идет об обучении математике в тех колледжах, где готовят специалистов для наукоемких производств, то мы находимся еще в более непростой методической ситуации, связанной с реализацией фундаментально-прикладного уровня математического образования. Из-за многогранности целевых установок при моделировании содержания математического образования успешное решение возникающих проблем возможно только при условии следования теоретическим предпосылкам гностической, гуманистической и компетентностной парадигм. С одной стороны (начиная с 1-го курса), мы стоим перед проблемой фундаментализации математического образования, поскольку речь идет о подготовке специалистов для наукоемкого производства, с другой – перед проблемой реализации личностно-ориентированного подхода в обучении. За этим стоит формирование средствами математики теоретического типа мышления, прикладных умений и навыков. Все это – в оболочке компетентностного подхода к профессиональному образованию.

При усвоении большого объема учебного материала в условиях ограниченных временных рамок стало традицией, что учащийся проходит учебный путь лишь до умений действовать по образцу. Приобщение учащихся к опыту творческой деятельности в соответствии с его возможностями так и остается желаемым. Большое значение для обеспечения преемственности и реализации дифференцированного подхода в обучении имеет соответствующее проектирование содержания учебников и учебных пособий.

Принято считать, что обучение должно быть доступным и посильным для учащихся, соответствовать их способностям и уровню развития. В условиях действия госстандартов, которые регламентируют требования к минимуму содержания и уровню подготовки специалистов-техников, обучение этому минимуму может быть весьма вариативным по форме, содержанию и уровню сложности. Более того, факт сложности содержания образования носит относительный характер даже в пределах одной аудитории: что сложно для учащихся с относительно низкой стартовой обученностью, может оказаться примитивным для хорошо подготовленных.

Учитывая полифункциональный характер образовательной системы колледжа, потенциальные различия в будущих образовательных траекториях выпускников, различную степень математической грамотности абитуриентов колледжа и различную степень обучаемости, приходим к заключению об *обязательности разноуровневого обучения математике*.

В реальной педагогической практике задача усложняется тем, что к концу 90-х годов в Беларуси оказался утраченным опыт централизованной подготовки специальных средств обучения по математике для системы средних специальных учебных заведений. «Суетливое» использование школьных и вузовских учебников и учебных пособий не способствует созданию размеренного образовательного движения и по содержанию, и по форме, и по методам. К общим трудностям следует прибавить неоднородный стартовый уровень послешкольной математической грамотности учащихся, неоднородный уровень обучаемости математике, по сути, различную ценностную ориентацию и мотивацию учащихся. Указанные факторы привели нас к заключению, что успешное решение методической проблемы обеспечения должного качества математического образования и формирования математической компетентности учащихся возможно, прежде всего, при наличии специальных средств обучения, которые создают предпосылки для организации разноуровневого обучения математике и соответствуют по своему содержанию поставленным в обучении целям. «Под средствами обучения понимаются приспособления, источники и носители учебной информации … Средства обучения, как и методы, выполняют обучающую, воспитывающую и развивающую функции, а также содействуют побуждению учащихся к учебно-познавательной деятельности, управлению этой деятельностью и контролю» [1, с. 44].

Для достижения названных целей нами создан комплекс из шести учебных пособий под общим названием «Математика в примерах и задачах» (первые четыре части [2]-[5] уже изданы с грифом Министерства образования Республики Беларусь в качестве учебного пособия для студентов учреждений, обеспечивающих получение высшего образования, и учащихся учреждений, обеспечивающих получение среднего специального образования по специальностям электротехники, радиотехники и информатики). Разработанные учебные пособия имеют свою упорядоченную структуру, которая реализована во всех частях издания: по всем темам дана краткая теоретическая информация, приведено определенное количество задач с решениями и – самое главное – содержится иерархическая система заданий. Задания «разбиты» на три уровня сложности, что позволяет обеспечить процесс разноуровневого обучения математике не только в одной конкретной учебной группе, но и потенциально в системе колледжей для различных специальностей и различного типа математического образования. Градация заданий произведена следующим образом:

1-й уровень – задания репродуктивного типа;

2-й уровень – задания продуктивного типа;

3-й уровень – задания творческого типа.

Мы исходим из того, что реализация педагогом лишь репродуктивного типа обучения не является оптимальной для перспективы развития учащегося, т.к. не создаются должным образом предпосылки для развития всех видов мышления, разносторонних качеств ума, разноплановых стилей мышления. Формирование мыслительных операций и познавательных умений происходит в ограниченном объеме. Получение математического образования в таком случае сводится к заучиванию некоторого объема математических сведений, к решению задач по образцу, к «зубрежке». Математические знания, полученные таким путем, могут стать бесполезными и абстрактными. Использование репродуктивных методов и методик в качестве подготовки к продуктивному типу и в комплексе с ним создает все предпосылки для оптимального умственного развития учащихся и реализации деятельностного подхода с целью **саморазвития** учащихся. В этом и состоит значение включенных нами в пособие задач 1-го уровня.

Различные личностные возможности учащихся и закономерности интеллектуального развития требуют, чтобы средства обучения содержали учебный материал, обеспечивающий как репродуктивный, так и продуктивный типы обучения. Репродуктивный тип обучения в преобладающей степени соответствует эмпирическому типу интеллектуальной активности учащегося, продуктивный – теоретическому типу.

Продуктивный тип учения создает условия для творческого роста личности, обеспечивает развитие индивидуальных способностей каждого учащегося и создает базу для самообучения и самообразования. Деятельность педагога в таком случае направлена не столько на передачу математической информации, сколько на организацию учения, самообучения, самовыражения, саморазвития неповторимой личности каждого учащегося. Этому призваны служить предлагаемые нами в учебных пособиях задания 2-го уровня.

Для тех учащихся, чей математический «багаж» велик, чья учебная деятельность достаточно активна и самостоятельна, чья дальнейшая образовательная траектория прогнозируется как *университет – магистратура – аспирантура*, в их образовании должен широко использоваться *метод научного образования* (по А. О. Карпову [6]). Целью его использования является формирование стиля научного мышления у способных и одаренных учащихся. Учитывая популярность колледжей в Беларуси, такие молодые люди не являются редким исключением из контингента учащихся. В таком случае стиль научного мышления следует воспринимать «не просто как сильную сторону индивидуального ума, но зачастую как желательное приобретение и даже острую необходимость для автономного состояния личности» [6, с. 20]. Поэтому учебный материал обязательно должен содержать определенную часть для способных учащихся. По нашему замыслу это задания 3-го уровня.

В будущей профессиональной деятельности выпускников колледжа проблемная ситуация будет возникать перманентно и перманентно от них потребуется готовность разрешить ее. Математическая компетентность, находясь в контексте профессиональной компетентности, предполагает сформированность у будущего специалиста готовности входить в проблемное пространство и способности выходить из него путем решения проблемы. В связи с этим воспитание и формирование этих качеств является методически актуальной задачей. В условиях разноуровневого обучения степень сложности предлагаемой учащемуся проблемной ситуации учебного задания зависит от уровня теоретической и практической готовности учащегося решить эту проблему.

Разрабатывая упомянутые средства для организации разноуровневого обучения, мы исходили из того, что методически обоснованной является такая дидактическая система обучения, в которой каждое искомое решение в цепи обучающих проблем логически вытекает из предшествующих этапов когнитивного, практического, эмоционального роста учащегося. Здесь следует учитывать, что слишком сложная проблемная ситуация может сыграть регрессивную роль, снижая познавательную мотивацию и дестабилизируя умственную активность учащихся. Часто это проявляется даже во внешнем поведении группы. Такой отрицательный эффект возникает, если для решения поставленной математической проблемы от учащихся требуется не свойственный им уровень мыслительной деятельности и если педагог переоценивает степень самостоятельности учащихся в решении этой задачи, т. е. если проблемная ситуация находится за пределами зоны ближайшего развития. Организуя разноуровневое обучение с помощью разработанных пособий, такая ситуация преодолевается достаточно успешно, т.к. каждый учащийся получает возможность сознательно выбирать свой посильный уровень сложности решаемых заданий. Использование системы заданий различного уровня позволяет обеспечить достаточное разнообразие подготовки: от учащихся с замедленным темпом усвоения до способных к математике учащихся. Структура книг создает также предпосылки для успешного математического самообразования.

Разрабатывая комплекс учебных пособий «Математика в примерах и задачах», мы ставили перед собой цель создания именно *системы* задач для обеспечения процесса обучения математике в колледжах. Заметим, что задача – это всякая операционально и диагностично выраженная цель (по М.Е.Бершадскому). Как известно, характеристиками системы являются целостность, структурность, иерархичность. В названных учебных пособиях [2-5] представлена совокупность задач, последовательно связанных между собой логикой развития математической теории, педагогически адаптированной в содержании учебного материала. В данном пособии представлены задачи по всем темам курсов *математика* и *высшая математика*, изучаемых в колледже (после общего базового образования) на различных уровнях сложности, поэтому система задач характеризуется целостностью.

В качестве примера обратимся к содержанию только одного параграфа 1.2 «Множества и операции над ними. Числовые множества» учебного пособия [2]. Согласно рабочей программе это вторая учебная тема на первом курсе.

После краткой теоретической информации, представленной в справочном стиле, в параграфе содержатся решения следующих 4-х примеров.

Пример 1. Доказать равенство $A\setminus(A\setminus B)=A\cap B.$

Пример 2. На первом курсе учатся 200 студентов. Из них своевременно сдали зачет по математике 175 человек, а по физике – 185 человек. Не сдали зачет ни по математике, ни по физике 10 человек. Сколько студентов сдали оба зачета?

Пример 3. Сократить дробь

$$\frac{(2n-1)!+(2n)!}{(2n+1)!}.$$

Пример 4. Вычислить сумму

$$\sum_{n=1}^{7}\frac{(-1)^{\left[\frac{n}{2}\right]}}{(n-1)!}.$$

Задания

I уровень

1.1. Пусть $A=[-2,3]$, $B=(-\infty,0)$, $C=[0,4)$. Найдите множество:
1) $A\cup B$; 2) $A\cap B$; 3) $B\cup C$; 4) $B\cap C$; 5) $A\cup(B\cap C)$; 6) $A\setminus(B\cap C)$.

1.2. Пусть A – множество натуральных делителей числа 15; B – множество простых чисел, меньших 10; C – множество четных чисел, меньших 9. Найдите множество:
1) $A\cup B$; 2) $A\cap B$; 3) $B\cap C$; 4) $(A\cup C)\cap B$; 5) $A\cup(C\cap B)$; 6) $A\cap B\cap C$.

1.3. В группе учатся 28 студентов,

каждый из которых умеет кататься на лыжах или коньках. При этом 20 человек умеют кататься на лыжах, 15 человек – на коньках. Определите, сколько студентов умеют кататься и на коньках, и на лыжах.

1.4. Задано некоторое количество натуральных чисел, которые кратны или числу 2, или числу 3. Известно, что числу 2 кратны 10 чисел; числу 3 кратны 7 чисел; и числу 2, и числу 3 кратны 4 числа. Определите общее количество заданных чисел.

1.5. Все 25 человек класса сходили в театр или кино. Известно, что 20 человек были в кино, 10 человек – и в театре, и в кино. Сколько человек было в театре?

1.6. Вычислите:

1) $3!+2!$; 2) $\frac{5!}{3!}$; 3) $\frac{(2\cdot 3)!}{2\cdot 3!}$; 4) $\frac{(5-2)!}{5!-2!}$.

1.7. Сократите дробь:

1) $\frac{(n+1)!}{2\cdot n!}$; 2) $\frac{(2n)!}{(2n+1)!}$.

1.8. Определите целую и дробную части числа:

1) 1,02; 2) –1,2; 3) $\frac{3}{2}$;

4) $\frac{3}{28}$; 5)–5,2; 6) 3,25.

1.9. Вычислите выражение:

1) $[2{,}8]+3[-2{,}8]-2\{2{,}25\}$;

2) $\frac{\{6{,}25\}}{[5{,}25]}+[-7{,}08]$.

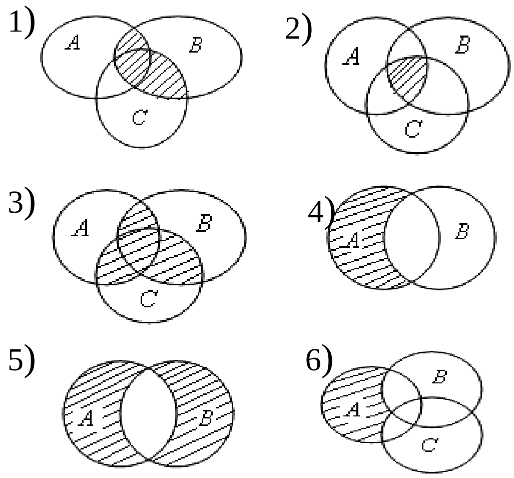
1.10. Запишите сумму, указав каждое слагаемое, и вычислите ее:

1) $\sum_{n=1}^{5}\frac{1}{n}$; 2) $\sum_{n=2}^{6}\frac{(-1)^n}{n-1}$;

3) $\sum_{n=0}^{4}\frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)!}$.

II уровень

2.1. Запишите, с помощью каких операций над множествами *A, B, C* получено заштрихованное множество на рис. 1.9:



2.2. Пусть $A=[-\infty;2]$, $B=[-3;5)$ – подмножества универсального множества $U=\mathbf{R}$. Найдите множество:

1) $A\cup\overline{B}$; 2) $\overline{A}\cap B$;

3) $\overline{A\cup B}$; 4) $\overline{A}\cap\overline{B}$.

2.3. Заданы множества:

$$A=\{a_n \mid a_n=2n, n\in\mathbf{N}\};$$

$$B=\{b_n \mid b_n=4n-2, n\in\mathbf{N}\};$$

$$C=\{c_n \mid c_n=4n+2, n\in\mathbf{N}\}.$$

Найдите множество:

1) $A\cup B$; 2) $A\cap B$;
3) $B\setminus C$; 4) $A\setminus B$;
5) $A\cap B\cap C$; 6) $A\cup B\cup C$.

2.4. В школе 1400 учеников. Из них 1250 умеют кататься на лыжах, 952 – на коньках. Ни на лыжах, ни на коньках не умеют кататься 60 учащихся. Сколько учащихся умеют кататься и на лыжах, и на коньках?

2.5. В группе из 100 туристов 70 человек знают английский, 45 французский и 23 человека знают оба языка. Сколько туристов в группе не знают ни английского, ни французского языка?

2.6. В штучном отделе магазина посетители обычно покупают либо один торт, либо одну коробку конфет, либо один торт и коробку конфет. В один из дней было продано 57 тортов и 36 коробок конфет. Сколько было покупателей, если 12 человек купили и торт, и коробку конфет?

2.7. В первом туре олимпиады участвовали 100 студентов, из них 70 человек получили право участвовать во втором туре олимпиады по физике, 45 – по математике. Известно, что 23 человека могут участвовать во втором туре и по физике, и по математике. Сколько студентов не допущено ко второму туру ни по физике, ни по математике?

2.8. Сравните дроби:

1) $\dfrac{(2n)!-(2n-2)!}{(2n-1)!}$ и $\dfrac{(2n)!+(2n-2)!}{(2n+2)!}$;

2) $\dfrac{(2n-1)!+(2n+1)!}{n(2n)!}$ и $\dfrac{(2n)!+n^2(2n-1)!}{(2n+2)!}$.

2.9. Сократите дробь и упростите полученное выражение:

1) $\dfrac{(n-1)!+3n!}{(n+1)(n-1)!-(n-2)!}$;

2) $\dfrac{(n-1)!+(n-3)!}{2n^2(n-3)!+(n-2)!}$;

3) $\dfrac{2nn!-3(n-1)!}{(n+1)!-4n!}$;

4) $\dfrac{(2n)!+(2n+2)!}{(2n-2)!-(2n)!}$.

III уровень

3.1. Для универсального множества **R** рассматриваются подмножества

$$A=\left\{x\,\middle|\,x^2-4\le 0,\ x\in\mathbf{R}\right\},$$

$$B=\left\{x\,\middle|\,x^2-6x+5>0,\ x\in\mathbf{R}\right\}.$$

Найдите множество:

1) $A\cap\overline{B}$;

2) $\overline{A\cup B}$;

3) $\overline{(A\cap\overline{B})}\setminus B$.

3.2. Докажите включение:

1) $\left((A\cup B)\setminus C\right)\subset\left(A\cup(B\setminus C)\right)$;

2) $\left((A\cap B)\setminus C\right)\subset\left((A\cup B)\setminus C\right)$.

3.3. Докажите равенство:

1) $\left(A\setminus B\right)\cup(B\setminus A)=(A\cup B)\setminus(A\cap B)$;

2) $(A\setminus B)\setminus C=A\setminus(B\cup C)$.

3.4. Среди абитуриентов, которые успешно выдержали вступительные экзамены в университет, оценку «отлично» получили: по математике – 48 человек; по физике – 37; по белорусскому языку – 42; по математике или физике – 75; по математике или белорусскому языку – 76; по физике или белорусскому языку – 66; по всем трем дисциплинам – 4. Выясните: 1) сколько абитуриентов получили хотя бы одну пятерку; 2) сколько человек получили только одну пятерку.

3.5. В школьной олимпиаде по математике участвовали 100 человек, по физике – 50, по информатике – 48. Когда учеников опросили, в скольких олимпиадах они участвовали, ответ «в двух» дали вдвое меньше человек, чем «в одной», а «в трех» – втрое меньше, чем «в одной». Сколько всего учеников участвовало в этих олимпиадах?

3.6. Из 100 абитуриентов на первом экзамене получили отличные и хорошие оценки 80 %, на втором экзамене – 72 %, на третьем – 60 %. Какое может быть наименьшее число абитуриентов, получивших отличные и хорошие оценки на всех трех экзаменах?

3.7. Выясните, при каком натуральном n справедливо неравенство и докажите его методом математической индукции:

1) $2^n<n!$;

2) $n^n>2^n\cdot n!$;

3) $\dfrac{4n}{n+1}\left(n!\right)^2>2n!$.

Заключение. При создании разноуровневой подборки задач в пособиях [2-5] мы исходили из того, что интеллектуальная активность учащегося, способность к познанию могут быть сформированы только в случае включения его в поэтапную деятельность от репродуктивного до творческого характера. Только в том случае, если содержание учебника, учебного пособия «направлено на стимулирование самостоятельного поиска учащегося, его научного и творческого мышления, а форма предъявления учебного материала следует за естественным ходом восприятия информации, становится реальным развитие личности, способной к самовыражению, с продуктивным отношением к миру, со свободным мышлением, с умением конструктивно решать проблемы» [7, с. 17].

В заключение отметим следующее. При совершенствовании математического образования важно активизировать познавательную деятельность учащихся, которая является необходимым компонентом учебной деятельности. Роль педагога, наставника сводится к обеспечению условий для превращения ученика в субъекта учебной деятельности, превращения ученика в **учащегося**, который учиться самостоятельно, мотивированно и с интересом.

1. Цыркун И.И. Генеративное обучение педагогике: программно-методический комплекс для организации самостоятельной работы студентов / И.И.Цыркун, Л.А.Козинец, В.Н.Пунчик. – Минск: Жасскон, 2005. – 192 с.

2. Математика в примерах и задачах: учеб. пособие для учащихся колледжей: в 6 ч. / под общ. ред. Л.И.Майсеня. – Минск: МГВРК, 2006. – Ч. 1: Алгебраические уравнения и неравенства. Функции. Логарифмы / Л.И.Майсеня, С.Б.Махнач, Д.И.Радюк, Н.И.Романовская. – 2006. – 226 с.

3. Математика в примерах и задачах: учеб. пособие для учащихся колледжей: в 6 ч. / под общ. ред. Л.И.Майсеня. – Минск: МГВРК, 2006. – Ч. 2: Тригонометрия. Векторы. Аналитическая геометрия на плоскости. Предел. Производная. Стереометрия / Л.И.Майсеня, С.Б.Махнач, М.А.Калугина, Е.В.Уласевич, Т.В.Есипович. – 2007. – 274 с.

4. Математика в примерах и задачах: учеб. пособие для учащихся колледжей: в 6 ч. / под общ. ред. Л.И.Майсеня. – Минск: МГВРК, 2006. – Ч. 3: Линейная алгебра. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия в пространстве. Предел и непрерывность функции. Дифференциальное исчисление. Функции многих переменных / Л.И.Майсеня, М.А.Калугина, Е.В.Уласевич, Н.В.Михайлова. – 2007. – 282 с.

5. Математика в примерах и задачах: учеб. пособие для учащихся колледжей: в 6 ч. / под общ. ред. Л.И.Майсеня. – Минск: МГВРК, 2006. – Ч. 4: Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Несобственные интегралы. Дифференциальные уравнения / Л.И.Майсеня, М.В.Ламчановская, Н.В.Михайлова. – 2007. – 248 с.

6. Карпов А.О. Научное образование в контексте новой педагогической парадигмы / А.О.Карпов // Педагогика. – 2004. – № 2. – С.20–27.

7. Матюшонок В.И. Учет возрастных особенностей познавательной сферы учащихся при создании учебника / В.И.Матюшонок // Веснік адукацыі. – 2006. – № 2. – С. 17–23.

Резюме. **Майсеня Л.И. ПРОБЛЕМА РІЗНОРІВНЕВОГО ЗМІСТУ ЗАСОБІВ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В КОЛЕДЖІ.** *У статті розглядається проблема організації різнорівневого навчання математики в коледжі та створення спеціальних засобів навчання.*

Summary. **Maisenia L. THE PROBLEM OF MULTILEVEL CONTENT OF MATHEMATICAL TRAINING MEANS IN THE COLLEGE.** *The article deals with the problem of the organization the multilevel training of mathematics in the college and the creation the special means of training.*

Надійшла до редакції 25.10.2008 р.

МЕТОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ПРОФЕССИОНАЛЬНО НАПРАВЛЕННОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ УЧАЩИХСЯ ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ КОЛЛЕДЖЕЙ

И.Ю.Мацкевич,
аспирант,
Белорусский государственный педуниверситет им. М.Танка,
г. Минск, БЕЛАРУСЬ

Исследуется проблема теоретической разработки и практического внедрения в учебно-воспитательный процесс модели методической системы профессионально направленного обучения математике учащихся технических специальностей колледжей. В подчинение главной цели – формирования у выпускников математических компетенций как неотъемлемого компонента образовательных компетенций – дается научное обоснование дидактическим принципам организации профессионально направленного обучения математике и проводится терминологический анализ понятия математическая образовательная компетентность.

Аннотация. *Исследуется проблема проектирования методической системы профессионально направленного обучения математике учащихся технических специальностей колледжей. Конкретизируются дидактические принципы организации профессионально направленного обучения математике, производится их научное обоснование.*

Введение. Понятие *методической системы* обучения было введено А.М.Пышкало и включало цели, содержание, методы, средства и формы обучения. В дальнейшем оказалось целесообразным строить модель методической системы с учетом ее внешней среды как совокупности факторов, оказывающих влияние на ее функционирование.

Наиболее известными исследователями в области теоретической разработки и практической реализации моделей различных методических систем являются Л.В.Занков (система начального обучения), М.И.Махмутов (система проблемного обучения), Г.И.Щукина, В.С.Ильин (формирование познавательной активности учащихся), П.И.Пидкасистый (развитие познавательной самостоятельности школьников) и др.

Обратимся к проблеме теоретической разработки и практического внедрения в учебно-воспитательный процесс модели методической системы профессионально направленного обучения математике учащихся технических специальностей колледжей. Нам видится вполне логичным считать обучение математике профессионально направленным в том случае, когда применяется методическая система, в рамках которой предусмотрено взаимодействие преподавателя и обучаемого с целью формирования у выпускника математических компетенций как неотъемлемого компонента образовательных компетенций.

Попробуем уяснить смысл понятия *образовательная компетенция*, которое будет использовано нами в дальнейшем. Образовательные компетенции можно рассматривать как «совокупность требований к качеству подготовки учащихся в одной или нескольких образовательных областях» [1, с. 67], но за базисную основу лучше взять определение А.Хуторского, в котором конкретизируется смысловое наполнение абстрактно сформулированных требований. Согласно этому определению, «***образовательная компетенция*** *– это совокупность взаимосвязанных смысловых ориентаций, знаний, умений, навыков и опыта деятельности ученика, необходимых, чтобы осуществлять личностно и* *социально значимую продуктивную деятельность по отношению к объектам реальной действительности*» [2, с. 62].

Обратимся к терминологическому анализу, проведенному в монографии Л.И.Майсеня, где не только вводится термин *математическая компетенция*, являющийся видовым по отношению к родовому понятию *образовательная компетенция*, но и дается научное обоснование иерархии этих понятий. Если рассматривать математические компетенции выпускников колледжей, как в контексте образования, так и в контексте профессиональной деятельности, то они и проявляются в двух направлениях: «как вид специальных компетенций в составе спектра профессиональных компетенций… и как исходные образовательные компетенции» [3, с. 324]. Для более полного раскрытия содержания понятия *профессиональные компетенции* отметим, что они представляют собой «владение на достаточно высоком уровне собственно профессиональной деятельностью в определенной области; способность проектировать свое дальнейшее профессиональное развитие; умение профессионально общаться; способность нести профессиональную ответственность за результаты своего труда» [4, с. 10]. Будем считать, что *математические образовательные компетентности* – это «наиболее общие математические способности и умения, включающие математическое мышление, математическую аргументацию, постановку и решение математической проблемы, математическое моделирование, использование различных форм представления математических объектов и ситуаций, использование математического языка, коммуникативные умения (письменная и устная математическая речь), использование современных технических средств» [3, с. 340].

Основная часть. Под ***методической системой профессионально направленного обучения математике*** будем понимать целостную динамическую структуру, ориентированную на формирование математических образовательных компетенций и включающую в себя комплекс целей, содержания, методов, форм и средств профессионально направленного обучения, а также совокупность внешних факторов, влияющих на ее функционирование.

Проектирование модели методической системы профессионально направленного обучения математике учащихся технических специальностей колледжей включает в себя обоснование целей изучения математики, систематизацию и конкретизацию дидактических принципов, организационных форм, методов и средств обучения, а также способов формирования устойчивой положительной мотивации к изучению дисциплин математического цикла. При этом необходимо учесть взаимосвязь всех структурных компонентов этой системы и соотнести их с главной целью обучения математике – сформировать специалиста, обладающего не только фундаментальными, знаниями, умениями и навыками, но и математическими компетенциями.

В русле такого видения ситуации главная цель обучения трансформируется в несколько подцелей:

- формирование у учащихся математических компетенций, необходимых в будущей профессиональной деятельности и с целью продолжения непрерывного образования, в состав которых включены следующие основные компоненты: система математических знаний, умений, навыков и способов деятельности; интеллектуальные, познавательные и общие учебные умения; положительная мотивация к изучению цикла математических и специальных дисциплин; ряд личностных качеств (самостоятельность, активность, критичность, целеустремленность, стремление к самореализации и др.);
- овладение учащимися основными общенаучными методами познания и специальными эвристиками с целью использования их для решения практических задач математики, физики и специальных дисциплин;
- формирование у учащихся пред-

ставлений о методологическом значении и роли математики в научно-техническом прогрессе, современном производстве.

С учетом обозначенных целей обучения учащихся конкретизируем основные задачи исследования методической системы профессионально направленного обучения математике, реализуемого нами в ведущем колледже Республики Беларусь – Минском государственном высшем радиотехническом колледже (МГВРК): выявление роли и места курса высшей математики в профессиональной подготовке специалистов по различным специальностям; обоснование целей и дидактических принципов изучения математики; систематизация и конкретизация организационных форм, методов и средств обучения математике в зависимости от раздела или темы; отбор и оптимальное структурирование профессионально направленного преемственного содержания курса высшей математики с учетом специальности обучения, логики науки в условиях информатизации образования; построение специального курса «Приложения высшей математики в физике и электронике», разработанного с опорой на имеющиеся у учащихся фундаментальные математические знания, умения и навыки; создание новой системы упражнений, носящей профессионально направленный характер и допускающей для их решения применение компьютеров; диагностика результатов учебно-познавательной деятельности учащихся.

Отметим, что к внешним факторам рассматриваемой нами системы могут быть отнесены следующие аспекты: математика как динамично развивающаяся отрасль естественнонаучного знания; методика преподавания математики; психолого-педагогические закономерности, определяющие усвоение учебного материала; информационная образовательная среда; результаты научных исследований в области педагогики, психологии, социологии; периодическое обновление предметных знаний в области электроники (а, следовательно, и предметной области специальных дисциплин) и необходимость установления новых междисциплинарных связей с математикой; востребованность математического образования в будущей профессиональной деятельности учащихся; учебно-программная документация, регламентирующая учебно-воспитательный процесс профессиональной подготовки специалистов в техническом колледже; «структура личности и закономерности ее развития» [5, с. 31]; мотивация студентов к обучению математическим дисциплинам; квалификация педагогов и др.

Сконцентрируем внимание на принципах организации профессионально направленного обучения математике, исходя из того, что «*принцип – это инструментальное, данное в категориях деятельности выражение педагогической концепции, это методическое выражение познанных законов и закономерностей, это знание о целях, сущности, содержании, структуре обучения, выраженное в форме, позволяющей использовать их в качестве регулятивных норм практики*» [6, с. 35].

Ведущую роль в функционировании профессионально направленной методической системы обучения математике играет принцип *фундаментальности и профессиональной направленности*, двойственность (парность) которого, заложенная в самом названии, стала «шагом вперед в понимании взаимодействия принципов» [6, с. 38]. Выясним содержательное наполнение этого системообразующего принципа, который «требует верного соотнесения ориентации на широкую эрудицию и узкую специализацию, фундаментальность и технологичность в процессе подготовки и в результатах обучения, успешного общего развития и развития специальных способностей личности» [6, с. 40] и выражается в «ориентации на изучение общих научных основ … или на конкретную профессию» [6, с. 40].

Теоретической основой фундаментализации образования является философский закон о единстве мира, проявляющийся во взаимосвязи его культурной, научной и практической составляющих. Эта объективно существующая диалектическая связь должна быть отражена при организации учебно-воспитательного процесса в любом учреждении образования. Исходя из того, что «фундаментализация образования на современной основе означает его направленность на… обобщенные и универсальные знания, на формирование общей культуры и на развитие обобщенных способов мышления и деятельности» [7, с. 53], а профессионализация есть «введение в учебные курсы профессионально значимого материала и профессионально значимых умений» [8, с. 56], в нашем исследовании будем придерживаться следующей трактовки: подчинение методической системы обучения математике учащихся технических специальностей колледжей принципу фундаментальности и профессиональной направленности означает ориентацию этой системы на тесную связь математики с общепрофессиональными и специальными дисциплинами, соответствующими будущей профессиональной деятельности учащихся, в условиях осмысленного сочетания фундаментальной и углубленной математической подготовки.

Последовательной реализации проанализированного выше принципа способствуют все остальные принципы, являющиеся производными от упомянутого ведущего и конкретизирующие его.

На наш взгляд, общеметодологическая проблема соотношения фундаментализации и профессионализации образования при рассмотрении ее в методическом аспекте проецируется в проблему соотношения двух параллально протекающих и взаимосвязанных процессов – дифференциации (специализации) и интеграции обучения. Так как дифференциация наук (следовательно, и соответствующих им учебных дисциплин) диалектически сочетается с их интеграцией, это должно отражаться в образовательной практике подготовки специалистов, не только компетентных в той или иной профессиональной сфере, но и обладающих широким кругозором, вооруженных системным мировоззрением, способных решать комплексные проблемы на стыке различных областей.

Таким образом, в тесной связи с рассмотренным дидактическим принципом находится *принцип дифференциации и интеграции обучения*. Согласно В.И.Загвязинскому, «современное научное знание должно предстать перед учащимися структурно целостным, не расчлененным на факты, идеи, теории, методики исследования, следствия и способы применения» [6, с. 41]. Примерно такой точки зрения придерживались многие ученые. На необходимость установления взаимосвязей между учебными дисциплинами в процессе обучения указывали в своих работах Я.А.Коменский, Дж.Локк, А.Дистервег, К.Д.Ушинский, Н.К.Крупская, Б.П.Есипов, И.Д.Зверев, П.Г.Кулагин, В.Н.Максимова, Г.Ф.Федорец и др.

Особенности протекания научно-технического прогресса, интенсификация производства, повышение его наукоемкости на современном этапе развития общества приводят к необходимости «синтеза общеобразовательных, общетехнических и специальных знаний и умений в обучении учащихся» [9, с. 162], что в условиях профессионально направленного обучения математике актуализирует проблему реализации *принципа междисциплинарности обучения*, который «предполагает согласованное изучение теорий, законов, понятий, общих для родственных предметов, общенаучных методологических принципов и методов познания, формирование общеучебных приемов мышления» [8, с. 65]. Это способствует более полной реализации методологической функции математики, так как подводит учащихся к мировоззренческим выводам о взаимосвязи научных теорий и методов познания, к формированию в их сознании единой естественнонаучной картины мира.

Ввиду того, что фундаментальную составляющую имеют практически все дисциплины общепрофессионального и специального блоков, оказалось принципиально возможным отразить междисциплинарную связь названных блоков с блоком математических дисциплин.

При теоретическом анализе процессов интеграции и дифференциации учебных дисциплин будем считать, что «*межпредметные связи есть педагогическая кате-*

гория для обозначения синтезирующих, интегративных отношений между объектами, явлениями и процессами реальной действительности, нашедших свое отражение в содержании, формах и методах учебно-воспитательного процесса и выполняющих образовательную, развивающую и воспитывающую функции в их органическом единстве» [10, с. 33].

Поскольку межпредметные связи выступают как эквивалент межнаучных, их методологической основой является процесс интеграции и дифференциации научного знания, а психологической основой – «образование межсистемных ассоциаций, которые позволяют отразить многообразные предметы и явления реального мира в их единстве и противоположности, в их многосторонности и противоречиях» [8, с. 65].

Мы исходили из того, что от будущей специальности студента зависят «содержание и объем курса математики, отбор математических понятий и фактов, отбор методов, общность и детализация изложения, подбор примеров, иллюстрирующих применение изучаемых математических понятий и методов к решению прикладных задач» [11, с. 72]. К тому же, проектирование содержания обучения осуществлялось в контексте того, что «вместе со знаниевым компонентом акцентируются способы получения информации и ее преобразования, а также использование знаний в различных ситуациях. Это ведет к усилению прикладного, практического и межпредметного аспектов в математическом образовании» [3, с. 325]. При подборе содержания математического обучения междисциплинарная интеграция обеспечивается общностью элементов содержания обучения математике и специальным дисциплинам, а дифференциации осуществляется в рамках конкретного предмета, согласно дидактической классификации учебного материала по его значимости, преемственности и требуемому уровню усвоения, а также с учетом индивидуальных способностей учащихся.

Научным критерием выявления связей блока математических дисциплин с общепрофессиональными и специальными дисциплинами был определен качественный показатель востребованности и значимости определенных математических разделов в тех или иных дисциплинах упомянутых блоков, хотя нами частично учитывался и количественный показатель – число элементов математических знаний, используемых в специальных дисциплинах. При этом для выявления междисциплинарных связей между названными блоками дисциплин оказалось целесообразным параллельное применение структурно-функционального метода и системного анализа.

Поскольку для полноценного функционирования методической системы профессионально направленного обучения математике необходима полноценная реализация всех ее компонентов, на всех образовательных ступенях процесс обучения математике должен быть подчинен *принципам преемственности* и *непрерывности*. При этом преемственность в обучении представляет собой «закономерное, планомерное, поэтапное и взаимосвязанное чередование зон развития в процессе движения учащихся по ступени обучения, проявляющееся в целенаправленном изменении меры каждого этапа развития» [12, с. 232]. Хорошо организованное обучение представляет собой непрерывную и целенаправленную смену зон развития и с наибольшей полнотой и интенсивностью осуществляется в сфере зон ближайшего развития.

Чтобы математика не занимала в сознании учащихся нишу абстрактной дисциплины, процесс обучения должен быть подчинен *принципу мотивации* к изучению дисциплин математического цикла и созданию положительного отношения к учению вообще, так как от мотивов учения зависит направленность и степень активности учащихся в процессе обучения.

Заключение. Эффективность функционирования теоретически разработанной модели методической системы профессионально направленного обучения математике была установлена в ходе проведенной нами на базе МГВРК экспериментальной работы. При оценке начального и итогового уровней сформированности математических образовательных компетентностей учащихся мы придерживались предложенного Л.И.Майсеня [3] компонентного состава математических компетентностей, представленного знаниевым, деятельностным и ценностно-мотивационным комплексами, для каждого из которых была проведена последующая уровневая классификация.

Учет дидактических закономерностей процесса обучения математике в целенаправленном формировании математических образовательных компетентностей учащихся колледжей позволил усилить положительную мотивацию учащихся на получение математических знаний, активизировать их познавательную деятельность, укрепить междисциплинарные связи математики со специальными дисциплинами и, следовательно, улучшить качество подготовки востребованных обществом специалистов.

1. Полонский В.М. Словарь по образованию и педагогике / В.М. Полонский. – М.: Высшая школа, 2004. – 512 с.

2. Хуторской А. Ключевые компетенции как компонент личностно-ориентированной парадигмы образования / А. Хуторской // Народное образование. – 2003. – № 2. – С. 58-64.

3. Майсеня Л.И. Развитие содержания математического образования учащихся колледжей: теоретические основы и прикладные аспекты: монография / Л.И. Майсеня. – Минск: МГВРК, 2008. – 540 с.

4. Петров А. Профессиональная компетентность: понятийно-терминологические проблемы / А. Петров // Alma Mater: Вестник высшей школы. – 2004. – № 10. – С.7-10.

5. Саранцев Г.И. Методическая система обучения предмету как объект исследования / Г.И. Саранцев // Педагогика. – 2005. – № 2. – С. 30-36.

6. Загвязинский В.И. Теория обучения: Современная интерпретация: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В.И.Загвязинский. – М.: Издательский центр «Академия», 2001. – 192 с.

7. Садовников Н.В. Фундаментализация современного вузовского образования / Н.В. Садовников // Педагогика. – 2005. – № 7. – С. 49-54.

8. Попков В.А. Дидактика высшей школы: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. – 2-е изд., испр. и доп. / В.А.Попков, А.В. Коржуев. – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 192 с.

9. Максимова В.Н. Межпредметные связи в процессе обучения / В.Н. Максимова. – М.: Просвещение, 1988. – 192 с.

10. Федорец Г.Ф. Межпредметные связи в процессе обучения / Г.Ф.Федорец. – Ленинград: ЛГПИ им. А.И. Герцена, 1983. – 88 с.

11. Кудрявцев Л.Д. Современная математика и ее преподавание / Л.Д.Кудрявцев. – М.: Наука, 1980. – 144 с.

12. Сманцер А.П. Педагогические основы преемственности в обучении школьников и студентов: теория и практика / А.П.Сманцер. – Минск: БГУ, 1995. – 289 с.

***Резюме*. Мацкевич И.Ю. МЕТОДИЧНА СИСТЕМА ПРОФЕСІЙНО СПРЯМОВАНОГО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ УЧНІВ ТЕХНІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ КОЛЕДЖІВ.** *Досліджується проблема проектування методичної системи професійно направленого навчання математики учнів технічних спеціальностей коледжів. Конкретизуються дидактичні принципи організації професійно направленого навчання математики, здійснюється їх наукове обґрунтування.*

***Summary.* Matskevich I. THE METHODICAL SYSTEM OF PROFESSIONALLY DIRECTED MATHEMATICAL EDUCATION OF TECHNICAL SPECIALITIES IN COLLEGES.** *The projection problem of methodical system the professionally directed mathematical education of technical specialities in colleges is investigated. Didactic principles of professionally directed education to mathematics organization are concretized and their scientifical basis are taking place.*

Надійшла до редакції 6.11.2008 р.

ПРОФЕСІЙНО-СПРЯМОВАНА ЛЕКЦІЯ З МАТЕМАТИКИ – ШЛЯХИ УДОСКОНАЛЕННЯ

Н.М.Полякова,
викладач,
ДВНЗ «Донецький державний коледж харчових технологій і торгівлі»,
м. Донецьк, УКРАЇНА

Професійно-орієнтована лекція – це елемент курсу навчання математики, який застосовується для викладення об'ємного теоретичного матеріалу і забезпечує цілісність і закінченість сприйняття студентами можливостей застосування математичних методів до розв'язання завдань профільних дисциплін, залежно від професійної направленості навчального закладу.

Основними формами організації навчального процесу у вищих закладах освіти є: навчальні заняття, виконання індивідуальних завдань, самостійна робота студентів, практична підготовка і контрольні заходи.

Відповідно, основними видами навчальних занять є: лекція, лабораторні, практичні, семінарські заняття, консультація [7].

Мета даної статті – проаналізувати недоліки, переваги, шляхи удосконалення лекційного заняття – як форми проведення професійно-орієнтованих занять з математики, розкрити проблеми, які виникають під час підготовки лекційних занять, надати методичні рекомендації молодим викладачам.

Аналіз недоліків і переваг лекційних занять.

В поданому вище переліку лекція, і професійно-орієнтована лекція зокрема, на нашу думку, виступає як провідний елемент всього курсу навчання математики і слугує для викладення значної кількості теоретичного матеріалу, забезпечуючи гармонійне сприйняття навчального матеріалу студентами. Досвідчений лектор надає систематизовані основи наукових математичних знань, пов'язуючи їх з профільними дисциплінами, розкриває стан і перспективи розвитку відповідної галузі науки і техніки, концентрує увагу студентів на найбільш складних, вузлових питаннях.

Як правило, лекція є елементом системи занять, який охоплює основний теоретичний матеріал окремої або кількох тем навчальної дисципліни. Обсяг лекційного курсу визначається навчальним планом, а його тематика – робочою навчальною програмою навчальної дисципліни. Лектор, якому доручено читати курс лекцій, зобов'язаний перед початком відповідного семестру подати на предметну або циклову комісію складений ним конспект лекцій, контрольні завдання для проведення підсумкового контролю, передбаченого навчальним планом і програмою для даної навчальної дисципліни [7].

Можливе читання окремих лекцій з проблем, які стосуються даної навчальної дисципліни, але не охоплені навчальною програмою.

Відомий педагог С. Зинов'єв дав таке поширене означення лекції: «Лекція – це логічно стрункий, систематично послідовний виклад того чи іншого наукового питання, часто супроводжуваний демонстрацією дослідів та очних посібників. Лекції впроваджують студента в науку, вони дають перше знайомство з основними науково-теоретичними положеннями даної галузі, ознайомлюють з методологією науки. Очевидно, що лекції не можуть вичерпати увесь предмет науки, їхня функція – закласти підвалини наукових знань, визначаючи напрямок, основний зміст і характер усіх різновидів навчальних занять, а також (і головним чином) самостійної роботи студентів».

Але, водночас, досить часто можна

почути висловлювання, що:

- лекція привчає студентів до пасивного сприйняття чужих ідей;
- чим більш досвідчений лектор, і чим краща лекція, тим більша можливість того, що самостійна розумова діяльність студентів не буде розвиватись;
- значна кількість слухачів лиш пасивно записує слова лектора, не встигаючи їх осмислити, що суперечить принципу індивідуалізації навчання;
- і взагалі, лекції доцільні лише тоді, коли кількість підручників недостатня, або їх не має зовсім.

Крім того, на наш погляд, до недоліків традиційної лекції можна віднести:

- усний виклад інформації, що призводить до низького рівня засвоєння лекційного матеріалу;
- різну підготовленість слухачів. Це пояснюється, як рівнем засвоєння студентами відповідних дисциплін, так і фізіологічними особливостями їх пам'яті (психологи розрізняють короткочасну і довготривалу пам'ять);
- великий обсяг інформації перевантажений спеціальною термінологією;
- колективний спосіб проведення лекцій й індивідуальний характер сприймання матеріалу, інтелектуальної діяльності, емоційного реагування та розвитку кожного суб'єкта навчання;
- нерегулярність, епізодичність зворотного зв'язку (студент-викладач);
- протиріччя між вербальним характером лекційного заняття, під час якого студенти слухають, читають, спостерігають, розв'язують запропоновані лектором задачі, і завданнями різнобічного розвитку - молоді, здатної до творчого мислення;
- викладення матеріалу без «прив'язки» до потреб даної спеціальності, без орієнтації навчання на результат, не враховуючи можливість і вміння практичного запровадження знань.

Однак, за думкою О.І.Скафи, відмова від лекції, як форми проведення навчальних занять у вищих навчальних закладах, призначених для засвоєння теоретичного матеріалу, понижує науковий рівень підготовки слухачів, порушує системність їх роботи впродовж семестру.

Не викликає сумніву, що в навчальному процесі вузу, виникають такі ситуації, коли лекційна форма навчання не може бути замінена ніякою іншою. Так, наприклад, коли існують різні погляди і підходи до основних проблем курсу, то для їх об’єктивного висвітлення необхідна саме лекція. В випадку, коли окремі теми курсу є особливо складними для самостійного вивчення, допомога лектора, безумовно, потрібна. В умовах інформаційного прогресу, коли навчальний матеріал з конкретної теми ще не знайшов свого відображення в існуючих підручниках, саме лекційне заняття стає дуже актуальним. І звичайно ж, лекція не може бути нічим замінена, якщо особистий емоціональний вплив лектора на слухачів в поєднанні з глибоким науковим змістом навчального матеріалу, створює єдність думки, слова і сприйняття.

Підтвердження деяких з вищезазначених аспектів, знаходимо ще у видатного педагога К. Ушинського, який вважав, що в лекціях не повинно бути матеріалу, який можна прочитати в підручнику.

Ступінь розуміння та розв'язання вузлових питань суттєво впливає на ефективність лекційного заняття.

Як зробити традиційну лекцію ефективною, інноваційною, професійно-орієнтованою, такою що відповідає сучасним потребам навчання математики майбутнього фахівця?

Важливо правильно застосовувати методику і раціональну побудову матеріалу, який вивчається, знайти і продемонструвати зв'язок теорії з практикою, широко використовуючи міждисциплінарні зв’язки.

Знаходити оптимальне поєднання лекцій з іншими методами навчання, використовувати в навчальному процесі нетрадиційні види лекцій – задача, яку повинен поставити перед собою лектор під час підготовки і проведення професійно-орієнтованого лекційного заняття.

У формуванні майбутнього спеціаліста, в нашому випадку фахівця з виробництва харчової продукції, викладач математики відіграє не меншу рол, ніж викладач спецдисциплін. Важливо, щоб наші студенти зрозуміли, як багато може дати математика як наука та її методи для їхнього розвитку. Впевненість у силі математики треба виховувати у студентів систематично, показуючи математику в дії, у розв'язанні проблем і науки, і практики під кутом можливого застосування математичних методів для вирішення питань організації роботи і аналізу діяльності підприємств виробництва харчової продукції тощо.

Тому навчивши студента математиці, давши йому знання основних теорем і математичних понять, але не показавши, як ці теореми і поняття використовуються в реальних умовах, ми не зможемо перетворити математику в знаряддя пізнання. Звідси випливають, зокрема, такі два взаємно доповнювані завдання: поліпшити викладання, і, як результат, засвоєння студентами самої математики та активізувати взаємодію з викладачами спеціальних дисциплін у справі застосування математичних методів в їх щоденній роботі [3].

Для розв’язання цих важливих питань необхідно навчити студента самостійно думати, знаходити розв'язки проблем, критично ставитись до досягнутого. Досвідчений лектор робить це, зазвичай, на власному прикладі. Студенти відчувають бездоганне знання предмету і цінять у викладача розум, ерудицію, вміння вільно викладати матеріал з означеної теми, а не диктувати. Якщо лектор-математик доступно, але, водночас, не знижуючи науковий рівень, подає матеріал, аргументовано виконує дії, демонструє високий рівень доведення теорем, наводить можливі варіанти постановки і розв’язку задач, які навіть, можуть виходити за рамки необхідного рівня даного курсу математики, реагує на поведінку студентів, відчуває аудиторію, постійно проводить зворотний зв'язок, захоплюється сам і захоплює студентів, читає легко, і невимушено – така лекція буде стимулювати не лише зростання інтересу до математики, як до наукової дисципліни, а й спонукати студентів до серйозних міркувань, шукати відповіді на питання, які були сформульовані під час лекційного заняття, або які виникли у них самих в процесі виконання домашнього завдання.

Вчені-психологи зауважують, що розумова діяльність студента зростає при слуханні нового навчального матеріалу. Саме на лекціях з математики студент намагається усвідомити нові формулювання, положення, аксіоми і тереми. Лектор-математик має багато можливостей для того щоб підтримати ці намагання і сприяти систематичному розвитку розумових здібностей студента, формуючи при цьому: вміння аналізувати і систематизувати; абстрагуватись від конкретних об’єктів, створюючи математичну модель; виконувати зворотну дію – перенести, наприклад, властивості геометричного тіла на конкретний об’єкт; визначати головне; обґрунтовано висловлювати свої думки; робити логічні висновки, розвиваючи при цьому швидкість реакції, гнучкість розуму, довготривалу і зорову пам'ять, абстрактне мислення і, навпаки, вміння побачити можливість застосування фактів з математики для розв’язання завдань спецдисциплін.

Можна стверджувати, що одним з чинників підвищення ефективності традиційної лекції і відповідно підвищення рівня засвоєння математики студентами, є визнання практичної цінності математики для інших наук, що пов'язана з використанням математичних теорій при читанні інших навчальних дисциплін. Іншими словами, професійна спрямованість лекцій – фактор, необхідний на сучасному етапі розвитку математичної освіти. Тобто, чим більше лектор використовує професійно-орієнтовані завдання для підтвердження теоретичних положень, чим вищий рівень застосовності математичних методів у спецільній та загальній підготовці, тим свідоміше та відповідальніше ставляться студенти до вивчення математики. Викладач повинен зважати на те, що задачі прикладного характеру в курсі математики розкривають витоки математичних понять і методів, розкривають зв'язки математики з іншим науками, показують глибину загальності математичних методів, та уявлення про сучасні проблеми застосування математики в інших галузях знань, сприяють розвитку та підтримці інтересу студентів до цієї науки. Зв'язок взаємодії математики та інших наук можна показати на прикладах виникнення диференціального та інтегрального числення, створення теорії математичного програмування і т. д.

Професійну спрямованість лекції можуть забезпечити прикладні задачі. Практичні завдання на основні поняття (границя, похідна та диференціал, інтеграл, ряди, диференціальні рівняння, імовірність, випадкова величина, математичне сподівання, дисперсія та ін.) показують хід процесу абстрагування, створюють передумови для розгляду задач, які мають практичну професійну спрямованість, або безпосередньо на основну профільну дисципліну, або на навчальні дисципліни, які забезпечують весь комплекс професійної підготовки молодшого спеціаліста.

Наприклад, практичну, прикладну спрямованість диференційних рівнянь можна проілюструвати на таких задачах.

Задача 1.

Для підприємства харчової промисловості скласти математичну модель зростання випуску продукції. Врахувати умову, що в початковий момент часу $t=t_0$ обсяг випуску продукції Q_0 зафіксовано (задано).

Результат – рівняння вигляду

$$Q' = k\,Q(t),\ k=lmP, \qquad (1.1)$$

де – P – фіксована ціна за якою реалізується продукція;

Q(t) – кількість цієї продукції, реалізованої на момент часу t;

$1/l$ – норма акселерації (економічний показник, який характеризує зв'язок між приростом кінцевої продукції і обсягом інвестицій);

m – норма інвестування – постійне число, причому $0 < m < 1$.

З точки зору математики рівняння (1.1) є не що інше, як диференційне рівняння першого порядку з роздільними змінними.

Задача 2.

Знайти функцію, яка буде характеризувати обсяг реалізованої продукції $Q = Q(t)$, якщо відомо, що крива споживання задається рівнянням $P(Q)=4-3Q$, норма акселерації $1/l=1{,}8$, норма інвестицій $m=0{,}7$, $Q(0)=0{,}5$.

Задача 3. *Скласти диференційне рівняння, яке описує динаміку ринкових цін (макромодель Домара). Знайти загальне рішення цього рівняння і надати його економічну інтерпретацію.*

Задача 4.

Для підприємства з переробки сільськогосподарської продукції пропозиція товару дорівнює швидкості змінення запасу товару і задається рівнянням

$$F\left(x_t, p_t, \frac{dp_t}{dt}\right) = \frac{x_t}{p_t - \sqrt{x_t p_t}}\frac{dp_t}{dt},$$

де x_t – запас товару; p_t – ціна товару; $\frac{dp_t}{dt}$ – величина, яка характеризує змінення цін.

Визначити, як змінюється ціна товару залежно від його кількості.

Розв'язок. Відповідно до умови задачі маємо рівняння

$$\frac{x_t}{p_t - \sqrt{p_t x_t}}\frac{dp_t}{dt} = \frac{dx_t}{dt}, \quad \text{або}$$

$$\frac{dp_t}{dx_t} = \frac{p_t}{x_t} - \sqrt{\frac{p_t}{x_t}},$$

яке є однорідним.

Введемо підстановку $\frac{p_t}{x_t} = z$, тоді

$$p_t = x_t z,\ \frac{dp_t}{dx_t} = z + \frac{dz}{dx_t}x_t.$$

Будемо мати рівняння з роздільними змінними, розв'язуючи яке послідовно отримуємо:

$$x_t \frac{dz}{dx_t} = -\sqrt{z}, \quad \frac{dz}{\sqrt{z}} = -\frac{dx_t}{x_t}.$$

Тоді

$$z = \frac{1}{4}\ln^2\left|\frac{C}{x_t}\right|.$$

Функція зміни ціни залежно від кількості товару має такий вигляд:

$$p_t = \frac{x_t}{4}\ln^2\left|\frac{C}{x_t}\right|.$$

Задача 5.

Модель формування національного прибутку, в якій допускають, що виробниче накопичення пропорційне приросту національного прибутку в той же момент часу і що динаміка споживання незалежна, має вигляд

$$Y(t) = B\frac{dY}{dt} + c(t),$$

де B – коефіцієнт капіталоємності, тобто відношення виробничого накопичення до приросту національного прибутку; c(t) – функція споживання.

Знайти функцію, яка характеризує змінення національного прибутку Y(t), якщо відомо, що величина споживання задається функцією c(t) = 2t, коефіцієнт капіталоємності приросту прибутку B = ½, Y(0) = 2.

Розв'язок. Відповідно до умови завдання отримуємо рівняння,

$$Y(t) = \frac{1}{2}Y'(t) + 2t,$$

яке є лінійним неоднорідним рівнянням першого порядку. Для його розв'язку використаємо метод підстановки.

Позначимо, що $Y(t) = u(t)v(t)$, тоді $Y'(t) = u'v + v'u$. Підставивши функцію $Y(t)$ і її похідну в початкове рівняння, отримаємо:

$$uv = \frac{1}{2}(u'v + uv') + 2t, \quad \text{або}$$

$$u\left(v - \frac{1}{2}v'\right) - \frac{1}{2}u'v - 2t = 0.$$

Виберемо v так, щоб вираз в дужках дорівнював нулю. Тоді

$$v = \frac{1}{2}\frac{dv}{dt} = 0, \quad \frac{dv}{dt} = 2|v|, \quad \ln v = 2t, \quad v = e^{2t}.$$

Підставимо знайдене значення в рівняння, будемо мати:

$$\frac{1}{2}e^{2t}\frac{du}{dt} + 2t = 0.$$

Звідки

$$u = \int -4te^{-2t}\,dt = 2te^{-2t} + e^{-2t} + e^{-2t} + C.$$

Тоді

$$Y(t) = 2t + 1 + Ce^{2t}.$$

Значення постійної ***C*** знаходимо з початкової умови *Y(0) = 2.* Будемо мати: C=1. В результаті отримаємо:

$$Y(t) = 2t + 1 + e^{2t}.$$

Таким чином функція

$$Y(t) = 2t + 1 + e^{2t}$$

характеризує зміну національного прибутку.

Наведені приклади, на наш погляд, підтверджують глибину загальності математичних методів і можливість застосування, як для розв'язання завдань з профільних дисциплін, так і для обчислення конкретних ситуацій державного рівня.

Візуальна підтримка лекційних занять.

На сучасному етапі для досягнення більш ефективного засвоєння лекційного матеріалу бажано приділяти значну увагу застосуванню засобів наочності.

Важливим засобом підвищення якості сприйняття лекційного матеріалу є застосування не лише аудіальних (матеріалів, які сприймаються на слух), але і візуальних наочних матеріалів.

В цьому випадку підвищення ефективності засвоєння матеріалу відбувається за рахунок активізації одночасно кількох рецепторів. Ефективність засвоєння є особливо значущою, коли наочність демонструється за допомогою технічних і комп'ютерних засобів. Що дозволяє подавати матеріал динамічно, крупним планом. Позитивні моменти використання комп'ютерних технологій неодноразово описані в періодиці. В даній статті проаналізуємо можливість застосування, і наведемо приклади опорних конспектів і схем.

Існує думка, що мало який викладач може прочитати лекцію на високому науковому рівні, не користуючись хоча б якимись записами, які допоможуть йому підтримувати послідовність роздумів, доведень, надавати філігранно відточені формулювання означень і висновків. Все ж таки, для більшості викладачів, не беручи до уваги стаж роботи, існує потреба користуватися опорним матеріалом з коротким записом положень і прикладів, які розкриваються на занятті, як приклад, можемо навести опорний конспект за темою «Випадкові величини» (додаток 2).

Незважаючи, на нагальну потребу користування наочними посібниками, під час проведення лекційних занять з математики, слід мати на увазі, що плакати, опорні конспекти, моделі, відеофільми, презентації та інші наочні посібники повинні бути на занятті в мінімально необхідній кількості. Вони лише доповнюють матеріал, який викладається на дошці. Варто зазначити, що пояснення користуючись лише плакатами (опорними конспектами), в якій би формі вони не подавались, і велика кількість самих плакатів не залишає ніякого сліду в конспекті. Бажано, щоб ці матеріали були видані додому в якості роздаткового матеріалу. Таким чином велика кількість наочного матеріалу не може бути визнаною доцільною.

Успіх професійно спрямованої лекції залежить і від підготовки лектора. Нема єдиного рецепта, як готуватись до лекції. Деякі лектори готують лекцію з усіма деталями, щоб раціональніше розмістити матеріал, інші – складають тільки план-схему її.

Спираючись на досвід читання лекцій у вищій школі, вважаємо можливим запропонувати молодим викладачам таку методичну схему-рекомендацію (додаток 1).

1. Анисимов П.Ф., Коломенская А.П., Ярошенко Н.Г. Тенденции развития практико-ориентированного образования в контексте международного образовательного пространства // Среднее профессиональное образование. – 2004. – №8. – С.2-13.

2. Бандурка А.М., Бочарова С.П., Землянская Е.В. Психология управлення. – Харьков: Фортуна-пресс, 1998. – 464 с.

3. Вірченко Н.О. Нариси з методики викладання вищої математики. – К., 2006. – 396 с.

4. Волинський В.П. Можливості аудіовізуальних засобів навчання // Педагогіка і психологія. – 1997. – № 3. – С.7-13.

5. Колемаев В.А. Математическая экономика / В.А.Колемаев. – М., 1998.

6. Михайлова Н.И. Microsoft Power Point // Информатика и образование. – 1997. – № 1. – С. 7–12.

7. Морозов А.В. Психология влияния. Хрестоматия. – СПб.: Питер, 2000. – 240 с.

8. Організація навчально-виховного процесу. Досвід роботи вищих навчальних закладів І-ІІ рівнів акредитації. 2005. – № 6. – 196 с.

9. Скафа О.І., Мазнєв О.В. Механізми керування якістю освіти: внутрішньо-університетський аспект проектування // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – 2007. – № 26. – С. 14-18.

10. *Ушинский К.Д. Избранные педагогические сочинения: в 2-х т. – М., 1974. – 488с.*

Резюме. **Полякова Н.М. ПРОФЕССИОНАЛЬНО-НАПРАВЛЕННАЯ ЛЕКЦИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ – ПУТИ УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ.** *В статье проведен анализ недостатков и преимуществ профессионально-ориентированного лекционного занятия по математике, даны рекомендации молодым преподавателям.*

Summary. **Polyakova N. PROFESSIONALLY-DIRECTED LECTURE – IMPROVEMENT WAYS.** *The analysis of lacks and advantages math professionally-focused lecture is made. The recommendations for young teachers are given.*

Надійшла до редакції 17.09.2008 р.

Додаток 1

Схема – рекомендація

Дидактичні цілі лекційних занять:

- Надати студентам сучасні, цілісні, взаємопов'язані знання, рівень яких визначається цільовою настановою до кожної конкретної теми;
- Забезпечити в процесі читання лекції творчу роботу студентів разом з викладачем;
- Виховувати у студентів професійно-ділові якості, зацікавленість у вивченні.

Основні типи лекційних занять:

- вступна лекція;
- оглядова лекція;
- тематична лекція з елементами евристичної бесіди;
- лекція з елементами проблемних ситуацій;
- лекція з використанням ЕОМ і ТЗН;
- підсумкова лекція;
- настановча лекція.

Додатково:

- Академічна; Описова;
- Аналітична; Популярна.

Види лекційних занять

- Лекція – візуалізація;
- Лекція – вдвох;
- Лекція з запланованою помилкою (лекція-провокація);
- Лекція-бесіда (діалог з аудиторією);
- Лекція-дискусія;
- Лекція із застосуванням техніки зворотного зв'язку;
- Лекція – консультація;
- Інформаційна лекція;
- Проблемна лекція;
- Лекція-запрошення до колективного дослідження (поточна "мозкова атака");
- Комбінована лекція.

Запам'ятайте!

Основні вимоги до лекції:

- високий науковий фаховий рівень лекційних занять;
- високий організаційно-методичний рівень лекційних занять;
- лекція повинна читатись суто за програмою, із дотриманням тем лекційних занять;
- лекція повинна містити новини галузі;
- надається право читати лекцію найдосвідченішим викладачам;
- дотримання вимог міждисциплінарних зв'язків.

Якісні характеристики лекцій

- ефективність наукового впливу на якість виховання студентів;
- ефективність фахового впливу на якість знань студентів;
- підготовка лектора, вміння організувати творчу роботу студентів;
- глибина обговорюваних питань, уміння встановлювати міждисциплінарні зв'язки;
- зв'язок теоретичного матеріалу з практикою;
- сприйняття матеріалу студентами.

Основні функції лекції:

- пізнавальна (навчальна)
- розвиваюча
виховна
- організуюча

Структура лекції

Вступ – визначає тему, план і мету лекції. Вступ призваний налаштувати аудиторію на сприйняття матеріалу, повідомити актуальність, основну ідею (проблему, основне питання), зв'язок з попередніми і наступними заняттями. *Вступ повинен бути коротким і цілеспрямованим!*

Викладення матеріалу – основна частина лекції, в якій реалізується науковий зміст теми, формулюються всі основні питання, приводиться вся система доказів з використанням найбільш доцільних методичних прийомів. Кожне теоретичне положення повинне бути обґрунтованим і доведеним, означення чіткими, насиченими глибоким змістом. Всі доведення спрямовані на досягнення поставленої мети, розкриття основної ідеї. Кожне питання закінчується короткими висновками, які логічно підводять до наступного питання лекції.

Заключна частина – підсумовує в коротких висновках основні ідеї лекції, завершуючи її як єдине ціле. В заключній частині можуть надаватися рекомендації стосовно порядку подальшого вивчення основних питань лекції самостійно.

Оформлення лекції:

- повний текст лекції
- план-конспект лекції
- короткий план лекції

Додаток 2

Випадкові величини.
Випадкова величина. Закон її розподілу.

Означення1. ***Випадковою величиною*** називається числова функція, визначена на просторі елементарних результатів.
Означення2. Функція, яка ставить у відповідність кожному значенню ***x*** випадкової величини ***X*** імовірність P(X=x), з якою вона приймає це значення, називається ***законом розподілу випадкової величини.***

Схема створення закону розподілу випадкової величини.

1. Побудувати для даного експерименту простір елементарних результатів і задати в ньому ймовірності;
2. Виписати значення випадкової величини, які відповідають кожному елементарному результату;
3. Виписати всі можливі значення x_1, x_2, ..., x_n і відповідні їм ймовірності p_1, p_2, …, p_n. Ймовірність p_i знаходиться додаванням усіх елементарних результатів, які відповідають значенню x .

x_i	x_1	x_2	…	x_n
p_i	P_1	P_2	…	P_n

Закон розподілу випадкової величини має вигляд

Іспити Бернуллі.

Означення3. ***Іспитами Бернуллі*** називаються послідовні іспити, які задовольняють наступним умовам:

1). кількість іспитів фіксована;
2). кожний іспит призводить до одного з двох взаємно виключних результатів, які умовно називають «успіх» та «невдача»;
3). ймовірність «успіху» від іспиту до іспиту не змінюється;
4). іспити незалежні.

Формула БЕРНУЛЛІ
Імовірність того, що в **n** іспитах Бернуллі «успіх» наступить рівно **m** разів, дорівнює

$$P_n^m = C_n^m p^m q^{n-m}$$

де **p** –імовірність «успіху» в кожному іспиті, а **q =1-p**
(m = 0,1,2, …,n)

Математичне сподівання випадкової величини.
Нехай випадкова величина має закон розподілу:

x_i	x_1	x_2	…	x_n
p_i	p_1	p_2	…	p_n

де x_1, x_2, x_3, …, x_n – всі можливі значення випадкової величини, а $p_i = P(X=x_i)$, i=1,…, n.

Означення 4. Сума добутків значень випадкової величини на відповідні ймовірності називається ***математичним сподіванням*** або ***середнім значенням випадкової величини X і позначається MX***:

$$MX = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

або

$$MX = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \ldots + x_n p_n$$

Властивості математичного сподівання:

1). для довільної константи С
МС=С; М(СХ) = СМХ
2). М(Х+У) = МХ + МУ;
3). якщо Х>=0, то МХ>=0
4). якщо Х>=У, то МХ>=МУ

ОБ'ЄКТИВНІ ПРОТИРІЧЧЯ У ЗАБЕЗПЕЧЕННІ НАСТУПНОСТІ МІЖ ЗАГАЛЬНООСВІТНЬОЮ ТА ВИЩОЮ ШКОЛАМИ

С.Є.Яценко,
кандидат педагог. наук, доцент,
Н.В.Гриб,
аспірант,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА

Аналізуються сучасні проблеми наступності навчання математики між загальноосвітньою школою та вищим навчальним закладом. Розкриваються об'єктивні протиріччя у забезпеченні наступності між школою та ВНЗ при вивченні вищої математики.

Початковий етап професійної підготовки студентів (перший курс) трактується як етап, що визначає весь хід подальшої професійної діяльності людини. У першому семестрі відбувається процес адаптації студента до навчання у ВНЗ. Адже першокурсник (випускник школи) потрапляє у нові для нього умови праці, які відрізняються від знайомих йому в школі (лекції, практичні та лабораторні заняття, консультації тощо). Оскільки це етап розвитку студента як особистості і формування професіонала, то першокурсник починає співвідносити свої сподівання з реальною дійсністю. Успіх у навчанні студентів на цьому етапі здебільшого залежить від наявної бази знань, яку отримали першокурсники в школі, та забезпечення наступності між середньою та вищою школами.

У філософській літературі наступність трактується як прояв однієї із сторін діалектичного закону заперечення заперечення [1]. Діалектика розглядає наступність виходячи з тлумачення розвитку як спіралевидного висхідного руху, кожна вища форма якого, ґрунтуючись на нижчих, не скасовує їх, а включає в себе.

У психолого-педагогічній літературі існують різні підходи до трактування поняття наступності (рис.1.).

Рис. 1. Місце наступності серед дидактичних категорій

Немає єдиної думки стосовно змісту поняття "наступності", його статусу і місця серед дидактичних категорій. Одні дослідники включають наступність в число дидактичних принципів, інші розглядають цей феномен в якості дидактичної умови реалізації змісту і вимог інших дидактичних принципів. У першому випадку прийоми і способи навчання спрямовані на реалізацію вимог цього принципу, в другому – наступність є засобом реалізації усіх принципів, специфічних для навчального процесу в загальноосвітній школі, ВНЗ.

О.Г.Мороз, досліджуючи шляхи забезпечення наступності в самостійній навчальній роботі учнів і студентів, трактує дане поняття як "загальнодидактичний принцип, який по відношенню до навчання вимагає постійного забезпечення нерозривного зв'язку між окремими сторонами, частинами, етапами і ступенями навчання і в середині них; розширення і поглиблення знань, отриманих на попередніх етапах навчання, перетворення окремих уявлень і понять у систему знань, умінь і навичок, поступально-висхідного характеру розгортання усього навчального процесу у відповідності зі змістом, формами і методами роботи при обов'язковому врахуванні якісних змін, які відбуваються в особистості учнів і студентів" [2, с.10]. Таким чином, наступність, як дидактичний принцип, є обов'язковою умовою організації навчання в цілому.

Розглядаючи дидактичні умови наступності у формах і методах навчання у загальноосвітній школі та вищому навчальному закладі Д.Т.Сітдікова дає таке тлумачення наступності. Наступність – це "загально-педагогічна закономірність, яка проявляється в єдності навчально-виховного процесу. Обов'язковою умовою успішного навчання і виховання є наступність, спрямована від одного року навчання до другого, наступність між різними етапами навчання: дошкільним закладом та школою, загальноосвітньою школою та вищим навчальним закладом" [3, с.8].

Я.Е.Умборг трактує наступність як методологічний принцип: "Наступність – це методологічний принцип організації всього навчально-виховного процесу при підготовці майбутнього спеціаліста" [4, с.6].

С.М.Годник [5], досліджуючи наступність між навчанням у середній і вищій школах як багатогранне явище, виділяє "клітинку" або одиницю аналізу цього процесу – видозміну внутрішньої позиції особистості. Під внутрішньою позицією особистості автор розуміє відношення людини до того об'єктивного положення, яке він займає в теперішній час і яке положення він хоче займати, виходячи зі свого попереднього досвіду, своїх можливостей, потреб і прагнень, які виникли раніше. Саме ця внутрішня позиція, на його думку, обумовлює певну структуру його відношення до дійсності, до оточуючих, до самого себе. Узагальнююча концепція наступності, сформульована С.М.Годником, більше притаманна проблемі наступності у вихованні школяра та студента і залишає в стороні відповіді на питання методичного характеру в реалізації наступності в навчанні.

Розглядаючи наступність у змісті, А.А.Люблінська виділяє наступність у формах самої навчальної діяльності. В якості суттєвих ознак цього аспекту наступності вказує "таку послідовність навчально-виховної роботи, де на кожному наступному етапі продовжується закріплення, розширення, ускладнення і поглиблення тих знань, умінь і навичок, які складають зміст навчальної діяльності на попередньому етапі" [6, с.5]. Автор виділяє "наскрізні" дії в роботі учнів над різним навчальним змістом, використання яких не лише забезпечить усвідомлення і міцність засвоєння навчального матеріалу, але й формування вмінь самостійно обґрунтовано розв'язувати нові різноманітні задачі.

Ми поділяємо точку зору Т.М.Куриленко [7] та М.У.Піскунова [8] про необхідність розвитку наступності між середньою і вищою школами. На їх думку, наступність виступає однією з умов організації змісту навчання, що забезпечує реалізацію таких принципів як науковість, систематичність, послідовність, доступність. Разом з тим, ми не погоджуємося з тим, що невідповідність результатів успішності на першому курсі і результатів зовнішнього незалежного тестування, підсумкової державної атестації пояснюється лише відсутністю наступності між середньою та вищою школами. Результати констатуючого експерименту свідчать, що однією з причин різкого зниження успішності є повільна адаптація першокурсників до нових умов праці.

Різноманітність підходів до трактування поняття наступності відображає багатоаспектність даної проблеми.

Звернемося тепер до дослідження проблеми наступності в теорії і практиці методики навчання математики.

Розглянемо наступність в навчанні математики, яка передбачає забезпечення нерозривного зв'язку між знаннями, отриманими учнями в школі і вищому навчальному закладі. Знання, вміння і навички з математики у вищих закладах освіти повинні розширюватися та поглиблюватися, а окремі уявлення і поняття отримати подальший розвиток. Суть наступності навчання математики у вищому навчальному закладі полягає в перенесені здобутих у школі математичних знань, умінь і навичок на засвоєння вищої математики і нових видів навчальної діяльності. Основним завданням при забезпеченні наступності при навчанні вищої математики є знаходження доцільного поєднання змісту, методів, форм і засобів навчання, що сприяє адаптації студентів у навчальному закладі.

Методичні аспекти наступності в навчанні математики досить ґрунтовно розглядаються в роботі А.М.Пишкало [9]. Він виділяє дві сторони наступності: "внутрішню" та "зовнішню". "Зовнішня" зводиться ним до з'ясування і уточнення міжпредметних і внутрішньопредметних зв'язків, а також зв'язків між окремими ланками в системі освіти. "Внутрішня" наступність виникає в результаті зміни цілей навчання. А.М.Пишкало підкреслює, що зміна цілей навчання впливає на зміст, методи, форми навчання, тобто, охоплює всі компоненти методичної системи. Автор обмежується розглядом лише змістового аспекту наступності в навчанні математики.

М.В.Дідовик [10] у своєму дослідженні розробив модель реалізації наступності фізико-математичної підготовки в освітній системі "ліцей - ВНЗ". На основі моделі наступності сформулював умови реалізації наступності фізико-математичної підготовки учнів і студентів:

- узгодженість змісту навчального матеріалу з фізики і математики на різних ступенях навчання;
- раціональний вибір та узгодженість форм, методів, дидактичних прийомів і засобів фізико-математичної підготовки в освітній системі "ліцей - ВНЗ";
- координація педагогічної діяльності вчителів і викладачів фізико-математичних дисциплін в освітній системі "ліцей - ВНЗ";
- формування мотивів навчальної і професійно спрямованої діяльності учнів та студентів на всіх етапах навчання в системі "ліцей - ВНЗ".

К.М.Гнедзіловою [11] виділено основні компоненти наступності навчання у ланках "загальноосвітня школа – вищий навчальний заклад":

- мета навчання;
- зміст освіти;
- засоби, форми та методи навчання;
- аналіз і оцінювання навчальної діяльності учнів;
- форми та методи роботи вчителя.

Одним із наслідків недотримання наступності навчання, на думку дослідника, є труднощі, які виникають під час адаптації першокурсників до умов навчального процесу вищого навчального закладу.

Б.Тагановим [12] розглянута проблема наступності навчання математики в загальноосвітній і вищій школах, яка відноситься до поліпшення якості математичної освіти студентів через дотримання наступності у змісті, методах і формах навчання на двох етапах навчання в загальноосвітній школі та вищому навчальному закладі. Ним розроблений спеціальний комплекс заходів з підготовки учнів до ВНЗ, а також розкрита система роботи ВНЗ з забезпечення покращення якості математичної освіти першокурсників через дотримання наступності між загальноосвітньою школою та ВНЗ.

Дослідники звертають увагу на позитивний вплив наступності у навчанні математики, на успішну адаптацію студентів на новому освітньому щаблі.

Аналізуючи та узагальнюючи вищесказане, ми під наступністю між загальноосвітньою школою та ВНЗ у навчанні математики розумітимемо таку категорію теорії та методики навчання математики, що досліджує ***проблеми відповідності*** процесів навчання математики у школі та вищому навчальному закладі.

Труднощі, які відчуває студент на початку навчання у вищому навчальному закладі можна умовно поділити на: соціальні, психологічні, дидактичні.

Зупинимося на характеристиці дидактичних труднощів:

1) недостатній базовий рівень знань з математики за середню школу;

2) недостатній рівень сформованості навичок навчальної роботи (конспектування лекцій, організація та планування самостійної роботи, невміння працювати з навчальною літературою тощо);

3) невідповідність стереотипу навчальної діяльності, сформованого у старшій школі, тому стереотипу, який потребують умови навчання у ВНЗ;

4) недостатня мотивація вивчення математичних дисциплін студентами нематематичних спеціальностей.

Однією з основних причин виникнення даних труднощів у студентів, ми вбачаємо у недостатньому забезпеченні наступності між загальноосвітньою школою та ВНЗ.

Забезпечення наступності між школою та ВНЗ при вивченні вищої математики містить ряд об'єктивних протиріч:

1. *Протиріччя між змістом навчання.* Характерною ознакою академічної групи є те, що в її склад входять студенти, які закінчували різні за статусом навчальні заклади (загальноосвітні школи, школи (класи) з поглибленим вивченням окремих предметів, ліцеї, гімназії, коледжі тощо) і відповідно мають різний рівень математичної підготовки. Спостерігається суттєвий розрив у рівні математичних знань випускників різних типів середніх навчальних закладів, які вступили до ВНЗ, з вимогами, які висуваються останніми до першокурсників. Наприклад рівень знань, умінь і навичок у студентів, які закінчили класи з поглибленим вивченням математики з усіх тем, як правило, значно вищий ніж у одногрупників, які закінчили загальноосвітні класи. Це пояснюється, кількома причинами: по-перше, мотивацією навчання; по-друге, вищим рівнем здатностей учнів до вивчення математики; по-третє, поглибленим змістом математики; по-четверте, більшою кількістю годин, які відводяться на її вивчення тощо.

2. *Протиріччя між діяльністю суб'єктів навчання (учнем та студентом).* Вся система навчання і виховання у вищому закладі освіти розрахована на роботу з дорослими людьми, які усвідомлюють свої обов'язки і власну відповідальність за навчання, а як наслідок не потребують постійного зовнішнього керування і контролю. Студент, як правило, самостійно отримує знання, організовує власну діяльність, визначає обсяги необхідного матеріалу, способи його засвоєння та усвідомлення. Тобто, першочергове чим студент мусить оволодіти в навчальному закладі вищої освіти – це вміння самостійно вчитися. Основне ж організаційне забезпечення навчального процесу в загальноосвітній школі припадає на вчителя.

3. *Між побудовою, організацією, функціонуванням навчальної системи.* Система навчання у вищому навчальному закладі характеризується чітким графіком навчального процесу з розподілом усіх дисциплін, що входять у склад навчального плану. Ця система передбачає різноманітність організаційних форм навчання, як-то: лекції, лабораторні, практичні, семінарські заняття тощо. Студенту необхідно засвоювати більший за обсягом матеріал ніж школярам. Повідомлення нового матеріалу та формування знань відбувається на лекціях та за рахунок самостійної роботи студентів, а формування практичних умінь і навичок на практичних заняттях і знову таки ж за рахунок самостійної роботи студентів. Це роз'єднано в часі та передбачає різні форми заняття. В умовах кредитно-модульної системи, на самостійну роботу з вивчення вищої математики передбачено відводити половину усього часу, а отже, це потребує від студента уміння самостійно опрацьовувати літературні джерела, конспектувати тощо. Шкільна система навчання розрахована на досягнення поставле-

ної цілі за рахунок організації активної роботи учнів у класі по формуванню знань, умінь і навичок з певної теми, частіше всього на одному й тому ж уроці.

4. *Між організацією контролю за навчальними досягненнями.* Запроваджена у ВНЗ кредитно-модульна система організації навчального процесу не має нічого спільного для студентів-першокурсників зі шкільною системою. Проблема полягає у відносно пасивній позиції учня на етапі контролю в школі і необхідністю студентів активно презентувати свої знання в умовах кредитно-модульної системи.

Отже, однією з умов удосконалення системи навчання вищої математики у ВНЗ, яка б сприяла підвищенню рівня математичних знань і подоланню труднощів переходу від однієї навчальної системи до іншої є успішне забезпечення наступності навчання. Дотримання наступності між загальноосвітньою школою та вищим навчальним закладом допоможе першокурснику швидше адаптуватися до нових умов навчання.

1. Філософський словник/ За ред. В.І.Шинкарука. – К.:УРЕ, 1986. – 800с.

2. Мороз А.Г. Пути обеспечения преемственности в самостоятельной учебе учащихся средней общеобразовательной школы и студентов вуза (на материале школ и вузов УССР): Автореферат дис. … канд. пед. Наук / Киевский государственный университет. – К., 1972. – 29с.

3. Ситдикова Д.Т. Дидактические условия преемственности в формах и методах обучения в средней и высшей школах: Автореферат дис. … канд. пед. наук: 13.00.02. – Казань, 1985. – 16с.

4. Умборг Я.Э. Преемственность лабораторных работ в общеобразовательной и профессиональной школах: Автореферат дис. … канд. пед. наук. – Тарту, 1984. – 16с.

5. Годник С.М. Процесс преемственности высшей и средней школы.– Воронеж: Изд-во Воронежского ун-та, 1981. – 189с.

6. Люблинская Л.А. О преемственности учебной работы в школе // Преемственность в процессе обучения в школе. – Л.: ЛГПИ, 1969. – С.5-23.

7. Куриленко Т.М. Основы учебно-воспитательной работы со студентами младших курсов. – Минск: Высшая школа, 1978. – 103с.

8. Пискунов М.У. Организация учебного труда студентов. – Минск: БГУ, 1982. – 142с.

9. Преемственность в обучении математике. Пособие для учителей. Сборник статей / Сост. А.М.Пышкало. – М.: Просвещение, 1978. – 239с.

10. Дідовик М.В. Наступність фізико-математичної підготовки в ліцеях і вищих навчальних закладах III-IV рівнів акредитації: Автореферат дис. … канд. пед. наук: 13.00.04 / Вінницький держ. педагогічний ун-т ім. М.Коцюбинського. — Вінниця, 2007. — 20с.

11. Гнедзілова К.М. Формування готовності майбутнього вчителя математики до забезпечення наступності навчання у загальноосвітній школі і вищому навчальному закладі: Автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.04 / Кіровоградський держ. педагогічний ун-т ім. В.Винниченка. — Кіровоград, 2006. — 20с.

12. Таганов Б. Преемственность в обучении математики между средней школой и вузом: Автореферат дис. … канд. пед. наук: 13.00.02 / Национальный педагогический университет им. М.П.Драгоманова – К., 1991. – 23с.

Резюме. **Яценко С.Е., Гриб Н.В. ОБЪЕКТИВНЫЕ ПРОТИВОРЕЧИЯ ПРИ ОБЕСПЕЧЕНИИ ПРЕЕМСТВЕННОСТИ МЕЖДУ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ И ВЫСШЕЙ ШКОЛАМИ.** *Анализируются современные проблемы преемственности обучения математики между общеобразовательной и высшей школами. Раскрываются объективные противоречия при обеспечении приемственности между общеобразовательной и высшей школами при изучении высшей математики.*

Summary. **Jacenko S., Grib N. THE OBJECTIVE CONTRADICTIONS OF PROVIDING CONTINUITY IN SCHOOL AND UNIVERSITY.** *The modern problems of the continuity in school and university studies are analyzed. The objective contradictions of providing continuity in school and university high mathematics studies are described.*

Надійшла до редакції 9.11.2008 р.

ТЕОРІЯ ЗАДАЧ РОЗВИВАЛЬНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ

С.П.Семенець,
кандидат педагог. наук, доцент,
Житомирський державний університет ім. І. Франка,
м. Житомир, УКРАЇНА

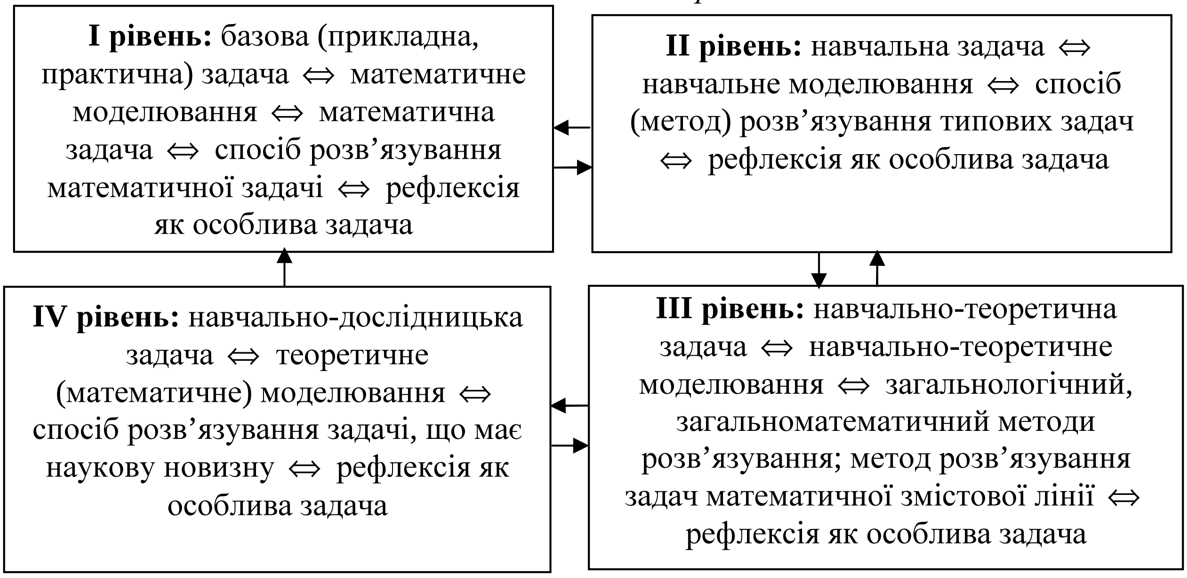
Розроблено та науково обґрунтовано теорію задач розвивальної математичної освіти. Здійснено системний аналіз визначених структурно-функціональних компонентів. Спроектовано узагальнені способи дій, які виконуються під час розв'язування задач.

Глибокі зміни, що відбуваються в суспільній свідомості й пов'язані з інформаційно-технологічним етапом розвитку суспільства, процесами демократизації, гуманізації, міжнародної інтеграції, детермінують необхідність побудови нових моделей школи і ВНЗ, постановку нових цілей і завдань у системі освіти, що передбачають перенесення центру уваги із сумарних технологій навчання на особистісно розвивальні. У цьому контексті **проблема розвивальної математичної освіти, що націлює на розвиток універсальних здібностей (науково-теоретичного мислення, учіння, особистісного становлення),** стала об'єктом наших наукових пошуків. Науково-методичне забезпечення розвивального навчання математики в початковій школі [1] посилює актуальність **теоретичного розв'язання та методичного забезпечення названої проблеми в середній і старшій ланках шкільної математичної освіти.** Одним із першочергових завдань є розробка навчальних програм і підручників розвивальної освіти, **деякі з них уже рекомендовані Міністерством освіти і науки України** (програма з математики для початкової школи, підготовлена Е.І. Александровою; навчальні програми з елементарної математики та методики її навчання для студентів фізико-математичних факультетів вищих педагогічних навчальних закладів [2]). Окремі теоретико-методичні аспекти розв'язання названої проблеми, що пов'язані з навчальним моделюванням, постановкою та розв'язуванням навчальних задач, структурою розвивально-задачного методу навчання математики, вже висвітлювалися в наших роботах [3; 4]. **Мета цієї статті** – створити науково обґрунтовану теорію задач розвивальної математичної освіти, здійснити системний аналіз визначених структурно-функціональних компонентів, спроектувати узагальнені способи дій, які виконуються під час розв'язування задачних ситуацій.

Теоретико-методологічну основу досліджень склали концепція навчальної діяльності, діяльнісний підхід до навчання математики „як головна умова забезпечення ефективності математичної освіти" [5, 47], системний і особистісно орієнтований підходи до організації процесу учіння (навчального пізнання). Окрім цього, концептуальним стало положення про те, що формування та розвиток навчальної діяльності проходить у процесі постановки та розв'язування специфічних для неї задач [6; 7]. Тому проектування й конструювання системи різнотипних задач у розвивальній математичній освіті здійснюється на основі прийнятого нами принципу розвивальної наступності, ***згідно з яким кожен наступний тип розв'язуваних задач має відрізнятися від попереднього вищим рівнем змістового теоретичного узагальнення.***

З огляду на вищезазначене розвивальна математична освіта базується на задачній системі, що представлена в схемі 1.

Схема 1. Задачна система розвивальної математичної освіти



У системі шкільної математичної освіти задачі можна поділити на задачі елементарної математики, початків аналізу, стохастики та науково-дослідницькі математичні задачі, які розв'язуються в рамках різних конкурсів, зокрема Малої академії наук. Серед перших трьох категорій задач виділимо насамперед базові. Це практичні та прикладні задачі, змістовий аналіз яких дозволяє виділити деяке початкове загальне (генетично вихідне) відношення, що виявляється в багатьох інших частинних випадках і використовується в процесі розв'язування певного типу задач. Фіксація знайденого відношення за допомогою деякого символу (моделі) створює умови для формування відповідних змістових абстракцій. У процесі реалізації відношення та сформованих змістових абстракцій у всіх можливих частинних випадках створюються можливості для формування відповідних змістових узагальнень, визначення прийомів, створення способів та методів розв'язування цілого класу задач. Завдяки цьому в навчальному процесі створюються умови для постановки задач, що відносяться до категорії навчальних. Формування узагальнених способів дій як результат розв'язування навчальних задач дозволяє планувати та контролювати навчальні дії, які використовуються в процесі розв'язування всіх частинних задач. Таким чином, постановка та розв'язування базових задач забезпечує засвоєння змістових абстракцій типових задачних ситуацій, які на теоретичному рівні вивчення не можуть бути досліджені поза *рухом від абстрактного до конкретного, поза спеціальною організацією змісту математики на основі цього загально наукового методу пізнання.*

Реалізація діяльнісного підходу передбачає створення (конструювання) способу дій, що застосовується під час розв'язування поставлених задач. Із сформульованого поняття та зробленого змістового аналізу випливає, що базові задачі тісно пов'язані з генетично вихідним поняттям (теоретичною „клітинкою") „математична модель", а отже, їх розв'язування передбачає реалізацію методу математичного моделювання. Тому побудуємо узагальнену схему (навчальну модель) математичного моделювання як методу навчального пізнання.

1. Постановка (формулювання) прикладної чи практичної задачі.
2. Змістовий аналіз умови задачі, виділення основних характеристик (параметрів) процесу, явища, створеної задачної ситуації.
3. Виділення всіх змінних величин, що характеризують об'єкт пізнання. Знаходження всіх відношень, у яких перебувають змінні та сталі величини, встановлення їх властивостей (характеристик).
4. Інтерпретація виділених змінних величин та знайдених відношень засобами математики: графічне (геометричне) трактування, введення змінних (невідомих), математичних операцій; визначення

виду функції (функціоналів, операторів).

5. Конструювання в знаково-символьній формі математичних співвідношень. Встановлення ізоморфізму структур досліджуваного об'єкта та визначеного математичного апарату. Побудова математичної моделі.

6. Постановка та розв'язування математичної задачі. Знаходження розв'язку.

7. Інтерпретація одержаного розв'язку, тобто його формулювання на мові початкової (прикладної) задачі.

8. Визначення типів прикладних задач, розв'язування яких зводиться до побудови математичних моделей такого ж виду.

9. Самоаналіз, самоконтроль і самооцінка (змістова, процесуальна, референтна) засвоєння методу математичного моделювання.

Резюмуючи вищезазначене, приходимо до висновку про роль базових задач у розвивальному навчанні математики: ***вони слугують підґрунтям для організації навчальної діяльності у формі постановки та розв'язування навчальних задач.*** Реалізація такої логіки в процесі навчання математики відповідає дворівневій моделі діяльності, розробленій Д.Б. Богоявленською в методі „креативного поля”. Побудова нової моделі, яка на відміну від моделі проблемної ситуації, де думка рухається, мовляв, у одній площині (розв'язання конкретної задачі), передбачає створення просторової області для дослідження за межами розв'язання поставленої задачі. Засобом реалізації цього може бути створена система однотипних задач, що містять ряд загальних закономірностей. У такий спосіб забезпечується дворівнева модель діяльності. Перший (поверхневий) рівень – виконується діяльність з метою розв'язування конкретної задачі і другий (глибинний) – діяльність щодо виявлення скритих закономірностей, які містить вся система задач і знаходження яких не вимагається умовою поставленої базової задачі [8].

Визначення базових математичних задач певної теми чи розділу є одним із найважливіших методичних завдань, яке, як правило, розв'язує вчитель чи викладач. Вкажемо на основні характеристики таких задач:

1) наявність практичної (прикладної) потреби в розв'язанні задачі (задача має бути достатньо значуща для подальшого здійснення самостійної навчальної діяльності чи безпосередньо пов'язана з потребами практичної діяльністю людини);

2) постановка задачі відомим математиком з метою вирішення теоретичної чи практичної проблеми (задача має глибокі культурно-історичні джерела);

3) значна кількість математичних задач, які можуть бути створені та розв'язані на основі базової;

4) задача відноситься до категорії альтернативних;

5) можливість інтерпретації задачної ситуації засобами алгебри, аналізу, геометрії (базові задачі алгебри та аналізу мають визначний геометричний зміст, геометричні базові задачі достатньо просто моделюються і розв'язуються засобами алгебри та аналізу);

6) у результаті розв'язування базових задач встановлюються залежності між фундаментальними математичними поняттями, що дозволяє називати їх теоремами;

7) задача дає змогу ввести (означити) нове теоретичне поняття.

Для того, щоб формувати навчальну діяльність, потрібно розв'язувати навчальні задачі. За Д.Б. Ельконіним, основна відмінність навчальної задачі від усіх інших полягає в тому, що її метою і результатом є зміна самого суб'єкта пізнання, що виявляється в оволодінні певним способом дій, а не в зміні предметів, над якими суб'єкт виконує дії [9]. Ураховуючи визначену в теорії розвивального навчання систему навчальних дій [6, 159-160], можна конкретизувати дії, які виконуються в процесі розв'язування навчальних задач розвивальної математичної освіти:

1) постановка навчальної задачі на основі базової (прикладної, практичної, математичної);

2) змістовий аналіз навчальної задачі з метою знаходження деякого загального відношення, що характерне для типових математичних задач;

3) моделювання виділеного загального відношення, формування змістових абстракцій і узагальнень для типових задачних ситуацій за допомогою логічних схем і знаково-символьних форм;

4) створення навчальної моделі спо-

собу розв'язування типових задач як ієрархії логіко-математичних дій і операцій між побудованими графічними та знаково-символьними моделями;

5) конструювання системи частинних задач і змістове планування їх розв'язування в контексті створеного загального способу;

6) контроль, аналіз і корекція виконаних навчальних дій;

7) оцінка рівня засвоєння загального способу розв'язування поставленої навчальної задачі (змістова, процесуальна, референтна).

Таким чином, постановка навчальної задачі передбачає:

1) теоретичне узагальнення математичних задач певного типу;

2) одержання способу (методу) розв'язування математичних задач певного типу, який задається системою специфічних математичних і навчально-пізнавальних дій і дозволяє оволодіти загальним способом розв'язання всіх можливих частинних задач.

Навчально-теоретичні задачі в порівнянні з навчальними мають вищий рівень змістово-теоретичного узагальнення й передбачають засвоєння загальнологічних і загальноматематичних методів пізнання та розв'язування задач, що забезпечує формування цілісної системи знань і вмінь на рівні методології математики. Навчально-теоретичні задачі передбачають формування узагальнених способів дій під час вивчення змістових ліній і загальних методів, до яких належать методи:

- математичного моделювання;
- побудови математичних теорій (аксіоматичний і конструктивний);
- розв'язування задач і доведення, що мають загальнологічну основу (аналітичний, синтетичний, аналітико-синтетичний, від супротивного, повної індукції);
- доведення і дослідження, що належать до загальноматематичних (математичної індукції, векторний, координатний, геометричних перетворень, алгебричний, границь, диференціального та інтегрального числення);
- розв'язування математичних задач, що застосовуються в цілій змістовій лінії (розкладання на множники, інтервалів, рівносильних перетворень, заміни, координатний, векторний, алгебраїчний, геометричних перетворень).

Згідно з побудованою задачною системою постановка навчально-теоретичної задачі здійснюється після знаходження способу розв'язування навчальної задачі, що являє собою навчальну модель або узагальнену схему дій для реалізації в типових задачних ситуаціях.

Залучення школярів і студентів до науки як соціально значущої царини людської діяльності з метою вироблення та використання теоретично систематизованих знань про оточуючий світ – такі завдання ставить розвивальна математична освіта. Тому відповідно до створеної задачної системи на найвищому (четвертому) рівні здійснюється постановка та розв'язування навчально-дослідницьких задач, що слугує початковим етапом організації науково-дослідної діяльності. Головна відмінність навчально-дослідницької задачі від розглянутих вище типів задач у ступені новизни одержаного продукту. Мірою новизни слугує не суб'єктивний, а суспільний досвід, об'єктивно нові знання та способи діяльності. Водночас навчально-дослідницькі задачі займають найнижчий рівень у ієрархії науково-дослідних задач, оскільки за своїм змістом та способом розв'язування передбачають застосування як навчальних (навчально-теоретичних), так і науково-дослідницьких дій. На четвертому рівні спроектованої задачної системи виконуються такі дії:

- прийняття від учителя (викладача) або самостійна постановка навчально-дослідницької задачі. Обґрунтування її актуальності;
- теоретичний аналіз навчальної та наукової літератури. Визначення суспільно-історичних факторів становлення та розвитку (генези) проблеми дослідження;
- структурно-математичний аналіз поставленої проблеми;
- теоретичне моделювання змістових компонентів дослідження (визначення об'єкта, предмета, мети та завдань, методів математичного пізнання та розв'язування задач);
- математичне моделювання та інтерпретування задачної ситуації;
- формулювання гіпотези, проектування та розв'язування системи частин-

них задач, до якої зводиться розв'язання поставленої задачі;

- інтерпретація та реалізація одержаного розв'язку (створеної теорії);
- контроль і корекція виконаних дій;
- змістовий аналіз та оцінка (самооцінка) знайденого способу розв'язування задачі-проблеми.

Таким чином, створена теорія задач розвивальної математичної освіти базується на задачному підході до формування та розвитку навчальної діяльності; на сформульованому принципі розвивальної наступності; ідеї єдності методів математичного, навчального, навчально-теоретичного й теоретичного моделювання; особливій задачі – рефлексії процесу учіння (навчального пізнання). **Різнотипність задач, ієрархія рівнів їх змістового теоретичного узагальнення, різні види інтерпретацій задачних ситуацій, як і загалом можливість суб'єктної поведінки на кожному з визначених етапів, дозволяють послуговуватися імовірнісними чинниками організації процесу учіння, що, у свою чергу, створює необхідні умови для реалізації стильового підходу в навчанні, формування персональних пізнавальних стилів (стилів навчання).** Розвиток розробленої теорії здійснюється відповідно до спроектованої системи, що являє собою ієрархію чотирьох компонентів (задач, які різняться рівнем змістового теоретичного узагальнення) та реалізовуються через визначені способи дій (моделювання задачних ситуацій). Її упровадження в умовах школи та ВНЗ є одним із можливих шляхів досягнення цілей розвивальної освіти: **розвиток науково-теоретичного мислення, формування суб'єктів навчальної (навчально-професійної) діяльності, становлення особистостей як суб'єктів життєдіяльності.** Рефлексія процесу учіння (усвідомлення власного досвіду з метою вищого рівня розуміння, що передбачає самоаналіз, самооцінку і самоконтроль) є невід'ємною операційно-задачною складовою навчальної діяльності, слугує рефлексивному напрямку розвитку особистості, який загалом задає система розвивальної освіти. Саме способам рефлексії (самооцінки, самоконтролю) виконаної навчальної (навчально-професійної) діяльності будуть присвячені наші подальші роботи.

1. Александрова Э.И. Научно-методические основы построения начального курса математики в системе развивающего обучения: Монография. – Омск: ГОУ ДПО ИПКРО, 2006. – 332 с.

2. Семенець С.П. Елементарна математика. Навчальна програма (розроблена на основі концепції розвивальної освіти). – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І.Франка, 2008. – 88с.

3. Семенець С.П. Навчальне моделювання методів доведення в шкільному курсі математики //Математика в школі. – 2006. – №9. – С. 12-16.

4. Семенець С.П. Навчання учнів основної школи методам геометричних перетворень// Математика в школі. – 2007. – №1. – С. 17-20.

5. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика 5-12 класи. – Київ, 2005. – 64 с.

6. Давыдов В.В. Теория развивающего обучения /Международная Ассоциация «Развивающее обучение». – М.: Интор, 1996. – 544 с.

7. Костюк Г.С., Балл Г.А., Машбиц Е.И. О задачном подходе к исследованию учебной деятельности// Психология человеческого учения и решения проблем: 2-я Пражская конференция: Резюме. – Прага, 1973. – С. 17-25.

8. Богоявленская Д.Б. Психология творческих способностей. – М.: Академия, 2002. – 320с.

9. Эльконин Д.Б. Психологические условия развивающего обучения //Обучение и развитие младших школьников. – М.: Педагогика, 1970. – С. 27-38.

Резюме. **Семенец С.П. ТЕОРИЯ ЗАДАЧ РАЗВИВАЮЩЕГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ.** *Разработана теория задач развивающего математического образования. Проведен системный анализ сформированных структурно-функциональных компонентов. Спроектированы обобщенные способы решения задач.*

Summary. **Semenets S. THEORY OF DEVELOPING MATHEMATICAL EDUCATION TASKS.** *The theory of the problem of a developing mathematical education is worked out and proved scientifically. The system analysis of the defined structural and functional components was carried out. The generalized methods of acts during solving the tasks were projected.*

Надійшла до редакції 15.11.2008 р.

О ПРИКЛАДНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

В.А.Швец,
кандидат педагог. наук, профессор,
Национальный педуниверситет им. М.П.Драгоманова,
г. Киев, УКРАИНА

Розглянуті проблеми прикладної спрямованості шкільного курсу математики, розкрито сутність поняття «прикладна спрямованість шкільного курсу математики», запропоновані методи та засоби реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу математики.

Анализ материалов «Отчета о мировом развитии 1996» [1], подготовленных Мировым банком на основании тестирования математических и естественнонаучных знаний учащихся и студентов некоторых высокоразвитых стран, среди которых были и страны СНГ (страны бывшего СССР), показывает совершенно разное понимание степени важности этих знаний, а, следовательно, и разное отношение к их формированию. Так, например, если акцентировать внимание в обучении учащихся на одной из следующих целей обучения:

1) сформировать систему знаний;

2) научить применять знания на практике;

3) научить применять знания в нестандартных ситуациях;

то вырисовывается разное видение отдельными странами степени их важности (рис. 1).

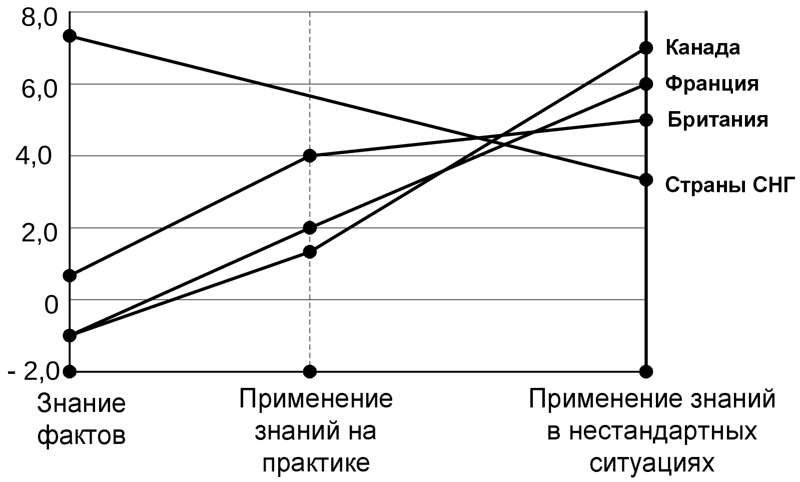


Рис. 1

(На рисунке изображены отклонения от среднего значения для выборки школьников 9-13 лет).

Приведенные на рисунке графики свидетельствуют о том, что в странах бывшего СССР, традиционно, приоритетной была цель – сформировать у учащихся средних школ глубокие и прочные математические и естественнонаучные знания, а двум другим уделялось внимания меньше. В других странах, как видно из рисунка, приоритетность целей иная.

Украина, став самостоятельным государством, реформируя систему образования, пытается исправить такой перекос. Во всех последующих государственных нормативных документах, касающихся проблемы содержания математического образования, требований к математической подготовке учащихся, профилизации школы и т.п., говорится об усилении прикладной направленности школьного курса математики. Смена информационно-знаниевой парадигмы образования на компетентностную не только **поощряет** делать это, но и **обязывает**. Утверждать, что уже много сделано в этом направлении нельзя в силу разных причин: и инерционность системы образования, и сложности в решении данной проблемы, и отсутствие надлежащего материального обеспечения и т.п. Но подвижки, хоть и малые, все таки есть.

Прикладная направленность школьного курса математики, как проблема которую нужно решать и как цель обучения математике, зазвучала в «Концепции математического образования 12-летней школы» [2], в «Концепции профильного образования в старшей школе» [3], в «Государственном стандарте базового школьного среднего образования: Образовательная отрасль Математика» [4], в программах по математике для средней школы и других документах. На разработку технологий ее решения были направлены научные исследования З.И.Слепкань, Н.О.Соколенко, А.В.Прус, Н.Я.Игнатенка, В.А.Швеца и других украинских математиков-методистов. В частности, они исследовали и продолжают исследовать проблемы прикладной направленности школьных курсов алгебры и начал анализа [10], [11]; стереометрии [8], [9], [12]; интегрированного школьного курса «Математика» [6] и т.п. Менее успешно пока эта проблема решается в современных школьных учебниках по математике.

Впервые определение понятия «Прикладная направленность школьного курса математики» было дано советским педагогом-математиком В.В. Фирсовым. Затем оно усовершенствовалось другими учеными. В нашем понимании суть **прикладной направленности школьного курса математики** заключается в осуществлении целенаправленных содержательных и методологических связей математики с практикой, что предусматривает введение в школьную математику таких специфических моментов, которые характерны для исследования **прикладных задач** математическими методами. Под **прикладными задачами** мы понимаем задачи, которые возникают за пределами математики, но решение которых требует применения математического аппарата.

Радикальным методом реализации прикладной направленности школьного курса **математики** есть **математическое моделирование**, а наиболее эффективным средством – **прикладные задачи**, решение которых требует глубоких знаний не только математики, но и других наук.

Есть разные подходы к определению математического моделирования. Более глубоко и подробно о них сказано в диссертационном исследовании Л.Л.Панченко [7]. В нашем понимании **математическое моделирование** – процесс установления соответствия данному реальному объекту или явлению некоторого математического объекта, который называется математической моделью. Оно широко используется в научных исследованиях, обучении, управлении, практической деятельности. В данной статье речь идет об использовании математического моделирования как метода в обучении учащихся математике с целью усилить ее прикладную направленность (научить применять математику в нестандартных ситуациях).

Математическое моделирование как процесс состоит из нескольких этапов:

1.**Предварительный анализ объекта исследования** с целью определения главных параметров, существенных и несущественных связей, главных характеристик, законов, которые присущи явлению или объекту;

2.Построение математической модели;

3.Реализация математической модели математическими методами;

4.Выбор (или разработка) алгоритма для реализации математической модели с помощью компьютера;

5.Создание или выбор программ, которые «переводят» модель и алгоритм на доступный компьютеру язык;

6.Проведение вычислительного эксперимента;

7.Анализ полученных результатов и перенесение их на объект, который исследуется [7, с. 21-22].

Названную последовательность этапов называют **расширенной** схемой математического моделирования. Естественно, что для обучения математики в школе она нуждается в упрощении. Во время обучения школьников математике чаще всего используют этапы 1, 2, 3 и 7, а такую схему называют **упрощенной** схемой математического моделирования. В общем виде она предусматривает:

– перевод прикладной задачи с естественного языка той области, где она возникла, на язык математики (I этап);

– решение полученной математической задачи (II этап);

– интерпретация полученных результатов, т.е. перевод решений математической задачи с языка математики на язык той области, где она возникла (III этап).

Следует заметить, что решению прикладной задачи присущи все этапы математического моделирования. Схематически это выглядит следующим образом (рис. 2).

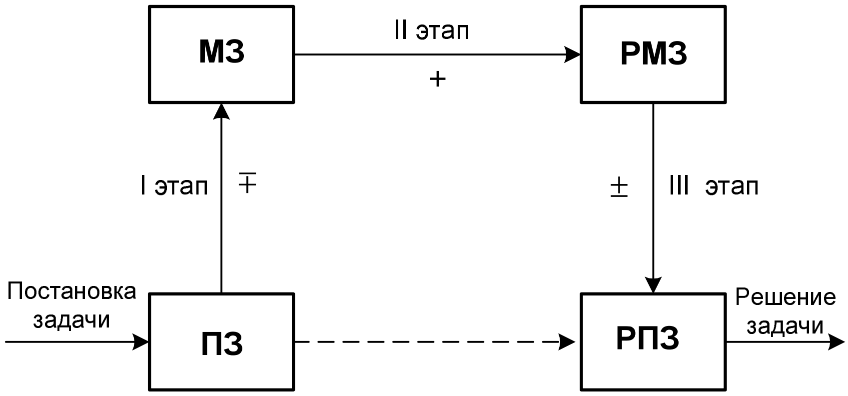


Рис. 2

(ПЗ – прикладная задача, МЗ – математическая задача, РМЗ – решения математической задачи, РПЗ – решения прикладной задачи).

Проведенный нами констатирующий эксперимент показал (в эксперименте приняло участие болем 1500 учащихся старших классов), что наиболее трудным для учеников является I этап (∓ - очень слабо владеют навыками перевода ПЗ с естественного языка на язык математики, создания адекватной математической модели). Если же им предложить готовую или помочь создать математическую модель прикладной задачи (уравнение, систему уравнений, функцию и т.п.), то с ее решением они справляются хорошо (+ - хорошо). Менее успешным, по сравнению с II этапом, является III этап (± - не всегда учащиеся умеют интерпретировать решения математической задачи как решения прикладной задачи, осуществлять проверку решений).

Для эффективной организации учебной деятельности учащихся по решению прикладных задач нами были выделены, для каждого из указанных выше этапов, соответствующие методические приемы и ориентировочные действия (наиболее общие):

I этап: – использовать эвристические вопросы (эвристические предписания, специальные эвристики, которые используются при изучении конкретного учебного материала);

– абстрагироваться от свойств объекта, несущественных для построения адекватной модели;

– помочь учащимся четко указать отличия между объектом и его моделью;

– сформулировать условия и требования прикладной задачи на языке математики.

II этап: – использовать (при необходимости) источники дополнительных данных и теоретических сведений;

– использовать иллюстративные чертежи или эскизы, которые помогают найти решения математической задачи;

– использовать (при необходимости) математические задачи – двойники;

– систематически использовать ИКТ для выполнения рисунков, проведения вычислений;

– довести найденное решение до числового значения или расчетной формулы.

III этап: – осуществить отбор тех решений математической задачи, которые будут решениями прикладной задачи, учітівая область определения данных задачи, осуществляя проверку решения;

– оценить (при необходимости) степень точности полученных результатов.

(Более подробно эти приемы и действия описаны в учебном пособии [12]).

Когда, где и каким математическим моделированием следует заниматься, обучая учащихся математике показывает таблица 1.

Таблица 1

Учебные дисциплины	Математика (арифметика)	Алгебра, геометрия	Алгебра и начала анализа, стереометрия
Классы	5-6	7-9	10-12
Математическое моделирование (вид)	Числовое	Аналитическое, структурное	Аналитическое, структурное, статистическое
Математические модели (виды)	Числовые выражения, пропорции …	Буквенные выражения, уравнения и их системы, неравенства и их системы, функции и их графики … Планиметрические геометрические фигуры …	Алгебраические и трансцендетные выражения, уравнений и их системы, неравенства и их системы, функции и их графики, производная, интеграл, стохастические модели, стереометрические фигуры и геометрические тела …

Начинать знакомить учащихся с методом математического моделирования, на наш взгляд, следует с 5-го класса. Такое пропедевтическое обучение во время изучения математики должно завершиться в 6 классе сформированностью у учащихся представлений о том, что числовые выражения, пропорции – это числовые модели, которые изучаются математикой. В следующих, старших классах, такое обучения методу математического моделирования должно стать систематическим. Как это делать на практике – готовых методических рекомендаций и технологий пока нет. Это проблема, которая ждет своего решения как для основной, так и для старшей профильной школы.

Приведем несколько примеров, иллюстрирующих решения прикладных задач методом математического моделирования, которые помогут сформировать и объяснить окончательные выводы данной статьи.

Пример 1. (Задача 44. [5, с. 35]) Из двух городов А и В одновременно навстречу друг другу выезжают два велосипедиста. Первый едет со скоростью 16 км/ч, а второй – 18 км/ч. Какое расстояние будет между этими велосипедистами через 4 часа после начала движения, если известно, что расстояние между городами равно 246 км?

Решение задачи

I этап. Сначала следует выяснить с учащимися, что такое скорость движения велосипедиста и если она постоянна, то какое имеется в виду движение. Затем следует узнать, сколько километров проехал каждый из велосипедистов за 4 часа. Для этого нужно будет 16 умножить на 4 (расстояние, которое проехал первый велосипедист), а потом 18 умножить на 4 (расстояние, которое проехал второй велосипедист). А еще проще: сложить 16 и 18, и умножить полученную сумму на 4. Таким образом, узнаем сколько проехали оба велосипедистами за 4 часа. Тогда расстояние между велосипедистами можно найти путем вычитания от 246 результата, полученного в предыдущем действии. Очень хорошо проходит этот этап, если использовать компьютерные презентации. Глядя на них учащиеся четко понимают почему скорости складываются, почему выполняются именно такие действия. В итоге приходим к числовому выражению: $246-(16+18)\cdot 4$. Говорим учащимся, что такое выражение называют **математической моделью**.

II этап. Для того, чтобы решить поставленную задачу, нужно вычислить составленное числовое выражение. Таким образом, имеем математическую задачу:

Найти значение числового выражения: $246-(16+18)\cdot 4$. Ее решение у учащихся трудностей не вызывает. Они быстро вспоминают порядок выполнения действий и находят результат: 110.

III этап. Число 110 это не только значение числового выражение, оно показывает, какое расстояние в километрах было между велосипедистами через 4 часа после начала движения. После выяснения этих обстоятельств учащиеся приходят к ответу на поставленный в прикладной задаче вопрос.

Ответ. Через 4 часа расстояние между велосипедистами будет равно 110 км.

Пример 2. (Задача 44. [5, с. 112]). Три бригады рабочих получили за совместную работу 49200 грн. В первой бригаде было 6 рабочих и они работали 5 дней. Во второй бригаде было 8 рабочих и они работали 6 дней. А в третьей бригаде было 5 рабочих, но они работали 9 дней. Сколько денег заработала каждая бригада, если оплата проводилась по одинаковым расценкам?

Решение задачи

I этап. Учащихся следует ознакомить с тем, что в такого рода случаях бухгалтерия вводит такую величину как человеко-дни. Затем показать, что первая бригада затратила на выполнение работы $6\cdot 4=30$ (человеко-дней) вторая – $8\cdot 6=48$ (человеко-дней), третья - $5\cdot 9=45$ (человеко-дней). Далее подводим учащихся к тому, что заработанную совместно сумму денег 49200 грн. следует разделить пропорционально числам 30:48:45 или 10:16:15. Тогда получаем математическую задачу: “Число 49200 разделить на части пропорционально числам 10:16:15”.

II этап. Решаем поставленную математическую задачу.

1) 10+16+15=41 – сумма всех частей.

2) 49200:41·10=12000 – первая часть числа.

3) 49200:41·16+19200 – вторая часть числа.

4) 49200:41·15=18000 – третья часть числа.

III этап. Так как первая бригада затратила на работу 30 человеко-дней, то она заработала 12000 грн., вторая бригада, которая затратила на работу 48 человеко-дней, заработала 19200 грн., а третья- 18000 грн.

Ответ. 12000 грн., 19200 грн., 18000 грн.

Пример 3. (Задача 3. [6, с.13]). В начале года есть возможность положить в банк на счет 1640 грн., но в конце года нужно будет снять со счета 882 грн., а через год снова 882 грн. Под какой процент нужно внести деньги в банк, чтобы такие операции состоялись?

Решение задачи

I этап. Пусть x% - ежегодные проценты начисления банка. Тогда к концу года банк начислит ($0{,}01x\cdot 1640$) грн и на счету будет ($1640+0{,}01x\cdot 1640$) грн. или $1640(1+0{,}01x)$ грн.

В начале второго года на счету в банке будет ($1640(1+0{,}01x)$-882) грн. На эту сумму будут начислены процентные начисления: ($0{,}01x(1640\ (1+0{,}01x)–882)$) грн. К концу второго года на счету в банке будет следующая сумма денег:

$$(1640(1+0{,}01x) – 882+0{,}01x(1640(1+0{,}01x)–882) \text{ грн.}$$

Или ($1640(1+0{,}01x)–882)\cdot (1+0{,}01x$). по условию задачи она должна равняться 882 грн. (Иначе нельзя будет снять такую сумму со счета).

Получаем уравнение:

$$(1640(1+0{,}01x)–882)\cdot(1+0{,}01x)=882,$$

которое является математической моделью прикладной задачи.

II этап. Решить уравнение: $(1640(1+0{,}01x)–882)\cdot(1+0{,}01x)=882$.

Введем замену $1+0{,}01x=y$. Тогда имеем уравнение: $1640y^2–882y–882=0$.

Разделив его на 2 получаем: $820y^2–441y–441=0$.

Находим по формуле корни $y_1=-\dfrac{21}{41}$ и $y_2=\dfrac{861}{820}$.

III этап. Возвращаясь к переменной x, замечаем, что значение y_1 не удовлетворяет условию прикладной задачи. Поэтому $1+0{,}01x=\dfrac{861}{820}$, откуда x=5%.

Ответ: деньги нужно вложить в тот банк, где ежегодные процентные начисления составляют не меньше 5%.

Пример 4. (Задача 8.20 [12.с. 136]). Женщины индианских племен, живущие возле реки Амазонки, во время сбора семян водных растений часто берут с собой маленьких детей. Для безопасности малышей они усаживают их на листья амазонского Лотоса. Каждый листок в поперечнике достигает 2 м, а его края высоко загнуты вверх. Поэтому детям есть место для игры и они из листка не выпадают. Один исследователь для определения грузоподъемности листка насыпал на него 10 ведер песка. Только тогда листок утонул. Какой вес может выдержать один такой листок?

Решение задачи

I этап. Совершенно ясно, что учащиеся очень плохо представляют себе что такое амазонский Лотос, какую форму он имеет. Демонстрируем им с помощью компьютера иллюстративный материал (рис. 3 и рис. 4).

Рис. 3

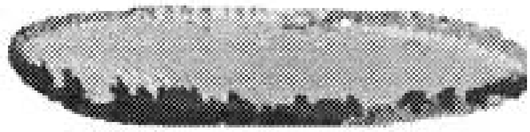


Рис. 4

После просмотра этих презентаций демонстрируем учащимся картинку с ведром и выясняем, что такое ведро может содержать 10 л воды. (Таких данных в условии задачи нет, но это известно из жизненного опыта). Попутно замечаем, что ведро имеет форму усеченного конуса.

Далее договариваемся (идеализируем ситуацию), что исследователь насыпал песок на листок Лотоса сначала на средину, постепенно расширяя радиус своих действий, иначе такой листок может опрокинуться быстрее, чем через 10 высыпанных ведер песка. Когда учащиеся все это осознают, тогда ставим вопрос: «Что требуется выяснить, чтобы ответить на вопрос задачи?» Учащиеся отвечают: «Нужно найти массу десяти ведер песка». Таким образом, приходим к следующей математической задаче.

II этап. Чему равна масса 10 ведер песка, если каждое ведро вмещает 10 л воды? Дети быстро соображают что нужно узнать массу одного ведра песка. Для этого следует установить плотность песка, воспользовавшись сведениями из физики. Далее решение задачи выглядит следующим образом:

1) 1 л воды занимает объем 1 дм^3, 1 дм^3 =10·10·10=1000 (см^3), 1 см^3=$\frac{1}{1000}$ (дм^3); 2) плотность песка $\rho \approx 1{,}5\,\frac{г}{см^3}$ или $\rho \approx 1{,}5\,\frac{кг}{дм^3}$.

Тогда масса песка в одном ведре $m = 1{,}5\,\frac{кг}{дм^3}\cdot 10 м^3 = 15\,кг$, а масса десяти ведер песка $M = 15\,кг \cdot 10 = 150\,кг$.

III этап. Если исследователь равномерно и аккуратно насыпал песок ведром на листок Лотоса, то грузоподъемность такого листка равна приблизительно 150 кг. Конечно, это приближенное значение и не каждый листок выдержит такой вес. Если учесть что вес маленького ребенка равняется, в среднем до 10 кг, то на таком листке могли бы сесть до 15 малышей.

Ответ: Листок амазонского Лотоса может удержать груз весом до 150 кг и не утонуть.

Пример 5. (Задача 1.1 [7, с. 23]). Нужно построить открытый цилиндрический резервуар с объемом V_0 и толщиной стенки d. Каким должны быть размеры резервуара при минимальных затратах материала?

Решение задачи

I этап. Если учащиеся плохо представляют такой резервуар, то им следует показать картинки (с помощью компьютерных презентаций) на которых такие резервуары изображены. Далее изобразить его осевое сечение (рис. 5).

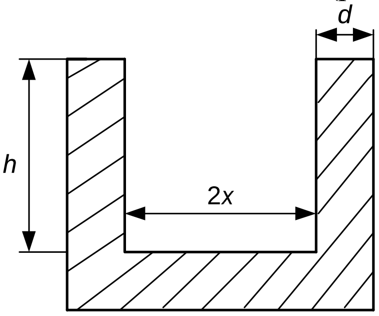


Рис. 5

Пусть d толщина стенки, x – радиус основания внутреннего цилиндра, $x+d$ – радиус основания внешнего цилиндра, h – высота внутреннего цилиндра, $h+d$ – высота внешнего цилиндра. Тогда, по известной формуле, имеем:

$V_0 = \pi x^2 h$ – объем внутреннего цилиндра;

$V_1 = \pi(x+d)^2 d$ – объем днища цилиндра;

$V_2 = \pi(x+d)^2 h$ – объем внешнего цилиндра.

Объем затраченного материала V будет равен: $V = V_2 + V_1 - V_0$. Или $V_2 = \pi(x+d)^2 h + \pi\left((x+d)^2 - x^2\right)h =$
$= \pi d(x+d)^2 + \pi d\left(d^2 + 2xd\right).$.

По условию задачи $V_0 = \pi x^2 h$, откуда $h = \dfrac{V_0}{\pi x^2}$. Тогда

$$V = \pi d(x+d)^2 + \frac{V_0}{x^2}\left(d^2 + 2dx\right) \qquad (1)$$

Соотношение (1) выражает зависимость между величиной V и независимой переменной x и может быть представлено в виде функции

$$V(x) = \pi d(x+d)^2 + \frac{V_0\left(2xd + d^2\right)}{x^2} \qquad (2)$$

Это и есть математическая модель рассматриваемой прикладной задачи.

II этап. Поскольку в исходной задаче требуется чтобы объем затраченного материала был минимальным, то исследуем функцию (2) на экстремум при $x>0$:

$$V'(x) = 2\pi d(x+d) - \frac{2V_0(x+d)d}{x^3} = 0.$$

Из этого равенства находим, что

$x = \sqrt[3]{\dfrac{V_0}{\pi}}$, при этом

$$h = \frac{V_0}{\pi x^2} = \frac{V_0}{\pi\sqrt[3]{\left(\dfrac{V_0}{\pi}\right)^2}} = \sqrt[3]{\frac{V_0}{\pi}} = x \cdot$$

Чтобы показать, что функция $V(x)$ имеет минимальное значение при $x = \sqrt[3]{\dfrac{V_0}{\pi}}$, найдем ее вторую производную: $V''(x) = 2\pi d + \dfrac{2V_0 d(2x+3d)}{x^4}$.

Вычислим значение второй производной в точке $x = \sqrt[3]{\dfrac{V_0}{\pi}}$. Имеем:

$$V''\left(\sqrt[3]{\frac{V_0}{\pi}}\right) = \frac{2\pi d\left(\sqrt[3]{\dfrac{V_0}{\pi}}\right)^4 + 2V_0 d\left(2\sqrt[3]{\dfrac{V_0}{\pi}} + 3d\right)}{\left(\sqrt[3]{\dfrac{V_0}{\pi}}\right)^4}$$

Очевидно, что $V''\left(\sqrt[3]{\dfrac{V_0}{\pi}}\right) > 0$. Следовательно, функция $V(x)$ достигает минимума в точке $x = \sqrt[3]{\dfrac{V_0}{\pi}}$.

III этап. В исходной задаче спрашивалось, какие размеры должен иметь резервуар. То есть, какими должны быть его глубина h и радиус внутренней окружности x. Из предыдущей математической задачи имеем $h = x = \sqrt[3]{\dfrac{V_0}{\pi}}$.

Ответ $\sqrt[3]{\dfrac{V_0}{\pi}}$.

Мы не случайно в приведенных примерах упоминаем об использовании компьютера (использование компьютерных презентаций). Наш опыт показывает, что это очень мощное средство, которое делает процесс решения прикладных задач более эффективным, интенсивным и результативным. Поэтому решение прикладных задач по математике с использованием компьютерных презентаций (как средства) позволяет:

– существенно усилить и интенсифицировать процесс формирования у школьников умений применять математические знания на практике, в нестандартных условиях;

– эффективно осуществлять как межпредметные связи математики с другими школьными предметами, так и внутрипредметные;

– повысить практическую подготовку учащихся по математике, учить их овладевать методом математического моделирования;

– формировать у учащихся научную картину мира, положительные мотивы к учению, умение видеть реальный мир сквозь «математические очки».

Создание систем красивых и содержательных прикладных задач, презентаций, эффективных методических рекомендаций по их решению – широкая методическая проблема, которая инициирует ряд новых актуальных научных исследований в области теории и методики обучения математики. Надеюсь она заинтересует тех, кто ищет тему для научной работы.

1. From Plan to Market/ World Development Report 1996 published for the Worlk by Oxford University Press, p. 124-125.

2. Концепція математичної освіти 12-річної школи: Проект // Математика в школі. – 2002. – №2. – С. 12-17.

3. Концепція профільного навчання в старшій школі // Ін форм. зб. МОН України. – 2003. - №24. – С.32.

4. Книга вчителя математики: Довідково-методичне видання/ Упоряд. Н.С.Прокопенко, Н.П.Щекань. – Харків: ТОРСІНГ ПЛЮС, 2005. – 272 с.

5. Лук'янова С. Розв'язування текстових задач арифметичними способами в 5-6 кл. – К.: Вид. дім „Шкільний світ". Вид. Л. Галіцина, 2006. – 128 с.

6. Межейнікова Л.С., Швець В.О. Математичні задачі з фінансовим змістом в основній школі. – Х.: Вид. група „Основа", 2004. – 96 с.

7. Панченко Л.Л.Формування вмінь математичного моделювання в процесі навчання майбутніх учителів математики: Дис....канд пед. нук:13.00.02. / Нац. Пед. Ун-т імені М.П.Драгоманова. – К., 2006.-260 с.

8. Прус А.В. Прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії: Дис. … канд. пед. наук: 13.00.02 / Нац. пед. ун-т імені М.П. Драгоманова. – К., 2007. – 203 с.

9. Прус А., Швець В. Прикладна спрямованість стереометрії: 10-11 кл. – К.: Шк.. світ,, 2007. – 128 с.

10. Соколенко Л.О. Методика реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу алгебри і початків аналізу: Дис. … канд. пед. наук: 13.00.02 / Укр. держ. пед. ун-т імені М.П. Драгоманова. – К., 1997. – 245 с.

11. Соколенко Л.О. Збірник прикладних задач з алгебри і початків аналізу: Навч.-метод. посібник для вчителів і учнів 10-11 кл. серед.шк., ліцеїв та гімназій фіз..-мат. спрямування. – К.: Тираж, 1997. – 127 с.

12. Швець В.О., Прус А.В. Теорія та практика прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії: Навчальний посібник. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І.Франка, 2007. – 156 с.

Резюме. **Швец В.А. ПРИКЛАДНАЯ НАПРАВЛЕННОСТЬ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ**. *В статье затрагиваются проблемы прикладной направленности школьного курса математики, раскрывается сущность понятия «прикладная направленность школьного курса математики», предлагаются методы и средства реализации прикладной направленности школьного курса математики.*

Summary. **Shvets V. THE PRACTICAL VALUE OF THE SCHOOL COURSE OF MATHEMATICS.** *The report deals with the practical value of the school course of mathematics. The essence of the concept «The practical value of the school course of mathematics is revealed». Also different methods and means of realization the practical value of the school course of the mathematics are considered.*

Надійшла до редакції 12.11.2008 р.

ТАКТИКА ПІЗНАВАЛЬНОЇ ПОВЕДІНКИ УЧНІВ У ПРОЦЕСІ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТВОРЧИХ ТА УМОВНО-ТВОРЧИХ ЗАВДАНЬ З МАТЕМАТИКИ

О.С.Чашечникова,
кандидат педагог. наук, доцент,
Сумський державний педуніверситет ім. А.С.Макаренка,
м. Суми, УКРАЇНА

Аналізуються можливості визначення творчих завдань та якісної діагностики рівня розвитку творчого мислення учнів в процесі навчання математики, зважаючи на різні тактики їхньої пізнавальної поведінки.

Навчання математики – потужний засіб розвитку інтелектуальних та творчих здібностей учнів. Але через низку причин як об'єктивного, так і суб'єктивного характеру (брак навчального часу; домінування алгоритмічного підходу; обмаль завдань творчого характеру; недостатня мотивація учнів, прагматизм; незацікавленість вчителя – привнесення змін у налагоджений процес навчання вимагає витрати зусиль, на деякий час знижує показники успішності) навчальний аспект домінує над пізнавальним. Навіть вчителі, які ***спроможні*** та ***прагнуть працювати творчо***, мають утруднення, коли необхідно поєднувати спрямованість з одного боку на формування в учнів навичок застосування основних алгоритмів, на відповідність їхніх знань та вмінь певним стандартам, а з іншого – на розвиток в них творчого мислення, здатності працювати у нестандартних умовах.

Процес творчості відбувається при розв'язуванні творчого завдання. Серед різноманітних підходів до визначення «творчості» пізнавальної задачі більшість є такими, що під поняття «творче завдання з математики» підпадають саме ті, які відповідають поглибленому рівню навчання предмету. Проблемою є визначення кола завдань, які можна пропонувати з метою створення творчої ситуації, не виходячи за межі відповідної програми з математики, та надання можливостей для якісної, а не кількісної, діагностики рівня розвитку творчого мислення учнів.

Мета статті: запропонувати підходи до відбору творчих завдань та до діагностики творчого мислення учнів в процесі навчання математики, зважаючи на різні тактики їхньої пізнавальної поведінки.

Творчим завданням вважаємо не лише *те, в процесі розв'язування якого виникає протиріччя між ресурсами накопиченого досвіду і унікальністю умов і вимог ситуації задачі* [1; 4], але й те, *що потребує нестандартного застосування наявної «інтелектуальної бази» в умовах, коли попередньо не є відомим набір правил та операцій, послідовність яких приводить до мети; вимагає знаходження різних способів розв'язування* [5]. Зауважимо: нестандартність умов і вимог, підходів може бути як суб'єктивною, так і об'єктивною. Це надає можливість розширити коло завдань, які можна пропонувати як творчі.

Відзначимо фактори, від яких залежить ступінь нестандартності завдання, його «творчості»: нестандартність (стандартність) умови і вимоги; наявність відповідної інтелектуальної бази конкретної людини (суспільства взагалі) та нестандартність (стандартність) її застосування.

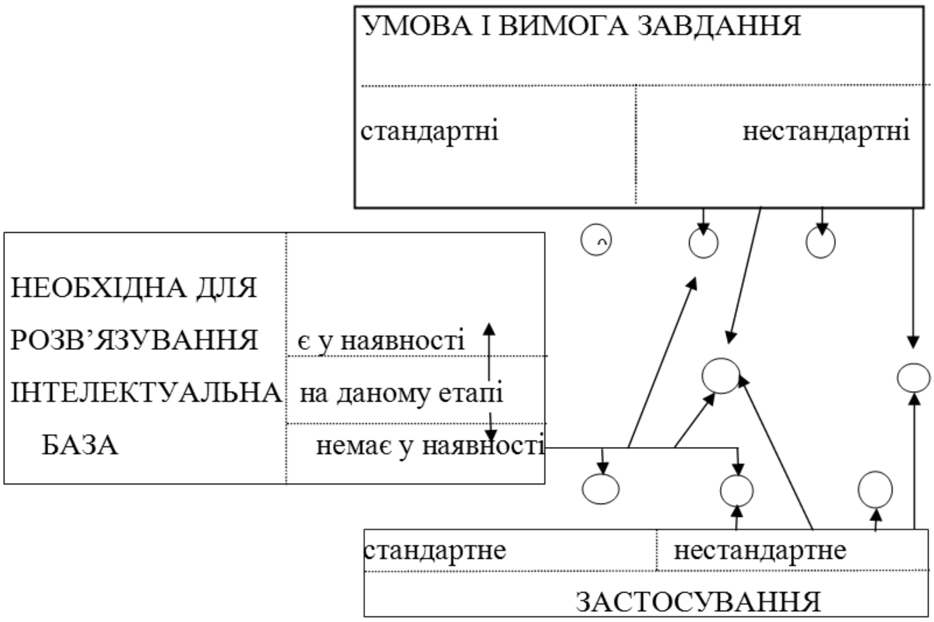
Інтелектуальною базою *назвемо наявну систему знань, навичок, вмінь учня та досвід її використання на практиці.* Пропонуємо ілюстрацію схемою (схема 1).

Не будемо ототожнювати поняття «нестандартність» та «творчісткість» завдання. Під *«творчосткістю» завдання* розуміємо *потенційну корисність виконання завдання для впливу на особистість, на-*

дання можливості учню у процесі роботи відходити від шаблонів, почувати себе вільним виходити за межі стандартів. Максимальний ступінь нестандартності визначаємо системою трьох факторів: нестандартність умови і вимоги завдання; відсутність на даному етапі в учня відповідної інтелектуальної бази, необхідність нестандартно її застосовувати. «*Нульовому*» *ступеню* (на схемі до позначки не веде жодна з стрілок) відповідає стандартність умови і вимоги, наявність необхідної інтелектуальної бази та досвіду виконання схожих завдань.

Схема 1

Схема визначення ступеня нестандартності завдання



Навмисно не будуємо тривимірну модель, яка б демонструвала ступінь суб'єктивної трудності завдання так: вищий «шар» – це підйом на більш високу сходинку нестандартності. Існує чимало нешаблонних завдань з математики високого рівня потенційної «творчісткості», в яких присутній лише один з факторів нестандартності, і, навпаки, завдань менш високого ступеня нестандартності, яким притаманні всі три фактори. Таким є завдання знайти суму квадратів коренів рівняння $x^2-3\cdot x+2=0$ для учня, який ще не знайомий з теоремою Вієта та наслідками з неї.

Ступінь суб'єктивної нестандартності конкретного завдання є функцією від абстрактних «відстаней», що відділяють: наявну інтелектуальну базу учня від необхідної для розв'язування завдання; наявні у досвіді «шаблони формулювання» завдання від нешаблонного подання його умови і (або) вимоги; наявний досвід застосування «інтелектуальної бази» суб'єкта від необхідного застосування.

Дана схема також ілюструє: ступінь нестандартності завдання визначається умовно, відносно індивідуальних особливостей і можливостей конкретного учня (що саме для даного учня є нестандартним – подання завдання у певному словесному формулюванні, схемою, графічно тощо; якою саме інтелектуальною базою володіє конкретний учень на даному етапі; який саме досвід виконання нестандартних завдань має, в тому числі, в інших галузях знань, та інше). Мета розв'язати завдання створює умови для формування здатності її досягнення.

Терміном ***«умовно-творче завдання»*** позначаємо *завдання, тексти яких достатньо переформулювати, щоб перетворити процес розв'язування на творчий* [6]. Переформулювання сприяє позбавленню учнів від відчуття очевидності розв'язування завдань, дозволяє продемонструвати нетрадиційні підходи до виконання, не підвищуючи рівень їх важкості. В даному контексті нами були проаналізовані діючі підручники з предмету для загальноосвітніх шкіл, в результаті чого виділені завдання творчого характеру та умовно-творчі з кожної теми.

Зокрема, завдання на знаходження *n*-ного члена послідовності, якщо відома сума *n* перших її членів, може бути сформульоване так: «Дослідити, чи є арифметичною або геометричною прогресією послідовність, якщо сума *n* перших її членів дорівнює $S_n = 2n^3$. Знайти *n*-ний член послідовності». Задачу на знаходження координат четвертої вершини паралелограма, якщо задані координати трьох його вершин, доцільно доповнити: «Дослідити, як можна змінити координати одної з трьох заданих вершин паралелограма, щоб отримати ромб? Знайти координати четвертої вершини у даному випадку».

Переформульовані завдання не виходять за межі відповідної програми, їх виконання спрямоване на формування більш якісних знань, відпрацьовування учнями основних вмінь, розвитку інтелектуальних та творчих здібностей особистості. Вчителю не має необхідності штучно привносити «елементи творчості» у процес навчання. Це відбувається органічно, логічно пов'язано з навчальним матеріалом відповідної теми, не займає велику кількість часу на уроці. Учні відчувають причетність до творчого процесу, розкріпачуються у процесі навчання.

Творче завдання характеризується *складністю* і *важкістю*. Ці поняття розрізняють правомірно.

Під *важкістю* розуміють: суб'єктивну категорію, що характеризує можливість суб'єкта подолати об'єктивну складність завдання (І.Я.Лернер); величину амплітуди зміни домінуючих рівнів, які залучаються у розв'язування завдання (Я.О.Пономарьов), при чому шкалу важкості творчого завдання поділяють на два класи (чи виходить за межі свідомого діапазон домінуючих рівнів при розв'язуванні завдання, чи ні).

Складність завдання пов'язується із кількістю відносно незалежних компонентів, що входять у склад її умов, та залежить від кількості: елементів, що співвідносяться при розв'язуванні, даних в умові завдання; проміжних етапів на шляху розв'язування (між запитанням і відповіддю); висновків (кінцевих розв'язків), що пропонуються завданням.

Представимо проблемність завдання як функцію:

$$y = F\left(\frac{\alpha}{N}; \frac{k+\int \beta_i dx}{V+\int \gamma_i dx}\right),$$

де N – загальна кількість кроків, які необхідно зробити в процесі розв'язання, α – кількість нешаблонних кроків; V – обсяг знань і умінь суб'єкта, що необхідні йому для розв'язання завдання; k – їх наявний обсяг; $\int \beta_i dx$ та $\int \gamma_i dx$ відповідно наявний та необхідний для розв'язування завдання інтегральні комплекси особистісних властивостей суб'єкта (не тільки наявність певних компонентів (рівень розвитку здібностей, пізнавальної самостійності та ін.), але й взаємозв'язки між ними).

В процесі розв'язування проблеми ведучу роль відіграє метод, що застосовується. Постановка і розв'язування проблеми мають розглядатися у зв'язку із знаннями і способами діяльності. У контексті нашого дослідження дослідницьку ситуацію у навчанні математики розглядаємо як форму розвитку інтелектуальних здібностей учня, його творчого мислення.

Проблемна ситуація є зовнішнім об'єктивним стимулом, з її аналізу проблемної ситуації починається процес мислення; як результат – формулюється задача, проблема. Завдання синтезує змістовий, мотиваційний та операціональний аспекти діяльності. Проблема переростає у навчальну проблему лише за умови, що вона прийнята особою до розв'язування. Робота над творчим завданням починається з його розуміння. Звідки й виникає задача як результат аналізу проблеми.

Творче завдання і проблема пов'язані, але не є синонімами: в результаті аналізу проблемної ситуації формулюється творче завдання, яке містить в собі проблему, що може бути представлена у певній степені явності. Виявлення і формулювання проблеми теж може являти собою творче завдання. Процес творчості підпорядкований загальному правилу: завдання виникає при домінуванні більш високого рівня, ніж той, на якому здобуто засіб до розв'язування, який є побічним продуктом діяльності.

Процес розуміння – єдність взаємодії об'єктивних (форма пред'явлення, кількість інформації та рівень її складності) і суб'єктивних факторів (мотиваційна сфера, індивідуально-типологічні особливості, стан, мисленевий та операціональний аспекти).

Виділення етапів творчої діяльності вважаємо умовним. Доцільно назвати їх стадіями, а стан розв'язування проблеми – фазою; можливі своєрідні сполуки стадій, повернення до попередніх стадій. Повторне проходження відбувається на основі нових вихідних умов, які склалися до переходу на наступний щабель. В контексті дослідження стадією вважаємо систему певних логічних та інтуїтивних операцій, що здійснює суб'єкт творчої діяльності над об'єктом; фазою – певний стан розв'язування конкретного творчого завдання.

На *продуктивність розуміння творчих завдань* впливають:

– *форма пред'явлення завдання*. Оптимальним є взаємодоповнення тексту і графічної форми, що уточнює та конкретизує. Відзначимо: перехід від вербальної форми до графічної підвищує інтерес до повідомлення, акцентує увагу на аспектах, які намагається виділити той, хто пред'являє завдання, спрямовуючи її у необхідному напрямку для адекватного задуму автора завдання розуміння; забезпечується *опосередкованість* організації навчально-пізнавальної діяльності учня та керівництва нею, що дозволяє перевести цю діяльність на більш високий рівень творчої самостійності;

– *обсяг відомостей про об'єкт*, що міститься у формулюванні завдання. Розуміння завдань з недостатньою інформацією вимагає збільшення часу на її знаходження; завдань з надлишком відомостей – зростання часу на виділення частини відомостей, актуально необхідних для розв'язування;

– *рівень складності та суб'єктивної важкості для сприйняття відомостей, що містяться у формулюванні*. Відмітимо: ступінь суб'єктивної важкості перш за все визначається наявною інтелектуальною базою, оперативністю спрацьовування взаємозв'язків змістового та операційного компонентів.

А.Б. Коваленко виділив рівні розуміння умови завдання залежно від рівня знань суб'єкта [2]. Підкреслимо: важливим є адекватність розуміння як умови, так і вимоги завдання; розуміння математичних завдань творчого характеру є більш ефективним за умовою адекватності форми представлення особливостям сприймання учнів.

Відзначимо, учні «*філологи*» та «*гуманітарії*» краще сприймають завдання, подані словесно. Схеми, графіки, рисунки для них мають ілюстративний характер. Перехід до іншої форми представлення (тим більше, необхідність самостійно представити умову задачі в іншій формі) викликає в них утруднення. Для них, зокрема, оптимальна форма подачі завдання з алгебри та математичного аналізу може виглядати так: «Зробити ескіз графіка неперервної функції $y = f(x)$, якщо відомо: 1) функція зростає на проміжках $(-\infty; a)$ та $(p; +\infty)$ і спадає на проміжку $(a; p)$; 2) графік функції перетинає вісь OX у точках з абсцисами $x=c$; $x=d$; $x=b$, а вісь OY в точці з ординатою $y=p$; 3) $c<a<d<0<b$». Менш високий рівень складності передбачає використання не параметрів, а конкретних числових значень. Якщо рівень розвитку здатності трансформувати інформацію є достатнім, частину 2) умови можна подати так: «нулі функції – точки $x=b$; $x=c$; $x=d$».

Учні класів *природничого профілю* достатньо легко сприймають подання завдання із застосуванням схем, формул. Учні-*математики* легше інших переходять від однієї форми подання завдання до іншої, але для частини з них словесне подання іноді заважає. Схема, графік, рисунок надають їм значно більше інформації, і нерідко є підказкою до розв'язування. Можливою є така форма подачі вище запропонованого завдання: «Зробити ескіз графіка неперервної функції $y = f(x)$, якщо відомо: *f(b)=f(c)=f(d)=0; f(0)=p*;

X	(-∞; *a*)	(*a*; *p*)	(*p*;+ ∞)
F(x)	↑	↓	↑

Відрізняються учні специфікою пошуку гіпотези та її перевірки у процесі виконання творчих завдань (домінування творчого або критичного мислення). Врахуємо типологію, основану на виділенні відповідних «індивідуальних маршрутів» Ю.М. Кулюткіним [3]. Представимо її у вигляді таблиці (табл.1). Позначення: А – антиципація, К – контроль.

Таблиця 1

Відношення між антиципацією та контролем у процесі вирішення творчих завдань

№	Тип	Характеристика типу
1	***Імпульсивний*** А>К	Гіпотези створюються швидко, без ретельної орієнтації в умовах; перевірка відбувається лише після виконання великої частини завдання. Невдачі у розв'язуванні не впливають на зниження рівня завдань, що обираються.
2	***Ризикований*** А≥К	Гіпотези створюються швидко, орієнтація в умовах недостатньо повна; в ході розв'язування ретельність контролю зростає, неправильні гіпотези легко перебудовуються.
3	***Врівноважений*** А=К	Органічне поєднання антиципації і контролю.
4	***Обережний*** А≤К	Орієнтовні дії розгорнуті, гіпотеза приймається після ретельного обмірковування різних можливостей; контроль за кожним кроком, оцінка критична. Висока чутливість до негативних оцінок. Рівень важкості завдань, що самостійно обирають, рідко підвищується навіть після вдалих розв'язувань.
5	***Інертний*** А<К	Різке домінування орієнтовних оцінок; гіпотези створюються повільно. Невпевненість при необхідності зупинитися на конкретній гіпотезі, відбувається перебір варіантів, часте повертання до одних і тих самих елементів.

Ю.М.Кулюткін відзначає: вищеназвані характеристики є стійкими, але накопичення досвіду призводить до зменшення кількості крайніх випадків (А>К, А<К) і зростання рішень з ризиком. Більш високому інтелектуальному рівню людини відповідає більш врівноважене співвідношення між висуванням гіпотез і критичністю їх оцінок.

Прослідкуємо це на прикладі розв'язування рівняння

$$\left(tg\frac{\pi}{8}\right)^{\sqrt{x^2+2x\sqrt{2}+1}} = \left(ctg\frac{\pi}{8}\right)^{\sqrt{x+\sqrt{2}-1}}$$

учнями вищевказаних типів. Зауважимо: дане завдання нами пропонувалося у класах різного профілю учням, рівень навченості з математики яких не нижче середнього.

1. Учні *імпульсивного чи ризикованого типу* частіше відразу переходять до рівняння $\sqrt{x^2+2x\sqrt{2}+1} = -\sqrt{x+\sqrt{2}-1}$. Не звертаючи уваги на знак «–» перед знаком радикала у правій частині, підносять обидві частини рівняння до квадрату. Але ті з них, для кого $А \geq К$, виявивши, що один з отриманих таким чином коренів є стороннім, достатньо легко виявляють причину недоліку, а потім перебудовують власну неправильну гіпотезу. Ризикуючи, застосовуючи незвичні методи та нові прийоми, вони нерідко допускають помилки (або недоліки), але спроможні самостійно їх усувати.

2. Учні *обережного та інертного типів* починають із знаходження області допустимих значень змінної, чим нерідко ускладнюють та уповільнюють виконання завдання. Зауважимо: *учні обережного та*

інертного типів рідко спроможні мислити нешаблонно.

3. Учні *врівноваженого типу* не мають ускладнень при виконанні завдання: здатність до передбачення результату та контроль за проміжними ланками в їх діяльності органічно поєднуються. На етапі переходу до рівняння $\sqrt{x^2+2x\sqrt{2}+1}=-\sqrt{x+\sqrt{2}-1}$ саме контроль за результатами проміжних дій надає їм можливість оперативно визначити: рівність можлива лише за умовою того, що підкореневі вирази водночас дорівнюють нулю.

Вважаємо: чим більші творчі можливості людини, тим більше творче та інтелектуальне стають органічно поєднаними, практично рівноправними компонентами.

Психологи виділяють такі тактики пізнавальної поведінки:

Об'єктивно-продуктивна (логічна) тактика (назвемо ОПТ) – чіткість, широта, глибина, багатогранність пізнавально-дослідницьких гіпотез; самокритичність, вимогливість до себе.

Суб'єктивно-продуктивна тактика (СПТ) – широкі, але не завжди обґрунтовані гіпотези; складність при переформуванні оперативних гіпотез; включення до логічного ланцюга великої кількості суб'єктивних домислів; висловлення припущень та гіпотез як абсолютних істин.

Об'єктивно-непродуктивна (ОНТ) та суб'єктивно-непродуктивна тактика (СНТ) – шаблонність, пасивність, безініціативність, підвищена конформність, чітка регламентація дій; відсутність звички відповідати за прийняті рішення.

Відповідність певному типу щодо тактики пізнавальної поведінки прослідкуємо на прикладі виконання учнями завдання: «Розв'язати у дійсних числах систему рівнянь: $\begin{cases} x+y=2, \\ x\cdot y-z^2=1 \end{cases}$».

Відмітимо: учні типів ОНТ і СНТ частіше відмовляються від виконання завдання через шаблони мислення: є два рівняння і три змінні, тому розв'язати неможна.

Достатньо велика частина учнів типу СПТ висуває таку гіпотезу: $x\cdot y=1+z^2$, тому *x* і *y* одного знаку. З того, що $x+y=2$, робиться висновок: *x* і *y* – додатні. Способом підбору знаходяться значення *x=1; y=1; z=0.* Але для учнів цього типу достатньо важко визначити: чи є знайдена трійка чисел єдиним коренем системи.

Учні типу ОПТ, записавши систему у вигляді

$$\begin{cases} x+y=2, \\ x\cdot y=z^2+1 \end{cases}$$

та застосовуючи, за їхніми словами, аналогію з теоремою Вієта:

$$\begin{cases} t_1+t_2=2, \\ t_1\cdot t_2=z^2+1 \end{cases},$$

складають рівняння $t^2-2\cdot t+(1+z^2)=0$. Розв'язуючи його, отримують $t_{1,2}=1\pm\sqrt{-z^2}$. Робиться висновок: розв'язати систему необхідно у дійсних числах, тому для *z* єдине можливе значення *z=0*. Звідси: *x=y=1.* Тут спрацьовує здатність «відходити достатньо далеко» від первинного завдання, спроможність використовувати «дальні аналогії».

Для учнів цього ж типу, які звикли використовувати отримані знання «на більш близькій відстані», спрацьовує досвід розв'язування систем рівнянь методом підстановки. З першого рівняння $y=2-x$, друге можна записати у вигляді $x^2-2\cdot x+(z^2+1)=0$ і розв'язати відносно змінної *x*.

Відмітимо*: учням основної школи, що мають достатньо високий рівень розвитку творчого мислення, частіше притаманна суб'єктивно-продуктивна тактика пізнавальної поведінки.* Вони імпульсивні, оперативно формулюють гіпотези (не повністю обґрунтовуючи їх); не завжди доводять виконання завдань до кінцевого результату (втрачають зацікавленість, якщо гіпотеза виявилася хибною, або якщо необхідно чітко аргументувати її доречність). *Об'єктивно-продуктивна тактика, що є необхідною умовою продуктивності творчої діяльності у навчанні математики, у більшості випадків – результат цілеспрямованої та систематичної організа-*

ції вчителем-предметником навчально-пізнавальної діяльності учнів, спрямованої на формування їх інтелектуальної бази, на розвиток їх інтелектуальних та творчих здібностей, творчого мислення.

Поступово створюється ситуація успіху, підвищується мотивація учнів до вивчення математики через деяку «нестандартність стандартних завдань», нешаблонність діяльності, яка оптимізує навчання математики, підвищує його ефективність (більш високий рівень навченості школярів, позитивний вплив на розвиток їхнього інтелекту та творчих здібностей).

1. Балл Г.О. У світі задач. – К.: Т-во «Знання» УРСР, 1986. – 48 с.

2. Коваленко А.Б. Психологические особенности понимания творческих задач // Вопросы психологии. – 1991. – 5. С.42-47.

3. Кулюткин Ю.Н. Диалог как предмет педагогической рефлексии. – СПб.: Спец. лит, 2001. – 75 с.

4. Семенов И.Н. Системное исследование мышления в решении творческих задач. – Автореф. канд. психол. наук. 19.00.01. – АН СССР, Ин-т психол. – М.,1980. – 18 с.

5. Чашечникова О.С. Розвиток творчого мислення учнів у процесі розв'язування нестандартних завдань з математики // Вісник Черкаського університету. Серія «Педагогічні науки». – Вип.70. – Черкаси, 2005. – С.170-178.

6. Чашечникова О., Чухрай З., Несторенко О., Степаненко О. Використання умовно-евристичних завдань з метою підвищення ефективності навчання математики учнів та студентів// Методологічні та методичні основи активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів в процесі вивчення математичних дисциплін: Матер. Всеукр.наук-практ. конф.8-10 листопада 2007 рік, м.Ялта. − Ялта, 2007. – С.133 − 135.

Резюме. **Чашечникова О.С. ТАКТИКА ПОЗНАВАТЕЛЬНОГО ПОВЕДЕНИЯ УЧЕНИКОВ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ ТВОРЧЕСКИХ И УСЛОВНО-ТВОРЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ.** *Анализируются возможности определения творческих заданий и качественной диагностики уровня развития творческого мышления учеников в процессе обучения математики, учитывая различные тактики их познавательного поведения.*

Summary. **Chashechnikova O. TACTIC OF STUDENT'S COGNITIVE CONDUCT IN THE PROCESS OF SOLVING CREATIVE AND CONDITIONALLY CREATIVE TASKS.** *Possibilities of determination the creative tasks and diagnostics of student's creative thought in the process of math studies are analysed, because of their cognitive conduct different tacticians.*

Надійшла до редакції 2.11.2008 р.

РОЗВИТОК УМІНЬ СТАРШОКЛАСНИКІВ РОЗВ'ЯЗУВАТИ КОНСТРУКТИВНІ ЗАДАЧІ

І.А.Сверчевська,
кандидат педагог. наук, доцент,
Житомирський державний університет ім. І. Франка
м. Житомир, УКРАЇНА

Розглядаються конструктивні вміння учнів як складова їх розвитку та здатності до продовження математичної освіти. Зосереджено увагу на розв'язуванні конструктивних задач про геометричні тіла.

Для поліпшення професійної освіти молоді, їх підготовки до самостійного життя, подальшої освіти велике значення має наступність навчання у школі та вищому навчальному закладі, коли процес вивчення нового спирається на попередні знання й уміння. На думку Л.В. Занкова, учня не можна примусити засвоїти знання, він повинен мати пізнавальні уміння, щоб виробити знання. Пізнавальні вміння дадуть змогу застосовувати знання, перетворювати, розширювати і доповнювати, знаходячи нові зв'язки та співвідношення, тому необхідним є забезпечення засвоєння школярами основних прийомів розумової діяльності, розвиток їх пізнавальних умінь.

Пізнавальні вміння, з одного боку, будемо розглядати як здатність учня виконувати певні дії на основі засвоєних знань і навичок, а з іншого – як систему психічних і практичних дій, що ґрунтуються на теоретичних знаннях. Наукові праці А.П.Акімової, А.С.Деркача, Н.В.Кузьміної, Л.Д.Павлової та ін. підтверджують важливість пізнавальних умінь і виділяють як стрижневі аналітичні, проектувальні, конструктивні, комунікативні та організаторські вміння [1]. Зосередимо увагу на **конструктивних уміннях**.

Конструктивні уміння необхідні у підготовці для оволодіння такими спеціальностями, як інженер, конструктор, архітектор, дизайнер, науковець тощо. Важливими є набуті у загальноосвітній школі уміння розв'язувати задачі, конструювати об'єкти, необхідні для доведення, дослідження та розв'язування поставлених завдань. Часто недостатня розвиненість конструктивних умінь, просторового та творчого мислення стає на заваді успішному опануванню матеріалом навчальних дисциплін вищої школи.

Конструктивні уміння включають дії, пов'язані з вивченням теоретичного матеріалу, розв'язуванням задач тощо. Тобто це вміння слухати вчителя і водночас стисло занотовувати його пояснення; знаходити у підручнику потрібний матеріал; висловлювати міркування про те, що вивчається; складати орієнтовний план і записувати доведення теореми і розв'язання задачі; висувати гіпотези, вибирати теоретичні твердження, необхідні для розв'язання задачі, доведення нового твердження; вибирати раціональні методи доведень і розв'язування задач.

На думку методистів Л.М.Лоповка, Г.Г.Маслової, Н.Ф.Четверухіна та ін., конструктивні уміння ототожнюються з уміннями розв'язувати конструктивні задачі. Інший підхід – у роботах методистів П.Я.Дорфа, М.М.Лімана, М.Н.Трубецького: конструктивні уміння – це уміння конструювати прилади, пристрої, моделі [2]. У роботах С.В.Музиченко розглянуто конструктивні задачі, що навчають вибирати з минулого досвіду потрібні знання й уміння і використовувати їх у нових ситуаціях. Виділено такі задачі з алгебри, розв'язування яких полягає у конструюванні математичних об'єктів: графіків, діаграм, формул, виразів, рівнянь, нерівностей та їх систем [3].

Конструювання математичних об’єктів, як геометричних, так і алгебраїчних, вимагає застосування загальних конструктивних умінь. Крім того, під час навчання геометрії необхідні уміння виконувати малюнки геометричних фігур; уявляти геометричні тіла; розкладати їх на частини; розглядати геометричне тіло з різних позицій; будувати розгортки геометричних тіл і виготовляти моделі; розв'язувати конструктивні задачі.

Під час вивчення розділу "Геометричні тіла" важливими є специфічні конструктивні уміння: розв’язувати конструктивні задачі (задачі на побудову) і конструювати моделі геометричних тіл.

Мета статті: розглянути *конструктивні задачі*, серед яких виділити: **побудову зображень геометричних тіл, побудову перерізів геометричних тіл, побудову комбінацій геометричних тіл.** Такі побудови учні повинні вміти виконувати при вивченні геометричних понять, при доведенні теорем, при розв’язуванні всіх видів задач на геометричні тіла.

Будуючи **зображення геометричних тіл** необхідно дотримуватися певних вимог, які б відповідали не тільки строгій математичній теорії, але й задовольняли педагогічну практику. Вимоги, що їх повинні задовольняти малюнки, розроблені М.Ф. Четверухіним [4, с.8]. Застосувавши їх до геометричних тіл, маємо, що зображення повинне бути: 1) правильним, тобто бути однією з можливих проекцій геометричного тіла; 2) наочним, тобто викликати просторове уявлення геометричного тіла; 3) простим для виконання.

Правильність зображення забезпечується вибором однієї із проекцій геометричного тіла. У стереометрії для побудови зображення слід використовувати метод паралельного проектування. Тоді зображення виконуються досить просто і є наочними. За мірою строгості виконання умови правильності зображення геометричного тіла будемо розділяти побудови зображень геометричного тіла на *точні* та *умовні*. Напрям проектування при зображенні многогранників довільний. При зображенні кулі застосовується ортогональне проектування для того, щоб обрисом кулі було коло, а не еліпс. Будуючи зображення геометричних тіл, слід дотримуватися правил типів ліній: суцільна основна лінія – для видимого контуру геометричного тіла, штрихова – для ліній невидимого контуру, суцільна або штрихова тонка – для допоміжних ліній [2, с.5].

Перед розглядом правил побудов геометричних тіл необхідно повторити властивості паралельного проектування і правила зображення трикутника, паралелограма, довільного многокутника, кола, тетраедра, які передбачені за програмою у 10 класі. При цьому можна використати задачі на зображення правильних многокутників та їх комбінацій з колом, поставивши завдання порівняти зображення плоских фігур у натуральну величину з їх паралельними проекціями.

У формі сократичної бесіди обговорюємо з учнями, що здійснення побудови геометричних тіл вирішує питання про його існування (конструктивне доведення). Проводячи індивідуальну роботу з учнями із слаборозвиненою просторовою уявою, доцільно пояснити, що видимі та невидимі на зображенні геометричного тіла лінії можна визначити, уявивши, що паралельно до напряму проектування ідуть промені світла. При цьому поверхня тіла "ділиться" на дві частини: освітлену та неосвітлену. Видимі елементи зображуються суцільними, невидимі – пунктирними лініями. Виходячи із загальних принципів зображень геометричних тіл можна сформулювати і занести до довідників учнів ряд практичних рекомендацій яким доцільно слідувати при побудові зображень деяких геометричних тіл. Наприклад, трикутну піраміду краще зображати опуклим чотирикутником, у якому проведені діагоналі, причому одна з них штрихова. При зображенні куба в його основі креслити паралелограм з гострим кутом 45^0 і відношенням сторін 1:2 тощо.

На уроках введення понять геометричних тіл пропонуємо організувати роботу з учнями по виробленню правил-орієнтирів їх зображень, використовуючи II тип орієнтовної основи дій. Вчитель демонструє через кодоскоп або на таблиці готове зображення геометричного тіла, створює проблемну ситуацію, задаючи питання, як найкраще покроково виконати його побудову. Учні висловлюють свої пропозиції, після їх обговорення вчитель разом з учнями виробляють правила-орієнтири побудови, демонструючи кожний крок за допомогою кодоскопа або на дошці, звертаючи увагу на те, що побудову виконуємо спочатку тонкими лініями, а потім обводимо видимі елементи суцільною лінією, а невидимі – штриховою. Після чого учні виконують малюнки у своїх зошитах та отримують завдання записати знайдені правила-орієнтири до власних довідників. Наприклад, *правила-орієнтири побудови зображення прямої призми:*

1. Виконуємо побудову основи.
2. Через вершини основи проводимо вертикальні прямі.
3. На кожній прямій відкладаємо рівні відрізки.
4. Послідовно з'єднуємо кінці відрізків, одержуємо верхню основу.

Для учнів, які розв'язують задачу, найбільш важливим є наочність зображення. Застосовуючи метод евристичних настанов, вчитель під час практичної роботи з'ясовує з учнями, що правильний малюнок не завжди є наочним, демонструючи малюнки з невдало вибраним розташуванням геометричного тіла відносно площини проекції і напрямку проектування. Учні роблять висновку, що зображення многогранників буде наочним, якщо: многогранник розміщено перед площиною проекції у найбільш звичному для ока положенні; на зображенні подана найбільша можлива кількість його граней; зображення окремих ребер, діагоналей та ін. не зливаються. Для цього, починаючи побудову призми або піраміди з їх основи, потрібно поміркувати, які ребра основи видимі і відповідно розташувати многокутник.

Під час побудови зображень тіл обертання для попередньої корекції звертаємо увагу учнів на те, що контурні твірні конуса не є сторонами його осьового перерізу, точки дотику проведених дотичних не можуть бути кінцями того самого діаметра. Для забезпечення наочності зображення циліндра, конуса, зрізаного конуса та інших тіл обертання потрібно вміти креслити еліпси. Спочатку для цього можна користуватися шаблонами, але надалі бажано вчитися малювати їх від руки. Обов'язково звернути увагу на те, що еліпс не є об'єднанням дуг двох кіл, не повинен мати гострих кутів.

Для навчання учнів правильно зображати кулю, вироблення правил-орієнтирів, пропонуємо організувати фронтальну роботу з класом за таблицею із зображенням кулі (рис. 1).

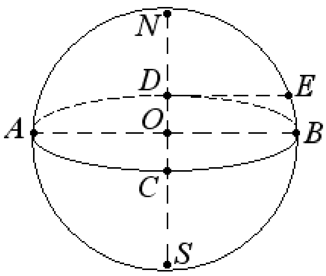


Рис. 1

У ході бесіди звертаємо увагу, що полюси N і S не лежать на обрисі кулі, інакше екватор, площина якого перпендикулярна до діаметру NS буде проектуватися не в еліпс, а у відрізок. Доцільно зупинитися також на точному зображенні полюсів. Для цього побудувавши еліпс з осями AB та CD, проводимо дотичну ED до екваторіального перерізу (E – на обрисі кулі). Відрізок ED відкладаємо на прямій CD по обидві сторони від центра. Точки N і S – шукані.

Під час розв'язування задач на побудову слід звернути увагу учнів, що на відміну від побудов на площині у просторі ми не користуємося циркулем і лінійкою. Всі побудови виконуються за властивостями паралельного проектування, причому побудови можуть бути *точні* та *умовні*, в залежності від можливості точно побудувати точки та відрізки на зображенні. Застосовуючи дослідницький метод, учитель аналізує з учнями можливості побудови точних зображень на прикладах задач про прямокутний паралелепіпед, правильну призму та піраміду. Малюнки до задач виконуються учнями на дошці та в зошитах. Після розв'язування кожної задачі усно обгрунтовується точність побудови.

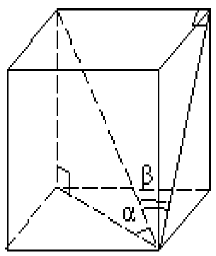


Рис. 2.

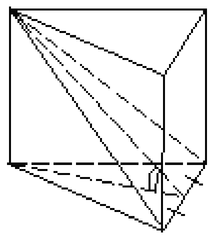


Рис. 3

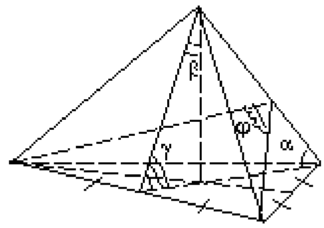


Рис. 4

Задача 1. Дано прямокутний паралелепіпед. Побудуйте кут між його діагоналлю та основою (α), діагоналлю та бічною гранню (β) (рис. 2).

Задача 2. Дано правильну трикутну призму. Переріз проходить через сторону основи та протилежну вершину верхньої основи. Покажіть кут між перерізом та основою призми (рис. 3).

Задача 3. Дано правильну трикутну піраміду. Зобразіть її висоту, апофему, кут між бічним ребром та основою (α), між висотою та бічною гранню (β), між бічною гранню та основою (γ) (рис. 4).

До задачі 3 можна дати додаткове завдання: побудувати лінійний кут при бічному ребрі, та організувати навчальну діяльність учнів за ІІІ типом орієнтування. Для цього створюється проблемна ситуація, оскільки побудову можна виконати тільки умовно (кут φ на рис. 4), провівши відрізки перпендикулярів у бічних гранях умовно.

До питання про точні та умовні побудови потрібно повернутися під час вивчення тіл обертання та з'ясувати, що на практиці всі побудови тіл обертання виконуються умовно. Для успішної побудови геометричних тіл необхідно в наочній формі розкрити учням механізм проектування. Це можна здійснити, застосувавши програму "GRAN 3D". Повертаючи модель, одержують найбільш наочне зображення геометричного тіла.

Другим видом конструктивних задач є побудови **перерізів геометричних тіл**. За програмою 11 класу передбачена тема "Перерізи многогранників, їх побудова". Починаючи розгляд побудови перерізів многогранника, методом створення проблемної ситуації з'ясовуємо поняття перерізу опуклого многогранника. Учням ставиться запитання: "Яка фігура може утворитися в перерізі многогранника площиною?" Учні за допомогою настанов учителя доходять висновку, що в перерізі призми або піраміди площиною одержуємо плоску фігуру, контур якої складається з відрізків прямих ліній, по яким площина перерізу перетинає грані тіла. Вершинами цього многокутника є точки перетину ребер тіла січною площиною. Вчитель демонструє підготовлені заздалегідь малюнки з можливими видами перерізів куба (рис. 5).

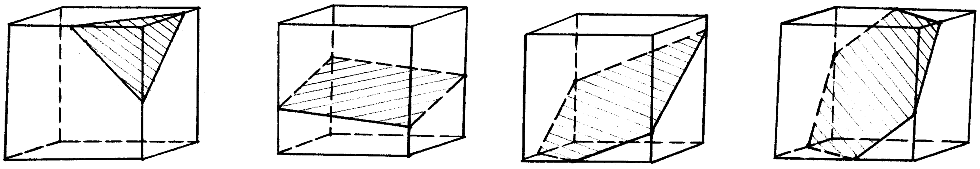


Рис. 5

Вчитель підсумовує суть поняття перерізу та висуває інше проблемне запитання: "Скільки сторін може мати многокутник-переріз многогранника?

Чи може перерізом куба бути восьмикутник?" З’ясовується, що найменша кількість сторін многокутника-перерізу є три, а найбільша дорівнює кількості граней многогранника.

Під час фронтальної роботи з класом вчитель пояснює, що при побудові перерізів задається зображення многогранника та вказується спосіб задання січної площини. Актуалізуються знання учнів про способи задання площини. Вчитель, продовжуючи бесіду, вказує, що при побудові перерізів січна площина найчастіше задається трьома точками, та суть побудови полягає у відшуканні слідів площини перерізу на гранях даного многогранника. Перш ніж перейти до побудови перерізів многогранників, актуалізуються знання учнів про побудову точок перетину прямих і площин. Вчитель організовує самостійну роботу учнів за готовими малюнками із виконаними побудовами: 1) перетину двох прямих; 2) перетину прямої і площини; 3) перетину двох площин. Використовуючи ці малюнки, учні самостійно слідкують за побудовами і доходять висновку, що це основні допоміжні задачі.

Після цього в класі розв’язуються елементарні задачі на побудову методом слідів. Вчитель повідомляє ідею методу слідів, яка полягає в наступному: відшукується слід січної площини на будь-якій із площин граней многогранника, на сліді відшукується точка, яка разом із відомою точкою перерізу належить тій же грані, на якій потрібно одержати лінію перетину (або побудувати точки перетину ребер із січною площиною).

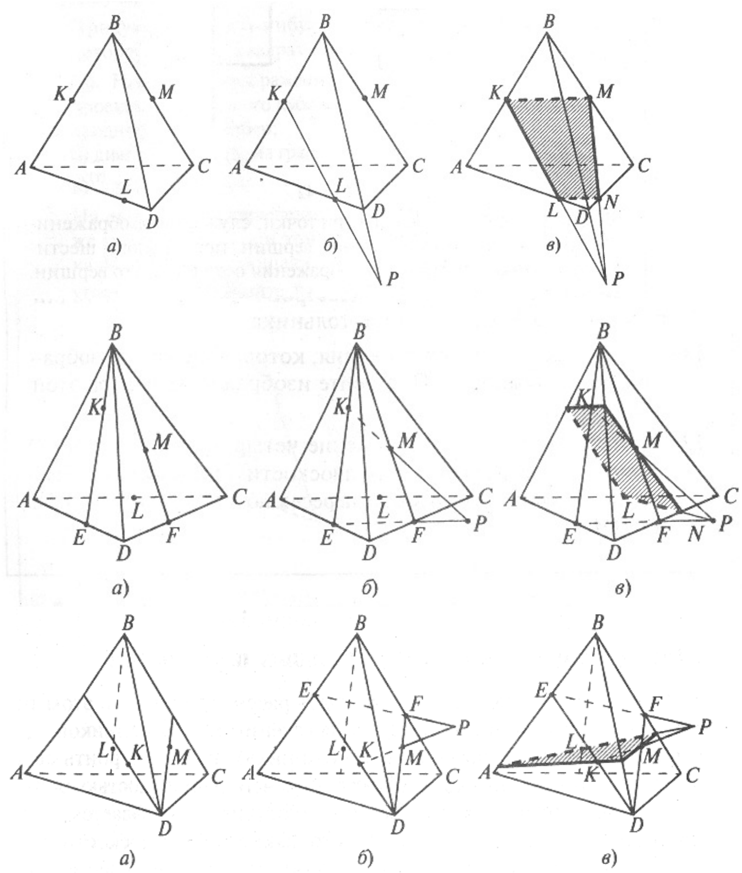


Рис. 6

У ході евристичної бесіди з класом вчитель з’ясовує, що складність побудови перерізу залежить від того, які точки січної площини задано, та ілюструє побудову перерізів на тетраедрі, розглянемо випадки розташування трьох точок січної площини: 1) всі точки лежать на ребрах; 2) дві точки на бічних гранях, одна на ребрі основи; 3) всі точки на бічних гранях. Для цього використовується таблиця з готовими малюнками кроків побудови, тобто графічними правилами-орієнтирами (рис. 6).

Усно обговорюються етапи побудови. Ця таблиця вивішується в класі, і може використовуватися учнями на наступних уроках та при виконанні домашніх завдань. Після цього одна з побудов виконується вчителем на дошці, а учнями в зошитах. Лінії та точки вчитель наносить на малюнок поступово одночасно з відповідними поясненнями. Із елементів традиційної схеми розв’язування задач на побудову доцільно використовувати тільки етап побудови.

Оскільки за програмою на побудову перерізів відведено одну навчальну годину, побудову перерізів інших геометричних тіл можна запропонувати учням для самостійної роботи, за спеціальними картками з мультиплікаційними серіями малюнків, що ілюструють кроки побудови. Учні повинні з’ясувати, як виконана побудова, та зробити пояснення для всього класу.

Для вдосконалення конструктивних умінь учнів доцільно запропонувати домашню самостійну роботу на побудову перерізів многогранників. Для цього в окремих зошитах учні готують малюнки вказаних вчителем многогранників, наприклад, куба, правильної трикутної призми, тетраедра, правильної чотирикутної піраміди. Вчитель задає на кожному малюнку індивідуально три точки, що визначають переріз. Після перевірки вчителем виконання побудов здійснюється корекція, учні виконують роботу над помилками. Крім задання площини перерізу трьома точками доцільно розглянути випадки, коли січна площина задається умовами паралельності, перпендикулярності тощо. У цих випадках побудови виконуються умовно.

Переходячи до побудови **комбінацій геометричних тіл**, слід навести приклади тіл з навколишнього світу, повсякденного життя, які є комбінаціями тих геометричних тіл, що вивчаються. Для збудження пізнавального інтересу пропонуємо застосувати таку форму роботи. Учні отримують завдання виготовити картки з фотографіями, вирізками із журналів, малюнками об’єктів навколишнього світу. На уроці вчитель повідомляє, що у 1987 році психолог Бідерман висловив припущення про те, що в склад просторових об’єктів входять такі геометричні тіла як циліндри, конуси, паралелепіпеди, клини та інші (геони – від геометричні іони), комбінації яких дозволяють створити форму довільної фігури. Він вважає, що набір 36 геонів разом з деякими просторовими відношеннями достатні для опису об’єктів, які людина може розпізнавати [5, с.205]. Демонструється плакат (рис. 7).

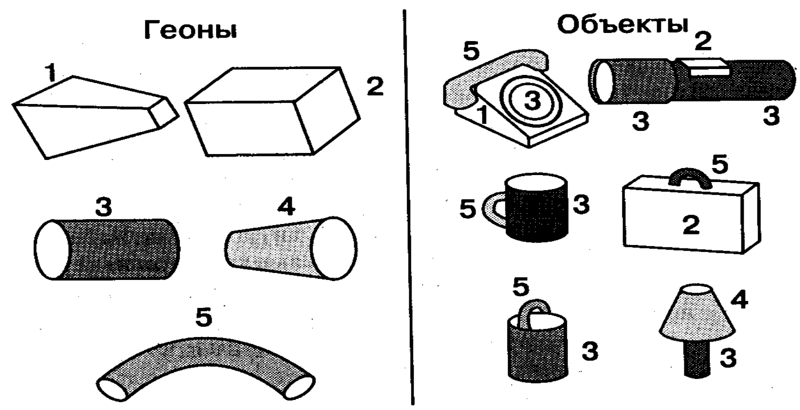


Рис. 7

Вчитель пропонує учням дослідити, з яких геометричних фігур-геонів складаються зображення на виготовлених ними картках. Оголошується конкурс на картку із зображенням об’єкта, що складається з найбільшої кількості геонів. Автори найкращих карток отримують оцінки.

Із різноманітних комбінацій геометричних тіл на особливу увагу заслуговують вписані та описані тіла. За програмою учні повинні мати уявлення про многогранники, вписані в кулю і описані навколо кулі, призму, вписану в циліндр і описану навколо циліндра, піраміду, вписану в конус і описану навколо конуса.

Для побудови комбінацій многогранників з кулею учні повинні вміти виконувати 4 основні побудови: пряма призма, вписана у сферу; правильна піраміда, вписана у сферу; пряма призма, описана навколо кулі; правильна чотирикутна піраміда, описана навколо кулі. Розглядаються правила-орієнтири цих побудов. Для цього вчитель заготовляє на кодоплівках малюнки окремих кроків побудов для кожного з чотирьох випадків. На уроці вчитель демонструє через кодоскоп покрокову побудову, накладаючи наступну плівку на попередню та пояснюючи кожний крок побудови (всі елементи вписаних тіл будуються штриховими лініями). Отримані правила-орієнтири учні самостійно занотовують у свої довідники та виконують до кожного з них малюнок.

При побудові зображень комбінацій кулі з многогранниками важливо ознайомити учнів з умовами, при яких вказані побудови можливі, та способами відшукання центра і радіуса кулі для кожного з видів многогранників [6]. Для цього вчитель проводить узагальнюючу лекцію, в якій розглядає комбінації призми та кулі, піраміди та кулі. Основні правила та формули заносяться до учнівських довідників. Для визначеності пропонуємо усі комбінації з кулею зводити до випадків: куля вписана у многогранник, куля описана навколо многогранника, потрібно навчити учнів переформульовувати умову в інших випадках.

Побудови комбінації кулі з многогранниками у деяких задачах можна зводити до відшукання центру кулі та її радіусу, а саму кулю не зображати. Корисно також для кращого з'ясування взаємного розташування кулі та елементів многогранника робити виносні малюнки. При відшуканні центру і радіуса кулі побудови можуть бути як точними, так і умовними, в залежності від властивостей даної призми або піраміди. Для дослідження можливих випадків декілька учнів отримують індивідуальні завдання розв'язати задачі. Наприклад, вкажіть центр кулі та її радіуси:

Задача 1. Куля описана навколо чотирикутної піраміди, основа якої – прямокутник, а одне з бічних ребер перпендикулярне до основи.

Задача 2. Куля вписана у піраміду, основа якої – рівнобедрений трикутник. Бічні грані, що проходять через бічні сторони трикутника, перпендикулярні до основи піраміди.

Вчитель, використовуючи індивідуальну форму роботи, перевіряє правильність виконання побудов, дає необхідні консультації, вказівки. На наступному уроці ці учні пояснюють побудови всьому класу. Задача 1. Побудова *точна*, центр – середина більшого бічного ребра (рис. 8). Задача 2. Побудова – *умовна*, OA = OB = OC = KC = AK = r (рис. 9).У формі бесіди вчитель з'ясовує, яка з побудов точна, яка умовна, і чому.

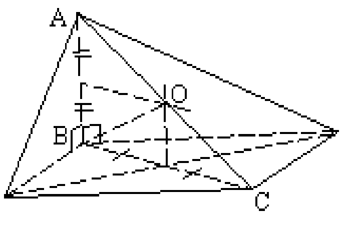


Рис. 8

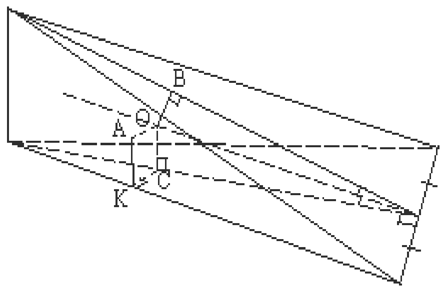


Рис. 9

Для побудови комбінацій призми з циліндром і піраміди з конусом учні повинні вміти виконувати 4 основні побудови: призма, вписана в циліндр; піраміда, вписана в конус; призма, описана навколо циліндра; піраміда, описана навколо конуса. Правила-орієнтири цих побудов вводяться аналогічно до правил-орієнтирів побудов комбінацій многогранників з кулею.

Крім зазначених комбінацій геометричних тіл корисно у задачах розглянути й інші, наприклад, куля – зрізана піраміда, куля – циліндр, куля – конус, куля – зрізаний конус, многогранник – многогранник, конус – призма, циліндр

– піраміда, зрізана піраміда – зрізаний конус тощо.

Для розвитку конструктивних умінь учнів пропонуємо домашні графічні роботи.

1. Побудувати зображення правильної призми (трикутної, чотирикутної), правильної піраміди (трикутної, шестикутної), правильної чотирикутної зрізаної піраміди.

2. Побудувати перерізи многогранників за індивідуальними картками.

3. Побудувати зображення циліндра, конуса, зрізаного конуса, кулі.

4. Побудувати зображення комбінацій геометричних тіл: пряма призма, вписана в сферу; правильна піраміда, вписана у сферу; пряма призма, описана навколо кулі; правильна чотирикутна піраміда, описана навколо кулі.

5. Побудувати зображення комбінацій геометричних тіл: призма, вписана в циліндр; призма описана навколо циліндра; піраміда, вписана в конус; піраміда, описана навколо конуса.

Такі графічні роботи виконуються в окремих зошитах, після перевірки вчителем та необхідної корекції зображення основних геометричних тіл переносяться у довідники. Така робота важлива для розвитку конструктивних умінь учнів, оскільки тестові та контрольні роботи в ході проведення експерименту показали, що зображення геометричних тіл викликає труднощі в учнів. Невміння виконати правильний малюнок приводить до того, що учні не можуть розв'язувати задачі.

На сучасному уроці вчитель користується готовими зображеннями геометричних тіл та таблицях, кодоплівках, на комп'ютері, застосовує моделі геометричних тіл. Але не можна нехтувати побудовою малюнків, посилаючись на брак навчального часу. Важливо, щоб учні побачили послідовні етапи побудови малюнку вчителем, навчилися здійснювати їх самостійно. Тільки після того, як учні засвоять правила побудови основних геометричних тіл, можна дозволяти розв'язування задач за допомогою ескізів, виносних малюнків, зовсім без малюнків.

У подальших дослідженнях доцільно прослідкувати вплив рівня розвитку конструктивних умінь на якість підготовки майбутніх вчителів математики.

1. Кузьмина Н.В. Закономерности педагогической деятельности // Современные психолого-педагогические проблемы высшей школы. – Л., 1978. – Вып. 4. – С. 66 – 74.

2. Жовнір Я.М. Позиційні задачі в стереометрії. – К.: Освіта, 1991. – 95 с.

3. Музиченко С.В. Конструктивні задачі як засіб діагностики високого рівня математичних знань // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 17. – Донецьк: ТЕАН, 2002. – С. 32 – 39.

4. Четверухін М.Ф. Рисунки просторових фігур.– К.: Рад. шк., 1953.–188 с.

5. Маклаков А.Г. Общая психология. – СПб.: Питер, 2002. – 592 с.

6. Боравльов А.П., Ленчук І.Г. Аналіз у розв'язуванні задач на побудову. – К.: Вища шк., 2002. – 191 с.

Резюме. **Сверчевская И.А. РАЗВИТИЕ УМЕНИЙ СТАРШЕКЛАССНИКОВ РЕШАТЬ КОНСТРУКТИВНЫЕ ЗАДАЧИ.** *Рассматриваются конструктивные умения учащихся как составляющая их развития и способности к продолжению математического образования. Сосредоточено внимание на решении конструктивных задач на геометрические тела.*

Summary. **Sverchevska I. THE DEVELOPMENT OF SENIOR PUPILS' SKILLS AT SOLVING CONSTRUCTIVE PROBLEMS.** *The paper deals with pupils' constructive skills as the component of their development and their ability to continue mathematical education. It focuses particularly on solving of constructive problems about geometric solids.*

Надійшла до редакції 14.09.2008 р.

ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ З МАТЕМАТИКИ ДЛЯ КЛАСІВ СУСПІЛЬНО-ГУМАНІТАРНОГО НАПРЯМУ

З.О.Сердюк,
аспірант,
Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького
м. Черкаси, УКРАЇНА

Проаналізовані шляхи удосконалення системи тренувальних вправ, що сприяють ефективному засвоєнню знань та умінь з математики учнями класів суспільно-гуманітарного напряму.

Метою сучасної шкільної освіти є розвиток всебічно розвиненої гармонійної особистості, повноцінного члена суспільства. Незаперечним є той факт, що саме вивчення учнями математики є однією з вагомих складових у їх різнобічному розвитку, а саме – розвитку логічного, абстрактного, просторового мислення, інтелектуального, морального розвитку та саморозвитку.

Комісією Європейського товариства (EMS) було проведено у 1998-2001 рр. дослідження на тему “Порівняльні характеристики рівня навчання математики для молоді віком до 16 років” [1]. За результатами цього дослідження визначено основні параметри, які визначають вклад математики у загальний розвиток особистості, а саме: алгоритми, міркування та доведення, мова і символи, візуальне мислення, перенесення у нову ситуацію, інтерес до математики, впевненість у її використанні. У зв’язку з реорганізацією системи шкільної освіти, впровадженням концепції профільного навчання, нових навчальних програм, дещо змістились і акценти в значимості функцій навчання – домінуючою стала розвивальна функція.

Існує хибна думка, що для вивчення математики учням-гуманітаріям потрібен обсяг часу прямо пропорційний їх здібностям у цій галузі. Тобто, якщо учні не мають особливих схильностей до вивчення математики і обрали профіль, який не пов’язаний в подальшому з її вивченням та застосуванням, то значить і вивчати цей предмет слід поверхово, оглядово. Однак практика показує, що для вироблення стійких елементарних базових умінь, які необхідні для загального розвитку учня-гуманітарія, потрібно більше тренувальних вправ, а значить і відповідної кількості годин.

У діючих навчальних програмах з математики для класів суспільно-гуманітарного напряму [2] запланована значно менша кількість годин на вивчення цього предмета порівняно з іншими профілями (всього 3 години на тиждень).

Ми прийшли до суперечності! З одного боку – скорочення годин на вивчення математики з майже тим самим змістом, з іншого – вклад математики у загальний розвиток особистості учня. Це наштовхує на думку про необхідність уточнення змісту навчання математики в профільних класах суспільно-гуманітарного напряму та удосконалення засобів навчання.

Метою статті є аналіз шляхів удосконалення системи тренувальних вправ, що сприяють ефективному засвоєнню знань та умінь з математики учнями класів суспільно-гуманітарного напряму.

Особливості процесу вивчення математики в класах суспільно-гуманітарного напряму розглядали: у своїх роботах автори діючих підручників з математики для класів (шкіл) гуманітарного профілю – М.І.Бурда, Ю.І.Мальований, О.С.Дубинчук, Г.П.Бевз, В.Г.Бевз, І.М.Смірнова, В.А.Смірнов та ін.; у дисертаційних дослідженнях – І.М.Смірнова, С.В.Іванова, Т.С.Жданова, С.С.Дайирбеков та ін.

Реорганізація змісту навчання математики потребує відшукання нових методів, форм і засобів навчання, які б сприяли впевненому використанню тих знань, які учні-гуманітарії отримують у процесі вивчення математики та перенесення їх на, можливо, невелике коло задач практичного змісту. Тому покращення якості отриманих учнями знань, умінь та навичок в сучасній школі неможливе без реалізації діяльнісного підходу до організації навчально-виховного процесу (О.М.Леонтьєв, С.Л.Рубінштейн, Л.В.Занков, П.Я.Гальперін, Н.Ф.Тализіна та ін.). Як стверджує М.І.Махмутов [3], головним засобом досягнення цієї мети є формування в учнів як суб'єктів навчального процесу основних способів діяльності. Тобто учні в процесі навчання повинні навчитись свідомо виконувати певні дії, які потім зможуть застосувати в інших видах діяльності. Причому, для досягнення бажаного результату навчання важливо, щоб ця діяльність була активною [4]. Згідно з основними канонами діяльнісного підходу, засвоєння знань і засвоєння діяльності відбуваються одночасно. Тому якість засвоєних знань відповідає тій діяльності, яка при цьому відбувається.

Ми підтримуємо думку провідних педагогів про те, що однією з форм діяльності у процесі навчання взагалі і математики зокрема є виконання вправ. Вправи мають володіти такими основними ознаками: 1) бути носіями дій, адекватних змісту навчання математики; 2) бути засобом формування знань, навичок і умінь; 3) бути способом організації і управління навчально-пізнавальною діяльністю учнів; 4) бути однією з форм реалізації методів навчання математики; 5) бути засобом зв'язку теорії з практикою. При цьому вправи повинні виступати способом стимулювання та мотивації навчально-пізнавальної діяльності учнів [3].

За навчальною метою вправи поділяють на підготовчі, пробні (попереджувальні, коментовані, пояснювальні), тренувальні (за зразком, за інструкцією та ін.), творчі. Звичайно, систему вправ потрібно добирати, враховуючи вікові особливості учнів, мету та завдання уроку. Кількість однотипних вправ не повинна бути великою, оскільки, як відомо, учні швидко втомлюються від одноманітних дій, тобто рівень їх активності різко знижується. Вправи також повинні бути посильними. При цьому важливо враховувати профіль класу та диференційований підхід до кожного учня в класі. Наприклад, посильна вправа для учня-математика може бути занадто складною для учня-гуманітарія, або ж навіть для різних учнів-гуманітаріїв посильними можуть бути вправи різної складності.

На нашу думку, учнів-гуманітаріїв важливо навчити будь-яку вправу виконувати не в-цілому, що часто викликає багато утруднень, а розбиваючи процес її розв'язування на простіші дії. Важливо, щоб спочатку учні-гуманітарії навчилися виконувати кожну дію, що входить до складу окремого вміння, потім розчленовувати більш загальну задачу на засвоєні вміння та застосовувати їх, тоді результат буде значно кращим, ніж у випадку, коли ми пропонуємо учням відразу виконувати комплекс нових незнайомих для них дій або можливо і знайомих, але забутих. Назвемо його "**прийомом поопераційного відпрацювання уміння**". Його можна використовувати на всіх етапах процесу навчання. Якщо учні досконало опанують цей прийом, то потім зможуть проектувати його і на інші сфери своєї майбутньої діяльності.

Розглянемо деякі особливості вивчення теми "Розв'язування показникових рівнянь і нерівностей".

Відомо, що найпростішим показниковим рівнянням є рівняння виду $a^x = b$, де $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$. Після ознайомлення учнів з означенням показникового рівняння та основними способами його розв'язування, вони відразу приступають до безпосереднього розв'язування різних рівнянь. Як показує досвід, перед учнями-гуманітаріями при цьому виникає ряд проблем: їм важко зводити праву частину рівняння, якщо вона не записана у вигляді a^n (а в більшості рівнянь саме так і є), виносити за дужки спільний множник, заміняти одну основу степеня іншою тощо.

Для того, щоб побудувати дидактично виважену систему вправ для закріплення навичок і вмінь учнів, важливо, по-перше виділити операційний склад нового способу діяльності, який вивчається, та відповідний йому склад умінь, по-друге, провести аналіз утруднень і помилок учнів на кожному кроці розв'язування типового завдання.

З цією метою проаналізуємо деякі вправи, що пропонуються у підручнику М.І.Бурди, О.С.Дубинчук, Ю.І.Мальованого "Математика, 10–11" для шкіл гуманітарного профілю [5].

Вправа 1 (а) [5, с. 115]. Розв'яжіть показникове рівняння $6^x = 6^5$.

Для того, щоб виконати дану вправу, учням необхідно:

1. Проаналізувати, чи рівні основи степенів.
2. Оскільки основи степенів рівні, прирівняти показники степенів.

Тоді $x = 5$ – корінь рівняння.

Вправа 1 (б) [5, с. 115]. Розв'яжіть показникове рівняння $3^x = \frac{1}{81}$.

Для того, щоб виконати дану вправу, учні повинні подати праву частину рівняння у вигляді 3^n, а потім прирівняти показники степенів та розв'язати отримане лінійне рівняння. Для цього їм необхідно виконати наступні дії:

1. Проаналізувати, чи рівні основи степенів.
2. Оскільки основи степенів не є рівними, то подати число у вигляді степеня з основою 3. Як показує досвід, більшість учнів-гуманітаріїв не можуть зразу сказати, що $81 = 3^4$, тому вони, на нашу думку, будуть діяти так: $81 = 9 \cdot 9 = 3^2 \cdot 3^2 = 3^{2+2} = 3^4$.
3. У дробі $\frac{1}{81}$ замінити знаменник: $\frac{1}{81} = \frac{1}{3^4}$.
4. Дріб $\frac{1}{3^4}$ подати у вигляді степеня з основою 3. Для цього необхідно використати властивість степеня: $\frac{1}{a} = a^{-1}$. Тоді $\frac{1}{3^4} = 3^{-4}$.
5. Прирівняти праву змінену та ліву частини рівняння: $3^x = 3^{-4}$.
6. Оскільки основи степенів рівні, прирівняти показники степенів. Тоді $x = -4$ – корінь рівняння.

Як бачимо, розв'язання першого та другого прикладів вправи суттєво відрізняються своєю складністю та кількістю операційних складових. Тобто виконання вправи 1(б) потребує значно більше розумових зусиль учнів порівняно з вправою 1(а).

Наші спостереження показують, що у більшості учнів-гуманітаріїв перехід від вправи 1(а) до вправи 1(б) викликає багато утруднень. Тому, по-перше, потрібні додаткові вправи, що полегшать перехід від вправи 1(а) до вправи 1(б), а по-друге, доцільно більш докладно розібрати розв'язання вправи 1(б) та проаналізувати з учнями її пооперційний склад. Зупинимось на цьому детальніше.

Розв'язання показникового рівняння у вправі 1(б) містить шість кроків. Для учнів класів природничо-математичного напряму кожне вміння, яке потрібно виконати на певному кроці, є цілісною смисловою одиницею, а для учнів-гуманітаріїв – це уміння є комплексним, причому складові цього комплексу в учнів-гуманітаріїв не є автоматизованими і свідомими. Тому виділення складу вмінь дозволятиме краще зрозуміти суть процесу розв'язання цього рівняння, виконання кожного кроку окремо та дає змогу перенести отримані вміння на розв'язання інших рівнянь.

Оскільки учні класів суспільно-гуманітарного напряму, так само як і інших напрямів, мають різні здібності до вивчення математики, вважаємо за доцільне виділити три ступені деталізації умінь, необхідних для розв'язування вправи 1(б) (рівень 1 – для сильних учнів, рівень 2 – для середніх учнів, рівень 3 – для слабких учнів). Вміння, позначені *, – це нові вміння, а всі інші – це вміння, які учні опановували раніше при вивченні різних тем. На нашу думку, ступінь деталізації краще визначати спочатку для сильних учнів, потім для більш слабких учнів, розбиваючи комплексне уміння на складові.

Таблиця 1

Рівень 1

ВМІННЯ	ПРИКЛАД
Подати ціле число у вигляді степеня	$81=9^2=\left(3^2\right)^2=3^4$
Подати дробове число у вигляді степеня	$\frac{1}{81}=\frac{1}{3^4}=3^{-4}$
Прирівняти показники степенів з однаковою основою*	$3^x=3^{-4},\ x=-4$.

Таблиця 2

Рівень 2

ВМІННЯ	ПРИКЛАД
Подати ціле число у вигляді добутку двох чисел	$81=9\cdot 9$
Подати даний добуток у вигляді степеня	$81=3^2\cdot 3^2=3^{2+2}=3^4$
Подати знаменник дробу у вигляді степеня	$\frac{1}{81}=\frac{1}{3^4}$
Подати дріб у вигляді степеня	$\frac{1}{3^4}=3^{-4}$
Прирівняти показники степенів з однаковою основою*	$3^x=3^{-4},\ x=-4$.

Таблиця 3

Рівень 3

ВМІННЯ	ПРИКЛАД
Подати ціле число у вигляді добутку двох чисел	$81=9\cdot 9$
Подати число 3 у вигляді степеня	$3=3^1$
Подати число 81 у вигляді деякого степеня	$81=9^2$
Подати число 9 у вигляді степеня	$9=3^2$
Подати число 81 у вигляді степеня з основою 3	$81=\left(3^2\right)^2=3^4$
Подати знаменник дробу у вигляді степеня	$\frac{1}{81}=\frac{1}{3^4}$
Подати дробовий вираз у вигляді степеня	$\frac{1}{3^4}=3^{-4}$
Прирівняти отримані степені з однаковою основою*	$3^x=3^{-4}$
Прирівняти показники степенів з однаковою основою*	$x=-4$

Для кращого опанування перерахованих у таблицях 1-3 вмінь, доцільно запропонувати учням після розв'язання вправи 1(б) розглянути (диференційовано) відповідні таблиці (праві стовпці таблиць 1-3), оформлені у вигляді карток, та пояснити виконання кожної дії. При цьому можна запропонувати учням до кожної дії записати відповідну їй математичну формулу чи сформулювати властивість. Це сприятиме кращому осмисленню та закріпленню кожної виконаної ними операції.

На останньому етапі для більш свідомого закріплення знань, навичок та умінь, важливо запропонувати учням-гуманітаріям виконати окрему вправу. Її мета – перевірити, наскільки усвідомлено учні розв'язуватимуть показникове рівняння, аналогічне запропонованому у вправі 1(б). У поданому розв'язанні наперед закладені помилки, які учні повинні знайти, пояснити та виправити. Для цього їм необхідно заповнити наступну таблицю таким чином: у першому стовпці учням пропонується пооопераційне розв'язування рівняння, яке вони повинні проаналізувати, у другому стовпці учні повинні поставити знак "+", якщо операція виконана правильно і знак "–" в протилежному випадку. У третьому стовпці учні записують правильне виконання тієї чи іншої дії. Причому, якщо дія виконана правильно, бажано, щоб учні переписали у третьому стовпці таблиці це розв'язання.

Вправа 2. Розв'яжіть показникове рівняння $5^x = \frac{1}{125}$ та заповніть таблицю 4.

Таблиця 4

	Розв'язання з помилками	Чи правильно виконана дія?	Правильне розв'язання
1.	$125 = 25 \cdot 5$		
2.	$25 = 5 \cdot 5 = 5^2$		
3.	$125 = 5^2 \cdot 5 = 5^2$		
4.	$\frac{1}{125} = \frac{1}{5^2}$		
5.	$\frac{1}{5^2} = 5^{\frac{1}{2}}$		
6.	$5^x = 5^{\frac{1}{2}}$		
7.	$x = 0{,}5$		

Опанування учнями-гуманітаріями прийому пооопераційного відпрацювання уміння є досить важливим і для їх професійної діяльності, оскільки за допомогою цього прийому можна значно спростити розв'язання будь-якої задачі (юридичної, економічної, філософської, лінгвістичної та ін.).

Подальшого дослідження вимагає проблема добору професійно значущих ситуацій, в яких може застосовуватися розроблений нами прийом.

1. Тарасенкова Н.А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики: Монографія. – Черкаси: Відлуння-Плюс, 2002. – 400 с.

2. Інформаційний збірник Міністерства освіти і науки України. – 2005. – № 10.

3. Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике. – 2-е изд., дораб. – М.: Просвещение, 2005. – 255 с.

4. Фіцула М.М. Педагогіка: Навчальний посібник для студентів вищих педагогічних закладів освіти. – К.: Видавничий центр "Академія", 2000. – 544 с.

5. Бурда М.І., Дубинчук О.С., Мальований Ю. І. Математика, 10 – 11: Підручник для шк., ліцеїв та гімназій гуманіт. профілю / М.І.Бурда, Ю.І.Мальований, О.С.Дубинчук. – К.: Освіта, 2006. – 287 с.

Резюме. **Сердюк З.А. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ УПРАЖНЕНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ КЛАССОВ ГУМАНИТАРНОГО ПРОФИЛЯ.** *В статье предлагаются некоторые пути усовершенствования системы тренировочных упражнений по математике для учеников-гуманитариев.*

Summary. **Serdyuk Z. THE MATHEMATICS' TRAINING EXERCISES IN HUMANITARIAN CLASSES.** *Some ways of perfecting the mathematics' training exercises system for humanitarian pupils are suggested in the article.*

Надійшла до редакції 6.11.2008 р.

АКСІОМАТИЧНИЙ МЕТОД І ЛОГІЧНІ ОСНОВИ ПОБУДОВИ КУРСУ ШКІЛЬНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

В.Г.Бевз,
доктор педагог. наук, професор,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА

Розкривається суть аксіоматичного методу, логічних основ побудови шкільного курсу геометрії і ретроспектива їх співвідношень на практиці.

Аксіоматичний метод – спосіб побудови наукової теорії, за яким в її основу покладені деякі вихідні положення (судження) – аксіоми або постулати, з яких всі інші твердження цієї теорії (теореми) повинні виводитися шляхом чисто логічних міркувань, що їх називають доведеннями. Логічні правила цих міркувань строго фіксовані. В межах теорії залишається невизначеною невелика кількість вихідних понять (хоча можна вважати, що аксіоми є їхніми непрямими означеннями). На основі вихідних понять шляхом явних означень вводяться всі інші поняття теорії. На основі означень і аксіом доводяться теореми.

У розвитку аксіоматичного методу розрізняють три етапи. Перший етап характеризується аксіоматичною побудовою силогістики в працях Аристотеля і геометрії в «Началах» Евкліда. Особливістю цього періоду є змістове застосування аксіоматичного методу. На цей час ще не існувало точного опису структури доведення, в міркуваннях використовувалися посилання на геометричну очевидність та інтуїцію, введення термінів відбувалося без необхідної чіткості та однозначності. На другому етапі (кінець XIX початок XX століття) відбувається поступове звільнення від спроб змістової аксіоматичної побудови теорій і перехід до формального розуміння аксіоматичного методу. Перехід від змістового аксіоматичного методу до напівформального був підготовлений відкриттям неевклідової геометрії М.І.Лобачевским (1829). На третьому, сучасному етапі, аксіоматичний метод розуміють як спосіб конструювання формалізованих мовних систем, що веде до чіткого розрізнення штучної формалізованої мови і тієї змістової предметної області, яка в ній відображена.

До XIX століття зразком логічної строгості були «Начала» Евкліда, аж допоки не виявилися суттєві недоліки в їх побудові. Строге аксіоматичне обґрунтування геометрії Евкліда вперше було здійснено наприкінці XIX століття в роботах М. Пієрі (1860 – 1904), Д. Гільберта (1862 – 1943), В.Ф.Кагана (1869 – 1953) та інших. Найбільшу популярність мала система аксіом, сформульована Д.Гільбертом в роботі «Основи геометрії» (1899).

Існують різні системи обґрунтування геометрії, які уможливлюють виведення із запропонованих аксіом усіх теорем евклідової геометрії.

І. Системи аксіом евклідової геометрії, які приймають за вихідне поняття «рух» (М.Пієрі, Ф.Шур, Віллерс, Ф.Бахман, А.Дельсерт).

ІІ. «Метричні» системи аксіом евклідової геометрії (В.Ф.Каган, О.Верлен, Р.Л.Мур, Дж.Д.Біркгоф, О.В.Погорєлов).

ІІІ. Векторна аксіоматика евклідової геометрії (Г.Вейль).

Але формально вони еквівалентні, а різняться лише методичними підходами до побудови курсу геометрії.

Аксіоматичний метод широко застосовується в математиці, математичній логіці, у деяких розділах фізики і біології. І все ж за межами логіко-математичних наук сфера його застосування незначна.

Логічні основи геометрії – це фундамент геометрії, який має відповідати вимогам логіки. А логіка (від давньогрецького λογος – слово, розум, міркування) – наука, яка досліджує впорядкованість людського мислення, його закони, форми і прийоми. Основними законами логіки називають закони тотожності, суперечності, виключення третього і достатньої підстави, оскільки вони виражають базові риси логічно правильного мислення. А саме: визначеність, послідовність, несуперечливість і обґрунтованість думки. Основними категоріями логіки є: *поняття* (їх види і означення), *судження, закони логіки, твердження* (їх види і доведення), *задачі* (їх види і розв'язання) тощо. Отже, будувати шкільний курс геометрії на логічних основах – це означає всі його поняття, означення, класифікації, твердження, їх доведення, задачі тощо подавати відповідно до вимог логіки. Усі складові частини підручника геометрії мають бути коректно викладені з погляду логіки. Досягти цього не легко, але треба.

Вичерпну систематизацію логічних напрямів побудови курсу геометрії було створено Міжнародною комісією з викладання математики на Міланській конференції в 1914 році. Вона містить чотири напрями:

- A – формально-логічний;
- B – досвідно-дедуктивний (рівень B_A , B_B , B_C);
- C – інтуїтивно-дедуктивний;
- D – інтуїтивно-експериментальний.

Напрям A – характеризується повним відмовленням від інтуїції. Основні поняття (точка, пряма тощо) означаються неявно через аксіоми.

Особливістю напряму B є те, що основні поняття і відношення запозичуються з досвіду. Всі інші міркування та етапи побудови здійснюються дедуктивно. В межах цього напряму розрізняють три рівні:

- B_A – формулюються всі необхідні аксіоми;

- B_B – явно подається тільки частина аксіом;

- B_C – формулюються тільки ті аксіоми, зміст яких не здається очевидним.

Напрям C – інтуїтивно-дедуктивний. В побудові курсу одночасно використовується інтуїція і строгі доведення, які не відокремлюються одна від одного.

Напрям D – інтуїтивно-експериментальний. В побудові курсу геометрії такого рівня основні поняття і відношення запозичуються з досвіду, геометричні факти встановлюють за допомогою експерименту.

Логічні основи побудови шкільної геометрії традиційно пов'язували з аксіоматичним методом, «Началами» Евкліда та підручниками «Геометрії» академіків А.М.Колмогорова і О.В.Погорєлова. Майже 30 років логічну будову шкільної геометрії ототожнювали зі створенням аксіоматичних навчальних курсів. З тих пір у багатьох учителів і методистів утвердилась думка, що логічно коректним можна вважати тільки аксіоматичний курс геометрії. Зробимо невеличку ретроспективу у таке трактування логічних основ геометрії.

Основи математики у вигляді логічно досконалої математичної теорії, що виходила з мінімуму вихідних положень, намагався викласти Евклід ще в III ст. до н.е. Основну свою працю грецькою мовою він називав „Στοιχεῖα", тобто стихії. Латинською мовою її називали „Elementa"(елементи), російською – „Начала", тобто початки або основи. Цей твір Евкліда – ранній попередник сучасного способу аксіоматичної побудови математичних наук.

Праця Евкліда складається з 13 книг. Планіметричний матеріал викладено у перших шести книгах, а стереометричний у трьох останніх. У 7-9 книгах подаються елементи теорії чисел, а в 10 – геометрична теорія ірраціональних чисел. Кожна книга починається з означень тих термінів, які зустрічаються в ній, а потім ідуть твердження (теореми і задачі). В першій книзі перераховуються також аксіоми і постулати.

Аксіоматична будова геометрії в «Началах» Евкліда була недосконалою, зокрема:

• *не виокремлювалися первісні поняття, а формулювалися означення для всіх понять;*

• *введення термінів відбувалося без необхідної чіткості та однозначності;*

• *в міркуваннях використовувалися посилання на геометричну очевидність та інтуїцію;*

• *не існувало точного опису структури доведення.*

До XX століття у всіх країнах геометрію викладали за Евклідом. Це було або майже точне наслідування «Начал» (як в Англії), або вільне трактування, подібно до робіт Лежандра (у Франції). Вітчизняні підручники і посібники з геометрії в різні часи будувалися за напрямами *B, C, D* – від досвідно-дедуктивного до інтуїтивно-експериментального.

До середини XX століття усі вітчизняні школи дотримувалися рівня B_B, тобто розповідали учням про можливість аксіоматичної побудови геометрії, але формулювали тільки частину аксіом; важливіші і доступніші для учнів теореми доводили, але й використовували знання, отримані з досвіду. Згодом академіки А.М.Колмогоров [1] і О.В.Погорєлов [2] запропонували для загальноосвітніх шкіл курси геометрії, орієнтовані на рівень B_A – відразу формулювали всі аксіоми, потрібні для викладу перших розділів.

Мрією академіка А.М.Коломогорова було привести логічні основи сучасної математики до такого стану, щоб їх можна було викладати в школі підліткам. Навіть у навчальному посібнику для учнів він умістив пункт «Про логічну будову геометрії» [1, с. 372], який починався такими словами.

«Логічно строгий курс геометрії будують так:

1. Перераховують основні геометричні поняття, які вводяться без означень.

2. За їх допомогою означаються усі інші геометричні поняття.

3. Формулюються аксіоми.

4. На основі аксіом і означень доводять усі інші геометричні твердження».

А.М.Колмогоров, говорячи про логічні основи шкільного курсу геометрії, основну увагу звертав на поняття і твердження.

О.В.Погорєлов найціннішим у геометрії вважав доведення: «Головне завдання викладання геометрії в школі – навчити учня логічно міркувати, аргументувати свої твердження, доводити. Дуже небагато з тих, хто закінчить школу, стане математиками, а тим більше геометрами. Будуть і такі, які в своїй практичній діяльності жодного разу не скористаються теоремою Піфагора. Проте навряд чи знайдеться хоча б один, кому б не довелося міркувати, аналізувати, доводити». Поняттям і означенням він не надавав великого значення. Це відмічали навіть його коментатори: «Але означенням в побудові систематичного курсу геометрії відводиться як би другорядна роль. Автор навчального посібника вважає, що нечітке відтворення учнями означення не повинно заважати йому правильно доводити теорему» [3, с. 14]. Так дивилися на шкільну геометрію впродовж двох останніх десятиліть. А оскільки доведення становлять тільки незначну частину логіки, тоді питання про логічну основу шкільної геометрії піднімалось і обговорювалось рідко.

Багаторічна практика переконливо показала, що побудовані на аксіоматичній основі підручники геометрії для основної школи не тільки надто важкі, а й надто нецікаві. Знання про можливість побудови геометрії на аксіоматичній основі потрібне філософам і математикам. Саме розуміння цього дозволило вченим відкрити неевклідові геометрії, істотно змінити погляди на сутність науки. Ніякої іншої ролі в навчанні геометрії аксіоматика не виконує – ні стосовно кращого осмислення означень понять і доведень теорем, ні щодо умінь розв’язувати задачі.

Адаптований для школи аксіоматичний курс геометрії не тільки малозрозумілий через надмірну абстрактність, а й надто бідний змістом. У ньому основна увага звертається на найперші теми, на очевидні твердження, а на вивчення найцікавіших питань (коло Ейлера, трикутники Наполеона, чевіани трикутника, паркети і орнаменти, задачі на розрізання фігур тощо) не вистачає часу. Він виявляється недостатнім для моделювання об’єктів і процесів реального світу. Люди, тварини, рослини, різні будови і механізми – речі неопуклі, а в шкільній геометрії традиційно обмежувалися вивченням тільки опуклих фігур: опуклих кутів, многокутників, многогранників, тіл обертання. В результаті учні часто не знають, скільки сторін має неопуклий чотирикутник, скільки граней – неопукла шестикутна призма тощо.

Все ж, ще й тепер немало учителів і методистів дотримуються традиційної думки про те, що основне в шкільній геометрії – аксіоми і теореми, що аксіоматичний курс геометрії цікавіший від інших, що він - мов цікава гра, збуджує інтерес учнів. Геометрію вивчають в школі не тому, що вона – «гра», а тому, що вона потрібна багатьом людям. Потрібна так само, як фізика, хімія, географія, астрономія, біологія та інші навчальні дисципліни. Для майбутніх науковців та інженерів вона потрібна як засіб, «знаряддя, таке саме, як штангель, зубило, ручник, терпуг для слюсаря» (О.М.Крилов), для всіх інших – як чудовий матеріал для розвитку логічного мислення учнів, адже «геометрія – правителька всіх розумових пошуків» (М.В.Ломоносов). А ще вона – великий згусток загальнолюдської культури. «У величезному саду геометрії кожний може підібрати собі букет за смаком» (Д.Гільберт).

Логічні основи – необхідна умова побудови шкільного курсу геометрії, але їх не слід зводити до аксіоматичного методу. Бажано так будувати шкільний курс геометрії, щоб усі його поняття, означення, класифікації, твердження та їх доведення, задачі тощо подавати відповідно до вимог логіки.

Розглянемо кілька алогізмів, яких слід наполегливо позбавлятися.

1. «**Означення.** Означення – це твердження, в якому роз’яснюється (через відомі поняття), які саме об’єкти або властивості підпадають під дану назву».

Таке означення не є коректним хоча б тому, що означення – це речення, але не твердження. (*Учням краще пояснити так. Означення – це речення, в якому за допомогою вже відомих понять і їх властивостей розкривається зміст нового поняття*).

2. Поділ трикутників на різносторонні, рівнобедрені і рівносторонні з логічного погляду неправильний, бо кожний рівносторонній трикутник є водночас і рівнобедреним. (*Правильною є інша класифікація. Усі трикутники поділяються на два види: різносторонні і рівнобедрені, а рівнобедрені – на рівносторонні і не рівносторонні*).

3. Неправильно ні з погляду математики, ні з погляду логіки ототожнювати відстань від точки до променя (чи відрізка) з відстанню від точки до прямої, якій належать промінь чи відрізок. (*Таке розуміння відстані приводить до неправильних формулювань теорем і логічно неправильних доведень*).

Тепер школи поступово переходять на нові підручники геометрії. Використовуються підручники таких авторських колективів.

• Бурда М.І., Тарасенкова Н.А.;

• Бевз Г.П., Бевз В.Г., Владимирова Н.Г.;

• Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С.;

• Апостолова Г.В.;

• Єршова А.П., Голобородько В.В. та ін.;

• Істер О.С.

Вони різні, але логічні основи усіх істотно відрізняються від логічних основ підручників О.В.Погорєлова і А.М.Колмогорова та ін. Жоден з цих підручників не будується на аксіоматичній основі. Це добре, оскільки практика останніх десятиліть переконливо показала, що побудовані на аксіоматичній основі підручники геометрії для основної школи не тільки надто важкі, а й надто нецікаві.

Підіб'ємо підсумки. Не треба логічні основи шкільного курсу геометрії пов'язувати тільки з його аксіоматичною будовою. І підручник, побудований на аксіоматичній основі, може бути некоректним з погляду логіки, а підручник, в якому аксіоми навіть не згадуються, з погляду логіки може бути цілком коректним. Багаторічна практика переконливо показала, що для загальноосвітніх шкіл, а особливо основної, будувати курси геометрії на аксіоматичній основі недоцільно. Для таких шкіл найкраще підходить викладання геометрії на дослідно-дедуктивному рівні (B_B), коли явно подається тільки частина аксіом. Але на якому б рівні геометрія не викладалась, на якому б не писалися підручники, завжди слід дотримувати законів логіки та її основних вимог.

1. Колмогоров А.Н., Семенович А.Ф., Черкасов Р.С. Геометрия. Учебное пособие для 6-8 классов средней школы. Изд. 2-е. – М.: Просвещение, 1980.

2. Погорєлов О.В. Геометрія. Планіметрія. Підручник для 7-9 класів. – К.: Школяр, 2005.

3. Тесленко И.Ф. О преподавании геометрии в средней школе. – М.: Просвещение, 1985.

Резюме. **Бевз В.Г. АКСИОМАТИЧЕСКИЙ МЕТОД И ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ КУРСА ШКОЛЬНОЇ ГЕОМЕТРІИ.** *В статье раскрывается сущность аксиоматического метода, логических основ построения школьного курса геометрии и подается ретроспективный анализ их соотношений на практике.*

Summary. **Bevz V. AXIOMATIC METHOD AND LOGICAL BASES OF CONSTRUCTION THE SCHOOL COURSE OF GEOMETRY.** *Essence of axiomatic method and logical bases of construction the school course of geometry are opened in the article; the retrospective analysis of their correlations in practice is given.*

Надійшла до редакції 28.09.2008 р.

ДИФЕРЕНЦІЙОВАНИЙ ПІДХІД У ПРОЦЕСІ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СТЕРЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ

І.О.Кирик,
вчитель математики,
Кам'янець-Подільський ліцей з посиленою військово-фізичною підготовкою,
м. Кам'янець-Подільський, УКРАЇНА

Робиться спроба розв'язання проблеми використання диференційованого підходу у процесі вивчення стереометрії. Наголошується на тому, що диференціація навчання сприяє кращому засвоєнню матеріалу учнями з різними здібностями та рівнем знань, а також велика увага відводиться розв'язуванню стереометричних задач як основному чиннику розвитку просторової уяви учнів і формування їх алгоритмічної та обчислювальної культури. Стаття містить низку прикладів можливих вправ, спрямованих на виявлення рівня розуміння теорем та їх означень, а також пропонує модель здійснення диференційованого підходу на різних етапах уроку.

Особистісно-орієнтований підхід у навчанні – складна теоретична і практична проблема, яка потребує дослідження й набуває все більшого визнання серед фахівців. Процес навчання повинен наповнюватися діяльністю і спрямовуватись на становлення особистості.

Проблема диференційованого підходу не є новою для сучасної школи. Проте висунення і розвиток концептуальної ідеї планування обов'язкових результатів навчання дозволило підійти до цієї проблеми з нових позицій. Принципова відмінність нового підходу полягає у тому, що перед різними категоріями учнів ставляться різні цілі: одні учні повинні досягти певного об'єктивно обумовленого рівня математичної підготовки, що називається базовим, а інші, що виявляють інтерес до математики і мають гарні математичні здібності, повинні досягти більш високих результатів.

Саме диференціація навчання дає можливість кожному учневі досягти максимального розвитку відповідно до індивідуальних особливостей, інтересів і потреб.

Диференційоване навчання геометрії в сучасній школі вимагає пошуку ефективних підходів до його здійснення під час організації усіх видів навчальної роботи. Це потребує дидактичного аналізу кожного окремо взятого виду навчальної діяльності – розкриття її структури, визначення інтегрованої дидактичної мети, розробки відповідних засобів та методики їх застосування.

У кожному класі є різні учні за своїми нахилами та здібностями. І кожного треба навчити геометрії відповідно до його індивідуальних можливостей. Головне завдання викладання геометрії в школі – навчити учнів логічно мислити, аргументувати свої твердження, доводити. Щоб навчити учнів міркувати, аналізувати, доводити, треба розвивати у них навички логічного мислення.

У навчанні стереометрії велику роль відіграють задачі.

Розв'язування стереометричних задач – це модель вивчення самої стереометрії. Тому робота з стереометричними задачами повинна відображати всю діалектику зв'язків стереометрії з реальним світом: виникнення на практиці – побудова абстрактної теорії, що відповідає усім вимогам математичної формалізації – інтерпретація отриманих результатів, осмислення їх практичних додатків. Необхідно, відповідно крім розв'язування «готових» задач, показати учням процес їх народження, їх складання (починаючи з математизації практичних ситуацій, що розглядаються). Далі, не можна вважати будь-яку задачу самостійною частинкою курсу стереометрії, розв'язавши яку, ми втрачаємо до неї інтерес. Необхідно здійснювати співставлення задач, що розв'язуються, шукати більш загальні способи їх розв'язування, аналізувати, яке коло практичних ситуацій вони можуть охопити. Виникають, таким чином, задачі другого рівня, метою яких є вивчення самих стереометричних задач (у їх традиційному розумінні). Такі «задачі про задачі» значно підвищують ефективність вивчення стереометрії. Немає ніяких підстав відмовлятися від них у процесі вивчення стереометрії в старших класах.

Розв'язуючи задачі, учні засвоюють найважливіші геометричні поняття, оволодівають математичною символікою, навчаються використовувати доведення.

Розв'язування стереометричних задач сприяє розвитку просторової уяви учнів, формуванню їх алгоритмічної та обчислювальної культури.

Одним із видів стереометричних задач є задачі на доведення. Щоб уміти розв'язувати задачі на доведення, треба мати добре розвинуті логічне мислення і просторову уяву.

Без виконання достатньої кількості вправ не буде досягнута головна мета – розвиток просторової уяви учнів. Так у темі «Паралельність прямих та площин у просторі» порівняно багато теорем і їх доведень.

Частина вправ має форму запитань і ставить собі за мету виявити, чи правильно учні розуміють зміст означення, розглянуті аксіоми та теореми. Наведемо приклади.

Приклад 1. Нехай пряма l паралельна до площини. Чи існують на площині прямі, паралельні до l ? Якщо так, то скільки таких прямих? Чи існують на площині прямі, не паралельні до l ? Якщо так, то скільки таких прямих?

Приклад 2. Дві прямих паралельні до площини. Чи паралельні вони між собою? Чи знайдеться на площині пряма, що паралельна обом даним прямим?

Приклад 3. Пряма паралельна двом даним площинам. Що можна стверджувати про взаємне розміщення цих площин?

Приклад 4. Площини δ і σ паралельні до даних прямих l_1 і l_2 ? Чи паралельні ці площини між собою?

Приклад 5. Пряма паралельна двом площинам, що перетинаються. Чи паралельна вона до лінії їх перетину?

Такі вправи зацікавлюють учнів, вимагають для одержання правильної відповіді виконання схематичних малюнків.

Щоб учні навчилися розв'язувати задачі, треба починати з неважких, далі розглядати задачі середньої складності і т.д.

Під час розв'язування стереометричних задач на доведення корисно звертати увагу учнів на аналогічні планіметричні задачі, особливо якщо і методи їх розв'язування аналогічні.

Навчаючи дітей доводити стереометричні твердження, слід пам'ятати, що:

- доведення повинно бути раціональним;
- малюнок повинен передавати суть задачі;
- міркування повинні бути чіткими, доведення – чистим.

У процесі розв'язування задач на доведення в учнів часто виникає низка труднощів. Вони пов'язані у першу чергу з нестійкими знаннями учнів теоретичного матеріалу. Або учні добре запам'ятали формулювання означень і теорем, але не знають, що з ними робити, де і коли їх треба застосовувати.

Щоб допомогти школярам вчити стереометрію, учителю необхідно весь час вказувати на ті зв'язки, які існують між стереометричними твердженнями, показувати, що розуміння цих зв'язків значно полегшує запам'ятовування матеріалу уроку.

Учні повинні знати, що для вивчення геометрії не потрібно заучувати напам'ять всі факти, а краще знаходити зв'язок між ними і з одних фактів одержувати інші за допомогою висновків.

Учням необхідно роз'яснити, що доведення будь-якого факту необхідне для того, щоб переконатись самим і переконати інших у тому, що певна властивість фігури є загальною і необхідною, обов'язковою в усіх випадках, коли виконуються певні умови.

Розв'язанню задач на доведення на уроках стереометрії виділяється досить мало часу. А саме ці задачі найбільше розвивають логічне мислення учнів. Вони примушують їх систематизувати всі свої знання для досягнення поставленої мети.

Під час розв'язування задач на доведення необхідно привчати дітей робити аналіз. За допомогою аналізу ми знаходимо ланцюг міркувань, що приводить до необхідного висновку.

Диференційований підхід доцільно здійснювати на певних етапах уроку. Так, на етапі введення нового поняття, властивості, алгоритму учителю потрібно працювати з усім класом, без поділу його на групи. Але після того, як кілька вправ виконано на дошці, учні можуть розпочати диференційовану самостійну роботу. Її особливість полягає у тому, що група базового рівня і група підвищеного рівня отримують завдання, що відрізняються не тільки змістом, але й формою їх подачі.

Урок розпочинається з ознайомлення з планом вивчення теми пояснення вимог до оцінки знань з урахуванням рівневого засвоєння матеріалу на заліку і контрольній роботі.

З метою активізації пізнавальної діяльності виділяємо групу учнів, які з першої хвилини уроку самостійно вивчають теорію за підручником. З усім класом організовується евристична бесіда про паралельність прямих, пряму і площину у просторі, потім розглядається проблемна задача з виходом на необхідність обґрунтування паралельності площин. Усі теореми доводяться з активним залученням учнів, що самостійно вивчили матеріал з підручника. Учень на дошці робить малюнок, усно доводить теорему, а учитель повторює і записує її доведення.

Метою другого уроку є навчання розв'язуванню опорних задач. Форма організації уроку групова. Попередньо проводиться тестування, яке виділяє міжособистісні стосунки у класі. Учням пропонуються наступні запитання:

- З ким із товаришів ти хотів би разом працювати?
- З ким із товаришів ти хотів би разом відпочивати, розважатися?
- Кому би ти довірив свою таємницю?

З кожного питання потрібно написати 3 прізвища: кого обираєш у першу чергу, у другу і в третю.

У результаті складаються 4 різнорівневі групи. У кожній групі обирається по 2 лідери. Один називається теоретиком, а інший – практиком.

Мета диференційованої роботи на цьому уроці – навчити кожного учня розв'язувати опорні задачі (тобто задачі першого рівня). Причому, оскільки сильний учень справляється з цим завданням швидше, він повинен забезпечити засвоєння матеріалу слабкими учнями.

На перерві учитель роз'яснює командирам груп їх обов'язки на це заняття. Урок розпочинається з підготовки командирів-теоретиків до доведення теорем. У цей час групам дається завдання продумати розв'язування трьох задач (логічної, конструктивної та обчислювальної). Час на розв'язування – 20 хвилин. Командири-практики повинні забезпечити продуктивну роботу у групах. Після закінчення виділеного часу кожній групі визначається одна із задач для захисту перед класом. Визначається і учень, який буде виступати від даної групи. Четверта група – експерти. Їх завдання – оцінити діяльність тих, хто виступає.

У командирів-практиків є лист обліку роботи кожного члена групи. Цей лист здається у кінці уроку учителю. Це допомагає побачити реальну картину засвоєння матеріалу кожним учнем.

Командири-теоретики оцінюються учителем, а експерти оцінюють відповіді своїх товаришів за наступною системою:

Прізвища	Формулювання теореми (умови задачі)	Малюнок, запис умови	Повнота відповіді	Строгість відповіді	Оцінка
1.	+	+	+	+	12
2.	±	+	+	±	10

На цьому етапі навчання розв'язуванню опорних задач ми віддаємо перевагу організації групової самостійної роботи, мотивуючи це тим, що зразки елементів розв'язку задач можуть бути знайдені учнями у підручнику, і на попередньо підготовлених малюнках на дошці. У результаті до кінця уроку на дошці з'являються зразки розв'язку усіх задач.

Третій урок – розв'язування задач більш високого рівня. Організація навчальної роботи групова.

Групи тепер однорівневі. Як же здійснюється їх формування? На перших етапах учитель виділяє групи за наступним принципом:

1. Виділяє сильних учнів, утворюючи групу III рівня.
2. Виділяє слабких учнів, утворюючи групу I рівня.
3. Інші учні складають групу II рівня.

Для групи III рівня забезпечується просування далі у результаті самостійного розв'язування більш складних задач. Їм пропонується дві задачі другого рівня і одна творча. Учні цієї групи сидять за круглим столом, і для них створюються умови для колективної роботи. Для контакту з цією групою учитель витрачає на уроці мінімум свого часу, тому пропонується методика готового розв'язку, тобто за 10 хвилин до кінця уроку показати заздалегідь заготовлені на аркушах розв'язки складних задач, які протягом часу, що залишився, можуть розібрати ці учні.

Мета роботи із учнями початкового та середнього рівнів – закріплення навичок розв'язування опорних задач. Їм пропонується дві задачі – першого та другого рівнів. Іде робота біля дошки і у зошитах. Учитель працює з цими учнями повільно, аналізуючи умови, виконуючи малюнок, розраховуючи і аргументуючи кожен етап розв'язування задач.

З групою II рівня організується напівсамостійна робота. Цій групі пропонується три задачі: одна першого і дві другого рівня, тобто ті ж задачі, що й для групи I рівня, але у більшому обсязі, за виконання яких учень може одержати оцінку. Учням цієї групи надається право вибору:

а) якщо матеріал не викликає труднощів, то він виконує роботу самостійно, коректуючи своє розв'язання з тим, що на дошці;

б) якщо є сумніви у своїх силах, то він може приєднатися до роботи групи I рівня.

У подальшому можна здійснювати формування більш мобільних груп, забезпечуючи добровільне переміщення учнів з однієї групи до іншої з урахуванням досягнення певних результатів навчання.

Завдання на самопідготовку також намагаємося диференціювати. Наприклад, після другого уроку пропонується виконати задачі із розділу стенда мінімального обов'язкового рівня. І налаштовуємо учнів на задачі другого і третього рівнів.

На третьому уроці пропонуємо дві задачі із розділу другого рівня і налаштовуємо учнів на творчі задачі.

Цим ми визначаємо обов'язковий обсяг і рівень завдань і спрямовуємо увагу учнів на вибір більш складних задач.

Четвертий урок – урок-залік. Головною метою цього уроку вважаємо продовження формування навичок розв'язування задач. Друга мета – контроль засвоєння матеріалу першого і другого рівнів.

Залік складається з двох частин – теоретичної і практичної. Теоретична частина включає у себе доведення теореми. Щоб вислухати кожного учня, на допомогу приходять консультанти. Це командири-теоретики, які доводили теореми на другому уроці і допомагали учителю на першому.

Оцінка за залік формується за бальною системою: доведення теореми – 4 бали і розв'язування кожної задачі – по 4 бали.

Підбір завдань до рівневої контрольної роботи здійснюється наступним чином: два завдання включають у себе задачі початкового і середнього рівнів, одна задача достатнього рівня і одна задача високого рівня.

Учні позитивно оцінюють рівневу контрольну роботу такої будови, оскільки немає великого об'єму завдань. Така контрольна робота, крім контролюючої функції, має велике виховне значення і, звичайно, сприяє подальшому розвитку учня. Виникає елемент співробітництва.

Ми спрямовуємо зусилля і на те, щоб залік і контрольна робота мали і навчальні функції. З цією метою після закінчення уроку на дошці вивішуються зразки розв'язку всіх задач.

Аналіз результатів, отриманих після вивчення даної теми, дозволяє зробити висновок про виправданість обраної нами методики.

Зупинимося на одній із таких форм: диференційованій допомозі учителя безпосередньо у ході пошуку розв'язку стереометричних задач.

Думка окремих учителів, що учні першої групи повинні розв'язувати тільки прості задачі, є неправильною. У психологічних дослідженнях показано, що звичні способи розв'язування у слабких учнів нав'язливо відтворюються, заважають вести пошук у різних напрямках, у кінцевому результаті гальмують розвиток. Тому і з учнями цієї групи, як і під час роботи з учнями другої та третьої груп, варто поряд із простими задачами розв'язувати складні. Учнями усіх трьох груп може бути розв'язана одна і та ж складна задача, але ступінь допомоги учителя кожній з груп буде різною.

Цей ступінь визначається специфікою кожного з п'яти етапів розв'язування задач:

- підготовки до розв'язування;
- пошуку плану розв'язування;
- складання плану розв'язування;
- здійснення розв'язування;
- обговорення знайденого розв'язку (узагальнення знайденого способу розв'язування, формулювання евристичних прийомів, використаних під час розв'язування і т.д.).

Учням третьої групи можливе надання допомоги тільки на другому і п'ятому етапах. Для учнів другої групи може бути організована допомога на першому, другому і п'ятому етапах. Учні першої групи потребують допомоги на усіх етапах розв'язування задачі, тільки поступово допомога і контроль учителя послаблюється на четвертому, потім на третьому етапі розв'язування (учні переходять у другу групу).

На деяких етапах повинна бути організована допомога учням різних груп, наприклад на першому етапі – учням першої та другої груп. З учнями першої групи можна згадати необхідний теоретичний матеріал, порозв'язувати підзадачі, до яких зводиться вихідна задача, як самостійні (частина їх може бути розв'язана усно), розв'язати аналогічну, більш просту задачу з метою знайдення методу розв'язування.

Учні другої групи можуть попередньо розв'язувати підзадачу у процесі підготовки до розв'язання основної задачі. Потім учитель допоможе їм звести вихідну задачу до вже розв'язаної продуманої системи питань.

Різнорівневі задачі, складені з урахуванням можливостей учнів, створюють у класі сприятливий психологічний клімат. В учнів виникало почуття задоволення після кожного правильного розв'язаного завдання. Успіх, відчутий у результаті подолання труднощів, дає могутній імпульс для підвищення пізнавальної діяльності. В учнів, у тому числі і слабких, з'являється впевненість у своїх силах, вони уже не відчувають страху перед новими задачами, ризикують пробувати свої сили в незнайомій ситуації, беруться за розв'язування задач більш високого рівня. Усе це сприяє активізації розумової діяльності учнів, створенню позитивної мотивації до навчання.

О.В.Погорєлов писав, що головне завдання викладання геометрії у школі – навчити учня логічно міркувати, аргументувати свої твердження, доводити. Дуже небагато з тих, хто закінчить школу, стане математиками, а тим більше геометрами. Будуть і такі, які у своїй практичній діяльності жодного разу не скористається теоремою Піфагора. Проте навряд чи знайдеться хоча б один, кому б не довелося міркувати, аналізувати, доводити.

1. Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И., Евстафьева Л.П. Геометрия 10-11. Книга для учителя. – М.: Просвещение, 2005.

2. Бевз Г.П. Методика викладання математики. Арифметика, алгебра, початки аналізу і геометрія. – К.: Вища школа, 1972.

3. Бевз Г.П. Методика викладання математики. –К.: Вища школа, 1977.

4. Бевз Г.П. Методика розв'язування стереометричних задач. Посібник для вчителя. – К.: Радянська школа, 1988.

5. Груденов Я.И. Совершенствование методики работы учителя математики. Книга для учителя. – М.: Просвещение, 1990.

6. Гусев В.А. Индивидуализация учебной деятельности учащихся как основа дифференцированного обучения математике в средней школе // Математика в школе. – 1990. – №4.

7. Карнацевич Л.С. Уроки геометри в 10 классе. – К.: Радянська школа, 1980.

8. Лоповок Л.М. Параллельность в пространстве. // Преподавание геометрии в 9 – 10 классах. Сборник статей. / Сост. Скопец З.А., Хабиб Р.А. – М.: Просвещение, 1980.

9. Миндюк М.Б. Составление и использование разноуровневых заданий для дифференцированной работы с учащимися // Математика в школе. – 1991. - №3.

10. Монахова Н.И. Из опыта обучения геометрии в старших классах. – М.: Просвещение, 1981.

11. Пермякова С.Л., Каштанкина О.В. Уровневый подход при изучении параллельности плоскостей // Математика в школе. – 1992. – №2-3.

12. Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. Геометрия 11 класс. Методическое пособие. – М.: Дрофа, 2005.

13. Раухман А.С., Сень Я.Г. Усні вправи з геометрії для 7-11 класів. Посібник для вчителя. – К.: Радянська школа, 1989.

14. Сиротинко Г.О. Сучасний урок: інтерактивні технології навчання. – Х.: Основа, 2003.

15. Соколова А.В., Пикан В.В., Оганесян В.А. Из опыта преподавания математики в средней школе. Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1979.

16. Тимощук М.Е. О дифференцированной помощи учащимся при решении задач // Математика в школе. – 1993. – №2.

17. Капиносов А.Н. Уровневая дифференциация при обучении математике // Математика в школе. – 1990. – №5.

18. Хабиб Р.А. Проблема взаимосвязи обучения планиметрии и стереометрии в восьмилетней и средней школе. // Преподавание геометрии в 9 – 10 классах. Сборник статей. / Сост. Скопец З.А., Хабиб Р.А. – М.: Просвещение, 1980.

19. Юркина С.Н. О дифференцированном обучении математике // Математика в школе. – 1990. – №3.

Резюме. **Кирик І.О. ДИФФЕРЕНЦИРОВАННЫЙ ПОДХОД В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ СТЕРЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ.** *В статье делается попытка решения проблемы использования дифференцированного подхода в процессе изучения стереометрии. Отмечается, что дифференциация обучения способствует лучшему усвоению материала учениками с различными способностями и уровнем знаний, а также большое внимание уделяется решению стереометрических задач как основному фактору развития пространственного воображения учеников и формирования их алгоритмической и вычислительной культуры. Статья содержит ряд возможных упражнений, направленных на выявление уровня понимания теорем и их определений, а также предлагает модель осуществления дифференцированного подхода на различных этапах урока.*

Summary. **Kyryk I. THE DIFFERENTIATED APPROACH IN THE PROCESS OF SOLVING STEREOMETRICAL TASKS.** *The attempt of decision the problem of usage the differentiated approach in the process of studying stereometry is done in the article. It is underlined that differentiation of studies is instrumental in the best mastering of material pupils with different capabilities and level of knowledges. Large attention is taken solving of stereometry tasks as basic factor of development of pupils' spatial imagination and forming of them algorithmic and calculable culture. The article contains the row of possible exercises, directed on the exposure of theorem's understanding level and their determinations, and also the model of realization the differentiated approach offers on the different stages of lesson.*

КОМП'ЮТЕРНА ПІДТРИМКА УПРАВЛІННЯ ЕВРИСТИЧНОЮ ДІЯЛЬНІСТЮ ШКОЛЯРІВ НА ФАКУЛЬТАТИВНИХ ЗАНЯТТЯХ З МАТЕМАТИКИ

І.В.Гончарова,
асистент,
Донецький національний університет,
м. Донецьк, УКРАЇНА

Розглядається використання педагогічних програмних засобів GRAN1, GRAN-2D, DG, створених комп'ютерних програм із системи евристико-дидактичних конструкцій й електронного підручника в навчальному процесі на факультативних заняттях з математики.

Пріоритетним завданням базової математичної освіти є розвиток мислення учнів до рівня, який би допоміг їм стати компетентними фахівцями у відповідній галузі, оволодіти вміннями використовувати отримані знання для здобуття вищої освіти, для самостійного збагачення, узагальнення й систематизації знань, для вирішення проблем у реальному житті. Важливою умовою вирішення цього завдання є формування в учнів евристичних умінь.

Посилити розробку та впровадження евристичних прийомів навчання математики, індивідуалізувати процес навчання допомагає, за словами В.І.Клочко [1], використання інформаційних технологій.

Можливості використання НІТ при вивченні математики досліджували багато вчених, зокрема, Н.В.Кульчицька, О.І.Скафа й ін.

При дослідженні методичних і дидактичних проблем застосування комп'ютерів як засобу навчання в загальноосвітній школі основні зусилля вчених були зосереджені на розкритті перспектив використання інформаційних технологій в навчанні (А.П.Єршов, М.І.Жалдак, В.М.Монахов й ін.), обґрунтуванні можливостей використання комп'ютерів для інтенсифікації навчального процесу (Б.С.Гершунський, Ю.І.Машбиць, Т.А.Сергеєва й ін.), проведенні різносторонньої класифікації програмно-педагогічних засобів (Ю.І.Машбиць, І.В.Роберт, Н.Г.Салміна й ін.), вивченні питань формування основ інформаційної культури школярів і вчителів математики й інформатики (М.І.Жалдак, Е.І.Кузнєцов, В.М.Монахов, А.В.Пеньков й ін.). Інтенсивно проводились дослідження з питань запровадження засобів НІТ у навчальному процесі (М.І.Жалдак, Ю.С.Рамський, Н.В.Морзе й ін.) та методики їх використання в процесі навчання математики (З.І.Слєпкань, М.І.Бурда, М.І.Шкіль, В.О.Швець, І.Ф.Тесленко й ін.).

Але слід зауважити, що на сьогодні недостатньо досліджене питання щодо використання комп'ютеру як засобу формування евристичних умінь учнів на факультативних заняттях з математики.

Метою статті є дослідження тих комп'ютерних засобів (як професійних, так і власно створених), які можуть бути використані на факультативних заняттях для формування й розвитку евристичних умінь учнів.

Програми GRAN1, GRAN-2D виступають засобами візуалізації задачі та її розв'язання, роблять діалог учня й вчителя більш доступним й евристичним. Використання цих програм у більшості випадків дає можливість зробити розв'язування задачі легшим завдяки простому розгляданню рисунків. За допомогою цих засобів учні можуть самостійно висувати гіпотези, робити припущення відносно закономірностей, що спостерігаються, мати можливість експериментально перевіряти їх.

Розглянемо використання програми

GRAN1 на факультативі «Початкові відомості про функцію» [2] під час ознайомлення учнів 9 класу зі способами «розвитку задачі» (тема заняття «Застосування способів «розвитку задачі» у процесі їх розв’язування»): перетворення задачі; конструювання задачі, що аналогічна даній, але більш складна; узагальнення задачі; конкретизація задачі й конструювання задачі, оберненої даній.

До задачі «*Скільки розв’язків має система* $\begin{cases} x^2+y^2=36, \\ y=x^3 \end{cases}$?» учням пропонуються такі завдання:

1. *Переформулюйте задачу геометричною мовою (тобто змініть текст задачі шляхом залучення засобів геометрії).* Відповідь: «Скільки спільних точок мають коло з центром у початку координат і радіусом 6 й кубічна парабола $y=x^3$?».

2. *Побудуйте геометричну модель цієї задачі за допомогою GRAN1.*

Учні виконують відповідну побудову (рис. 1).

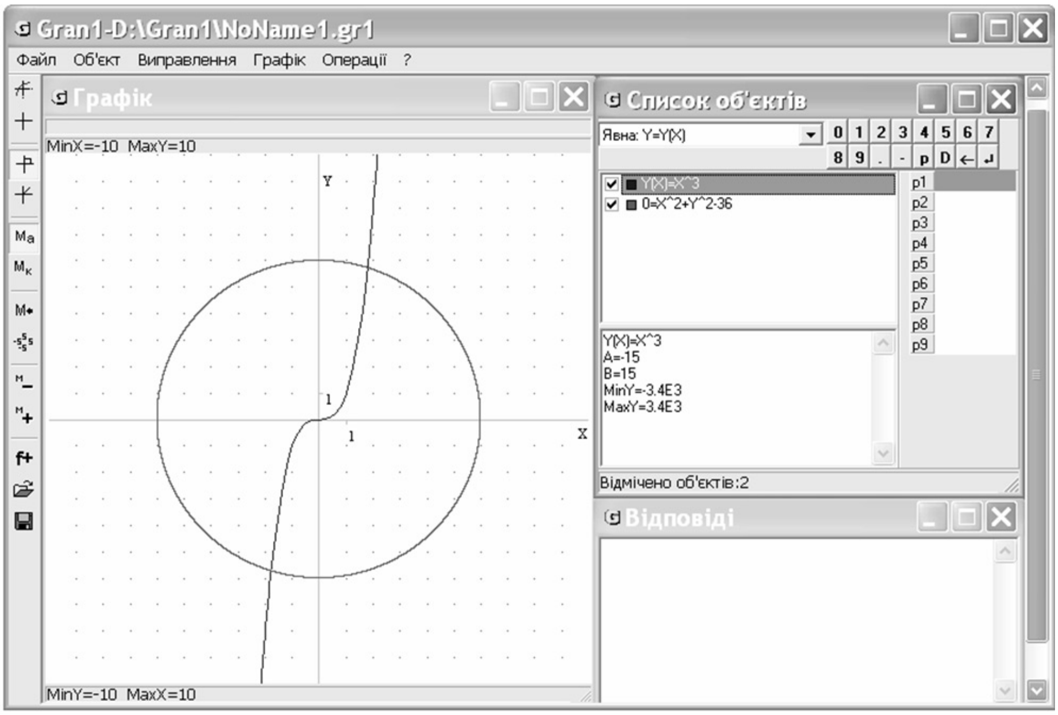


Рис.1

3. *Запропонуйте якомога більше задач, аналогічних розв’язуваній. Фіксуйте у зошитах усі свої кроки під час перетворення задачі.*

Учні отримують такі евристичні підказки: змінюйте один або обидва об’єкти задачі, варіюйте умови, вводьте параметри, досліджуйте при різних значеннях параметрів.

Експериментуючи й змінюючи один з об’єктів, учні отримують, наприклад, такі задачі.

4. *Скільки розв’язків має система рівнянь* $\begin{cases} y-x^2=\grave{a}, \\ x^2+y^2=4 \end{cases}$ *в залежності від* $\grave{a}$?

5. *Вкажіть всі значення* $\grave{a}$, *при яких система рівнянь* $\begin{cases} y-x^2=\grave{a}, \\ x^2+y^2=4 \end{cases}$ *має один розв’язок (рис. 2).*

6. *При яких значення параметра* $\grave{a}$ *коло, що задане рівнянням* $x^2+y^2=1$, *буде вписано в чотирикутник, що задано рівнянням* $|x|+|y|=a$ *(рис. 3).*

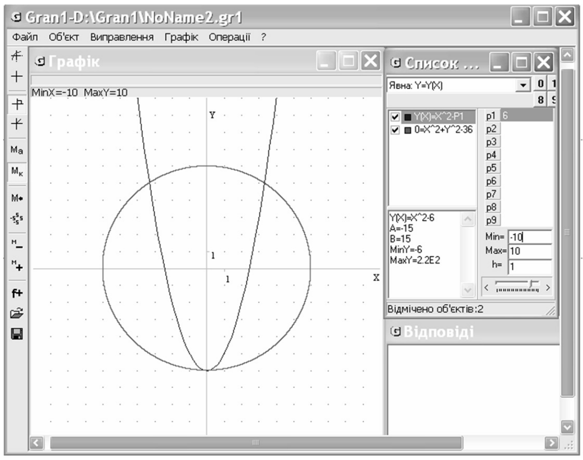


Рис.2

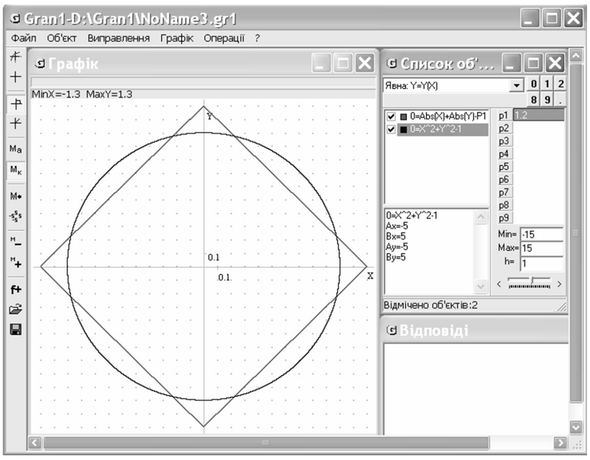


Рис.3

У даному випадку ця програма виступає засобом дослідження моделі й сприяє формуванню навчально-пізнавальної евристичної діяльності учнів на факультативних заняттях. При цьому працюють такі евристики: «модифікуй задачу, перетворюй з появою нових властивостей», «переформулюй задачу», «досліджуй на моделі», «виводь наслідки», «експериментуй на моделі».

О.І.Скафа виділяє [3] найважливіші функції програми GRAN1, що пов’язані з дослідницькою діяльністю: підтримка знаходження циклів «осяяння» шляхом діалогу з учнями, прискорення висунення гіпотез й їх перевірка з опорою на наочні образи (графіки), підготовка умов для нового розуміння задачі. Учні в такий спосіб усвідомлюють потребу доводити, бачать, з якою метою й навіщо їм це потрібно робити. У зв’язку з цим в них формуються відповідні евристичні вміння: спостереження явищ; аналіз фактів, сприйняття їх через призму математичних відношень; виділення об'єктів, важливих для пошуку розв’язання задачі; облік і співвідношення всіх даних задачі між собою й з вимогою задачі, з'ясування їх узгодженості й суперечності; висунення різних припущень з обґрунтуванням їх можливості (гіпотези); передбачення результатів; формулювання узагальненого принципу, що пояснює суть задачі; з'ясування узагальненого принципу дії; переформулювання ідей в різних варіантах; побудова варіантів плану дії, розв’язання; переклад узагальнених схем дії в конкретні операції; пошук асоціацій у зв'язку з об'єктом задачі; відшукання нових функцій одного й того ж об'єкту; співвідношення кроків пошуку розв’язання між собою й з питанням задачі; комбінування одних відомих прийомів і способів розв’язання з іншими; формулювання й доведення висновків; прагнення до вичерпання всіх можливих висновків відповідно до питання задачі; перевірка відповідності розв’язання вимогам задачі; перевірка правильності виконаних дій; перевірка повноти й достатності доказів; зіставлення результатів з еталонними, нормативними.

Розглянемо застосування ППЗ GRAN-2D на занятті «Те ж саме, але інакше» евристичного факультативу «Евристики в розв’язуванні задач» для учнів 8-9 класів під час ознайомлення з евристикою «переформулювання задачі».

Відстань між двома домівками 12 км. Чоловік вийшов зі свого дому о 9 год. 25 хв. і прибув до іншого о 13 год. 15 хв. Наступного дня він відправився в зворотний шлях об 11 год. і прийшов додому о 14 год. 40 хв. На якій відстані від його дому знаходиться пункт, котрий чоловік проходив в одну й ту ж годину як на прямому, так і на зворотному шляху.

Звичайний спосіб розв’язання таких задач – складання рівняння або системи рівнянь – в даному випадку важко застосувати, бо не видно, як скласти рівняння;

питання задачі дуже незвичайне. Простіше цю задачу розв'язати, замінюючи її графічною моделлю. Для цього пропонується застосувати програмний продукт GRAN-2D. У системі координат, де на осі абсцис відкладаємо в якомусь довільному масштабі відстань, а на осі ординат – час в годинах і хвилинах, притому за початок на осі часу беремо не 0 *год*., а 9 *год*. ранку, будуємо графіки руху чоловіка туди й назад (прямі *AB* і *CH*) (рис. 4).

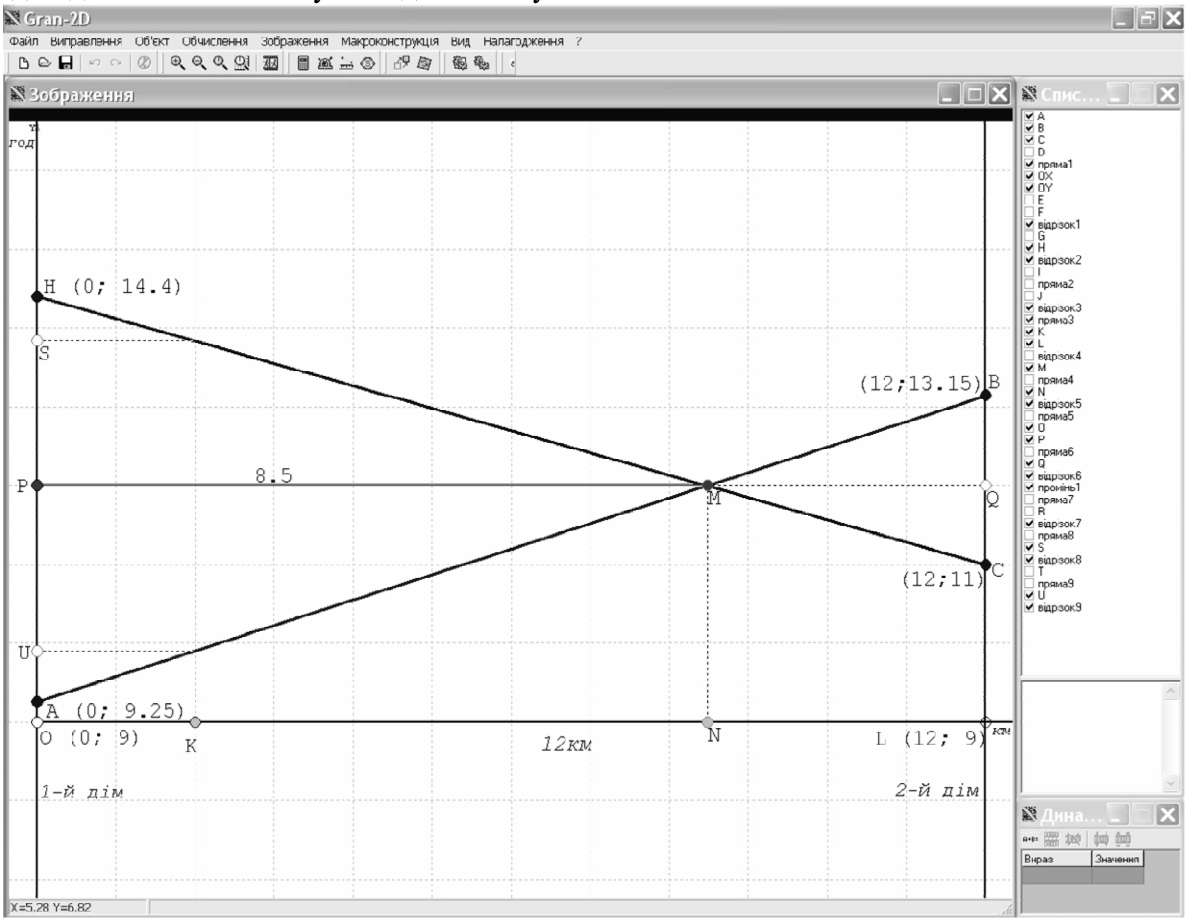


Рис.4

Якщо візьмемо який-небудь пункт на шляху чоловіка, наприклад, пункт *K*, то цей пункт він проходив на прямому й зворотному шляху в різний час: на прямому шляху в *U год*., на зворотному – в *S год*. Але є один пункт *N*, який він проходив в один і той ж час як на прямому, так і на зворотному шляху: цей пункт відповідає точці перетину графіків його руху – точці *M*. Це і є пункт, який шукали.

Узагалі застосування програмних засобів GRAN1, GRAN-2D, DG в умовах позаурочного навчання має більше можливостей, ніж на уроках математики. Їх можна пропонувати учням з метою підвищення пізнавальної самостійності як завдання-проекти. Можливі такі творчі завдання: дослідити якийсь математичний об'єкт, запропонований учителем; запропонувати власні задачі, які розв'язуватимуться за допомогою однієї з перелічених програм (вони можуть увійти до збірника задач, створених учнями); провести дослід (або експеримент); створити власний (нікому ще невідомий) математичний об'єкт, придумати йому назву; створити математичний рисунок за допомогою цих програмних продуктів; придумати дидактичну гру; зашифрувати якісь об'єкти; спланувати цілі щодо оволодіння цими засобами; розробити й провести фрагмент заняття математичного гуртка, змагання для молодших школярів тощо.

Перед представленням учителем культурно-історичного аналогу учні за допомогою цих програмних засобів можуть конструювати власні освітні продукти. Так, при вивченні факультативної теми «Геометричні особливості заданої конфігурації» (9 клас, тема «Теореми Чеви та Менелая») учнями за допомогою, наприклад, програми DG може бути «відкрита» теорема Чеви.

Учитель: «Побудуйте в довільному трикутнику бісектриси його кутів. Введіть додаткові позначення (основи бісектрис трикутника). Визначте довжини відрізків, на які поділяють сторони трикутника його бісектриси. Зафіксуйте на малюнку рівнобедрений трикутник (рис. 5)».

Далі учням пропонується, змінюючи вид трикутника (рис. 6), знайти певну закономірність з шістьма довжинами порахованих відрізків або «відрити власну властивість» цієї динамічної побудови.

Залежно від загального рівня розвитку евристичної діяльності учнів вчитель може підвести до їх «власного відкриття», запропонувавши експериментальне дослідження щонайменше з десяти дослідів. При виконанні цієї практичної роботи учням пропонується заповнити табл. 1 та після закінчення експерименту узагальнити, міркуючи індуктивно, отримані результати.

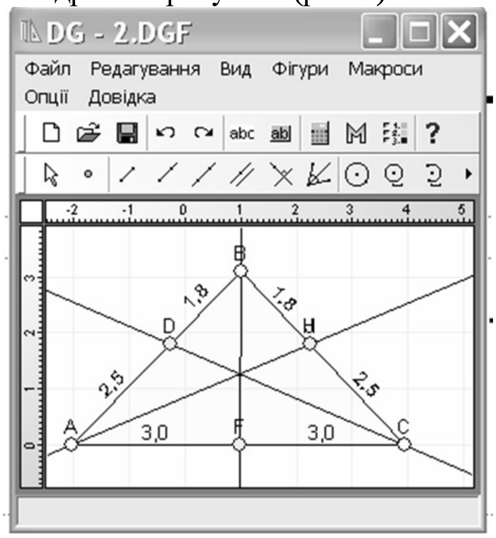


Рис.5

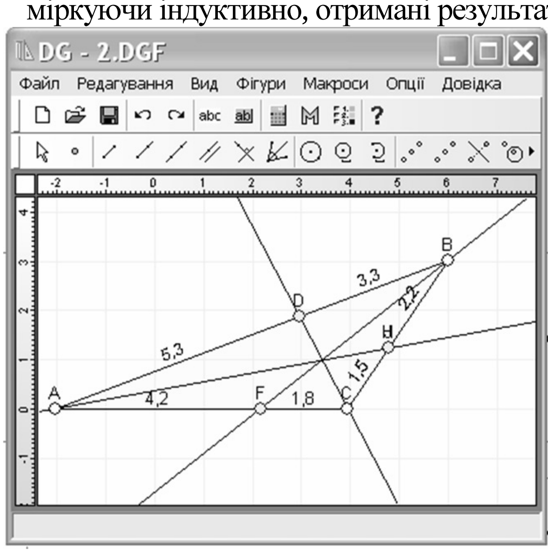


Рис.6

Таблиця 1

№	AD	DB	BH	HC	CF	FA	Порахувати $AD\cdot BH\cdot CF$	Порахувати $DB\cdot HC\cdot FA$	$\frac{AD}{DB}\cdot\frac{BH}{HC}\cdot\frac{CF}{FA}=$
1.	2,5	1,8	1,8	2,5	3,0	3,0	13,5	13,5	1
2.	5,3	3,3	2,2	1,5	1,8	4,2	20,988	20,79	1,00952381
…									
10.	5,5	8,0	6,0	2,6	2,3	3,7	75,9	76,96	0,986226611

Далі учнівські версії порівнюються між собою, доопрацьовуються; порівнюються з культурно-історичним аналогом – теоремою Чеви: «Прямі, що проходять через вершини трикутника ABC і перетинають його сторони AB, BC, CA (або їх продовження) відповідно в точках D, H, F, перетинаються в одній точці тоді й тільки тоді, коли виконується рівність $\frac{AD}{DB}\cdot\frac{BH}{HC}\cdot\frac{CF}{FA}=1$». В ході індивідуальної й колективної рефлексії здійснюється усвідомлення того, що відбулося.

У плані формування й розвитку евристичних умінь при вивченні факультативної теми «Геометричні особливості заданої конфігурації» (9 клас, тема «Динаміка геометричних фігур») програмні засоби GRAN-2D, DG будуть корисними під час знаходження діапазонів значень відносин між величинами різних елементів трикутників та чотирикутників [4]. Розглянемо задачу

«Для всіх рівнобедрених трикутників знайти множину значень відношення медіани, що проведена до бічної сторони, до довжини цієї сторони».

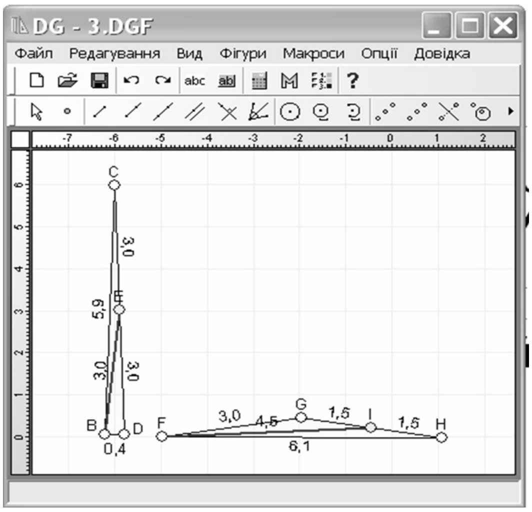


Рис.7

Після експериментування учнів з динамічними об’єктами за допомогою програми DG (рис. 7) й обдумування розв’язування задачі, на дошці викладають такі ідеї (рис.8-9).

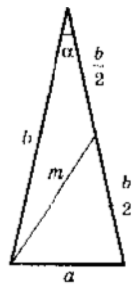


Рис.8

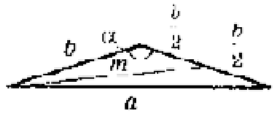


Рис.9

Для ситуації, що відображена на рис.8, маємо: $a \to 0,\ m \to \frac{b}{2},\ \frac{m}{b} \to \frac{1}{2}$. Для ситуації, що відображена на рис. 9, маємо: $a \to 2b, m \to b + \frac{b}{2} = \frac{3b}{2}, \frac{m}{b} \to \frac{3}{2}$. У проміжних положеннях – між рис. 8 і рис. 9 – відношення $\frac{m}{b}$ зростатиме, бо при постійній бічній стороні (b) довжина медіани збільшується зі збільшенням кута α між бічними сторонами рівнобедреного трикутника, тому що за теоремою косинусів $m^2 = b^2 + \frac{b^2}{4} - b^2\cos\alpha = b^2\left(1 + \frac{1}{4} - \cos\alpha\right)$, і співмножник $\left(1 + \frac{1}{4} - \cos\alpha\right)$ зростає при $0 < \alpha < 180^0$. Для іншого розв’язання можна одержати залежність медіани від сторони трикутника, потім проаналізувати відношення $\frac{m}{b} = \frac{1}{2}\sqrt{2\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 1}$.

Відповідь: $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Для самостійного ознайомлення зі змістом факультативу ми створили спеціальний ППЗ TOF (у пер. з англ. *to teach oneself facultative* – самостійно вивчати факультатив). Зокрема, ППЗ «Facultative Equation», «Facultative Function» із системи TOF є пакетами прикладних програм, виконаних в середовищі Microsoft PowerPoint, для факультативних тем «Початки теорії рівнянь» й «Початкові відомості про функцію» за програмою [5]. Ці програмні педагогічні засоби входять до структури навчальних посібників для факультативів евристичного спрямування [6] й [2] відповідно. Їх структуру було розглянуто в [7].

Таким чином, ефективність навчання на факультативних заняттях, крім усього іншого, залежить і від наявності якісних педагогічних програмних засобів, використання яких дозволить оптимізувати факультативні заняття, індивідуалізувати їх, ширше використовувати гнучкі організаційні форми й активні методи навчальної роботи, досягати якісно нових освітніх результатів.

Разом з вищезгаданими програмними засобами, організації навчально-пізнавальної евристичної діяльності учнів сприяє застосування навчальних евристичних програм із системи евристично-дидактичних конструкцій (ЕДК). Це пов'язано з тим, що вони поступово наближають учня до пошуку й знаходження відповіді в процесі евристичного діалогу, коли акцентується увага на теоретичних фактах, деяких методах розв'язування задачі, пропонується «розмите наведення» на пошук розв'язання й дається можливість самостійно знайти «свій шлях» до відкриття, розв'язання й перевірки результатів [3]. Їх ефективність пояснюється тим, що, по-перше, у процесі їх побудови використовувались різні евристичні прийоми, по-друге, при роботі з ними учням необхідно використовувати як загальні, так і спеціальні евристичні прийоми.

Для прикладу розглянемо роботу учнів з такими ЕДК.

Програма «задача-метод» (тема «Початки теорії рівнянь»). Учню пропонується шість задач, до кожної наводиться декілька прийомів їх розв'язування. Учню необхідно обрати правильний і найраціональніший, на його розсуд, прийом розв'язання кожної із запропонованих задач (рис. 10). Програма передбачає корекцію з акцентом на пошук розв'язання задачі.

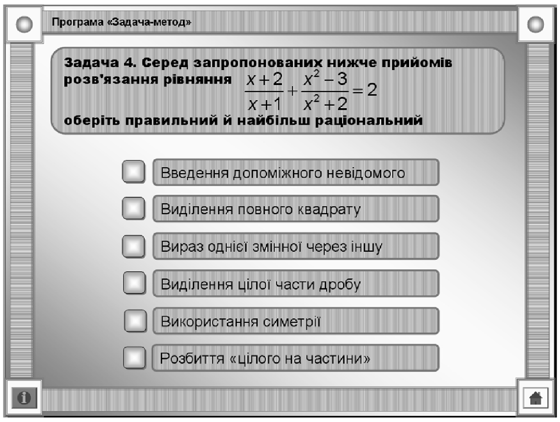


Рис.10

Програма «задача-софізм» (тема «Геометричні особливості заданої конфігурації»). Текст програми являє собою ланцюжок дій, що виконуються під час розв'язування задачі, в якій на певному етапі її розв'язання допущено помилку. Мета учня – знайти помилку в розв'язанні задачі (рис. 11). Після вибору етапу, що містить помилку, учень одержує корекцію з обговоренням й аналізом допущеної помилки в розв'язанні задачі.

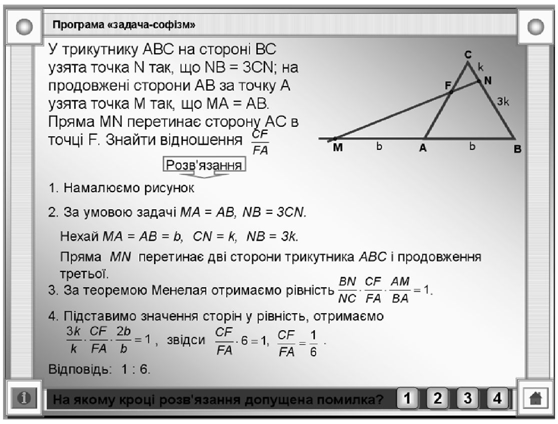


Рис.11

Вивчення матеріалу факультативних тем і самостійна робота з використанням різних комп'ютерних програм із системи ЕДК робить цей процес ефективним, допомагає відкриттю закономірностей, їх експериментальній перевірці, знаходженню помилки й побудові контрприкладів, наближає знаходження пошуку розв'язання задач, тобто закладає евристичні вміння [3].

Істотно скоротити витрати часу, підсилити мотивацію навчання, сформувати сучасну інформаційну культуру – усе це можливе завдяки використанню в процесі навчання електронних навчальних систем, серцевину яких складають електронні підручники. Розроблений нами електронний підручник «Евристики в розв'язуванні задач» для факультативного навчання учнів 8-9 класів є ефективним засобом формування евристичних умінь. Він має набагато більші можливості в реалізації цілей евристичного навчання, ніж посібник, виданий поліграфічним способом (див. [8]).

Електронний підручник «Евристики в розв'язуванні задач» створено для самостійного оволодіння учнями 8-9 класів евристичними прийомами. Його використання може бути здійснено в чотирьох формах: очній, заочній, очно-заочній і дистанційній. Щодо останньої форми, то цей засіб може бути використано як інтерактивний дистанційний курс з вивчення евристичного факультативу «Евристики в розв'язуванні задач» (рис. 12). Для імітації реальних занять факультативу до програми введено віртуального вчителя (рис. 13).


sum - Windows Internet Explorer
C:\Електронний підручник. Евристики в розв'язуванні задач\sum.htm
Файл Правка Вид Избранное Сервис Справка
Зміст
Вступне заняття
Заняття 1
Випробування на правдоподібність
Контрприклад. Перевірка за розмірністю
Заняття 2
Випробування на правдоподібність
Симетрія. Ми з вами десь зустрічались
Заняття 3
Те ж саме, але інше
Заняття 4
Допоміжні невідомі
Заняття 5
Задачі усередині задачі
Заняття 6
Що таке індукція?
Заняття 7
Більш загальна задача
Заняття 8
Міркуючи за аналогією
Підсумкове заняття
Тематичний словник
на головну
Мой компьютер
100%

Рис.12

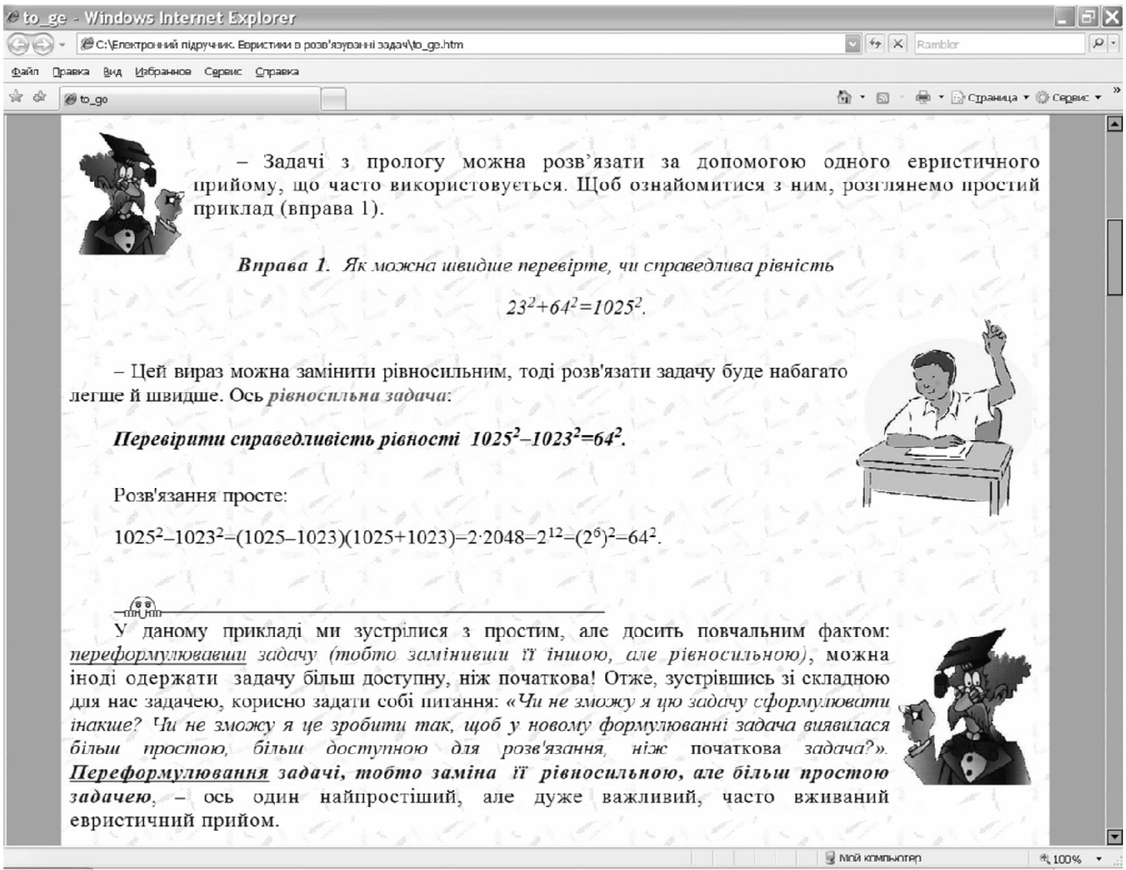

to_go - Windows Internet Explorer
C:\Електронний підручник. Евристики в розв'язуванні задач\to_go.htm
– Задачі з прологу можна розв'язати за допомогою одного евристичного прийому, що часто використовується. Щоб ознайомитися з ним, розглянемо простий приклад (вправа 1).
Вправа 1. Як можна швидше перевірте, чи справедлива рівність
$23^2+64^2=1025^2$.
– Цей вираз можна замінити рівносильним, тоді розв'язати задачу буде набагато легше й швидше. Ось рівносильна задача:
Перевірити справедливість рівності $1025^2–1023^2=64^2$.
Розв'язання просте:
$1025^2–1023^2=(1025–1023)(1025+1023)=2\cdot2048=2^{12}=(2^6)^2=64^2$.
У даному прикладі ми зустрілися з простим, але досить повчальним фактом: переформулювавши задачу (тобто замінивши її іншою, але рівносильною), можна іноді одержати задачу більш доступну, ніж початкова! Отже, зустрівшись зі складною для нас задачею, корисно задати собі питання: «Чи не зможу я цю задачу сформулювати інакше? Чи не зможу я це зробити так, щоб у новому формулюванні задача виявилася більш простою, більш доступною для розв'язання, ніж початкова задача?».
Переформулювання задачі, тобто заміна її рівносильною, але більш простою задачею, – ось один найпростіший, але дуже важливий, часто вживаний евристичний прийом.
Мой компьютер
100%

Рис.13

Перш ніж запропонувати учням електронний підручник, вчитель має мотивувати необхідність роботи з ним. Для цього на уроці вчитель пропонує евристичну задачу. Після кількох невдалих спроб її розв'язування, учитель може продемонструвати один з евристичних прийомів, що допомагає відшукати спосіб її розв'язання, зацікавивши тим самим учнів. Учитель керує самостійною роботою учнів (в рамках факультативного навчання) або надає можливість учням самостійно працювати з електронним підручником.

Розроблений електронний підручник «Евристики в розв'язуванні задач» містить: мотивацію спеціального ознайомлення учнів з евристичними прийомами пошуку розв'язання математичних задач; деякі факти з історії евристики; теоретичний матеріал; задачі з розв'язанням, що ілюструють застосування відповідних евристичних прийомів; завдання для самостійного розв'язування, тестові завдання. З огляду на це, як засіб евристичного навчання для учнів основної школи, його доцільно використовувати на заняттях евристичного факультативу.

Таким чином, комп'ютери з якісним програмним забезпеченням можуть бути успішно використані на факультативних заняттях з математики. Вони, за словами О.І.Скафи [3] сприяють активізації навчально-пізнавальної евристичної діяльності учнів, дозволяють досягти кращого унаочнення запропонованого матеріалу, а також допомагають глибокому засвоєнню навчального матеріалу через самозанурення учнів у діяльність з відшукання різноманітних способів і методів розв’язування математичних задач, а, отже, й знаходження власного продукту діяльності.

1. Клочко В.І. Нові інформаційні технології навчання математики в технічній вищій школі: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.02 / В.І. Клочко. – Вінниця, 1998. – 396 с.

2. Первоначальные сведения о функции: факультативный курс с использованием программного обеспечения: учеб. пос. для учащихся / [сост.: И.В.Гончарова, Ю.Г.Тымко, В.В.Грушковская]. – Донецк: «Цифрова типографія», 2008. – 60 с. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).

3. Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология. Монография / Е. И. Скафа. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2004. – 439 с.

4. Силаев Л. Динамика геометрических фигур / Л.Силаев. – М.: Чистые пруды, 2007. – 32 с. – (Б-ка «Первого сентября», серия «Математика»; вып. 6(18)).

5. Програма факультативів евристичного спрямування з математики. 7-12 кл. / [укл.: Скафа О.І., Гончарова І.В., Коваленко Н.В. та ін.,]; під загал. ред. проф. О.І.Скафи, І. В. Гончарової. – Донецьк: ДонНУ, 2007. – 44 с.

6. Начала теории уравнений: методические рекомендации к проведению факультативных занятий (пособие для учителя) / [И.В.Гончарова, Н.В.Коваленко, Е.И.Скафа; изд. 2-е, доп.]; под общей ред. Е.И.Скафы. – Донецк: ДонНУ, 2007. – 88 с.

7. Гончарова И.В. ППС для факультативных занятий по математике / И.В.Гончарова // Проблеми математичної освіти: матеріали Всеукраїнської наук.-метод. конф., 16-18 квітня 2007р., м. Черкаси, – Черкаси: Вид. від. ЧНУ ім. Б.Хмельницького, 2007. – С. 33-34.

8. Гончарова І.В. Місце електронного підручника «Евристики в розв’язуванні задач» на евристичному факультативі / І. В. Гончарова // Особисто орієнтоване навчання математики: сьогодення і перспективи: матеріали ІІІ Всеукраїнської наук.-практ. конф., 8-9 квітня 2008 р., м. Полтава. – Полтава: АСМІ, 2008. – С. 164-165.

Резюме. **Гончарова И.В. КОМПЬЮТЕРНАЯ ПОДДЕРЖКА УПРАВЛЕНИЯ ЭВРИСТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬЮ ШКОЛЬНИКОВ НА ФАКУЛЬТАТИВНЫХ ЗАНЯТИЯХ ПО МАТЕМАТИКЕ.** *Рассматривается использование педагогических программных средств GRAN1, GRAN-2D, DG, разработанных компьютерных программ из системы эвристико-дидактических конструкций и электронного учебника в учебном процессе на факультативных занятиях по математике.*

Summary. **Goncharova I. COMPUTER SUPPORT THE MANAGEMENT OF PUPIL’S HEURISTICS ACTIVITY ON MATH OPTIONAL COURSES.** *Using the program complexes GRAN1, GRAN-2D, DG, heuristic-didactic constructions and other in the learning process on math optional courses are considered in the article.*

Надійшла до редакції 3.11.2008 р.

КОНУС У КОНТЕКСТІ ПРИКЛАДНОЇ СПРЯМОВАНОСТІ ШКІЛЬНОГО КУРСУ СТЕРЕОМЕТРІЇ

А.В.Прус,
кандидат педагог. наук, доцент,
Житомирський державний університет ім. І. Франка
м. Житомир, УКРАЇНА

Досліджено питання прикладної спрямованості матеріалу, пов'язаного із вивченням конуса в шкільному курсі стереометрії. Запропонований варіант організації та наповнення навчальної діяльності учнів, в результаті якої виникає необхідність створення, дослідження та використання математичної моделі конуса.

Формування навичок застосування математики у час реформування освіти є однією із головних цілей викладання математики. Згідно програми для 12-річної загальноосвітньої школи [1:43], реалізація прикладної спрямованості математики у школі означає створення запасу математичних моделей, які описують реальні явища і процеси; формування в учнів знань та вмінь, які необхідні для дослідження цих математичних моделей; навчання учнів побудові та дослідженню найпростіших математичних моделей. Виконання всіх цих завдань викликає низку науково-методичних проблем. Серед них виокремимо такі: визначення умов реалізації прикладної спрямованості математики в школі; розробка доцільних засобів навчання учнів застосовувати математичні знання на практиці; впровадження інформаційно-комунікаційних технологій для забезпечення прикладної спрямованості. Частина проблем вже вирішена. Загальні аспекти розв'язання питання прикладної спрямованості математики ми знаходимо у роботах науковців, зокрема, О.Д.Олександрова, О.М.Астряба, Б.В.Гнеденка, О.С.Дубинчук, М.Я.Ігнатенка, Ю.М.Колягіна, В.В.Пікана, З.І.Слєпкань, В.В.Фірсова та ін. Важливі аспекти висвітлені також у науково-методичних публікаціях Г.П.Бевза, І.Б.Бекбоєва, Я.С.Бродського, С.С.Варданяна, Г.М.Возняка, О.Л.Павлова, Я.І.Перельмана, А.К.Сліпенка, Л.О.Соколенко, В.О.Швеця та ін. Але частина проблем, які окреслені, перебуває сьогодні на стадії вирішення. Серед них – формування та впровадження в шкільну практику системи сучасних прикладних задач, на базі якої можна навчати учнів спеціальних прийомів розумової діяльності і формувати практичні вміння, що лежать в основі застосування математики; знаходження прийнятних для школи форм використання міжпредметних зв'язків тощо. Зрозуміло, що всі сформульовані вище проблеми та відповідні завдання стосуються і геометричної освіти, що завжди була серцевиною повноцінної загальної освіти.

Метою даної статті є: 1) показати можливий варіант навчальної діяльності, пов'язаної із необхідністю мотивувати створення математичної моделі конуса; 2) запропонувати форму використання прикладного матеріалу та прикладних задач протягом вивчення та прикладання математичної моделі конуса.

Із поняттями конуса та зрізаного конуса учні ознайомлюються наприкінці 9-го класу під час вивчення початкових відомостей зі стереометрії. Проте доцільно не відразу переходити до формулювання означення конуса та розгляду його властивостей, а спочатку виділити вказану форму в оточуючому середовищі, розглянути її поширеність і доцільність вивчення. Це відповідає першому компоненту навчальної діяльності – мотиви та навчальні задачі. З іншого боку, змістове наповнення корелюється із першим етапом математичного моделювання, пов'язаного із попереднім аналізом об'єкта дослідження та передує побудові математичної моделі.

Форму викладу прикладного матеріалу вчитель обирає самостійно. Рекомендуємо провести бесіду з учнями, предметом якої буде конічна форма, її естетика та практичність. Наведемо приклад такої бесіди.

Вчитель. Конус – досить унікальна фігура. Вона є у природі як форма, до якої наближаються природні форми в своїй компактності, стійкості, раціональності, але в чистому вигляді зустрічається не досить часто. Зокрема, всі ми бачили зимою бурульки, які «ростуть» у вигляді конуса; ягоди полуниці, суниці можуть служити хоч і наближеною, але моделлю конуса. Наведіть інші приклади.

Учні можуть назвати стовбури дерев, гори, «будиночки» молюсків, бивні та хобот слона. Такі приклади вчителю слід деталізувати.

Вчитель. Справді, стовбури дерев мають форму, що нагадує конус. Цікавими є відомості про стовбур баобаба. Товщина його досягає 3 м. Він дуже м'який – його легко пробиває куля, випущена з гвинтівки. Незвичайним є і стовбур найбільшого дерева на Землі – гігантської секвої, що росте в Каліфорнії у США і носить назву «генерал Шерман». Висота дерева 83 м, обхват стовбура 24,1 м. Такого стовбура вистачило б на будівництво 40 одноповерхових будинків або на виготовлення 5-ти мільйонів сірників.

Конічну форму мають і вулкани. Так, в Африці є вулканічна група Вірунга. Вона дуже гарна і цікава з біологічної точки зору, оскільки на схилах вулканів живуть гірські горили. Найвищий з вулканів цієї групи – Карісімбі (4507 м) – один із самих чудових вулканічних конусів у світі. Переважно, вулканічного походження і Курильські острови, на яких налічується більше сотні вулканів. Найвищий – це вулкан Алаід (2270 м), його форма – також конус, причому майже досконала. Гори вулканічного походження займають і третину території Японії. Самий відомий вулкан – Фудзіяма (3776 м). Він став національною емблемою Японії. Усі вулкани в Японії, які мають форму правильного конуса, що нагадує Фудзіяму, називають фудзі. Звідси пішли назви Екофудзі, Івафудзі і т.д.

Не можна не розповісти про трепангів, які живуть у захищених від штормів бухтах. Трепанг має численні конічні вирости і його тіло досягає в довжину 30–40 см. Шовковичний хробак (шовкопряд) сплітає кокон у вигляді конуса з однієї неперервної нитки довжиною від 300 м до 1500 м, діаметром 0,022–0,04 мм, яка витримує до 15 г. Маса кокона шовкопряда (з лялечкою) становить 1–4 г, довжина – 2,5–6 см.

У побуті ми частіше маємо справу з речами, елементи яких мають форму зрізаного конуса. Наведіть приклади.

Учні часто називають лійки, склянки, бокали, горщики для кімнатних квітів, елементи технічних деталей, насипані на горизонтальній поверхні купи щебеню та піску, воронки, поширення променя світла від його джерела у темряві, капелюхи, палатки тощо. Доповнити їх відповідь можна так.

Вчитель. В астрономії конуси та зрізані конуси зустрічаються у різних супутників, у носовій частині ракет. Прикладом є також розтруб вогнегасника. Голка гравірувальна – тонкий металічний штифт з конусоподібним кінцем – застосовується для роботи по металу. Продукти харчування, наприклад цукерки, морозиво, часто роблять у вигляді конуса або зрізаного конуса. Форму конуса мали і мають жіночі спідниці, особливо чітко таку форму (яку «підтримували» спеціальні конічні каркаси) мали спідниці у жінок XVI–XVIII ст.

В архітектурі також є конусоподібні форми. Вони характерні для романського стилю, що був поширеним у X – XII ст. Так, у соборі Нотр-Дам дах має вигляд конуса. Церква святого Кіріака побудована аналогічно до собору Нотр-Дам, її вежа – циліндрична, а дах – конічний. *Гути* (від лат. *gutta* – краплина) – прикраси у будівництві, зроблені у вигляді маленьких зрізаних конусів або циліндрів. *Глава* (баня, верх) – зовнішнє декоративне завершення барабанів церкви або мечеті, найчастіше теж має форму конуса».

Обов’язково слід з’ясувати з учнями те, чому для всіх перелічених вище об’єктів конічна форма є *доцільною*.

Вчитель. Розглянемо горщик для кімнатних рослин. Чим зумовлена його форма у вигляді зрізаного конуса?

Відповідь може бути такою: «Горщик для кімнатних рослин має вмістити корені рослин, які спочатку розходяться в різні сторони, а потім звужуються у вигляді конуса. Із горщика такої форми легко вийняти рослину, посадити в інший та насипати необхідний ґрунт».

Потрібно також обговорити із учнями, як саме утворюється конічна форма, що вона є однією з найбільш практичних, зручних, а отже і доцільних форм. Конічну форму часто називали надзвичайно естетичною, витонченою. Зокрема, в трактаті «Аналіз краси» видатного англійського художника В.Хогарта як *символ краси* зображено піраміду, всередині якої розміщується просторова лінія, що уявно «обвивається навколо витонченої фігури *конуса*». Таке зображення пояснюють тим фактом, що немає форми, яка б виражала рух краще, ніж полум’я або вогонь, яке на думку Аристотеля, є найважливішим серед усіх інших стихій. Полум’я має форму конуса або вістря, яким воно ніби розсікає повітря.

На закінчення бесіди учні можуть спробувати сформулювати означення конуса, що означає побудову нової математичної моделі. Потім можна перейти до означення зрізаного конуса. Фактично, для цього учні абстрагуються від таких характеристик предметів, які несуттєві для геометричного способу вивчення. Допомогти уявити учням модель конуса зручно за допомогою послуги GRAN-3D, що дає можливість створювати моделі базових просторових об’єктів, в даному випадку – конуса та зрізаного конуса. Доцільно запропонувати учням зобразити за допомогою GRAN-3D приклади реальних тіл, які вони називали протягом бесіди, звертаючи увагу лише на їх форму та розміри. У результаті візуалізації інформації старшокласники швидше приходять до означення конуса та починають розуміти суть вивчення матеріалу у ході математичного моделювання. Окремо зауважимо, що в результаті значно спрощується процес набуття учнями навичок та вмінь зображувати конус та зрізаний конус на площині, що потрібно буде їм у подальшому. При цьому учні краще сприймають і виконують настанови вчителя зображати тіла наочно, раціонально. Далі учні під керівництвом вчителя починають вивчати та досліджувати побудовану модель. Причому, послуги програмного засобу GRAN-3D щодо перетворення створених моделей, зміни їх параметрів і обчислення об’ємів та площ поверхонь необхідні протягом вивчення математичної моделі конуса та розв’язування відповідних прикладних задач, оскільки це дає наочні уявлення про поняття, що вивчається, та про умови розв’язуваних задач. Це у свою чергу сприяє розвиткові просторового мислення учнів.

Перейдемо *до прикладних задач, в яких у ролі математичної моделі виступає конус*. Зазначимо, що до змістової лінії «Конус» в шкільному курсі стереометрії нами [2:133] підібрано більше тридцяти прикладних задач різної тематики (біологічні, будівельні, географічні, технологічні, побутові тощо). Кожну із прикладних задач них доцільно використовувати у навчальному процесі в школі. Робота зі складеною системою прикладних стереометричних задач виступає ефективним засобом активізації пізнавальної діяльності старшокласників. Це відбувається завдяки підвищенню пізнавального інтересу, досягається зосередженням уваги на значенні стереометричних знань у реальному житті.

Спочатку розглянемо дві задачі, пов'язані із обчисленням об'єму конуса. Перша з них (задача 1) – на повторення відповідної формули об'єму конуса. Учні, як правило, достатньо легко справляються із усіма етапами її розв'язування.

Задача 1. Буй має форму закритого із усіх сторін пустотілого конуса, діаметр основи якого 0,8 м, висота – 1,25 м. Яку масу має цей буй, якщо квадратний метр жерсті, із якої його виготовили, має масу (разом із фарбою) 12 кг. Не брати до уваги масу повітря у ньому, шви та заклепки.

У задачі 2 теж потрібно використати формулу об'єму конуса, оскільки мова йде про кількість рідини.

Задача 2. Бокал у вигляді конуса до країв наповнено соком. Петро хоче поділитися із Василем цим соком. Він перелив у інший, такий же бокал сік так, що у першому бокалі соку залишилось, приблизно, три четверті від попередньої висоти соку в бокалі. В якому бокалі більше соку? Відповідь обгрунтуйте.

Але із цією задачею не всі учні можуть впоратись, оскільки їм "заважає" майже повна відсутність числових даних в умові задачі, зокрема, про розміри бокалу. Тому її доцільно розв'язувати колективно, із повним записом на дошці розв'язання. Один із варіантів формулювання умови задачі математичною мовою може бути такий: «Від вершини конуса, на відстані $\frac{3}{4}$ від його висоти, провели площину, паралельно до його основи. Порівняти об'єми тіл, що утворились». Для скороченого запису умови задачі зручно позначити висоту конуса H та радіус основи – R, а потім переходити безпосередньо до складання плану розв'язування задачі та його виконання (у такому вигляді задачу зможе розв'язати вже більшість учнів).

Задача 3. Які потрібно провести вимірювання, щоб визначити об'єм предмета або споруди, що мають форму 1) конуса; 2) зрізаного конуса?

Відповідь на запитання, поставлене у задачі 3, за нашими спостереженнями, учні дають відразу: потрібно виміряти радіус основи (основ) та висоту. На доведення правильності своїх слів вони приводять формули об'ємів відповідних тіл. Корисно запропонувати учням (як домашнє завдання) знайти об'єм, наприклад, горщика для вазона та об'єм купи піску або будь-якого матеріалу (яка знаходиться у дворі їх будинку, школи). На наступному занятті слід запитати в учнів про результати їх роботи. Виявиться, що не так просто зробити необхідні заміри. Так, радіус основи горщика ще можна знайти, хоча центр основи визначити непросто, особливо, якщо там посаджено рослину. А ось для купи піску це зробити ще складніше. Отже, учні приходять до висновку, що легше (на практиці роблять саме так) виміряти сантиметром, шнурочком довжину кола основи (основ), а вже потім вирахувати радіус, використовуючи формулу довжини кола. Також, щоб не допустити помилку при вимірюванні висоти реального тіла у формі конуса, краще виміряти шнурочком довжину твірної (на практиці шнурочок часто перекидають через вершину конуса та вимірюють довжину, фактично, двох твірних), а вже потім зробити відповідні обчислення.

Розв'язування задачі 4 рекомендуємо використати для відпрацювання формули об'єму зрізаного конуса та для пожвавлення заняття. Умова задачі та знаходження відповіді завжди викликає інтерес в учнів.

Задача 4. Власник кафе купив оптом 22 пакети соку (об'єм кожного – 1,5 л). Скільки відсотків прибутку він отримав від продажу цього соку склянками, які мають форму зрізаних конусів з діаметрами основ 4 см і 6,5 см та висотою – 13 см (сік недоливають до краю, приблизно, на 1см), якщо він заплатив за весь сік 85 гривень 80 копійок, а продавав склянку по 1 гривні?

Далі ми наведемо задачу 5, в ході розв'язування якої учні зможуть повторити формули об'єму зрізаного конуса, правила дій з відсотками.

Задача 5. Горщик для кімнатної рослини має форму зрізаного конуса. Його основа займає 113 см^2, висота – 20 см, а висота його стінки від краю до краю – 20,5 см. Господині треба пересадити кімнатні рослини у такі горщики; їх у неї 10, а коріння займає приблизно 40% об'єму. Скільки господині купити землі?

Інтерес та позитивні емоції викликають задачі, пов'язані із морозивом. Ці задачі для учнів стають джерелом створення власних задач. Наведемо приклади таких задач.

Задача 6. Відерко з морозивом має форму зрізаного конуса. Площа нижньої основи відерка дорівнює 50,2 см^2, висота – 10 см, висота стінки відерка – 11 см. Визначити, скільки морозива вміщується у відерко та кількість паперу, необхідного для виготовлення кольорової наклейки, що повністю обклеює відерко збоку.

Задача 7. Вафельний ріжок вміщує близько 170 см^3 морозива. Відомо, що висота ріжка дорівнює 7 см, діаметр зверху в 1,2 рази більший від діаметра дна. Скільки (у метрах квадратних) вафель потрібно для виготовлення 100 таких ріжків?

Для самостійного розв'язування доцільно використати задачі 8,9.

Задача 8. Над димовою трубою, довжина кола основи якої дорівнює 126 см, поставлено конічний навіс, край якого виступає над краєм труби на 2 см. Висота навісу 35 см. Яку масу заліза використали на навіс, якщо на з'єднання пішло 17,5 см^2 і лист шириною 70 см та довжиною 140 см має масу 4,9 кг?

Задачу 8 можна віднести до легких задач. Вона розрахована на роботу із формулою площі бічної поверхні конуса. Труднощі може викликати у старшокласників лише те, що не дано радіуса основи конуса (навісу). Проте після етапу формалізації, виконання малюнка ці труднощі швидко усуваються.

Умова задачі 9 теж містить математичну модель. З'ясувавши спочатку, що вимога знайти кількість рідини або місткість фільтра – це вимога знайти його об'єм, учень відразу зможе перейти до безпосереднього обчислення об'єму конуса за допомогою формули, яку він повинен вміти застосовувати.

Задача 9. Фільтр має форму перекинутого конуса. Скільки рідини міститься у фільтрі, якщо радіус його основи (розтруб) складає 10 см, довжина від дна до краю (твірна) дорівнює 26 см?

Контрольна робота до теми конус обов'язково повинна містити задачі прикладні та абстрактні. Наведемо приклад варіантів для цієї роботи.

Варіант 1.

1. Висоту конуса розділили на три рівні частини. Через точки поділу проведено площини, паралельні основі. Знайдіть площі отриманих перерізів, якщо радіус основи конуса R.
2. Знайдіть висоту конуса, якщо в його основі хорда довжиною a стягує дугу α, кут між твірною і висотою конуса дорівнює β.
3. У закритій лабораторній посудині конусовидної форми міститься рідина. Якщо посудину розмістити вертикально вершиною вгору, то поверхня рідини знаходитиметься посередині твірної. На якій висоті буде рідина (починаючи від вершини), якщо конус розмістити вертикально вершиною вниз?

Рис. 1

Варіант 2.

1. Висота конуса розділена точками на чотири частини. Через точку поділу проведені площини, що паралельні основі. Знайдіть площі отриманих перерізів, якщо радіус основи конуса R.
2. Кут між твірною і площиною основи конуса дорівнює α. Знайдіть твірну конуса, якщо в його основі хорда довжиною c стягує дугу φ.
3. Посудину у формі конуса поставлено на вершину так, що вісь її вертикальна. Висота конуса дорівнює 15 см, а діаметр основи 18 см. Посудину доверху наповнено водою та ртуттю, які взято в однакових за масою кількостях. Знайти висоту шару ртуті та води. Густина ртуті 13,6 $\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

Рис. 2

На підсумковому етапі вивчення конуса контроль можна провести у формі комбінованої письмової роботи-звіту, що містить абстрактні та прикладні запитання і задачі. Пропонуємо один із варіантів такої роботи (рис. 3). Орієнтовна тривалість роботи – 45хв.

Варіант 1. Конус		
№	*Бали*	*Запитання та завдання*
1.	1 бал	Які причини привели до необхідності створення математичної моделі конуса?
2.	1 бал	Опишіть спосіб (способи) утворення математичної моделі «конус».
3.	1 бал	Які властивості матеріальних об’єктів ви вважаєте несуттєвими та навпаки, істотними, для створення даної математичної моделі?
4.	1 бал	Чому конусовидна форма характерна для великої кількості предметів оточення, виготовлених не лише природою, а й людиною?
5.	2 бали	Подайте зображення даної математичної моделі, представте графічно та аналітично її основні властивості та характеристики, в тому числі й кількісні.
6.	3 бали	*Розв’яжіть задачу.* Діаметр основи конуса дорівнює 12см, а кут при вершині осьового перерізу 90°. Обчисліть об’єм конуса.
7.	3 бали	*Розв’яжіть задачу.* Чайна чашка, яка має форму зрізаного конуса, вміщує 237 см^3 води; висота чашки 6см, а поперечник чашки зверху в 1,8 рази більше поперечника дна. Визначити поверхню чашки, на якій буде нанесено візерунок для її оздоблення.

Рис. 3

Слід сказати, що учні з інтересом розв’язують прикладні задачі. Вони часто коментують як саму умову, так і знайдену відповідь, висловлюють свої пропозиції щодо вдосконалення, створення іншої умови задачі. Створення нової прикладної задачі – творчий процес, який активізує розумову діяльність учня. Тому доцільно організувати роботу із складання прикладних задач учнями. Матеріал для цього можна знайти самостійно, використовуючи для цього предмети оточуючого середовища потрібної форми (за допомогою вимірювальних робіт), зокрема, протягом проведення навчальних екскурсій, факти із повсякденного життя, або інформацію, яку можна знайти у науково-популярних книгах. Для створення нових прикладних задач до теми «Конус» можна використати прикладну інформацію, що розглядалась на початку статті, а також додатково пропонуємо дані таблиці 1.

Таблиця 1

Дані про окремі предмети, що мають форму конуса або зрізаного конуса

Предмет	Форма	Маса	Діаметр однієї основи	Діаметр другої основи	Твірна	Висота
Черпак (на 1л)	Зрізаний конус	–	14см	12,5см	8,5см	7,5см
Відро	Зрізаний конус	–	31см	22,5см	27,5см	25см
Горщик для квітів	Зрізаний конус	–	12см	5,5см	12,5см	12см
Цукерка “Стріла”	Конус	22г	2,8см	–	–	8,2см
Морозиво пломбір (стаканчик)	Зрізаний конус	70г	6см	4см	8см	–
Морозиво “Стріла” (ріжок)	Конус	100г	7см	–	17см	–

Слід зазначити таке. Для вивчення стереометрії програмою 12-річної школи відведено невелику кількість годин. Звичайно, вчителю потрібно ще знайти той час, який можна використати для навчання учнів розв’язувати прикладні задачі. Для того, щоб використати його якомога ефективніше, доцільно використовувати комп’ютерні засоби. Наприклад, зробити комп’ютерні презентації, де подати розв’язування декількох прикладних задач. По-перше, такі приклади допоможуть учням виконувати етапи формалізації та інтерпретації прикладних задач, які є для них досить складними. По-друге, це допоможе економити час. По-третє, візуальне подання інформації, особливо із використанням відповідних ілюстрацій, як правило, викликає в учнів позитивні емоції, інтерес. У такий спосіб ми зможемо формувати в учня позитивне ставлення до стереометрії, оскільки «включається» один із психологічних механізмів розвитку мотивації.

Підсумовуючи, можна зробити висновок. Дієвими засобами прикладної спрямованості є комплексне використання методу математичного моделювання як способу вивчення курсу стереометрії; систематичне розв’язування та створення учнем власних прикладних задач; доцільне використання сучасних ІКТ.

1. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика 5-12 класи. (Затверджено Міністерством освіти і науки України №1/11-6611 від 23.12.2004). – К.: Ірпінь, 2005. – 64с.

2. Швець В.О., Прус А.В. Теорія та практика прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії: навчальний посібник. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім.І.Франка, 2007. – 156с.

Резюме. **Прус А.В. КОНУС В КОНТЕКСТЕ ПРИКЛАДНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ ШКОЛЬНОГО КУРСА СТЕРЕОМЕТРИИ.** *В статье исследован вопрос прикладной направленности материала, связанного с изучением конуса в школьном курсе стереометрии. Предложена целесообразная форма использования подобранного автором соответствующего прикладного материала и прикладных задач.*

Summary. **Prus A. CONE IN THE CONTEXT OF THE APPLIED DIRECTION THE SCHOOL COURSE OF GEOMETRY.** *Questions of the applied direction of the material connected with the study of cone in the school course of Stereometry are investigated in the article. The variant of organization and filling the educational activity of pupils in the result of which the necessity of creation, investigation and use of cone mathematical model arises is proposed in the article.*

Надійшла до редакції 27.10.2008 р.

СПЕЦІАЛЬНІ КОМУНІКАТИВНІ КОНСТРУКЦІЇ ЯК ЗАСІБ РОЗВИТКУ ОСОБИСТОСТІ УЧНЯ ПРИ ВИВЧЕННІ ОСНОВ КОМБІНАТОРИКИ І ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ

Н.М.Лосєва,
доктор педагог. наук, професор,
Т.В.Непомняща,
аспірант,
Донецький національний університет,
м.Донецьк, УКРАЇНА

Представлені шляхи розвитку особистості учня на уроках математики за допомогою спеціальних комунікативних конструкцій під час пропедевтики основ комбінаторики і теорії ймовірностей.

Сьогодні у зв'язку з кардинальними перетвореннями суспільно-економічного життя країни для успішної професійної діяльності людині вже не достатньо володіти певними знаннями і мати відповідні навички. Вирішальними для самореалізації особистості стають уміння орієнтуватися в різних ситуаціях, приймати виважені рішення, самостійно знаходити інформацію, робити правильні висновки. "Кінцевою метою освіти стала сьогодні підготовка людини до життя у світі, який надзвичайно швидко змінюється, створення умов розвитку цієї людини, щоб допомогти їй знайти своє місце у складних умовах реальності" [5].

Цілком закономірно, що зміна мети освіти вимагає перегляду змісту, засобів, методів навчання. Традиційне навчання, яке передбачає пасивне сприйняття учнями певної системи знань, уже є неефективною. Засвоєння навчального матеріалу сьогодні не є домінуючою метою, вирішальним стає розвиток людини через навчання.

Те, що процес навчання має бути спрямований перш за все на розвиток особистості, підкреслювали у своїх працях педагоги і психологи, зокрема, В. Андреєв, І. Бех, Р. Бернс, Л. Виготський, О. Леонтьєв, А. Маслоу, Л. Орлов, Ж. Піаже, А. Плоцкі, В. Петровський, Дж. Пойа, С. Рубінштейн, К. Роджерс, А. Реньї, Е. Фромм та ін.

Мета статті – продемонструвати шляхи розвитку особистості учня у процесі вивчення математики за допомогою побудови певних комунікативних конструкцій (на прикладі проведення пропедевтичного етапу вивчення основ комбінаторики і теорії ймовірностей).

Шкільна математична освіта поповнилася ймовірнісно-статистичною змістовною лінією, що зумовлено її значенням в розвитку особистості. А. Плоцкі підкреслює, що ймовірнісні поняття "відіграють велику роль у повсякденному житті навіть тієї людини, професійна діяльність якої є далекою від математики"[7]. Дійсно, дуже важливо сформувати в учнів розуміння того, що абсолютна більшість законів суспільства має не детермінований характер, а імовірнісний, і тому треба уникати категоричних тверджень, слід намагатися бути толерантним у ставленні до інших людей і самого себе. А. Реньї писав, що вивчення ймовірності "позитивно впливає на характер учнів, наприклад, розвиває сміливість, оскільки дозволяє зрозуміти, що за певних обставин невдачі можна вважати просто випадковими подіями і, отже, зазнавши невдачі, аж ніяк не слід відмовлятися від боротьби за досягнення мети" [8].

Безумовно, велике значення для розвитку особистості має зміст навчального матеріалу. Разом з тим, досягти мети заняття можна лише за умов ефективного поєднання змісту і методів навчання, побудови ефективної комунікаційної конструкції на уроці, підтримки прагнення учня до самостійного відкриття.

Ми виходимо з того, що основною формою занять мають бути заняття-дослідження, заняття-пошуки, на яких і відбувається процес пізнання. Побудова занять, вибір теми, головної проблеми визначаються принципами концепції особистісно-діяльнісного підходу до навчання: максимально активізувати внутрішні потреби учня, його мислення, особистий досвід, емоції. При цьому і метод, і форма навчання слугують джерелом особистісних знань, досвіду, відчуттів, емоцій. Вважаємо, що вміння викладача побудувати позитивну емоційну комунікацію створюють умови для спільної творчої діяльності викладача і учня, утворюють той емоційний простір, у якому і розгортається творчий процес пізнання учнем предмета, самого себе і своїх можливостей. Ми впевнені, що людині необхідний динамізм емоцій, їх розмаїтість, але у межах оптимальної інтенсивності. Пізнавальна діяльність найкращим чином може слугувати джерелом людського щастя, бо саме вона здатна наситити життя найрізноманітнішими емоціями, живою радістю від реалізації своїх можливостей, насолодою від результатів власних зусиль. Тому ми реалізуємо настанову Я. Коменського „усе, що можливе, подавати через сприйняття почуттів” [3, 384]. На кожному занятті будується певна комунікативна конструкція, яка, на нашу думку, не повинна бути „дихотомією емоційного і неемоційного навчання” [4, 84].

Підкреслимо, що центральне місце у побудові заняття-пошуку посідає особистісна ситуація, що стимулює учнів до якомога більшої кількості запитань, емоційне здивування, продукування ідей, а, отже, і до індивідуально-колективного пошуку оптимальної кількості варіантів вирішення проблеми.

Продемонструємо побудову комунікативної конструкції під час навчання математики на прикладі стохастичної гри, що, на нашу думку, реалізує взаємозв’язок між емоційною і пізнавальною складовими навчання і тим самим сприяє розвитку особистості учня (гра проводилася з учнями 4 класу Горлівської загальноосвітньої школи №22).

Проведення гри має такі розвивальні цілі:

1) виховання прагнення учнів до самостійної творчої діяльності;

2) розвиток ймовірнісно-статистичного та комбінаторного мислення учнів;

3) розвиток комунікативної компетентності учнів;

4) розвиток упевненості учня у своїх можливостях;

Учням було запропоновано розв’язати таку задачу: *у мішку знаходяться 3 кулі: 2 білі та 1 червона. З мішка достають 2 кулі. Якщо вони одного кольору, то переможцями будуть діти, якщо різного – вчитель.* Зауважимо, що ця гра є не справедливою, бо шанси на виграш у вчителя вдвічі більші, ніж у дітей.

На питання: чи згодні ви грати, учні відповіли, не замислюючись, що згодні. Питання “як ви гадаєте, чи однакові у нас шанси на перемогу?” викликало у школярів емоційне обговорення. Учні висували різні припущення, аргументували свою точку зору. Деякі діти вважали, що шанси однакові, бо в процесі гри ніхто не буде дивитися в мішок, інші пояснювали нерівність шансів тим, що людям “щастить по-різному”.

Слід зазначити, що під час обговорення активними були всі учні, незалежно від того, як вони навчалися раніше. Проста форма завдання, пов’язана зі звичною для дітей ігровою діяльністю, сприяла тому, що учні відчули психологічний комфорт, не соромилися розмірковувати вголос і робити припущення.

Після того, як всі бажаючі висловили свою думку, був проведений експеримент: учитель по черзі підходив до учнів, кожен витягав дві кулі і результати експерименту фіксувалися.

Підкреслимо, що у процесі гри зацікавленими були всі учні. Вони дуже емоційно реагували на кожне витягування куль. Після 16 експериментів дітям поставили запитання: „Ви і тепер вважаєте, що шанси на перемогу рівні?” Майже всі змінили свою думку, бо вчитель перемагав значно частіше, але наполягали на продовженні експерименту. Після закінчення гри вчитель витягнув з мішка всі кулі і запропонував школярам пояснити, чому вчитель перемагав значно частіше, ніж вони. Діти самостійно змогли пояснити, чому шанси на перемогу різні і за допомогою куль продемонструвати випадок, в якому перемагають вони і два випадки, в яких перемагає вчитель.

Проте, одержання від учнів правильної відповіді не розглядалося в якості основної мети, а слугувало основою активної розумової діяльності школярів. Діти зустрілися з ситуацією, коли реальність не збігається з їхніми очікуваннями, до того ж, вони прийняли апріорі неправильне рішення. На нашу думку, саме такі ситуації покликані розвивати в учнів аналітичні здібності та інтерес до самостійного мислення.

Далі учням було запропоновано зробити гру справедливою. Усі погодилися з тим, що необхідно додати одну червону кулю. Свій вибір діти пояснювали тим, що тепер в мішку однакова кількість червоних та білих куль. Під час проведення цього експерименту діти знову програвали частіше, тобто, рішення, що здавалося для них очевидним, виявилося неефективним. Це тільки посилило інтерес: учні вже без підказки вчителя витягли всі кулі з мішка і намагалися пояснити результати експерименту. Вони зі здивуванням констатували, що їх шанси на виграш, як і раніше, є нижчими за шанси вчителя. Після цього вчитель запропонував додати замість червоної кулі – білу, тобто грати з трьома білими та однією червоною кулею. Діти з радістю відзначали, що тепер вони виграють значно частіше, і змогли пояснити своє рішення, переглянувши всі можливі результати експерименту.

На цьому етапі уроку комунікативна конструкція побудована на прийомі здивування, що сприяло підсиленню мотивації до навчання. До того ж діти переконалися, що можна помилятися навіть у тих рішеннях, що уявляються їм цілком очевидними. Виховний аспект цієї ситуації полягає у необхідності прийняття до уваги іншої думки, застереженні від категоричних тверджень, що в цілому сприяє розвитку комунікативної компетентності учнів.

Особливу увагу звернемо на те, що діти, переконавшись під час експерименту у хибності своїх суджень, не почули категоричної відповіді вчителя "не правильно", а разом пройшли шлях відкриття і мали можливість самостійно дійти певних висновків. Подібний позитивний досвід самостійної пошукової діяльності сприятиме розвитку впевненості учня у своїх можливостях, а це є необхідною умовою розвитку особистості.

Гра закінчилася за 5 хвилин до дзвінка. Дізнавшись, що в їх розпорядженні 10 кульок: 5 білих та 5 червоних, діти почали самостійно складати нові умови задачі і обговорювати результати гри. Обговорення продовжувалося ще й на перерві. Класний керівник, який також був присутній на уроці, зазначив, що подібної зацікавленості у деяких учнів він не бачив протягом усього періоду навчання.

Отже, завдяки побудові такої комунікативної конструкції відбулося емоційне переживання учнями навчальної проблеми, яка стала їх особистою проблемою, а, як відомо, "пробудити інтерес до самостійної творчості, самостійних міркувань можна лише при одночасному впливі на розум і емоції" [5]. З одного боку, діти постійно знаходилися в розумовому напруженні, а з іншого, цікавилися грою, намагалися знайти власну стратегію гри, засмучувалися через програш та раділи перемогам. Про те, що у дітей закріпився інтерес до самостійної розумової діяльності, свідчить висловлене ними бажання придумувати інші умови гри та заздалегідь передбачати результати.

Зрозуміло, що розвиток особистості – тривалий процес, який не обмежується лише процесом навчання, а тим більше вивченням окремого розділу математики. Проте "в умовах радикальних перетворень, що відбуваються у сучасному українському суспільстві, освіта може і має відігравати роль тієї соціальної сили, яка б наповнювала зміни, що відбуваються, суспільно-адекватним і гуманним змістом" [5]. У системі освіти мають бути створені умови для увсебічного розвитку людини, яка здатна ефективно працювати і самореалізуватися в сучасному суспільстві.

Отже, викладач, який намагається побудувати спеціальну розвивальну комунікативну конструкцію, формулюючи учням математичну задачу, намагається відправити їх у цікаву подорож. Методи, що він використовує на подібних заняттях, базуються на партнерських стосунках учителя з дітьми, діалогічному спілкуванні, самостійному відшуканні знань, критичному ставленні до інформації, поважному ставленню до думки інших. Головна мета вчителя – не лише надати інформацію і засвоїти її, хоча ця мета також передбачається, а навчити способам працювати, досліджувати, зіставляти, перевіряти, будувати соціоконструкції. Цікаво: те, що при традиційному навчанні подає викладач, при вищеописаних ситуаціях – учень запитує сам.

Пошук, спільна робота, обмін ідеями приводить до розв’язання навчальної проблеми і для учня настає свято нових знань, відбувається розвиток особистості, реалізується особистісний досвід, учень відчуває себе суб’єктом діяльності, виникає особистісний мотив навчання й актуалізується саморозвиток особистості.

1. Выготский Л.С. Собрание сочинений. Т.4. – М.: Педагогика, 1984. – 432с.

2. Глеман М., Варга Т. Вероятность в играх и развлечениях: Элементы теории вероятностей в курсе сред. школы. Пособие для учителя / Пер. с фр. А.К. Звонкина. – М.:Просвещение, 1979. – 176 с.

3. Каменский Я.А. Великая дидактика // Избр. пед. соч. в 2-х т., Т.1. М.: Педагогика, 1982. – 656с.

4. Лосєва Н.М. Взаємозв’язок емоційних і пізнавальних процесів у навчанні // Педагогіка і психологія формування творчої особистості: проблеми і пошуки. Зб.наук.пр. – Київ-Запоріжжя. – 2002. Вип.24. – С.81-84.

5. Лосєва Н.М. Самовдосконалення викладача. Навчально-методичний посібник. – Донецьк: ДонНУ, 2004. – 300 с.

6. Пиаже Жан, Инельдер Барбель. Психология ребенка. – СПб.: Питер, 2003. – 246 с.

7. Плоцки Адам. Стохастика в математике «для всех». Стохастика в школе как математика в стадии созидания и как новый элемент математического и общего образования. Дидактический очерк. – Краков.: Wydawnictwo Naukowe Wyzszej Szkoly Pedagogicznej, 1996. – 244 с.

8. Реньи А. Трилогия о математике. Пер. с венгерского. – М.: Мир, 1980.

Резюме. **Лосева Н.Н., Непомнящая Т.В. СПЕЦИАЛЬНЫЕ КОММУНИКАТИВНЫЕ КОНСТРУКЦИИ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ ЛИЧНОСТИ УЧАЩЕГОСЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ОСНОВ КОМБИНАТОРИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ.** *В работе представлены пути развития личности ученика во время проведения пропедевтического этапа обучения комбинаторике и теории вероятностей.*

Summary. **Loseva N, Nepomniashcha T. SPECIAL COMMUNICATIVE CONSTRUCTIONS AS THE WAY OF PUPIL PERSONALITY DEVELOPMENT WHILE LEARNING PROBABILITY THEORY AND STATISTICS.** *Different approaches to pupil personality development are discussed in the paper.*

Надійшла до редакції 28.10.2008 р.

ПРИКЛАДНА СПРЯМОВАНІСТЬ ЗМІСТУ НАВЧАННЯ ЯК ЗАСІБ ФОРМУВАННЯ СТАТИСТИЧНИХ УЯВЛЕНЬ УЧНІВ

Т.І.Війчук,
викладач,
Дрогобицький державний педуніверситет ім. І.Франка
м. Дрогобич, УКРАЇНА

Мета статті – розкрити шляхи реалізації прикладної спрямованості вивчення елементів математичної статистики у контексті міжпредметних зв'язків з шкільним курсом фізики.

Проблема прикладної спрямованості математики вже давно є об'єктом дослідження педагогів, науковців, методистів. У теорії та методиці навчання математики вона посідає одне з центральних місць. Цій проблемі приділяли увагу провідні методисти та науковці О.Д.Олександров, О.М.Астряб, Г.П.Бевз, Б.В.Гнеденко, О.С.Дубинчук, Ю.М.Колягін, В.В.Пікан, З.І.Слєпкань, І.Ф.Тесленко, В.В. Фірсов та ін. Зокрема, загальні принципи реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу математики розкрито у працях В.В.Фірсова, методичні аспекти навчання учнів застосовувати математичні знання на практиці досліджували О.М.Астряб, Г.П.Бевз, О.С.Дубинчук, З.І.Слєпкань, І.Ф.Тесленко умови реалізації прикладної спрямованості математики в школі розкрито Ю.М.Колягіним і В.В.Пікантом.

Важливість реалізації прикладної спрямованості навчання математики відображено у державних освітніх документах. Зокрема у Державному стандарті базової та повної середньої освіти визначено, що основна мета освітньої галузі "Математика" полягає в опануванні учнями системою математичних знань, умінь та навичок, необхідних у повсякденному житті та майбутній трудовій діяльності, достатніх для успішного оволодіння іншими освітніми галузями знань і забезпечення неперервної освіти... Концепція математичної освіти 12-річної школи одним із пріоритетів розвитку математичної освіти визначає посилення прикладної спрямованості навчання математики.

Суть прикладної спрямованості середньої математичної освіти полягає у здійсненні цілеспрямованого змістового і методологічного зв'язку шкільного курсу математики з практикою, що передбачає введення в шкільну математику специфічних відомостей, які характерні для дослідження прикладних проблем математичними методами. Розв'язання цього завдання не можливо досягнути лише шляхом насичення шкільного курсу математики новим прикладним змістом, але вимагає певної орієнтації курсу математики в цілому.

Змістовна лінія «Теорія ймовірності та математична статистика» включена у шкільний курс математики відносно недавно, тому питання реалізації прикладної спрямованості під час вивчення понять даної теми всесторонньо не досліджене.

Українськими педагогами та науковцями проводяться дослідження цієї проблеми у різних напрямках. Зокрема питання реалізації прикладного змісту теорії ймовірності і математичної статистики (стохастики) у шкільному курсі математики розглядається у контексті навчання учнів елементам математичного моделювання (Я.С.Бродський, О.Л.Павлов); використання інформаційно-комунікаційних технологій (М.І.Жалдак, Г.О.Михалін, Ю.В.Горошко); розв'язуванню задач економічного змісту (Т.М.Задорожня); міжпредметних зв'язків з іншими шкільними предметами (А.Ліпінська) та інші.

Дотримуючись сформульованої Ю.М.Колягіним і В.В.Пікантом думки про те, що прикладна спрямованість навчання математики – це орієнтація змісту і методів навчання на застосування математики в техніці та суміжних науках, у професійній діяльності, народному господарстві і побуті можна виділити два основні шляхи реалізації прикладної спрямованості у вивченні елементів математичної статистики:

1) розв'язування задач, які демонструють застосування методів математичної статистики у економіці, техніці, побуті;

2) розкриттю міжпредметних зв'язків математичної статистики з іншими шкільними предметами.

Цілі навчання стохастики у школі достатньо точно сформульовані Б.В.Гнеденко: "Ця теорія надає досліднику не тільки і не стільки обчислювальний апарат пізнання, скільки найширші концепції, що дозволяють знаходити порядок і закономірності там, де класичний детерміністичний підхід є безсилим" [3].

Результати досліджень з методики навчання стохастики Л.О.Бичкової, К.М.Куриндіної, В.В.Фірсова свідчать, що вивчення теорії імовірності потребує деяких попередньо накопичених уявлень. Ними і є початкові статистичні уявлення про випадковості. Зустрічаючись із конкретними проявами випадкового, людина поступово отримує уявлення про них. Але властивості випадкових явищ розкриваються тільки тоді, коли організовано їх масове спостереження: „якщо розглядати кожний окремий випадок випадкового явища, то внутрішні закономірності, які прокладають собі дорогу через ці випадковості і регулюють їх, стають видимими тільки тоді, коли вони охоплюються у великій кількості..." [5, с.1606]. Уявлення про ці закономірності відіграють головну роль у формуванні основних понять стохастики, але важливе значення мають також уявлення про статистичні зв'язки реальної дійсності, а саме, про кореляційну залежність між значеннями досліджуваних величин.

Процес формування уявлень про статистичну природу більшості взаємозв'язків, що існують у природі, прийнято називати „формуванням статистичних уявлень".

Імовірнісно-статистичні уявлення є різновидом математичних уявлень, тому їм притаманні всі характерні ознаки математичних. У процесі вивчення стохастичних властивостей певного об'єкта людину цікавлять не всі його властивості, а тільки ті характеристики, які визначають його стохастичну природу.

Питанню формування статистичних уявлень учнів, не дивлячись на його актуальність, психологи приділяють дуже мало уваги. Але у психології у достатній мірі описані загальні закономірності формування інших уявлень: просторових, топографічних, технічних тощо. Можна припустити, що загальні закономірності формування і розвитку уявлень про суттєві зв'язки і співвідношення дійсності зберігають своє значення і при формуванні статистичних уявлень.

У працях із методики викладання математики та інших предметів термін „статистичні уявлення" використовується часто. Детально розглядається це питання у працях Л.О.Бичкової, К.Р.Велскер, Х.Очилової, В.Д.Селютіна, В.В.Фірсова, Л.С.Шуригіної та інших, які показали що статистичні уявлення це „уявлення про гнучкий імовірнісний світ із нежорсткими зв'язками між явищами і величинами, що їх характеризують" [10].

Дослідження психологів Л.С.Виготського, П.Я.Гальперіна, О.М.Леонтьева та інших дозволяють розглядати формування стохастичних уявлень як психічну діяльність, як перетворену зовнішню, практичну діяльність. Аналізуючи психічну діяльність П.Я.Гальперін вважав, що вона є результатом перенесення зовнішніх матеріальних дій у план відбивання, у план сприйняття, представлення понять.

Найпростіші уявлення про випадковості у початкових стадіях їх формування утворюються у свідомості дітей за допомогою почуттів. Неодноразові спостереження конкретних випадкових явищ перетворюють чуттєві сприйняття у форми, які не залежать від конкретного, і переводять їх у форму абстрактних узагальнень. Розумова діяльність неминуче проходить етап оперування з предметом або з його замінником, під час якого виділяються і пізнаються характерні якості випадкового явища. Найкращим способом виділення специфічних рис випадкового явища є безпосереднє спостереження цього явища. Виявлено, що „ ... найвища якість відтворення дійсності в образі досягається тоді, коли дитина уявляє предмет, явище в реальних умовах їх існування” [1]. Це дозволяє розкрити випадкове явище ніби у „чистому вигляді”, таким, яким воно об’єктивно існує у дійсності.

Пояснення або розповідь вчителя про випадкові явища несе інформацію у перетвореному вигляді. Словесне пояснення, так само як і прочитаний текст, є „другими сигналами”, „сигналами сигналів”, тобто вони є абстраговані від дійсності узагальнення [8]. Але узагальнювати можна тоді, коли є що узагальнювати. У результаті пояснення вчителя або самостійного вивчення матеріалу учень сприймає не сам оригінал, а його копії. Тому в таких випадках вони представляють не саме випадкове явище в реальній дійсності, а його образ. Ще Я.А.Коменський писав, що „потрібно вчити так, щоб люди, наскільки це можливо, набували знань не з книжок, а із неба і землі, із дубів і буків, тобто знали і вивчали самі предмети, а не чужі тільки спостереження і описи речей” [4].

Уявлення, які отримує учень і які виступають у ролі активного засобу для наступного просування вперед у пізнанні випадкових явищ, найкраще всього набуваються на особистому досвіді, а не за допомогою навіть найдосконалішого викладу навчального матеріалу вчителем. Якість статистичних уявлень учня визначається перш за все тим, наскільки він у своїх думках може уявити реальні стохастичні явища, а не просто запам’ятати матеріал описової статистики і вміти відтворити його вчителю.

Одним із критеріїв розвитку статистичних уявлень В.В.Фірсов пропонує використовувати вміння розв’язувати якісні статистичні задачі, тобто вміння робити якісні статистичні висновки на основі даної статистичної інформації, керуючись правдоподібними міркуваннями, які базуються на інтуїції. Безперечно, що це вміння не єдиний показник наявності статистичних уявлень. Однак, в умовах нерозвиненого математичного апарату учня, вміння розв’язувати якісні статистичні задачі правильно вказує тенденцію курсу статистики в школі, його орієнтацію на практичне застосування отриманих знань. Тут має місце певна аналогія з вмінням розв’язувати якісні фізичні задачі, яке також є одним з найважливіших показників наявності фізичного мислення [9].

Важливими у цьому контексті є висновки В.В.Фірсова щодо необхідності вивчення стохастики в школі як прикладної дисципліни та необхідності розвитку імовірнісної інтуїції учнів на протязі всього шкільного навчання, тобто введення статистичної лінії у навчання математики у школі починаючи з молодших класів [9]. Особливого значення автор надає проведенню статистичного експерименту як одного із специфічних засобів прикладного дослідження. Цінність висновків про імовірність елементарних подій на основі даних статистичного експерименту полягає в тому, що в ньому відштовхуються від досліду, від певної реальності, а не від уявних міркувань.

Серед етапів формування статистичних уявлень у контексті прикладної спрямованості змісту навчання можна виділити три основні:

І. Знайомство учнів з найпростішими прикладами, об’єктами та іграми стохастичної природи.

ІІ. Абстрагування, узагальнення і систематизація уявлень, набутих учнями на першому етапі, у процесі дослідження статистичних моделей реальних процесів навколишньої дійсності.

III. Вивчення імовірнісно-статистичних понять на формальному рівні, з наступним розв'язуванням задач прикладного змісту.

Оскільки вміння отримувати та узагальнювати інформацію є базовими у процесі формування статистичних уявлень, тому вироблення цих вмінь є першочерговим завданням статистичної шкільної освіти.

Беручи до уваги стохастичну природу більшості фізичних понять, що вивчаються у школі, ми вважаємо, що прикладна спрямованість імовірнісно-статистичної змістової лінії повинна мати чітке відображення у міжпредметних зв'язках шкільних курсів математики і фізики. Це повинно проявлятися в орієнтації змісту і методів навчання на:

– використання експериментальних даних шкільних фізичних лабораторних робіт для статистичного аналізу на уроках математики;

– демонстрацію на уроках фізики універсальності методів математичної статистики для обробки результатів досліджень і їхній вплив на розвиток уявлень про фізичну картину світу;

– вироблення умінь і навичок проводити елементарні дослідження, які б відповідали концептуальним вимогам статистичної науки.

На основі вище сказаного ми виділили три групи завдань прикладного змісту, які доцільно використовувати у школі для формування стохастичних уявлень учнів.

I група – задачі, які містять статистичні дані фізичного змісту і будуть використовуватись на уроках математики;

II група – завдання на застосування методів статистики, для аналізу експериментальних даних на уроках фізики.

Прикладні задачі, на основі яких формуватимуться стохастичні уявлення учнів, повинні відповідати таким вимогам:

– задачі повинні відтворювати реальну практичну ситуацію, демонструючи доцільність використання статистичних методів;

– задачі мають відповідати діючій програмі та забезпечувати досягнення навчальних цілей та мети;

– задачі прикладного змісту повинні відображати існуючі міжпредметні зв'язки статистики з іншими навчальними предметами, необов'язково природничого циклу;

– доцільно, щоб числові дані, які використовуються у задачі, учні отримували самостійно в результаті спостережень, експериментів або аналізу інформаційних джерел;

– поняття і терміни в умові задачі повинні бути знайомі учням, або бути зрозумілими на інтуїтивному рівні;

– зміст задачі повинен відповідати сучасному рівню розвитку науки, ознайомлюючи учнів із найновішими досягненнями людства;

– доцільно, щоб завдання задачі дозволяли проводити диференціацію учнів за рівнем засвоєння навчального матеріалу.

У процесі розв'язування прикладних задач учні вчаться досліджувати моделі реальних явищ, властивості яких розкриваються в умові. Це сприяє формуванню у них таких розумових і практичних дій, які є основою математичного моделювання:

– виділення з умови прикладної задачі стохастичних співвідношень, які дозволяють скласти математичну модель реального імовірнісного явища;

– вибір методів дослідження стохастичної моделі;

– створення на основі теоретичних положень алгоритму розв'язування формалізованої задачі;

– аналіз і інтерпретація отриманих результатів.

Наприклад: Положення броунівської частинки (невпорядкований, хаотичний рух дрібної частинки в речовині) фіксували через кожні 30с. Якщо отримані точки з'єднати послідовно, то в результаті отримають ламану лінію зображену чорним кольором на рисунку (рис.1). Вимірявши довжини відрізків ламаної, у відповідності до вказаного на рисунку масштабу, складіть таблицю переміщень частинки за 30 секундний інтервал протягом 15хв. Обчисліть середню довжину зміщення броунівської частинки. Вкажіть моду та медіану, для отриманого числового ряду. (*Сірим кольором на малюнку зображено переміщення частики за 1с*)

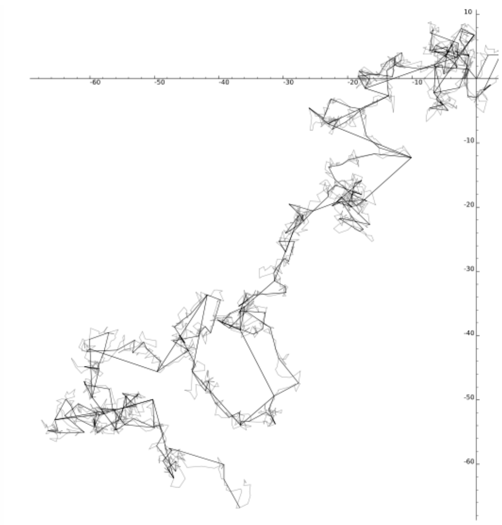


Рис.1

Якщо учень зі сторони спостерігає за накопиченням статистичної інформації, а не бере участь в процесі її зародження, то це явище може виявитись для нього не зрозумілим, чужим.

Кількість годин, виділених на вивчення елементів математичної статистики в школі, недостатньо для проведення статистичних спостережень на уроках математики. А в самій математиці немає статистичної інформації, тому її потрібно отримувати ззовні. Виходячи з цього, ми вважаємо що саме фізика, із своєю практичною і зокрема дослідницькою роботою в процесі вивчення шкільного курсу, із використанням експериментальних методів дослідження є хорошою базою для ознайомлення учнів із статистичними методами досліджень. На уроках фізики учні самостійно проводять експерименти, самостійно ведуть облік результатів. Та й у самій фізиці використання статистичних методів привело до утворення нової галузі – статистичної фізики.

Широке використання фізиками елементів математичної статистики для обробки результатів експерименту, для виведення нових законів і формул дає змогу показати учням можливості стохастики, її прикладне значення, а також розвіяти хибні думки про те, що ці методи потрібні тільки економістам, соціологам та політологам.

Елементарні відомості, необхідні для використання математичної статистики у процесі обробки результатів шкільних фізичних експериментальних робіт, мають містити не лише підручники з математики, але й інструкції для проведення лабораторних та практичних робіт. Це створює психолого-педагогічні передумови для усвідомленого, а не формального засвоєння математичних знань, вироблення необхідних практичних компетентностей.

Потрібно зауважити, що отримання в результаті експерименту статистичної інформації не повинно бути самоціллю. Формування систематизованих початкових статистичних уявлень пов'язано з мислительною переробкою і перетворенням елементів наочної і описової статистики. Статистичні таблиці, графіки чи числові характеристики частково розкривають властивості досліджуваного явища, підкреслюють його стохастичний характер. Уміння використовувати елементи описової статистики характеризують знання цих властивостей. Хоч багато із цих властивостей можуть недостатньо чітко проявлятись із-за опосередкованих математичних об'єктів, потрібно бачити за числовими характеристиками і графічними ілюстраціями статистичних даних реальні властивості досліджуваного явища.

Важливість подібних статистичних експериментів полягає ще й у тому, що під час їх проведення учні зустрічаються не з абстрактною імовірнісною моделлю, а безпосередньо з частотою, і отримують початкові відомості про зв'язок імовірності й частоти, імовірності та математичного сподівання, ознайомлюються з флуктуаціями, які є в спостережуваних явищах та процесах, але яких немає в моделях. Цінність такого підходу з точки зору інтерпретації статистичних висновків важко переоцінити.

Тому ми вважаємо, що для попередження формалізації на початкових етапах формування статистичних уявлень доцільно використовувати задачі прикладного характеру та елементарні фізичні експерименти, для аналізу результатів яких доцільно використовувати статистичні методи. Одним із критеріїв сформованості початкових статистичних уявлень потрібно вважати наявність в учнів певної системи умінь і навичок, пов'язаних із засвоєнням елементів описової статистики, і умінь формулювати на їх основі правильні висновки про досліджувані явища.

Вміння зробити правильний якісний висновок на рівні правдоподібних міркувань свідчить про навички учня використовувати математичну інтуїцію в області імовірнісних ситуацій, що є необхідною передумовою формування стохастичних уявлень та можливості їх застосування у практичній діяльності.

1. Баранов С.П. Сущность процесса обучения. – М.:Просвещение, 1981. – 143с.

2. Веденов М.Ф., Сачков Ю.В. Проблема стилей мышления в естествознании. – М.: Знание, 1971. – 32 с.

3. Гнеденко Б.В. Развитие теории вероятностей // Очерк по истории математики. – М.: Изд-во МГУ, 1977. – 247 с.

4. Зимняя И.А. Педагогическая психология: Учеб. пособ. – Ростов Н/Д.: Изд-во "Феникс", 1997. – 480 с.

5. Колмогоров А.Н. Больших чисел закон. В кн.: БСЭ 3-е изд. – М.: Наука, 1970, т.3. – С.1605-1607.

6. Колягин Ю.М., Пикан В.В. О прикладной и практической направленности обучения математике// Математика в шк. – 1985. – №6 – С.27-32.

7. Психологічний словник/ за ред. ч-кор АПН СРСР В. І. Войтка. – К.: Голов. видав. Видавничого об'єдн. „Вища школа", 1982. – 216 с.

8. Селютин В.Д. Методика формирования первоначальных статистических представлений учащихся при обучении математике. Дис … канд.пед.наук. – М.,1985.

9. Фирсов В.В. Некоторые проблемы обучения теории вероятностей как прикладной дисциплине: Автореф. дис ... канд. пед. наук. – М., 1974. – 27с.

10. Шурыгина Л.С. Развитие статистических представлений школьников при изучении молекулярной, атомной и ядерной физики. Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02, М.:1979. – 193с.

Резюме. **Вийчук Т.И. ПРИКЛАДНАЯ НАПРАВЛЕННОСТЬ СОДЕРЖАНИЯ ОБУЧЕНИЯ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ УЧЕНИКОВ.** *Одним из путей реализации прикладной направленности изучения элементов математической статистики в школе является использование межпредметных связей школьных курсов математики и физики. Для достижения этой цели целесообразно выделять две группы заданий: а) задачи, которые содержат статистические данные физического содержания и будут использоваться на уроках математики; б) задания на применение методов статистики для анализа экспериментальных данных на уроках физики.*

Summary. **Viychuk T. APPLIED OF THE OF THE APPLIED DIRECTIVITY OF EDUCATION'S CONTENT AS FACILITY OF THE SHAPING THE PUPIL'S STATISTICAL PRESENTATIONS.** *The application of intersubject connections mathematic and physic is one of possible ways realization the applied study of math statistic's elements at school. It is advisable to select two groups of tasks for the achievement the purpose: a) tasks which contain statistical information of physical content and may be used at the lessons of mathematics; b) tasks for application the methods of statistics which for the analysis of experimental information at the lessons of physics.*

Надійшла до редакції 24.10.2008 р.

ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ПЕРЕДУМОВИ ТА МЕТОДИЧНІ ВИМОГИ ДО НАВЧАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ СТОХАСТИКИ В ЛІЦЕЯХ І КЛАСАХ З ПОГЛИБЛЕНИМ ВИВЧЕННЯМ МАТЕМАТИКИ

О.В.Трунова,
кандидат педагог. наук, старший викладач,
Чернігівський державний інститут економіки і управління,
м. Чернігів, УКРАЇНА

Розглянуто сукупність психолого-педагогічних передумов та методичних вимог до навчання елементів стохастики в ліцеях і класах з поглибленим вивченням математики.

Загальна мета вивчення елементів стохастики у середній школі визначена наприкінці 60-х років XX сторіччя академіком Б.В. Гнєденком: „ознайомлення школярів із закономірностями більш широкого типу, ніж класичний детермінізм, а саме – зі статистичними закономірностями” [2]. З того часу завдання розвитку у школярів статистичних закономірностей прийнято називати у методичній літературі задачею формування стохастичного мислення учнів. Критеріями розв’язання завдання формування стохастичного мислення є: розуміння сутності понять і законів стохастики; вміння розв’язувати якісні стохастичні задачі, тобто вміння робити якісні висновки на базі наявних статистичних даних керуючись провідними міркуваннями, що базуються на інтуїції.

Треба зазначити, що навчання теорії ймовірностей, яке базується лише на вивченні конкретних імовірнісних моделей, може не призвести до розв’язання завдання – формування статистичного мислення учнів. За умови достатнього знайомства з певною імовірнісною моделлю учень зможе формально оперувати з нею достатньо впевнено, проте з точки зору завдань навчання це не є достатнім, оскільки таке оперування ще не свідчить про сформованість стохастичного мислення, оскільки учень може бути безпорадним при побудові нових, навіть досить простих імовірнісних моделей.

Достатньо глибоке проникнення у імовірнісні моделі неможливе, якщо не існує фундаменту для цього. Звідси випливає необхідність формування стохастичних уявлень та розвитку імовірнісної інтуїції учнів протягом всього навчання.

Дослідження психологів Ж. Піаже [3] і Є. Фішбейна [7] показують, що людина початково погано пристосована до імовірнісної оцінки, до усвідомлення та ймовірнісної інтерпретації імовірнісно-статистичних даних. Експериментально встановлено, що навіть ґрунтовні знання і розуміння інших розділів математики (які, як правило, мають учні в ліцеях і класах з поглибленим вивченням предмету) ще не забезпечують розвитку стохастичного мислення і не позбавляють навіть від тривіальних імовірнісних забобонів і оман.

Методичною аксіомою можна вважати те, що стохастичне мислення у більшій мірі можна сформувати, але не відразу, не в одну мить. Однак питання про вік, найбільш сприятливий для ефективного розвитку стохастичного мислення, розв’язується не так одностайно .

Досвід показує, що в учня початкової школи недостатньо сформоване уявлення про світ, не вистачає математичного апарату (перш за все звичайних дробів) для формування уявлень про імовірність. Водночас знайомство з простими випадковими експериментами та їх результатами – елементарними подіями, формування поняття випадкової події та її абсолютної частоти, основи описової статистики, таблиці, діаграми є можливим і навіть необхідним для введення в початкову школу [5].

Також встановлено, що починати навчання основ теорії ймовірностей у старших класах – малоефективно. Напрацьоване до цього часу прагнення до швидкої формалізації знань, сформоване традиційним курсом математики, бажання засвоїти на уроці перш за все певний набір правил, алгоритмів і методів обчислення фактично замінює формування імовірнісних уявлень формальним вивченням формул комбінаторики і обчисленням ймовірностей за класичною моделлю Лапласа.

Навіть у ліцеях і класах з поглибленим вивченням математики навчання теорії ймовірностей традиційним шляхом дає в основному негативний результат. Навіть для учнів даних класів матеріал здавався складним, формальним, погано засвоювався.

Змальована ситуація схожа на проблеми вивчення геометрії в школі, де на сьогодні, загальновизнаним є необхідність періоду „наочної геометрії” і попередньої роботи з учнями стосовно формуванню просторових уявлень ще до систематичного вивчення курсів планіметрії і стереометрії.

Для того щоб усі теоретико-імовірнісні висновки і конструкції були ясними і зрозумілими учням, необхідно систематизувати стихійно виникаючі інтуїтивні уявлення. Це вимагає, як говорить А.Плоцкі, «умілого введення учня в процес вивчення теорії, розгорнутої пропедевтики теоретичного матеріалу» [4, с.17].

Реальні випадкові події широко представлені в навколишньому світі. Пізнання дитиною навколишнього світу починається від сприйняття одиничних предметів і явищ до утворення конкретних уявлень і від узагальнення останніх до формування понять. Тому, початком формування стохастичних уявлень треба вважати сприйняття дітьми конкретних, випадкових явищ, знайомство з конкретними статистичними сукупностями: „Я досі пам’ятаю, як одного разу, коли я був ще дитиною, мій батько привів мене на край міста, де на березі стояли верби, і велів мені зірвати навмання сотню листочків верби. Після відбору листя з пошкодженими кінчиками у нас залишилося 89 цілих листочків, коли ми повернулися додому, ми розташували їх у ряд у порядку зростання, як шеренгу солдат. Потім мій батько крізь кінчики листків провів криву і сказав: „Це і є крива Кетле. Подивись на неї, ти бачиш, що посередності завжди складають більшість і лише дехто піднімається вище або так і залишається внизу” ” [1, с.84].

Сьогодні ми знаємо цього хлопчика як чудового математика Б.Л. Ван дер Вардена. Його курс математичної статистики наповнений реальними живими прикладами з фізики, хімії, астрономії, геодезії і метеорології, біології і психології, медицини і гігієни, статистики населення, економічної статистики, технічних додатків.

Розрізняють такі три етапи формування стохастичних уявлень школярів:

1)знайомство з найпростішими стохастичними ситуаціями;

2)нагромадження систематизованих уявлень про явища стохастичної природи;

3)створення науково-теоретичної основи стохастичних уявлень.

Перші два етапи пов'язані з формуванням початкових стохастичних уявлень, третій – з вивченням елементів стохастики.

Якщо учень тільки спостерігає за випадковим явищем, а не бере участі у процесі його зародження, то це явище може виявитись для нього чужим, далеким і недостатньо зрозумілим. Треба, щоб учень був поставлений віч-на-віч з самим явищем, а для цього він повинен виконувати певні предметні дії, що призводять до появи випадкових явищ. Виходячи з цього, необхідно включити в процес формування початкових стохастичних уявлень предметні дії учнів з різними об’єктами. Щоб розв’язати цю проблему, звернемося до історії зародження теорії ймовірностей.

Багато задач практики, що служили основою для зародження теорії ймовірностей, як науки, були занадто складними, щоб помітити в них закони випадкового, тоді як в азартних іграх випадок виступає досить чітко і не затушовувалися занадто великим числом факторів, що їх ускладнюють. Крім того, азартні ігри дозволяють спостерігати випадкові явища велике число раз, тобто задовольняють основній вимозі, при дотриманні якої можливий прояв законів випадкових явищ, а саме - їх масовості.

Ця своєрідна роль азартних ігор у виникненні теорії ймовірностей як науки відбилася й у її вивченні. Дотепер, при вивченні початків теорії ймовірностей, у методичних цілях, часто звертаються до прикладів, пов'язаних з підкиданням монети, грального кубика, гральними картами, урнами, рулетками і т.п., за допомогою яких легко проілюструвати поняття випадкової події та її ймовірності і способи підрахунку ймовірностей різних подій.

Однак застосування азартних ігор може мати негативний вплив на моральне виховання школярів. Саме така гра характеризується прагненням будь-що виграти, а при невдачі відігратися. Чи треба дивуватися, що в гравців у всі часи виявлялися тіньові грані характеру. Історія азартних ігор багата спокусами, підробками і злочинами, що знайшло відповідне відображення в літературі і мистецтві. Причиною такого явища служить матеріальний стимул, що закладений в основу правил азартних ігор. Може здаватися, що коли виключити матеріальний зиск й установити інші стимули, то азартні ігри, звільнившись від свого пороку, можуть бути використані в школі. Однак цього неможливо зробити, тому що правила азартних ігор такі, що рано або пізно гра призводить до необхідності встановлення якого-небудь матеріального стимулу, без якого вона стає безглуздою. Тому не може бути і мови про використання азартних ігор у школі.

У практиці навчання елементів стохастики визначені такі організаційні засоби розвитку первісних стохастичних уявлень учнів:

- стохастичні ігри;
- стохастичні експерименти (експерименти з випадковими витоками);
- стохастичні дослідження; уявні стохастичні експерименти; імітація (моделювання).

Завдяки даним організаційним засобам процес навчання школярів стохастики зближується з дослідницьким процесом.

„Всі наші задуми, всі пошуки і побудови перетворюються у тлін, якщо немає в учнів бажання навчатися”, писав В.А. Сухомлинський [6]. Тому вчитель повинен викликати в учнів таке бажання, а це означає, що він повинен сформувати у них відповідну мотивацію. Одним з шляхів досягнення основної мети навчання елементів стохастики є активізація процесу навчання.

Цілі навчання досягаються з використанням різних форм, тобто способів організації навчання. Сучасна дидактика визначає такі форми навчання: урок, семінар, диспут, дидактична гра, практикум, екскурсія, домашні завдання, залік, колоквіум, лабораторні роботи, форуми, роботи в мережі Internet, виконання проектних розробок, дистанційне навчання.

У ліцеях і класах з поглибленим вивченням математики застосовуються уроки різних типів, у тому числі і нестандартні: інтегровані, міжпредметні, бінарні, із різновіковим складом учнів. Цікавими елементами цих уроків можуть бути стохастичні ігри, стохастичні експерименти, статистичні дослідження. Це дасть змогу розбудити природні задатки, розвинути здібності дитини, підняти рівень творчості, сприяти розвиткові особистості, виростити інтелектуального учня, плекати талановиту особистість. Наприклад, спрямувати діяльність учнів до «відкриття» поняття ймовірності та математичного сподівання можна, організувати наступний стохастичний експеримент у формі гри. Учні класу розподіляються за парами і кожна пара проводить досліди з підкиданням металевої канцелярської кнопки. Якщо кнопка впаде гострим кінцем донизу, то один з гравців записує собі 2 очка, а другий 1 очко. Якщо кнопка впаде гострим кінцем догори, то, навпаки, перший записує 1 очко, а другий 2 очка. Порівнюючи суми очок, вони визначають переможця. Все це проводиться в рамках позакласної діяльності.

На уроці розглядають таблиці частот, які склала кожна з пар гравців. Учням необхідно запропонувати уявити, що число випробувань при проведенні цього експерименту достатньо велике, наприклад 100000. Такий експеримент проводити досить важко, однак ми можемо уявити, які значення частот при цьому найбільш можливо очікувати. Цьому допомагає і огляд таблиці об'єднаних результатів випробувань всіх учнів класу.

Є підстави вважати, що при досить великій кількості випробувань частота появи кнопки гострим кінцем донизу буде наближатись до деякого числа P (наприклад $P \approx 0.4$, якщо відповідні частоти дорівнюють 0.391; 0.412; 0.398; 0.397; 0.401 і т.д.). Вчитель повідомляє, що теоретичне значення частоти яке очікують називають імовірністю випадання кнопки гострим кінцем донизу.

Аналогічне міркування проводиться для випадіння кнопки гострим кінцем угору.

Далі перед учнями ставлять питання про середній виграш. Наприклад, середнє арифметичне виграшів першого і другого гравців відповідно до наведених таблиць дорівнюють:

$$2 \cdot 0.595 + 1 \cdot 0.405 = 1.595$$

$$1 \cdot 0.595 + 2 \cdot 0.405 = 1.405$$

Порівнюючи середнє арифметичне, обчислене за результатами експерименту для кожної пари, робимо висновок, що практично у всіх парах перші гравці у середньому вигравали більше число очок, ніж другі. Складаються дві послідовності значень середніх арифметичних. Члени кожної з цих послідовностей, за рідким винятком, будуть близькі один до одного. Імовірно, числа першої послідовності будуть наближатися до 1.6, а другої – до 1.4. Прогнозуючи результати експериментів з великим числом випробувань, учні самі висувають гіпотезу про існування деяких теоретично очікуваних чисел M_1 і M_2, до яких наближаються середні арифметичні відповідних послідовностей при збільшенні числа випробувань. Від учителя вони взнають, що прийнято говорити так: число M_1 – це математичне сподівання виграшу першого гравця; число M_2 – математичне сподівання виграшу другого гравця.

У класах з поглибленим вивченням математики перевага віддається організації самостійної діяльності учнів у здобутті нових знань, дослідницькому методу вивчення навчального матеріалу. Результати статистичних досліджень можна тлумачити як створення учнями освітнього продукту, в процесі отримання якого задовольняються потреби у самореалізації і складаються сприятливі умови для розвитку відповідних особистісних якостей: когнітивних, креативних, оргдіяльнісних та ін.

При навчанні елементів стохастики необхідно прищеплювати критичне ставлення до статистичних висновків і узагальнень, вміння правильно тлумачити статистичний матеріал, самостійно викривати різного роду фальсифікації, ретельно замасковані під личиною витончено дібраних „правдоподібних" відомостей. Корисно показати учням конкретні ситуації, в яких тенденційно дібрані статистичні показники можуть служити основою для хибних висновків про події, що відбуваються у політичному і економічному житті суспільства. Розвиток у майбутніх дорослих громадян критичного мислення, вміння розуміти скритий смисл того або іншого повідомлення, протистояти маніпулюванню свідомості індивіда з боку засобів масового інформування.

Розглянемо такий приклад. Господар одного приватного підприємства звільнив більшу частину робітників, а тим що залишилися, знизив заробітну плату (табл. 1). Після чого він заявив, що середній заробіток працівників на його підприємстві підвищився. Чи так це?

Таблиця 1

Зміна заробітної плати

	Зарплата до звільнення		Зарплата після звільнення	
	1000 грн.	400 грн.	800 грн.	320 грн.
Кількість робітників	200	800	200	120

Обчислення середніх характеристик підтверджують, що середні характеристики дійсно збільшилися. До звільнення:

$$\bar{x} = \frac{1000 \cdot 200 + 400 \cdot 800}{1000} = 520(\textit{грн}),$$

мода дорівнює 400 грн., медіана дорівнює 400 грн.

Після звільнення:

$$\bar{x} = \frac{800 \cdot 200 + 320 \cdot 120}{320} = 620(\textit{грн}),$$

мода дорівнює 800 грн., медіана дорівнює 800 грн.

Однак з таблиці видно, що життя робітників не стало кращим, а навпаки, не говорячи про тих, хто втратив роботу. Оманлива думка про підвищення зарплати складається через звільнення значної частини робітників з низькою зарплатою. Висновки з розв'язання задачі суперечать здоровому глузду.

Наслідком неправильних або суперечливих висновків може бути і неадекватний вибір критеріїв, за якими інтерпретуються статистичні дані. У зв'язку з цим доречно нагадати наступне оповідання.

Кожна з двох фірм, що спеціалізуються з виготовлення взуття відправили до деякої африканської країни свого агента для з'ясування ситуації стосовно реалізації своєї продукції. Агент першої фірми телеграфував: «Чудовий ринок з реалізації взуття – тут 90% населення ходять босоніж». Агент другої фірми сповістив : «Ринок взуття тут відсутній – 90% населення не носять черевиків». Імовірнісно-статистична лінія забезпечує умови створення учнями індивідуально-творчих продуктів діяльності, що сприяє розвитку креативних якостей людини. Евристичний характер стохастичних умовиводів вимагає так організувати математичну діяльність учнів, щоб вивчення понять і методів доведення тверджень і розв'язування задач відбувалося у формі відкриттів нових специфічних інструментів пізнання оточуючого світу. Особливу роль відіграє тут аналіз імовірнісних парадоксів і несподіванок, що створює сприятливий ґрунт для евристичної діяльності.

Все вище сказане дозволяє виділити такі методичні вимоги до навчання елементів стохастики в ліцеях і класах з поглибленим вивченням математики:

1) чітке визначення цілей і завдань навчання нової змістової лінії у зазначених класах;

2) зміст повинен забезпечувати наявність системи теоретичних імовірнісно-статистичних знань, відображати сучасний стан розвитку науки і техніки;

3) забезпечення формування міцних навичок і вмінь при розв'язуванні стохастичних задач;

4) спрямування на встановлення тісного зв'язку імовірнісних моделей з предметним світом, організацію побудови і тлумачення моделей як провідних форм діяльності учнів;

5) навчання повинно бути націленим на використання творчих можливостей школярів як послідовності самостійних „відкриттів”, тобто повинно мати евристичний характер;

6) у навчанні повинні встановлюватися і реалізовуватися міжпредметні зв'язки у якості взаємодії між шкільними дисциплінами, особливо профільними (за профілем ліцею, класу);

7) навчання повинно здійснюва-

тись на основі профільної і рівневої диференціації;

8) поряд з традиційними засобами навчання мають набути широкого використання засоби інформаційно - комунікаційних технологій.

1. Ван дер Варден Б.Л. Математическая статистика: Пер. с нем. – М.: ИЛ, 1960. -434с.

2. Гнеденко Б.В. Статистическое мышление и школьный курс математики. // Новое в школьной математике. – М.: Знание, 1972. – С.165-181.

3. Пиаже Ж. Избранные психологические труды. Психология интеллекта. Генезис числа у ребенка. Логика и психология: Пер. с франц. – М.: Просвещение, 1969. – 659с.

4. Плоцки А. Стохастика в школе как математика в стадии созидания и как новый элемент математического и общего образования: Дис. д-ра пед. наук в форме науч. докл.: 13.00.02. – С.-Петербург, 1992. – 52с.

5. Степенно Г.В. О преподавании теории вероятностей и математической статистики в школах Японии. – К.: Ин-т математики АН УССР, 1974. – 23с.

6. Сухомлинський В.А. Об умственном воспитании / Сост. М.И. Мухин. – К.: Рад. школа, 1983. – 206с.

7. Fischbein E. The intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children. – Dordrecht: Reidel, 1975. – 145p.

Резюме. **Трунова Е.В. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ И МЕТОДИЧЕСКИЕ ТРЕБОВАНИЯ К ОБУЧЕНИЮ ЭЛЕМЕНТАМ СТОХАСТИКИ В ЛИЦЕЯХ И КЛАССАХ С УГЛУБЛЕННЫМ ИЗУЧЕНИЕМ МАТЕМАТИКИ.** *В статье рассмотрена совокупность психолого-педагогических предпосылок и методических требований к обучению элементам стохастики в лицеях и классах с углубленным изучением математики.*

Summary. **Trunova O. THE PSYCHOLOGICAL-PEDAGOGICAL BASIS AND METHODOLOGICAL DEMANDS TO THE STUDYING OF THE STOCHASTIC ELEMENTS IN THE LYSEUMS AND CLASSES WITH MATH PROFOUND LEARNING.** *The psychological-pedagogical basis and methodological demands to the studying of the stochastic elements in the lyceums and classes with math profound learning are considered in the article.*

Надійшла до редакції 7.10.2008 р.

ДИФЕРЕНЦІАЦІЯ ЗМІСТУ ТРИГОНОМЕТРИЧНОГО МАТЕРІАЛУ У ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ

В.Я.Забранський,
кандидат педагог. наук, доцент,
Т.А.Грицик,
аспірант,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м.Київ, УКРАЇНА

Досліджуються питання пов'язані з проблемою диференціації змісту математичної освіти в профільній школі. Виділяються критерії відбору змісту тригонометричного матеріалу для теоретичного, прикладного і загальнокультурного курсів математики.

Зміст освіти є одним з ключових і динамічних компонентів методичної системи навчання. Оновлення змісту освіти є глобальною проблемою реформування системи освіти в Україні. Ця проблема сучасної шкільної математичної освіти актуалізується у зв'язку із запровадженням у старшій школі профілів навчання, які Концепцією математичної освіти 12-річної школи [4, *13*] об'єднані в три напрямки, залежно від ролі, яку відіграє в них математика: теоретичний, прикладний і загальнокультурний. Специфіка кожного з напрямів проявляється в першу чергу в його змісті, що відображає навчальні можливості, потреби, інтереси учнів відповідних профілів, особливості їх майбутньої професійної діяльності.

Питанням змістової диференціації математичної освіти присвячені праці багатьох вітчизняних та зарубіжних математиків та методистів. Зокрема, проблеми змісту математичної освіти в контексті забезпечення процесу навчання математики в класах з поглибленим вивченням математики знайшли відображення в працях Б.В.Гнеденко, А.М.Колмогорова, В.М.Монахова, А.Г.Мордковича, Є.П.Неліна, М.І.Шкіля, В.О.Швеця, Ф.В.Фірсова, та ін. Зміст та специфіку навчання математики у школах (класах) гуманітарного профілю навчання досліджували М.І.Бурда, Г.П.Бевз, В.Г.Бевз, Ю.М.Колягін, Ю.І.Мальований та інші. В той же час проблема змісту та структури профільного навчання математики, зокрема і окремих її розділів, потребує подальших досліджень. У науково-методичній літературі відсутні чіткі критерії відбору змісту навчального математичного матеріалу з урахуванням профілю навчання, конкретні методичні рекомендації щодо формування профільно та професійнозначимих складових змісту.

Мета статті – виділити та теоретично обґрунтувати критерії відбору змісту тригонометричного матеріалу для профільного навчання математики, що включає базові, профільні та елективні типи навчальних курсів.

В умовах сучасної освітньої парадигми відбувається перехід від інформаційно-знанієвої до компетентністної освіти. З точки зору особистісно-орієнтованого навчання зміст освіти поділяється на зовнішній – середовище і внутрішній – створюваний учнем в процесі взаємодії з зовнішнім освітнім середовищем. «Діагностиці та оцінці підлягає не повнота засвоєння учнем зовнішнього змісту, а прирощення його внутрішнього змісту за певний навчальний період» [11, *69*]. А.П.Самодрин, формулюючи змістові засади навчання, визначив зміст освіти у профільній школі так: це система наукових знань, умінь і навичок, оволодіння якими забезпечує формування в учнів наукового світогляду, а також розвиток профільно-диференційованих інтересів з метою максимальної соціалізації та творчої самореалізації особистості [10, *63*]. Отже, в центрі змістових засад профільної школи стоїть особистість учня з її запитами, можливостями, інтересами та планами на майбутнє. Одним з головних напрямків оптимізації змісту освіти А.П.Самодрин вважає відповідність його рівнів психологічному коду особистості, побудованому в межах п’яти основних відносин („людина-людина”, „людина-природа”, „людина-техніка”, „людина-художній образ”, „людина – знакова система”) та можливості вибору відповідного змісту навчання учнем [8, *61*]. В.В.Гузєєв розглядає зміст освіти як педагогічну модель соціального замовлення, як дидактичну модель навчального предмету, як навчальний матеріал. На його думку, правильне поєднання загальнокультурної різноманітності і предметної спеціалізації як в часі, так і в змісті – веління часу [3, *122*].

Згідно Концепції профільного навчання в старшій школі [6, *63*], засвоєння змісту освіти у загальноосвітніх закладах з профільним навчанням має, по-перше, забезпечувати загальноосвітню підготовку учнів, по-друге – їх підготовку до майбутньої професійної діяльності. Тому критерії відбору змісту математичної освіти у профільній школі для різних курсів математики мають поєднувати вимоги профільної спрямованості та стандарту загальної середньої освіти, відображати різний обсяг навчального матеріалу, способи його упорядкування, ступінь узагальнення знань, співвідношення між теоретичними та емпіричними знаннями. На думку М.І.Бурди, і це підтверджують наші дослідження, курси математики повинні мати різну інформаційну та інтелектуальну ємність, діагностико-прогностичну спрямованість та соціальну ефективність [2, *3*]. Визначальними, також, для обґрунтування критеріїв відбору змісту математичної освіти у профільній школі, є принципи формування змісту математичної освіти у профільній школі, запропоновані В.О.Швецем: науковості, доступності, утилітарності, паралельної дії, уніфікації [12, *67*].

І.О.Зимня, О.О.Кузнєцов, Г.В.Пічугіна, С.М.Рягін, Н.Шиян, В.Я.Ястребова та ін. розглядають поняття „профільна компетентність”, яка визначається як готовність учня одержувати та використовувати знання із профільної освітньої галузі, котрі необхідні йому для професійного самовизначення і самореалізації. Учені наголошують, що формування профільної компетентності потребує не просто збільшення обсягу навчального матеріалу, а прирощення змісту профільних предметів за певними компонентами – філософським, методологічним, науковознавчим, психологічним і власне профільним (С.М.Рягін), аксіологічним, когнітивним, діяльнісно-творчим, особистісним (В.Я.Ястребова). С.А.Раков відмічає, що в сучасному інформаційному суспільстві знань „... головним змістом математичної освіти стане не опанування готовими алгоритмами розв’язування типових задач, а математична компетентність, розуміння і застосування математичних методів досліджень”[9, *5*]. Отже, для проектування змісту освіти профільної математичної освіти у середній школі дидактичним обґрунтуванням є математична компетентність – важливий показник якості математичної освіти, який в значній мірі свідчить про готовність учня до повсякденного життя, до найважливіших видів суспільної діяльності, до оволодіння професійною освітою. Формування математичної компетентності є одним з головних завдань навчання математики у профільній школі.

На наш погляд, курси математики повинні відрізнятися не стільки обсягом знань, яким повинні оволодіти учні, скільки рівнем обґрунтованості та узагальнення. Вони мають враховувати, в першу чергу, навчально-пізнавальні можливості та особливості учнів, їх профільні інтереси та професійні наміри, а також орієнтуватися на різні типи мислення (теоретичне, образне, практичне), відображати різні види діяльності. Ми поділяємо думку М.І. Бурди, що зміст навчання і тип мислення взаємообумовлені – зміст проектує певний тип мислення (переважно емпіричний чи теоретичний) і навпаки: тип мислення враховується при відборі змісту [2, *4*]. Так, розвитку емпіричності мислення учня сприяє застосування тригонометричного матеріалу до розв'язання практичних задач (вимірювання відстані до недоступного об'єкта, висоти вежі, дальності кидання каменя тощо), індуктивний характер вивчення навчального матеріалу. Теоретичність мислення розвивається в процесі доведень тригонометричних формул, тотожностей, нерівностей, при побудові математичних моделей реальних явищ за допомогою тригонометричних функцій.

Формуючи зміст тригонометричного матеріалу різних профілів, який реалізується в задачах, ми враховували насамперед такі фактори:

- цілі навчання тригонометричного матеріалу в класах різних профілів;
- значення тригонометричного матеріалу в майбутній навчальній та професійній діяльності учня;
- навчальні можливості учнів у вивченні математики, їх вікові та психофізіологічні особливості;
- місце тригонометричного матеріалу в розвитку особистості учня.

У змісті навчання тригонометричного матеріалу ми виділили три складові: теоретичну, прикладну і гуманітарну. Теоретичну складову змісту представляють понятійний апарат, означення, формули, твердження, правила тощо. Особливістю цієї складової змісту тригонометричного матеріалу є велика кількість формул, з якими учні повинні оперувати на різних рівнях. Прикладна складова змісту включає застосування теоретичних знань на практиці, міжпредметні зв'язки, математичне моделювання. З допомогою тригонометричних функцій виражається залежність зміни шляху від часу в різноманітних коливних процесах, записуються закони оптики, моделюються криволінійні рухи. Знання тригонометричного матеріалу необхідні під час вивчення шкільних предметів: геометрії, географії, астрономії, фізики. Гуманітарна складова змісту спрямована на формування загальної культури учня, його естетичний розвиток, виховання відчуття гармонії навколишнього світу. Ця складова включає елементи історії тригонометрії, її зв'язки з гуманітарними сферами науки та культури. Тригонометричні функції яскраво демонструють властивості симетрії-асиметрії об'єктів природи, мистецтва, життя людини. Тригонометрія як наука багата історією свого зародження, розвитку та занепаду, становить вагому складову загальнолюдської історії. В класі будь-якого профілю навчання кожна складова має бути обов'язково присутня, але в різному обсязі. Так, в класі математичного профілю пріоритетного значення набуває теоретична складова, природничо-наукового профілю – прикладна, гуманітарного профілю – гуманітарна складова змісту. На наш погляд, гуманітарні складові змісту тригонометричного матеріалу в класах математичних та природничо-наукових профілів мають бути майже однакові; теоретична складова в гуманітарних класах значно менша, ніж в класах природничо-наукового профілю; прикладна складова, що є домінуючою в природничо-науковому профілі, повинна переважати в математичних класах порівняно з гуманітарними. Теоретичний курс математики вивчають учні математичних, фізико-математичних профілів навчання, для яких математичні види діяльності становитимуть вагому складову їх навчальної, а у майбутньому і професійної діяльності. Основна мета вивчення тригонометричного матеріалу в класах цих профілів – досягнення учнями високого рівня математичної підготовки і математичного розвитку, забезпечення їх готовності до успішного продовження освіти на математичних та фізико-математичних факультетах вищих навчальних закладів. Зважаючи на високі навчальні можливості учнів цих профілів у вивченні математики, в змісті тригонометричного матеріалу особлива увага має приділятися доведенням та обґрунтуванням тверджень, різним методам розв'язання задач, теоретичним узагальненням. Доцільно поглиблювати та розширювати зміст тригонометричного матеріалу у порівнянні з нематематичними профілями, при цьому основна увага має приділятись глибині засвоєння понять, різноманітності їх зв'язків та відношень з іншими поняттями. Виходячи з цілей, завдань та особливостей навчання у класі математичного профілю, зазначимо, що значне розширення змісту педагогічно недоцільне, з причин, зокрема, можливого перевантаження учнів, перевищення їх навчальних можливостей. Цілям розвивального навчання більш сприяє глибоке вивчення невеликого за обсягом матеріалу, ніж поверхневе вивчення великого обсягу змісту. Головну особливість змісту тригонометричного матеріалу, що вивчається в теоретичному курсі математики, ми вбачаємо у глибині вивчення цього матеріалу (обґрунтування та теоретичні узагальнення), що проектує та розвиває теоретичний тип мислення, який характеризується гармонійною взаємодією аналізу і синтезу, високим рівнем абстракції, засвоєнням системи узагальнених знань і способів діяльності, відшуканням у фактах і явищах істотних зв'язків і відношень шляхом аналітико-синтетичної, рефлексивної діяльності, вираженням зв'язків і відношень у вигляді загальних ідей, принципів, понять, які об'єднують матеріал у систему. Розширення програми доцільне з метою покращення логіки викладу та задоволення пізнавальних потреб учнів. Наприклад, в прямокутному трикутнику логічно розглядати не чотири, а шість різних відношень його сторін. Тому поряд з тригонометричними функціями синус, косинус, тангенс і котангенс бажано означити ще дві тригонометричні функції – секанс і косеканс. Учні, які вивчають теоретичний курс математики, мають пізнавальні можливості і потреби вивчати не тільки найпростіші тригонометричні рівняння (загальнокультурний курс), але й різні їх типи та способи розв'язування, системи тригонометричних рівнянь. Учнів, які вивчають теоретичний курс математики, необхідно в більшій мірі знайомити з методологічними знаннями, що містить тригонометричний матеріал: методи, наукові проблеми тощо. Наприклад, тригонометричні методи, історичні аспекти формування та розвитку ключових понять тригонометрії (тригонометричні функції, їх співвідношення, тригонометричні обчислення тощо). Методологічні знання забезпечують учнів методологією навчальної діяльності, методами пізнання та перетворення дійсності, спонукають до активних розумових дій. Доцільно наповнювати зміст тригонометричного матеріалу творчими, нестандартними завданнями, які спонукатимуть учнів до роздумів, змушуватимуть долати перешкоди у процесі їх розв'язування. Однак слід зауважити, що розвиток теоретичного типу мислення слід здійснювати в гармонійному поєднанні з іншими типами, зокрема практичним та прикладним.

Однією з складових профільного навчання математики є елективні курси. Вони насамперед розширюють або поглиблюють зміст профільного предмету, підтримують і розвивають математичні здібності учня, його творчу особистість, демонструють багатогранність математики як науки. Рекомендують такі види елективних курсів: курси, що забезпечують прикладну його спрямованість, курси, що забезпечують зв'язки між профільними предметами в межах одного профілю, курси, що інформаційно підтримують кілька профілів. Зміст елективного курсу має бути спрямований на задоволення індивідуальних освітніх інтересів, потреб і нахилів учня, розвиток його особистості. Значну частину змісту елективного курсу, на наш погляд, мають становити цікаві, нестандартні завдання, задачі підвищеної складності. Під час вивчення тригонометричного матеріалу учням можна запропонувати досить широку тематику курсів за вибором. Так, для міжпредметних курсів за вибором – це: „Застосування тригонометрії в задачах фізики”, „Тригонометрія в стереометрії”, „Тригонометрія і астрономія”; для прикладних курсів – „Тригонометричні функції як математичні моделі”, „Тригонометрія на практиці”; для елективних курсів теоретичного спрямування – „Доведення тригонометричних нерівностей”, „Тригонометричні підстановки", „Нестандартні тригонометричні рівняння і їх системи".

Прикладний курс математики орієнтований на учнів природничо-наукових профілів навчання (біологічний, географічний, хімічний та ін.), які обрали ті області діяльності, в яких математика відіграє роль специфічного засобу вивчення закономірностей навколишнього світу. В програмі з математики для класів природничого профілю [7, *72*] зазначено, що однією з основних цілей математичної освіти в класах цього профілю є формування практичної компетентності, яка, зокрема, передбачає: побудову і дослідження математичних моделей реальної дійсності; оволодіння технікою обчислень; проектування та здійснення алгоритмічної та евристичної діяльності на математичному матеріалі. Тому курс на практичні застосування виучуваного має бути провідним в змісті тригонометричного матеріалу для природничо-наукових профілів. Прикладна спрямованість змісту демонструє застосування математичних знань на практиці, їх вплив на розвиток техніки і технологій, ефективність виробничої діяльності кваліфікованого робітника. Розвиток в учнів природничо-наукових профілів обчислювальної культури є однією з першочергових задач навчання математики. Тому особливе місце в змісті тригонометричного матеріалу має приділятись техніці обчислень, підвищенню культури наближених обчислень. Це обумовлюється специфікою майбутньої професійної діяльності учнів, які орієнтовані на професії інженера, технолога, конструктора, механіка та інші, що вимагають вміння обчислювати, працювати з точними та наближеними числовими величинами. Тригонометричні обчислення, до яких ми відносимо обчислення виразів, до складу яких входять тригонометричні функції, а також обчислення елементів геометричних фігур, широко розповсюджені в багатьох областях науки і виробництва. До особливостей змісту тригонометричного матеріалу, що реалізує специфіку прикладного курсу математики, віднесемо також широке використання міжпредметних зв'язків з профільними предметами, що забезпечує всебічне вивчення об'єктів, оволодіння математичними методами (моделями) пізнання дійсності. Йдеться передусім про широке використання знань з фізики, астрономії, механіки. Тригонометричні функції синус і косинус дають можливість розглядати механічні, електричні, електромагнітні та інші види коливань з позицій загальної математичної структури. В учнів класів природничо-наукових профілів навчання важливо формувати уміння здійснювати експериментальну роботу і давати математичну оцінку результатам обчислень, вимірювань, досліджень і конструювань. Це обумовлює необхідність збільшення в змісті навчального матеріалу частки дослідницьких завдань, які потребують здійснення дослідницької діяльності (проведення цілісних досліджень, пояснення і прогнозування явищ, висунення гіпотез та їх перевірка тощо). Специфіка майбутньої професійної діяльності учнів класів природничо-наукових профілів навчання обумовлює необхідність посиленої уваги до формування в них умінь користуватися довідковою літературою, орієнтуватися в різних системах мір, одиницях вимірювання. В зв'язку з цим доцільно поглибити зміст відповідних тем тригонометричного матеріалу, наприклад зміст теми „Радіанна система вимірювання кутів і дуг". В цій темі необхідно більше уваги приділити наближеним формулам $\sin x \approx x$, $tgx \approx x$ та їх практичним застосуванням.

Загальнокультурний курс математики вивчається в класах гуманітарних профілів, в яких математика розглядається як елемент загальної середньої освіти і не передбачається її подальшого вивчення в майбутньому. В програмі з математики для класів гуманітарного напряму авторів М.Бурди та Ю.Мальованого [1, *14*] визначені такі цілі вивчення математики в школах (класах) гуманітарного спрямування: засвоєння учнями системи математичних знань і вмінь, що є складовими загальної культури людини; формування уявлення про ідеї та методи математики, її роль у пізнанні і перетворенні дійсності; формування наукового світогляду школярів; усвідомлення школярами місця і функцій математики в системі наукових знань; розвиток абстрактного, логічного, алгоритмічного типів мислення учнів. Отже, основний принцип формування змісту навчання математики для гуманітарного класу – спрямованість на розвиток гуманітарної культури людини, на освіту за допомогою математики, на вироблення якостей мислення, необхідних для адаптації і повноцінного функціонування людини в суспільстві, на засвоєння математичного апарату як засобу постановки і розв'язування проблем реальної дійсності. Т. Іванова виділяє такі складові гуманітарного потенціалу змісту загальної математичної освіти: предмет і методи математики, її ведучі ідеї і поняття, зв'язок з іншими науками і практикою, математичну мову, процес пізнання в математиці, специфіку творчої математичної діяльності, методи наукового пізнання, культуру мислення, історію математики [5, *44*]. Зважаючи на навчальні можливості та потреби з математики учнів-гуманітаріїв у навчальній діяльності мають домінувати емпіричні узагальнення: засвоєння матеріалу шляхом аналізу чуттєво-предметних його властивостей; сходження від одиничних фактів до загальних; встановлення формальних родово-видових залежностей у класифікаціях; упорядкуванню знань на науково-інтуїтивному рівні. Варто знизити рівень строгості обґрунтувань математичних тверджень, обмежитись емпіричними узагальненнями, використовуючи конкретні приклади та наочні ілюстрації. Це стосується, зокрема, доведень формул додавання, окремих властивостей тригонометричних функцій (парність, непарність, періодичність, монотонність), формул розв'язків найпростіших тригонометричних рівнянь. Але це не означає, що зміст тригонометричного матеріалу для гуманітарного класу повинен повністю позбутись теоретичних узагальнень (доведень), зважаючи на незаперечну педагогічну цінність доведень для усвідомлення методів математики, формування абстрактного мислення. Тригонометричний матеріал містить достатню кількість тверджень, доведення яких цілком доступне учням, що вивчають математику на загальнокультурному рівні. Це, зокрема, такі твердження як основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу, формули зведення, формули подвійного аргументу. Як свідчить практика, серед учнів гуманітарних профілів значна частина має навчальні досягнення з математики на початковому рівні. У зв'язку з цим, зміст навчального матеріалу має містити значну частку алгоритмічних, репродуктивних завдань, які виховують виконавську дисципліну та послідовність думки, а також є основою формування продуктивних видів діяльності учнів. Результати експериментального дослідження свідчать про ефективність включення в зміст навчальних матеріалів, спрямованих на розвиток комунікативних та літературних здібностей (написання математичних творів, есе, рефератів та ін.). Учні-гуманітарії на уроках математики з інтересом сприймають історичні довідки, факти, відомості з біографій математиків і т.п. Цим обумовлюється доцільність включення в навчальний матеріал елементів історії тригонометрії, що розвиває науковий світогляд учнів, формує цілісне уявлення про історію людського суспільства. Незаперечна цінність тригонометричного матеріалу у формуванні естетичних відчуттів учнів-гуманітаріїв. Естетична направленість змісту тригонометричного матеріалу виявляється, зокрема, у красі математичних доведень, в згорнутому і водночас широкому змісті тригонометричних формул, у властивостях тригонометричних функцій, зокрема періодичності, парності, непарності, які демонструють гармонійність навколишнього світу, його побудову за законами математики. Зміст навчального матеріалу повинен характеризуватися високим рівнем наочності, художньої ілюстративності, що відображає образно-емоційний тип сприймання учнів гуманітарного класу.

Таким чином, нами виділені такі критерії відбору змісту тригонометричного матеріалу для розглядуваних математичних курсів. <u>Теоретичний курс</u>: підвищення теоретичного рівня змісту; посилення елементів методології математики; збільшення частки творчих, нестандартних завдань, завдань високого рівня складності. <u>Прикладний курс</u>: посилення прикладної та практичної спрямованості змісту тригонометричного матеріалу; широке використання міжпредметних зв'язків; посилення обчислювальної змістової лінії; збільшення числа завдань дослідницького характеру; збільшення частки емпіричних, статистичних, довідкових відомостей; виважений компроміс між строгістю та доступністю. Загальнокультурний курс: домінування емпіричних узагальнень; збільшення частки елементів історії тригонометрії; розкриття світоглядної, естетичної цінності тригонометричного матеріалу; збільшення частки практичних, прикладних завдань; включення в зміст завдань на розвиток літературних та комунікативних здібностей; підвищення рівня доступності та наочності змісту. Змістове наповнення тригонометричного матеріалу для різних типів навчальних курсів (базових, профільних, елективних) визначається теоретичним, прикладним, загальнокультурним спрямуваннями відповідних навчальних профілів, навчальними можливостями учнів, їх орієнтацією на майбутню професійну діяльність. Перспективи наукового осмислення проблеми відбору змісту тригонометричного матеріалу пов'язані з визначенням суттєвих ознак профілю навчання, урахуванням соціальних потреб та вимог суспільства, уточненням цілей навчання математики у профільній школі.

1. Бурда М., Мальований Ю. Програма з математики для класів гуманітарного напряму, 10-11 класи // Математика в школі. – 2003. – №6. – С.14–16.

2. Бурда М. Структура і зміст профільного навчання математики // Математика в школі. – 2007. – №7. – С.3–6.

3. Гузеев В.В. Содержание образования и профильное обучение в старшей школе // Народное образование. – 2002. – №9. – С.113–122.

4. Концепція математичної освіти 12-річної школи: Проект // Математика в школі. – 2002. – №2. – С.12–17.

5. Мерлина Н.И. Дополнительное математическое образование школьников и современная школа (Состояние. Тенденции. Перспективы) / Г.Л.Луканкин (науч. ред.). – М.: Гелиос АРВ, 2000. – 179с.

6. Про затвердження Концепції профільного навчання в старшій школі // Книга вчителя математики: Довідково-методичне видання / Н.С.Прокопенко, Н.П.Щекань. – Х.: ТОРСІНГ ПЛЮС, 2005. – С.56–70.

7. Програми для загальноосвітніх навчальних закладів, спеціалізованих шкіл, гімназій, ліцеїв природничого профілю. Математика. 10-11 класи / Я.С.Бродський, О.Л.Павлов, А.К.Сліпенко, О.М.Афанасьєва // Математика. Програми для загальноосвітніх навчальних закладів. – К.: Навчальна книга, 2003. – С.70–102.

8. Профільне навчання: теорія і практика: Зб. наук. праць за матеріалами метод. семінару АПН України / АПН України. Відділення дидактики, методики та інформаційних технологій в освіті; Інститут педагогіки/ О.Я.Савченко (ред. кол.). – К.: Педагогічна преса, 2006. – 200с.

9. Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ: Монографія. – Х.: Факт, 2005. – 360с.

10. Самодрин А.П. Вступ до профільного навчання: Навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. – 2 вид. – Кременчук, 2006. – 188с.

11. Хуторской А.В. Методика личностно-ориентированного обучения. – М.: ВЛАДОС, 2005. – 383с.

12. Швець В.О. Принципи формування базового змісту математичної освіти // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип.16. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2001. – С. 63 – 68.

Резюме. **Забранский В.Я., Грыцык Т.А. ДИФФЕРЕНЦИАЦИЯ СОДЕРЖАНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА В ПРОФИЛЬНОЙ ШКОЛЕ.** *Исследуются проблемы дифференциации содержания математического образования в профильной школе. Определены критерии отбора содержания тригонометрического материала для теоретического, прикладного и общекультурного курсов математики.*

Summary. **Zabranskiy V., Grycyk T. DIFFERENTIATION OF TRIGONOMETRIC MATERIAL'S MAINTENANCE IN TYPE SCHOOL.** *Problems the differentiation of mathematical education's subject in profile school are investigated. The criteria of selection the subject of trigonometric material for the theoretical, applied and general culture courses of mathematics are defined.*

Надійшла до редакції 12.11.2008 р.

ПОХІДНА ЗА НАПРЯМОМ ТА ДИФЕРЕНЦІЙОВНІСТЬ ФУНКЦІЇ

М.М.Білоцький,
кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА

Пропонується аналіз поняття диференційованої функції з огляду на поняття похідної за напрямом.

В математичному аналізі як в самостійній дисципліні або як частині сучасних курсів вищої математики існує неоднозначність в трактуванні змісту поняття похідної за напрямом. В статті [3], в якій базовим серед означень похідної вважалось означення поняття похідної за напрямом, обґрунтовувалась думка про те, що потрібно розрізняти похідну функції за напрямом і похідну функції вздовж прямої, що визначається цим напрямом, в точці. Більше того, поняття похідної функції вздовж прямої в точці, що визначається певним напрямом, можна означити через похідну функції в точці за тим же напрямом. Стаття, яка пропонується, присвячена аналізу поняття диференційованої функції з огляду на поняття похідної за напрямом і є продовженням статті [3].

В подальшому

$$R^m = \left\{ \begin{matrix} \vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m) : x_i \in R, \\ \forall i \in \{1, 2, \dots, m\}, m \in N \end{matrix} \right\}.$$

Вектор $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ і точку $(x_1, x_2, \dots, x_m)$ простору будемо ототожнювати. Простір R^m вважатимемо лінійним із покоординатними операціями додавання векторів і множення на дійсні числа, в якому визначено скалярний добуток $(\vec{x}, \vec{y})$ векторів $\vec{x}$ і $\vec{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m)$, норма (довжина) $\|\vec{x}\|$ вектора $\vec{x}$, а також відстань $\rho(\vec{x}, \vec{y})$:

$$(\vec{x}, \vec{y}) := \sum_{i=1}^{m} x_i y_i, \quad \|\vec{x}\| := \sqrt{(\vec{x}, \vec{x})} = \left(\sum_{i=1}^{m} x_i^2 \right)^{1/2},$$

$$\rho(\vec{x}, \vec{y}) := \|\vec{x} - \vec{y}\|.$$

Координати векторів

$$\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in R^m$$

визначені в ортонормованому базисі

$$\langle \vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_k, \dots, \vec{e}_m \rangle \subset R^m,$$

де вектори

$$\vec{e}_k = \Big(0, 0, \dots, 0, \underset{k}{1}, 0, \dots, 0\Big) \, \forall k \in \{1, 2, \dots, m\}.$$

Простір (R^m, ρ) є повним метричним простором.

1. Похідна за напрямом, похідна вздовж прямої, що визначається напрямом.

Нехай $A \subset R^m$, $f : A \to R$ і $f(\vec{x}) = f(x_1, x_2, \dots, x_m)$ – значення функції f в точці $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in A$, а вектор $\vec{l} \in R^m, \vec{l} \neq \vec{0}$, визначає ***напрям*** і ***пряму*** $l = \{\vec{x} = \vec{x}_0 + t\vec{l} : t \in R\}$, ***що проходить через точку***

$$\vec{x}_0 = \left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_m^{(0)}\right) \in A$$

у напряму $\vec{l}$. Далі $\vec{x}_0$ – внутрішня точка множини A. Похідною функції f в точці $\vec{x}_0$ за напрямом $\vec{l}$ в одній групі посібників та підручників називається границя

$$f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0) := \frac{\partial f(\vec{x}_0)}{\partial \vec{l}} :=$$
$$:= \lim_{0<t\to 0} \frac{f(\vec{x}_0 + t\vec{l}) - f(\vec{x}_0)}{t} :=$$
$$:= \lim_{t\to 0+} \frac{f(\vec{x}_0 + t\vec{l}) - f(\vec{x}_0)}{t}, \qquad (1)$$

а в іншій групі посібників та підручників називається границя

$$f'_l(\vec{x}_0) := \frac{\partial f(\vec{x}_0)}{\partial l} := \lim_{t\to 0} \frac{f(\vec{x}_0 + t\vec{l}) - f(\vec{x}_0)}{t}, \ (2)$$

якщо вона існує. На нашу думку границя (1) більш відповідає походженню і змісту терміну похідна функції f в точці $\vec{x}_0$ за напрямом $\vec{l}$, а границя (2) краще відповідає терміну похідна функції f в точці $\vec{x}_0$ вздовж прямої l (що проходить через точку $\vec{x}_0$ з напрямним вектором $\vec{l}$). Природними є наступні означення

Означення 1. Похідною функції f в точці $\vec{x}_0$ **за напрямом** $\vec{l}$ називається границя (1), якщо вона існує. **Похідною функції** f в точці $\vec{x}_0$ **вздовж прямої** l**, що проходить через точку** $\vec{x}_0$ **за напрямним вектором** $\vec{l}$, називається границя (2), якщо вона існує.

Означення 1 є узагальненням відповідно понять односторонньої похідної і похідної в точці. Узагальненням критерію існування похідної функції однієї дійсної змінної з дійсними значеннями в термінах односторонніх похідних є наступне.

Твердження 1. Для того, щоб існувала **похідна** $f'_l(\vec{x}_0)$ **функції** f **в точці** $\vec{x}_0$ **вздовж прямої** l**, що проходить через точку** $\vec{x}_0$ **з напрямним вектором** $\vec{l}$ необхідно і досить, щоб існували **похідні** $f'_{-\vec{l}}(\vec{x}_0)$ і $f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0)$ **функції** f в точці $\vec{x}_0$ **за напрямами** $-\vec{l}$ і $\vec{l}$, відповідно, і виконувалась рівність

$$f'_{-\vec{l}}(\vec{x}_0) = -f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0) =: f'_l(\vec{x}_0).$$

У статті [3] наведені приклади, які уточнюють зв'язок між похідними $f'_l(\vec{x}_0)$ функції f в точці $\vec{x}_0$ вздовж прямої l, що проходить через точку $\vec{x}_0$ з напрямним вектором $\vec{l}$ з похідними $f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0)$ функції f в точці $\vec{x}_0$ за напрямами $\vec{l}$. Зокрема, серед прикладів є приклад функції f, для якої не існують похідні $f'_l(\vec{x}_0)$ функції f в точці $\vec{x}_0$ вздовж кожної прямої l, що проходить через точку $\vec{x}_0$ з напрямним вектором $\vec{l}$, але існують похідні $f'_{\vec{l}}(\vec{x}_0)$ функції f в точці $\vec{x}_0$ за всіма можливими напрямами $\vec{l}$.

Означення 2. Нехай $R^m \supset A$ – відкрита множина в R^m. Якщо для будь-якого $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in A$ існує $f'_{\vec{l}}(\vec{x})$ $\left(f'_l(\vec{x})\right)$, то кажуть, що похідна $f'_{\vec{l}}(\vec{x})$ $\left(f'_l(\vec{x})\right)$ визначена на множині $A \subset R^m$ і позначати $f'_{\vec{l}}: A \to R$ (відповідно $f'_l: A \to R$).

Далі вважатимемо, що множина $A \subset R^m$ є відкритою.

2. Властивості похідних за напрямом та похідних вздовж прямої, що визначається напрямом. Частинні похідні та їх властивості.

Нехай $R^m \supset A$ — відкрита множина в R^m і $f: A \to R$ і $g: A \to R$, вектор $\vec{a} \in R^m$, $\vec{a} \neq \vec{0}$ – напрямний вектор, $a = \{\vec{x} = \vec{x}_0 + t\vec{a} : t \in R\}$ – пряма, що проходить через внутрішню точку $\vec{x}_0 \in A$ у напрямі $\vec{a}$. Наступні твердження (теореми 1 і 2) можна обґрунтувати аналогічно тому, як наведено в ([1], стор. 52-53), а саме перейти до функції μ, визначеної у зауваженні, і використати властивості похідних дійсних функцій з дійсною змінною на проміжку. Відносно доведень наступних теорем 1 – 6 відсилаємо до [3]. Схема всіх доведень аналогічна обґрунтуванням відповідних теорем у [1, с. 50-57].

ТЕОРЕМА 1. Якщо існують похідні $f'_{\vec a}(\vec x_0)$ і $g'_{\vec a}(\vec x_0)$ ($f'_a(\vec x_0)$ і $g'_a(\vec x_0)$), тоді існують наведені нижче похідні за напрямом $\vec a$ (вздовж прямої a) і мають місце рівності:

1) $\forall\alpha\in R:(\alpha f)'_{\vec a}(\vec x_0)=\alpha f'_{\vec a}(\vec x_0)$

$(\forall\alpha\in\quad:(\alpha f)'_a(\vec x_0)=\alpha f'_a(\vec x_0))$;

2) $(f+g)'_{\vec a}(\vec x_0)=f'_{\vec a}(\vec x_0)+g'_{\vec a}(\vec x_0)$

$((f+g)'_a(\vec x_0)=f'_a(\vec x_0)+g'_a(\vec x_0))$;

3) $(f\cdot g)'_{\vec a}(\vec x_0)=f'_{\vec a}(\vec x_0)g(\vec x_0)+$
$+f(\vec x_0)g'_{\vec a}(\vec x_0)$

$((f\cdot g)'_a(\vec x_0)=f'_a(\vec x_0)g(\vec x_0)+$
$+f(\vec x_0)g'_a(\vec x_0))$;

4) $(f\cdot g^{-1})'_{\vec a}(\vec x_0)=$
$=g^{-2}(\vec x_0)\cdot\left(f'_{\vec a}(\vec x_0)g(\vec x_0)-f(\vec x_0)g'_{\vec a}(\vec x_0)\right)$

при $g(\vec x_0)\neq 0$ $\left((f\cdot g^{-1})'_a(\vec x_0)=\right.$
$=g^{-2}(\vec x_0)\cdot\left(f'_a(\vec x_0)g(\vec x_0)-f(\vec x_0)g'_a(\vec x_0)\right)$
при $g(\vec x_0)\neq 0$).

ТЕОРЕМА 2. (про середнє значення). Нехай для деяких $t>0$, точки $\vec x_0\in A$, напрям*у* $\vec a$ і $\forall\tau\in[0;t]$: $\vec x=\vec x_0+\tau\vec a\in A$ і існує $f'_{\vec a}(\vec x_0+\tau\vec a)$.

Тоді $\exists\theta\in(0;1)$: $f(\vec x_0+t\vec a)-f(\vec x_0)=$
$=f'_{\vec a}(\vec x_0+\theta\vec a)t$.

Якщо існують похідні $f'_{\vec e_k}(\vec x_0)$, $f'_{-\vec e_k}(\vec x_0)$ і $f'_{-\vec e_k}(\vec x_0)=-f'_{\vec e_k}(\vec x_0)$, де вектор $\vec e_k=\Big(0,\ldots,0,\underset{k}{1},0,\ldots,0\Big)$ є ортом осі Ox_k, яка $\forall k\in\{1,2,\ldots,m\}$ співпадає з прямою $e_k=\{\vec x=\vec x_0+t\vec e_k:t\in R\}$, тоді за твердженням 1 існує $f'_{e_k}(\vec x_0)=f'_{-\vec e_k}(\vec x_0)=-f'_{\vec e_k}(\vec x_0)$ і природно назвати похідну $f'_{e_k}(\vec x_0)$ частинною похідною функції f в точці $\vec x_0$ за k-ю змінною x_k і позначати одним із символів

$$\frac{\partial f(\vec x_0)}{\partial x_k},\quad f'_k(\vec x_0),\quad D_k f(\vec x_0).$$

Використовуючи теорему 1, отримаємо правила обчислення частинних похідних, пов‘язаних з арифметичними операціями над функціями f і g в точці.

3. Основні теореми про похідні за напрямом та похідних вздовж прямої, що визначається напрямом.

ТЕОРЕМА 3. Нехай точка $\vec x_0\in A$ і напрям $\vec a$ фіксовані. Якщо існує $f'_{\vec a}(\vec x_0)$, тоді для будь-якого $\alpha\in R$ існує $f'_{\alpha\vec a}(\vec x_0)$ і $f'_{\alpha\vec a}(\vec x_0)=\alpha f'_{\vec a}(\vec x_0)$. Зокрема, як частинний випадок $f'_{-\vec a}(\vec x_0)=-f'_{\vec a}(\vec x_0)$ (дивись твердження 1).

ТЕОРЕМА 4. Нехай точка $\vec x_0\in A$, $\vec a$ і $\vec b$ – два фіксованих напрями, a і b – відповідні цим напрямам прямі, а пряма, що визначається напрямом $\vec a+\vec b$ позначається символічно $a+b$. Якщо

1) $\exists\delta>0\,\forall\vec x\in B(\vec x_0,\delta)$ існує $f'_{\vec a}(\vec x)$ ($f'_a(\vec x)$) і неперервна в точці $\vec x_0$;

2) існує $f'_{\vec b}(\vec x_0)$ ($f'_b(\vec x_0)$), тоді існує

$f'_{\vec a+\vec b}(\vec x_0)$ ($f'_{a+b}(\vec x_0)$) і

$$f'_{\vec a+\vec b}(\vec x_0)=f'_{\vec a}(\vec x_0)+f'_{\vec b}(\vec x_0)$$
$$(f'_{a+b}(\vec x_0)=f'_a(\vec x_0)+f'_b(\vec x_0)).$$

□ Аналогічно обґрунтуванням в ([1], стор. 54), за теоремою 2 про середнє маємо

$$\begin{aligned}
&f\left(\vec x_0+t\left(\vec a+\vec b\right)\right)-f(\vec x_0)=\\
&=\left(f\left(\left(\vec x_0+t\vec b\right)+t\vec a\right)-f\left(\vec x_0+t\vec b\right)\right)+\\
&+\left(f\left(\vec x_0+t\vec b\right)-f(\vec x_0)\right)=\\
&=f'_{\vec a}\left(\left(\vec x_0+t\vec b\right)+\theta t\vec a\right)t+\\
&+\left(f\left(\vec x_0+t\vec b\right)-f(\vec x_0)\right),\quad\theta\in(0;1)
\end{aligned}$$

Тепер достатньо поділити обидві частини отриманої рівності на t і перейти до границі $t\to 0+$ (відповідно, $t\to 0$), враховуючи умови теореми 4. ■

Н а с л і д о к 1 . Нехай точка $\vec x_0\in A$, $f:A\to R$, зафіксована лінійно незалежна система векторів

$\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_p\}$ простору R^m, де $p \in N$, $p \le m$, і $\forall k \in \{1, 2, \dots, p\} \forall \vec{x} \in A$ існує похідна $f'_{\vec{a}_k}(\vec{x})$ за напрямом $\vec{a}_k$ (похідна $f'_{a_k}(\vec{x})$ вздовж прямої a_k з напрямним вектором $\vec{a}_k$) неперервна в точці $\vec{x}_0$. Тоді для будь-якого напряму

$$\vec{a} = \alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \dots + \alpha_p \vec{a}_p \text{, де}$$

$$\alpha_k \in \quad \forall k = 1, 2, \dots, p, \sum_{k=1}^{p} \alpha_k^2 \ne 0,$$

існує похідна $f'_{\vec{a}}(\vec{x}_0)$ за напрямом $\vec{a}$ (похідна $f'_a(\vec{x}_0)$ вздовж прямої a з напрямним вектором $\vec{a}$) і справедлива рівність

$$f'_{\vec{a}}(\vec{x}_0) = \sum_{k=1}^{p} f'_{\vec{a}_k}(\vec{x}_0)\alpha_k = \sum_{k=1}^{p} \frac{\partial f(\vec{x}_0)}{\partial \vec{a}_k}\alpha_k$$

$$\left(f'_a(\vec{x}_0) = \sum_{k=1}^{p} f'_{a_k}(\vec{x}_0)\alpha_k = \sum_{k=1}^{p} \frac{\partial f(\vec{x}_0)}{\partial a_k}\alpha_k \right).$$

Наслідок 2. Нехай точка $\vec{x}_0 \in A$, $f : A \to R$ і $\forall k \in \{1, 2, \dots, m\} \forall \vec{x} \in A$ існує частинна похідна $f'_k(\vec{x})$ неперервна в точці $\vec{x}_0$. Тоді для будь-якого напряму $\vec{a}$ існує $f'_{\vec{a}}(\vec{x}_0)$ і справедлива рівність

$$f'_{\vec{a}}(\vec{x}_0) = \sum_{k=1}^{m} f'_{x_k}(\vec{x}_0)a_k = \sum_{k=1}^{m} \frac{\partial f(\vec{x}_0)}{\partial x_k}a_k,$$

де $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_m)$. (3)

Вектор-градієнт функції f в точці $\vec{x}$

$$\left(f'_1(\vec{x}), f'_2(\vec{x}), \dots, f'_m(\vec{x}) \right) = \left(\frac{\partial f(\vec{x})}{\partial x_1}, \frac{\partial f(\vec{x})}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f(\vec{x})}{\partial x_m} \right)$$

називається ***похідною функції f в точці*** $\vec{x}$ і позначається одним із символів $f'(\vec{x}_0)$, $\operatorname{grad} f(\vec{x})$, $\nabla f(\vec{x})$. Тоді рівність (4) коротко записується, наприклад, так

$$f'_{\vec{a}}(\vec{x}_0) = \left(\operatorname{grad} f(\vec{x}), \vec{a} \right).$$

4. Поняття диференційовності. Функція $L : R^m \to R$ називається ***лінійною***, якщо $\forall \{\alpha, \beta\} \subset R \; \forall \{\vec{x}, \vec{y}\} \subset R^m$: $L(\alpha\vec{x} + \beta\vec{y}) = \alpha L(\vec{x}) + \beta L(\vec{y})$. Легко показати, що для функції L існують дійсні числа $L_1, L_2, \dots, L_m$ такі, що

$$\forall \vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in \; ^m : L(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{m} L_i x_i.$$

Означення 3. Нехай $A \subset R^m$, $f : A \to R$, $\vec{x}$ – внутрішня точка множини A. Функція f називається ***диференційованою в точці*** $\vec{x}$, якщо існує лінійна функція

$$L(\vec{a}) = \sum_{i=1}^{m} L_i a_i, \{L_1, L_2, \dots, L_m\} \subset R$$

$\forall \vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_m) \in R^m$ така, що

$$f(\vec{x} + \vec{a}) - f(\vec{x}) - L(\vec{a}) = o(\|\vec{a}\|), \; \|\vec{a}\| \to 0 \tag{4}$$

або, що рівносильне,

$$\lim_{\|\vec{a}\| \to 0} \frac{f(\vec{x} + \vec{a}) - f(\vec{x}) - L(\vec{a})}{\|\vec{a}\|} = 0.$$

Функція L називається ***диференціалом*** (інколи ***повним диференціалом***) функції f в точці $\vec{x}$ і позначається символом $df(\vec{x}) := df(\vec{x}, \vec{a}) = L(\vec{a})$, або $df(\vec{x}) = \sum_{i=0}^{m} L_i dx_i$ із заміною a_i на dx_i $\forall i \in \{1, 2, \dots, m\}$. Диференціал $df(\vec{x})$ і функція L, (яка визначається числами $\{L_1, L_2, \dots, L_m\} \subset R$), взагалі кажучи, залежить однозначно від $\vec{x}$.

ТЕОРЕМА 5. Нехай f – диференційованою в точці $\vec{x}_0$ функція. Тоді для будь-якого напряму $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_m)$, існують $f_{\vec{a}}(\vec{x})$ і $f_a(\vec{x})$, зокрема, існують частинні похідні

$$f'_k(\vec{x}_0) \; \forall k \in \{1, 2, \dots, m\}.$$

При цьому $\forall k \in \{1, 2, \dots, m\}$

$$L_k = f'_k(\vec{x}_0) = \frac{\partial f(\vec{x}_0)}{\partial x_k} \text{ і}$$

$$f'_{\vec{a}}(\vec{x}_0) = f'_a(\vec{x}) = \sum_{k=1}^{m} f'_k(\vec{x}_0)a_k = \sum_{k=1}^{m} \frac{\partial f(\vec{x}_0)}{\partial x_k}a_k = \sum_{k=1}^{m} L_k a_k,$$

якщо $\|\vec{a}\| = 1$.

ТЕОРЕМА 6. Якщо f – диференційована в точці $\vec{x}_0$ функція, тоді f неперервна в точці $\vec{x}_0$.

4. Критерій та достатня умова диференційованості.

Для функції f, диференційованої в точці $\vec{x}_0$, умови твердження 1 виконуються і тому

$$f_l'(\vec{x}_0) = f_{-\vec{l}}'(\vec{x}_0) = -f_{\vec{l}}'(\vec{x}_0),$$

що не викликає непорозумінь у застосуваннях.

У випадку дійсної функції однієї дійсної змінної $f : A \to R$, де $A \subset R$, $\vec{l} = \vec{i}$ – орт осі Ox, $\vec{x}_0 = x_0 \in A$, рівність $f_l'(\vec{x}_0) = f_{-\vec{l}}'(\vec{x}_0) = -f_{\vec{l}}'(\vec{x}_0)$ з твердження 1, так як $f_{\vec{l}}'(\vec{x}_0) = f_{\vec{i}}'(x_0) = f'(x_0+0)$,

$$f_{-\vec{l}}'(\vec{x}_0) = f_{-\vec{i}}'(x_0) = -f'(x_0-0),$$

$$f_l'(\vec{x}_0) = f'(x_0) \quad (5)$$

перетворюється у рівність

$$f'(x_0+0) = f'(x_0-0) = f'(x_0).$$

Функція однієї дійсної змінної $f : A \to R$, де $A \subset R$, як відомо, називається диференційованою в точці $\vec{x}_0 = x_0 \in A$, коли існують $L = L(x_0), \lambda = \lambda(\Delta x, x_0)$ такі, що $\forall x \in A : \Delta f(x_0) = L\Delta x + \lambda \Delta x$, де $\lambda = \lambda(\Delta x, x_0) \to 0$, коли $\Delta x \to 0$.

Разом з цим означенням можна довести критерій диференційованості функції однієї дійсної змінної, а саме: для того, щоб функція $f : A \to R$, де $A \subset R$, була диференційованою в точці $x_0 \in A$ необхідно і достатньо існування скінченої похідної

$$f'(x_0) = f'(x_0+0) = f'(x_0-0) =: L = L(x_0).$$

Нагадаємо, що у випадку функції однієї дійсної змінної виконується рівність (5). Твердження критерію диференційованості функції однієї дійсної змінної є еквівалентним означенням диференційної функції однієї дійсної змінної в точці $x_0 \in A \subset R$, як функції, що має в точці $x_0 \in A \subset R$ скінчену похідну $f'(x_0)$. Наступна теорема є аналогом критерію диференційованості функції однієї дійсної змінної в точці $x_0 \in A \subset R$.

ТЕОРЕМА 7 (критерій диференційованості функції). Для того, щоб функція f була диференційованою в точці $\vec{x}_0$, необхідно і достатньо існування $\{L_1, L_2, \ldots, L_m\} \subset R$, тобто, існування вектору $\vec{L} = (L_1, L_2, \ldots, L_m) \in R^m$, такого, щоб існувала похідна функції f в точці $\vec{x}_0$ вдовж довільної прямої a і

$$f_a'(\vec{x}_0) = f_{\vec{a}}'(\vec{x}_0) = \sum_{k=1}^{m} L_k a_k$$

$$\forall \vec{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_m) \in R^m, \ \|\vec{a}\| = 1. \quad (6)$$

□ *<u>Необхідність.</u>* Нехай f – диференційована в точці $\vec{x}_0$ функція. Тоді, за означенням диференційної функції, $\vec{x}_0$ – внутрішня точка множини A. Для якої $A \subset R^m$, $f : A \to R$, існує лінійна функція

$$L(\vec{a}) = \sum_{i=1}^{m} L_i a_i \ , \{L_1, L_2, \ldots, L_m\} \subset R$$

$$\forall \vec{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_m) \in R^m$$

така, що $f(\vec{x}_0 + t\vec{a}) - f(\vec{x}_0) - L(t\vec{a}) = o(|t|\|\vec{a}\|)$, $t\|\vec{a}\| = t \to 0$, і враховуючи те, що для лінійної функції $L(t\vec{a}) = tL(\vec{a})$, маємо:

$$\lim_{t\to 0+} \frac{f(\vec{x}_0 + t\vec{a}) - f(\vec{x}_0) - tL(\vec{a})}{t\|\vec{a}\|} =$$

$$= \lim_{t\to 0+} \frac{f(\vec{x}_0 + t\vec{a}) - f(\vec{x}_0) - tL(\vec{a})}{t} =$$

$$= \lim_{t\to 0+} \frac{f(\vec{x}_0 + t\vec{a}) - f(\vec{x}_0)}{t} = L(\vec{a})$$ і, отже, $f_{\vec{a}}'(\vec{x}_0) = L(\vec{a})$;

$$\lim_{t\to 0-} \frac{f(\vec{x}_0 + t(\vec{a})) - f(\vec{x}_0) - tL(\vec{a})}{|t|\|\vec{a}\|} =$$

$$= \lim_{-|t|\to 0-} \frac{f(\vec{x}_0 + |t|(-\vec{a})) - f(\vec{x}_0) + |t|L(\vec{a})}{|t|} =$$

$$= \lim_{|t|\to 0+} \frac{f(\vec{x}_0 + |t|(-\vec{a})) - f(\vec{x}_0)}{|t|} = (-L(\vec{a}))$$

і, отже, $f_{-\vec{a}}'(\vec{x}_0) = -L(\vec{a})$ або $-f_{-\vec{a}}'(\vec{x}_0) = L(\vec{a})$.

Останнє означає

$$f'_{a_+}\left(\vec{x}_0\right)=f'_{\vec{a}}\left(\vec{x}_0\right)=L\left(\vec{a}\right)=$$
$$=-f'_{-\vec{a}}\left(\vec{x}_0\right)=f'_{a_-}\left(\vec{x}_0\right)=f'_{a}\left(\vec{x}_0\right),$$

тобто, знайшовся вектор

$$\vec{L}=\left(L_1,L_2,\ldots,L_m\right)\in R^m,$$

такий, що існує похідна функції f в точці $\vec{x}_0$ вздовж довільної прямої a і для направляючого вектора $\vec{a}$ прямої a

$$f'_a\left(\vec{x}_0\right)=f'_{\vec{a}}\left(\vec{x}_0\right)=\sum_{k=1}^{m}L_k a_k \quad \forall\vec{a}=\left(a_1,a_2,\ldots,a_m\right)\in {}^m,\left\|\vec{a}\right\|=1,$$

а тому рівність (6) встановлена. *Необхідність доведена.*

<u>*Достатність*</u>. Нехай існує вектор $\vec{L}=\left(L_1,L_2,\ldots,L_m\right)\in R^m$ такий, що існує похідна функції f в точці $\vec{x}_0$ вздовж довільної прямої a і для направляючих векторів $\vec{a}$ цих прямих та похідної $f'_a\left(\vec{x}_0\right)$ виконується рівність

$$f'_a\left(\vec{x}_0\right)=f'_{\vec{a}}\left(\vec{x}_0\right)=\sum_{k=1}^{m}L_k a_k \quad \forall\vec{a}=\left(a_1,a_2,\ldots,a_m\right)\in {}^m,\left\|\vec{a}\right\|=1.$$

Останню рівність запишемо

$$\vec{b}:=t\vec{a}=\left(ta_1,ta_2,\ldots,ta_m\right)\neq\vec{0}$$
$$\forall\vec{a}=\left(a_1,a_2,\ldots,a_m\right)\in R^m,\left\|\vec{a}\right\|=1$$

так

$$f'_a\left(\vec{x}_0\right)=f'_l\left(\vec{x}_0\right)=\frac{\partial f\left(\vec{x}_0\right)}{\partial l}=$$
$$=\lim_{t\to 0}\frac{f\left(\vec{x}_0+t\vec{a}\right)-f\left(\vec{x}_0\right)}{t}=\sum_{k=1}^{m}L_k a_k,$$

далі $\forall\vec{a}=\left(a_1,a_2,\ldots,a_m\right)\in R^m,\left\|\vec{a}\right\|=1$

$$\frac{f\left(\vec{x}_0+t\vec{a}\right)-f\left(\vec{x}_0\right)}{t}-\sum_{k=1}^{m}L_k a_k=o(1) \quad \text{або}$$

$$f\left(\vec{x}_0+t\vec{a}\right)-f\left(\vec{x}_0\right)-t\sum_{k=1}^{m}L_k a_k=o(1)\left|t\right|\left\|\vec{a}\right\|$$

при $t\to 0$, і, нарешті,

$$f\left(\vec{x}_0+t\vec{a}\right)-f\left(\vec{x}_0\right)-\sum_{k=1}^{m}L_k t a_k=o\left(\left\|t\vec{a}\right\|\right)$$

при $t\to 0$. (7)

Покладаючи

$$\vec{b}=\left(b_1,b_2,\ldots,b_m\right):=t\vec{a}=\left(ta_1,ta_2,\ldots,ta_m\right)\neq\vec{0}$$

дістанемо з рівності (7) наступну

$$f\left(\vec{x}_0+\vec{b}\right)-f\left(\vec{x}_0\right)-\sum_{k=1}^{m}L_k b_k=$$
$$=o\left(\left\|\vec{b}\right\|\right),\ \left\|\vec{b}\right\|\to 0.$$

Остання рівність означає, що функція f диференційована в точці $\vec{x}_0$. *Достатність доведена.* ■

ТЕОРЕМА 8 (достатня умова диференційованості). Нехай точка $\vec{x}_0\in A$, $f:A\to R$ і $\forall k\in\left\{1,2,\ldots,m\right\}\forall\vec{x}\in A$ існує частинна похідна $f'_k\left(\vec{x}\right)$ неперервна в точці $\vec{x}_0$. Тоді функція f диференційована в точці $\vec{x}_0\in A$.

□ Твердження теореми 8 випливає з наслідку 2 і теореми 7, якщо покласти вектор

$$\vec{L}=\left(\frac{\partial f\left(\vec{x}_0\right)}{\partial x_1},\frac{\partial f\left(\vec{x}_0\right)}{\partial x_2},\ldots,\frac{\partial f\left(\vec{x}_0\right)}{\partial x_k},\ldots,\frac{\partial f\left(\vec{x}_0\right)}{\partial x_m}\right)\in R^m$$

навчальної інформації.

1. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз: Підручник. У двох частинах. Частина 2. – К. :Либідь, 1994. – 304 с.

2. Вайнберг М.М. Функциональний анализ: Спец. курс. Учебн. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. – М.: Просвещение, 1979. – 128 с.

3. Білоцький М.М., Субботін І.Я., Баришовець П.П. Про означення похідної за напрямом у курсі математичного аналізу. / DIDACTICS of MATHEMATICS: Problems and Investigations: International Collection of Scientific Works. – Donetsk: DonNU, 2008. – No29. – p. 57 - 64.

Резюме. **Билоцкий Н.Н. ПРОИЗВОДНАЯ ПО НАПРАВЛЕНИЮ И ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОСТЬ ФУНКЦИИ.** *Предлагается анализ понятия дифференцируемой функции с точки зрения понятия производной по направлению.*

Summary. **Bilotskii M. DERIVATIVE ON A DIRECTION AND DIFFERENTIABILITY OF FUNCTION.** *The analysis of concept differentiability of function in terms of view the concept by derivative on a direction is offered.*

Надійшла до редакції 27.10.2008 р.

ОПЕРАТИВНАЯ РОЛЬ ДЕФИНИЦИИ ПРИ НАХОЖДЕНИИ КЛЕТКИ ОПЕРАТОРА МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

И.Ст. Иванов,
доцент, доктор,
Шуменский университет
им.Епископа Константина Преславского, БОЛГАРИЯ

Стаття містить додаткові задачі, які ілюструють роль дефініції при знаходженні клітини оператору математичних задач. Обговорюється практико-прикладні та теоретико-методологічні аспекти таких задач.

Настоящая работа является продолжением статьи “Дефиниция как средство нахождения клетки оператора математических задач”, опубликованной в [3]. Без этой второй статьи невозможно исчерпать решение проблемы, поставленной в первой, но только вторая недостаточна для полного выяснения роли дефиниции как эвристического средства для нахождения клетки оператора математических задач. Из сказанного до сих пор вытекает цель настоящей работы. Ее можно связать с ценностной ориентацией двух групп читателей. Одна может проявлять интерес к математическому, а другая – к методическому аспекту изложения.

А. Для тех, кто интересуется, в основном, задачами как объектом занятия их составлением и решением или как содержанием, полезным в соответственной контрольно-оценочной деятельности, предложим дополнительные примеры к задачам из первой статьи в [3].

Задача 1

1.7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-1}{x}$, отв. 1;

1.8 $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin x-1}{x-\dfrac{\pi}{2}}$, отв. 0;

1.9. $\lim\limits_{x\to\frac{5\pi}{6}}\dfrac{\cos x+\dfrac{1}{2}}{x-\dfrac{5\pi}{6}}$, отв. $-\dfrac{1}{2}$;

1.10. $\lim\limits_{x\to-\frac{\pi}{4}}\dfrac{tgx+1}{x+\dfrac{\pi}{4}}$, *отв.*2,

Указание: Разделите числитель и знаменатель на $(x-1)$.

1.11. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cot gx}{x-\dfrac{\pi}{2}}$, *отв.*$-1$,

1.12. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{8^x-8}{\sin\left(2^x-2\right)}$, *отв.*12,

1.13. $\lim\limits_{x\to 8}\dfrac{\cos(\log_8 x-1)}{\log_2 x-3}$, *отв.*0,

1.14. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x-2}+\cos^4\pi x}{\sqrt[4]{x}+tg\dfrac{\pi x}{4}-2}$, *отв.*$\dfrac{4}{3(2\pi+1)}$

Задачи от 1.1. до 1.14 решите и другими возможными способами и сравните разные решения.

Задача 2

Из анализа примеров 2.1 и 2.2 следует вывод, что стереометричная фигура, которая моделирует резервуар, определена (параметризирована) с точностью до конгруэнтности (равенства, одинаковости). Поэтому, при необходимости, становится ясно, как можно сформулировать соответствующую задачу при заданной форме резервуара.

Так, например, задачу 2.2 можно разнообразить, если не задавать в готовом виде радиус *r* и высоту *H* конуса.

Задача 2.3. Из стального круга с радиусом *R*, вырезан сектор, а из остальной части круга сделан резервуар с формой прямого кругового конуса, повернутый вершиной вниз. Угол вырезанного сектора выбран так, чтоб объем конуса был как можно больше.

Этот резервуар заполняется водой со скоростью *v*. Определите скорость повышения уровня воды в резервуаре в момент, когда глубина воды достигла середины высоты конуса.

Ответ и указание. После решения первой “экстремальной” части этой задачи, получается, что высота H и радиус r основы конуса соответственно равны

$$H=\frac{R}{\sqrt{3}},\ r=R\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Для этих значений H и r надо решить задачу 2.2 и получить ответ $\frac{6v}{\pi R^2}$.

С другой стороны, задачу 2.3 можно “освежить” в задаче 2.4, если из круга с радиусом *R*, кроме сектора, вырезать еще и концентричный круг с радиусом R_1, после чего сконструировать резервуар формой прямого кругового усеченного конуса, повернутого меньшим основанием вниз.

Используя идею параметризации геометрических фигур с точностью до конгруэнтности (равенства, одинаковости), можно составить и другие задачи для группы “Задачи 2”.

Задача 3

3.3. Даны прямая l и точки *M* и *N*, которые лежат в одной и той же полуплоскости относительно l. Луч света, который проходит через точку *M*, отражается от прямой l и проходит через точку *N*. Построить точку отражения.

3.4. Построить точку касания эллипса с данной ее касательной – прямой *t* и данными фокусами в точках F_1 и F_2.

3.5. На плоскости даны прямая *l* и точки *M* и *N*, которые лежат в разных полуплоскостях относительно *l*. Луч света, который проходит через точку *M*, отражается от прямой *l* и противоположный ему луч проходит через точку N. Построить точку отражения.

3.6. Построить точку касания гиперболы с данной ее касательной – прямой *t* и данными фокусами в точках F_1 и F_2.

С помощью дуальной аналогии из дефиниций Df 1 до Df 4, можно сформулировать соответствующие дефиниции и для: неравенств, систем (конъюнкции) и совокупностей (объединения, дизъюнкции) уравнений или неравенств.

Задача 4

Неравенство $(x-3)^{\frac{1}{3}}\le 1-x$, согласно дефиниции степени с рациональным показателем Df 6, имеет множество допустимых значений $D_x=(3;+\infty)$. Числа интервала $(-\infty;2]$ являются формальными корнями для этого неравенства, потому что для этих чисел неравенство удовлетворяется, но они не принадлежат D_x и поэтому, согласно Df 1, не могут быть признанными корнями (решениями).

Для неравенства $(3-x)^{\frac{3x-5}{3-x}}<1$ значения x, для которых $3-x=-1$; $-1<3-x<0$; или $3-x<-1$, т.е. $x=4$, $3<x<4$ или $x>4$ неравенство формально удовлетворено, но не принадлежат $D_x=(-\infty;3)$ являются формальными решениями, но не являются решениями данного неравенства.

4.6. $x^{2x-1}\ge x^{\left(x^2\right)}$, отв. $x_1=-1$ – формальное решение, $x\in(0;1)$ решения.

4.7. Для системы $\begin{cases}x^{x+y}=x^{x-y},\\ x^2.y=1,\end{cases}$ решения только $\begin{cases}x=1,\\ y=1,\end{cases}$ и $\begin{cases}x=\frac{1}{\sqrt[3]{3}},\\ y=\sqrt[3]{9},\end{cases}$, но $\begin{cases}x=-1,\\ y=1,\end{cases}$ не является решением системы, а только формальным решением, потому что для данной системы уравнений $D_x:\forall x>0, D_y:\forall y\in R$ и пара $(-1;1)$ не принадлежит декартовому произведению $D_x \mathrm{X} D_y$ (дефиниционная область системы) независимо от того, что формально удовлетворяет уравнения данной системы.

Задача 5

5.4. Неравенства $\sqrt[3]{x-1}+\sqrt[6]{x^2}\le 1$ и $\left(x-1\right)^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{2}{6}}\le 1$ не эквивалентны так, как первое имеет $D_x\equiv R$ и удовлетворяется $x\in\left(-\infty;1\right]$, а второе имеет $D_x=\left(1;+\infty\right)$ и каждое число вне этого интервала не принимается его решением.

5.5. Совокупности (дизъюнкции)

$$\left[\begin{array}{l}\left(x^2+2\right)^{\frac{1}{x-1}}+\left(x^2+4\right)^{\frac{1}{x-1}}=\left(2x^2+6\right)^{\frac{1}{x-1}}\\ x^2+1<0\end{array}\right.$$ и

$$\left[\begin{array}{l}\sqrt[x-1]{x^2+2}+\sqrt[x-1]{x^2+4}=\sqrt[x-1]{2x^2+6}\\ x^2+1<0\end{array}\right.$$

не эквивалентны. Число $x=2$ является единственным решением первой совокупности. Вторая совокупность не имеет решения, число $x=2$ является формальным ее решением.

Б. Следующие комментарии предназначены для второй группы читателей, которые интересуются в основном методикой предложенной разработки:

I. Прикладной аспект представленных систем задач

1.Система задач в Задаче 1 (1.1 до 1.14)

Для обучаемых эти задачи полезны после изучения понятия „производная функции”. С помощью их решения, не только закрепляются, но и обобщаются и систематизируются разные средства раскрытия неопределенной формы $\left[\frac{0}{0}\right]$ в задачах о границе функции. Так обогащаются их способности выбора при нахождении клетки оператора при решении задачи этого вида.

Решение задач из этой системы задач с помощью “возвращения к дефиниции” о производной функции, помогает обучаемым осознать внутреннее единство внешне разных понятий “граница функции” и “производная функции”. Эти задачи приводят обучаемых к пониманию того, что математика является единой наукой и что ее единство состоит в единых методах исследования.

Преподавателям, ставя условие решить задачи с помощью “возвращения к дефиниции” производной функции, эти задачи полезны для создания проблемной ситуации во время самостоятельно сформулированными обучаемыми условиями и заключения теоремы Лопиталя в случае

$$\lim_{x\to a}\frac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to a}\frac{f'\left(x\right)}{g'\left(x\right)}=\frac{f'\left(a\right)}{g'\left(a\right)}.$$

2.Система задач в Задаче 2 (2.1 до 2.4)

Для обучаемых задачи являются обобщенными, выражают естественную связь и единство между алгеброй и геометрией – единый (не одинаковый) оператор алгебраичных и геометричных знаний для достижения цели (заключения) задачи.

Преподавателям даны примеры действенной роли “метода параметризации” как метода составления задач, реализующих соответственные дидактические цели.

3. Система задач в Задаче 3 (3.1 до 3.6)

Для обучаемых эти задачи показывают: единство между аналитичной и синтетичной геометрией и единство методов исследования, что между алгеброй и геометрией существует аналогия типа изоморфизм.

Преподавателям даны примеры дидактической значимости идеи решения задач в серии взаимосвязанных задач и эвристичные функции такой серии при нахождении клетки оператора математических задач.

4. Система задач в Задаче 4 (4.1до 4.9)

Для обучаемых эти задачи полезны в обобщающих занятиях для уточнения изученной теории и понимания фундаментальной и оперативной роли дефиниций.

Преподавателям эти задачи напоминают, что в разных школьных учебниках и сборниках предложенные дефиниции могут быть разными, но не эквивалентными, а это приводит к разным “знаниям” разных учеников, которые зависят от выбора учебника (авторского коллектива) по которому учатся конкретные школьники. Уважаемые учителя, будьте критичны!

II. Теоретико-методологический аспект представленных систем задач

Здесь термин “методология” будем использовать в смысле: “методология данной науки” – совокупность методов исследования в данной науке. В этом смысле дефиниция является методологическим средством в процессе поиска клетки оператора математических задач. Оперативно-эвристичная роль этого средства представлена с помощью, названного Дьордом Пойа, “Возвращением к дефиниции”.

Каждое понятие π имеет тернарную структуру. Оно состоит из объема V, содержания S и научного термина T, т.е. $\pi(V,S,T)$. С помощью научного термина T в сознании субъекта ассоциируются V, S. Для понятий известны разные виды определений. С помощью определения понятия π, раскрывается его содержание. Определение понятия π по самому близкому роду и видовыми различиями, называется ***дефиницией*** этого понятия.

После предложенной актуализации и рассмотрения пяти систем задач, можем яснее сказать что такое “Возвращение к дефинициии” – это совокупность специфических мыслительных действий, связанных с выявлением V и S для понятия.

Начинаем с элиминации термина T понятия из формулировки задачи, т.е. показываем лишь родовой признак класса предметов (множеств) и признаки, по которым данный вид предметов (подкласс, подмножество) отличается от других предметов в рамках одного и того же класса (рода). Если задача геометрическая, то родовые и видовые признаки конкретизируются соответствующими геометрическими объектами – “Сделайте чертеж. Введите подходящие обозначения”. “ Можете ли переформулировать задачу” [1, с.148]. Когда понятие, фиксировано соответствующим термином в данной задаче, существуют и другие дефиниции, эквивалентные друг с другом, надо найти оптимальную для данного случая дефиницию.

Возвращение к дефиниции требует еще приложения соответствующих дидактических систем признаков (ДСП) или дидактических систем свойств (ДСС), связанных с понятием, участвующем в задаче.

Выполнение представленных действий будем называть “Возвращение к дефиниции”.

В теоретико-методологическом аспекте, “возвращение к дефиниции” в процессе поиска клетки оператора математических задач выполняет разные функции, как: мотивирующее средство; создание условий возникновения проблемной ситуации в случаях обобщения и уточнения полученных обучаемыми знаниями; открытие внутренне-предметных связей этих знаний; реализации определенных аспектов идеи обучения с помощью задач.

Так, например, в задачах из систем задач 4 и 5, с помощью возвращения к дефиниции Df 6 для нахождения клетки оператора этих задач, естественным путем достигается уточнение условия $a>0$ при Df 6 – для понятия степень с рациональным показателем.

Это условие ($a>0$) не вопрос договоренности или авторского принятия, а является необходимым следствием приложения принципа перманентности формальных законов при расширении понятий. “Согласно этому принципу, свойство $\left(a^n\right)^m=\left(a^m\right)^n=a^{nm}$, выполняемое для степени с целым показателем, должно остаться верным и для степени с рациональным показателем. Исполнение этого условия приводит к следующему: Если r рациональное число ($r\in Q$), то и $\frac{r}{2}\in Q$ и тогда

$$a^r=a^{\frac{r}{2}.2}=\left(a^{\frac{r}{2}}\right)^2\geq 0\Rightarrow a^r\geq 0.$$

Так как $r\in Q$, то и $-r\in Q$ и тогда можем сказать, что $a^{-r}=\left(a^r\right)^{-1}=\frac{1}{a^r}\Rightarrow a^r\neq 0$.

Так получаем, что $\begin{cases} a^r\geq 0 \\ a^r\neq 0 \end{cases}\Rightarrow a^r>0$.

И так, если $r \in Q$ и $r \neq 0$, то $\dfrac{1}{r} \in Q$ и потому, не только $a^r > 0$, но и $\left(a^r\right)^{\frac{1}{r}} > 0$ и получаем $0 < \left(a^r\right)^{\frac{1}{r}} = a^{r\frac{1}{r}} = a \Rightarrow a > 0$.

Этим мы доказали, что если хотим чтобы число a^r было определено для произвольного рационального показателя *r* и при этом, чтобы сохранялась корректность свойства $\left(a^n\right)^m = a^{nm}$, то должны быть выполнены неравенства $a^r > 0$ и $a > 0$.

И так, дефиниционное равенство $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ выполняется только при $a > 0$, $m \in Z, n \in Z$ и $n \geq 2$. В частности при $m = 1, a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ " [2, с.118].

Задачи 4 и 5 мотивируют необходимость введения дефиниции Df 5 сложной показательной (степенно-показательной) функции и в школьные учебники. В связи с Df 5 напомним, что существуют школьные сборники, в которых предложенные задачи и их ответы, способствуют заблуждению школьников, что формальные корни являются корнями соответственных уравнений и неравенств. Таковы сборники [4] и [5] и некоторые задачи в них, например, задачи 129, 132 [4, с. 167] и 178 [4, с.190], уравнение $x^2 = x^{-x-1}$ [5, с. 41], задача 31 [5, с. 111].

Существуют и другие сборники и вспомогательная литература с такими задачами.

Надеемся, что с этой и предыдущей статьей мы успели выяснить роль дефиниции как эвристического средства нахождения клетки оператора математических задач. Каждое другое мнение в этом отношении будет полезным дополнением.

1. *Дьорд Пойа. Как да се решава задача. Издателство "Народна просвета"; София,1972.*

2. *Иванов И.С. Видове трансцендентни уравнения и неравенства, допускащи формални корени //Сборник научни трудове. Математика и методика на обучението по математика и информатика. Университетско издателство "Епископ Константин Преславски"; Шумен, 2003.*

3. *Иванов И.С. Дефиниция как средство нахождения клетки оператора матемтических задач // Дидактика математики: проблеми і дослiження. – 2007. В. 27*

4. *Коларов К. и др. Сборник задачи по алгебра 7-10 клас. Под ред. На проф. д-р Спас Манолов. "Народна просвета"; София, 1987.*

5. *Копрински С., Топалов А. Ръководство и задачи по математика за ученици и кандидат-студенти. София; ФУМИ-прес, 1992.*

Резюме. **Иванов И.Ст. ОПЕРАТИВНАЯ РОЛЬ ДЕФИНИЦИИ ПРИ НАХОЖДЕНИИ КЛЕТКИ ОПЕРАТОРА МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ.** *В статью включены дополнительные задачи, иллюстрирующие роль дефиниции при нахождении клетки оператора математических задач. Обсуждаются прикладные и теоретико-методологические аспекты этих задач.*

Summary. **Ivanov I. OPREATIVE ROLE OF THE DEFINITION FOR FINDING THE CELL OF MATHEMATICAL PROBLEMS OPERATOR.** *The article contains additional mathematical problems that illustrate the role of the definition revealing the cell of mathematical problems operator. The practical, theoretical and methodological aspects of these problems are discussed in the article.*

Надійшла до редакції 8.09.2008 р.

ТЕОРІЯ КОМПЛЕКСНИХ ЧИСЕЛ У ПІДРУЧНИКАХ ДЛЯ СЕРЕДНІХ ЗАКЛАДІВ ОСВІТИ

О.В.Шаран
викладач,
Дрогобицький державний педуніверситет ім. І.Франка
м. Дрогобич, УКРАЇНА

Стаття присвячена історичному огляду вивчення комплексних чисел учнями середніх закладів освіти. Піднімається питання про вивчення учнями профільних класів основ теорії комплексних чисел та їх застосувань.

Модернізація національної системи освіти, впровадження моделі профільного навчання ставить перед освітянами цілу низку проблем, вирішення яких потребує нових теоретичних і прикладних досліджень. Гостро актуальною є проблема відбору змісту навчання для курсу математики профільного рівня, курсів за вибором та розробка відповідного методичного забезпечення. Розділ "Комплексні числа" відноситься до тих, які недостатньо досліджені методистами.

Вагомість цього розділу в математичній культурі учнів є незаперечною. Вивченням розділу "Комплексні числа" завершується одна з основних змістових ліній шкільного курсу математики – розвиток поняття числа. Цілісне, завершене уявлення про число є важливим кроком в процесі формування наукового світогляду учнів. Широке коло застосувань комплексних чисел відкриває значні дидактичні можливості для розвитку математичних інтересів учнів. Адже наявність в арсеналі учнів комплексних чисел збагачує їхні уявлення про методи пізнання, розширює їхні можливості при розв'язуванні задач, посилює прикладну функцію математики.

Розглянемо історичний аспект вивчення комплексних чисел у середніх закладах освіти.

Як відомо, комплексні числа виникли як чисто формальний математичний результат при розв'язуванні рівнянь вищих степенів. Багато великих математиків досліджували питання добування квадратного кореня з від'ємного числа, зокрема, це: Сціпіон дель Ферро (1465-1526), Ніколо Тарталья (бл. 1499-1557), Джироламо Кардано (1501-1576), Рафаеле Бомбеллі (1550-1572) та ін. Вперше про комплексні числа згадав Кардано в 1545 році у своїй роботі "Велике мистецтво або про правила алгебри", хоча і називав їх "суто софістичними величинами". Детальніше вони розглядалися у книзі Бомбеллі "Алгебра", який розглянув правила дій над комплексними числами. Вперше символ i для позначення уявної одиниці $\sqrt{-1}$ вжив Леонард Ейлер (1707-1783) у 1777 році (i – перша буква латинського слова imaginarius, що означає "уявний", "несправжній"). Більш строге обґрунтування теорії нових чисел, названих уявними, дав німецький математик Карл Гаусс (1777-1855). Гаусс першим термін "уявні числа" замінив терміном "комплексні числа" і записував їх у вигляді $a+bi$. Він також обґрунтував застосування комплексних чисел у математиці.

У школи комплексні числа прийшли значно пізніше. Більше трьох століть минуло з часу відкриття та першого знайомства вчених з комплексними числами (XV-XVI ст.) і до їх загального визнання (середина XIX ст.) та вивчення студентами університетів, учнями середніх закладів освіти.

Одним із перших підручників, в яких пропонувалося вивчення комплексних чисел, був підручник німецького вченого А. Г. Кестнера під назвою "Початкові основи математики". За цим підручником у другій половині XVIII століття Кестнер читав популярні лекції з математики для студентів університету в Геттінгені (Німеччина). На той час в університетах вивчали ті відомості, які надалі, біля 30-х років XIX століття, перейшли в школу. Вивчення комплексних чисел починається у книзі А. Кестнера словами: "Той, хто намагається добути корінь з парним показником з від'ємної величини, вимагає неможливого, оскільки немає ні однієї від'ємної величини, яка була б таким степенем". Ці зауваження є справедливими. Проте далі автор пише: "Такі корені називаються неможливими або уявними" [2, 112]. І вже оперує ними, як звичайними числами. Тут бачимо відображення точки зору Лейбніца, який уявні числа представляв як щось зовсім безглузде, але, тим не менше, які незрозумілим чином ведуть до правильних результатів.

Інша книга з математики "Досвід цілком послідовної системи математики" берлінського професора Ома вийшла в світ набагато пізніше, в 1828 році; в ній подається виклад комплексних чисел набагато ближче до сучасної точки зору. Професор Ом пише: "Подібно до від'ємних чисел, потрібно і символ $\sqrt{-1}$ приєднати до дійсних чисел як нову річ" [2, 113]. Тобто Ом висуває принцип розширення множини дійсних чисел.

У Російській імперії елементи вищої математики в шкільний курс були введені у 1804 році згідно з Гімназичним статутом, в розробці якого брали участь М.І.Фусс і С.Я.Румовський. Навчання в гімназіях проводилося за такими основними підручниками:

1) "Початкові основи математики" А.Г.Кестнера;

2) "Курс чистої математики" Т.Ф.Осиповського;

3) "Початкові основи чистої математики" М. І. Фусса [7, 7].

У своєму підручнику М.І.Фусс називає комплексні числа неможливими, але такими, які "нам будуть дуже корисними пізніше" [8, 59]; розглядається поняття уявного числа, зокрема, добування квадратного кореня з від'ємних чисел, та використовуються уявні числа при розв'язуванні рівнянь вищих степенів.

Зручним підручником для школи того часу був підручник А. Ф. Малініна і К. П. Буреніна "Керівництво алгебри і зібрання алгебраїчних задач" (1870 р.). Автори цієї книги корінь парного степеня з від'ємної кількості називають "уявними виразами виду $a\sqrt{-1}$". Розглядаються дії з такими виразами: додавання, віднімання, множення, ділення, піднесення до степеня, добування кореня [4, 200-210]. У 90-х роках XIX ст. цей підручник було замінено за розпорядженням Вченого комітету "Алгеброю" А. П. Кисельова, яка теж витримала багаточисельні видання і була основним підручником з алгебри довгий час (до середини XX ст.).

Цікавим підручником для учнів гімназій та реальних училищ стала книга "Алгебра" Білібіна М., директора Санкт-Петербурзького Першого реального училища, перше видання якої було удостоєне премії Імператора Петра І. Вона була видана за Бертраном, Бурле та іншими іноземними авторами. У ній вже вживається термін "комплексні числа", введення їх відбувається ускладнено, як пари чисел. Крім вищезгаданих основних питань, розділ "Комплексні числа" містив багато цікавих теорем, а також геометричне зображення комплексного числа, "нову форму" комплексного числа (тригонометричну), розв'язування біквадратних і двочленних рівнянь, різні значення $\sqrt[n]{i}$.

Цікаві завдання з розділу "Комплексні числа" містив "Збірник вправ і задач з елементарного курсу алгебри" авторів Д. А. Бем, А. А. Волков, Р. Е. Струве, виданий в Москві у 1915 році. Тут розглядалися дії з комплексними числами в алгебраїчній та тригонометричній формах, розв'язування двочленних рівнянь, розглядалося питання замкненості множини комплексних чисел та принцип перманентності для цієї числової множини.

Подібні питання містив підручник

"Початки алгебри", виданий в 1915 році в Петрограді заслуженим професором Університету Святого Володимира Д.А.Граве для гімназій і інших середніх навчальних закладів. Розділ IX цієї книги під назвою "О числах комплексных" містить своєрідне обґрунтування необхідності розширення числової множини: "Останнє узагальнення поняття про число необхідно зробити для того, щоб було можливо добувати корені квадратні з від'ємних чисел" [1, 154-161].

З іноземних підручників були ухвалені в якості посібників для гімназій такі книги: "Алгебра" Ж. Бертрана (перекладена в 1874 р.) і "Початкові основи алгебри" Мейєра і Шоке (перекладена в 1845 р.). У розділі про комплексні числа посібника Ж. Бертрана широко розглядалися алгебраїчна та тригонометрична форми комплексного числа та дії над ними у різних формах запису, геометричне тлумачення комплексних чисел. Широко відомим на той час був також підручник Бардея під назвою "Збірник задач", виданий в Лейпціґу в 1907 році. Тут на перший план виступає принцип розширення поняття числа, а потім дається і геометричне тлумачення. В цьому і полягає загальноприйнятий тепер погляд на шкільне вивчення комплексних чисел, хоча в окремих місцях підручника розвиток цього питання залишився на попередніх ступенях.

Таким чином, можна сказати, що до 1917 року у гімназіях і реальних училищах, хоч і не існувало стабільних програм і підручників з математики, проте були видані як російські, так і зарубіжні підручники та збірники задач для середніх закладів освіти, які широко висвітлювали зміст розділу "Комплексні числа". Було напрацьовано багатий досвід викладання основних питань даного розділу з математичного погляду, хоча практичні застосування комплексних чисел не розглядалися.

В перші роки Радянської влади єдиних програм для трудової школи з математики не було, був прийнятий курс на загальну освіту. Виникла потреба перебудови системи навчання, найголовніше, планів і програм за предметним типом. У цей період (1933 р.) у школу передбачалося ввести стабільні підручники зі всіх предметів. Швидке створення нових підручників з математики виявилось неможливим. Тому в середній школі були введені після деякої переробки кращі з тих підручників, які існували раніше. Зокрема, в VI-X класах алгебру вивчали за підручником А.П.Кисельова і збірникам задач Н.А.Шапошнікова і Н.К.Вальцева. У навчальних програмах з математики з 1935 по 1940 роки на вивчення теми "Комплексні числа" відводилося 10 годин (вперше про це відзначено в програмі 1938 року). У 1942/43 – 1944/45 навчальних роках на цю тему відводилося 12 годин. Згідно з підручником А.П.Кисельова тема "Комплексні числа" вивчалася у такому обсязі: алгебраїчна та тригонометрична форма комплексного числа, дії над комплексними числами у цих формах запису, геометрична інтерпретація комплексних чисел.

Постановою РНК від 6 жовтня 1943 року в період Великої Вітчизняної війни була відкрита Академія педагогічних наук, яка в "Известиях АПН" (що видавалися з 1945 року) публікує фундаментальні дослідження в галузі методики математики. Зокрема, в 1946 році номер 4 "Известий АПН" містить працю професора І.В.Арнольда "Операторне тлумачення числа в курсі елементарної математики". А номер 6 "Известий АПН" за цей рік містить статтю А.І.Фетісова "Вчення про тригонометричні функції в курсі середньої школи", в якій тригонометрія будується автором на векторній основі з використанням комплексних чисел.

Починаючи з 1946 року, на вивчення комплексних чисел у школі відводиться 16 годин. Матеріал для вивчення доповнюють історичні відомості про розвиток поняття числа, добування квадратного кореня з від'ємного числа. Дійсне число розглядається як окремий випадок комплексного. Додаються дії піднесення до степеня і добування квадратного кореня, перехід від алгебраїчної форми до тригонометричної і навпаки. У цей час 1948-1949 рр. приймається оновлений “Збірник задач з алгебри” автора П.А.Ларічева, II частина якого містить завдання з основ теорії комплексних чисел.

Основним підручником у загальноосвітній школі з 1966/67 навчального року був підручник Є.С.Кочеткова і К.С.Кочеткової “Алгебра і елементарні функції” (видавництва 1965 року). Порівнюючи з підручником А. П. Кисельова, матеріал теми був збагачений питаннями про використання комплексних чисел при розв’язуванні двочленних рівнянь 3-го та 4-го степеня та основної теореми алгебри многочленів.

Першим посібником з математики, призначених для шкіл з математичною спеціалізацією стала книга Н.Я.Віленкіна, Р.С.Гутера, С.І.Шварцбурда, В.Г.Ашкінузе “Алгебра”, видана в 1968 році. Дана книга була побудована в кількох планах. Основний текст її можна було використати і в звичайних школах. Цей же текст разом з матеріалом, набраним іншим шрифтом, був розрахований на учнів шкіл з математичною спеціалізацією і на сильних учнів звичайних шкіл.

Отже, в період з 30-х по 60-ті роки у зв’язку із введенням стабільних програм і підручників відмічається поширене вивчення елементів аналізу, у тому числі комплексних чисел, а в деяких випадках – поглиблене вивчення даної теми, включаючи використання комплексних чисел до розв’язування двочленних рівнянь вищих порядків та основної теореми алгебри.

У статті “Нові програми і деякі основні питання вдосконалення курсу математики в середній школі” академік А.М.Колмогоров пише: “Великою жертвою, пов’язаною зі скороченням загального числа обов’язкових занять з математики в старших класах, є виключення з обов’язкової програми комплексних чисел. Ми вважаємо збереження теми в обсязі діючих зараз програм, коли, наприклад, тригонометрична форма комплексних чисел вивчається, але додавання аргументів при множенні з програми виключено, не має розумного змісту. Уявлення про той мінімальний обсяг знань про комплексні числа, при якому їх вивчення буде продуктивним, дає наша програма для факультативних занять, в якій комплексні числа вводяться в IX класі і широко використовуються як чисто в алгебраїчному аспекті, так і в зв’язку з тригонометрією і коливаннями” [3, 4].

Згідно затвердженої програми для факультативних занять з математики в 1974 році планувалося дану тему вивчати у двох частинах - у IX і X класах. На факультативному курсі “Додаткові розділи і питання математики” у IX класі на вивчення комплексних чисел відводилося 12 год., у X класі – 14. З 1974/75 навчального року кількість годин на дану тему зростає: у IX класі – 15, у X класі – 15 годин. Можна виділити три основні посібники для проведення факультативних занять:

1) Маркушевич О. І. Алгебра і елементарні функції. / О. І. Маркушевич, К. П. Сікорський, Р. С. Черкасов. – М.: Просвещение, 1968;

2) Алгебра: навчальний посібник для IX-X класів середніх шкіл з математичною спеціалізацією / [Віленкін Н. Я., Гутер Р. С., Шварцбурд С. І. та ін.]. - М.: Просвещение, 1968;

3) Збірник задач з математики: [посібник для учнів (для факультативних занять в 9-10 класах) / під ред. З.А.Скопеца]. - М.: Просвещение, 1971.

Порівнюючи з посібником Віленкіна та ін., підручник Маркушевича та ін. не містить основної алгебри многочленів, проте розглядається формула Ейлера та застосування комплексних чисел в теорії коливань.

У 1974 році виходить у світ книга “Дополнительные главы по курсу математики” для факультативних занять під редакцією З.А.Скопеца, що включає статтю Хасина Г.Б. “Комплексні корені многочлена. Основна теорема алгебри", а також "Геометричні застосування комплексних чисел", написану Скопецом З.А.

Проте вже з 1975/76 навчального року в період переходу на нові програми з математики тема "Комплексні числа" з деякими змінами переноситься для вивчення на факультативах у X класі. Факультативний курс "Додаткові розділи і питання математики" замінює факультативний курс "Вибрані питання математики". Планується вивчати наступний обсяг матеріалу (30 год.) у 10-му класі: Комплексні числа і операції над ними. Геометрична інтерпретація комплексних чисел. Тригонометрична форма комплексного числа. Формула Ейлера. Дії над комплексними числами в тригонометричній формі. Функції комплексної змінної і відображення комплексної площини. Многочлени з комплексними коефіцієнтами. Розклад многочлена на лінійні множники. Формули Вієта.

Згідно програми, затвердженої у 1974 році, для шкіл і класів з поглибленим вивченням математики (IX-X кл.) на вивчення комплексних чисел відводиться 26 год. у X класі. Можна виділити такі основні підручники:

1) Алгебра / [Віленкін Н.Я., Гутер Р.С., Шварцбурд С. І. та ін.]. – М.: Просвещение, 1972;

2) Вейц Б.Є. Алгебра і початки аналізу: [пробні підруч. для IX і X класів] / Б.Є.Вейц, І.Т.Демидов; під ред. А.Колмогорова. – М.: Просвещение, 1973, 1974;

3) Навчання в математичних школах / [збірник статей / укл. С.І.Шварцбурд, В.М.Монахов, В.Г.Ашкінузе] – М.: Просвещение, 1965. – (Серія "Проблеми математичної школи").

Підручник "Алгебра" для 9-10 класів середніх шкіл з математичною спеціалізацією під редакцією Вілєнкіна Н.Я. (видання 1972 р.) на той час був основним. Цінність книги – в її багатоплановості, а тому нею могли користуватися читачі з різним рівнем математичної підготовки. Підхід до викладання матеріалу – теоретико-множинний.

У 1980-1985 рр. згідно з програмою для факультативних курсів "Вибрані питання математики" час на вивчення теми у X класі "Комплексні числа і многочлени" скорочується до 15 год. Залишаються для вивчення такі основні питання: Комплексні числа і операції над ними. Геометрична інтерпретація комплексних чисел. Тригонометрична форма комплексного числа. Формула Ейлера. Операції над комплексними числами в тригонометричній формі. Многочлени з дійсними коефіцієнтами. Основна теорема алгебри (без доведення). Теорема Безу. Розклад многочлена на лінійні множники. Теорема Вієта. Відомості з історії алгебри комплексних чисел.

З 1980 року виходить посібник Абрамова А.М., Вілєнкіна Н.Я., Дорофеєва Г.В. та укладачів В.В.Фірсова і С.І.Шварцбурда: "Факультативний курс. Вибрані питання математики". Головною рисою нового посібника Абрамова А.М. та ін. для факультативних курсів є підсилення прикладного аспекту всього матеріалу, що викладається. Зокрема, розглядається застосування комплексних чисел до питань алгебри, геометрії, математичного аналізу. До методичних успіхів цього розділу можна віднести багатоступінчастий підхід до формули Ейлера, розгляд відображень з допомогою лінійної функції комплексної змінної, підбір прикладів, які ілюструють застосування комплексних чисел.

Програма з математики 1986 року для шкіл (класів) з поглибленим теоретичним і практичним вивченням математики містить тему "Комплексні числа" в такому обсязі: Поле комплексних чисел. Геометрична інтерпретація комплексних чисел. Полярна система координат. Тригонометрична форма комплексного числа. Множення, ділення, піднесення до степеня комплексних чисел в тригонометричній формі. Формула Муавра. Добування коренів з комплексних чисел. Комплексні корені алгебраїчних рівнянь. Поняття про основну теорему алгебри. Застосування комплексних чисел. На вивчення теми відводиться 20 год. в X класі. В пояснювальній записці програми зазначається, зокрема, що завершення розвитку поняття числа шляхом введення комплексних чисел і знайомства з їх застосуванням є одним з основних завдань та визначено основні вимоги до математичної підготовки учнів, що включають: вміння виконувати дії над комплексними числами, оперувати комплексними числами, заданими в алгебраїчній і тригонометричній формі, знаходити комплексні корені многочленів, застосовувати комплексні числа до розв'язання тригонометричних і геометричних задач.

Навчання здійснюється за трьома основними підручниками, рекомендованими Головним управлінням загальної середньої освіти Міністерства освіти СРСР:

1) Віленкін Н.Я. Алгебра і математичний аналіз для 10 класу: [навчальний посібник для учнів шкіл і класів з поглибленим вивченням математики] / Н.Я.Віленкін [та ін.]. – М.: Просвещение, 1984. – 352 с;

2) Івлєв Б.М. Збірник задач з алгебри і початків аналізу для 9-10 класів / Б.М.Івлєв [та ін.]. – М.: Просвещение, 1978;

3) Вибрані питання математики, 10 клас: [факультативний курс / під ред. В.В.Фірсова]. – М.: Просвещение, 1980.

Отже, в період з 1966-го до 1990-х років тема "Комплексні числа" виноситься на вивчення на факультативні заняття та продовжує вивчатися учнями класів (шкіл) з поглибленим вивченням математики в досить широкому обсязі, включаючи різноманітні застосування комплексних чисел всередині самої алгебри, при розв'язуванні геометричних задач та застосування до теорії коливань. Підручники того часу містять різні підходи до введення комплексних чисел: формальний (алгебраїчний), теоретико-множинний.

В період реформи математичної освіти 90-х років Державним комітетом СРСР з народної освіти розробляється в руслі перебудови школи нова концепція загальної середньої освіти і на її основі концепція шкільної математичної освіти. Головною ідеєю оновлення математичної освіти визнається її гуманізація; основні дидактичні ідеї – диференціація навчання, рівнева підготовка учнів, перебудова навчально-виховного процесу в напрямі зміни відношення до учня і створення кращих можливостей для індивідуального розвитку учня.

Згідно програми 1990 року для шкіл (класів) з поглибленим теоретичним і практичним вивченням математики [6] зміст курсу алгебри і початків аналізу XI класу включає додаткові самостійні розділи (серед них – комплексні числа), які у звичайній школі не вивчаються, проте є важливими змістовими компонентами сучасної системи безперервної математичної освіти. На тему "Комплексні числа" в XI класі відводиться 18-20 год. (з розрахунку 5 год. на тиждень); зокрема, включаються наступні питання для вивчення: Розвиток поняття числа: натуральні, цілі, раціональні, дійсні числа. Комплексні числа в алгебраїчній формі. Арифметичні дії з комплексними числами. Спряжені комплексні числа. Розв'язування квадратних рівнянь з комплексними коефіцієнтами. Комплексна площина. Тригонометрична форма комплексного числа. Множення, ділення і піднесення до степеня комплексних чисел в тригонометричній формі. Формула Муавра. Добування коренів з комплексних чисел. [Застосування комплексних чисел в тригонометрії.] Комплексні корені многочлена. *Основна теорема алгебри.* [Використання комплексних чисел в геометрії.] [Показникова форма комплексного числа.].

Програма передбачає можливість вивчення курсу з різним ступенем повноти. При цьому вчитель має можливість варіювати обсяг матеріалу, що вивчається, і, відповідно, ступінь поглиблення і розширення курсу в залежності від конкретних умов (підготовка класу, інтереси учнів та ін.). Додаткові питання, відмічені квадратними дужками, за певних умов можна не вивчати. Окремі питання, відмічені в програмі зірочками з двох сторін, являють собою матеріал підвищеної складності; ці питання вивчаються в ознайомлювальному порядку. Вчитель має право самостійно будувати курс. При цьому він може вибрати підручник з числа діючих в школі, пробних і спеціально призначених для поглибленого вивчення математики. Вищезгадане планування орієнтоване на підручник Віленкіна Н.Я. і ін. “Алгебра і математичний аналіз” видання 1989 року.

Пробний підручник “Алгебра і початки аналізу, 10-11 класи” авторів Л.О.Маркушевича, Р.С.Черкасова, Г.А.Ястрябінецького також містив розділ “Комплексні числа”, оскільки автори, як і багато вчителів математики, вважали, що без цієї теми курс шкільної математики неможливо вважати завершеним. На їх думку, знайомство з комплексними числами повинно входити в програму курсу математики середніх загальноосвітніх шкіл довільного профілю.

У період розбудови Української держави виникла гостра проблема – забезпечення шкіл різнорівневими підручниками. Потрібно було підготувати і швидко видати національні підручники з математики, методичну літературу для вчителів; і все це в умовах економічної кризи та скорочення фінансування потреб освіти. Було створено пробні і деякі стабільні різнорівневі підручники і посібники з математики. Зокрема, для учнів старших класів загальноосвітньої школи виходить у світ “Алгебра і початки аналізу, 10-11 кл.” авторів М.І.Шкіль, З.І.Слєпкань, О.С.Дубинчук (1998 р.). Підручник написаний з метою надання змоги учням працювати за ним в умовах диференціації навчання.

Для профільних шкіл, ліцеїв та гімназій видаються підручники “Алгебра і початки аналізу” для 10-го та 11-го класів авторів М.І.Шкіль, Т.В.Колесник, Т.М.Хмара (перше видання – у 1993 р.), які кількаразово перевидавалися і залишилися основними підручниками для класів (шкіл) з поглибленим вивченням математики. Зокрема, тема “Комплексні числа” розглядається у 10 класі і згідно чинної програми включає традиційну частину матеріалу теми. У підручнику підібрано диференційовані завдання для самостійної роботи учнів, серед яких гармонічно вплітається певна кількість завдань на застосування комплексних чисел.

При цьому програми для поглибленого вивчення математики відповідних закладів середньої освіти (шкіл з поглибленим теоретичним і практичним вивченням математики, спеціалізованих шкіл фізико-математичного профілю, гімназій, ліцеїв) включають тему “Комплексні числа” у широкому обсязі. Наприклад, програма з математики Українського фізико-математичного ліцею Київського університету імені Тараса Шевченка [5, 27] містить дану тему в обсязі 30 годин, в якій до основних теоретичних питань додаються такі: Корені степеня *n* з 1 та їх групові властивості. Розв’язування двочленних рівнянь. Побудова геометричних образів на комплексній площині. Застосування комплексних чисел до обчислення сум та доведення тригонометричних тотожностей. Показникова, логарифмічна і тригонометрична функції комплексної змінної. Формула Ейлера. Про походження формули Ейлера. Реальні застосування реальних чисел. Узагальнення комплексних чисел.

Отже, з 90-х років і до сьогоднішнього часу у зв’язку із введенням профільного навчання тема комплексні числа вивчається поширено у класах з поглибленим вивченням математики і класах фізико-математичного профілю та оглядово в загальноосвітніх школах. Бажаючі учні класів інших профілів мають можливість вивчати тему в індивідуальному порядку, на спецкурсах чи заняттях математичного гуртка.

Таким чином, проведений історико-педагогічний аналіз дозволяє зробити висновок про те, що тема “Комплексні числа” завжди була актуальною і вивчалася учнями старших класів середніх закладів освіти. Якщо на початку XIX століття вивчення комплексних чисел мало ознайомлюючий характер, то надалі, у XX ст., вивчення проводиться більш широко, поглиблено, і сприймається учнями з інтересом як робота з певними цікавими математичними об’єктами, сприяючи розвитку їх пізнавальних інтересів та інтересу до математики в цілому. Це підтверджує також на сучасному етапі аналіз тематики дослідних робіт учнів у рамках діяльності МАН України. Були періоди, коли тема виключалася з обов’язкової програми, проте її вивчення проводилося на інших формах навчальної діяльності учнів (факультативи, математичні гуртки), де розглядалася і в більш широкому обсязі, включаючи певні застосування.

Вивчення комплексних чисел на сьогодні є потрібним і важливим, особливо для учнів профільних класів, які планують пов’язати своє майбутнє з математикою, проте не в вузькому оглядовому аспекті, а разом з практичними застосуваннями в різних галузях науки і техніки, зокрема: геометрії, тригонометрії, механіці, електротехніці. Можливості для цього передбачені в Концепції профільного навчання шляхом запровадження курсів за вибором. Розробка відповідного методичного забезпечення для старшої профільної ланки середньої загальноосвітньої школи є важливим і актуальним завданням у галузі методики навчання математики.

1. *Граве Д. Начала алгебры: [классное руководство для гимназий и других учебных заведеній] / Д. Граве. – Петроград: Изданіе К. Л. Рикера, 1915. – 316 с.*
2. *Клейн Ф. Элементарная математика с точки зрения высшей: [в 2 т.] / Ф. Клейн; под. ред. В. Г. Болтянского; [пер. с нем. Д. А. Крыжановского]. – [4-е изд.]. – М.: Наука, 1987 – . – Т.1: Арифметика, алгебра, анализ. – 1987. – 432 с.*
3. *Колмогоров А.Н. Новые программы и некоторые основные вопросы усовершенствования курса математики в средней школе / А.Н. Колмогоров // Математика в школе. – 1967. – №2. – С.4–13.*
4. *Малинин А. Руководство алгебры и собрание алгебраических задач: [для гимназий, реальных училищ и учит. институтов] / А. Малинин, К. Буренин. – М: Типография Волчанинова М. Г., 1890. – 415 с.*
5. *Програма з математики Українського фізико-математичного ліцею Київського університету імені Тараса Шевченка // Математика в школі, 2002. – № 6. – С. 27.*
6. *Програми для шкіл (класів) з поглибленим теоретичним і практичним вивченням математики та спеціалізованих шкіл фізико-математичного профілю. Математика, 8-11 класи. – К.: Радянська школа, 1989. – 23с.*
7. *Прудников В. Е. О русских учебниках математики для средних школ в XIX веке / В. Е. Прудников // Математика в школе. – 1954. – № 3. – С. 6–20.*
8. *Фусс Н. И. Начальные основания чистой математики / Николай Иванович Фусс. – Санкт-Петербург: Типография народного образования, 1820. – 384 с.*

Резюме. **Шаран А.В. ТЕОРИЯ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ В УЧЕБНИКАХ ДЛЯ СРЕДНИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ.** *Статья посвящена историческому обозрению изучения комплексных чисел учениками средних учебных заведений. Поднимается вопрос об изучении учениками профильных классов основ теории комплексных чисел и их применений.*

Summary. **Sharan A. THEORY OF THE COMPLEX NUMBERS IN THE BOOKS FOR SECONDARY SCHOOLS.** *The article focuses on the historical survey of the complex numbers studying by the pupils of the secondary schools. The issue of the complex numbers theory study and their utilization by the pupils of the specialized classes is raised.*

Надійшла до редакції 26.10.2008 р.

ВЫПУСКИ СБОРНИКОВ ЗА 15 ЛЕТ

1993 г., № 1

Будишевский В.А., Носенко Ю.Л., Хамуляк В.Г. Вуз - предприятия: аспекты сотрудничества
Гриднева Т.В. Профессионально-ориентированный факультатив по математике
Леонов И.А. Геометрическое изложение теории определителей
Носенко Ю.Л. До концептуальних положень програми з вищої математики для технічних вузів
Палант Ю.А. О типологии постановок математических задач
Палант Ю.А., Муратова А.А. Три языка в преподавании анализа
Палант Ю.А., Скафа Е.И. Творческая деятельность учащихся по составлению задач
Скафа Е.И. Проблемные ситуации как средство развития интереса к математике
Трегуб Н.Л. О лекционно-семинарской системе преподавания математики
Улитин Г.М., Клемина С.И. Об одном приеме приведения линейных дифференциальных уравнений и синтез к уравнениям с постоянными коэффициентами
Хаметова З.Я. Об одном способе усиления прикладной направленности обучения

1994 г., № 2

Горчакова І.А. Евристичні лінії в темі «Числові нерівності»
Іщенко А.Л., Швець В.О. Тестовий контроль з методики викладання математики
Карлащук А.Ю. Задачі з параметром як засіб розвитку навичок дослідження
Кулеско Н.О., Палант Ю.О. Навколо Єнсенової нерівності
Нестеренко Г.Г. Діагностична система на уроках математики
Палант Ю.А. Выбор аксиом студентами: анализ предпочтений
Петренко А.Д. О мировоззренческой направленности курса высшей математики в инженерном вузе
Попова Г.А., Попов В.И. К задаче о трех перпендикулярах
Скафа В.Б. Електроніці навчає програма
Титаренко Е.В. Об одном неравенстве
Трегуб Н.Л. Тест-тренинг «Показательная и логарифмическая функции, уравнения и неравенства»
Хорольська О.В. Одновимірний градієнт: фрагмент системи завдань з теми «Похідна»
Цапов В.О. Схема розв'язування задач з практичним змістом
Черних Л.О. До проблеми удосконалення професійної підготовки майбутніх учителів математики

1995 г., № 3

Nosenko Yu.L., Kostenko V.I. Curriculum in mathematics for higher technical schools of Ukraine
Волчков В.В. Интегральная геометрия в некоторых вопросах теории приближений
Волчков В.В. Новое свойство круга
Заставный В.П. Вариант доказательства формулы Тейлора
Заставный В.П. Задача о площади кольца
Ильевский В.И. Системы программированных задач по исследованию функций для студентов втуза
Косолапов Ю.Ф. Случайные функции в техническом вузе
Костенко В.І., Носенко Ю.Л., Задерей П.В. Задачі практичного змісту в курсі вищої математики
Муратова Г.А. Дидактичні конструкції для рейтингу
Носенко Ю.Л., Задерей П.В., Переверзєв С.В., Філончук І.В. Індивідуалізовані практичні заняття з математичних дисциплін в технічному вузі
Носенко Ю.Л., Стеценко П. Комплекс прикладних задач в курсі вищої математики
Оридорога Л.Л. О непрерывности обратной функции (методический аспект)
Палант Ю.А. Анекдот как элемент дидактической конструкции
Палант Ю.А. Простые конструкции обучающих программ
Трегуб Н.Л. Тест-тренинг «Показательная и логарифмическая функции, уравнения и неравенства». II.
Черних Л.А. Теоретические основы разработки методической системы обучения
Швець В.О., Іщенко А.Л. Методичні задачі: визначення, класифікація, тести

1995 г., № 4

Бейгельзимер А.Я., Носовицкая Г.И., Сынков В.Г. Компьютерный эксперимент как средство обучения
Волянська О.Є. Про наступність і перспективність при вивченні тригонометричного матеріалу в загальноосвітній і професійній школі

1996 г., № 5

1997 г., № 6

1997 г., № 7

1997 г., № 8

1998 г., № 9

1999 г., № 10

Menon Govind. Doppler shift revisited
Voskoglou Michael G. The process of learning mathematics: a fuzzy set Approach
Войналович Н.М. Елементи комбінаторики в системі професійної підготовки вчителя
Волчков В.В. Новый вариант теоремы о двух радиусах
Горчакова И.А. О формировании мотивации при обучении
Лебедєва І.А., Швець В.О. Осибистісно-орієнтована післядипломна освіта вчителів математики: постановка проблеми математике на основе эвристик
Мельников О.И. Использование графов для обучения математической индукции в школе
Плоцки Адам. Построение миниатюр случайных игр как особая задача по теории вероятностей
Радьков А.М., Палант Ю.А., Скафа Е.И. О международной конференции «Математическое образование: современное состояние и перспективы» (к 80-летию со дня рождения проф. А.А.Столяра)
Скафа Е.И., Палант Ю.А. Эвристическая компонента в системе подготовки преподавателей математики
Тарасенкова Н.А. Сущность и уровни активности в познавательной деятельности учащихся при обучении математике

1999 г., № 11

Бейгельзимер Я.Е., Палант Ю.А., Бейгельзимер А.Я., Носовицкая Г.И. Синергетические аспекты познания и обучения
Волчков В.В. О функциях с нулевыми интегралами по параллелепипедам
Волчков Вит.В. О "случайном выборе" в комплексном и гармоническом анализе
Гібалова Н.В. Виховання потреби в учнів 5-6 класів доводити геометричні твердження
Григулич С.М. Самостійна робота як навчальна діяльність учнів
Карлащук А.Ю. Формування дослідницьких умінь у процесі розв'язання задач з параметрами
Крэх Ирэнэуш. Числа Фибоначчи, вероятность и числовые ряды
Михайлович Т.С. Застосування сократівського методу у професійній підготовці студентів факультету початкового навчання
Плоцки Адам. Случайное размещение изюма в тесте и Метод Монте Карло в обучении стохастике
Попова Г.А., Попов В.И. Как придти к нормальному закону распределения вероятностей: идея и эскизы
Тополя Л.В. Еволюція поняття "Педагогічні технології"
Трегуб Н.Л. Зміст і структура факультативів з математики
Фомкіна О.Г. Завдання математичної підготовки студентів економічних спеціальностей
Хорольская Е.В. Эвристический тренажер "Функции, их свойства, графики, приложения" (Ч.1)
Чашечникова О.С. Вироблення в учнів навичок саморегуляції і самоконтролю як умова ефективності евристичної діяльності

2000 г., № 12

Головіна Н.О. Міжпредметний семінар в класах природничого профілю
Дремова І.А. Актуальні проблеми контролю результатів навчання в умовах впровадження освітніх стандартів
Дрибан В.М., Пенина Г.Г. Как сделать проблемной лекцию по высшей математике
економічного профілю вищого закладу освіти
Карлащук А.Ю. Роль задач с параметрами как моделей в развитии исследовательских умений
Мастерова С.Г. Самостійна робота студентів як засіб формування готовності студентів до педагогічної діяльності
Нічуговська Л.І. Комунікативно-діяльнісна модель навчання математичним дисциплінам студентів
Плоцки А. Стохастический граф в обучении теории вероятностей как средство математизации и аргументации
Самовол П.И. Два подхода в вариативном обучении
Скафа Е.И. К вопросу о понятии "задача": алгоритмические и эвристические приемы поиска ее решения
Тарасенкова Н.А., Дядик О.І. Функціональні ілюстрації додавання і віднімання дробових чисел
Хорольская Е.В. Эвристический тренажер "Функции, их свойства, графики, приложения" (Ч.II)
Шавалева В.И. Готовность студентов к профессиональной деятельности при изучении математических курсов в педагогическом вузе

2000 г., № 13

Валльє О.Е., Страхов В.Г., Свєтний О.П. Деякі погляди на шляхи перебудови системи підвищення кваліфікації вчителів
Ванжа Н.В. Самостоятельная работа студентов при изучении математических дисциплин в торгово-экономических вузах

2000 г., № 14

2001 г., № 15

підготовчих курсів
Николайшвили В., Котрикадзе З., Хачапуридзе Г., Николайшвили К. Об использовании диаграмм при введении понятий в школьном курсе математики
Нічуговська Л.І. Особливості науково-методичної концепції математичної освіти студентів економічних спеціальностей вищого закладу освіти
Новик И.А. О некоторых результатах работы специализированного совета по теории и методике обучения математике и физике в республике Беларусь
Скафа Е.И. Эвристические приемы при формировании математических понятий
Тарасенкова Н.А. Візуальна основа для теоретичних узагальнень при вивченні складних питань теми "Вектори"
Фомкіна О.Г. Особливості планування занять з математики в економічному вузі
Шавальова В.І. Тестові завдання в курсі математичного аналізу в педагогічному вищому навчальному закладі
Шавальова О.В. Застосування залікової системи перевірки підсумків навчання учнів з математики в медичному училищі

2001 г., № 16

Samovol Peter, Applebaum Mark. Research and training potential of the olympiad tasks (Исследовательский и обучающий потенциал олимпиадных задач)
Ванжа Н.В. Управление самостоятельной работой студентов при изучении теоретического материала
Гуцанович С.А. Повышение уровня математического развития учащихся при осуществлении педагогического мониторинга
Двейрин М.З. Элементы математического моделирования для будущих учителей и школьников – II
Дремова І.А. Умови реалізації попереднього контролю результатів навчання учнів алгебри в основній школі
Дрибан В.М., Пенина Г.Г. Формирование мировоззрения студентов в процессе преподавания математического анализа
Ищенко А.Л. О решении методических задач в курсе «Методика преподавания математики»
Ізотова Л.В. Творча діяльність молодших школярів у процесі розв'язування з логічним навантаженням
Лила Д.М. Конструювання системи задач для моделювання диференціальними рівняннями
Лиманская Л.М., Лиманский В.В. О тематике научных работ школьников
Ломако Л.І. Система засобів і способів формування творчого мислення майбутніх вчителів у процесі оцінної діяльності
Малихіна Л.І. Психолого-педагогічні передумови та методичні вимоги до організації самостійної навчально-пізнавальної діяльності школярів
Михайленко Л.Ф., Матяш О.І. До питання про методичну підготовку вчителя математики на заочному відділенні педвузу
Нічуговська Л.І. Особливості методики проведення лекцій з математичних дисциплін з використанням математичного моделювання
Пуханова Л.С. Особливості організації процесу вивчення теоретичного матеріалу з теорії ймовірностей та математичної статистики зі студентами спеціальностей економічного профілю
Скафа О.І. Методичні основи автоматизації рецензування рішення задач
Тарасенкова Н.А. Поняття як об'єкти
Томащук О.П. Поняття границі послідовності в шкільному курсі математики
Тополя Л.В. Дидактичні ігри, їх види, цільове призначення і функції в навчальному процесі
Швець В.О. Принципи формування базового змісту математичної освіти

2002 г., № 17

Samovol P., Applebaum M. Schoolchildren training in the classical methods of demonstrative reasoning as an effective way of developing their mathematical thinking. Subject: «The Dirichlet principle». (Обучение школьников классическим способам доказательных рассуждений как эффективный метод развития математического мышления личности. Тема: «Принцип Дирихле» (Опыт индивидуально-групповой работы)
Voskoglou Michael G. Rediscovery in mathematics: a measurement model (Переоткрытие в математике: модель измерения
Вагіна Н.С. Графічне планування як засіб внутрішкільного контролю за викладанням математики
Власенко К.В. Деякі аспекти методики організації і управління евристичною діяльністю учнів на уроках геометрії
Лосєва Н.М. Виховання прагнення до саморозвитку учнів засобами стереометрії
Лук'янова С.М. Забезпечення наступності між початковою і основною школами під час навчання учнів розв'язуванню текстових задач арифметичними способами
Малихіна Л.І. Методика управління самостійною навчально-пізнавальною діяльністю учнів при вивченні теоретичного матеріалу
Мацюк В.В. Підготовка майбутнього вчителя до проведення контролю результатів навчальних досягнень учнів

2002 г., № 18

2003 г., № 19

2003 г., № 20

2004 г., № 21

2004 г., № 22

2005 г., № 23

2005 г., № 24

2006 г., № 25

2006 г., № 26

Гончарова І.В. Деякі прийоми активізації факультативних занять з математики
Грищенко В.О. Принципи триєдності в реалізації програм, орієнтованих на особистісний розвиток учнів
Гроза В.А., Лещинський О.Л., Тихонова В.В., Томащук О.П. Пропедевтика вивчення модуля „Ряди” в курсі вищої математики
Дзундза А.І. Практичні аспекти організації самостійної роботи студентів
Жалдак М.И., Смирнова-Трибульская Е.Н. О содержании школьного курса стохастики и его компьютерной поддержке
Игнатова Н.В. Построение структуры дистанционного курса по математике
Кобильник Т.П. Програмування в середовищі Maple для розв’язування задач аналітичної геометрії
Крамаренко Т.Г. Евристичне навчання математики засобами ІКТ
Крылова Т.В., Гулеша Е.М. Проблемы создания специализированного программно-методического комплекса по обучению высшей математике студентов нематематических специальностей
Марченко О.М. Систематизація знань старшокласників у процесі навчання математики із застосуванням методу проектів на основі комп’ютерної підтримки
Наконечна Т.В., Нікелін О.В. Використання ІКТ на заняттях з вищої математики
Нічуговська Л.І. Психолого-педагогічні передумови активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів ВНЗ
Овсієнко Ю.І. До питання про вибір професійного спрямування студентами аграрних ВНЗ
Пуханова Л.С. Особливості методики навчання теоретичному матеріалу з теорії ймовірностей і математичної статистики студентів ВНЗ
Скафа Е.И., Мазнев А.В. Механизмы управления качеством образования: внутриуниверситетский аспект проектирования
Тополя Л.В. Активні форми навчання у вищій школі
Трайчев Т.Л. Математические знания как средство формирования умений приложения некоторых методов решения задач
Трунова О.В. Система задач з початків теорії ймовірностей та вступу до статистики і методика їх розв’язування
Хорольская Е.В., Нескреба О.И. Системы профессионально-ориентированных задач для студентов-биологов: технология создания и обучения
Цапова С.Г. Научно-исследовательская деятельность учащихся как основа творческой активности
Черкасов Н.Д., Емченко Е.А., Лебедев А.Т. Некоторые дидактические аспекты обучения техническому творчеству
Шевельова О.Б. Теорія і практика наближених обчислень в економічних розрахунках

2007 г., № 27

Subbotin I., Bilotskii N., Hill M. Mathematics teachers’ development in California (USA): California subject examinations for teachers (Совершенствование учителей математики в Калифорнии (США): экзамен по предмету для учителей в Калифорнии)
Глузман Н.А. Элементы доказательств в курсе начальной математики
Гончарова І.В. Психолого-педагогічні передумови формування евристичних умінь учнів основної школи на факультативах з математики
Горда І.М., Швець В.О. Моніторинг якості математичної освіти студентів ВНЗ аграрного профілю як проблема дослідження
Гриб’юк О.О. Математичне моделювання як засіб екологічного виховання учнів у процесі навчання математики в класах хіміко-біологічного профілю
Грищенко В.О. Аксіоматичні засади структуризації змісту навчання математики в контексті педагогічної дійсності
Дзундза А.І., Цапов В.О. До проблеми організації науково-дослідної діяльності учнів у сучасній школі
Евсеева Е.Г., Савин А.И. Семантический конспект по теории множеств
Задорожня Т.М. Стохастика і фінансово-економічна освіта
Иванов И.Ст. Дефиниция как средство нахождения клетки оператора математических задач
Клочко В.І., Ковальчук М.Б. Оцінювання рівня розвитку студентів з метою формування прийомів узагальнення і систематизації знань і вмінь
Красницький М.П., Малишко О.О. Діагностика критеріїв рівневої диференціації на уроках стереометрії в класах фізико-математичного профілю
Лещенко С.В. Організація групового навчання математики студентів вищих аграрних закладів освіти
Лиходєєва Г.В. Навчально-дослідницькі уміння та дослідницька діяльність учнів у психолого-педагогічній літературі
Ліпінська А.В. Пропедевтика елементів стохастики в 6-7 класах
Максимова Т.С. Активізація евристичної діяльності майбутніх інженерів під час застосування систем евристично-орієнтованих задач на відновлення
Одарченко Н.І. Модульні технології навчання як напрямок у досягненні відповідної якості вищої освіти

Параскевич С.П. Графічні задачі як засіб дидактичної інтеграції математики і фізики
Полякова Н.М. Професійно-орієнтоване навчання математики – необхідна реальність підготовки молодших спеціалістів
Симкина И.М. Построение целей обучения высшей математике младших специалистов электротехнического профиля
Сухіна Л.А. Роль системи вправ у формуванні обчислювальної культури учнів
Тутова О.В. Методичні вимоги до організації процесу навчання математики на основі використання інформаційно-комунікаційних технологій
Хорольская Е.В. Формирование профессионально-ориентированной деятельности студентов-биологов при изучении математических дисциплин
Цапова С.Г. Застосування методів активізації пізнавальної діяльності учнів на уроках математики
Чашечникова О.С. Організаційно-діяльнісний блок системи розвитку творчого мислення

2007 г., № 28

Алєксєєва І.В., Гайдей В.О., Диховичний О.О., Коновалова Н.Р., Федорова Л.Б. Курс дистанційної освіти "Лінійна алгебра та аналітична геометрія"
Антонець А.В. До питання доцільності компетентнісного підходу у ВНЗ аграрного профілю
Бараболя М.М. Характеристика засобів самоосвіти вчителя математики
Бевз В.Г. Використання історичного матеріалу у навчанні предметів математичного циклу
Білянін Г.І. Використання тестів при педагогічному оцінюванні під час вивчення курсу математики в коледжах
Бровка Н.В. Примеры реализации интеграции теории и практики обучения математическому анализу студентов педагогического профиля университета
Буковська О.І. Формування в учнів прийомів диференційованої самостійної діяльності при вивченні геометрії
Вінніченко Н.В. Педагогічна діагностика майбутніх економістів при проектуванні самостійної роботи з вищої математики
Власенко К.В. Формування професійної компетентності майбутніх інженерів в умовах інтеграції математики й спецдисциплін засобами професійно-орієнтованих евристичних задач
Германова Ж.Г. Некоторые применения неравенства Коши-Буняковского для доказательства неравенств между элементами треугольника
Гірлін С.К., Кузнецов І.В. Наочні методи доведень теорем
Годованюк Т.Л. Вивчення студентами історії математики в ході педагогічної практики
Гончаренко Я.В., Чепорнюк І.Д. Використання парадоксів та софізмів в навчанні теорії ймовірностей
Гончарова І.В. Критерії сформованості евристичних умінь учнів на факультативах з математики
Иванов И.Ст. Оперативная роль дефиниции при нахождении клетки оператора математических задач
Кліндухова В.М. Проективна діяльність учнів під час вивчення наближених обчислень
Корнейчук І.В. Психологічні засади формування вмінь використовувати аналогію у навчанні математики
Кошова О.П. Деякі особливості формування інформаційно-аналітичних умінь студентів економічних спеціальностей ВНЗ
Лосєва Н.М. Розвиток особистості учня в процесі вивчення геометрії
Лук'янова С.М. Роль прикладної спрямованості в навчанні математики учнів 5-6 класів
Максимова Т.С. Особливості самоосвіти майбутніх фахівців технічного профілю в процесі формування та розвитку їх професійно-орієнтованої евристичної діяльності
Милушев В.Б., Френкев Д.Г. Система деятельностей для овладения общелогическими методами решения математических задач в соответствии с принципом рефлексивности
Михайленко Л.Ф. До питання організації індивідуальної роботи студентів
Наконечна Л.Й. Кейс-технологія як умова розвитку пізнавальної самостійності майбутніх учителів математики
Наконечная Т.В., Никулин А.В. Применение таксонометрического метода при планировании математической подготовки студентов технических направлений
Нічуговська Л.І. Математична освіта і конкурентноздатність майбутніх випускників ВНЗ
Орлова Н.Д., Крылова Т.В., Орлова Е.Ю. Применение профессионально-ориентированной технологии обучения для совершенствования математической подготовки магистра
Пихтар М.П. Лабораторія як нова форма організації навчально-дослідницької роботи з математики у діяльності Малої академії наук
Симан С.М. Комп'ютерна графіка як засіб унаочнення на уроках геометрії
Симкина И.М. Профессионально-ориентированная деятельность – основа обучения высшей математике младших специалистов электротехнического профиля
Скафа О.І. Теоретико-методологічний аспект адаптації студентів до навчання за кредитно-модульною системою
Сорока Л.І. Про деякі форми організації самостійної роботи студентів у процесі навчання лінійної алгебри
Тончева Н.Х. Инструменты рефлексии в психологическом подходе при обучении теории вероятностей

2008 г., № 29

2008 г., № 30

Колесник С.Г. Сучасні підходи до модернізації вищої педагогічної освіти в Україні як проблема дослідження
Кошова О.П. Інтеграційні зв'язки дисциплін природничо-наукового циклу як основа формування інформаційно-аналітичних умінь майбутніх економістів
Крылова Т.В., Орлова Н.Д. Особенности организации самостоятельной работы в вузе
Кузьмінський А.І., Тарасенкова Н.А., Акуленко І.А. Ґендерні аспекти підготовки майбутнього вчителя математики
Кушнірук А.С., Іщенко А.Л. Приклади тестових завдань з курсу «Спеціальна методика навчання математики»
Лосєва Н.М., Непомняща Т.В. Спеціальні комунікативні конструкції як засіб розвитку особистості учня при вивченні основ комбінаторики і теорії ймовірностей
Лук'янова С.М. Деякі аспекти використання інформаційно-комунікаційних технологій навчання під час проведення практичних занять з методики навчання математики
Майсеня Л.И. Проблема разноуровневого содержания средств обучения математике в колледже
Максимова Т.С. Управління самоосвітою майбутніх інженерів під час навчання вищої математики
Мацкевич И.Ю. Методическая система профессионально направленного обучения математике учащихся технических специальностей колледжей
Мацюк В.В. Контроль результатів навчання алгебри у педагогічному вищому навчальному закладі в умовах кредитно-модульної системи навчання…
Нічуговська Л.І. Проблеми дистанційного навчання „Математика для економістів" студентів заочних факультетів ВНЗ
Полякова Н.М. Професійно-спрямована лекція з математики – шляхи удосконалення
Прус А.В. Конус у контексті прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії
Сверчевська І.А. Розвиток умінь старшокласників розв'язувати конструктивні задачі
Семенець С.П. Теорія задач розвивальної математичної освіти
Сердюк З.О. Тренувальні вправи з математики для класів суспільно-гуманітарного напряму
Скафа Е.И., Тимошенко Е.В. Реализация основных научно-методических направлений на страницах международного сборника «Дидактика математики: проблемы и исследования» (к 15-летнему юбилею)
Тополя Л.В. Інтерактивне навчання у вищій школі з використанням комп'ютерних технологій
Трунова О.В. Психолого-педагогічні передумови та методичні вимоги до навчання елементів стохастики в ліцеях і класах з поглибленим вивченням математики
Тутова О.В. Модель формування ІКТ-компетенцій майбутнього вчителя математики
Чашечникова О.С. Тактика пізнавальної поведінки учнів в процесі розв'язування творчих та умовно-творчих завдань з математики
Шавальова В.І., Куделіна О.В. Реалізація компетентнісного підходу в процесі навчання вищої математики засобом використання комп'ютерних технологій
Шаран О.В. Теорія комплексних чисел у підручниках для середніх закладів освіти
Швец В.А. О прикладной направленности школьного курса математики
Яценко С.Є., Гриб Н.В. Об'єктивні протиріччя у забезпеченні наступності між загальноосвітньою та вищою школами

Внимание!
В октябре 2009 года проводится
международная научно-методическая конференция
"Эвристическое обучение математике"
в Донецком национальном университете.
К участию приглашаются
ученые, преподаватели, студенты.

Дополнительная информация:
http://www.donnu.edu.ua/mf/heuristic/news.htm

Наукове видання

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: ПРОБЛЕМИ І ДОСЛІДЖЕННЯ

МІЖНАРОДНИЙ ЗБІРНИК НАУКОВИХ РОБІТ

Випуск 30

Рекомендовано до друку вченою радою Донецького національного університету (протокол №11 від 28.12.2008)

Редакція збірника:
Науковий редактор – доктор пед.наук, проф. Скафа Олена Іванівна
Тел.: (38)-(0622)-3357085 (р.) (38)-(062)-3112429 (д.),
E-mail: skafa@dongu.donetsk.ua

Технічні редактори – Гончарова І.В.
Тутова О.В.
Комп'ютерна верстка – Абраменкова Ю.В.
Тимко Ю.Г.
Художнє оформлення – Селявкіна Ю.П.

Відповідальний секретар – ст. викл. Тимошенко Олена Вікторівна
Тел.: (38)-(062)-3052375 (р.),
(38)-(062)-3378985 (д.).
E-mail: horol@dongu.donetsk.ua

Адреса редакції збірника: Кафедра вищої математики і методики викладання математики, Донецький національний університет, вул. Університетська, 24, Донецьк, 83055, Україна

Узгоджені матеріали надсилати за адресою:
Тимошенко О.В., пр.Миру, 29/63, Донецьк-15, 83015, Україна

Підписано до друку 3.01.2009 р. Формат 60х90/16. Папір типографський. Друк Офсетний. Умовн. друк. арк. 21,3. Тираж 300 прим. Замовлення № 475

Видавництво Донецького національного університету
Україна, 83055, Донецьк, вул. Університетська, 24

Надруковано в типографії ООО "Норд Комп'ютер" на цифрових лазерних видавничих комплексах Rank Xerox DocuTech 135 і DocuColor 2060. Адреса: Донецьк,6, б.Пушкіна,23. Тел. (062) 337 43 06