Міжнародна програма
«ЕВРИСТИКА ТА ДИДАКТИКА ТОЧНИХ НАУК»
International program
«HEURISTICS and DIDACTICS of EXACT SCIENCES»
Международная программа
«ЭВРИСТИКА И ДИДАКТИКА ТОЧНЫХ НАУК»

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: проблеми і дослідження

DIDACTICS of MATHEMATICS:
Problems and Investigations

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ:
проблемы и исследования

Міжнародний збірник наукових робіт
International Collection of Scientific Works
Международный сборник научных работ

Випуск 20

Засновники:

Донецька школа евристики та точних наук Донецької фірми наукоємних технологій (Фірми ТЕАН) Національної академії наук України

Національний педагогічний університет ім.М.П.Драгоманова

Донецький національний університет

Інститут педагогіки Академії педагогічних наук України

Донецьк Фірма ТЕАН 2003

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р
Д44

Збірник заснований професором Юрієм Олександровичем Палантом у 1993 році.

Рекомендовано до друку Вченою радою Донецького національного університету 26.12.2003 (протокол №10).

Д44 **Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. –** Вип. 20. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2003. – 194 с. (Міжнародна програма «Евристика та дидактика точних наук»).

ISBN 966-7507-0-9 (серія)
ISBN 966-7507-11-4 (Фірма ТЕАН, Україна)

Викладено нові підходи до деяких питань методики навчання математики. Роботи присвячено використанню евристичних методів навчання, стимулюванню творчої діяльності учнів.

Изложены новые подходы к некоторым вопросам методики обучения математике. Работы посвящены использованию эвристических методов обучения, стимулированию творческой деятельности учащихся.

New approaches to some methods of training mathematics problems are described. The publications concern the use of heuristic methods in teaching sciences, stimulation of creative activity of students in the field of constructing and solving problems.

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р

ISBN 966-7507-0-9 (серія)
ISBN 966-7507-11-4 (Фірма ТЕАН, Україна)

ФОРМУВАННЯ ПРОФЕСІЙНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ В СИСТЕМІ МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ СТУДЕНТІВ ЕКОНОМІЧНОГО ПРОФІЛЮ

Л.І.Нічуговська, к.е.н., доцент, О.Г.Фомкіна, к.п.н., доцент
Полтавський університет споживчої кооперації України

Зміна освітньої парадигми на рубежі тисячоліть супроводжується суттєвими змінами в концепції вищої освіти взагалі та математичної зокрема. Це обумовлено, перш за все, необхідністю врахування фактору "старіння знань", притаманній будь-якій системі освіти. Вважається, що на початку століття період оновлення знань не перевищував 30 років і тому "... суспільство в особі одного покоління не так гостро відчувало недостатність знань, що дозволяло зберегти консервативну систему освіти" [4, с.56]. Але враховуючи, що ми живемо в епоху інтенсивного зростання науково-технічної інформації (за даними ЮНЕСКО період її подвоєння всього 2,5 роки), традиційні моделі освіти в силу інертності не встигають у процесі навчання студентів адекватно відображати сучасний стан й досягнення наук. Отже, одержання диплому про вищу освіту не гарантує випускнику постійний статус носія сучасних знань, достатніх для впровадження новітніх технологій при розв'язанні фінансових, економічних та науково-технічних проблем впродовж тривалого періоду.

І, як результат, ринок праці пропонує велику кількість вакансій, які не можуть бути заповнені випускниками в силу наявності слабкої взаємозалежності між знаннями, навичками та системою адаптаційних установок щодо майбутнього бізнес-середовища, одержаних під час навчання у ВНЗ, та вимогами до фахівців щодо системи знань, досвіду, певного рівня професійної компетентності в умовах ринкової економіки.

Цей дисбаланс обумовлений наступними факторами:

по-перше, в країні відсутня завершена концепція бізнес-освіти, в якій повинні узагальнюватись і трансформуватись тенденції розвитку світової економіки і на її основі прогнозуватись основні засади економічної освіти в

Україні. В контексті математичної освіти студентів економічного спрямування, що значною мірою обумовлює їх професійну компетентність, означає неповну відповідність математичних знань прихованим потребам майбутньої діяльності випускників, у процесі якої доцільне використання математичного інструментарію для аналізу обґрунтування та прийняття управлінських рішень у межах своєї компетенції.

По-друге, необхідно мати на увазі, що в минулому впродовж десятиріч, панував нормативний підхід до розв'язання проблем в економіці, концептуальні засади якого відображались відповідними навчальними та робочими програмами підготовки фахівців економічного профілю і сприяли формуванню у них певного типу економічного мислення. Отже, саме на такій методологічній основі і зростала, в основному, професіональна плеяда викладачів сучасних бізнес-дисциплін, що й обумовлює, на нашу, думку, існуючі певні труднощі у викладацького складу вузів у питаннях стратегічного проектування змісту економічної освіти.

Так, розробка навчальних планів та робочих програм для підготовки студентів ВНЗ для бізнес-діяльності повинна враховувати, наприклад, мінливість економічного середовища, фактор невизначеності й наявність ризику, притаманний будь-якій підприємницькій діяльності тощо та адекватно відображати можливі сценарії цієї динаміки у відповідних програмах навчання студентів з різних фахових спрямувань.

Реалізація такого підходу вимагає формування системи вимог з позицій кафедр спеціальних дисциплін до математичних знань, що і скорегувало б вектор їх розвитку в контексті існуючих потреб. Але, як правило, цього не відбувається. І як наслідок – зниження потенційних можливостей математичної підготовки студентів бізнес-спеціальностей ВНЗ. Це відбувається тому, що викладачі математичних дисциплін, підкреслимо, не будучи економістами за фахом, але володіючи численним арсеналом математичних методів, моделей тощо, намагаються ознайомити студентів з їх існуванням та озброїти методологією застосування для розв’язання різнопланових проблем (як типових, так і нестандартних), пов’язаних з професійною діяльністю майбутніх випускників вузу. При цьому, студентам пропонується широкий спектр науково-теоретичних підходів до аналізу можливих економічних проблем на основі широкого застосування:

1. імовірнісних та статистичних методів (теорія кореляційно-регресійного аналізу, дисперсійний аналіз, спеціальні методи обробки статистичних даних тощо); статичних моделей, що описують стан економічного об’єкту в певний період часу; стохастичних моделей, в яких можливе врахування фактору мінливості економічного середовища, що, в свою чергу, потребує ґрунтовних знань з “Теорії ймовірностей та математичної статистики”;
2. оптимізаційних моделей, призначених для вибору найкращого варіанту із певної кількості варіантів виробництва, розподілу та споживання, що вимагає чіткого розуміння сфери їх використання та знань відповідних процедур (постановка проблеми, аналіз вихідних даних, вибір обчислювального алгоритму, економічний аналіз результату тощо), що є сферою дисципліни “Математичне програмування”;
3. динамічних моделей, що описують взаємозалежність економічних чинників в часі та визначають можливі напрями їх динаміки із урахуванням впливу невизначеності, характерних для бізнес-середовища. Динамічні моделі, як правило, використовують апарат диференціальних та різницевих рівнянь, варіаційне числення, що ще раз підкреслює важливість знань із класичного курсу дисципліни “Вища математика”;
4. загальної методології математичних методів економічного прогнозування на основі побудови та дослідження:
   - моделей зростання (аналіз та відшукання траєкторій стаціонарного зростання заданих структурних характеристик, притаманних

певному типу економічних систем, в контексті прогнозування варіантів динаміки відхилень від стану їх рівноваги);

- балансових, сітьових моделей;
- проектування економічних ситуацій в термінах "гри з природою" (формування платіжної матриці з урахуванням економічного ризику, підбір відповідного критерію для вибору найкращої стратегії тощо), реалізація яких вимагає ґрунтовної підготовки із математичної дисципліни "Дослідження операцій".

Цей далеко не повний перелік теоретичних можливостей застосувань математичних знань підкреслює їх значущість в системі професійної підготовки фахівців з вищою економічною освітою. Але аналіз існуючої літератури з професійно-орієнтованих та спеціальних економічних дисциплін підтверджує думку про недостатньо ефективне використання математичного апарату як інструменту аналізу економічних систем.

В той же час в "Освітньо-професійній програмі вищої освіти за професійним спрямуванням бакалавра з економіки і підприємництва" вказується, що "компетенція бакалавра з економіки і підприємництва визначається високим потенціалом його фундаментальної освіти і ґрунтовною підготовкою для планово-економічної, організаційно-управлінської, аналітичної та дослідницької діяльності в галузі економіки та виробництва, у сфері послуг, в управлінні та науково-дослідних установах..." [1, с.11]. При цьому виникає ціла низка методичних проблем, пов'язаних із необхідністю трансформації теоретичних можливостей використання математичної інформації у реальні довготривалі знання, що створюють найвагомішу складову їх професійної компетентності.

Аналіз професійно-кваліфікаційних вимог до кожної з економічних спеціальностей, дозволяє виокремити такі домінуючі компоненти їх професійної діяльності як організаційно-практичну, планово-проектувальну, інформаційно-теоретичну тощо. В той же час, доцільно враховувати, що існуючі тенденції на ринку праці дещо змінюють компоненти професійного розвитку студентів у рамках сучасної економічної освіти за рахунок трансформації поняття “економічна діяльність”.

Звідси і випливає проблема, яка в термінах теорії якості відносно освітніх послуг класифікується як “відповідність прихованим потребам” майбутньої фахової діяльності у контексті сучасної організації навчально-виховного процесу студентів ВНЗ певного спрямування.

Згідно сучасних поглядів на її зміст, вона не зосереджується тільки на виробництві продукції та аналізі усіх стадій цього процесу, а фокусується на інформації та нових технологіях.

У зв’язку з цим, особливої уваги при побудові концепції математичної освіти студентів ВНЗ потребують науково-методичні напрями, що сприятимуть мінімізації відставання методичних систем і технологій навчання математичним дисциплінам від швидкості оновлення економічних знань в контексті їх потреб у математичному інструментарію.

В той же час, відомо, що наша класична педагогіка виходила із приоритетної ролі традиційно-інформаційної функції освіти. Однак, як вважає багато дослідників сучасної освіти в ній і зараз має місце “переважування непродуктивного над продуктивним, автоматичного над творчим” тощо [2, с.87].

Але, як слушно зауважує В.С.Лутай, “зараз існує величезна інформація про будь-які об’єкти нашої діяльності. Тому застосування деяких проблемно-творчих методик до цієї діяльності не гарантує нам відкриття якоїсь суттєво нової інформації про деякі об’єкти. Тобто це говорить про те, що не треба абсолютизувати тільки творчу функцію педагогіки і недооцінювати її інформативну функцію” [5, с.179].

Саме тому, виникає необхідність визначення оптимального співвідношення між традиційними та інноваційними підходами до системи навчання математичним дисциплінам студентів ВНЗ. В цьому аспекті викликає інтерес доповідь Туринської групи “Переосмислення розвитку сфери управління у Новій Європі” [3] як спроба аналізу стану справ у розвитку європейського менеджменту, вивчення основних тенденцій і проблем та відшукання реальних шляхів для покращення його якості з позицій досвіду як користувачів, так і організацій, що пропонують освітні послуги у підготовці фахівців з менеджменту.

Відзначимо, що в багатьох державах з розвинутою економікою та в пострадянських державах, традиційні лекції, практичні заняття і взагалі саме аудиторні форми навчального процесу були загальноприйнятими у ВНЗ. В той же час, слід відмітити, що популярні на Заході школи бізнесу не відмовляються від використання традиційних підходів до навчального процесу, але при цьому не вважають їх єдино можливими. Вони переконані “...що необхідно допомагати людям ефективно вчитись, замість того, щоб передавати їх непотрібні знання або давати знання без розуміння того, як використати сильні сторони їх здатності до засвоєння нового” [6, с.39].

І тому, у провідних бізнес-школах проводяться дослідження, пов’язані із намаганням модернізувати відомі моделі навчання в контексті аналізу тенденцій динаміки великих підприємств (корпорацій, фірм тощо).

В цьому аспекті викликає інтерес дослідження розвитку цілого ряду Європейських компаній, згідно якого аналізується декілька моделей навчання, а саме: навчання-викладання або контактне, навчання-наставництво, заочне або дистанційне та експериментальне навчання [7, 8]. І хоча це стосується навчання менеджменту, все-таки доцільно звернути увагу на творчий підхід в наповненні змістом кожної моделі навчання. Детальна інформація представлена на рис. 1.

Категорії навчання менеджменту

Рис. 1

Звернемо увагу на кількісний склад (у відсотках) замовників на певні категорії навчання за період 1996-2000 рр. Як бачимо, віддається перевага моделі навчання академічної орієнтації (лекції – практичні заняття – теоретичні семінари – самостійна робота – індивідуальна робота – тренінги – тестування – заліки – екзамени тощо).

При цьому дослідники Туринської групи вважають, що динаміка долі цієї форми навчання має тенденцію до стабільності в найближче десятиріччя, підкреслюючи в той же час високу ймовірність зростання інших форм навчання .

Цей факт ще раз підтверджує нашу думку, що традиції класичних форм навчання мають значні резерви ефективності, пов'язані, насамперед, з організацією та управлінням як змісту, так і форм навчання. Крім того, доцільно ще раз звернути увагу на різноманіття додаткових напрямів у реалізації професійної освіти на основі моделі "навчання-викладання", а саме:

- програма згідно потреб компаній (зв'язок теорії з практикою);
- замовлення на теоретичні курси, що методологічно обґрунтовують розв'язання проблем певного типу, характерних для даної компанії (фірми, підприємства, тощо);
- створення практичних курсів (конкретний математичний інструментарій, технологія застосування, як правило, із використанням ПЕОМ, тощо) для розв'язання поставлених завдань;
- розробка та впровадження індивідуалізованих курсів для вирішення так званих "одноразових" проблем та їх методичне забезпечення.

Творчо переосмислюючи вищевикладену інформацію і, в основному, погоджуючись з висновками експертів Туринської групи, окреслимо можливі шляхи вирішення проблеми "відповідності прихованим потребам" в контексті урахування можливої динаміки професійно-орієнтованих та спеціальних дисциплін як представницької частини економічних знань, оволодівання якими потребує все більш ґрунтовної підготовки з фундаментальних дисциплін і математичних в тому числі.

Слід відзначити, що в цьому аспекті зусиль тільки кафедри вищої математики ВНЗ явно недостатньо, адже викладачі кафедри – це кваліфіковані фахівці з математичних, а не знавці економічних дисциплін. І тому до удосконалення як методичних систем, так і технологій навчання математичним дисциплінам студентів економічного спрямування ВНЗ доцільно залучати експертів з економічних курсів та аналітиків-консультантів корпорацій (фірм, підприємств тощо).

Співробітництво такого плану надає можливість:

- одержати та оцінити зворотній зв'язок відповідності якості й змісту математичної підготовки майбутніх фахівців вимогам сучасного виробництва;
- ознайомити студентів з реально існуючими, а не надуманими проблемами їх майбутньої діяльності та створити на цій основі банк виробничих ситуацій для використання їх у навчальному процесі;
- посилити практичну спрямованість наукової діяльності обдарованих студентів, як форми творчого опанування спеціальними дисциплінами на основі математичної постановки реальної економічної проблеми, її математико-статистичного аналізу та теоретичного обґрунтування одержаних результатів;
- розвинути взаємодію між кафедрами, викладачами та експертами в галузі проектування довготривалих тенденцій розвитку бізнес-діяльності;
- сформувати систему мобільних інтегрованих курсів з математичних дисциплін для покриття існуючих та перспективних потреб вирішення проблем відповідних напряму і фаху.

Все вище означене, на нашу думку сприятиме підвищенню якості математичної підготовки студентів з бізнес-спеціальностей вищих навчальних закладів.

1. Освітньо-професійна програма вищої освіти за професійним спрямуванням бакалавра з економіки і підприємництва. Нормативи обов'язкового мінімуму змісту та рівня підготовки бакалавра. – К.: КНЕУ, 1997. – 104 с.
2. Буга О., Атанасов Н., Атанасова А. К образованию через всю жизнь // Матеріали міжнародної науково-методичної конференції "Науково-методичні проблеми управління якістю освітньої діяльності" (20-24 травня 2002р.). – Полтава, 2002. – Ч.1. – С. 56-59.
3. Доповідь Туринської групи // Постметодика . – 2001. – №4(36). – С.54-56.
4. Общевузовская научная конференция «Философия образования» // Вестник Московского университета. – Серия 7. Философия. – 1994. – №1. – С.87.
5. Лутай В.С. Філософія сучасної освіти: Навчальний посібник. – К.: Центр "Магістр-S", 1996. – 256 с.
6. P. Honey and A. Mumford. – Using Your Learning Styles, distributed by Peter Honey, Ardingly House, 10 Linden Ave., Maidenbead, Berks, 1996. – P.62.
7. Rajan A. Leading People, CREATE publications, 1996. – P.74.
8. Rajan A. Britain's Flexible Labour Market: What Next, CREATE publications, 1997. – P. 66.

Резюме. В статье рассматриваются возможности математических дисциплин в формировании профессиональной компетентности студентов экономических специальностей ВУЗов.

Summary. The opportunities of the mathematical courses in the forming of professional competent of the students of economic training are considered in this article.

Надійшла до редакції 16.09.2003 р.

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЯК ЕФЕКТИВНИЙ ЗАСІБ ФОРМУВАННЯ МИСЛЕННЯ МАЙБУТНЬОГО ФАХІВЦЯ

А.І.Дзундза, канд. ф.-м. н., доцент,
Донецький національний університет

Сучасне реформування освітньої системи в Україні спрямоване на формування творчої особистості, яка здатна вирішувати проблеми у нестандартних соціально-економічних умовах, гнучко і самостійно використовувати набуті знання у найрізноманітніших життєвих ситуаціях.

Згідно з "Положенням про освітньо-кваліфікаційні рівні", затвердженим Постановою Кабінету Міністрів України №65 від 20 січня 1998 р. набуває важливості відповідність сформованих у випускника вищого навчального закладу соціально і професійно важливих знань, умінь і навичок новим вимогам ринку праці. Відповідно до статті 15 Закону України "Про освіту" головною метою освіти повинен бути "... всебічний розвиток людини як особистості та найвищої цінності суспільства, розвиток її талантів, розумових і фізичних здібностей, виховання високих моральних якостей, формування громадян, здатних до свідомого суспільного вибору ...". Тому результат освітянської діяльності очікується не тільки у вигляді певної компетенції випускника ВНЗ – у, а також у запланованих змінах світогляду особи, її громадянської свідомості, стилю мислення, рівня культури.

За часи ринкових перетворень в океані економічної свободи захлинулися і пішли на дно цілі покоління українських бізнесменів. Але, дуже часто масштабний результат у економічній діяльності отримували інтелектуали: математики, фізики, програмісти. На наш погляд, це зрозуміло, бо успіх у професійній або підприємницькій діяльності у чималій мірі залежить від рівня розвитку соціоекономічної культури людини, яка складається не тільки з глибоких фундаментальних знань класичних наук і соціально-економічних теорій, а, крім того, здатності розмірковувати, відчувати потужності множин, вести розрахунки. Рахувати сьогодні, звичайно, вміють, всі. Але цей рахунок дуже часто обмежується вмінням виконувати арифметичні перетворення. Коли ж справа доходить до застосування математичних знань і умінь, що пов'язані з відсотковими нарахуваннями або рекурентними послідовностями, ерудиція багатьох людей дає збій. Автор може навести численні приклади, коли поважні співробітники податкових установ, бухгалтерій, банків на вступних екзаменах в університет на профільні спеціальності відчували труднощі з оперуванням поняттям відсотку від числа, з розрахунками початкових виплат із заданими кінцевими виплатами, кредитних операцій тощо. Між тим, комерційні розрахунки сьогодні не обмежуються елементарною математикою. Розрахунки, що пов'язані з кредитними операціями, роботою на біржі та з аналізом банківських потоків платежів, прогнозуванням і ризиком, не вкладаються в елементарну арифметику. І справа тут не тільки в умінні правильно побудувати колонки цифр. Сучасна економіка вимагає нового мислення, що базується чималою мірою на спеціальних економіко-математичних методах, прийомах. Відшкодування, прибуток, податок, позика, дивіденд, рентабельність – усі ці поняття, крім економічного, мають також і математичний сенс. Життя ставить усе нові й нові проблеми, «для розв'язання яких необхідно залучати „вельми високу математику” [3, 7]. Математика – мова, якою сьогодні говорить будь-яка природнича і більшість суспільних наук. Сучасна економіка, фізика, хімія, соціологія не можуть обійтися без математики. Останнім часом математика щільно увійшла і в такі науки, як правознавство, екологія, психологія, мовознавство. Сповнюються слова великого французького вченого, засновника раціоналізму Рене Декарта (1596-1650): "Будь які дослідження, що спрямовані на вивчення порядку й міри, допомагають математичному мисленню і навпаки".

Зауважимо, що серед інших соціальних наук саме економіка більш за все застосовує математичні методи. Інтегрування економіки і математики безумовно збагачує економічну науку, озброює її інструментами розрахунків, прогнозів, оцінок. Математика у свою чергу одержує стимул розвитку через відкриття нових областей застосування до різноманітних економічних і фінансових задач. Наприклад, в останні роки суттєво розвинулися ймовірнісно-статистичні ідеї і методи прикладного числення при аналізі фінансово-ринкового ризику. Класичними працями з фінансової математики стали чудові роботи Х. Марковица (H. Markowitz) і Д. Тобина (D. Tobin), за які їхні автори згодом одержали Нобелівські премії. Подальший розвиток ця теорія одержала у роботах Х. Вериана, Т. Уотшема, Л. Паррамоу, К. Аукенталера і інших учених.

Провідні російські й українські математики (переважно фахівці з теорії ймовірностей і математичної статистики) останнім часом проводять активні розробки у сфері фінансового й актуарного аналізу. Так у дослідженнях провідних російських математиків О. Мельникова, А. Первозванського, Е. Четиркина вивчаються питання стохастичного аналізу у моделях фінансових ризиків, що функціонують в умовах недетермінованості, концепції стохастичної фінансової математики, досліджуються можливості застосування до різноманітних розрахунків у стохастичній фінансовій інженерії. Вивчення студентами цих новітніх теорій у відповідних основних та спеціальних навчальних курсах безумовно сприяє розширенню наукового кругозору і становленню професійного мислення.

Зупинимося докладніше на такій якості професійного мислення сучасного фахівця як *здатність до створення математичних моделей соціально-економічних явищ*. Питанням застосування методів математичного моделювання у навчальному процесі присвячено багато досліджень вітчизняних і зарубіжних вчених (О. Аксьонова, В. Барковський, Н. Барковська, М. Годовніков, В. Колемаєв, Т. Крилова, Л. Нічуговська, Л. Хазанова, В. Федосеєв та інші).

Математичною моделлю, з формальної точки зору, можна назвати будь-яку сукупність елементів і операцій, що їх поєднують. З практичної точки зору для розвитку економічного мислення необхідними є моделі, що є ізоморфним відображенням реальних соціально-економічних об’єктів, процесів і явищ. Наприклад, співвідношення між множинами *A, B і C,* що виражається формулою $A \bigcup B = C$ це математична модель. Вона ізоморфно відображує операцію утворення однієї сукупності із двох сукупностей. У цьому сенсі операція “$\bigcup$” відповідає об’єднанню двох сукупностей в одну, а модель $A \bigcup B = C$ є ізоморфною цьому об'єднанню. При цьому, навіть не поєднуючи об'єкти фізично і не вивчаючи окремі елементи сукупностей A і B, можна прогнозувати склад сукупності C.

Цей елементарний приклад пояснює загальний математичний метод пізнання. Він складається з побудови для досліджуваного об'єкта, процесу чи явища ізоморфної математичної моделі (на основі елементів і операцій операційної системи), вивчення цієї математичної моделі (для чого знадобиться здійсненність використовуваних у ній операцій) і переносу у силу ізоморфізму результатів, що отримані для моделі, на вихідний досліджуваний об'єкт. У цьому напрямку математика не тільки створила свої різноманітні внутрішні моделі алгебри, геометрії, функцій комплексного змінного, диференціальних рівнянь тощо, але і допомогла природознавству і соціоекономіці у побудові визначних математичних моделей економіки, механіки, електродинаміки, хімічної кінетики, тяжіння, імовірностей, логічного висновку тощо. У створенні моделей математика часто випереджала потреби природознавства і економіки.

Рис. 1 Схема універсального математичного методу пізнання

Реалізація універсального математичного методу пізнання і є, очевидно, *основною метою і завданням сучасної математики.* Вона включає, у першу чергу, пізнання економічних і соціальних явищ через створення математичних моделей. Особливостями соціоекономічного середовища як об'єкту математичного моделювання є, по-перше, неможливість "подібного конструювання" як у техніці. Не можна побудувати точну копію економічного процесу у якомусь масштабі, і за допомогою цієї копії прокручувати різні варіанти економічних дій. По-друге, в економіці є обмеженими можливості локальних дій, оскільки всі її складові тісно взаємопов'язані. Саме тому математичне моделювання є чудовим інструментом наукових досліджень економічних процесів. Зокрема моделювання безумовно стане у пригоді людям, що відповідають за управління складними соціально-економічними системами. Як правило, модель служить засобом, що допомагає у поясненні, усвідомленні чи удосконаленні системи. Модель об'єкта може бути точною копією цього об'єкта чи відображати деякі характерні його властивості в абстрактній формі. Моделювання дозволяє логічним шляхом прогнозувати наслідки альтернативних дій і досить об'єктивно показує, якій із них варто віддати перевагу. Математична модель може використовуватися традиційним способом, наприклад, для одержання якогось часткового рішення, але у сфері управління складними соціально-економічними системами вона найбільше успішно застосовується для *імітаційного моделювання.* Імітація (від лат. imitatio – наслідування) – це відтворення за допомогою моделі тієї чи іншої реальної ситуації, її дослідження і вибір найбільш точного рішення. Імітаційне моделювання ґрунтується, головним чином, на теорії складних систем, теорії ймовірностей і математичній статистиці. Але у той же час імітаційне моделювання й експериментування, як і саме управління, багато у чому залишаються творчими процесами. Власне імітаційне моделювання складається з конструювання математичної моделі реальної системи і постановки з її допомогою експериментів, що дозволяють оцінити різні стратегії поведінки й прийняття рішень. Науково обґрунтована теорія управління фактично являє собою набір методів поповнення відсутньої інформації про керований процес, а точніше кажучи, про те, якою буде поведінка об'єкту управління при обраному впливі.

Людству завжди хотілося знати своє майбутнє, тому з найдавніших часів створювалися різні методи прогнозування. Деякі з них одержали чітке обґрунтування і широко використовуються у науковій і соціально-економічній сфері. Це методи математичного прогнозування, яке, умовно кажучи, задає формальну залежність між значеннями параметрів на вході об'єкту чи процесу і вихідних параметрів. При математичному прогнозуванні абстрагуються від конкретної природи об'єкту і процесів, що відбуваються у ньому, і розглядають тільки перетворення вхідних величин у вихідні. У залежності від виду системи і конкретних цілей, що ставляться при аналізі, існують різні методи опису систем, тобто існує багато різних підходів до математичного прогнозування і системного аналізу соціально-економічних явищ. В основі кожного підходу лежать ті чи інші уявлення, якийсь основний набір ідей і теоретичних передумов, або, як зараз прийнято говорити, визначена концепція.

Розглянемо ще одну важливу обставину. Зручність математичного моделювання не тільки в його простоті й універсальності. Математична формула моделі дозволяє залучити для аналізу найрізноманітніших економічних ситуацій електронно-обчислювальну техніку і отримати важливі розв’язання за допомогою потужного помічника – комп’ютера. Останнім часом реальні можливості математичного моделювання значно розширилися через розвиток комп’ютерних і інформаційних технологій. Одним із могутніх програмних засобів забезпечення математичного моделювання систем будь-якого призначення є інтегрований пакет *MathCAD,* є й інші автоматизовані системи чисельних і аналітичних розрахунків, що мають адаптований інтерфейс і великі обчислювальні можливості. Прикладами таких математичних пакетів є *Derive, MATLAB, Maple. Malhematica, SPSS, Statistica.* Крім них мається багато вузько спеціалізованих пакетів.

Кожний із економіко-математичних методів моделювання, подібно різноманітним інструментам, що знаходяться у розпорядженні спеціаліста, має свою сферу застосування. Елементарна математика і початки аналізу (рівняння, функції і графіки) застосовуються для економічних розрахунків, що пов'язані з визначенням частин, відсотків матеріальних ресурсів, складанням пропорцій, обліком грошей, обчислюванням прибутків, податків, рентабельності тощо. Арифметичні й геометричні прогресії дозволяють вести розрахунки, пов'язані з послідовностями фінансових платежів і об'єктів (наприклад, так звані "піраміди"). Комбінаторика дає можливість визначити число результатів, що виникають при різноманітних комбінаціях економічних об'єктів, їх перестановках і розміщеннях. Геометрія призначена для обчислювання, що пов'язане з просторовими відносинами і формами об'єктів. Теорія ймовірностей обґрунтовує економічні розрахунки у явищах випадкового характеру. Математична статистика забезпечує збір, обробку й аналіз економічних статистичних матеріалів тощо.

Застосування економіко-математичного моделювання дозволяє реалізувати у навчальному процесі цілісну концепцію формування пізнавальних орієнтирів, яка передбачає через змістовний аналіз математичного або економічного поняття, засвоєння його на низці різноманітних прикладів, підключення студентів до самостійних досліджень суттєвих ознак поняття. Мова йде про сприйняття і обробку інформації, класифікацію часткових понять в узагальнені категорії. Це передбачає орієнтацію змісту навчання на вивчення математичної теорії у процесі рішення задач, що мають реальні застосування, на формування у студентів навичок самостійної дослідницької діяльності, розвиток універсальних навичок планування і раціоналізації своєї діяльності.

Одним із основних засобів, який створює придатні умови для застосування методів економіко-математичного моделювання у навчальній діяльності, є використання задач прикладного економічного змісту. Під задачею прикладного економічного змісту розуміють математичну задачу, фабула якої розкриває можливості математичного аналізу навколишньої соціально-економічної реальності, знайомить з формами застосування результатів дослідження в організації сучасного виробництва, у сфері обслуговування, у побуті, при виконанні складних операцій тощо. На жаль, задачі прикладного економічного змісту, які є наявними у підручниках і наукових посібниках найчастіше не відповідають реальним соціально-економічним умовам, вони містять штучні ситуації, „яких насправді не буває ні в життєвій практиці, ні в тих галузях науки чи виробництва, до яких належить задача" [1, 6]. Зміст цих задач потребує істотного уточнення і збагачення. Останнє може бути досягнуто через застосування задач на обчислення значень величин, що зустрічаються у соціально-економічній діяльності; побудову діаграм, графіків; обґрунтування і застосування емпіричних формул; складання розрахункових таблиць; виведення формул залежностей, що зустрічаються у соціально-економічній практиці. Зауважимо, що задачі обґрунтування, і застосування емпіричних формул знаходять широке застосування у соціально-економічній діяльності. Емпіричні формули не є результатом строгого математичного висновку; їхня придатність для практичних цілей підтверджується практикою. Особливий інтерес викликає пошук таких формул, їхнє обґрунтування з застосуванням реальних знань.

Ми розробили декілька електронних комплексів (ЕК) за допомогою яких засобами математичної теорії ефективно поглиблюються навички економіко-математичного моделювання, інтелектуальний потенціал, розумові здібності студентів. Ці комплекси надають можливість спочатку повторити теоретичний матеріал, після чого закріпити знання через самостійне розв'язання практичних завдань, що потребує у тій чи іншій формі створення математичної моделі економічної проблеми. Досить багато теоретичного матеріалу стосується тлумачення фінансових і економічних понять, пояснення сутності банківських операцій, виявлення закономірностей таких процесів як інфляція, депозитне накопичення тощо.

Короткі висновки. Необхідність формування нової соціально-економічної системи в Україні потребує спеціалістів принципово нового типу, здатних до самостійних постановок професійних задач, творчого пошуку оригінальних рішень у нестандартних ситуаціях, мобільної участі у будь яких сферах економічної діяльності (організація торгівлі цінними паперами, відкриття і керівництво функціонуванням недержавних пенсійних фондів, розрахунки ризиків інвестиційної діяльності, актуарна (страхова) діяльність тощо). Майбутні фахівці – менеджери, інженери, економісти, фінансисти, актуарії, перед якими стоять задачі реформування економіки країни саме сьогодні навчаються у вищій школі. За роки навчання вони повинні набути достатній науковий, професійний і інтелектуальний потенціал, такі якості соціоекономічного мислення, що є необхідними для успішного розв'язку поставлених суспільством задач. Для вирішення зазначених проблем може бути з успіхом використаною математична освіта. В. Сухомлинський писав: "Математичне мислення – це не тільки розуміння кількісних, просторових, функціональних залежностей, але й своєрідний підхід до реальності, метод моделювання фактів і явищ, спосіб міркування" [2, 4].

Цілісне дослідження сучасного соціально-економічного середовища, природно включає, як необхідний інструмент – побудову математичних моделей. Застосування математичних методів і моделей в економіці дозволяє, по-перше, виділити і формально описати найбільш важливі, істотні зв'язки економічних змінних і об'єктів, що припускає високий ступінь абстракції. По-друге, з чітко сформульованих вихідних даних і співвідношень методами дедукції можна одержати висновки, що є адекватними досліджуваному об'єкту. По-третє, методи математики дозволяють індуктивним шляхом одержувати нові знання про економічні об'єкти: оцінювати форму і параметри залежностей його змінних, що найбільшою мірою відповідають наявним спостереженням. Нарешті, четверте, використання мови математики дозволяє точно і компактно викладати положення економічної теорії, формулювати її поняття і висновки. Перспективи подальших розвідок у напрямку нашого дослідження ми вбачаємо у розробці цілісних технологій навчання, які засновані на застосуванні методів економіко-математичного моделювання.

1. Слєпкань З.І. Проблеми особистісно орієнтованої математичної освіти учнів середньої школи // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. збірник наук. робіт. – Вип.19. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2003. – С.3-9.
2. Сухомлинский В.А. об умственном воспитании/ Сост. М.И. Мухин. – К.: Рад.школа, 1983. – 224с.
3. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. – М.: Фазис, 1998. – 498с.

Резюме. Автор анализирует современные процессы интегрирования экономики и математики, исследует способы применения экономико-математического моделирования в учебном процессе.

Summary. Author analyses modern economical and mathematical integrational processes, searches methods of introducing economical and mathematical formation in the process of education.

Надійшла до редакції 28.08.2003 р.

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ ПРИ ИЗЛОЖЕНИИ КУРСА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТАМ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Н.С.Тю, доктор физ.-мат. наук, доцент,
Донецкий национальный технический университет

1. Введение

Современная экономическая наука характеризуется широким использованием математики. Помимо традиционных её приложений, которые составляют классическую теоретическую экономику (математическое программирование, исследование операций, теория игр) [13], в настоящее время математические методы широко используются для экономического анализа финансовых рынков [1], при принятии решений в условиях неопределенности и риска [2] и т.д. В последние годы также предпринимаются успешные попытки построения математических моделей современной экономики с помощью методов теоретической физики [3, 14].

В свете сказанного, безусловно, большое значение имеет хорошая математическая подготовка будущих экономистов, которая давала бы им возможность математическими методами исследовать широкий круг новых экономических проблем, успешно применять современную вычислительную технику и использовать полученные теоретические результаты на практике. Для реализации этой задачи в последние годы издано много новых хороших учебников и учебных пособий (см. например [4, 5]), в которых с различной степенью строгости и полноты изложены вопросы, необходимые для качественного обучения математике студентов–экономистов. Значительное место в этих книгах составляют примеры и упражнения, среди которых особый интерес вызывают задачи с экономическим содержанием. Цель настоящей статьи – обсудить методику изложения такого рода задач при чтении лекций по курсу «Высшая математика» студентам экономических специальностей.

2. О подборе прикладных задач

Как известно, решение задач является неотъемлемой частью обучения математике. Собственно в высших учебных заведениях этому целиком посвящены практические или семинарские занятия, на которых отрабатывается теоретический материал и методы решения задач, изложенные на лекциях. Однако решение задач и на самих лекциях, как правило, занимает значительную часть времени, отводимого на этот вид обучения. Роль этих задач является двоякой. С одной стороны, они иллюстрируют основные положения и выводы теории, а с другой – служат образцами решения конкретных математических задач.

Что касается задач с практическим содержанием, то, как справедливо отмечалось в [6], их решение не является целью общего курса математики. Это обстоятельство связано с тем, что всякая задача прикладного характера формулируется в рамках какой-то определённой математической модели. Описание этих моделей требует, во-первых, специальных знаний, которыми ещё не владеют студенты младших курсов, а во-вторых, это практически невозможно сделать лектору в рамках времени, отводимого учебными планами на математику. В известном учебнике по дифференциальным уравнениям [7] в качестве приложения математической теории рассматриваются задача об устойчивости регулятора Уатта, решенная в конце XIX века А.В.Вышнеградским и анализ работы лампового генератора, данный А.А.Андроновым. Понимание математических моделей этих задач требует серьёзных специальных знаний по теоретической механике и радиоэлектронике. В качестве примера из экономики можно привести модель межотраслевого баланса Леонтьева, формулировка которой требует многих экономических понятий, которые ещё не изучались студентами.

По этой причине систематическим обучением составлению моделей, их математическому описанию и решению соответствующих уравнений должны заниматься соответствующие специализированные кафедры на старших курсах. Вместе с тем, опыт преподавания математики показывает, что удачно подобранные задачи прикладного характера всегда вызывают значительный интерес у студентов младших курсов, так как они на конкретных примерах показывают роль и значение математики для избранной специальности, поэтому решению простейших практических задач на лекциях, по нашему мнению, необходимо уделять должное внимание.

Изучение математики, обычно, начинается с первого курса обучения, поэтому какими-либо знаниями по избранной специальности студенты, как правило, ещё не обладают. В связи с этим, выбираемая для изложения на лекции задача, безусловно, должна быть достаточно простой, доступной для понимания вчерашних школьников. После формулировки задачи, перед тем как приступить к её решению, целесообразно пояснить и уточнить понятия, которые встречаются в задаче. Далее, при решении поставленной задачи необходимо использовать те математические методы, положения и выводы, которые только что были изложены на лекции. Кроме того, предварительные математические сведения, требуемые для решения задачи и выходящие за рамки школьного курса математики, должны быть уже изучены на предыдущих лекциях и проработаны на практических занятиях. И, наконец, после решения задачи полезно кратко сформулировать положения и выводы, вытекающие из этого решения.

Ниже, в качестве иллюстрации рассмотрены две задачи, которые могут быть изложены в разделе «Дифференциальное исчисление» курса «Высшей математики» для студентов всех экономических специальностей. Одна из них касается «правила 70», согласно которому время удвоения некоторой величины, меняющейся по закону сложных процентов, определяется делением числа 70 на r, где r – процентный рост указанной величины за единицу времени [8]. Вторая задача относится к оптимальному планированию производства и является по существу задачей нелинейного математического программирования. Она может быть рассмотрена на лекции по теме «Абсолютный экстремум функции многих переменных».

Структура изложения этих задач в данной статье такова. Вначале кратко приводятся математические сведения, необходимые для решения задачи, потом формулируется сама задача и затем излагается её решение. В конце каждой задачи дано её обсуждение.

3. Дифференциал функции и «правило 70»

3.1. Дифференциал функции и его применение к приближённым расчетам. Пусть функция $y = f(x)$ определена в некоторой точке a и её окрестности. Если в этой точке $f(x)$ имеет конечную производную, то её приращение может быть представлено в виде:

$$\Delta y = dy + \omega\,(a, \Delta x), \tag{1}$$

где $dy = f'(a) \cdot \Delta x$ – дифференциал этой функции, а $\omega\,(a, \Delta x)$ – бесконечно малая более высокого порядка, чем приращение аргумента Δx при $\Delta x \to 0$.

При малых значениях Δx приращение функции приближенно равно её дифференциалу: $\Delta y \approx dy$. Учитывая, что $\Delta y = f(a + \Delta x) - f(a)$, отсюда получаем:

$$f(a + \Delta x) \approx f(a) + f'(a) \cdot \Delta x. \tag{2}$$

Эта формула удобна для приближенного вычисления значения функции $f(a + \Delta x)$ по известным значениям функции и её первой производной в точке *a*. Например, для логарифмической функции $y = \ln x$ при a=1 имеем:

$$\ln(1 + \Delta x) \approx \Delta x, \tag{3}$$

так что $\ln 1.1 \approx 0.1$, $\ln 1.02 \approx 0.02$ и т.д.

3.2. Величины, меняющиеся по закону сложных процентов. Рассмотрим некоторую величину *S*, зависящую от времени *t*, при дискретных значениях $t = 0;\ 1\tau;\ 2\tau;\ 3\tau;\ldots;\ k\tau$, где τ – некоторая единица времени, например, один год. Значения *S* при этих *t*, которые мы обозначим $S_0,\ S_1, \ldots,\ S_k$, очевидно, образуют конечную последовательность $\{S_n\}$. Многие величины, описывающие окружающую нас действительность (численность человеческой популяции, количество бактерий в культуре, число радиоактивных ядер, сумма банковского вклада на депозите и т.д.), меняются со временем так, что прирост этой величины $\Delta S_n = S_n - S_{n-1}$ прямо пропорционален значению этой величины в предыдущий момент времени S_{n-1}. Пусть ΔS_n составляет r % от S_{n-1}:

$$S_n - S_{n-1} = \frac{r}{100} S_{n-1}. \tag{4}$$

Отсюда находим $S_n = S_{n-1} \cdot (1 + \frac{r}{100})$, т.е. каждый член указанной выше последовательности, начиная со второго, получается из предыдущего умножением на постоянное число. Следовательно, последовательность $\{S_n\}$ является геометрической прогрессией с первым членом S_0 и знаменателем $q = (1 + r/100)$, поэтому выражение для её члена с номером n имеет вид:

$$S_n = S_0 \cdot (1 + \frac{r}{100})^n . \tag{5}$$

Это соотношение называется **формулой сложных процентов**, которая часто используется в экономических расчетах [9]. Положив в (5) $n = t/\tau$ получим формулу:

$$S(t) = S_0 \cdot (1 + \frac{r}{100})^{t/\tau} \tag{6}$$

которую с определённой степенью точности можно считать справедливой при произвольных значениях *t*.

3.3. Задача I. Согласно данным ООН, численность населения Земли к началу 1975 г. составляла 4 млрд. человек и ежегодно возрастала на 2%. Предполагая темпы роста населения неизменными, определить в каком году население Земли станет равным 8 млрд. человек.

Решение. Найдем время T, за которое численность населения Земли удвоится и станет равным 8 млрд. человек. Подставив $S(T) = 2S_0$ в (6), где S_0 – число людей, живших на Земле в 1975 году, и сократив обе части равенства на S_0, получим показательное уравнение, откуда логарифмированием находим:

$$T = \tau \frac{\ln 2}{\ln (1 + r/100)} \tag{7}$$

Поскольку $r/100 = 0.02$ мало по сравнению с единицей, воспользуемся формулой (3). При этом в числителе формулы (7) появится произведение

$100 \cdot \ln 2 = 69.31\ldots$, которое удобно заменить числом 70. В результате приближённо получим:

$$T = \tau \frac{70}{r} \tag{8}$$

В данной задаче $r = 2\,\%$, поэтому $T = 35$ лет. Следовательно, население Земли составит 8 млрд. человек примерно в 1975+35=2010 году.

Замечание. Формула (8) представляет собой **«правило 70»**: время удвоения некоторой величины, меняющейся по показательному закону (6), приближенно равно числу 70, деленному на процентный рост указанной величины за единицу времени.

3.4. Обсуждение задачи I. Рассмотренная выше задача с математической точки зрения является весьма простой. Соответствующее показательное уравнение, к которому она сводится, должны уметь решать учащиеся старших классов средних общеобразовательных школ. Однако, приближённое вычисление $\ln(1 + r/100)$ и вывод формулы (8) уже требует инструмента приближённых вычислений – дифференциала функции.

Понятия сложных и простых процентов, по нашему мнению, можно было бы напомнить на лекции «Функции и последовательности» в качестве примеров геометрической и арифметической прогрессий, которые находит широкое применение на практике. Целесообразно также после изложения второго замечательного предела в разделе «Теория пределов и последовательностей» рассмотреть задачу о непрерывном начислении процентов, как это сделано, например, в учебнике [6]. В разделе «Дифференциальные уравнения», после решения той же задачи о численности населения Земли, было бы полезно снова вернуться к функциям экспоненциального роста, дискретным частным случаем которых являются сложные проценты. И, наконец, вопрос о точности «правила 70», который сводится к задаче о приближенном вычислении значений экспоненциальной функции, может быть рассмотрен в теме «Применения степенных рядов».

Таким образом, важнейшее для экономики понятие сложных процентов и различные его обобщения и приложения будут всесторонне рассмотрены в течение всего курса высшей математики.

4. Абсолютный экстремум функции многих переменных и оптимальное планирование производства

4.1. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области. Пусть дана функция двух переменных $z = f(x, y)$. Имеет место следующая теорема.

Теорема Вейерштрасса. Если функция $z = f(x, y)$ определена и непрерывна в некоторой ограниченной, замкнутой области D, то в точках этой области она достигает своего наибольшего M и наименьшего m значений.

Числа $M = \max\limits_{(x,y)\in D} f(x, y)$ и $m = \min\limits_{(x,y)\in D} f(x, y)$ называются **абсолютным экстремумом** функции.

Доказательство этой теоремы довольно громоздко, поэтому его мы не приводим. Отметим лишь, что экстремальные значения функция может достигать либо в граничных точках области D, либо в её внутренних точках. В последнем случае, очевидно, это будут точки локального экстремума. Отсюда вытекает алгоритм нахождения абсолютного максимума и минимума функции в ограниченной и замкнутой области D.

Для того чтобы найти M и m надо:

1) определить критические точки функции $f(x, y)$, принадлежащие области D, и вычислить значения $f(x, y)$ в этих точках;
2) вычислить экстремумы функции на границе области D;
3) среди полученных значений функции выбрать наибольшее и наименьшее число.

Если граница области D задана уравнением $\Psi(x, y) = c$, где c -

некоторая константа, то можно из этого уравнения выразить одну переменную через другую и подставить её в целевую функцию. Тогда отыскание экстремума на границе области D сведётся к определению абсолютного экстремума функции одной переменной.

4.2. Математическое программирование и его задачи. Многие задачи экономики сводятся к отысканию экстремума функции $z = f(x_1, x_2, ..., x_n)$, которая называется целевой. При этом на переменные $x_1, x_2, ..., x_n$ накладываются ограничения, задаваемые системой неравенств вида:

$$\begin{cases} g_1(x_1, x_2, ..., x_n) \le b_1, \\ g_2(x_1, x_2, ..., x_n) \le b_2, \\ .... \\ g_m(x_1, x_2, ..., x_n) \le b_m, \end{cases} \tag{9}$$

где $b_1, b_2, ..., b_m$ – действительные числа. Решением задач такого рода занимается раздел математической экономики, который называется математическим программированием [10]. В зависимости от свойств функций f и g_i математическое программирование подразделяется на ряд самостоятельных дисциплин. В частности, если f и g_i являются линейными функциями переменных $x_1, x_2, ..., x_n$, то соответствующая задача относится к задачам линейного программирования.

Теорема. Пусть неравенства (9) в n - мерном пространстве переменных $x_1, x_2, ..., x_n$ определяют некоторую ограниченную, замкнутую область D. Тогда, если целевая функция $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ линейна по своим переменным

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = c_0 + c_1 x_1 + c_2 x_2 + ... + c_n x_n, \tag{10}$$

причем

$$c_1^2 + c_2^2 + ... + c_n^2 \ne 0, \tag{11}$$

то эта функция достигает своего абсолютного экстремума на границе области D.

Доказательство. Действительно, частные производные

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = c_i \quad (i = 1, 2, ..., n),$$

в силу условия (11), одновременно в нуль не обращаются, поэтому данная функция локального экстремума не имеет. Следовательно, абсолютный экстремум линейная функция достигает в граничных точках области D.

Заметим, что в случае двух переменных $x = x_1$, $y = x_2$ геометрическая интерпретация этой теоремы весьма наглядна. Целевая функция $z = c_0 + c_1 x + c_2 y$ в трёхмерном пространстве $OXYZ$ описывает плоскость, которая в силу условия (11) не параллельна координатной плоскости XOY. И если область изменения переменных лежит в ограниченной замкнутой области, то, очевидно, что наибольшее и наименьшее значения целевая функция достигает в точках, лежащих на границе этой области.

4.3. Задача[1] **II.** Кривая производственных возможностей авиационного завода описывается уравнением $100x^2 + 25y^2 = 2500$, где x и y – количество произведённых самолётов и вертолётов. На рынке их стоимости составляют 3 млн. и 2 млн. гривень соответственно. Составить такой план производства, при котором прибыль, полученная заводом, будет максимальной.

Решение. Поделив обе части уравнения кривой производственных возможностей на 2500, приведем его к виду:

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{100} = 1. \tag{12}$$

Это уравнение показывает, какое максимальное количество изделий x и y может произвести предприятие при его полной загрузке. Например, если оно построит пять самолётов $(x = 5)$, то, как следует из (12), авиазавод из-за ограниченности своих возможностей вертолеты изготовить уже не сможет $(y = 0)$. Уменьшив производство самолётов до четырёх $(x = 4)$,

1. Приведённые в задаче числовые данные являются условными.

благодаря освободившимся ресурсам предприятие способно будет произвести шесть вертолётов $(y=6)$.

В задаче требуется составить такой план производства (x, y), чтобы прибыль авиазавода $z=3x+2y$ (млн. гривень) была максимальной. По своему смыслу переменные x и y должны быть неотрицательными:

$$x \geq 0, \quad y \geq 0. \tag{13}$$

Кроме того, предприятие по каким-либо причинам может производить продукцию ниже своих предельных возможностей, поэтому переменные x и y должны удовлетворять неравенству

$$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{100} \leq 1. \tag{14}$$

На плоскости XOY система неравенств (13),(14) определяет замкнутую выпуклую область, ограниченную осями координат и частью эллипса с полуосями $a=5$ и $b=10$. Поскольку целевая функция задачи является линейной, а область D ограниченной, то согласно теореме об абсолютном экстремуме линейной функции, наибольшее значение функция $z=3x+2y$ может достигать или на отрезке OA, или на отрезке OB, или на кривой производственных возможностей BCA.

На отрезке OA: $y=0$, поэтому $z=3x$, $x \in [0; 5]$. Следовательно, $z_{\max}(x; y=0)=z(A)$=15.

На отрезке OB: $x=0$, поэтому $z=2y$, $y \in [0; 10]$. Значит $z_{\max}(x=0; y)=z(B)$=20.

И, наконец, на кривой BCA: $y=2\sqrt{25-x^2}$, поэтому $z=3x+4\sqrt{25-x^2}$, $x \in [0; 5]$. Имеем $z'=3-4x/\sqrt{25-x^2}=0$. Отсюда $x_C=3$, $y_C=2\sqrt{25-3^2}=8$. Подставив эти значения переменных в целевую функцию, получим $z(C)=$ 25.

Таким образом, план $(x_C=3,\ y_C=8)$ является оптимальным;

максимальная прибыль, которую может получить предприятие, составляет 25 млн. гривень. Очевидно, что абсолютный минимум целевая функция достигает при $x = 0, y = 0$, когда предприятие ничего не производит.

Замечание. Если система ограничений-неравенств (9) является линейной, то замкнутая область в n-мерном пространстве представляет собой выпуклый многогранник. В этом случае линейная целевая функция (10) достигает своего абсолютного экстремума в вершинах этого многогранника или, в исключительных случаях, во всех точках одно какой-то грани. Алгоритм решения задач такого типа называется симплекс-методом [10].

4.4. Обсуждение задачи II. Перед изложением этой задачи, по-видимому, было бы целесообразно кратко рассмотреть вопрос об абсолютном экстремуме линейной функции одной переменной на замкнутом интервале. Здесь наиболее просто и наглядно учащийся может убедиться в том, что наименьшее и наибольшее значения такая функция достигает в граничных точках этого интервала. Также полезно было бы решить задачу II графическим способом при изучении темы кривые второго порядка. При этом необходимо предварительно на лекции «Прямая на плоскости» рассмотреть геометрическую интерпретацию решений линейных неравенств и уравнений. Важность оптимизационных задач, рассматриваемых в разделе «Дифференциальное исчисление», заключается в том, что они могут служить введением в трудный для восприятия студентами предмет «Математическое программирование».

Как видно из формулировки задачи II, для её понимания практически не требуется каких-то глубоких экономических знаний. Единственное специальное понятие кривой производственных возможностей может быть разъяснено в процессе решения задачи так, как это сделано выше. По нашему мнению, задача II, лишённая экономического содержания и рассмотренная как чисто математическая задача в ряду многих, которые решаются при изучении математики, принесла бы студентам меньше пользы.

5. Заключение

Примеров задач, аналогичных тем, которые рассмотрены в данной статье, можно привести ещё очень много. Все они, при удачных формулировках и изложению в соответствующих местах курса математики, вызовут живой интерес у студентов, активизируют процесс их обучения и принесут им пользу в дальнейшем при изучении отдельных разделов экономики.

Вместе с тем, обучение математике, безусловно, нельзя сводить к решению только прикладных задач, как это делается, например, в учебных пособиях [11, 12]. Если целью курса высшей математики является формирование базовых математических знаний студентов для дальнейшего изучения ими специальных дисциплин, то роль таких задач должна быть вспомогательной. Что касается реальных экономических задач, то обучение их решению с применением математических методов должно являться целью специальных курсов.

1. Уотшем Т.Дж., Паррамоу К. Количественные методы в финансах.: Учеб. пособие для вузов/ Пер. с англ. под ред. М.Р. Ефимовой. – М.: Финансы, ЮНИТИ, 1999. – 527 с.
2. Эддоус М., Стэнсфилд Р. Методы принятия решений. / Пер. с англ. под ред. член-корр. РАН И.П.Елисеевой. – М.: Аудит, ЮНИТИ, 1997. – 590 с.
3. Чернавский Д.С., Старков Н.И., Щербаков А.В. О проблемах физической экономики // Усп. физ. наук. – 2002. – 172. – №9. – С.1045-1066.
4. Высшая математика для экономистов: Учеб. пособие / Под ред. Н.Ш.Кремера. – М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1999. – 471 с.
5. Валєєв К.Г., Джалладова І.А. Вища математика: Навч. Посібник. У 2-х ч. – К.: КНЕУ, 2001. – 1002 с.
6. Кудрявцев Л.Д. Современная математика и её преподавание. – М.: Наука, 1980. – 144 с.
7. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Физматгиз, 1961. – 327 с.
8. Самуэльсон Пол А., Нордхаус Вильям Д. Экономика. – М.: Бином – КноРус, 1997. – 800 с.
9. Четыркин Е.М. Финансовая математика: –М.: Дело, 2001. – 400 с.
10. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. – М.: Высш. шк., 1975. – 270 с.
11. Колесников А.Н. Краткий курс математики для экономистов: Учебное пособие. – М.: ИНФРА-М, 1997. – 208 с.

12. Ляшенко И.Н., Ляшенко Е.И. Математика для экономистов: Учебное пособие для подготовки бакалавров экономического профиля. – Донецк, 1998. – 228 с.
13. Chiang Alpha C. Fundamental Methods of Mathematical Economics. Third Edition. – New York, Mc Graw-Hill, Inc., 1984. – 788 p.
14. Silverberg G., Verspagen B., in Evolution und Selbstorganisation in der Ekonomie (Selbstorganisation Jahrbuch fur Komplexitat in der Natur-Sozial- und Geisterwissenschaften, Bd. 9, Hrsg. F. Schweitzer, G. Silverberg) (Berlin: Duncker&Humboldt, 1998). – S. 239.

Резюме. Викладено принципи відбору прикладних задач, які можуть бути використані при читанні курсу “Вища математика” студентам економічних спеціальностей вищих навчальних закладів. Як приклад розглянуті дві задачі. Одна з них стосується “правила 70”, а інша – оптимального виробництва двох альтернативних видів товару.

Summary. The principles of selection of applied problems that can be used by teaching the students of economical professions are suggested. As the samples two problems are considered. First of them is “rule of 70” and another one concerns the optimal producing of two alternative products.

Надійшла до редакції 04.09.2003 р.

ОСОБЛИВОСТІ ОРГАНІЗАЦІЇ ПРОЦЕСУ ВИВЧЕННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ З ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ ЗІ СТУДЕНТАМИ ЕКОНОМІКО-УПРАВЛІНСЬКИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

Л.С.Пуханова, пошукач,
Донецький державний університет економіки і торгівлі ім. М.Туган-Барановського

Складний процес перебудови економічних відносин, потреба використання сучасних технологій у виробництві поставили нові завдання перед вищою школою. У цьому плані досить важливим є процес формування особистості людини, що володіє якісними професійними навичками та багатим духовним потенціалом.

Через це, невипадково, в Державній національній програмі “Освіта” мова йде про “оновлення змісту вищої освіти, впровадження ефективних педагогічних технологій; створення нової системи методичного та інформаційного забезпечення вищої школи” [8]. Це вимагає подолання старих, віджитих форм і методів навчання; позбавлення відірваності навчання від життя.

В цьому аспекті виникає необхідність посилення математичної підготовки студентів, зокрема економіко-управлінських спеціальностей, бо дисципліни математичного циклу створюють підгрунтя для фахових дисциплін, які і формують майбутнього управлінця для ринкової економіки.

Слід зазначити, що ця актуальна проблема освіти не залишилась поза увагою науковців, методистів та викладачів, про що свідчить аналіз тематики доповідей на науково – методичних конференціях та дослідження науковців – методистів [1], [4], [6], [13], [14], [16], [17].

Поряд з традиційними методами навчання математичних дисциплін у вузі необхідно виділити і реалізувати саме ті напрямки, які сприятимуть активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів, що забезпечить більш високий рівень професійної компетентності.

В цьому контексті ефективним і потужним засобом вдосконалення математичної підготовки є навчання на основі поєднання традиційних і нових навчальних технологій.

Мета даної статті познайомити з перевіреною досвідом методикою навчання теорії ймовірностей та математичної статистики студентів економіко-управлінських спеціальностей на основі поєднання традиційних і нових навчальних технологій. На даний момент, на жаль, у періодичних виданнях, науково-педагогічній літературі немає широко оприлюднених матеріалів стосовно цієї проблеми.

Власний досвід та результати експерименту дають підставу стверджувати, що лекція є однією з ефективних форм вивчення теоретичного матеріалу в вищій школі. Ця думка знаходить обґрунтування в дослідженнях А.М.Алексюка, А.І.Богомолова, Є.С.Вентцель, Б.В.Гнеденка, Л.В.Канторовича, А.Г.Пінскер та інш. [2], [3], [5], [7], [12].

Вчені-математики наголошують на таких позитивних якостях лекцій:

1. Лекція (порівняно з підручниками) має значно більші можливості

врахування специфіки аудиторії, новітніх наукових досягнень.

2. Живе слово, інтонація, міміка та жести викладача створюють неповторне емоційне забарвлення, справляють емоційний вплив на слухача.
3. Прямий контакт з аудиторією посилює увагу слухачів.
4. Під час лекцій можлива критична оцінка матеріалу.
5. Лекція дає можливість економити час: за дві академічні години студент отримує інформації, на самі тільки пошуки якої довелося б витратити набагато більше часу.

Аналіз підходів до визначення лекційного методу, власні дослідження дозволяють уточнити це поняття. Лекція – це логічно витриманий, системно послідовний комплекс усних методів навчання (інформаційне повідомлення, пояснення, розповідь, бесіда), спрямований на реалізацію студентами репродуктивної, продуктивної та творчої активності. Таке визначення лекції важливе тому, що по–перше, в ньому наголошується, що лекційний метод поєднує в собі низку усних методів навчання; по-друге, це поєднання має бути логічно витриманим і системним; по-третє, виконана спроба розгляду лекції крізь призму навчально-пізнавальної активності, що зумовлює як відповідну її будову, так і відбір змісту навчального матеріалу.

На сучасному етапі лекції інформативного характеру втратили своє виняткове значення, яке вони мали в умовах традиційного навчання. Перевага надається концептуально – аналітичним, проблемним, оглядовим та настановчим лекціям. Широко використовуються такі типи лекцій, як: лек-ції-бесіди (діалог з аудиторією), лекції з елементами колективного дослідження, лекції з аналізом конкретних ситуацій та ін. (рис. 1).

Наведемо фрагмент лекції з теорії ймовірностей, в якій поєднуються елементи вказаних типів лекцій. Тема лекції: “Формула повної ймовірності і формула Байєса”.

Лекцію викладач починає з бесіди, в якій обов’язково розкриває важливість вивчення даної теми та аспекти її використання для розв’язування задач в майбутній діяльності студентів економіко-управлінських спеціальностей. А саме:

– У сфері банківської діяльності одним із важливих процесів є процес кредитування. Чому? Тому, що при видачі кредиту (або позички) завжди є побоювання того, що клієнт не поверне кредит. Звичайно, повернення кредиту можна зажадати через суд, але в багатьох ситуаціях банки не йдуть цим шляхом тому, що це впливає на престиж і авторитет банку. З іншого боку, неповернення кредиту – це прямі втрати банку, що цілком можуть позначитися на його фінансовій стабільності, і навіть привести до банкрутства. Тому запобігання неповернення кредиту є важливою управлінською задачею.

Після вступу викладач залучає студентів до діалогу з'ясовуючи, які методи зменшення ризику неповернення кредиту їм вже знайомі з фахових дисциплін.

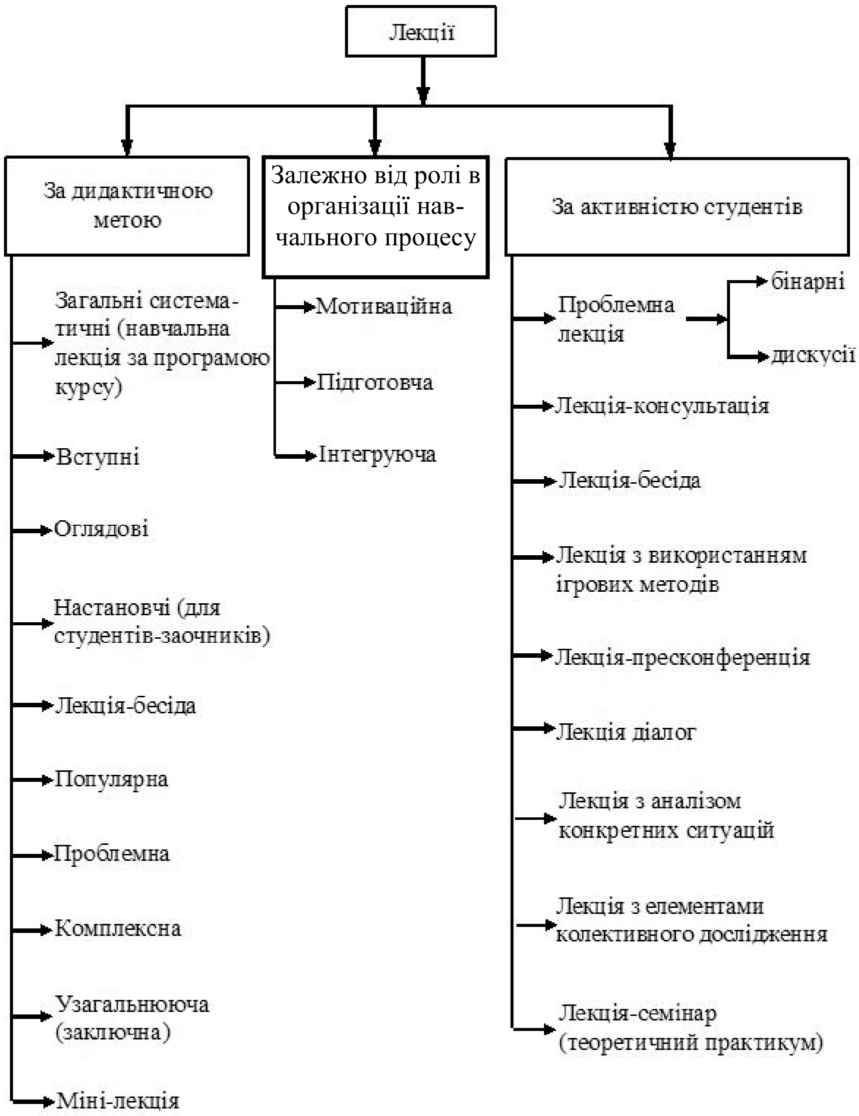


Рис. 1 Класифікація лекцій як форм навчання у вищому навчальному закладі

Після обміну думками студенти встановлюють, що з курсів спеціальних дисциплін вони вже знають про існування цілої системи забезпечення надійності повернення кредиту:

1) класифікація клієнтів, що взяли кредит;
2) ведення кредитної історії;
3) застава;
4) наявність інструкції стосовно видачі кредиту і повноважень на видачу;
5) страхування неповернення і т.д.

Але, зазначає викладач, крім перерахованих методів існують спеціальні кількісні математичні методи по оцінюванню надійності кредитних проектів. Один з таких методів передбачає використання формули повної ймовірності для визначення усередненої оцінки ймовірності повернення кредиту за сукупністю всіх кредитних проектів.

Викладач пропонує розглянути задачу зі сфери банківської діяльності.

У банк надійшов запит на кредит. Статистика запитів кредитів для банку становить:

10% – державні установи;

30% – банки;

інші – фізичні особи.

Ймовірності неповернення взятого кредиту по вказаним категоріям клієнтів відповідно складають: 0,01; 0,05; і 0,2 (це можна обчислити за базою даних статистики банку).

Необхідно оцінити ймовірність неповернення кредиту та, проаналізувавши інформацію зі статистики, розробити вигідну для банку кредитну політику.

Вигідна для банку кредитна політика – це правильне управлінське рішення, яке обов'язково ґрунтується на кількісному аналізі.

Припустимо, що банк не одержав повернення кредиту. Реєструючи цей факт, ми тим самим констатуємо настання події А.

Для пояснення події, що настала, існує кілька припущень. Позначимо ці припущення через H_1, H_2, H_3 і надалі будемо називати їх гіпотезами. Отже,

A – “неповернення кредиту”;

H_1 – “кредит державної установи”;

H_2 – “кредит інших банків”;

H_3 – “кредит фізичної особи”.

Як бачимо, події H_1, H_2, H_3 утворюють повну групу подій.

Примітка: Приведені в задачі умовні ймовірності $P(A \backslash H_i)$ у реальних умовах визначають за частотою неповернення кредиту для відповідної групи клієнтів. Наприклад, фізичні особи взяли всього 1000 кредитів і 200 не повернули. Виходить, що ймовірність неповернення кредиту для цієї категорії клієнтів $P(A \backslash H_3)$ оцінюється як 0,2. Дані 1000 і 200 беруться з бази даних банку.

Побудуємо дерево розв’язувань:

$$P(H_1) = 0.1 \to P(A \setminus H_1) = 0.01 \to P(H_1) \cdot P(A \setminus H_1) = 0.1 \cdot 0.01 = 0.001;$$

$$P(H_2) = 0.3 \to P(A \setminus H_2) = 0.05 \to P(H_2) \cdot P(A \setminus H_2) = 0.3 \cdot 0.05 = 0.015;$$

$$P(H_3) = 0.6 \to P(A \setminus H_3) = 0.2 \to P(H_3) \cdot P(A \setminus H_3) = 0.6 \cdot 0.2 = 0.12;$$

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A \setminus H_1) + P(H_2) \cdot P(A \setminus H_2) + P(H_3) \cdot P(A \setminus H_3) =$$

$$= \sum_{i=1}^{3} P(H_i) \cdot P(A \setminus H_i) = 0.001 + 0.015 + 0.12 = 0.136.$$

Розв’язування задачі можна записати за допомогою таблиці (табл. 1):

Таблиця 1

Табличний запис розв’язання задачі

Гіпотези H_i	Апріорні ймовірності $P(H_i)$	Умовні ймовірності $P(A \backslash H_i)$	Спільні ймовірності $P(H_i \cap A)$
H_1	0,1	0,01	0,001
H_2	0,3	0,05	0,015
H_3	0,6	0,20	0,120
Сума	1,0	–	0,136

Тепер узагальнимо отриману формулу.

Отже, подія А може настати тільки в разі появи однієї з подій H_1, H_2, $H_3,\ldots,H_n$, де події H_1, H_2, H_3, … , H_n попарно несумісні, утворюють повну групу.

Тоді подія А – це $H_1 \cdot A$, або $H_2 \cdot A$, або $H_3 \cdot A$, … , або $H_n \cdot A$, тобто

$$A = H_1 \cdot A + H_2 \cdot A + H_3 \cdot A + \ldots + H_n \cdot A \text{ (рис. 2).}$$

Знайдемо ймовірність події А використавши теорему додавання для несумісних подій:

$$P(A) = P(H_1 \cdot A) + P(H_2 \cdot A) + P(H_3 \cdot A) + \ldots + P(H_n \cdot A),$$

де події H_1 і А, H_2 і А, H_3 і А, … , H_n і А – залежні.

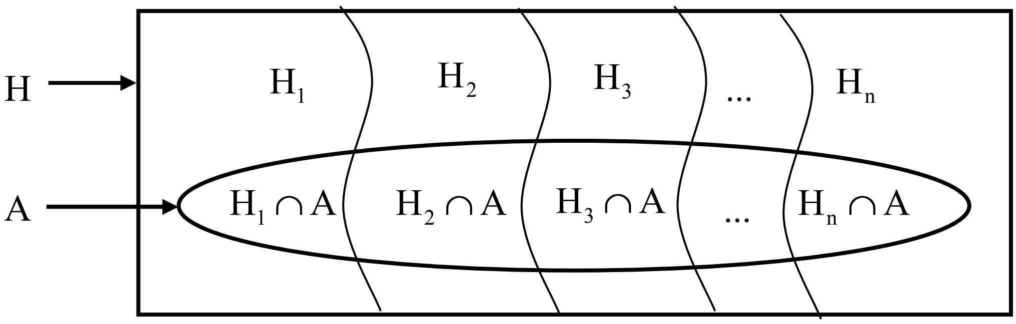


Рис. 2 Графічна ілюстрація доведення формули повної ймовірності

За теоремою множення залежних подій маємо:

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A \backslash H_1) + P(H_2) \cdot P(A \backslash H_2) + P(H_3) \cdot P(A \backslash H_3) + \ldots + P(H_n) \cdot P(A \backslash H_n)$$

$$\text{або} \quad P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i) \cdot P(A \backslash H_i).$$

Викладач повідомляє, що знайдена формула називається формулою повної ймовірності.

Студенти формулюють висновок: якщо подія А може настати тільки разом із однією з подій H_1, H_2, H_3, … , H_n, які утворюють повну групу попарно несумісних подій, тоді ймовірність події А дорівнює

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i) \cdot P(A \backslash H_i).$$

Далі викладач пропонує визначити частки ймовірностей неповернення кредиту клієнтами кожної групи за сукупністю всіх кредитних проектів. Для цього використовуємо визначення умовної ймовірності

$$P(A \cdot H_i) = P(H_i) \cdot P(A / H_i) = P(A) \cdot P(H_i / A),$$

де A і H_i – залежні події.

Звідси маємо

$$P(H_i / A) = \frac{P(H_i) \cdot P(A / H_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(H_i) \cdot P(A / H_i).}$$

Викладач інформує, що отримана формула називається формулою Байєса. Формула Байєса дозволяє переоцінити ймовірності гіпотез, тобто знайти уточнені умовні ймовірності, які називають апостеріорними.

Визначимо ймовірності неповернення кредиту для кожної категорії клієнтів:

$$P(H_1 / A) = \frac{0.001}{0.136} = 0.01;$$
$$P(H_2 / A) = \frac{0.015}{0.136} = 0.11;$$
$$P(H_3 / A) = \frac{0.12}{0.136} = 0.88.$$

За знайденими результатами викладач разом зі студентами приходять до висновку: дуже мала ймовірність неповернення кредиту для державних установ і дуже велика для фізичних осіб. На основі проведеного кількісного аналізу можна розробити вигідну для банку кредитну політику.

До ефективних методів, які активізують навчально-пізнавальну діяльність студентів на лекції, ми відносимо змістово-графічне кодування ймовірнісно-статистичної інформації за допомогою використання комп’ютерів. Кодуванню нових теоретичних знань необхідно навчати студентів за допомогою спеціальних процедур, наприклад: побудова за частотами і частками номінального ряду розподілу всіх видів полігонів, графіків, діаграм та ін.(рис. 3). Змістово–графічним формам ми віддаємо перевагу тому, що за даними психофізіології такі структури значно швидше і міцніше, ніж словесні, закарбовуються у довготривалій пам’яті людини, а також легше відтворюються і утримуються в оперативній пам’яті.

Слід підкреслити, що при комп’ютерній підтримці вивчення теорії ймовірностей та елементів статистики з використанням педагогічного програмного засобу GRAN1 жодних проблем, пов’язаних з опрацюванням статистичного матеріалу, не виникає – всі обчислення, побудови графіків (полігонів частот, гістограм, функцій дискретних чи неперервних розподілів відносних частот), визначення деяких параметрів розподілу (середнє значення, характеристики розсіювання і т.п.) комп’ютер виконує автоматично і практично миттєво – досить звернутися до відповідної послуги програми. Тому з’являється можливість основну увагу зосередити на з’ясуванні сутності явищ, які вивчаються, їхніх властивостей, причинно-наслідкових зв’язків, різноманітних особливостей окремих їх проявів. При цьому всі рутинні операції, пов’язані з виконанням обчислень та графічних побудов, перекладаються на комп’ютер [9], [10], [11].

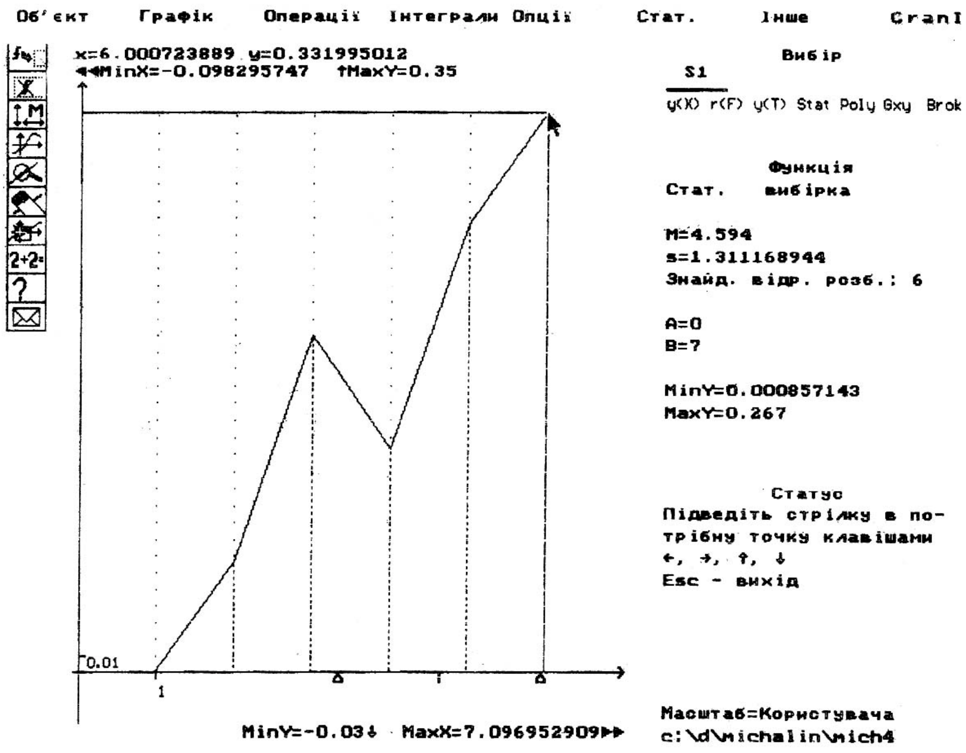


Рис.3 Полігон відносних частот

Здійснення системного, комплексного та діяльнісного підходів при викладанні лекційного курсу теорії ймовірностей та математичної статистики дозволяє більш ефективно поєднувати традиційні та нові технології навчання, що впливає на якість математичної та професійної підготовки, забезпечує розвиток інтелекту та здібностей і нахилів студентів в умовах особистісно–орієнтованого навчання [16].

1. Абрамов Г.С. Послідовна математична підготовка економістів та менеджерів // Матеріали Міжнародної наукової конференції “Сучасні проблеми математики”. –Чернівці: Рута, 1998. – С.117–119.
2. Алексюк А.М. Методы обучения и методы учения. – К.: Знание, 1980. – 48 с.
3. Богомолов А.И. О мерах совершенствования математического образования в вузах //Сборник научно–методических статей по математике. – 1974. – Вып. 4. – С.3–7.
4. Булич Э.Г. Как повысить умственную работоспособность студента// Проблемы высшей школы. – 1989.– Вып. 65. – С.10-13.
5. Вентцель Е.С. О преподавании цикла теоретико-вероятностных дисциплин во втузе// Сборник научно-методических статей по математике. – 1978.– Выпуск 8. – 63с.
6. Вторые Академические чтения “Высшее образование проблемы и перспективы развития”. – К.: Международная академия наук высшей школы, 1995. – 203с.
7. Гнеденко Б.В. О математическом образовании в вузах в период научно–технического прогресса // Сб. научно-методических статей по математике.– 1978. – Вып. 7. – 75с.
8. Державна національна програма „Освіта” („Україна XXI століття”) – К.: Райдуга, 1994. – 61с.
9. Жалдак М.І., Кузьміна Н.М., Берлінська С.Ю. та ін. Теорія ймовірностей і математична статистика з елементами інформаційної технології. – К.: Вища школа, 1995. – 352 с.
10. Жалдак М.І., Горошко Ю.В. Програма GRAN I для вивчення математики в школі й вузі: Метод. рекомендації. – К.: КПДІ, 1992. – 48 с.
11. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Елементи стохастики з комп’ютерною підтримкою: Посібник для вчителів. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2000. – 70 с.
12. Канторович Л.В., Пинскер А.Г. О математической подготовке экономистов и инженеров–экономистов // Сборник научно–методических статей. – Вып.1. – 1971.– С.27–31.
13. Клебанова Т.С. Концепція викладання дисциплін математичного циклу // Матеріали науково–методичної конференції “Методичні засади

викладання спеціальних дисциплін з професійного напрямку менеджмент для бакалаврського та магістратерського рівня” – Харків, 1996. – С.21-25.
14. Крылова Т.В. Пути повышения математической подготовки в школах и вузах // I науково-методична конференція “Методи удосконалення математичної освіти у школах та вузах”: Севастополь (2-6 жовт. 1995р.). – Севастополь: СГПУ, 1995. – С.7.
15. Никандров Н.Д. Организационные формы и методы обучения в высшей школе// Проблемы педагогики высшей школы.–Л., 1992.– С.22-29.
16. Слєпкань З.І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі. – К.: НПУ, 2000. – 210с.
17. Seagren A.T., Watwood B. Using the computer to deliver global graduate education/ Proc. ICDED'96. – Moscow, 1996. – P. 90-93.

Резюме. В статье идет речь о профессиональной направленности обучения математике, в частности теории вероятностей и математической статистике, в высшей школе. Предложены нетрадиционные приемы активизации учебно-познавательной деятельности студентов в процессе обучения теоретического материала.

Summary. In this article there in the speech about a professional orientation of study the mathematicians. This article offers some untraditional methods for activate of students instruction in mathematics at university.

Надійшла до редакції 20.06.2003 р.

ДИДАКТИЧНІ ВИМОГИ ДО ЗМІСТУ МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ СТУДЕНТІВ ВНЗ ІЗ ФАХОВОГО СПРЯМУВАННЯ “МЕНЕДЖМЕНТ”

Ю.А.Галайко, аспірантка,
Інститут педагогіки АПН України

ВСТУП. За останнє десятиріччя значно поглибилось розуміння, що сфера освіти взагалі і математичної зокрема повинна перебувати в постійній динаміці, чутко реагуючи на зміни зовнішнього середовища та адаптуючись до його потреб. Це, в свою чергу, вимагає переосмислення більшості наших уявлень про традиційну освітню практику підготовки студентів ВНЗ взагалі та з фахового спрямування “Менеджмент”, зокрема. Це обумовлено тим, що організація успішної бізнес-діяльності передбачає адекватну ринкову систему управління яка б сприяла продуктивності, динамічності, адаптивності виробництва до вимог споживачів.

В той же час серед недоліків вітчизняної системи освіти відмічається, що “...більшість керівників та спеціалістів не мають досвіду обробки емпіричних даних і фактів, та не можуть згідно конкретних спостережень зробити загальні висновки. Виробничі проблеми часто вирішуються з орієнтацією тільки на даний момент часу, що приводить іноді до непоправних наслідків” [1, с.266].

Отже, це підтверджує думку дослідників якості менеджмент-освіти, що на всіх рівнях управління відчувається дефіцит знань, досвіду та навичок аналізу в прийнятті управлінських рішень із використанням математичних методів і моделей тощо.

Тому актуальною на сьогодні є проблема теоретичного обґрунтування вимог до системи науково-методичного забезпечення організації математичної підготовки студентів ВНЗ з фахового спрямування “Менеджмент”. І перш за все це стосується її змісту.

Як відзначає Слєпкань З.І., “зміст освіти – це науково обґрунтована система дидактичного та методичного навчального матеріалу для різних освітніх і кваліфікаційних рівнів.

Зміст освіти визначається освітньо-професійною програмою підготовки, структурно-логічною схемою підготовки, навчальними програмами дисциплін, іншими нормативними актами органів державного управління освітою та вищого навчального закладу і відображається у відповідних підручниках, навчальних посібниках, методичних матеріалах, дидактичних засобах, а також при проведенні навчальних занять та інших видів навчальної діяльності” [2, с.91].

Такий широкий спектр розуміння поняття “зміст освіти” ініціював активні дослідження науковців-методистів, викладачів тощо різноманітних аспектів математичної підготовки студентів ВНЗ.

Так, наприклад, як слушно зауважив М.І.Шкіль щодо математичної підготовки в педагогічному вузі “...потрібно переносити акценти з засвоєння конкретних методик і технік на освоєння загальних способів аналізу, проектування і реалізації педагогічної діяльності на вироблення дослідницької позиції” [3, с.104].

Ґрунтовний аналіз вимог до відбору та структурування змісту математичної підготовки студентів технічних вузів розглядається в багатьох роботах [4, 5 та ін.].

Зокрема, в роботі [4] вказується, що досягнення рівня універсальності забезпечується цілями математичної освіти майбутнього інженера і тому “... математика вивчається з прикладною, практичною метою і розглядається як засіб для розв’язання інженерних питань” [4, с.41].

Різноманітним аспектом формування змісту математичної підготовки студентів економічного спрямування присвячено чимало наукових статей, доповідей та повідомлень на Міжнародних, Всеукраїнських науково-методичних конференціях тощо [6,7 та ін.].

В той же час, аналіз наукових публікацій, досліджень тощо щодо змісту математичної підготовки студентів ВНЗ з фахового спрямування “Менеджмент організацій” виявив недостатню увагу науковців-методистів, викладачів та ін. до її дослідження та модернізації згідно потреб сучасності [8,9,10,11 та ін.].

Все вищевикладене й обумовило нагальність даної публікації.

ПРОБЛЕМА. Визначення системи вимог до змісту математичної підготовки студентів ВНЗ із фахового спрямування “Менеджмент” та виокреслення можливих шляхів їх реалізації в навчальному процесі.

При розв’язанні поставленої проблеми необхідне урахування, що навчання студентів менеджерського фаху повинно бути орієнтованим, перш за все, на формування особистості з системним мисленням, з явно вираженими потребами в дієвих знаннях, якісній освіті та самоосвіті тощо.

Саме тому, доцільним є запровадження системи управління при навчанні студентів математичним дисциплінам, де діє розвиваюча педагогіка, заснована на положеннях особистісно-орієнтованої освіти та пов'язана з предметною диференціацією та індивідуалізацією навчального процесу.

Важливим при цьому є відображення в змісті математичної освіти загальних дидактичних принципів та відповідних вимог з урахуванням їх впливу на якість математичної підготовки студентів, майбутніх фахівців у галузі менеджменту.

Серед загальних дидактичних принципів, що характеризують закони навчання будь-якій дисципліні у відповідності з цілями виховання та освіти, більшість педагогів виділяють наукову достовірність, системний підхід та систематичність викладу, зв'язок теорії з практикою, свідомість і самостійність навчання, доступність, міцність знань і умінь, єдність наукового і навчального процесу, творчу активність тощо. Їх реалізація в процесі навчання студентів математичним дисциплінам означає з одного боку прямолінійний характер залежності від цілей, завдань, характеру і спрямованості навчально-виховного процесу, з другого – розкриває вихідні теоретичні основи змісту, методів, прийомів та засобів навчання.

Зрозуміло, що специфіка методики навчання математичних дисциплін у ВЗО переломлює ці достовірні ідеї дидактики з урахуванням їх внутрішнього взаємозв'язку та взаємообумовленості, можливої ієрархічності для обґрунтування найкращих форм їх реалізації, конкретизує та модифікує згідно цілей навчання.

Сформулюємо загальні дидактичні вимоги до змісту математичної підготовки студентів з фахового спрямування "Менеджмент".

Наукова достовірність є одним із важливих принципів загальної дидактики та методики навчання.

Отже, вимога до достовірності наукової інформації орієнтує на засвоєння змісту конкретної математичної дисципліни (Вищої математики, Теорії ймовірностей і математичної статистики, Математичного програмування та Дослідження операцій) переважно через методично відібрані теоретичні знання та особливості їх реалізацій в різних сферах управлінських практик. Головним при цьому є не тільки пізнання математичних понять, тверджень, теорем тощо, а й оволодіння математичним апаратом та його використанням при розв'язанні проблем у сфері управлінської діяльності.

Отже, завдання викладачів ВНЗ не обмежується тільки навчанням математичних дисциплін студентів менеджерського фаху, а повинно бути націлено на проектування їх навчальної діяльності в контексті практичного застосування математичних знань. Зокрема, принцип науковості в математичній підготовці студентів ВНЗ при проведенні практичних занять з математичних дисциплін відображається:

– наданням студентам в межах певної математичної дисципліни широкого спектру математичних методів, необхідних для розв'язання типових задач управління;
– виробленням навичок математичного дослідження прикладних задач;
– формуванням умінь самостійного опрацювання навчальної літератури з математичних дисциплін;
– розкриттям можливості застосування математичних моделей для аналізу та прийняття відповідних рішень в практиці управлінської діяльності.

Не менш важливою вимогою до змісту математичної підготовки студентів менеджерського фаху є проблема формування цілісного знання, що обумовлює необхідність реалізації в навчальному процесі принципу системності.

Відомо, що сукупність розрізнених знань недостатня для якісної освіти студента, тобто не може служити міцним науковим підґрунтям для його розвитку як особистості, не сприяє формуванню системного мислення майбутнього фахівця. Отже, необхідна саме система або систематизоване знання і тому процес навчання математичним дисциплінам має бути представлено як системний об'єкт з чітко визначеною інваріантою в його структурній та функціональній цілісності.

При цьому особливо цінним є той факт, що системні поняття математичних дисциплін в процесі навчання і научування поступово заповнюються конкретно-науковим змістом, засвоєння якого сприяє формуванню нового системного типу орієнтування в математичній інформації та її застосуванні.

Слід відзначити, що системні знання засвоюються в тій якості та порядку, в якому вони мають функціонувати а саме:

Основні наукові поняття-основні теоретичні позиції-наслідки-реалізації.

Наприклад, Динамічне програмування – Загальна постановка задачі динамічного програмування – Принцип поетапної побудови оптимального управління-Задача розподілу ресурсів підприємства тощо. При цьому доцільним є розуміння, що дидактичне обмеження на зміст будь-якої математичної дисципліни (Вищої математики або Математичного програмування тощо) має нівелюватись таким чином, щоб обсяг, форми та способи пред'явлення інформації були достатніми для принципово повного відображення системи математичних понять згідно відповідної теми (розділу) або цілого курсу.

Принцип системності в процесі викладання математичних дисциплін тісно пов'язаний з принципом систематичності та послідовності. Зокрема, це знаходить виявлення в тому, що ні одна дидактична одиниця, представлена раніше, не може бути виключена із подальшого вкладу, тобто введення додаткових дидактичних одиниць математичної інформації має бути строго упорядкованим та взаємообумовленим необхідністю подальшого їх застосування.

При цьому принцип системності передбачає включення в процес навчання спеціальних засобів, що забезпечують систематичність знань:

перелік необхідних умінь на основі знань відповідних алгоритмів, дидактичний план, глосарій нових понять, схеми, таблиці, завдання на складання логічно-структурної схеми базових знань з певної теми (розділу), встановлення відповідності між поняттями та їх визначеннями.

Слід відзначити, що успішне навчання студентської молоді обумовлене не тільки цілеспрямованою діяльністю викладачів. Це процес активної взаємодії між студентами і викладачами, який, як невід'ємну компоненту, передбачає зустрічну психологічну активність самих студентів тому, що взагалі позитивна динаміка розвитку знаходиться в прямій залежності від власної активності індивіда.

Саме тому принцип свідомості і самостійності навчання трактується як одна із домінуючих вимог до якості математичної освіти студентів ВНЗ.

Реалізація цього принципу корелює в цілому із психологічною структурою навчальної діяльності студентів менеджерського спрямування, складовими якої є навчальні проблеми (завдання), по можливості пов'язані із типовими, так із творчими ситуаціями майбутньої спеціальності; відповідні навчальні дії, контроль або самоконтроль та оцінка.

При цьому важливим є розуміння, що для розвитку активності та самостійності студентів в процесі навчання математичним дисциплінам потрібно чітка постановка пізнавальних завдань, які пов'язані і логічно обґрунтовані структурою індивідуальних завдань, відповідно до змісту певного розділу (теми), для розв'язання яких необхідно одержання раніше невідомої їм математичної інформації, її осмислення, засвоєння та творче застосування.

Це досягається створенням в навчально-виховному процесі певних передумов, а саме:

– система завдань, що пропонуються студентам як для аудиторної, так і для позааудиторної роботи має бути обумовлена не тільки особливостями пізнавальної сфери психічної діяльності, а і її емоційним аспектом, в контексті якого емоційне забарвлення математичних проблем (ситуацій, задач тощо) виступає як каталізатор інтелектуальної діяльності, що підсилює її ефективність;

– зміст завдань має носити в основному імітаційний характер, тобто максимально наближатись до типових задач професійної діяльності за певним фаховим спрямуванням. При цьому він повинен тільки частково координуватись із уже набутим досвідом застосування певних навичок і вмінь для аналізу та знаходження відповідних рішень, залишаючи простір для самостійного пошуку і ознайомлення із необхідним варіантом його використання;
– процес навчання математичним дисциплінам студентів ВЗО повинен здійснюватись в атмосфері доброзичливої вимогливості, основою якої є управління взаємовідношеннями та взаємодіями між кожним студентом і колективом в цілому, встановлення партнерських відносин між особистістю викладача і особистістю студента, при яких повністю або частково, знімаються психологічні бар'єри пов'язані із "менторством" ("тьюторством") певної частини викладачів при виконанні своїх професійних обов'язків.

ВИСНОВОК. Резюмуючи вищевикладене можна стверджувати, що урахування системи дидактичних принципів та відповідних вимог до змісту математичної підготовки студентів ВНЗ із фахового спрямування "Менеджмент" є одна із домінуючих умов їх якісної математичної освіти.

1. Ягодзінський В.А. Концепція освітньої діяльності Міжгалузевого центру якості "Приріст" // Матеріали міжнародної науково-методичної конференції "Науково-методичні проблеми управління якістю освітньої діяльності" (20-24 травня 2002 р.). Полтава, 2002. – Ч.1 – С.265-272.
2. Слєпкань З.І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі. – К.: НПУ, 2000. – 210 с.
3. Шкіль М.І., Грищенко Г.О. Стандартизація вищої математичної освіти // Тези Міжнародної конференції "Асимптотичні методи в теорії

диференціальних рівнянь” (16 грудня 2002 р., Київ). – К.: НПУ ім.М.П.Драгоманова, 2002. – С.104.
4. Крилова Т.В. Проблеми навчання математики в технічному вузі. Монографія. – К.: Вища школа, 1998. – 438с.
5. Згуровський М. Технічна освіта в мінливому світі // Вища освіта України. – 2002. – №1. – С.7-12.
6. Фомкіна О.Г. Особливості відбору матеріалу при визначення змісту математичної підготовки студентів економічних спеціальностей // Наука і сучасність. Збірник наукових праць НПУ. – К.: Логос, 2001. – Том XXIV. – С.143-149.
7. Нічуговська Л.І. Проблеми удосконалення курсу “Математика для економістів” в умовах багатоступеневої економічної освіти” // Наука і сучасність. Збірник наукових праць НПУ. – К.: Логос. – 2001. Том XXIV. – С.65-72.
8. Матеріали науково-методичної конференції “Методичні засади викладання спеціальних дисциплін з професійного напрямку “Менеджмент” для бакалаврського та магістерського рівнів”. – Харків. – 1996. – 189с.
9. Галайко Ю.А. Проблема якості математичної підготовки студентів спеціальності “Менеджмент організації” // Матеріали міжвузівської науково-методичної конференції “Моніторинг якості процесів і результатів освітньої діяльності” 27-28 березня 2003р. – Полтава, 2002. – Ч.1. – С.70-74.
10. Rutkauskiene Danguole, Rutkauskas Vaidotas Information and communication technologies in Lithuanian modern education / Network Society-E-technologies for All. Proceeding of the International Workshop. November 25-27, 2003 Kyiv, Ukraine. – pp.15-19.
11. Romanovsky O.G. Conceptual approaches to the Training of Professional Managers in the System of Higher Education // Eszakkelet-Magyarorszag: gardasag-Kultura-Tudomany. – 2000. – №1. – P.63-65.

Резюме. В статье рассматриваются особенности реализации дидактических принципов – требований к определению содержания математической подготовки студентов ВУЗов по специальности «Менеджмент».

Summary. In the article the features of realization of the system of didactic principles –requirements in the contents of mathematical training of the students of Management are considered.

Надійшла до редакції 16.09.2003 р.

УМОВИ САМОРЕАЛІЗАЦІЇ СУБ'ЄКТІВ НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ У ВИЩІЙ ШКОЛІ: ДОСВІД ЗАСТОСУВАННЯ ДІАГНОСТИЧНОГО ПІДХОДУ

Н.М.Лосєва, канд. фіз.-мат. наук, доцент,
Донецькій національний університет

Нова соціальна політика передбачає створення оптимальних умов для розкриття потенційних можливостей, здібностей людини, її самореалізації. Вона потребує перегляду усталеної системи навчання та виховання, диктує нове соціальне замовлення на особистісні та професійні якості громадянина, вимагає інновацій в освіті. Як пріоритетний напрям реформування освіти розглядається її гуманізація, тобто переорієнтація навчально-виховного процесу на особистість студента. В. Кремень зазначає, що основною «метою особистісно-орієнтованої гуманної освіти є не сформувати, й навіть не виховати, а знайти, підтримати, розвинути людину в людині, закласти в ній механізм самореалізації особистості» [1, с. 3].

Діагностика індивідуальних особливостей суб'єктів навчального процесу може сприяти розвитку ідеї самореалізації особистості, а використання результатів діагностики в навчальному процесі вимагає значних доробок під час навчання у вищій школі. Проблема діагностики в педагогічній діяльності надзвичайно актуальна й значуща при вирішенні багатьох питань удосконалення викладання. Цій проблемі присвятили свої праці багато педагогів. Ідею діагностичного підходу в своїх працях обґрунтували, зокрема, В. Безпалько, Я. Гурбовський, В. Звєрєва, Я. Коломінський, С. Кочетов, М. Красовицький, В. Маслов та ін.

Сьогодні існують два напрямки розвитку вищої освіти – традиційний та інноваційний, який спирається на урахування реальних змін суспільного попиту до особи і зміненої ролі особистості в суспільному процесі. Традиційній освіті властива дисциплінарна модель навчання. Стратегія інноваційного навчання передбачає таку організацію освітнього процесу, при якій змінюється позиція викладача у ставленні до студента й самого себе. Змінюється характер взаємодії зі студентом. Позиція авторитарної влади, право старшого й сильного втрачається, замість них створюється позиція демократичної взаємодії, співробітництва, допомоги, натхнення, уваги до ініціативи студента, до становлення й розвитку його особистості. Наукові психолого-педагогічні проблеми вдосконалення навчального процесу у ВНЗ знайшли своє відбиття в дослідженнях С. Архангельського, Ю. Бабанського, М. Дьяченко, В. Монахова, О. Мордковича, І. Прокопенко, М. Скаткіна, І. Тесленко та ін.

Метою цієї роботи є висвітлення досвіду організації навчального процесу при викладанні курсу вищої математики з попереднім вивченням індивідуальних особливостей студентів та врахуванням цих даних при виборі певних тестових завдань з конкретних тем курсу.

У процесі навчання й виховання викладач повинен підтримувати так званий зворотний зв'язок у своїй роботі. Це означає безупинно звіряти те, що намічалося досягти в навчанні й вихованні студентів, із тим, що досягнуто. І на цій основі вносити необхідні корективи в навчально-виховний процес, вести пошуки шляхів його удосконалення й підвищення педагогічної ефективності. Сутністю інноваційної вищої школи є пошук, експеримент. Проаналізувати навчальний процес та оптимізувати його, визначити результати навчання допомагає педагогічна діагностика.

У педагогіці під терміном «*діагностика*» розуміється процес, результатами якого є виміри рівня засвоєння знань, навченості студентів, а також деяких сторін їх розвитку й вихованості; обробка та аналіз даних; узагальнення й висновки щодо коректування процесу навчання; висновки про ефективність роботи викладачів і вищого навчального закладу в цілому. Словник С. Ожегова надає таке тлумачення терміна діагностика: «Діагностика – 1. Навчання про способи діагнозу. 2. Установлення діагнозу» [2, с.133]. Отже, *діагностика* – це теорія та практика постановки діагнозу. Тобто, за суттю, маємо два значення. Перше – як поставити діагноз; і з цим має справу теоретична діагностика. Друге – сам процес постановки діагнозу (практична діагностика). Термін «діагноз» теж має кілька значень. По-перше, під діагнозом можна розуміти визначення сутності, причину якого-небудь конкретного неблагополуччя з метою його усунення. Якщо встановлено причини низького рівня успішності, то намічаються заходи щодо викорінювання цих причин. Такого роду діагноз припускає часткове обстеження об'єкта, яке слугує наступним корекційним діям. По-друге, під діагнозом можна розуміти всебічне, цілісне обстеження об'єкта з метою оцінювання його загального стану. Така оцінка може знадобитися для різних цілей, наприклад, профілактичних. Таким чином, діагностика є науково-практичною діяльністю, а постанова діагнозу – практичною дією, заснованою на використанні певних наукових знань. Той, хто ставить діагноз (діагност), не прагне до встановлення й опису загальних закономірностей; його завдання – надати конкретну допомогу в усуненні наявного неблагополуччя, забезпечити надійне функціонування досліджуваного об'єкта. Отже, педагогічна діагностика досліджує навчальний процес, вивчає передумови, умови й результати навчального процесу з метою його оптимізації. Предмет та методичні питання педагогічної діагностики розглядаються німецьким педагогом й психологом К. Інгенкампом у книзі «Педагогічна діагностика» [3]. Він зазначає, що «…педагогічна діагностика нараховує стільки ж років, скільки вся педагогічна діяльність. Хто навчав планомірно, завжди намагався визначити й результати своїх зусиль».

Закон України про реформування освіти передбачає реалізацію принципів гуманізації освіти, переорієнтацію процесу навчання на розвиток особистості студента та викладача. У системі освіти змінилися підходи до оцінювання навчальних досягнень, які побудовано на позитивному принципі, який передбачає облік рівня досягнень студентів або учнів, а не ступінь їх невдач.

Останнім часом для перевірки й оцінки знань усе більш широко використовується така інноваційна методика, *як тестування.* Слід зазначити, що тестування спрямоване на виявлення досягнень студентів і це сприяє їх позитивному ставленню до перевірки знань й процесу навчання в цілому, на відміну від традиційного контролю, орієнтованого на виявлення помилок і недоліків (коли оцінка виставляється за кількістю помилок). Перевага тестів також у їх об'єктивності, тобто незалежності перевірки й оцінки знань від викладача. До того ж тестування дозволяє викладачеві у порівняно короткий проміжок часу обробити результати й зробити висновки про ступінь засвоєння навчального матеріалу. Але тест, як і будь-який з методів контролю, має як позитивні, так і негативні риси, зневажати якими не можна. Тому, тести не повинні бути єдиною формою контролю якості знань, їх слід використовувати в комплексі з іншими методами контролю, що дозволяє забезпечити необхідну систематичність і глибину контролю за якістю успішності.

При оцінюванні навчальних дій студента можливі різні підходи, коли порівняння відбувається: а) із минулими діями того студента; б) з аналогічними діями інших студентів; в) з установленою нормою (зразком) цих дій. Перший спосіб оцінювання називається особистісним, другий – порівняльним, третій – нормативним. У педагогічній літературі дуже часто можна зустріти вимогу об'єктивності оцінки навчальної роботи студента. Що це означає? Адже за розмаїттям способів оцінювання оцінка роботи студента буде різною, але вона щоразу може бути цілком об'єктивною, відповідно до дійсного стану справ. Деякі викладачі об'єктивність оцінки розуміють як використання лише нормативного способу оцінювання. Такий підхід до проблеми оцінювання не можна вважати правильним. Так, наприклад, щодо слабких студентів не можна постійно застосовувати нормативний спосіб оцінювання. Оцінюючи їх результати, треба, головним чином, використовувати особистісний спосіб оцінювання, заохочувати будь-яке просування вперед у навчанні й стежити за тим, щоб вони дійсно рухалися вперед, а не застрявали на рівні неуспішності. Це стосується не тільки тих, хто не встигає, але й усіх інших студентів. Викладач повинен турбуватися про оволодіння студентом загальними способами дій, просування кожного студента в його розвитку, формування в нього навчальної самодіяльності. Отже, у щоденній навчальній роботі викладач повинен використовувати особистісний спосіб оцінювання. Нормативний спосіб, на нашу думку, потрібно використовувати лише при оцінюванні підсумкових контрольних робіт за темою, на іспитах.

В. Фармаковський запропонував ідею щодо впровадження графічних оцінок. На його думку, графічна система, пропонує вчитися наполегливіше, щоб завтра бути кращим за себе, ніж ти є сьогодні, на відміну від існуючої цифрової системи оцінок, яка рекомендує студентові навчатися краще задля того, щоб перевершити своїх товаришів. Автор пропонує певну форму табеля, у якому мовою кривої успішності студент інформується про власне просування в навчанні, вихованні особистих якостей.

Наш сучасник Ф. Костилєв запропонував свою систему, основою якої є самостійна робота студентів під керівництвом викладача. На початку вивчення теми студентам пропонується декілька завдань, які вони повинні виконати, працюючи самостійно, в оптимальному для них темпі. Роль викладача полягає в наданні необхідної допомоги, в ліквідації й попередженні прогалин і помилок. Ф. Костилєв пише: «Навчання відбувається тільки залежно від здібностей студентів під керівництвом і за допомогою викладача, який організує та керує активною, індивідуальною, творчою роботою, що розвиває кожного студента» [4, с.81]. При такому підході викладач виступає товаришем, помічником, наставником: студенти йому довіряють, не приховують незнання чогось, не бояться негативної оцінки. Навчання є активною діяльністю самого студента під керівництвом викладача, а не просто передачею знань викладачем студентові для засвоєння. Ф. Костилєв наполягає на запропонованій системі, оскільки вона дозволяє кожному студентові працювати у своєму темпі, не рівнятися на «середнього» студента. «Викладач керує навчанням студентів, допомагає їм оцінними судженнями, а іноді роз'ясненням незрозумілого. Оцінювання знань проводиться різними способами. Головне, щоб воно підбадьорювало, налаштовувало, надихало студента на успіх. При такій організації діяльності немає місця зовнішньому примусу» [там же].

Психологами доведено, що кожна людина має свої психологічні особливості й індивідуальний темп засвоєння навчального матеріалу. Викладачі розуміють, що помилки й утруднення в процесі пізнання взагалі природне явище, оскільки важко знайти на світі таку справу, якій можна відразу навчитися й досягти високої якості її виконання. Тим більше це важко для не найсильніших студентів. Вони мають потребу в постійній увазі й допомозі, індивідуальному підході. Гучний показ їх помилок, публічний рознос, негативна оцінка не тільки не допоможуть, а й нашкодять. У педагогіці доцільно було б увести таке ж правило, як у медицині: «не говорити без необхідності про хворобу людини». Зауважимо, що індивідуальний підхід та увага потрібні сильним студентам не меншою, а навіть більшою мірою, ніж слабким. Отже, якщо викладач ставиться до своєї роботи не формально, то він прагне до оптимізації навчального процесу й намагається знайти найбільш ефективні способи його організації. Він розуміє, що не можна здійснювати навчально-виховну роботу, не знаючи особливостей розумового, психічного і фізичного розвитку кожного студента, рівня його морального виховання.

Існує спеціальна наука, що знаходиться на стику педагогіки й психології, самостійна галузь знання, яка ґрунтується на знанні загальної, вікової, соціальної психології, теоретичної й практичної педагогіки. Ця наука називається *педагогічна психологія.* Як відзначає В. Крутецький, педагогічна психологія «вивчає закономірності оволодіння знаннями, уміннями й навичками, досліджує індивідуальні відмінності в цих процесах, вивчає закономірності формування активного, самостійного, творчого мислення...» [5, с. 7]. Відомий вітчизняний психолог С. Рубінштейн також підкреслював, що між психічним розвитком вихованця й педагогічним процесом існує внутрішня єдність [6].

У ВНЗ викладач, на відміну від школи, повинен не стільки вести за собою студента, скільки вказувати йому шлях до знань. Завдання викладача ВНЗ – указати напрямок самостійної роботи, познайомити з її методикою, виховати прагнення студента до саморозвитку та професійного самовдосконалення протягом життя. І якщо викладачеві вдається саме так виховувати своїх студентів, то можна говорити не тільки про самореалізацію студента, а й викладача.

Для того щоб грамотно, раціонально побудувати цю роботу, викладач повинен насамперед знати вікові психологічні особливості юнацького віку, а також вивчити індивідуальні особливості кожного студента. «Парадигма особистісно-орієнтованої освіти зобов'язує викладача ВНЗ включати в зміст освіти крім предметного змісту... ще й особистісні компоненти... Треба усвідомити, що особистісно-орієнтована освіта – це не формування особистості із заданими наперед властивостями, а створення сприятливих умов для повноцінного виявлення й розвитку особистісних функцій студента» – підкреслює З. Слєпкань [7, с. 5-6].

Уже кілька років ми проводимо психологічні дослідження індивідуальних особливостей студентів І курсу (денне відділення хімічного факультету Донецького національного університету). Психологічне тестування 54 студентів-першокурсників здійснювалося за різними напрямками, наприклад,: 1) визначення темпераменту особистості за питальником Айзенка; 2) коефіцієнта інтелектуальності та рівнів розвитку окремих пізнавальних психічних процесів; 3) індивідуального стиля мислення особистості. Знання особливостей темпераментів студентів та врахування їх у процесі спілкування дозволяє викладачеві будувати процес навчання в атмосфері взаєморозуміння між викладачем і студентами. Особливості темпераментів студентів враховуються викладачем безпосередньо на навчальних заняттях, оскільки студенти з різними темпераментами одне й те саме навчальне завдання виконують у різних темпах, одержавши при цьому однаковий позитивний кінцевий результат. Викладачеві доцільно знати також особливості пізнавальних психічних процесів студентів (пам'яті, мислення, уяви), рівні їх інтелектуального розвитку, індивідуальні стилі мислення, що дозволяє застосовувати викладачу різноманітні спеціальні прийоми до різних груп студентів із метою оптимізації процесу навчання.

Таким чином, результати психологічного тестування дозволяють нам організувати навчальний процес так, щоб кожен студент одержав можливість навчатися й розвиватися в оптимальному для нього темпі, що сприяє формуванню позитивних мотивів до навчання, розвиває творчі здібності студента.

З цією метою, наприклад, минулого року дві навчальні групи студентів-першокурсників денного відділення хімічного факультету ДонНУ було поділено (за стилем мислення) на декілька підгруп. До підгрупи №1 увійшли студенти з аналітичним стилем мислення (23 особи), до підгрупи №2 – із реалістичним стилем мислення (12 ос.), до підгрупи №3 – із прагматичним стилем мислення (8 ос.), до підгрупи №4 – з ідеалістичним стилем мислення (7 ос.), до підгрупи №5 – із синтетичним стилем мислення (4 особи).

Розбиття навчальних груп на підгрупи за стилями мислення дає можливість працювати з кожною групою диференційовано, з урахуванням особливостей студентів кожної підгрупи. Оскільки, у навчально-виховному процесі взаємодія викладача із студентами відбувається за допомогою різних методів і прийомів навчальної діяльності, то можливо, серед методів контролю, тестування є саме тим методом, який найбільше сприяє диференціації й індивідуалізації процесу навчання. Існує безліч форм тестових завдань, що дозволяють на основі одного навчального матеріалу складати різні за структурою тести, залежно від індивідуальних психологічних особливостей студентів.

За характером відповідей завдання поділяються на два класи: відкриті та закриті. Відкриті – завдання, які мають (у принципі) нескінченну безліч рішень і припускають вільну форму відповіді. Закриті – завдання, що мають декілька варіантів відповідей, із яких необхідно вибрати правильну.

За формою відповідей завдання закритого типу, у свою чергу, поділяються на такі види: а) із множиною вибору, коли пропонується декілька відповідей, із яких потрібно вибрати правильну (можливо не тільки одну); б) альтернативний тип завдань, що припускає тільки два варіанти відповідей (так – ні або вірно – невірно); в) завданнях на виключення зайвого, коли подається список об'єктів (слів, понять, фігур, чисел тощо) з якого, знайшовши закономірність відношень і зв'язків, необхідно виключити один об'єкт; г) завдання на відповідність, у яких потрібно знайти відповідність елементів із двох списків, чи підібрати означення в одному стовпчику, які відповідають термінам в іншому (кількість означень і термінів можуть відрізнятися); д) завдання на завершення послідовності, що припускає продовження якогось ряду (в інструкції таких завдань пропонується виявити відношення й зв'язки та доповнити послідовність); є) завдання із конструйованою відповіддю, коли необхідно сконструювати означення (чи правило), заповнивши пропуски в заданому тексті варіантами із запропонованого списку.

Оскільки, контроль чи перевірка результатів навчання, є обов'язковим компонентом процесу освіти, який має місце на всіх стадіях навчання й набуває особливого значення після вивчення якого-небудь розділу програми, нами було розроблено різні види тестів навчальних досягнень за розділом «Лінійна алгебра». А саме за такими темами: 1) Визначники та їх властивості; 2) Матриці та операції над ними; 3) Системи лінійних рівнянь.

Розроблені за кожною темою тести відповідають певному рівню засвоєння навчального матеріалу: тести І-го рівня на розпізнавання та розрізнення, тести ІІ-го рівня на відтворення, тести ІІІ-го рівня на розв'язування типових завдань, тести IV-го рівня – на творче застосування знань. Тести перевіряють як знання теоретичного матеріалу, так і оцінюють рівень сформованості практичних умінь і навичок студентів. Головне, що тести мають різну структуру і це дозволяє в роботі з виділеними підгрупами студентів пропонувати їм тести саме таких структур, які є найбільш доцільними для даної підгрупи за результатами апробації тестів.

Наші дослідження та результати апробації тестів дозволяють зробити такі висновки: 1) Завдання на перевірку теоретичних знань вибирають студенти з реалістичним стилем мислення (підгрупа №2) і з прагматичним стилем мислення (підгрупа №3). 2) Завданням практичного характеру надають перевагу студенти з аналітичним стилем мислення (підгрупа №1) і з ідеалістичним стилем мислення (підгрупа №4). 3) Студенти з аналітичним стилем мислення (підгрупа №1) також із задоволенням обирають тести на відповідність, причому практичного характеру. 4) Тести із завданнями на відповідність теоретичного характеру вибирають студенти з прагматичним стилем мислення (підгрупа №3). 5) Студенти з реалістичним стилем мислення (підгрупа №2) віддають перевагу також тестам із завданнями альтернативного типу (на перевірку знань теорії). 6) Студенти з ідеалістичним стилем мислення (підгрупа №4) обирають тести із завданнями відкритого типу (практичного характеру). 7) Студенти, які мають синтетичний стиль мислення, (підгрупа №5) обирають тести з множинним вибором (теоретичного характеру) і тести на відповідність практичного характеру.

Дослідивши індивідуальні особливості студентів, ми здійснили диференційований підхід у навчанні, який, за відгуками самих студентів, полегшив їх навчальну діяльність за курсом вищої математики, сприяв формуванню позитивного ставлення до навчання, дозволив відчути себе індивідуальністю. Так, наприклад, студентка Олена Г. написала такий відгук: «Я добре навчалася в школі, а в університеті щось не склалося. Я відчувала, що не встигаю за іншими, чогось не розумію, мені було некомфортно, прикро. Але тепер я відчуваю впевненість у собі, я можу розібратися в матеріалі, я зрозуміла себе». Хіба не такі відгуки бажає отримати викладач й чи не в таку мить він відчуває себе особистістю, яка самореалізується в професії й допомагає самореалізуватися своїм студентам?

ВИСНОВКИ. Викладачеві потрібна діагностика психологічних особливостей студентів із метою організації своєї роботи таким чином, щоб навчати студентів у найкращому для них темпі, розвивати їх творчі здібності.

Розроблені й апробовані нами тести з лінійної алгебри дозволяють не тільки за досить обмежений час перевірити немалий за обсягом навчальний матеріал. Найголовніше те, що завдяки нестандартній побудові тестових завдань, урахуванню індивідуальних особливостей студентів, вони викликають зацікавленість, сприяють формуванню серйозного ставлення студентів до навчання, підвищують рівень їх успішності та надають їм можливість самореалізації у навчальному процесу.

1. Кремень В. Г. Формування особистості в умовах розвитку української державності // Газета "Освіта" – 29 грудня – 5 січня 2000 р. – № 60-61. – С. 3
2. Ожегов С.И. Словарь русского языка. – М.: Русский язык, 1988. – 750 с.
3. Ингенкамп К. Педагогическая диагностика: Пер. с нем. – М.: Педагогика, 1991. – 240 с.
4. Костылев Ф.В. Учить по-новому. – М.: Изд. центр ВЛАДОС, 2000. – 104 с.

5. Крутецкий В.А. Основы педагогической психологии. – М.: Просвещение, 1972. – 255с.
6. Рубинштейн С.Л. Проблемы общей психологии. – М.: Просвещение, 1973. – 250с.
7. Слєпкань З.І. Проблеми особистісно-орієнтованої математичної освіти учнів середньої школи // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – Донецьк: ТЕАН, 2003. – Вип. 19. – С. 3-9.

Резюме. В работе рассматриваются проблемы личностно-ориентированного образования, показана возможность реализации личностно-ориентированного математического образования.

Summary. The problems of person-centered education are examined in the article, the possibility of realization of person-centered mathematical education is shown.

Надійшла до редакції 04.09.2003 р.

ФОРМУВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ПСИХОЛОГІЧНОЇ КУЛЬТУРИ ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

Г.О.Михалін, канд. фіз.-мат. наук,
професор Білоцерківської філії МАУП, м.Бориспіль

Під *загальною психологічною культурою вчителя математики* розуміють сукупність його знань та вмінь, пов’язаних із загальною психологією людини, зокрема психологією навчання дитини. Компонентами цієї культури є:

– психологічне трактування загальних розумових дій і прийомів розумової діяльності;
– психологічні принципи розвиваючого навчання;
– основні психологічні принципи організації взаємодії між учителем і учнем;
– психолого-педагогічні умови активізації пізнавальної діяльності учнів;
– психологічні механізми навчально-пізнавальної діяльності;
– психологічні особливості учнів;
– основні залежності між інформаційними і психологічними явищами;
– рекомендації психологічних теорій щодо продукування ідей, розвитку

уявлень і мислення людини, її пізнавальної активності;
- психологічні аспекти теорії проблемного навчання та інших теорій активного навчання, тощо.

Розв'язати проблему формування психологічної культури вчителя математики лише у процесі навчання загальних психологічних дисциплін надзвичайно важко. Навіть введення спецкурсу "Психолого-педагогічні основи навчання математики", про який іде мова у роботі [1, с. 222-225], не розв'язує повністю проблему формування психологічної культури учителя математики з тієї простої причини, що яскраву ілюстрацію ефективності (чи неефективності) відповідних принципів, які студенти – майбутні учителі математики – вивчатимуть на цьому спецкурсі, можна здійснити лише у процесі навчання фахових математичних дисциплін. Слід зауважити, що професійним математикам, які навчають майбутніх учителів фахових дисциплін, легше ознайомитися з психолого-педагогічними теоріями, пов'язаними з проблемами навчання, аніж психологам і навіть методистам, які не займаються математикою професійно, опанувати змістовними "ілюстраціями" ефективності використання психологічних принципів у процесі навчання математики.

Коротко проілюструємо, як у процесі навчання математичного аналізу майбутнього вчителя математики можна формувати деякі компоненти його загальної психологічної культури.

1. Уявлення про психологічне трактування загальних розумових дій та їх формування. Вже на першій лекції з математичного аналізу можна повідомити майбутнім учителям математики, що успішне вивчення математичних дисциплін неможливе без налагодженого механізму мислення, у якому провідну роль відіграють такі розумові дії, як аналіз і синтез, порівняння (зіставлення і протиставлення), абстрагування і конкретизація, узагальнення і встановлення та використання аналогій, індукція, дедукція та інтуїція.

1.1. Ілюструючи провідну роль *аналізу*, доцільно підкреслювати, що без здатності проводити аналіз, який передбачає розкладання, розчленування, розділення цілісного об'єкту чи явища на окремі складові, людина найчастіше не в змозі пізнавати навколишній світ, а тому й існувати у ньому.

Разом з тим процес аналізу невіддільний від процесу *синтезу* – з'єднання, складання, об'єднання, оскільки пізнання лише окремих частин без намагання об'єднати їх у ціле, не дає змогу пізнати ціле. Саме тому С.Л.Рубінштейн виділяє [2, с.99] аналіз, який здійснюється через синтез, і називає його основним нервом будь-якої розумової діяльності.

Характеризуючи аналітичний, синтетичний і аналітико-синтетичний методи розв'язування задач, легко проілюструвати ефективність аналізу і синтезу як розумових дій.

1.2. Розумову дію *порівняння* – виділення спільного і відмінного у предметах і явищах можна (і треба) проілюструвати багатьма фактами з курсу математичного аналізу.

Так, після введення поняття підмножини і рівних множин можна звернути увагу майбутніх учителів математики на здійснені при цьому розумові дії: спочатку взяли дві множини і подивилися на них разом – синтез, а потім проаналізували їх елементи (чи всі вони відповідно однакові, чи ні) – аналіз, в результаті чого здійснено порівняння двох множин і зроблено висновок, що вони рівні, або одна множина є підмножиною іншої, або множини не порівнювані щодо відношення включення.

Так само розумову дію порівняння можна ненав'язливо згадувати при введенні відношення еквівалентності множин, впорядкованості множини дійсних чисел, перевірці умов належності функції до певного класу тощо.

1.3. Оскільки порівняння пов'язане з виділенням спільного і відмінного, то воно тісно пов'язане з *абстрагуванням* – виділенням суттєвого і відокремлення несуттєвого, результатом чого є *абстракції* – образи і поняття, створені людським розумом. При цьому часто найрізноманітніші об'єкти, речі, явища називають одним ім'ям і досліджують за однаковими методами. Математика – одна з найабстрактніших наук. На думку видатного французького математика А. Пуанкаре, математика – це мистецтво називати різні речі одним і тим самим ім'ям. Яскравим прикладом підтвердження правильності цієї думки є поняття множини – одного з найзагальніших математичних понять, яке пронизує усі розділи сучасної математики, проте, на жаль, неефективно використовується у шкільному курсі математики. На це доцільно систематично звертати увагу майбутнього вчителя математики, ілюструючи, як це поняття та інші найпростіші (і разом з тим найабстрактніші) поняття теорії множин використовуються в курсі математичного аналізу і можуть використовуватися у шкільному курсі математики.

У процесі розв'язування багатьох задач, зокрема при застосуванні понять, формується і застосовується *конкретизація* – розумова дія, пов'язана з переходом від абстрактного до конкретного. Такий перехід часто є досить важким для учнів і на це слід звертати увагу майбутніх учителів математики одночасно наводячи приклади важливих практичних задач, які полегшують цей процес. Наприклад, процес пов'язаний з конкретизацією найзагальнішого поняття неперервного оператора на випадок конкретних метричних просторів, доцільно закінчити задачею типу: визначити, з якою точністю слід виміряти сторону квадрата (куба), щоб дістати відповідну площу (об'єм) із заданою точністю.

1.4. Вивчення фахових математичних дисциплін, зокрема і математичного аналізу, надає широкі можливості для формування уявлення про *узагальнення,* під яким часто розуміють розумову дію, пов'язану з виділенням істотних спільних властивостей різних об'єктів чи явищ, які дозволяють об'єднувати їх у певні класи. При цьому під істотними розуміють такі спільні властивості, які однозначно відрізняють будь-який об'єкт даного класу від об'єктів інших класів, тобто істотні властивості – це необхідні властивості належності об'єкта до певного класу, які у сукупності є також і достатніми для цього [3, с. 36].

З математичної точки зору таке розуміння слід дещо уточнити.

Математичне узагальнення часто полягає у тому, що серед усіх властивостей різних об'єктів, об'єднаних цими властивостями у певні класи, знаходять ті, що не є необхідними для належності об'єкта до даного класу і або відкидають їх (називаючи їх неістотними), або замінюють більш необхідними чи навіть необхідними. Отже, істотна властивість (умова) об'єкта – це та, яку не можна просто відкинути, залишивши належність цього об'єкта до даного класу, проте вона не завжди є необхідною для належності об'єкта до даного класу.

Наприклад, властивість неперервності (чи монотонності) функції на даному відрізку гарантує належність цієї функції до класу *R*-інтегровних функцій. Ця властивість істотна у тому розумінні, що просто відкинути її не можна, оскільки безліч розривних функцій не є *R*-інтегровними. Разом з тим неперервність (монотонність) не є необхідною для *R*-інтегровності функції, в той час як обмеженість – необхідна умова *R*-інтегровності. Узагальнюючи відповідний результат, математики поступово довели, що обмежена функція f на відрізку $[a;b]$ є R-інтегровною на ньому, якщо вона задовольняє хоча б одну з таких умов:

1) має скінченну кількість точок розриву;
2) має не більше ніж зчисленну кількість точок розриву;
3) множина її точок розриву має нульову міру Жордана;
4) множина її точок розриву має нульову міру Лебега.

Кожна наступна з наведених умов є узагальненням (причому не тривіальним) попередньої, а остання умова виявилася і необхідною для *R*-інтегровності функції.

1.5. В курсі математичного аналізу є величезна кількість змістовних прикладів узагальнень, тісно пов'язаних з *аналогією*, що є прийомом розумової діяльності, який дозволяє дістати нові знання про об'єкти (чи явища) на основі їх схожості із вже дослідженими об'єктами (та явищами).

Психологи часто вважають [4, с. 250-251] аналогію одним з різновидів асоціацій за схожістю, на основі чого одна думка спричинює іншу. Іноді ця асоціація сприяє досягненню мети, іноді – ні, і часто важко визначити, яким саме буде результат використання аналогій. Найважливішою якістю прийому аналогій є її велика переконливість, оскільки люди в основному схильні вірити, що коли A і B мають багато спільних властивостей, то їх можна ототожнювати, тобто люди схильні плутати "переконливість за аналогією" із обґрунтованістю певних висновків.

У процесі навчання математичного аналізу вчитель математики дістає яскраві підтвердження надзвичайної ефективності використання аналогій для одержання нових математичних фактів і разом з тим величезна кількість змістовних прикладів переконує, що з аналогією слід поводитися обережно.

Маючи справу з аналогією, доцільно акцентувати увагу майбутнього вчителя математики на те, що він може ефективно використовувати її у своїй майбутній роботі у школі. Завдяки аналогії вчителю залишається лише спрямовувати мислення учнів і вони самі дістануть величезну кількість математичних фактів.

Зауважимо, що запропонований нами курс математичного аналізу є прикладом систематичного застосування аналогій, починаючи від природного поширення метричних властивостей простору $\boldsymbol{R}^1$ дійсних чисел на випадок просторів $\boldsymbol{C}$ – комплексних чисел, $\boldsymbol{R}^2$, $\boldsymbol{R}^3$, $\boldsymbol{R}^n$, $\boldsymbol{C}^n$ і довільних метричних просторів. Матеріал вступу до аналізу, диференціального та інтегрального числення функцій однієї змінної надає приклади настільки потужних аналогій, коли буквально одними і тими ж словами можна формулювати і доводити твердження одночасно для функцій дійсної і комплексної змінної. Аналогії ефективно працюють і при вивченні вступу до аналізу, диференціального та інтегрального числення функцій багатьох змінних та комплексного аналізу. Разом з тим у даному курсі майбутні вчителі математики зустрічають приклади, які яскраво ілюструють, що аналогію слід використовувати обережно.

Так, якщо диференційовна на відрізку $[a;b]$ функція дійсної змінної на кінцях відрізка набуває однакових значень, то її похідна обов'язково обертається в нуль принаймні в одній точці цього відрізка, а комплекснозначна функція $f(t) = \exp it$, $t \in [0;2\pi]$ цієї властивості не має, оскільки $f'(t) = (\exp it)' = \; = i\exp it \neq 0 \;\; \forall t$, хоча $f(0) = f(2\pi) = 1$.

Правила Лопіталя мають місце для функцій дійсної змінної і не мають місця для функцій комплексної змінної. Диференційовна в околі даної точки функція дійсної змінної може не бути двічі диференційованою у жодній точці цього околу, а для функцій комплексної змінної диференційованість в околі точки гарантує існування у цьому околі похідних будь-якого порядку.

1.6. У процесі навчання математичного аналізу вчитель математики весь час має справу з такими формами мислення як *індукція*, коли загальний умовивід робиться після розгляду одиничних фактів, і *дедукція,* коли за допомогою загального твердження робиться умовивід щодо одиничних (окремих) фактів.

Незважаючи на те, що математика по суті є дедуктивною наукою, на думку багатьох видатних математиків, не кажучи вже про методистів, недоцільно проводити процес навчання математики переважно дедуктивним методом.

Так, видатний угорський математик і педагог Д.Пойа вважає, що у математичних задачах споглядання, припущення, індуктивні умовиводи відіграють вирішальну роль [5, с.351].

Видатний німецький математик Д.Гільберт радив Г.Вейлю, який починав викладацьку кар'єру, щоб він починав з найпростіших прикладів.

Відомий російський математик і педагог Л.Д.Кудрявцев один з основних десяти принципів навчання математики формулював так: “На перших етапах навчання слід віддавати перевагу індуктивному методу, поступово вводячи дедуктивний підхід” [6, с. 127].

Німецький математик І.Шур вважав, що неповна індукція відіграє у математиці вельми важливу роль [5, с.336], оскільки допомагає здогадатися, а вже потім довести правильність здогадки (чи спростувати її)

– таким є основний шлях одержання нових математичних фактів.

У процесі навчання математичного аналізу майбутній учитель математики може дістати велику кількість яскравих прикладів, які ілюструють ефективність індуктивних і дедуктивних умовиводів.

Так, після вивчення курсу математичного аналізу функцій однієї змінної перехід до функцій багатьох змінних можна здійснити двома шляхами.

Перший шлях – "класичний", який полягає у тому, що індуктивно, використовуючи аналогію, узагальнюють простори $\boldsymbol{R}^1$, $\boldsymbol{R}^2$, $\boldsymbol{R}^3$, вводячи простір $\boldsymbol{R}^n$, відстань між точками цього простору, доводять властивості цієї відстані:

1) $\rho(x,y) \geq 0 \ \ \forall x,y$;

2) $\rho(x,y) = 0 \ \Leftrightarrow \ x = y$;

3) $\rho(x,y) = \rho(y,x) \ \ \forall x,y$;

4) $\rho(x,y) \leq \rho(x,z) + \rho(z,y) \ \ \forall x,y$ і z,

причому найчастіше записують замість відстані $\rho(x,y)$ її вираз $\sqrt{\sum_{k=1}^{n}(x_n - y_n)^2}$, що робить записи досить громіздкими, а міркування – довгими. Після цього, якщо викладання досить акуратне, вивчають властивості деяких множин простору $\boldsymbol{R}^n$, вводячи поступово поняття околу точки, граничної, внутрішньої і межової точок множини, замкнених і відкритих множин, областей, замкнених областей тощо. Потім акуратно (чи не дуже) вивчають поняття границі і неперервності функцій багатьох змінних, обмежуючись, як правило, випадком функцій двох змінних, і, нарешті, переходять до диференціального, а потім і до інтегрального числення функцій багатьох змінних.

Другий шлях – "сучасний" – є значно ефективнішим за перший, оскільки він передбачає майже такий самий індуктивний початок, пов'язаний з введенням простору $\boldsymbol{R}^n$ і означенням евклідової відстані між точками цього простору. Після цього, користуючись неповною індукцією, формулюють гіпотезу щодо властивостей цієї відстані, доводять її і не залишаються у просторі $\boldsymbol{R}^n$, а роблять найважливіший крок: вводять загальне поняття довільного метричного простору, яке ілюструють (дедукція) досить великою кількістю важливих прикладів, які формують переконання, що поняття відстані можна ввести для об'єктів найрізноманітнішої природи, Це поняття відстані, що визначається наведеними вище основними властивостями (аксіомами відстані) 1) – 4), інтуїтивно зрозуміле переважній більшості студентів як математичних, так і нематематичних спеціальностей, а всі факти, про які йшлося для простору $\boldsymbol{R}^n$, для випадку довільного метричного простору формулюються і доводяться значно простіше, ніж для частинного випадку – простору $\boldsymbol{R}^n$ (і навіть простору $\boldsymbol{R}^2$). Щодо границі і неперервності функцій, то тут надзвичайно ефективно спрацьовує метод аналогій разом з індукцією, в результаті чого швидко, легко і прозоро дістають загальні твердження для загальних метричних просторів, конкретизуючи які (дедукція) дістають при необхідності відповідні твердження для конкретних метричних просторів, зокрема, для просторів $\boldsymbol{R}^n$.

Таким чином, навчаючи математичного аналізу майбутніх учителів математики, доцільно не тільки варіювати індуктивні та дедуктивні міркування, а й звертати увагу студентів на те, який саме метод і чому саме він використовується, та як вони зможуть використати цей метод у своїй майбутній роботі.

1.7. Учитель математики повинен розуміти, що в різних галузях людської діяльності, навіть у повсякденному житті, важливу роль відіграє інтуїція, яка полягає у здібності людини робити правильні умовиводи головним чином на основі *здогадок*, неусвідомлених розумових процесів. Без інтуїції неможлива ніяка творчість, включаючи і математичну, і педагогічну.

Видатний французький математик Ж.Адамар вважав, що мета математичної строгості полягає у тому, щоб санкціонувати і узаконити завоювання інтуїції, і ніякої іншої мети у неї нема, ніколи не було і не буде.

Слід підкреслити думку Д.Пойа про те, що, навчаючи школярів, слід робити наголос більше на інтуїції, а не на дедукції, і звертатися до першої значно частіше, ніж до другої, а, навчаючи мистецтва доведень, ніколи не забувати і про мистецтво здогадок, оскільки без здогадок неможливі ні розвиток науки, ні ефективний процес навчання. Спочатку здогадатися, а потім довести – це майже правило для науковця, а суто науковий метод полягає у спогляданні (спостереженні), аналізуванні (розмірковуванні), здогадуванні, припущенні і випробуванні [5, с.351].

Проблемне навчання математичного аналізу спрямоване на формування у вчителя математики мистецтва здогадування. При цьому доцільно акцентувати увагу студентів на тому, що для них *важливо не тільки те, що вони самі здогадалися*, як ввести те чи інше поняття, сформулювати ту чи іншу теорему та довести її. *Не менш важливим є і те, щоб вони побачили, як можна навести на правильні здогадки своїх учнів, підштовхнути їх до правильних висновків* (*причому так, щоб учні не помічали цього підштовхування*).

Ще один шлях формування мистецтва здогадуватися, а отже розвитку математичної інтуїції, пов’язаний з так званими задачами для любителів (аматорів) – оригінальними задачами, теоретичних знань для розв’язання яких достатньо у кожного студента відповідного курсу, проте для розв’язання кожної такої задачі треба знайти нестандартний метод чи спосіб, здогадатися, яка основна ідея цього методу чи способу. В ідеалі твердження задачі для любителя повинно бути таким, щоб його можна було узагальнювати, формулюючи по суті новий математичний результат, а який саме – треба здогадатися.

Наведемо приклад однієї такої оригінальної задачі для любителів, яка належить професору Миколі Олексійовичу Давидову. Він поставив її перед студентами першого курсу в 1965 році, і серед цих студентів був автор даної роботи.

Нехай (s_n) *і* (t_n) *– довільні обмежені дійсні послідовності, що пов’язані умовою* $\varliminf_{n\to\infty} s_n \le \varliminf_{n\to\infty} t_n \le \varlimsup_{n\to\infty} t_n \le \varlimsup_{n\to\infty} s_n$, *а* (α_n) *– фіксована дійсна послідов-*

ність. Довести, що для того, щоб з умови $\lim\limits_{n\to\infty}(\alpha_n s_n + (1-\alpha_n)t_n) = S$ *завжди випливала умова* $\lim\limits_{n\to\infty} s_n = S$, *необхідно і достатньо, щоб*

$$\frac{1}{2} < \varliminf_{n\to\infty} \alpha_n \le \varlimsup_{n\to\infty} \alpha_n < +\infty .$$

На першому курсі жоден із студентів не розв'язав цієї задачі, а через два роки, будучи студентом вже третього курсу, автор даної роботи повернувся до цієї задачі і здогадався, як її розв'язати. Це і стало початком його наукової діяльності.

Пізніше, вже працюючи викладачем математичного аналізу, автор ставив подібні задачі своїм студентам, і завжди знаходилися 1-2 студенти (приблизно із 100), які здогадувалися, як їх розв'язати. Це ще раз ілюструє правильність висновків Д.Пойа щодо розподілу людей за їх потребами у математичних знаннях [5, с.312 – 313].

Проблема узагальнення задачі М.О.Давидова на випадок комплексних послідовностей (α_n), (s_n) і (t_n), яку ставив автор даної роботи своїм студентам, виявилася значно важчою, ніж сама задача М.О.Давидова, оскільки було невідомо, яку умову слід накласти на послідовність (α_n) замість умови $\frac{1}{2} < \varliminf\limits_{n\to\infty} \alpha_n \le \varlimsup\limits_{n\to\infty} \alpha_n < +\infty$. Цю проблему розв'язав один із студентів у 1995 році, здогадавшись, як виглядатиме ця умова, і знайшовши зовсім нове доведення одержаної теореми. Його результат був опублікований в Українському математичному журналі [7].

Таким чином, систематична робота щодо формування у майбутнього вчителя математики уявлень про психологічне трактування загальних розумових дій і прийомів розумової діяльності в процесі навчання математичного аналізу сприяє значному підвищенню рівня професійної культури майбутнього вчителя.

2. Уявлення про психологічні механізми навчально-пізнавальної діяльності та їх формування. У процесі навчання вчителя, на відміну від інших професій, доцільно з перших днів починати формувати уявлення про навчання, як систему, що складається з двох підсистем – навчальної діяльності педагога і учбової діяльності учня, а також про психологічні механізми навчально-пізнавальної діяльності, що регулюють взаємодію між цими підсистемами на психологічному рівні.

Виділяють такі психологічні механізми навчально-пізнавальної діяльності [8, с. 74]:

– механізм зворотного зв’язку;
– механізм довизначення учбової задачі;
– механізм динамічного розподілу функцій управління між педагогом і учнем.

2.1. Навчаючи математичного аналізу майбутніх вчителів математики, бажано систематично звертати їхню увагу на те, що у процесі навчання важливим є не тільки те, наскільки глибокими є знання педагога, а й те, чи вміє він побачити, як розуміють його учні, застерегти їх від можливих помилок, ненав’язливо звернути їхню увагу на вже зроблені помилки так, щоб учні самі знаходили і виправляли помилки, похвалити учнів тоді і так, щоб похвала викликала позитивні емоції і бажання досягти ще більших результатів у процесі навчання.

Отже, використовуючи механізм зворотного зв’язку, вчитель повинен уміло маніпулювати навчально-пізнавальною діяльністю так, щоб ймовірність досягнення поставлених цілей навчання більшістю учнів наближалася до одиниці.

Своєю діяльністю викладач ілюструє і *головні вимоги до зворотного зв’язку:*

– жодна помилка не повинна залишатися без уваги;
– своєчасність повідомлення про помилку, причому, бажано, не пряме, а у формі, яка передбачає виникнення почуття настороженості і пошук причини цього та виправлення помилки;
– форма повідомлення про помилку не повинна принижувати гідність учня;
– урахування віку учня, рівня його підготовки та індивідуальних особливостей, як при поясненні причини помилки, так і при підкріпленні (похвалі);

– не кожна правильна відповідь заслуговує на похвалу у прямій формі: замість слів "Молодець! Ви правильно розв'язали задачу" іноді краще дати зрозуміти, що вчитель вважає рівень знань учня настільки високим, що був упевненим в успішному виконанні завдання;
– не підкріплювати (навіть негативно) неправильні відповіді, проте намагатися завжди так спрямувати розумову діяльність учня стосовно виправлення зробленої помилки, щоб з'явився привід для похвали;
– кожен учень, який зробив помилку, повинен зрозуміти її суть і дістати можливість порівняти помилковий висновок з правильним.

2.2. Сутність психологічного механізму доповнення учбового завдання полягає в тому, що у процесі навчання відбувається трансформація задачі, поставленої педагогом, в задачу, фактично розв'язану учнем. Звертаючи увагу майбутнього вчителя математики на це явище, доцільно підкреслювати, що це фундаментальний факт, обумовлений тим, що *учень розв'язує лише ту задачу, якій він надає особистісний смисл.* В залежності від особистих цілей-мотивів і інтелектуальних надбань (здібностей, знань та умінь) учень привносить у поставлену педагогом задачу щось нове і тим самим довизначає чи навіть перевизначає поставлену задачу. Найчастіше це відбувається неусвідомлено, проте кожен учитель мусить прагнути до того, щоб у нього були учні, які в змозі усвідомлено трансформувати задачу, перетворюючи її у загальнішу, розширюючи предметну галузь, і навіть такі учні, які намагаються виконувати функції вчителя, демонструючи тим самим відповідальність за навчальні результати.

На жаль, найчастіше у процесі навчання зустрічається ситуація, коли перевизначення учбової задачі зумовлено недостатньою сформованістю відповідних знань і умінь учня і саме тому він не розуміє сутності задачі. Використовуючи механізм оберненого зв'язку, вчитель виявляє таких учнів і допомагає їм довизначити задачу так, щоб її суть стала для них яснішою.

2.3. Навчаючи математичного аналізу (і не тільки) майбутнього вчителя, доцільно підкреслювати, що в процесі навчання учень не лише засвоює певні знання, уміння та навички, а й виконує певні функції управління навчально-пізнавальною діяльністю. Кожен кваліфікований учитель прагне до того, щоб його учні були в змозі виконувати всі ці функції, тобто щоб учбова діяльність перетворилася у самонавчання. Саме у цьому полягає *сутність психологічного механізму динамічного розподілу функцій управління між педагогом і учнем.*

Ефективності розподілу функцій управління сприяє використання у навчальному процесі новітніх інформаційних технологій, використання яких забезпечує передавання учневі наступних функцій:

1) вибору індивідуального темпу навчання;

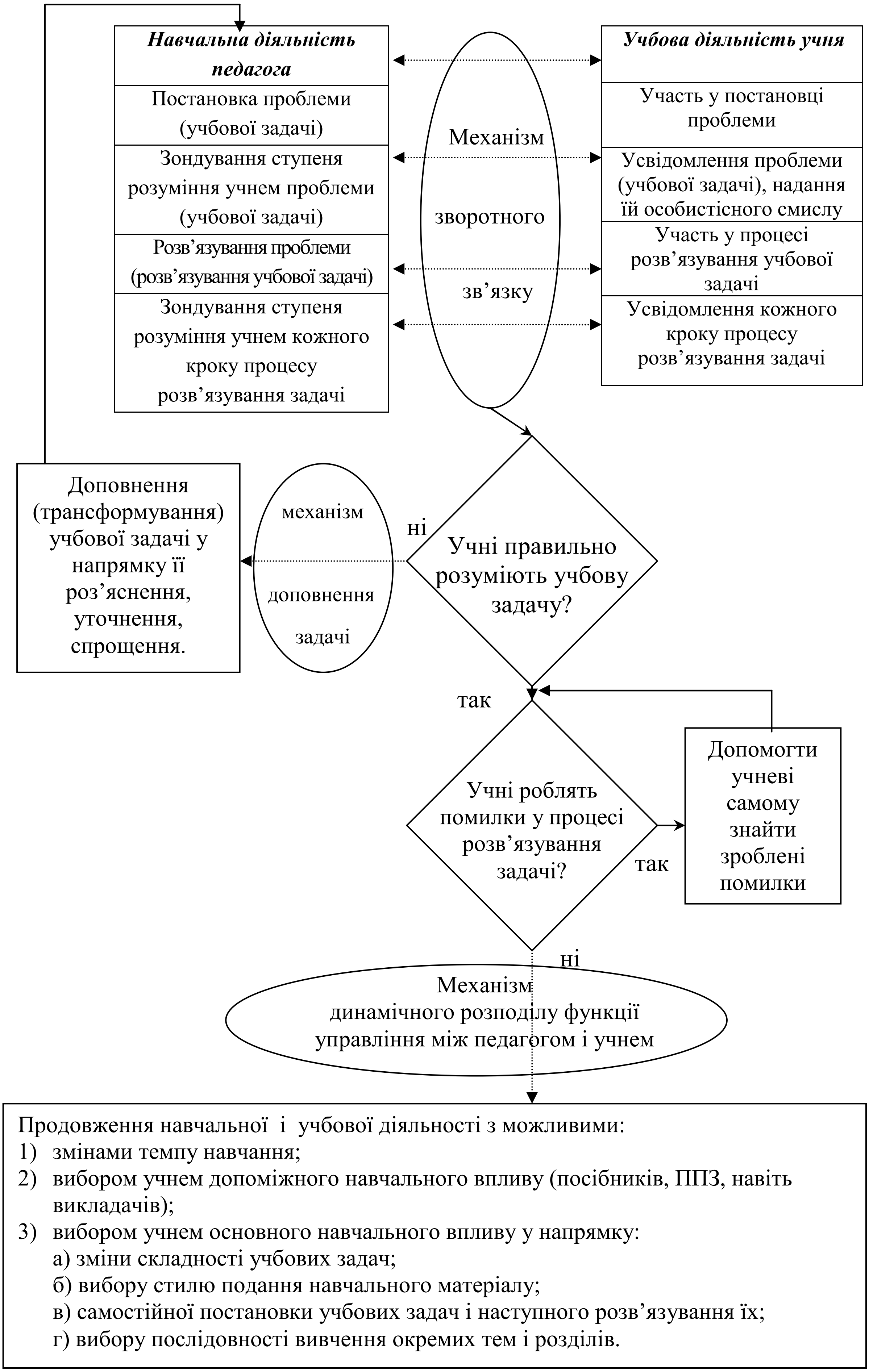
2) вибору допоміжного навчального впливу;

3) вибору основного навчального впливу за:

– складністю учбових задач;
– стилем впливу навчального матеріалу;
– можливістю самостійно ставити учбову задачу і розв'язувати її;
– можливістю обирати послідовність вивчення окремих тем і розділів.

Зрозуміло, що все це у повній мірі відноситься і до традиційного навчання. Так, у процесі навчання математичного аналізу майбутніх учителів математики доцільно широко застосовувати передавання студентам усіх вказаних функцій управління своєю навчальною діяльністю, використовуючи розроблені навчальні посібники, що містять системи контрольних запитань і завдань, надаючи кожному студентові можливість опанувати навчальним матеріалом на значно вищому, ніж середній, рівні, причому з урахуванням своїх уподобань (що приваблює студента більше: методичні проблеми чи суто математичні).

На закінчення наведемо схему 1 можливого функціонування основних механізмів навчально-пізнавальної діяльності.


Навчальна діяльність педагога
Постановка проблеми (учбової задачі)
Зондування ступеня розуміння учнем проблеми (учбової задачі)
Розв'язування проблеми (розв'язування учбової задачі)
Зондування ступеня розуміння учнем кожного кроку процесу розв'язування задачі
Механізм зворотного зв'язку
Учбова діяльність учня
Участь у постановці проблеми
Усвідомлення проблеми (учбової задачі), надання їй особистісного смислу
Участь у процесі розв'язування учбової задачі
Усвідомлення кожного кроку процесу розв'язування задачі
Доповнення (трансформування) учбової задачі у напрямку її роз'яснення, уточнення, спрощення.
механізм доповнення задачі
ні
Учні правильно розуміють учбову задачу?
так
Учні роблять помилки у процесі розв'язування задачі?
так
Допомогти учневі самому знайти зроблені помилки
ні
Механізм динамічного розподілу функції управління між педагогом і учнем
Продовження навчальної і учбової діяльності з можливими:
1) змінами темпу навчання;
2) вибором учнем допоміжного навчального впливу (посібників, ППЗ, навіть викладачів);
3) вибором учнем основного навчального впливу у напрямку:
а) зміни складності учбових задач;
б) вибору стилю подання навчального матеріалу;
в) самостійної постановки учбових задач і наступного розв'язування їх;
г) вибору послідовності вивчення окремих тем і розділів.

1. Гусев В.А. Становление профессиональной компетентности будущего учителя математики // Материалы межд. научн. конф. «Образование, наука, экономика в вузах на рубеже тысячелетий». – Высокие Татры, Словакия, 21-25 августа 2000 г. – С. 222 – 225.
2. Рубинштейн С.Л. О мышлении и путях его исследования. – М.: АН СССР, 1958. –148 с.
3. Слєпкань З. І. Методика навчання математики. – К.: Зодіак-Еко, 2000. – 510 с.
4. Уемов А. И. Системный подход и общая теория систем. – М.: Мысль, 1978. – 272 с.
5. Пойа Д. Математическое открытие: Пер. с англ. – М.: Наука, 1976. – 448 с.
6. Кудрявцев Л.Д.Современная математика и ее преподавание. – М.: Наука, 1980. – 144 с.
7. Деканов С.Я., Михалін Г.О. Узагальнення однієї теореми Рогозинських // Укр. матем. журнал. – 2000. – Т.52. – № 2. – С.220-227.
8. Основи нових інформаційних технологій навчання / Авт. колектив Ю.І.Машбиць, О.О.Гокунь, М.І.Жалдак та ін. / Інститут психології імені Г.С.Костюка АПН України. – К.: ІЗМН, 1997. – 264 с.

Резюме. Рассматривается формирование некоторых компонентов общей психологической культуры будущего учителя математики в процессе обучения математического анализа.

Summary. It is examined the formation of some components of the general psychological culture of the future mathematics teachers in the process of mathematical analysis.

Надійшла до редакції 08.09.2003 р.

ЗАСОБИ НАВЧАННЯ ІСТОРІЇ МАТЕМАТИКИ

***В.Г.Бевз*, канд. пед. наук, доцент,**
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова, м.Київ

Невпинне зростання наукової інформації, динаміка розвитку сучасного суспільства, піднесення соціальної ролі особистості та інтелектуалізації її праці, швидка зміна техніки та технологій потребують від закладів освіти України забезпечення якісно нового рівня навчально-виховного процесу. Одним із шляхів, який допоможе здійснити це завдання, є широке, цілеспрямоване й ефективне використання засобів навчання.

Проблема засобів навчання на сучасному етапі розвитку освіти постає перед психологами, педагогами і методистами у зв'язку з проблемами інтенсифікації, гуманізації та комп'ютеризації навчально-виховного процесу. Останнім часом в методичній літературі висвітлюються питання, що стосуються в основному матеріальних засобів навчання в середніх закладах освіти. Пріоритетними напрямами дослідження стають комп'ютерні технології та психолого-педагогічні і методичні підходи до їх впровадження у навчальний процес. На нашу думку актуальними і недостатньо розв'язаними залишаються проблеми, що стосуються використання засобів навчання у вищій школі.

Мета даної статті: проаналізувати різні тлумачення поняття "засоби навчання", охарактеризувати окремі їх види, розглянути специфічні засоби навчання історії математики та показати їх місце, роль і особливості застосування в процесі підготовки майбутніх учителів математики.

З давних давен для навчання використовували різні засоби. Так ще 2000 років до нашої ери засобами навчання математики в Єгипті були папіруси, а у Вавилоні – клинописні дощечки. В школі писців вони слугували (у сучасному розумінні) підручниками, збірниками задач, розв'язниками і, в якійсь мірі, зошитами. Вже в ті далекі часи були створені таблиці множення (шістдесяткова система числення), таблиці вираження дробів з чисельником 2 у вигляді аліквотних дробів тощо. До засобів навчання відносились і засоби обчислення: камінці, вузлики, зав'язані на ремінцях, абак, рахівниця тощо.

Ще за часів Я.Коменського і Г.Песталоцці невід'ємним компонентом навчання була наочність. Я.Коменський називав наочність "золотим правилом" педагогіки, вважаючи, що навчання слід починати "не словесним міркуванням про речі, а з предметного над ним спостереження". На посиленні наочності у викладанні математики наполягав наш видатний математик і педагог М.В.Остроградський . Про це свідчать спогади його учнів і колег, а також аналіз його педагогічних творів. Щоб привести в систему знання учнів, він пропонував у кожній школі виготовляти та використовувати таблиці. “Використання великих синоптичних таблиць, що висять у школах, може зафіксувати у мозку учнів без всякого напруження пам’яті основи наук і мистецтва. Було б дуже дорого купляти для школи великі таблиці, що мають формули і описи. Але кожна школа може мати таблиці, зроблені самими учнями під керівництвом викладачів” [1, с.151] .

Великого значення засобам навчання у педагогічному процесі надавав відомий український педагог-методист С.Шохор-Троцький. Саме цим питанням присвячена його робота “Мета і засоби викладання нижчої математики з точки зору вимог загальної освіти”(1892). До засобів навчання він відносить: підручники, задачники, наочні посібники, внесення історичного елементу у викладання, пропедевтичні курси, спілкування між учнем і вчителем тощо.

Цікавий погляд на засоби навчання знаходимо в роботі І.Скворцова “Записки з педагогіки. Загальна дидактика” (1903). Він розглядає прямі засоби навчання: демонстрація (наочність), вправи і задачі, заучування напам’ять і повторення, екзамени; і непрямі: дисципліна з її допоміжними знаряддями (нагороди і покарання).

Як бачимо термін, “засоби навчання” в педагогічній та методичній літературі вживався досить довгий час у двох значеннях: 1) пристосування для здійснення навчальної діяльності, 2) прийом чи спосіб навчання. З часом у шкільній практиці та дидактиці терміни ”спосіб навчання”, “прийом” і “метод навчання” почали застосовувати “для означення характеру і видів навчальної діяльності вчителя і учня, тоді як термін “засоби навчання” вживали тільки для позначення предметів шкільного обладнання (друковані наочні посібники, технічні засоби навчання, різні інструменти і прилади, знаряддя письма, креслення тощо)” [2, с.47].

Проблеми, пов’язані із засобами навчання, розглядалися в роботах з психології та педагогіки (П.Я.Гальперін, В.І.Євдокимов, Л.В.Занков, ЛЯ.Зоріна, Г.С.Костюк, Д.Я.Костюкевич, О.М.Леонтьєв, Л.Є.Логінова, Н.О.Менчинська, В.А.Онищук, В.Ф.Паламарчук, А.М.Пишкало, Н.Ф.Тализіна, Л.М.Фрідман, О.М.Ясько), в загальних і окремих методиках навчальних дисциплін (В.Г.Болтянський, Г.П.Бевз, А.М.Гуржій, М.І.Жалдак, Н.В.Морзе, Г.Ф.Олійник, І.В.Орлова, В.В.Самсонов, З.І.Слєпкань, М.О.Придатко, А.А.Столяр, Р.С.Черкасов, М.І.Шут), в спеціальних збірниках та періодичних виданнях, що містили описання нових засобів навчання та конкретні рекомендації стосовно їх використання.

У сучасній педагогіці ([3] – [5]) поняття “засоби навчання” переважно тлумачаться як об’єкти будь-якої природи, які формують навчальне середовище та використовуються вчителем і учнем, або викладачем і студентом у процесі навчальної діяльності.

Об’єкти, що входять до засобів навчання, можна класифікувати за різними основами: складом об’єктів, суб’єктами діяльності, властивостями, впливом на якість знань, способом відтворення факту, що вивчається та ін.

За складом об’єктів засоби навчання поділяються на матеріальні та ідеальні (останні інколи ще називають інтелектуальними) [3], [4], [5]. До матеріальних засобів навчання відносяться підручники і навчальні посібники, таблиці, моделі, обчислювальні прилади, креслярські інструменти, навчальне обладнання тощо. Ідеальні засоби навчання – це ті засвоєні раніше знання та уміння, що використовуються викладачем і студентом для навчання. З них студенти дістають способи міркування, доведення, розв’язування задач тощо. Ідеальні засоби навчання можуть представлятися у двох формах: вербалізації та матеріалізації. Вербалізація - це виклад засобів міркування, аналізу, доведення, розв’язування та інших видів розумової діяльності за допомогою мови. Матеріалізація – це подання вказаних засобів у вигляді певних абстракцій: символів, графіків, схем, діаграм тощо. Матеріалізовані засоби створюють позитивний вплив на мотивацію і успішність навчання, на активізацію пізнавальної діяльності студентів і підвищення їх інтересу до вивчення математики.

Матеріальні та ідеальні засоби навчання не протистоять, а доповнюють один одного. Вплив усіх засобів навчання на якість засвоєння студентами програмного матеріалу багатогранний. Матеріальні засоби пов'язані в основному з утворенням зорового ряду навчання, розвитком інтересу та уваги студентів, активізацією їх навчально-пізнавальної діяльності, можливістю здійснення практичних дій і урізноманітненням способів засвоєння суттєво нових знань. Ідеальні засоби впливають на розуміння навчального матеріалу, логіку міркувань, запам'ятовування, культуру мови, розвиток інтелекту. Між сферами впливу матеріальних і ідеальних засобів навчання немає чітких границь. В кожному конкретному випадку вони по-своєму впливають на засвоєння знань та формування умінь.

За суб'єктами діяльності засоби навчання можна поділити на засоби викладання та засоби учіння. Засобами викладання користуються в основному викладачі для організації навчального процесу (таблиці, кодоскоп з кодоплівками, портрети математиків, моделі просторових фігур, методичні посібники для вчителя), а засобами учіння – студенти для засвоєння знань та формування вмінь (зошити, калькулятори, довідники). Іноді засоби викладання відрізняються від засобів учіння лише розмірами , іноді місцем і призначенням у навчальному процесі. І все ж значна частина засобів навчання використовується як у викладанні так і в учінні (підручник, збірник задач, комп'ютер, класна дошка).

Поділ засобів навчання на групи і класи може бути різним, він залежить як від змісту і обсягу поняття "засоби навчання", так і від основи поділу. Методологічні основи класифікації засобів навчання та навчального обладнання детально розглянуто в роботі [6].

Термін “засоби навчання” (educational media) широко застосовується і у зарубіжній літературі. Під цим терміном розуміють будь-які засоби, агенти та інструменти, що використовуються для передачі навчальної інформації. Ці засоби (media) включають друковані тексти, графічні об’єкти (фігури, діаграми), малюнки (телевізійні, друковані), ідеальні об’єкти (лекції, аудіоплівки). В цьому контексті комп’ютер, який друкує слова на телевізійному екрані розуміється, по суті, як такий же засіб комунікації, як і підручник, а тому передаючі пристрої самі по собі виступають в ролі інструментів, що розповсюджують або передають повідомлення. Зарубіжні дослідники надають терміну “засоби навчання” відтінок саме засобів, призначених для викладання, а тому терміни “засоби навчання” і “засоби викладання” (instructional media) вживають як синоніми [7].

Засоби навчання є одним з компонентів цілісної методичної системи, яка крім цього включає мету, зміст, методи і форми навчання. Зміна одного з компонентів цієї системи має суттєвий вплив на решту компонентів, зокрема і на засоби навчання. В той же час удосконалення засобів навчання дає можливість інтенсифікувати навчальний процес і вимагає значних змін у методах і формах навчання. Отже, вивчати та аналізувати сучасні засоби навчання необхідно в тісному зв’язку з іншими компонентами методичної системи.

Існує кілька підходів до визначення місця і ролі засобів навчання в навчально-виховному процесі:

– засоби навчання розглядаються головним компонентом методичної системи навчання. Лише засоби навчання забезпечують досягнення поставленої мети, а решта компонентів (методи, форми і навіть зміст) мають відповідати і обумовлюватися специфікою засобів навчання;

– засоби навчання ототожнюються з засобами наочності і контролю, які створюють комфорт, але без яких можна і обійтись. Роль засобів навчання принижується, вважається, що засоби не впливають на якість знань студентів, а тому їх використання не є обов'язковим, досить дошки, крейди і пояснення викладача;

– засоби навчання розглядаються перш за все в системі діяльності викладача і студентів. Вони виконують певні функції і забезпечують в комплексі з іншими компонентами методичної системи якість знань і розвиток студентів.

На нашу думку, для сучасної вищої школи саме третій підхід є оптимальним у визначенні місця і ролі засобів у навчально-виховному процесі. Засоби навчання, будучи невід'ємною складовою навчального процесу, сприяють суттєвому підвищенню продуктивності праці всіх його учасників. За їх допомогою у свідомості студентів фіксуються наочні та чуттєві образи предметів і явищ. Наочні образи виступають як обов'язковий елемент і чуттєва основа пізнання. Як знаряддя праці викладача і студентів засоби навчання сприяють оптимальному поєднанню теоретичних і практичних компонентів знань, приведенню змісту освіти у відповідність до рівня розвитку науки і техніки.

Функції засобів навчання багатогранні: виховні, розвиваючі, навчальні, коригуючи та контролюючі. За допомогою відповідних засобів навчання можна розкривати зміст і обсяг нових понять, демонструвати різні шляхи доведень теорем і розв'язування задач, формувати необхідні уміння і навички, організовувати контроль і самоконтроль, здійснювати управління різними видами навчально-пізнавальної діяльності студентів, збуджувати й підтримувати інтерес до вивчення предмету тощо.

Більша частина засобів навчання є спільною для всіх видів шкіл (початкової, основної, старшої та вищої) і всіх навчальних предметів. В той же час кожна навчальна дисципліна має ще й свої специфічні засоби навчання. Зупинимось детальніше на деяких видах та особливостях використання засобів навчання в процесі вивчення та викладання історії математики в педагогічному університеті.

Інтенсифікувати процес навчання історії математики допомагають як матеріальні так і ідеальні засоби навчання. З ідеальних засобів навчання історії математики слід відмітити нумерації, символи і терміни, історичні задачі, висловлювання про математику і математиків, цитати з математичних трактатів тощо. Вони можуть подаватися як вербалізовано (виклад лекції викладачем, виступ студента на семінарському занятті, усний контроль) так і матеріалізовано (текст у книгах чи методичних розробках, схеми, діаграми). Наведемо кілька конкретних прикладів.

Маючи ще з школи уявлення про римську нумерацію, кожен студент може прочитати число XXIV. Ознайомившись з правилом запису чисел за допомогою давньогрецької (іонійської) нумерації студенти без особливих труднощів прочитають числа α, β, γ (1, 2, 3) та ,α і ,β (1000 і 2000). Але щоб записати в іонійській нумерації число 444 їм потрібно звернутися до грецького алфавіту, матеріалізованого у вигляді таблиці.

Історичні задачі та спеціальні способи їх розв'язування дають можливість показати, як розвиток математики впливав на саму постановку задачі, метод її розв'язування та власне розв'язки. Так у Стародавній Греції за відсутності алгебраїчної символіки та уявлення про від'ємні числа подання й розв'язування квадратних рівнянь виконувалось з допомогою геометричних побудов. У такий спосіб знаходилися тільки додатні корені, а рівняння виду $x^2 + c = bx$ і $x^2 + bx = c$ вважалися різними і, відповідно, мали різні способи розв'язування. Аналізувати вказані рівняння та їх геометричні способи розв'язання допомагають заздалегідь підготовлені малюнки, що демонструються студентам у вигляді таблиці чи за допомогою проекційного апарату.

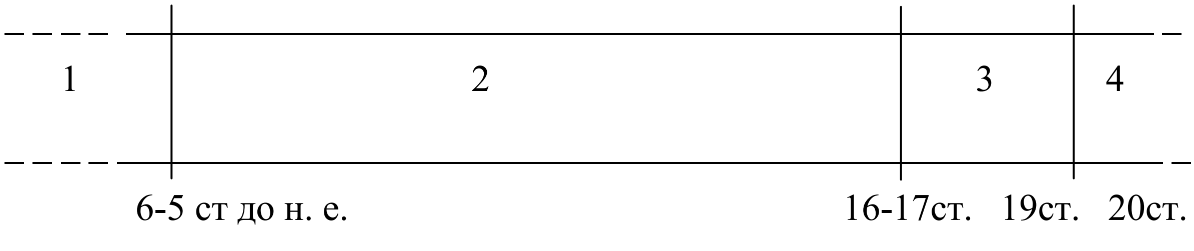
В афоризмах, цитатах та висловлюваннях про математику і математиків повніше відображається хід історичного розвитку математики, дається оцінка діяльності окремих математиків та наукових шкіл, розкриваються взаємозв'язки між різними галузями математики, демонструється вплив математики на розвиток інших наук, техніки, виробництва тощо. Висловлювання про математику і математиків присутні майже в кожному шкільному підручнику, а тому майбутній вчитель математики має добре знати відомості про їх авторів і вміти донести до учнів зміст та ідейне значення запропонованих цитат.

Обов’язковою умовою усвідомлення майбутніми вчителями окремих фактів з історії математики є їх локалізація у часі та просторі. Вивчаючи історію розвитку математики студенти оволодівають просторовими і часовими уявленнями, вчаться “мислити епохами”, і саме тому одним із засобів навчання історії математики має стати хронологія. Хронологія – це послідовність історичних подій у часі, а також сам перелік дат цих подій. Основне завдання хронології – встановлення часових співвідношень між фактами, що вивчаються, а тому в курсі історії математики вона виступає не лише як засіб, а і як предмет вивчення.

Хронологія як засіб вивчення історії математики має бути представлена у навчальному процесі у вербальному і матеріальному вигляді, бо студенти легше і міцніше засвоюють послідовність історичних подій у часі за допомогою мобілізації їх слухової, зорової та моторної пам’яті.

Роль хронології як кістяка історичних знань особливо виразно проявляється у пізнанні студентами основних періодів у розвитку математики.

Академік А.М.Колмогоров запропонував варіант періодизації, за якою в історії розвитку математики виділяється чотири періоди. Послідовність і продовження цих періодів бажано подати студентам у вигляді схеми, зображеної на малюнку 1.

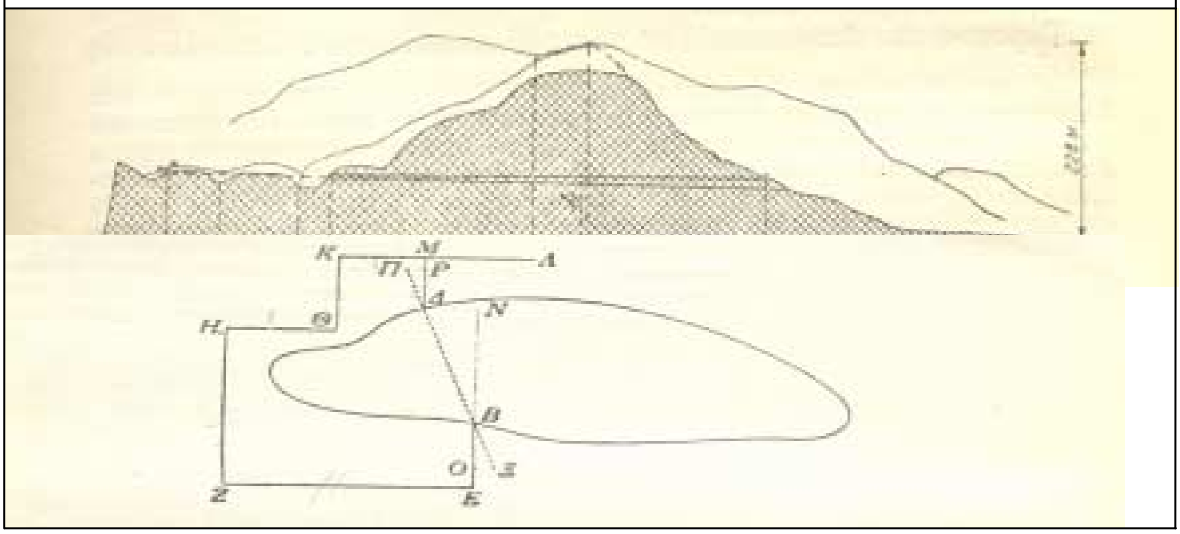


Мал.1

Свою специфіку використання мають і матеріальні засоби навчання. Традиційним засобом навчання (і не лише математики та історії математики) є таблиці. В навчанні історії математики вони займають особливе місце. З допомогою таблиць студенти мають можливість дізнатися про перші математичні знання стародавніх людей (наскальні орнаменти, геометричні форми прикрас, виконання арифметичних дій на папірусі і глиняних дощечках), ознайомитись із нумераціями різних народів, з'ясувати хронологію настання тієї чи іншої події, побачити різні способи розв'язання однієї задачі різними авторами та ін. З допомогою таблиць можна зафіксувати у пам'яті студентів цікаві факти з розвитку математики, продемонструвати значення математичних знань для розв'язування практичних потреб. З великим інтересом на лекції сприймається матеріал, що подається за допомогою таблиці "Самоський тунель" (мал.2), яка виготовлена студентами самостійно за матеріалами книги Б.Л.Ван дер Вардена "Пробуждающаяся наука".

Близько 530 року до нашої ери на острові Самос через вапнякову гору Кастро було побудовано водогін. В 1882 році німецькі археологи знайшли цей тунель: він добре зберігся, був майже прямолінійний, його довжина – 1 км, а ширина і висота – 2 м. Тунель, ймовірно, копали з обох кінців.

САМОСЬКИЙ ТУНЕЛЬ
(530 р. до н. е.)



Мал.2

Приблизно на середині шляху робітники з обох сторін зустрілися з відхиленням, що не перевищувало 10 м у горизонтальному і 3 м у вертикальному напрямі. Виконання такої будови ґрунтувалось на строгих математичних розрахунках, які описав Герон Александрійський в роботі “Діоптр”.

Близько 700 року нашої ери подібний акведук копали в скелях біля Єрусалиму. Тоді робітники контролювали правильність напряму з допомогою вертикальних колодязів і в результаті отримали зигзагоподібний тунель удвічі довший, ніж відстань між його кінцями [7, с.143].

Інтенсифікації та активізації навчального процесу сприяють і інші саморобні таблиці: “Орнаменти трипільської культури”, “Браслет з Мізинської стоянки”, “Нумерації”, “Тріади Менехма”, “Визначення Архімедом об’ємів кулі, циліндра і конуса” тощо. Цікаві за змістом і художнім оформленням є типографські таблиці А.Г.Конфоровича і Г.М.Андрієвської “Історія розвитку математики”, видані видавництвом “Вища школа” у 1980 році. Їх можна використовувати в школі і в університеті.

Не традиційним для математики, але широко застосовним в процесі викладання історії, є карти. На нашу думку карти з історії різних часів мають стати невід’ємним атрибутом лекції з історії математики. З їх допомогою відбувається поєднання слухового і візуального сприйняття матеріалу, концентрується увага студентів не лише на хронологічній послідовності подій, а й на їх територіальних ознаках. Виникнення і взаємозв’язок багатьох подій в історії розвитку математики обумовлюється в певній мірі територіальними і національними особливостями. Так найбільшого розвитку в найдавніші часи математика набула в Єгипті (долина річки Ніл) та Вавилоні (долини річок Тигр і Євфрат). Про це писали грецькі історики, а Геродот ще й підкреслював, що саме розливи річки Ніл сприяли розвитку геометрії, бо з погляду оподаткування потрібно було знати, скільки землі втрачено під водою.

Відомості про розвиток математики в Єгипті за 2000 років до нашої ери дійшли до нашого часу завдяки тому, що були записані на спеціально обробленому папірусі (трава, що росте на берегах річки Ніл). Відомості про розвиток математики в Китаї датуються значно пізнішим часом, що пов'язано з національними особливостями: правлячі династії намагалися знищити всі здобутки попередніх династій. Цей матеріал вчитель математики зможе пізніше використати в шкільній практиці: на позакласних заняттях з математики чи під час інтегрованих уроків. Прикладом може послужити інтегрований урок математика-історія в 6 класі на тему "Математика в Стародавньому Єгипті".

Використання карти на лекції з теми "Розвиток математики в Стародавній Греції" дає можливість показати студентам, що майже все чорноморське узбережжя сучасної України заселяли вихідці з Іонії. Міста-держави Ольвію, Херсонес та деякі інші заснували саме вихідці з Мілету – міста з якого походив Фалес Мілетський. Студенти мають знати, що на півдні України, ще 25 століть тому існували такі самі школи, як і в Стародавній Греції: школи граматиста, кіфариста, палестри. Сучасний Херсонес чудове підтвердження тому, що рівень математичних знань у народів, що населяли узбережжя Криму був досить високим.

Доцільно використана карта "Арабський халіфат" надасть допомогу студентам у розв'язанні створеної викладачем проблемної ситуації:

– Відомо, що десяткова система числення вперше була запроваджена в Індії. Чому ж цифри 0, 1, 2, 3, …, 9 називають арабськими?

Створенню і розв'язанню проблемних ситуацій сприяють й інші засоби навчання: моделі, наприклад "індійський круг", портрети видатних математиків, оригінальні друковані видання тощо.

Про комп'ютер, як засіб навчання математики, добре відомо з навчально-методичної літератури та шкільної практики. Ми пропонуємо використовувати комп'ютер, як засіб діагностики знань, що отримали студенти в процесі вивчення курсу "Історія математики". З цією метою нами була розроблена тестова система, що складається з трьох розділів: творці математики, висловлювання про математику і математиків, математична мозаїка.

Комп'ютер у системі довільних чисел пропонує кожному студенту 10 запитань з бази кожного розділу, а студент має вибрати правильну відповідь із чотирьох запропонованих. За результатами тестування комп'ютер оцінює знання студентів за 5-бальною шкалою і повторює запитання, у відповідях на які були допущені помилки.

Результати проведеного дослідження дають можливість зробити такі висновки. Засоби навчання у вищій школі, як ідеальні так і матеріальні, виконують багатогранні функції і забезпечують в комплексі з іншими компонентами методичної системи високу якість знань і творчий розвиток студентів, сприяють інтенсифікації та гуманізації навчального процесу, служать майбутнім учителям зразком для наслідування. Курс історії математики потребує поруч з традиційними засобами навчання використовувати специфічні: нумерації, хронологію, історичні задачі, карти, портрети математиків тощо.

Наведені у статті теоретичні положення і конкретні приклади використання ідеальних і матеріальних засобів навчання в курсі історії математики можуть стати основою для інтенсифікації навчально-виховного процесу у вищих закладах освіти. Подальші розвідки можуть спрямовуватись на створення навчальних фільмів і комп'ютерних програм навчального характеру.

1. Остроградський М.В., Блюм А. Міркування про викладання //Наукові записки КДПІ ім. О.М. Горького, т.ХУІІ. – К., 1955. С.137-155.
2. Алексюк А.М. Загальні методи навчання в школі. – К.: Радянська школа, 1973. – 264 с.
3. Средства обучения математике: Сб.статей /Сост. А.М.Пышкало. – М., 1980. – 208с.

4. Педагогика. Учебное пособие для студентов пед. вузов / Под ред. П.И.Пидкасистого. – М., 2000. – 640 с.
5. Тарасенкова Н.А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики. – Черкаси: Відлуння-Плюс, 2002. – 400 с.
6. Гуржій А.М., Орлова І.В., Шут М.І., Самсонов В.В. Засоби навчання загальноосвітніх навчальних закладів (теоретико-методологічні основи): Навч. посібник. К.: НМЦ засобів навчання, 2001. – 95 с.
7. Шишкіна М.П. Засоби навчання: проблеми термінології //Проблеми освіти: Наук.-метод. зб. /Кол. авт. – К.:ІЗМН, 1998. – Вип.14. – С.205-208.
8. Ван дер Варден Б.Л. Пробуждающаяся наука // Пер с голл. И.Н.Веселовского. – М., 1959. – 460 с.

Резюме. В статье анализируются существующие подходы к толкованию понятия «средства обучения», характеризуются отдельные виды последних, рассматриваются специфические средства обучения истории математики и демонстрируется их место, роль и особенности использования в процессе подготовки будущих учителей математики.

Summary. This article deals with the subject-matter of concept of means of training, the characteristics of its kind is given. As well as specific means of education of the history of mathematics are considered.

Надійшла до редакції 03.09.2003 р.

ЕВРИСТИЧНА СКЛАДОВА ФОРМУВАННЯ МАЙБУТНЬОГО ІНЖЕНЕРА

Т.С.Максимова, асистент,
Автомобільно-дорожній інститут ДонНТУ, м.Горлівка

Зміни, які відбуваються зараз у всіх сферах життєдіяльності, ставлять перед людством та перед кожною людиною окремо завдання відповідні ним. Зрозуміло, що професії, професійна діяльність теж динамічно змінюються відповідно до різних історичних та соціальних обставин, культурних впливів. Тому, щоб зрозуміти, хто такий інженер в сучасному суспільстві, які вимоги воно до нього ставить, і, значить, які завдання виникають перед сучасною інженерною освітою, необхідно розглянути тенденції розвитку виробництва – сфери, у якій здійснюється діяльність інженера.

Проблемам виховання інженера в сучасних умовах розвитку суспільства, економіки, виробництва присвячені роботи О.В.Алексєєва, Джона Баду, М.Згуровського, В.М.Зуєва, С.Є.Моторної, А.М.Новикова, П.Н.Новикова, В.В.Пака та інших. Такі автори, як В.В.Альохін, С.А.Кугель, І.С.Мангутов, І.О.Мартинюк, О.М.Никандров, А.В.Роменець, Є.А.Шаповалов та інші, дають характеристику інженерній діяльності, приділяють увагу ролі інженера в суспільстві.

На думку вітчизняних та зарубіжних дослідників, НТР зараз вступила в етап інформаційно-електронної революції, яка веде до безлюдних технологій, коли людина не приймає участі у безпосередньому виробництві, її праця, здібності направлені на його організацію, управління з застосуванням сучасних технологій. Високі технології, перехід до яких зараз здійснюється, та при яких відбувається створення якісно нової продукції, відрізняються такими рисами як: безмашинність (електронно-променеві, плазменні і інші процеси); у випадку застосування машин вимагають мінімальної кількості робочої сили; здійснюються ресурсозберігаючим шляхом; надійно контролюються з метою досягнення заданої якості продукції на основі застосування досягнень електроніки та інших сучасних методів [1].

З цього випливає, що найбільш характерною ознакою праці робітника сучасного виробництва, зокрема інженера, стала її інтелектуалізація, оскільки основним змістом праці є її розумовий компонент, який базується не на емпірично накопичених навичках, а на відповідному об’ємі загальних та спеціальних знань та умінь, які дають можливість творчо осмислювати ситуації, які виникають. Метою праці в цьому випадку є не операції, а технологічний ланцюг, як єдине ціле, яке вимагає від людини розуміння загального кінцевого результату, заданого у вигляді програми (образа мети). Образ мети робить людину праці суб’єктом усвідомлених творчо виконаних дій, суб’єктом контролю та наладки технології виробництва. Це вимагає розширення поля зору та професійних функцій інженера, без чого не можливе компетентне управління складними процесами автоматизованого виробництва [2, 10].

Таким чином, мета нашої статті – дати характеристику професійної діяльності інженера та показати необхідність формування евристичних умінь студентів технічних вузів на практичних заняттях з вищої математики.

Фактично, вимоги, які пред'являє сучасне постіндустріальне виробництво спеціалісту, пов'язані з особливостями професійної діяльності в цьому суспільстві, такими, як розумова активність; збір інформації та розв'язання проблем; функції цієї діяльності визначені цілями, для досягнення яких послідовні кроки не можуть бути специфіковані, що передбачає розв'язання відносно широкого кола не рутинних задач; місто та час професійної діяльності визначені не строго, люди з важкістю виділяють одну сферу своєї діяльності від іншої; людина сама визначає, що, як і в якому ритмі повинно бути вироблено; машина є засобом; задоволення досягається людиною завдяки почуттю майстерності; функції робітника постійно та істотно змінюються [3].

Тому, крім широкого профілю характерними рисами сучасного інженера повинні виступати динамізм, творчість, здібність програмно-цільової оцінки виробництва, відповідальність за можливі наслідки у використанні сучасних технічних засобів, професійна самомобільність, як здібність випереджати існуюче у кожний момент затребування знань.

Від того наскільки розвинені у спеціаліста ці якості, залежить ефективність реалізації ним функцій інженерної діяльності – аналіз та технологічне прогнозування, дослідницькі розробки, конструювання, проектування, технологічне забезпечення, регулювання виробництва, експлуатація та ремонт обладнання, системне програмування, раціоналізаторство, винахідництво, організація виробництва [4]. Саме інженери є генераторами нових технічних ідей та розробок, від них в першу чергу залежить технічний рівень виробництва, рівень технічних досягнень, які визначають якість життя людей, соціально-суспільні зміни. Тому пріоритетним для вищої технічної освіти є виховання інженерів, здатних творчо підходити до будь-якої проблеми, виникаючої у професійній діяльності, створювати нову техніку, що передбачає назва професії – інженер. М.Згуровський, підкреслюючи необхідність змін у вищій технічній школі, виділяє серед декількох груп завдань вищої технічної школи, які відповідають підготовці ерудованого в багатьох галузях технологічної та духовної культури спеціаліста, навчально-методичні завдання, що стосуються методики викладання конкретних дисциплін. Інформаційні технології при цьому відкривають нові можливості для викладачів та студентів[5].

Академік РАО А.М.Новиков розглядає декілька аспектів професійної діяльності спеціаліста [6]. В залежності від особистісних якостей спеціаліста, а також умов у які він був поставлений, професійна діяльність може здійснюватись на різних рівнях її ієрархії:

– операційному, коли спеціаліст виконує тільки окремі технологічні операції (робітник-виконавець);
– тактичному, коли спеціаліст виконує повний технологічний процес, успішно використовуючи всю сукупність існуючих засобів та способів праці для розв'язання поточних професійних задач у умовах, що змінюються (активний робітник);
– стратегічному, коли спеціаліст орієнтується у всій системі виробництва, його технологічних, економічних, суспільних відносинах, самостійно визначає місце та мету своєї професійної діяльності у відповідності з

цілями виробництва, де він працює (творчий робітник, з якостями, зазначеними вище).

Процесуальний аспект професійної діяльності передбачає здатність спеціаліста здійснювати інтегративну діяльність, яка охоплює весь цикл розв'язання проблеми, від аналізу умови до аналізу отриманого розв'язку.

Видовий аспект передбачає виділення п'яти видів професійної діяльності: пізнавальна, перетворювальна, ціннісно-орієнтувальна, комунікативна, естетична.

І чим багатший буде досвід студентів у здійсненні інтегративної діяльності, яка визначається повнотою свого змісту в процесуальному та видовому аспекті, тим успішніша буде їх професійна діяльність після закінчення вузу. *Тому є необхідність включення студентів на практичних заняттях з вищої математики у діяльність такого плану, в результаті якої будуть формуватися поряд зі знаннями, операційними уміннями, широкі уміння тактичного, а головне стратегічного плану – високо розвинуті пізнавальні уміння, уміння самоаналіза процесу та результату діяльності, організаційні вміння і т.ін. Такими уміннями стратегічного плану є евристичні уміння.*

Проблемі реалізації евристичних ідей, діалектиці евристичної діяльності в навчанні математики на сьогодні приділяли увагу такі математики та методисти, як М.Я.Антоновський, Г.Д.Балк, Г.П.Бевз, М.І.Бурда, В.Г.Болтянський, Б.А.Вікол, Б.В.Гніднико, С.Г.Губа, Г.Б.Дорофєєв, Ю.М.Колягін, Т.М.Міракова, А.Д.Мишкіс, Ю.О.Палант, Н.Х.Розов, З.І.Слєпкань, Г.І.Саранцев, Є.Є.Семенов, Є.Н.Турецький, Л.М.Фрідман, С.І.Шапіро та інші.

Евристика в перекладі з грецької – виявляю, відшукую, відкриваю. Евристика може розумітися як сукупність притаманних людині механізмів, за допомогою яких породжуються процедури, направлені на розв'язання творчих задач. Ці механізми розв'язання творчих задач є універсальними по своєму характеру та не залежать від змісту конкретної задачі, яка розв'язується [7]. Евристичні уміння сприятимуть отриманню процедур розв'язання творчих професійних задач, бо як відмічає А.В.Хуторськой, евристична діяльність включає в себе творчі процеси; пізнавальні процеси, неминучі та необхідні для супроводу творчості; організаційні, методологічні, психологічні та інші процеси, які забезпечують творчу та пізнавальну діяльність [8].

Нами було проаналізовано джерела, які стосуються процесу розв'язання технічних задач, пов'язаного з творчим пошуком, створенням нового. Питання пов'язані з технічною творчістю порушуються в роботах Г.С.Альтшуллера, А.В.Антонова, Г.Буша, М.І.Вайнермана, Б.І.Голдовського, В.А.Моляко, А.Ф.Есаулова. На основі аналізу цих джерел, ми розглядаємо етапи розв'язання технічних задач та професійні дії, які необхідно буде виконувати майбутнім інженерам на кожному з етапів при розв'язанні творчих професійних задач та ставимо у відповідність професійним діям евристичні уміння, які будуть сприяти успішному виконанню професійних дій, а, значить, і розв'язанню професійних задач (таблиця 1).

Формування евристичних умінь студентів буде відбуватися в процесі організації викладачем евристичної діяльності студентів на практичних заняттях з вищої математики, яка передбачає використання студентами евристичних прийомів на кожному етапі ров'язання задачі. Ми пропонуємо методику формування евристичних умінь студентів технічних вузів під час вивчення теми: "Границя функції" [9].

Таблиця 1.

Відповідність між професійними діями, які виконуються при розв'язанні технічних задач та евристичними уміннями, які сприяють успішному виконанню професійних дій

Етап	Зміст етапу	Професійні дії	Евристичні уміння	Загальна дія
Інтерпретація умови задачі	*Первинний аналіз умови*	- класифікація новизни, типу задачі; - пригадування схожих задач (з однієї області, схожих за змістом, даними)	– підводити задачу під певний тип; – виявляти схожі за змістом, даними задачі	*Первинне співвіднесення задачі з іншими*
	Зведення задачі як цілого до частинних компонентів, в яких досліджуються ще більш елементарні частини	- ділення умови на головну (загальна структура, призначення об`єкта, який треба побудувати) та другорядну частину - співвіднесення тексту та креслення (схеми), якщо воно присутнє - "своє" представлення даних задачі на схемі, кресленні, - "свої" схема, малюнок - виділення в об`єкті головних вузлів, їх функцій і т. д. - переформування умови в іншому ключі	- розділяти в умові, дані та вимоги; - перевіряти узгодженість даних; - виявляти в умові задачі істотне та неістотне для її розв'язання; - встановлювати зв'язки між даними та між даними і вимогами; - виявляти приховану інформацію; - встановлювати, які дані достатні для розв'язання задачі, які недостатні, які надмірні; - співвідносити різні форми подання інформації; - обирати ефективний зручний запис подання інформації; - ділити умову на частини; - робити первинну модель задачі; - переформульовувати задачу на іншій мові, в іншому ключі	*Перебудова своєї системи знань*

Постановка задачі	*Побудова послідовності елементарних допоміжних задач*	- виникнення орієнтирів на внутрисистемному рівні, міжсистемному рівні: а) розгляд аналогів в межах однієї області, декількох областей б) протиставлення різних способів розв'язання технічних задач - перенесення структур, функцій об'єктів, які вже побудовані в інші умови; - зчленування об'єктів - заміщення об'єктів - сполучення об'єктів - обертання об'єктів - співвіднесення ознак орієнтирів з ознаками шуканого об'єкта - прийняття рішення про прийняття або відхилення орієнтиру	- знаходити спільне у розв'язку із спільного у компонентах задач - розглядати часткові випадки задачі - об'єднувати інформацію про розв'язання часткових випадків - знаходити спільне та різне у методах розв'язання задач, які вплинуть на різницю або спільність метода розв'язання вихідної задачі та тієї, яка розглядається - видозмінювати задачу з метою, що її розв'язання наведе на розв'язання вихідної задачі - формулювати еквівалентну задачу на основі виявленої властивості - ділити об'єкти на частини - співвідносити ціле та частину, частину і частину, ціле та ціле - надавати граничні значення об'єктам, умовам - робити перебір варіантів - розв'язувати з кінця - висувати гіпотези щодо розв'язання - доводити, спростовувати гіпотези - переформульовувати цілі, питання задачі у загальному вигляді	*Виявлення загальних закономірностей розв'язання допоміжних задач*

Складання плану розв'язання задачі	*Отримання стратегії розв'язання задачі*	- вироблення схеми, креслення об'єкта, який треба побудувати, перебудувати - складання плану, покрокового впровадження розв'язання задачі в життя	- проводити міркування, які основані на фактах, зв'язках, установлених на попередніх етапах - інтегрувати всі факти, зв'язки, установлені на попередніх етапах	*Використання своїх умінь та умінь отриманих при розв'язанні у визначеній*
Здійснення плану розв'язання задачі	*Реалізація знайденого плану та його коригування*	- впровадження плану, схеми, креслення в реальне життя - зміна плану, схеми, креслення (якщо це необхідно) в процесі впровадження	- перевіряти правильність виконаних дій - співвідносити кроки пошуку розв'язання між собою та з питаннями задачі - встановлювати недоліки розв'язання (великі обчислення) ще до отримання результату - відхилятися від знайденого плану	*Коригування знайденої стратегії в процесі розв'язання*
Аналіз отриманого розв`язку	*Аналіз отриманого розв`язку*	- застосування нової конструкції, споруди - встановлення недоліків та об'єкта (вартість, естетичні показники) - спроби нового задуму задачі	- переформульовувати задачу з урахуванням бачених недоліків - перевіряти розв'язання (по розмірності, оцінкою вірогідного результату) - перевіряти відповідність розв'язання вимогам задачі - співставляти отриманий результат з еталонним - оцінювати економічність, естетичність, раціональність, розв'язання - виконувати рефлексивні дії: а) встановлювати нові способи дій, які використовувались б) встановлювати - де ще може бути застосоване це розв'язання	*Критичний аналіз всієї попередньої діяльності*

Методика проведення практичних занять з вищої математики по темі “Границя функції” передбачає поєднання традиційної форми навчання з використанням сучасних інформаційних технологій. На вивчення цієї теми відводиться два практичних заняття. Актуалізація знань студентів на першому занятті відбувається в процесі дослідження студентами поведінки функцій: s(t), v(t), x(t) при рівномірному та рівноприскореному русі; обернена пропорційність розглядається на графіках, які відображають фізичні закони (pv=const). Студентам пропонується визначити границі цих функцій, коли $t \to \infty$, $t \to 0$, $t \to 1$ і т.ін, визначити, які з функцій є нескінченно малими та нескінченно великими величинами. В результаті такої діяльності у студентів відбувається формування таких евристичних умінь, як – співвідносити різні форми подання інформації; обирати ефективний, зручний запис подання інформації.

Продовження студентами такої діяльності відбувається при роботі з комп’ютерною навчальною програмою LIMIT, яка включає, як актуалізацію знань так і розв’язання задач, контроль знань та умінь студентів. Під час роботи з програмою, відбувається включення студентів у евристичну діяльність, яка направлена на самостійне отримання ними методів розкриття невизначеностей, обчислення границь, складання правила-орієнтира для розкриття невизначеностей різного типу, за рахунок використання евристичних прийомів. В результаті такої діяльності відбувається формування таких евристичних умінь, як – робити первинне співвіднесення задачі з іншими; ділити умову на частини; обирати зручний запис подання інформації; знаходити спільне у розв’язанні із спільного у компонентах задачі; знаходити спільне та різне у методах розв’язання інших задач, що вплине на знаходження метода розв’язання даної задачі; видозмінювати задачу, з метою, що її розв’язання наведе на розв’язання даної задачі; висувати гіпотези щодо метода розв’язання задачі; встановлювати недоліки розв’язання задачі ще у ході розв’язання; оцінювати раціональність, естетичність отриманого розв’язку; виконувати рефлексивні дії.

На початку другого заняття студенти здійснюють діяльність, яка направлена на встановлення закону зміни площі поперечного перерізу колони, в залежності від відстані перерізу від її верхньої границі, при умові, що бетонна колона(рівного опору) висотою h піддається стисненню силою P та власною вагою в напрямку своєї вертикальної осі В результаті евристичного діалогу відбувається знаходження площ перерізів, які складають геометричну прогресію, а здійснення граничного переходу в формулі для загального члену вимагає від студентів використання другої важливої границі. В процесі розв’язання цієї задачі відбувається формування евристичних умінь: розділяти в умові дані та вимоги; ділити об’єкт на частини; робити математичну модель задачі; переформульовувати задачу на мові математики, фізики. Наступна частина заняття присвячена роботі з комп’ютерною навчальною програмою LIMIT, під час якої студенти здійснюють евристичну діяльність, яка направлена на самостійне отримання студентами методів розкриття невизначеностей за допомогою першої та другої важливих границь, в результаті якої відбувається формування евристичних умінь, які зазначалися вище, у процесі роботи з програмою.

Таким чином, використання комп’ютерної навчальної програми LIMIT, яка може бути розглянута як евристико-дидактична конструкція, в поєднанні з традиційними способами навчання, дозволяють формувати евристичні уміння студентів технічних вузів на практичних заняттях з вищої математики.

1. Георгиева Т.С. Образование как сфера культуры: пути обновления. – М., 1992.
2. Новиков П.М., Зуев В.М. Опережающее профессиональное образование: Научно-практическое пособие.– М.: РГАТиЗ, 2000 – 266 с.
3. Полякова Н.Л От трудового общества к информационному: западная социология об изменении социальной роли труда. – М., 1990.
4. Мартинюк И.О. Инженер в зеркале времени. – К.: Политиздат Украины, 1989. – 159 с.

5. Згуровський М. Технічна освіта в мінливому світі // Вища освіта України. – 2002. – №1. – С.7-12.
6. Новиков А.М. Об аспектах и уровнях развития профессиональной культуры специалиста // Специалист. – 2002. – №11. – С.29-34.
7. Педагогика и психология высшей школы. Серия "Учебники и учебные пособия" / С.И.Самыгин, Л.Д.Столяренко, А.В.Духавнева и др.; Под ред. С.И.Самыгина. – Ростов-на-Дону: Феникс, 1998. – 544 с.
8. Хуторской А.В. Современная дидактика: Учебник для вузов. – Спб.: Питер, 2001. – 544 с.
9. Максимова Т.С. Формування прийомів евристичної діяльності студентів при вивченні теми "Границя функції" з використанням навчальної програми LIMIT // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Між нар. збірник наук. робіт. – Вип 18. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2002. – С.140-147.
10. Human Resource Practices for Implementing Manufacturing Technology. – Washington, 1986.

Резюме. В статье рассматриваются особенности профессиональной деятельности инженера в современных условиях развития производства и в связи с этим. Показана необходимость формирования эвристических умений студентов технических вузов на практических занятиях по высшей математике, которые обеспечат успешное выполнение профессиональных действий на каждом из этапов решения творческих, профессиональных задач. Рассмотрена методика формирования этих умений.

Summary. In article there are considered the peculiarities of professional activity of engineers in modern society end requirements of the society to engineers. There are shown, that the forming of heuristic skills of students of technical higher educational institution, which will make sure the successful the solving of creative professional problems, is being necessary.

Надійшла до редакції 02.10.2003 р.

ФОРМУВАННЯ У СТУДЕНТІВ УЯВЛЕННЯ ПРО ОПЕРАТОР ПІД ЧАС ВИКЛАДАННЯ ТЕМИ "КОМПЛЕКСНІ ЧИСЛА"

В.А.Гроза, канд. фіз.-мат. наук, викладач, О.Л.Лещинський, канд. фіз.-мат. наук, доцент, В.В.Тихонова, викладач, Промислово-економічний коледж, м.Київ, О.П.Томащук, канд. педагог. наук, доцент, Економіко-правовий технікум, м.Київ

На відміну від середніх загальноосвітніх навчальних закладів, вищі заклади освіти повинні не тільки виховувати соціально-адаптованих, культурних особистостей, формувати у студентів систему загальних знань і вмінь, розвивати їх творчі здібності, але і готувати фахівців, професіоналів в обраній галузі майбутньої діяльності. Завдання професійної підготовки накладають особливі умови на викладання всіх без винятку дисциплін навчального плану кожної спеціальності. Нами досліджується математична підготовка молодших спеціалістів у вищих закладах освіти (ВЗО) І-ІІ рівнів акредитації за радіотехнічними напрямками та напрямками, пов'язаними із програмуванням і обслуговуванням персональних електронно-обчислювальних машин.

Майбутні фахівці названих напрямків оволодівають математичною освітою шляхом вивчення, як правило, двох дисциплін: математики (яка включає курси алгебри і початків аналізу та геометрії) та вищої математики. Вивчення цих дисциплін розраховане на 4 семестри.

Після одержання відповідної фундаментальної математичної підготовки, студенти вивчають спеціальні профілюючі дисципліни, в яких природно використовується математичний апарат. Так, наприклад, вивчаючи рівняння Максвела $\left(\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right)$ та Шредінгера $\left(\dfrac{ih}{2\pi}\cdot\dfrac{\partial\psi}{\partial t}=-\dfrac{h^2}{8\pi^2 m}\Delta\psi+U(x,y,z,t)\psi \quad \text{або} \quad \dfrac{ih}{2\pi}\cdot\dfrac{\partial\psi}{\partial t}=H\psi\right)$, студенти зустрічаються з математичним поняттям "оператор" (зокрема, оператори Лапласа (Δ), Гамільтона (H)); у квантовій механіці всім динамічним змінним класичної механіки ставляться у відповідність лінійні оператори, які діють у функціональному просторі хвильових функцій.

Зрозуміло, що при викладанні спеціальних дисциплін студентам пояснюють, що коли вказано правило, за яким кожній функції ψ деякого функціонального простору однозначно ставиться у відповідність інша функція ψ^* того ж простору, то кажуть, що ψ^* є функцією, одержаною в результаті дії на функцію ψ деякого оператора $\hat{A}$ з цього ж простору. Цей факт символічно записують так:

$$\psi^* = \hat{A}\psi.$$

Але студенти, не ознайомившись із строгим означенням оператора (що, можливо, і не є обов’язковим для майбутніх молодших спеціалістів) і, будучи попередньо не підготовленими до сприйняття такого типу математичних об’єктів, навряд чи зможуть зрозуміти теорію предметів, які вони вивчають. Разом з тим, при викладанні математичних дисциплін можна знайти можливості для формування у студентів початкових явлень як про оператор, так і про деякі інші важливі математичні поняття, які у подальшому будуть докладно вивчатися в курсах спеціальних дисциплін [1, 2]. Так, наприклад, в межах курсу вищої математики при викладанні теми “Комплексні числа” можна здійснити першу спробу формування у студентів уявлення про оператор [3].

Наведемо стислий конспект фрагменту лекції, присвяченого ознайомленню студентів із поняттям оператора. Тема самої лекції – “Показникова форма комплексного числа”. На момент проведення цієї лекції студенти вже знайомі:

1) з алгебраїчною формою комплексного числа і діями з комплексними числами, записаними у цій формі;

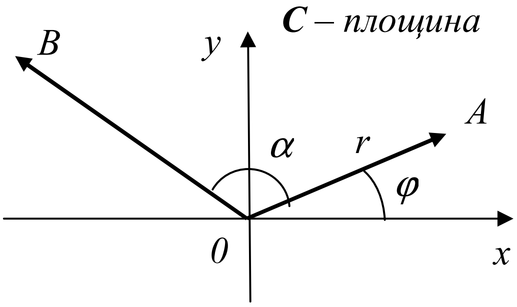
2) з геометричною інтерпретацією комплексних чисел; поняттям комплексної площини;

3) з тригонометричною формою комплексного числа і діями з комплексними числами, записаними у цій формі;

4) з переходом від алгебраїчної до тригонометричної форми комплексного числа і навпаки.

Після розгляду показникової форми комплексного числа та переходів від неї до алгебраїчної та тригонометричної форм комплексного числа і навпаки, можна перейти до формування у студентів уявлення про оператор.

Знайомство з поняттям “оператор”. Нехай $\overrightarrow{OA}$ – довільний вектор у комплексній площині ($|\overrightarrow{OA}|=r$, $r\in R$) і z – його комплексна координата ($z=re^{i\varphi}$). Повернемо цей вектор навколо початку координат O на кут α (проти руху годинникової стрілки, якщо $\alpha>0$, і за годинниковою стрілкою, якщо $\alpha<0$) і здійснимо розтяг утвореного вектора (не змінюючи його початку) в ρ разі (при $0<\rho<1$ – це буде стиснення, при $\rho>1$ – розтяг). У результаті одержимо вектор $\overrightarrow{OB}$, $|\overrightarrow{OB}|=\rho r$ (мал.1). Вказане *правило*, за яким кожному вектору $\overrightarrow{OA}$ комплексної площини ставиться у відповідність вектор $\overrightarrow{OB}$, назвемо *оператором* і позначимо символом $\hat{M}$. При цьому будемо записувати $\hat{M}\,\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OB}$.



Мал.1

Знайдемо аналітичне вираження оператора $\hat{M}$. Для цього комплексну координату вектора $\overrightarrow{OB}$ позначимо ω. Тоді $\omega = cre^{i(\varphi+\alpha)}=\left(ce^{i\alpha}\right)\cdot\left(re^{i\varphi}\right)= \;=ce^{i\alpha}\cdot z=cz$, де $c=ce^{i\alpha}$. Отже, оператор $\hat{M}$ комплексному числу z ставить у відповідність число $\omega=cz$, де $c=ce^{i\alpha}$, тобто $\hat{M}z=cz$, де $c=ce^{i\alpha}$. Це є аналітичне вираження оператора $\hat{M}$.

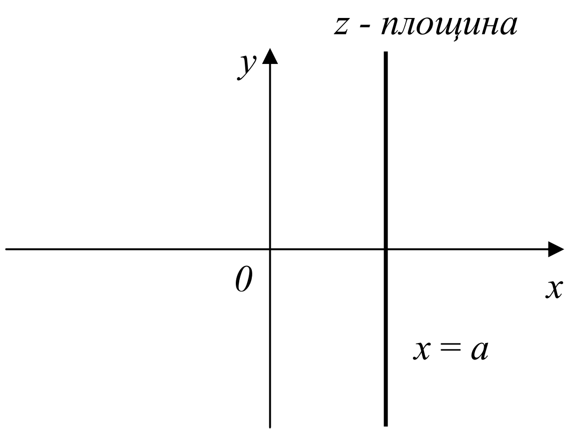
Із проведених міркувань випливає, що для того, щоб над вектором $\overrightarrow{OA}$ виконати операції повороту на кут α і розтягу (з коефіцієнтом розтягу ρ), його комплексну координату z потрібно помножити на комплексне число $c=ce^{i\alpha}$. І навпаки, якщо комплексну координату z деякого вектора

$\overrightarrow{OA}$ помножити на комплексне число $c = ce^{i\alpha}$, то одержане число $\omega = cz$ буде комплексною координатою вектора $\overrightarrow{OB}$, який може бути одержаний шляхом повороту вектора $\overrightarrow{OA}$ на кут α і розтягу утвореного вектора з коефіцієнтом ρ. Отже, *множення комплексного числа z на комплексне число* $c = ce^{i\alpha}$ *геометрично можна тлумачити як дію оператора* $\hat{M}$ *на вектор з комплексною координатою z* (поворот вектора з комплексною координатою z на кут $\alpha = \arg c$ і розтяг утвореного вектора з коефіцієнтом розтягу $\rho = |c|$).

Слово "оператор" має латинське походження і в перекладі означає "виконавець". Можна стверджувати, що комплексний співмножник c (у формулі $\omega = cz$) з геометричної точки зору виконує композиційне перетворення вектора з комплексною координатою z у вектор з комплексною координатою cz.

Одержаний висновок легко узагальнити на випадок, коли початок вектора не співпадає з початком координат.

Розглянемо тепер оператор $\hat{K}$, який кожному комплексному числу z ставить у відповідність число $\omega = z^2$, тобто $\hat{K}z = z^2$. Назвемо його оператором піднесення до квадрату. Дію цього оператора у комплексній площині проілюструємо на такому прикладі. Виберемо у комплексній z-площині довільну пряму, паралельну уявній осі Oy (мал.2). Вона має рівняння $x = a$, де a – деяке фіксоване число і $a \neq 0$. Для точок цієї прямої маємо $z = a + yi$ $(-\infty < y < +\infty)$. Оскільки $\omega = z^2$, то очевидно, що $\omega \in C$. Якщо $\omega = u + vi$, то для точок комплексної ω-площини, які відповідають точкам прямої $x = a$, маємо таку залежність:



Мал.2

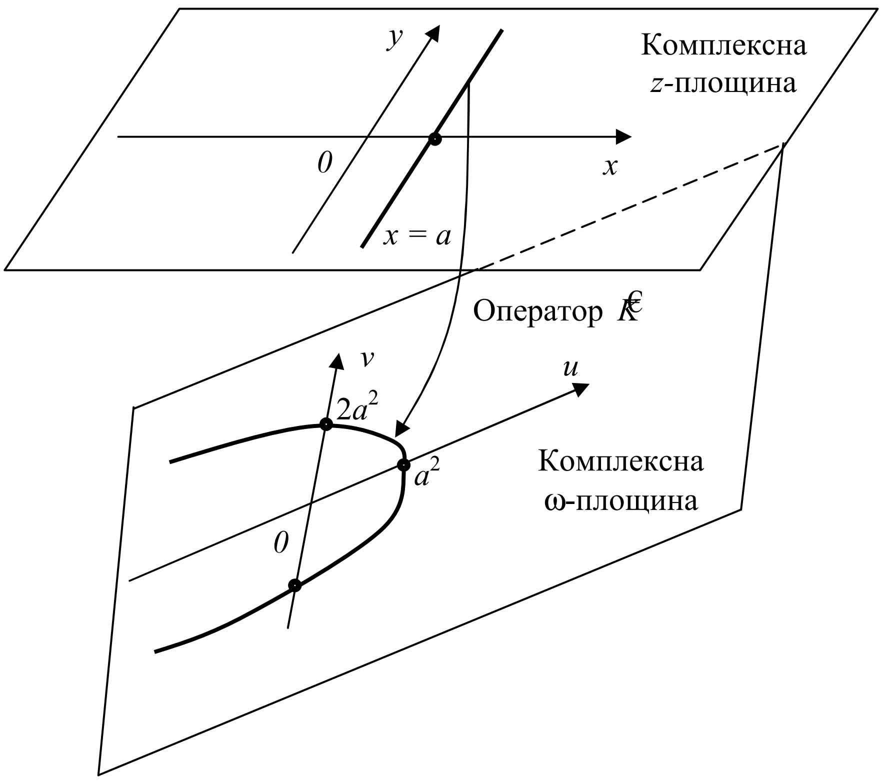
$$u+\nu i=(a+yi)^2=\left(a^2-y^2\right)+(2ay)i,$$

звідки $u=a^2-y^2$, $\nu=2ay$, $y\in R$.

Якщо y набуває всіх дійсних значень, то точка $\omega = u + \nu i$ описує деяку фігуру. Знайдемо рівняння цієї фігури.

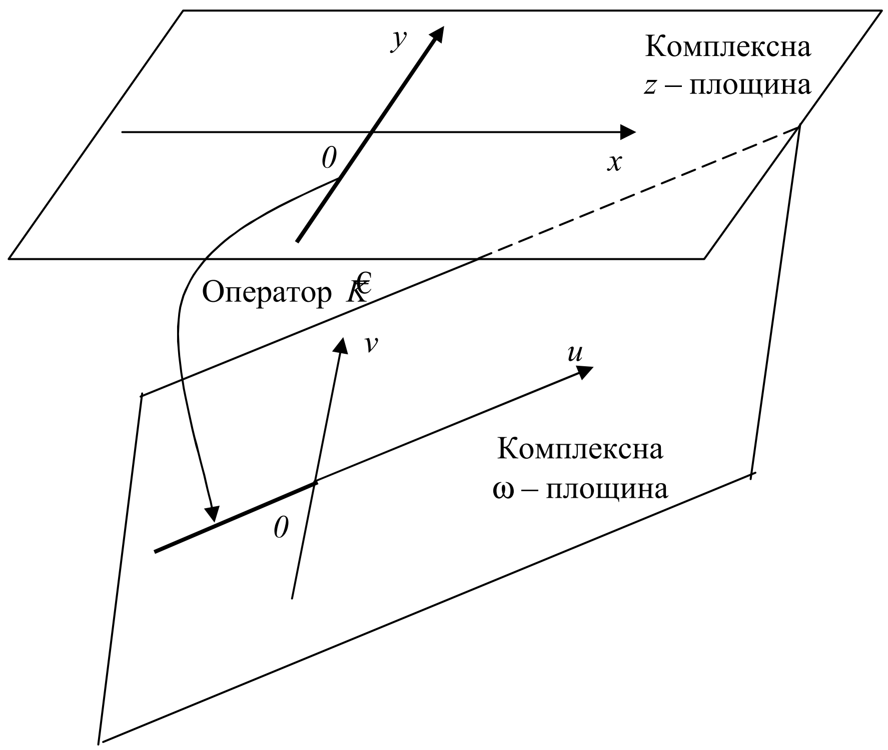
З рівності $\nu=2ay$ маємо $y=\dfrac{\nu}{2a}$. Підставивши $y=\dfrac{\nu}{2a}$ у рівність $u=a^2-y^2$, одержимо $u=-\dfrac{\nu^2}{4a^2}+a^2$.

Останнє рівняння задає в ω-площині деяку параболу, віссю якої є дійсна вісь ω-площини, а її гілки спрямовані ліворуч (мал.3).



Мал.3

Отже, оператор $\hat{K}$ перетворює пряму $x = a$ ($a \neq 0$) у параболу. Може скластися враження, що всі прямі, які паралельні розглядуваній, також перетворюються у параболу. Але насправді це не так. Проведені вище міркування не є правильними при a=0. У цьому випадку розглядаються всі точки уявної осі. Для них $z = iy$ ($-\infty < y < +\infty$). Тоді $\omega = z^2 = (iy)^2 = -y^2$. Якщо y набуває всіх дійсних значень, то ω набуває всіх дійсних недодатних значень. Це означає, що оператор $\hat{K}$ перетворює уявну вісь z-площини у від'ємний промінь дійсної півосі ω-площини (включаючи точку ω=0) (мал.4).

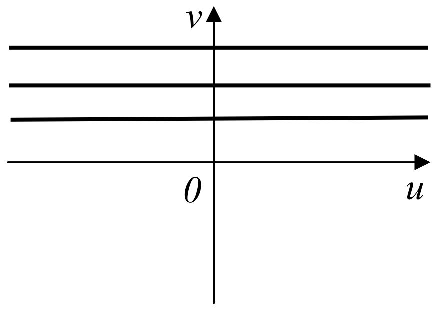


Мал.4

Проводячи аналогічні міркування, можна довести, що оператор $\hat{K}$ перетворює пряму $y = b$ =const ≠ 0 у параболу $u = \dfrac{v^2}{4b^2} - b^2$, а пряму $b = 0$ (дійсну вісь) – у додатній промінь осі Ou ω-площини (включаючи його початок). Ці факти можна запропонувати довести студентам самостійно.

Викликає зацікавленість інший приклад дії того ж оператора $\hat{K}$: “що є прообразом сім’ї прямих верхньої ω-півплощини, паралельних дійсній осі?”

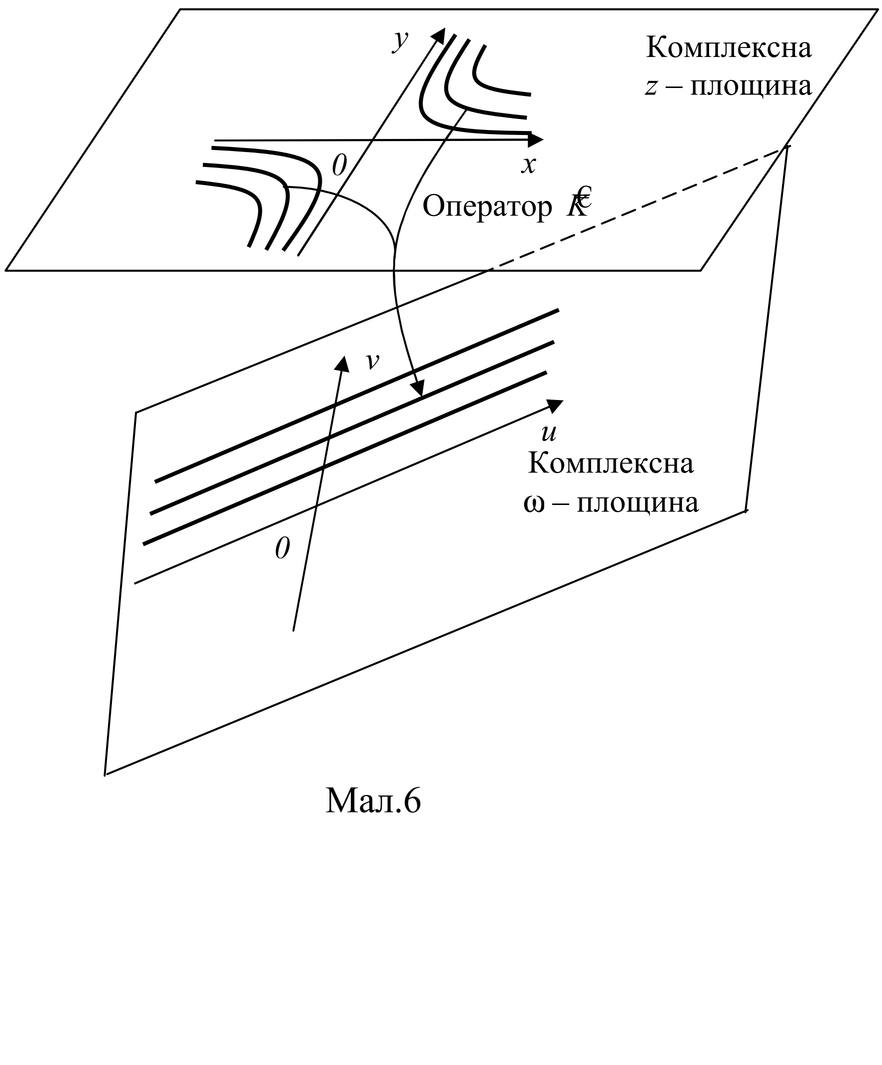
Нехай $z = x + yi$, $\omega = u + vi$. Тоді $u + vi = (x + yi)^2 = \left(x^2 - y^2\right) + (2xy)i$, звідки $u=x^2-y^2$, $v = 2xy$.



Мал.5

Кожна із прямих верхньої ω-півплощини, паралельних дійсній осі, – це лінія, що задана рівнянням $v=c$, де $c=\text{const} > 0$ (мал.5).

Кожна точка прямої $v=c$ відповідає такій точці $z = x + yi$ комплексної z-площини, для якої $2xy = c$ ($c>0$). Ця лінія є гіперболою $xy=c/2$, вітки якої розташовані у першій і третій координатних чвертях (мал.6).



Мал.6

Отже, при дії оператора $\hat{K}$ прообразом сім'ї прямих $v = c$, розташованих у верхній ω-півплощині, є гіперболи $xy = c/2$, вітки яких розташовані у першому і третьому квадрантах z-площини.

На заключному етапі лекції доцільно розповісти студентам, де при вивченні спеціальних дисциплін вони зустрінуться з поняттям "оператор".

Наступну зустріч студентів з поняттям "оператор" можна влаштувати при вивченні елементів аналітичної геометрії (за умови, що студенти ознайомлені з теорією матриць). Тут доцільно звернути увагу студентів на поняття лінійного оператора як частковий випадок поняття "оператор". На елементарному рівні можна розглянути матрицю лінійного оператора як об'єкт, за допомогою якого можна вивчати властивості і дії з лінійними операторами.

Слід відзначити, що на сьогодні нами вивчається можливість реалізації єдиної наскрізної лінії операторів в курсі "Вищої математики" у ВЗО I-II рівнів акредитації.

1. Балк М. Б. и др. Реальные применения мнимых чисел. – К.: Рад. шк., 1988. – 250 с.
2. Яглом Ф. М. Комплексные числа и их применение в геометрии. – М.: Физматгиз, 1963. – 192 с.
3. Томащук О. П., Павлова Т. В., Лещинський О. Л., Тихонова В. В. Місце фізичних і електротехнічних задач при закріпленні знань з теми "Комплексні числа" в курсі математики ВЗО I-II рівнів акредитації // Коледжанин. – 2002. – №11. – С.14 -18.

Резюме. В статье рассматривается один из подходов к формированию у студентов представления об операторе в процессе изложения темы "Комплексные числа" в высших учебных заведениях I-II уровней аккредитации.

Summary. The article deals with one of the approaches to shaping students' notion of operator when introducing the topic "Complex numbers" at higher educational establishments of the 1st and 2nd level of accreditation.

Надійшла до редакції 21.09.2003 р.

THE GAP BETWEEN TEACHING THEORY AND PRACTICE: ANALYSIS OF VIEWPOINTS OF MATHEMATICS TEACHERS
(Розрив між педагогічною теорією та практикою: аналіз точки зору на викладання математики)

Polina Biryukov, Kaye College of Education, Beer-Sheva, Israel
Dr. Peter Samovol, Ben-Gurion University of Negev, Beer-Sheva

1. INTRODUCTION.

Modern everyday changing world brings about new technological possibilities, which change basic requirements to mathematical knowledge of an individual. That is why most countries are faced with the task of the development of different teaching strategies. And the figure of teacher of mathematics is placed in the center of this process. Methods and strategies promoting the development and comprehension of teacher's professional activity are the vital subject of investigation for epistemologists all over the world. Many papers and books (see, for instance Shulman, 1986; Maher, 1987; Davis et al., 1990) assert that success in mathematics teaching is defined by and depends basically on three factors:

1. the extent of teacher's knowledge of *mathematics* as a science and disciplinary knowledge of mathematics as a school subject (Shulman, 1986);
2. the extent of mastering professional teaching skills according to major theoretical concepts of pedagogical science.
3. the extent of teacher's ability to use efficient psychological and pedagogical knowledge of how people learn.

These factors are interrelated. Therefore, all above-stated constituents of pedagogical reality are to be considered as a close unity of science and practice. At the same time, we have to acknowledge that there is a definite distance between the pedagogical science and the existing practice. As an example of this phenomenon, it might be the fact that the efficient methodological solutions discovered by the effective teachers escape the notice of theoreticians. As a result, such pedagogical discoveries do not find adequate scientific appraisal and are not disseminated among the teachers community. On the other hand, prospective scientific innovations very frequently do not reach their practical addressee.

Evidently, the detachment between pedagogical science and existing practice is a **negative phenomenon** hindering efficient mathematics teaching, and an **investigation into methods of its overcoming is an important scientific task.**

2. METHOD.

To obtain preliminary estimate of the state-of-the-art the authors have studied the opinions on the issue of 100 middle school teachers of mathematics from the Israeli Southern circuit schools. The classroom experience of the teachers ranged from 4 to 21 years.

The **questionnaire** given below was aimed at the elucidation of mathematics **teachers' attitude** to the importance of using efficient mathematics teaching techniques and highlighting them in their everyday practice.

The teachers were offered to answer the questionnaire anonymously and independently, basing on their own experience and knowledge. The questionnaire was based on the notion of **pedagogical professionalism** (Doyle, 1983; Shulman, 1986).

The notion inner content is known to be in general not constant but it reflects the most essential properties and relations of all pedagogical disciplines. Hence, a teacher should at least strive to master those professional qualities that are at the base of his pedagogical practice.

3. THE QUESTIONNAIRE.

The questionnaire consisted of three sections.

The **first section** consisted of 11 questions listed below. The teachers had to assess – by 1- to 10-point scale (by increase) – the importance of mastering the following instruction strategies that permit a mathematics teacher:

1. to give interesting lessons;
2. to increase motivation to learning mathematics while explaining the general concepts;
3. to achieve maximum efficiency during classes (time on task),
4. to develop students' skills in correct and precise formulating questions and proper use of mathematical terms in them;
5. to develop students' critical thinking at various cognitive levels;
6. to help students to overcome various phobias while learning mathematics;
7. to stimulate students independently analyze the problems; to find and construct the optimal solving strategy;
8. to use homework as the integral part of the educational process;
9. to develop in students the skills to detect and analyze their mistakes on their own;
10. to implement diversified teaching strategies in heterogeneous classes;
11. to acquaint students with the techniques for profound memorizing of the lesson key ideas.

The **second section** proposed the teachers to supplement the above-cited list with alternative significant psychological and pedagogical techniques.

The **third section** suggested the teachers to propose the ways and means of learning of innovations in pedagogical science.

4. ANALYSIS OF THE FIRST SECTION OF THE QUESTIONNAIRE.

1. Numerical Results

The set of questions cited above does not pretend to cover all significant components of teacher's work. However, the integrity of issues under discussion refers to many basic problems of mathematics teaching. The educational theory (Thompson, 1992) mentions the strategies named in the questionnaire as necessary techniques to be applied in practice of professional teacher. Therefore, if there were no **distance between pedagogical theory and existing practice**, the respondents' estimates would be **not less than 9**. Actually, only 13 of 100 respondents met this requirement by their replies to all questions inclusively. On the other hand, the low estimates (less than 9) given by teachers can be considered as an indication of existing distance between educational theory and practice**.** The latter fact objectively enhances the value of the results obtained in our poll, since in general, the teachers' values, as a rule, bear implications in their practical work.

The data, collected from 100 teachers, is represented in the TABLE below. For analysis convenience, we have subdivided all statistical data into three groups: A, B, and C depending on teacher-assessed value **n***:*

Group A: $\mathbf{9 \le n \le 10}$.

The teachers who have granted 9 or 10 points to a question believe that mastership of the method specified in this question is requisite for teacher's duties. I.e. teachers' opinions in this case actually demonstrate no distance between pedagogical theory and existing practice;

Group B: $\mathbf{7 \le n \le 8}$.

The specialists who have assessed a question with 7 or 8 points, in our opinion, undermine the significance of application of efficient scientific instruction technologies in teacher practice. It can however, be assumed that following appropriate information advertising, many of them can alter their attitude to the science of teaching to its advantage.

Group C: $\mathbf{0 \le n \le 6}$.

The teachers, who have estimated a question, granting it 6 or less than 6 points, underestimate the importance of this technique in teacher's work.

Table

Grouped percentage of grades, given by teachers to the Questionnaire according to each question

Questions' Grades → / numbers	A: 9≤n≤10	B: 7≤n≤8	C: 1≤n≤6
1	54%	19%	27%
2	52%	29%	19%
3	34%	27%	39%
4	41%	33%	26%
5	51%	28%	21%
6	49%	25%	26%
7	49%	27%	24%
8	33%	37%	30%
9	46%	27%	27%
10	50%	25%	25%
11	51%	22%	27%

2. Data Discussion

From 1100 grades (100 respondents, 11 questions) 510 grades (46%) belong to group A, 299 grades (27%) belong to group B and 291 grades (27%) belong to group C.

Question 1. The teaching theory maintains that arousal of interest in mathematical classes organizes pupil's inner intellectual energy and is one of the most vital factor of teaching progress. Nevertheless, we see from the Table that only 54% of teachers granted this question with highest grades.

Question 2. Psychological and pedagogical sciences prove that student motivation is the most crucial factor and obligatory condition in educational process efficiency. Hence, to achieve success, a teacher should make learning a highly desired process for children. The knowledge devoured "with appetite" is best comprehended. "It is not human mind *per se* but ***an individual,*** who is gifted". Therefore, success or failure in individual instruction depends, first and foremost, on object orientation of an individual's interests (Weiner, 1974). However, 48% of the polled do not consider teacher's ability to enhance and support learning motivation to be an important teaching factor.

Question 3. Ability of achieving maximal efficiency during classes involves a high degree of "time on task" for students (Ornstein, 1989). This ability is inherent not in each teacher. It can be acquired only through mastering the instruction theory, and the perception of the psychology of a developing personality. Hence, pedagogy holds this skill of a mathematics teacher as his professional foundation. The theory offers teacher the immense variety of diversified skills and techniques promoting his lesson efficiency. Nevertheless, 39% of teachers gave not more than 6 points to the importance of this issue.

Question 5. The teacher is responsible for encouraging the students to ***creative critical thinking***. This ability is the vital constituent of a specialist successful activity in any area. Mathematics possesses huge potential for the development of this thinking property in a student (Beyer, 1987). Meanwhile, only 51% of the polled highly appreciated the importance of teacher's competence in critical thinking development techniques.

Question 6. Above half of the respondents - 51% - do not consider it to be important to assist students in overcoming various phobias, emerging in learning mathematics. However, the scientists believe that the problem is quite solvable. Here is for instance one of the concepts creating beneficial conditions for teacher's work: "Self-confidence based on self-progress is the most significant task in mathematics teaching, preventing all kinds of phobias in teaching the science" (Eisenberg, 1991, p. 45).

Question 7. *Problem solving* requires searching and examining a variety of ways and when the problem is solved the analysis whether the chosen way is the best one.

The teacher is responsible for creating an intellectual environment motivating the students to construct mathematics. It's important to encourage students to construct models, to draw diagrams that reflect the situation of the problem. The skills developed in students by solving problems are very important for their future life. Therefore mathematics should be taught with emphasis on students become critical in a constructive way, understanding that intellectuality would help them to create also in other disciplines (Schoenfeld, 1992, 1994).

Construction of mathematical ideas and habits that enable students to solve problems effectively that is the behavior that means to “think mathematically” and requires different teacher behavior in order to teach each individual student to think as a result of the teacher’s activities (Davis et al., 1990).

The importance of the development of mathematical problem-solving strategies and metacognitive capabilities grows with the broadening of the areas to which mathematics is applied.

Taking into consideration all said above, we are concerned, that 24% of teachers gave low grades to this issue and only 49% considered it to be important.

Question 8. As we know, homework is considered to be an integral part of an instructional process. With the help of homework teachers usually sharpen student’s skills, develop understanding, improve problem-solving abilities in constructive way. The teacher can use the homework to bridge to a new material. Analyzing the mistakes in homework creates interaction between the teacher and a student and serves as a reflection material for the teacher.

Effective teachers use homework for developing responsibility in students. It enables the teacher to be sensitive to individual differences of the students.

In our questionnaire only 33% of teachers demonstrated understanding of the importance of this issue in teaching practice. This is the lowest value among all 11 questions. We are concerned that 30% of teachers apparently do not consider it to be important.

Question 9. An aphorism “He who makes no mistakes makes nothing. A wise man learns from his mistakes” is widely spread in educational folklore.

Undoubtedly, it is correct. An error in its primary comprehension and perception teaches us the most essential thing: not to repeat it.

Search for mistakes and their analysis, organized in scientific manner, promotes ***critical mathematical thinking*** in students. Neither mathematical culture, nor scientific world outlook in general are possible without it. However, 54% of the polled underestimate the importance of teaching students to find and analyze their mistakes independently.

Question 10. Ability to apply diversified mathematics teaching strategies in heterogeneous classes is considered to be important (Group A) only by 49% of the polled. Thus, it is not accidental that the majority of teaches feel no professional need for advanced training courses. As a rule, the frontal method of mathematics teaching prevails in their work, the method that hinders teacher's opportunities of finding individual approach to each student, to differentiate pupils by their abilities and comprehension.

Thus, even brief logical and numerical analysis of the Table vividly confirms the evident gap between pedagogical science and existing teaching practice.

It should be emphasized that the integrity of 100 grades for each of 11 questions may be characterized by their frequency distribution. Most of these histograms (for *questions* 1, 2, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11) have rather similar shapes. It means that the relation of the teaching community to these questions is homogenious. As a typical representative of these histograms we show the distribution for *question* 2 (Fig.1).

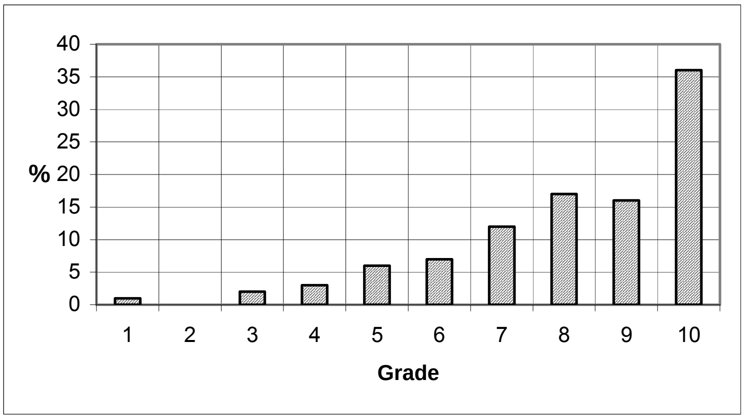


Fig.1. Histogram of grades for Question 2.

Significantly different shapes correspond to the frequency distributions of *question* 3 (Fig.2) and 8 (Fig.3).

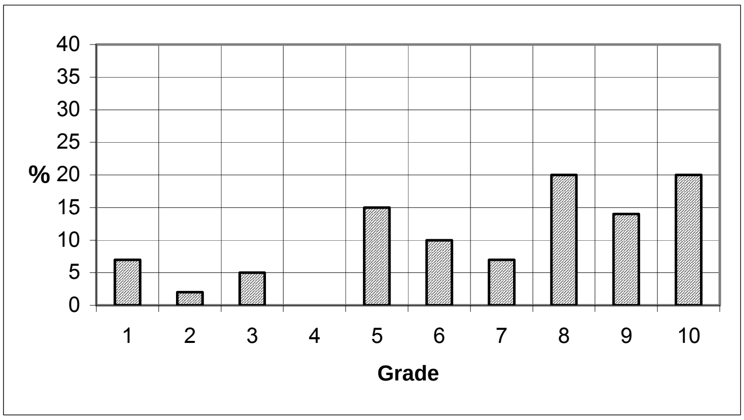


Fig.2. Histogram of grades for Question 3.

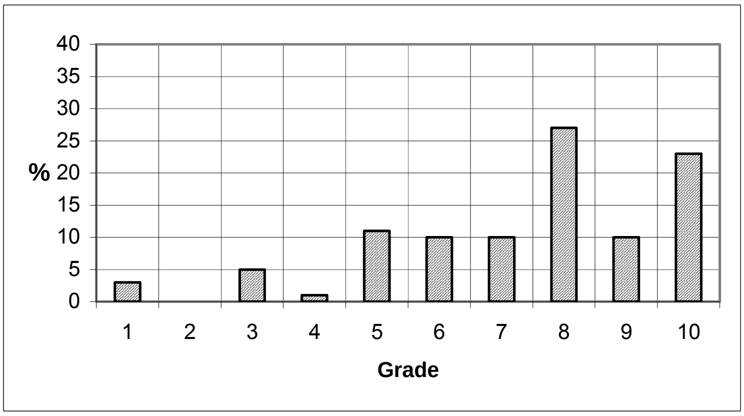


Fig.3. Histogram of grades for Question 8.

Common feature of the histograms in Fig.2 and Fig.3 is that to questions 3 and 8 the teachers gave significantly smaller amount of 9 and 10 points regarding to all the other questions. It clearly reveals underestimation of importance of the issues of efficiency of the lesson and the effective usage of homework by most of respondents.

Average value calculated from 11 grades given by each teacher.

For each set of 11 grades given by a teacher the average grade was calculated. So, we got 100 average grades, corresponding to all 100 teachers.

The frequency distribution of these averages is presented in the following histogram (Fig.4).

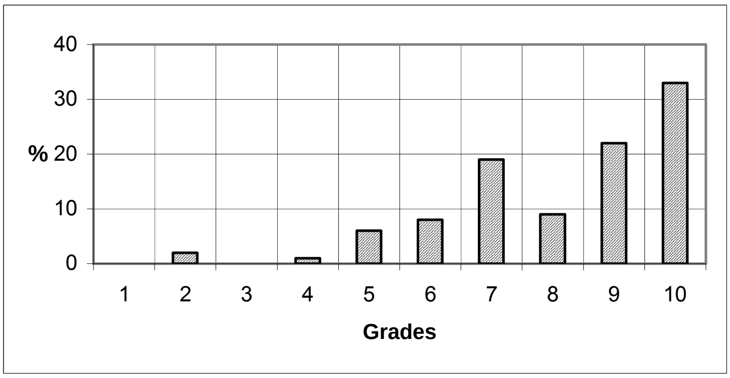


Fig.4. Histogram of average values calculated from 11 grades given by each teacher

5. DISCUSSION OF THE SECOND SECTION OF THE QUESTIONNAIRE.

In the Questionnaire second section the teachers were asked to supplement the list of teaching strategies cited in the Questionnaire, by those they use in order to fulfill the instructional goals.

Here are some of the techniques complemented by teachers:

- work with children suffering psychological and developmental learning problems;
- organization of students' work in extracurricular hours;
- efficient application of visual aids;
- use of metacognitive strategies for the analysis of pupils' misconceptions;
- the development of talented students in heterogeneous class.

It is significant that in this part of the Questionnaire many of the polled instead of adding the strategies they use, indicated the difficulties that prevent them from using the effective ways to represent mathematical ideas in their work.

Here are the examples of such assertions:

- deficit of personal time;
- chronic deficit of time during the lesson;
- presence of children with certain developmental disorders in heterogeneous class;

- lack of methodological literature, including teacher's manuals.
- lack of self-confidence in teaching abilities.
- deficit of financial, and sometimes even moral incentive.
- Absence of teacher's high social status in society.

6. DISCUSSION OF THE THIRD SECTION OF THE QUESTIONNAIRE.

In this section we have found the following suggestions of the interviewed teachers concerning their acquaintance with pedagogical science:

- to enlarge the library of teacher's manuals with lesson-by-lesson planning and methodological developments, with the examples of application of the most efficient teaching techniques;
- to provide workshop where effective teachers could share their experience in order to bridge between theory and practice. That would help teachers reflect on and improve their practice;
- organization of consultation units for mathematics teachers in educational institutions, including telephone ones;
- in academic studies more attention and time should be dedicated to examples of teaching theory implementation in pedagogical practice.

7. SUMMARY AND DISCUSSION.

In our opinion, some of the reasons for the gap between theory and practice in pedagogy are the following:

1) there is an objective complexity in transmission of positive experience from a researcher to a teacher, and from a teacher to a student. It is difficult for teachers to transfer what they have learned in theory into practice.

The scientists note that many prospective teachers possess weak knowledge and narrow views of mathematics and mathematics pedagogy that include conceptions of mathematics as a closed information (Ball, 1991; Even, 1993; Thompson, 1992). Even accomplishing all theoretical instructions, not every teacher is capable to achieve complete coincidence of goal and result;

2) there are many teachers thinking of pedagogical science as a set of prescriptions, poorly related to practice. Often the dissonance between the 'dry' theory studies and teachers' own work supports the belief that educational theory has little to do with classroom practice. May be that's why they do not always use the variety of opportunities to study in in-service training courses for further professional development;

3) Teachers have insufficient self-education skills. It is clear that a teacher who is not **continuously** learning, cannot teach others well. Considering all said above with the insight into the difficulties and challenges faced by teachers, we conclude that prospective teachers have to be students of teaching most of their lives (Nicol , 1999).

No advanced training course can substitute everyday self-education, either through books or using new technologies for on-line communication and learning;

4) often, negative school experience of the teacher himself is reflected in his own teaching practice. As a rule, a good teacher can be brought up by a master-teacher, whose teaching experience is closely linked to theory. On the opposite, a teacher who is recurrent in didactic and teaching mistakes unintentionally becomes their transmission and dissemination source;

5) deficit of current information necessary for expanding teacher's mental outlook, as well as teacher's insufficient communicative skills necessary for the information conveyance lead to the difficulties in teachers' professional growth;

6) it is a well-known fact that an efficient lesson can be taught:

1) owing teacher's outstanding personality (very often even boring material but explained by a favorite teacher is comprehended well);
2) via correct learning material choice;
3) by means of properly applied teaching strategies and techniques.

And if the first two issues are not always in our power, the last one is definitely the creative activity domain for each and every teacher. **Actual value** of the lesson is determined by the nature of teacher-students interaction while teaching. For this reason, a good mathematics lesson is **always the harmonious performance** of four **CO** and one **SE**: **CO-llaboration, CO-experience, CO-delight, CO-creation**, and **Self-education**.

All above-specified aim at assisting teacher to eliminate the gap between teaching theory and existing practice and make this practice both highly efficient and interesting for all participants.

1. Ball, D.L.: 1991, 'Research on teaching mathematics', in J. Brophy (ed.), *Advances in research on teaching: Teacher's knowledge of subject matter as it relates to their teaching practice,* Vol. 2, Greenwich, CT : JAI, pp.1 – 48.
2. Beyer, B.K.: 1987, '*Practical strategies for the teaching of thinking*', Boston, Allyn & Bacon.
3. Davis R.B., Maher C.A., Nooding N. (eds): 1990, 'Constructivist views on the teaching and learning of mathematics', *Journal for Research in Mathematics Education*, monograph 4. NCTM, Reston, Virginia.
4. Doyle W.: 1983, 'Academic work', *Review of Educational Research*, 53, 159-199.
5. Eisenberg, T.: 1991, 'On building self-confidence in mathematics'. *Teaching*
6. *Mathematics and its Applications*, 10 (4), 43 - 49
7. Even, R.: 1993, 'Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge', *Journal for Research in Mathematics Education*, 24, 94 – p.116.
8. Maher C.A.: 1987, 'The teacher as designer, implementer, and evaluator of children's mathematical learning environments', *Journal of Mathematical Behavior* 6 (3), 295 – 303.
9. Nicol, C.: 1999, *Learning to teach mathematics: questioning, listening and responding.* Educational Studies in Mathematics 37(1) 45-66
10. Ornstein, A.C.: 1989, *Strategies for effective teaching.* Needham Heights, Mass., Allyn & Bacon .
11. Schoenfeld, A.H.: 1994, *Mathematical thinking and problem solving. Studies in mathematical thinking and learning,* Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, Hillsdale , New Jersey, IEA.
12. Schoenfeld, A.: 1992, 'Learning to think mathematically : Problem solving,
13. metacognition and sense making in mathematics', in D. Grouws (ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, Macmillan, New York, pp. 334-370.

14.Shulman, L.S.: 1986, ‘Those who understand: Knowledge growth in teaching’,
15.*Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.
16.Thompson, A.G.: 1992, ‘Teachers’ beliefs and conceptions: A synthesis of the research’, in D.A. Grouws (ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, pp. 127 – 146, Macmillan, New York.
17.Weiner, B.: 1974, *Cognitive views of human_motivation*, University of California, Los Angeles.

Резюме. В статті йдеться про зв’язок педагогічної теорії з практикою практикою викладання, аналізуються точки зору на викладання математики.

Резюме. В статье авторы, исследуя вопрос о разрыве между педагогической теорией и практикой преподавания, анализируют процесс обучения математике.

Надійшла до редакції 27.06.2003 р.

ДИСКУРСИВНІ ВИСНОВКИ ЩОДО ПРИКЛАДНОЇ СПРЯМОВАНОСТІ ШКІЛЬНОГО КУРСУ СТЕРЕОМЕТРІЇ НА ОСНОВІ ГЕНЕЗИСУ ВКАЗАНОГО ПОНЯТТЯ

В.О.Швець, канд. педагог. наук, доцент, А.В.Прус – аспірантка,
Національний педагогічний університет ім. М.П.Драгоманова, м. Київ

Серед пріоритетних напрямків розвитку шкільної математичної освіти в XXI столітті, як визначено в Концепції математичної освіти 12-річної школи (проект) [1, с.12], є посилення прикладної спрямованості математики. У відповідності до суспільно - економічних запитів держави встановлено і цілі названої освітньої галузі, які задекларовані в проекті державного стандарту з математики [2, с.2]. Всі вони мають безпосереднє відношення до питання прикладної спрямованості шкільного курсу математики. Тому його вирішення набуло принципового значення.

Слід зазначити, що дослідженню різних аспектів проблеми реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу математики присвячено значну кількість науково-методичних робіт. Особливо багато їх вийшло, починаючи з 60-х років XX століття. Умовно всі ці роботи можна розділити за наступними напрямами:

1) *проблема посилення прикладної направленості математики в цілому і окремих математичних предметів або тем зокрема* (Бевз Г.П., Возняк Г.М., Колмогоров А.М., Мишкіс А.Д., Тєрєшин Н.О., Фірсов В.В., Хаметова З.Я. та ін.); 2) *політехнізм* у навчанні математики (Гнеденко Б.В., Колягін Ю.М., Фетисов А.І., Черкасов Р.С. та ін.); 3) *зв'язок навчання математики з життям, виробництвом і міжпредметні зв'язки* (Адигозалов А.С., Глейзер Г.Д., Маркушевич О.І., Петров В.О., Пишкало А.М., Семушин О.Д., Файзуллаєв А. та ін.); 4) *прикладні задачі* як засіб здійснення прикладної спрямованості (Бекбоєв І., Варданян С.С., Карамов Л., Мирзоахмедов Л. та ін.), 5) *формування професійних вмінь, пов'язаних із застосуванням математики* (Дутка Г.Я., Морозов Г.М. та ін.).

Аналіз праць вказаних авторів дав можливість виділити невирішені питання загальної проблеми. Перш за все слід зазначити, що вказана проблема найчастіше розглядається ними у контексті *кількісного* збільшення прикладної частини у шкільній математиці. Проте вимоги інтеграції математичної освіти наводять на думку вирішення її в іншому напрямку. Звичайно, не тільки в якісному. Також відмітимо *поняттєво-термінологічні* розбіжності щодо вживання поняття "прикладна спрямованість". Неоднозначність його трактування заважає бачити проблему в перспективі та підходити комплексно до її розв'язання. Серед інших, відкритим залишається питання ґрунтовного розгляду даної проблеми в умовах профільної та рівневої диференціації навчання тощо.

Тому метою даної статті є: 1) висвітлити проблему прикладної спрямованості математики у процесі її еволюції на різних етапах становлення шкільної математичної освіти та проаналізувати сучасний стан проблеми; 2) дати визначення поняття "прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії"; 3) встановити необхідні умови її реалізації.

Звернемось до історії математики. Уявлення про числа і фігури почали формуватись ще до періоду палеоліту. В печерах Південної Франції та Іспанії знайдено наскальні рисунки, які показують чудове почуття форми і які створені людиною 15 тисяч років тому [3, с.12]. Завдяки писемним пам'яткам – папірусам, є змога мати більш детальну інформацію про розвиток математики в 3-му тисячолітті до н.е. Його пов'язують із Стародавнім Єгиптом. Підкреслимо, що до появи перших математичних знань привели людей потреби повсякденного життя (необхідність обчислювати розміри земельних ділянок та місткість посудин, проводити різноманітні розрахунки та ін.). Тобто, математичні знання того часу мали прикладний характер, оскільки їх використовували для обслуговування і розв'язування реальних питань практики. Як наука, математика сформувалась в VI-IV століттях до н.е. у Стародавній Греції. Причина – поява необхідності узагальнити і систематизувати нагромаджені на той час математичні факти.

Отже, можна говорити про поділ математики на прикладну (практичну) та "чисту"(теоретичну). Історія математики вказує на періоди домінування того чи іншого напрямку в математиці або їх гармонійного розвитку. Зазначимо, що прикладна математика займається вирішенням математичними методами проблем, що виникають поза її межами. "Чиста" математика розв'язує задачі "всередині" математики. Підкреслимо, що цей поділ умовний і що поділяють його не всі математики.

Звичайно, навчальний предмет математика відображає у тій чи іншій мірі напрямки розвитку науки – теоретичний і прикладний. Тому природно говорити про існування двох складових і у шкільному курсі математики. Ці напрямки визначають шкільну математику, а у їх розвитку теж можна прослідкувати певні періоди.

Так, для XVIII ст., як показав аналіз навчальної літератури, більш характерним був *практичний* напрям.

На початку XIXст. з'явились тенденції до переважання *теоретичного* *напряму*. Окремі математики-педагоги того часу відзначали, що не досить вчити, як треба робити, а слід спинятися і на тому, чому саме так треба робити. Однак у другій половині XIX ст. теоретичний напрям носив схоластичний характер. Аналізуючи програми з математики того часу, український методист-математик Г.П.Бевз писав, що вони вражають своїм формалізмом, абстрактністю, відірваністю від життя [4, с.80].

Для радянської освіти початку XX ст. характерною є спроба гармонічно *поєднати теоретичний та практичний напрями*. Основою для цього був розвиток ідеї політехнічної освіти. Проте зробити це в повній мірі не вдалося. В 20-30-х рр. (час непу, перших п'ятирічок і активної побудови нового суспільства) переважає *практичний* напрямок. У цей період у навчанні використовувався метод проектів, комплексні програми. В результаті рівень загальноосвітньої підготовки учнів виявився надзвичайно низьким.

Новий період у розвитку шкільної математичної освіти пов'язаний із прийнятим на початку 30-х років курсом на індустріалізацію країни. Перехід на предметну систему мав вирішальне значення для піднесення теоретичного рівня математичної освіти, а, отже, і *теоретичного* напрямку.

У 40-60 рр. посилюється принцип *зв'язку теорії з практикою*, оскільки на перший план виходить необхідність практичної підготовки тих, хто закінчує школу (зрозуміло, що про недооцінку теорії не було й мови). Джерелом цього стали вимоги життя, що виражались у рішеннях 18-23 з'їздів Комуністичної партії.

З 70-х рр. XXст. більшу увагу починають приділяти підвищенню *теоретичного напрямку* у шкільному курсі математики [5, с.6].

80-ті роки. Зміни в суспільстві, викликані постановами 26 з'їзду партії та рішеннями наступних Пленумів ЦК КПРС, привели до реформи в освіті. Перед школою була поставлена задача підвищення якості математичної освіти та *зв'язку навчання із життям.*

У кінці 80-х на початку 90-х років в освіті змінюються пріоритети, що знайшло своє вираження у переорієнтації її на гуманізацію навчально-виховного процесу. Це було зумовлено перебудованими процесами в усіх сферах суспільства. Що в свою чергу вимагало активізації людського фактору. У руслі цього постала проблема забезпечити свідоме оволодіння учнями знань і вмінь, необхідних їм у повсякденному житті, достатніх для вивчення суміжних дисциплін і продовження освіти.

Тенденцію, яка склалась на кінець XX ст. та на сьогоднішній час, початок XIX ст., сформулюємо, користуючись обґрунтованою думкою доктора педагогічних наук З.І.Слєпкань. Актуальною проблемою в розбудові шкільної математичної освіти є "встановлення *правильного співвідношення між теоретичним рівнем викладу навчального матеріалу*, розвитком логічного мислення і формуванням в учнів *знань й вмінь прикладного характеру*" [6, с.14].

Цією думкою вкотре підтверджується те, що співвідношення між теоретичною і прикладною частинами у сучасній математичній освіті знову порушено.

Зробимо висновки. Життя привело до виникнення математики. І перш за все – її прикладної частини. Потреби в математичних знаннях індукували появу шкільного предмету математика, а отже, і її прикладного напрямку. Завдання, які ставились перед шкільною математичною освітою, вирішувались, здебільшого, за рахунок варіювання прикладної та теоретичної частин. На певний час це вирішувало поставлені питання, проте приводило часто до втрат у якості освіти в цілому. Сьогодні існує потреба виконання нового суспільного замовлення. Для його розв'язання і необхідно, на наш погляд, надати всій шкільній математиці прикладної орієнтації. Потрібна орієнтація буде досягнута, якщо до навчання математики внести риси, специфічні для прикладної діяльності.

Таким чином, ми підійшли до уточнення суті поняття прикладної спрямованості курсу математики.

Насамперед зробимо ряд зауважень.

1. Терміни “прикладний”, “практичний”, “пов’язаний із життям”, “політехнічний” щодо курсу математики, навчання, задач та ін. неодноразово використовувались як синоніми. Дійсно, цілі, які ставить перед собою, наприклад, політехнічне навчання математики в школі і пов’язане із життям навчання, пов’язані між собою. На це, зокрема, звертав увагу Фетисов А.І. [7, с.76]. Проте різними є їх зміст, обсяг та засоби здійснення. Це ж стосується пари “прикладний-практичний”. Їх взаємозамінність можна спостерігати і в розмовній практиці, і в теоретичній літературі. Матимемо це на увазі, хоча і будемо дані терміни розмежовувати.

2. Вперше означення поняття **прикладної направленості курсу математики** в школі було дане Фірсовим В.В. [8]. Його суть полягає у здійсненні *цілеспрямованого, змістового та методологічного зв’язків* математики з практикою, що передбачає введення у шкільну математику специфічних моментів, які характерні для дослідження прикладних проблем математичними методами.

Можливий і дещо інший підхід до означення даного поняття. Колягін Ю.М., Пікан В.В. під **прикладною спрямованістю навчання математики** розуміють орієнтацію *змісту* та *методів* навчання на застосування математики в техніці і суміжних науках, у професійній діяльності, народному господарстві та побуті. Вона містить в собі політехнічну спрямованість навчання, в тому числі і реалізацію зв’язків з курсами фізики, хімії, географії, креслення, трудового навчання, широке застосування електронно-обчислювальної техніки, формування математичного стилю мислення і діяльності [9].

3. У наведених означеннях вживаються поняття “**прикладна спрямованість *курсу* математики у школі**” і “**прикладна спрямованість *навчання* математики у школі”**. Аналіз методичної літератури з цього питання показав, що ці поняття дуже часто вживаються як синоніми. Але за змістом вони нетотожні. Ми вважаємо відносно прикладної

спрямованості більш доцільно вживати термін “**курс математики”**. Це зумовлено тим, що прикладна спрямованість визначається цілями та змістом навчання, а не методами та організаційними формами навчання.

4. Для визначення поняття прикладної спрямованості використаємо поняття прикладної діяльності. **Прикладною** будемо вважати таку **діяльність**, яка притаманна прикладній математиці. Як відомо, їй властиві три етапи. Перший з них - етап переходу від ситуації, яку потрібно розв’язати, до формальної математичної моделі цієї ситуації (етап формалізації). Розв’язання поставленої математичної задачі методами, розвинутими в самій математиці, складає суть другого етапу – етапу розв’язання задачі всередині побудованої математичної моделі. Третій етап зводиться до інтерпретації отриманого розв’язку математичної задачі.

5. Високий рівень узагальнення і абстрактність математичних понять, складність теоретичного матеріалу роблять особливо актуальною проблему реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу **стереометрії.** В необхідності цього переконує як аналіз науково – методичної літератури, так і досвід роботи вчителів математики. Вони свідчать, що учні мають низький рівень знань з цього предмета. На вступних іспитах у вищі учбові заклади значна частина абітурієнтів зовсім не справляється з розв’язанням задачі з стереометрії або допускає грубі помилки.

6. Будемо розрізняти поняття “прикладна стереометрія” (як частини науки стереометрії), “прикладна частина шкільної стереометрії” (як часткове відображення в шкільному курсі математики змісту та методів прикладної стереометрії) та “прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії”.

Підсумовуючи вищесказане, пропонуємо наступне визначення прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії***:*** **“Прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії – це орієнтація цілей, змісту та засобів навчання стереометрії в напрямку *набуття* учнями в**

процесі математичного моделювання знань, вмінь і навичок, які *використовуватимуться* ними у різних сферах життя”. Надалі будемо дотримуватись саме такого визначення.

Генезис поняття прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії та його визначення дозволили виділити необхідні умови її здійснення.

1. **Чітке формулювання і сприйняття *учнями* основних цілей вивчення стереометрії (окремої теми стереометрії) в школі.** Тобто, вивчаючи ту чи іншу частину теорії або розв’язуючи певний вид задач учень повинен усвідомлювати *чому* він має це опанувати. Для цього вчитель повинен повідомити мету (завдання) уроку. Метою уроку, на наш погляд, не може бути, наприклад, введення деякого поняття або вивчення доведення теореми. Цю мету може ставити перед собою вчитель. Для учнів мета має бути зорієнтована у прикладному напрямку. Тобто, має бути виділена, обґрунтована корисність та необхідність матеріалу, який буде вивчатись. При чому, розвиток просторової уяви та уявлень; логічного мислення цілком відповідає цілям прикладної орієнтації. Проте, звичайно, учень повинен бути підготовлений до сприйняття такої мети як значимої для себе. Ми маємо на увазі, що заздалегідь, найкраще на перших уроках вивчення стереометрії треба показати та довести де, коли, яким чином використовуються та допомагають вказані елементи в реальному житті.
2. **Прикладна орієнтація стереометричного матеріалу.** Прикладну спрямованість можна здійснити, використавши системно-структурний підхід до формування змісту та викладу навчального матеріалу. Цей спосіб підсилення прикладної спрямованості запропонований у роботі [10]. Викладемо його суть. Зміст кожної із тем програми курсу математики в навчальному процесі може бути представлено у вигляді однієї або декількох учбово-математичних теорій. Учбово-математичною теорією (УМТ) будемо називати дидактично оброблену,

зв'язну систему математичних понять, фактів і методів, які забезпечують розв'язання визначеного круга задач. В УМТ виділяється методологічна структура навчального матеріалу – емпірична основа, створення математичної моделі, результати дослідження математичної моделі, застосування математичної моделі. В *першу* пізнавальну ступінь УМТ (емпіричну основу) потрібно помістити факти, поняття, задачі із практики, суміжних дисциплін або інших розділів математики, які приводять до основних понять теорії. *Друга* ступінь містить теоретичну основу. До неї входять неозначувані поняття, аксіоми, різні припущення, формальні означення кожного із сукупності математичних понять – об'єкта теорії, що за своєю суттю являється математичною моделлю деякої області дійсності. *Третя* ступінь містить множину тверджень, які пов'язані із сукупністю опорних понять УМТ, разом із доведеннями. Третя ступінь складає основний масив теоретичних знань. До матеріалів *четвертої* ступені відносяться різноманітні приклади застосування побудованої математичної моделі і результати її досліджень щодо отримання змістовних висновків про реальні речі та явища. Найчастіше ці застосування подаються в формі прикладних задач. Послідовність елементів у виділеній структурі визначається логікою застосування математичних методів до дослідження дійсності.

3. **Систематичне використання прикладних задач як один із основних засобів реалізації прикладної спрямованості.** Зауважимо, що *прикладною* будемо вважати *задачу*, що виникає за межами математики, але розв'язується її методами.

Таким чином, на основі розгляду історичного розвитку поняття прикладної спрямованості та огляду методичної літератури з питання прикладної спрямованості ми уточнили визначення вказаного поняття та вказали основні умови здійснення. Звичайно, дані умови потребують подальшого вивчення з метою конкретизації та визначення обмежень в умовах профільної та рівневої диференціації.

1. Концепція математичної освіти 12-річної школи // Математика в шк. – 2002. – №2.
2. Державний загальноосвітній стандарт з математики. Проект // Математика в школі . – 2003. – №1. – С.2-5.
3. Яглом И.М. Математика и реальный мир. - М.: Знание, 1978. – 64 с.
4. Бевз Г.П. Програми з математики в школах Радянської України // Методика викладання математики. – 1968. – Вип. 4 – С.80-97.
5. Перспективное развитие математического образования в средней школе 90-х гг. (Сборник научных трудов). – М.,1977. – 40 с.
6. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.
7. Методика преподавания геометрии в старших классах средней школы. / Под редакцией А.И Фетисова. – М.: Просвещение, 1967.
8. Фирсов В.В. О прикладной ориентации курса математики / В кн. "Углубленное изучение алгебры и начал анализа" / Сост. С.И. Щварцбурд, О.А.Боковнев. – М., 1972. – С.215-239.
9. Колягин Ю.М., Пикан В.В. О прикладной и практической направленности обучения математике. // Математика в школе. – 1985. – №6. – С.27-32.
10. Хаметова З.Я. Об одном способе усиления прикладной направленности обучения // Эвристика и дидактика точных наук. Сборник науч. работ. – Вып.I Донецк: ТЕАН, 1993 – С.14-17.

Резюме. В статье на основе генезиса и определения понятия прикладной направленности школьного курса стереометрии предложены условия ее реализации.

Summary. The article being based on genesis and definition of the idea of applied trend of the school course of stereometry proposes conditions of its realization.

Надійшла до редакції 11.11.2003 р.

ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ ВМІНЬ ТА НАВИЧОК УЧНІВ РОЗВ'ЯЗУВАТИ ЗАДАЧІ ЕКОНОМІЧНОГО ЗМІСТУ

Ю.М. Ткач, вчитель математики та основ економіки, Чернігівський ліцей №15

Формування особистості відбувається перш за все в шкільні роки, а тому в першу чергу шкільним вчителям потрібно вивчати індивідуальні особливості учнів, створювати умови для реалізації їх творчих прагнень. В.А.Сухомлинський писав: “Не можна виховати і розвинути людину, якщо не знаєш її” [8].

Аналіз і осмислення того, що відбувається в системі освіти, показали: в даний час школа має значні труднощі, однією з причин є те, що навчання і виховання недостатньо спирається на комплекс існуючих психолого-педагогічних знань в області формування і розвитку особистості учня.

Вміння застосовувати математичні знання на практиці є однією з суттєвих задач сучасної освіти. Особливо це стосується прикладних задач економічного змісту, розв’язування яких сприятиме розвитку вмінь учнів вирішувати практичні господарські проблеми та ситуації, які їх можуть очікувати в майбутньому.

Успішне застосування отриманих математичних знань на практиці пов’язане з переходом від абстрактних теоретичних знань до практичних дій в умовах різних життєвих ситуацій. Дослідження психологів свідчать про те, що вміння розмірковувати теоретично, виконувати розумові і практичні дії при розв’язуванні задач з абстрактними даними з математики не завжди забезпечує вміння виконувати відповідну систему дій в реальних практичних ситуаціях.

У зв’язку з цим не можна не погодитись з твердженнями Д.Н.Богоявленського і Н.А.Менчинської про те, що заключним етапом в розвитку розумових операцій учнів є не становлення розумової дії, а реалізація її в практичній діяльності. Сьогодні перед вчителями математики стоїть важлива задача – навчити учнів математизувати життєві практичні ситуації, навчити їх теоретичному аналізу. Тільки в таких умовах математичні знання можуть стати “рухливими ” і діючими.

Практика показує, що перехід від абстрактного до конкретного для багатьох учнів стає не менш важким, ніж перехід від конкретного до абстрактного. П.Я.Гальперін так пояснює психологію вказаних труднощів: “Абстракції очищують і спрощують матеріал і тим суттєвіше полегшують дію”. Але якщо діяти тільки з таким спрощеним матеріалом, то потім і виникають ці труднощі. Звідси слідує важливий висновок про необхідність ставити перед учнями питання і задачі практичного характеру, а не оперувати лише готовими абстракціями [2].

Але в цій проблемі є і інша особливість, на яку звертає увагу Г.І. Шукіна в статті “Пізнавальний інтерес – актуальна проблема сучасної дидактики”: “...у частини школярів дуже розвинутий інтерес до знань прикладного характеру. Особливо виражена ця направленість у підлітків 5-6 класів, які прагнуть побачити і зафіксувати те, що дає їм пізнання. Можна сказати, що їх пізнавальний інтерес міцно пов’язаний з прихильністю до практичної, економічної діяльності, цінність якої для формування інтересу до пізнання далеко не вивчена” [3].

Психологи, дидакти і методисти одностайно вважають, що учнів потрібно спеціально навчати вмінню поєднувати теоретичні знання з практичними діями. При цьому включення в навчальний процес питань і задач практичного змісту є лише необхідною умовою такого навчання. Крім цього, необхідно навчити учнів спеціальним прийомам розумової роботи, необхідним для застосування теоретичних знань, і сформувати практичні вміння та навички, які лежать в основі застосування математики на інших уроках, у виробничій та життєвій практиці.

Вміння розв’язувати задачі економічного змісту формуються ефективно, якщо забезпечується чітке визначення мотивів і цілей розв’язання, активно використовується в процесі розв’язування минулий досвід, набуті знання і способи діяльності, а також створюються умови для позитивних емоцій учня.

Методика навчання розв’язувати задачі економічного змісту має враховувати дидактичні цілі, організаційні форми, загальні методи і психолого-методологічні закономірності формування відповідних вмінь. Приймаючи до уваги дослідження Дутки Г.Я. [4, 5] формування вмінь буде більш ефективним, якщо воно включатиме такі етапи:

1) Підготовчо-мотиваційний.
   - Мотивація введення даного способу діяльності. Актуалізація опорних знань.
   - Встановлення всіх програмних вимог до способу діяльності на основі аналізу програм і відповідних навчальних та методичних посібників. Ці програмні вимоги показують, на базі і в контексті яких знань повинен формуватися даний спосіб діяльності. Виділення методів, прийомів і засобів, необхідних для його формування.
2) Операційно-пізнавальний етап.
   - Виділення групи задач, при розв'язанні яких необхідно застосовувати ті операції, які учні повинні засвоїти в подальшому.
   - Осмислення способу розв'язування даної групи задач на двох-трьох задачах-моделях (характерні задачі з цієї групи, розв'язання яких включає всі операції, притаманні даному способу діяльності).
   - Визначення найбільш раціональної послідовності виконання операцій. Складання на основі узагальнених операцій моделі способу діяльності (опорного плану, алгоритму, евристичної схеми тощо).
   - Застосування. Розв'язання спочатку діагностичних задач, у процесі якого контролюється повнота застосування способу діяльності, відповідність його встановленим нормам, потім – задачі, які вимагають вмінь самостійно застосовувати даний спосіб у варіативних нестандартних умовах. Встановлення меж його застосування. Уточнення, якщо є потреба, способу діяльності. Таким чином, на операційно-пізнавальному етапі основна увага приділяється розкриттю відповідної системи об'єктивних умов виконання способу діяльності – орієнтовної основи діяльності.
3) Рефлексивно-оцінювальний етап.

Учні узагальнюють спосіб діяльності, аналізують власну діяльність, оцінюють її, співставляють результати цієї діяльності з поставленими навчальними завданнями, корегують виконану роботу, усувають виявлені прогалини.

Слід погодитись з поглядами психологів, дидактів і методистів стосовно того, що процес розв'язання задачі має складатись з таких етапів:

1) аналіз формулювання задачі, тобто виділення в ній того, що дано і що треба знайти або довести, дослідити;
2) пошук плану розв'язання;
3) здійснення плану, перевірка і дослідження знайденого розв'язку, тобто того, що знайдений розв'язок задовольняє вимоги задачі;
4) обговорення (аналіз) знайденого способу розв'язання з метою з'ясування його раціональності, можливості розв'язання задачі іншим методом чи способом.

Враховуючи специфіку задач економічного змісту потрібно деталізувати пошук та здійснення плану розв'язання. Таким чином можна виділити допоміжних 3 етапи: формалізації, розв'язання задачі всередині побудованої моделі, інтерпретації. Розглянемо їх докладніше.

Етап формалізації – перехід від реальної економічної ситуації, до побудови формальної економічної моделі. Цей перехід вимагає розпізнавання даних економічних понять, розкриття структури задачі, виділення умови і вимоги та елементарних умов і вимог, з'ясування основних і допоміжних величин, що характеризують економічні поняття задачі. На цьому етапі встановлюються способи завдання значень основних і допоміжних величин (назва величини, особливості і розмір її значення), види співвідношень між значеннями величин. Усе це дає змогу замінити дані економічні поняття і зв'язки між ними математичними еквівалентами.

Етап розв'язання задачі всередині побудованої математичної моделі. Успішне виконання цього етапу залежить від правильності обраного методу розв'язання і залучення допоміжного математичного апарату. При виборі методу розв’язання увага звертається не лише на зміст вихідної задачі, а й на структуру одержаної математичної моделі.

<u>Етап інтерпретації</u> – це переклад одержаного результату на мову вихідної задачі. На цьому етапі з’ясовується відповідність одержаних результатів розв’язання математичної задачі даній економічній ситуації, оцінюється значення знайдених економічних факторів для практичної діяльності, встановлюються причинно-наслідкові залежності.

Узагальнюючи багаторічний педагогічний досвід, можна вказати на декілька шляхів розв’язання завдання навчання учнів застосуванню математичних знань на практиці:

1) Включення в процес навчання математики задач практичного змісту. Можливості цього шляху обмежені часом і пов’язані з перевантаженням учнів.
2) Широке застосування внутрішньопредметних і міжпредметних зв’язків, в першу чергу з такими предметами як фізика, хімія, географія, економіка і т.д.
3) Формування умінь застосовувати теоретичні знання на практиці – проведення практичних і лабораторних робіт з математики.

Зв’язки між елементами знань і вмінь з різних навчальних предметів сприяють формуванню всебічно розвиненої творчої особистості, яка озброєна системними знаннями, загальнонауковими вміннями та навичками і вміє здійснювати міжпредметне перенесення знань і вмінь у разі розв’язання нових пізнавальних задач.

Міжпредметні зв’язки мають вирішальне значення під час розв’язування проблеми інтеграції і координації навчання. Інтеграція – це процес і результат створення нерозривнопов’язаного, єдиного, суцільного. Нині ця проблема актуальна для школи і вузу у зв’язку зі створенням інтегрованих курсів (математика для економістів, фінансова математика, суспільствознавство).

Координація – це погодження навчальних програм зі споріднених предметів з погляду єдиного підходу до тлумачення понять, ідей, методів, процесів, явищ і в часі їх вивчення.

Міжпредметні зв'язки реалізуються на основі поєднання інтеграції і координації знань, які взаємно доповнюються і сприяють формуванню в учнів єдиної картини світу, наукового світогляду. Міжпредметні зв'язки спрямовані на озброєння учнів з системою політехнічних знань зі споріднених предметів: математика – фізика – хімія – біологія – географія – креслення – трудове навчання – економіка....

Реалізація міжпредметних зв'язків має здійснюватися передусім шляхом використання математичних ідей і методів, математичного апарату в інших предметах, вивчення в курсі математики навчального матеріалу, який має важливе значення в споріднених дисциплінах. Важливо також приділяти достатню увагу тому, як математичні задачі виникають на ґрунті задач з інших предметів і як метод розв'язання цих задач використовується у ході розв'язання нематематичних задач.

Реалізувати міжпредметні зв'язки під час вивчення математики означає насамперед створити запас математичних моделей, які описують явища і процеси, що вивчаються в різних предметах. Такими моделями є основні поняття математики: величина, число, функція, фігура, рівняння, нерівності та їх системи, похідна тощо. Наприклад, похідна – це математична модель різних фізичних, хімічних, біологічних понять: швидкості прямолінійного нерівномірного руху, швидкості реакції в хімії, електрорушійної сили, швидкості розмноження бактерій, продуктивності праці, граничних витрат та доходів тощо.

До математичних методів розв'язання прикладних задач можна віднести такі: знайти розв'язок рівняння, нерівності або їх систем, знайти найбільше й найменше значення функції, її проміжки зростання та спадання тощо.

Можна виділити такі основні напрямки зв'язків математики з економікою: величини та їх вимірювання; обчислювальна культура; функції і графіки, похідна, інтеграл, проценти; використання правил наближених обчислень; складання зведених таблиць даних, графіків та діаграм до них; застосування чисельних методів при розв'язуванні задач економічного змісту тощо.

Така багатоманітність поєднання математики і економіки потребує більш детального дослідження можливих форм, методів та засобів інтеграції та координації цих навчальних предметів.

1. Сухомлинський В.О. Батьківська педагогіка (Підгот. до вид. текст і написав вступ. статтю В.Ф.Шморгун). – К.: Рад. школа, 1978. – 263 с.
2. Гальперин П.Я. Психология мышления и учение о поэтапном формировании умственных действий //Исследования мышления в советской психологии: Сб. науч. трудов. – М.: Наука, 1966. – С.236-278.
3. Щукина Г.И. Проблема познавательного интереса в педагогике. – М.: Педагогика, 1971. – 178 с.
4. Дутка Г. Я. Формування вмінь студентів розв'язувати прикладні задачі при навчання математики в коледжах економічного профілю: дис. на здобуття наукового ступеня кандидата пед. наук. – К., 1998.
5. Дутка К.С. Вимоги до відбору задач з економічним змістом при вивченні математики // Математика в школі, № 1, 1999.

Резюме. Рассматривается проблема применения учениками математических знаний на практике.

Summary. The problem of application by pupils of mathematical knowledge in practice is considered.

Надійшла до редакції 12.11.2003 р.

ВИКОРИСТАННЯ ПЕДАГОГІЧНИХ ПРОГРАМНИХ ЗАСОБІВ ПРИ ФОРМУВАННІ ПОНЯТЬ ПЛАНІМЕТРІЇ

М.Б.Ковальчук, асистент,
Вінницький національний технічний університет

Метою викладання планіметрії є систематичне вивчення властивостей геометричних фігур на площині, формування просторових уявлень, розвиток логічного мислення, засвоєння апарату, потрібного для вивчення суміжних дисциплін.

При вивченні планіметрії відбувається систематизація відомостей про основні фігури на площині і їх властивості, про геометричні величини, які характеризують плоскі фігури. Учні вчаться виконувати відповідні обчислення, знайомляться з використанням аналітичного апарату (елементи тригонометрії і алгебри, вектори і координати) до розв'язування геометричних задач.

Практична спрямованість курсу планіметрії забезпечується систематичним використанням геометричного апарату та педагогічних програмних засобів для розв'язування задач на обчислення значень геометричних величин, доведення і побудову.

Важливим моментом при формуванні геометричних понять є використання динамічної наочності, яка реалізується через використання педагогічних програмних засобів. За допомогою комп’ютера, як засобу моделювання, учень працює з графічним образом поняття разом із пов’язаною з ним числовою інформацією, що спрощує усвідомлення змісту нового поняття, сприяє розвитку образного мислення та формуванню просторових уявлень.

Оперування динамічними графічними моделями не лише сприяє поліпшенню загального рівня графічної підготовки школярів, а є засобом формування в учнів широких узагальнень на різному графічному матеріалі.

Будь-яка тема шкільного курсу планіметрії є придатною для використання педагогічних програмних засобів. Загальновідомими і доступними для забезпечення вивчення планіметрії є, наприклад, такі програмні продукти: 1) GRAN1; 2) GRAN 2D; 3) GRAN 3D; 4) DERIVE; 5) Открытая математика “Планиметрия 1.0”.

У систематичному курсі геометрії (планіметрії) 7-9 класів на дедуктивній основі розвиваються п’ять змістових ліній: геометричні фігури і їх властивості; геометричні побудови; геометричні перетворення; геометричні величини; координати і вектори.

Розроблені програмні педагогічні засоби мають різні графічні можливості, тому по різному сприяють формуванню геометричних понять змістових ліній . Розглянемо можливість застосування програмних засобів, зокрема ППЗ GRAN 2D [1], на прикладі формування окремих понять змістової лінії "Геометричні фігури та їх властивості" (таб.1; "+" – ефективний програмний засіб при вивченні даного поняття)

Таблиця 1

№	**Клас**	**Формування змістових ліній**	**Можливість використання НІТ**	
			Для обчислення	**Як засіб наочності**
		І. Геометричні фігури та їх властивості		
1.	7	Ознаки рівності трикутників: - Перша ознака рівності трикутників; - Друга ознака рівності трикутників; - Рівнобедрений трикутник; - Висота, бісектриса і медіана трикутника; - Властивість медіани рівнобедреного трикутника; - Третя ознака рівності трикутників.	2	2+,5 2+,5 2+,5 2+,5 2+,5 2+,5 2+,5

Пропедевтика формування змістової лінії "Геометричні фігури та їх властивості" розпочинається ще в початковій школі. В 5-6 класах на наочно-інтуїтивному рівні учні ознайомлюються з основними геометричними фігурами – прямокутником, квадратом, *трикутником*, довільним многокутником. На цьому етапі навчання многокутники в основному виступають як дидактичний засіб вивчення арифметичного матеріалу, метричної системи мір. У 7-9 класах многокутники є об'єктами вивчення. На початку курсу в 7 класі ґрунтовно вивчається трикутник як одна з основних фігур курсу планіметрії, властивості якого часто використовуються при вивченні многокутників та інших плоских фігур. Спочатку вивчаються ознаки рівності трикутників, які разом з ознаками паралельності є основним аргументом під час доведення теорем і розв'язування задач. Далі вивчення трикутників триває протягом усього курсу планіметрії (у 8 класі – теорема Піфагора і розв'язування прямокутних трикутників, в 9 класі – ознаки подібності трикутників, розв'язування косокутних трикутників, формула площі трикутника [3].

Відношення рівності трикутників є окремим випадком відношення рівності фігур. Означення рівності геометричних фігур у шкільному курсі вводиться у зв'язку з вивченням у 8 класі рухів. Означення рівних трикутників і ознаки їх рівності вивчаються в 7 класі на початку курсу, оскільки вони традиційно є основним аргументом під час доведення теорем і розв'язування задач під час вивчення інших тем [3].

Основна мета вивчення теми "Рівність трикутників" – ознайомити учнів з ознаками рівності трикутників і навчити застосовувати їх до розв'язування задач. Під час вивчення цієї теми посилюються можливості розвитку логічного мислення, усвідомлення учнями ідеї дедуктивної побудови геометрії.

У зв'язку з вивченням ознак рівності трикутників і пов'язаного з ними навчального матеріалу використовується багато раніше вивчених понять і їх означень: відрізок, довжина відрізка, рівні відрізки, кут, кутова міра, рівні кути, трикутник, рівні трикутники, перпендикуляр, проведений до прямої та ін.

У цій темі вводяться шість нових понять: рівнобедрений трикутник, рівносторонній трикутник, теорема, обернена до даної, висота трикутника, проведена з даної вершини, медіана трикутника, проведена з даної вершини. Зазначені поняття можна вводити як абстрактно-дедуктивним так і конкретно-індуктивним методом. Важливо спеціально підкреслити суттєві властивості цих понять і протиставити їм несуттєві. Наприклад, до означення бісектриси трикутника, проведеної з даної вершини, входять дві суттєві властивості: 1) це – відрізок бісектриси кута трикутника; 2) він сполучає вершину трикутника з точкою на протилежній стороні. Несуттєвим у цьому означенні є вид трикутника, розташування вершин на площині.

Поняття рівнобедреного трикутника доцільніше вводити конкретно-індуктивним методом, тобто на основі емпіричних узагальнень. Зміст цього методу полягає в тому, що пояснення нового матеріалу починається з розгляду прикладів. Використовуючи приклади, учні мають можливість виділити суттєві ознаки поняття, що вводиться. Це допомагає самостійно чи з допомогою вчителя сформулювати означення поняття. Оскільки учні часто припускаються помилок при розпізнаванні трикутників такого виду, то доцільно учням запропонувати моделі, в яких рівнобедрені трикутники виступають як окремими геометричними об'єктами так і складовими частинами многокутників (рис.1). Зокрема, основа рівнобедреного трикутника не обов'язково має бути горизонтальною, як це здебільшого зображено в підручниках. Для унаочнення доцільно використати педагогічний програмний засіб GRAN 2D. Це дозволить учням працювати з динамічними геометричними моделями, що полегшить процес виділення суттєвих і несуттєвих ознак поняття.

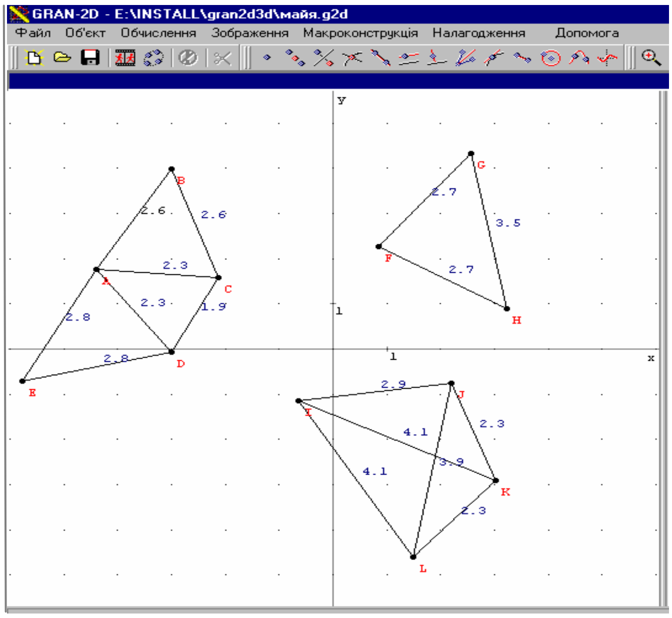


Рис. 1

В процесі порівнянь і узагальнень учні виділяють суттєві і несуттєві ознаки. В означенні рівнобедреного трикутника є лише одна суттєва ознака – рівність двох сторін. Несуттєвим є розташування цього трикутника на площині.

Вводячи поняття висоти трикутника, не слід обмежуватися лише формулюванням означення. Учні повинні виконувати практичні дії на проведення висот з різних вершин гострокутних, тупокутних і прямокутних трикутників. Треба мати на увазі, що попередній життєвий досвід учнів може гальмувати засвоєння поняття висоти трикутника. Як показує педагогічна практика навіть старшокласники припускаються помилки, проводячи висоту тупокутного трикутника [2]. Саме тому при формуванні поняття висоти трикутника доцільно використовувати динамічні геометричні моделі, реалізацію яких забезпечує педагогічний програмний засіб GRAN 2D. За допомогою відповідних послуг програмного засобу учні будують довільний трикутник *ABC* і його висоти *AK, BH, CM* (рис.2). Оскільки дана модель динамічна, то, видозмінюючи трикутник (гострокутний, тупокутний, прямокутний), учні можуть спостерігати як поводять себе висоти і відповідно сформулювати правильні висновки, щодо розміщення основ висот. В процесі формування поняття висота трикутника учням необхідно також підкреслити суттєві ознаки і протиставити їм несуттєві.

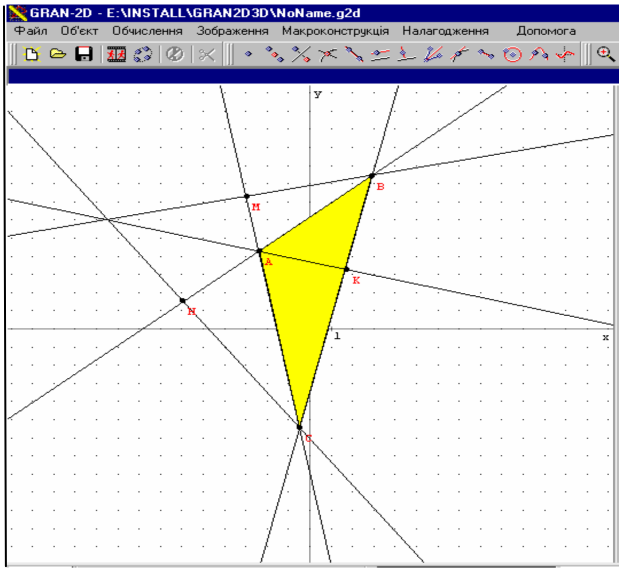


Рис.2

Суттєві: 1) це є перпендикуляр, проведений з вершини трикутника до прямої, що містить протилежну сторону трикутника; 2) вид трикутника;

Несуттєві: 1) розташування вершин трикутника; 2) розміщення трикутника на площині.

Робота з динамічними моделями дозволяє попередити формування хибного враження, що основа висоти може лежати лише на стороні трикутника, а не на її продовжені.

Використання педагогічних програмних засобів при формуванні понять планіметрії дає змогу вчителеві інтенсифікувати спілкування з учнями та учнів між собою; шляхом моделювання ефективніше підвести учнів до розуміння змісту понять; більше уваги приділити виявленню закономірностей досліджуваних процесів і явищ; підвищити рівень самостійності учнів у здобуванні нових знань.

1. Комп’ютер на уроках геометрії: Посібник для вчителів / М.І.Жалдак, О.В.Вітюк. – К: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2000. – 168 с.
2. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. – К.: Зодіак – ЕКО, 2000. – 512 с.
3. Погорєлов О.В. Геометрія : Планіметрія : Підруч. для 7-9 кл. серед. шк. – К.: Освіта, 2000. – 200 с.

Резюме. Рассматривается возможность использования педагогических программных средств при формировании понятий планиметрии.

Summary. The opportunity of use of pedagogical software is considered at formation of concepts of planimetry.

Надійшла до редакції 24.10.2003 р.

УПРАВЛЕНИЕ ЭВРИСТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬЮ УЧАЩИХСЯ ЧЕРЕЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭВРИСТИКО-ДИДАКТИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

Е.И.Скафа, канд. педагог. наук, доцент
Донецкий национальный университет

Исходя из целей обучения через задачи некоторые исследователи выделяют три основных вида учебной деятельности в процессе обучения решению математических задач. К ним относят:

- *формирование навыков выполнения упражнений (тех типов, которые могут встретиться при решении определенного круга задач);*
- *обучение приемам мыслительной деятельности, связанным с нахождением циклов "озарения";*
- *полное решение задачи, включающее оба описанных выше вида деятельности.*

Первый и третий виды учебной деятельности при обучении решению задач хорошо известны в методике и практике обучения, однако второй вид деятельности часто недооценивается, хотя, на наш взгляд, его в большей мере необходимо отнести к приемам формирования и развития эвристической деятельности обучаемых.

Как отмечает З.И.Слепкань [1], практика показывает, что действенным средством управления и самоуправления умственной деятельностью учащихся в процессе решения таких задач является ознакомление их с эвристическими схемами поиска решения тем или иным методом.

При этом, как отмечает В.И.Крупич [2], в обучении решению задач выделяют следующие компоненты: – обучение решению задач на начальной стадии процесса их решения; – обучение поиску решения задачи; – обучение решению задач различными способами; – обучение систематизации математических знаний и опыта в процессе решения задач.

Проанализируем основные из этих компонентов, связав их с возможностью использования эвристико-дидактических конструкций.

Действительно, немаловажную роль в успешном обучении решению задач на начальной стадии играет целенаправленность поиска решения, т.е. сознательное ограничение числа проб и ошибок, что дает возможность сформировать навыки отнесенные к первому виду учебной деятельности.

Иногда учащийся не в состоянии самостоятельно проанализировать задачу и решить ее без помощи преподавателя. Необходимо в этом случае указать обучающимся на узловые звенья анализа задачи, которые могут быть использованы как средство для дальнейшего анализа, дать некоторые предписания для решения задачи.

Третий компонент отнесенный к обучению различным приемам решения задачи является также полезным дидактическим средством повышения эффективности усвоения знаний, обучения приемам мыслительной деятельности, связанным с нахождением циклов "озарения".

Решение одной задачи несколькими способами часто бывает более полезным, чем решение одним способом нескольких задач, так как при оценке способов решения задачи активно работают такие умственные операции, как анализ, сравнение, обобщение и др. А это, несомненно, оказывает свое положительное влияние на развитие математического мышления.

При этом необходимо стремиться к тому, чтобы у обучаемого сформировать умения указывать несколько вариантов решения, сравнивать их между собой; быстро находить наиболее рациональные, полные и четкие.

Очевидно, такая программа "бездефектности" требует индивидуализации обучения, организовать которую можно с помощью использования различных эвристических приемов как общего, специального вида, так и эвристико-дидактических конструкций.

В качестве примера рассмотрим разработанную нами систему эвристико-дидактических конструкций по разделу "Неравенства"[3].

На основе методики создания эвристических конструкций по каждой из шести тем раздела "Неравенства" (дробно-рациональные неравенства; иррациональные неравенства; тригонометрические неравенства; показательные неравенства; логарифмические неравенства; неравенства, содержащие знаки модуля) созданы следующие материалы:

– программы актуализации знаний, в виде тестов с программами коррекции, а также повторных тестов;

– краткие теоретические сведения, направленные на повторение и углубление знаний по данной теме;

– акцентированные, сцепленные программы и программы с запаздывающей коррецией;

– программы "задача-метод" или "задача-софизм";

– наборы заданий для самостоятельного решения с эвристическими "наведениями" на поиск их решения;

– наборы самостоятельных работ, состоящие из шести вариантов;

– программы автоматизированного рецензирования к самостоятельным работам.

Структурированы эвристико-дидактические конструкции следующим образом.

В работе рассмотрены основные виды эвристических материалов, которые представлены в такой последовательности.

1. По каждой из шести тем раздела "Неравенства" в начале предлагается *тест на актуализацию знаний по данной теме*, где обсуждаются вопросы, связанные с пониманием тех основ, которые входят в содержание данной темы на обязательном уровне их усвоения. Обучаемый имеет возможность самостоятельно поработать с тестом, а затем проверить свои результаты, обратившись к программе коррекции, а также проанализировать и сравнить предлагаемое обсуждение правильного ответа со своим личным. В случае большого количества допущенных ошибок (более 30%) ученик имеет возможность после работы с программой коррекции к первому тесту рассмотреть повторный тест, в котором обсуждаются те же идеи, что и в первоначальном тесте. При компьютерном предъявлении данных тестовых заданий проходит аналогичная работа (см. рис.1 а), б), в)).

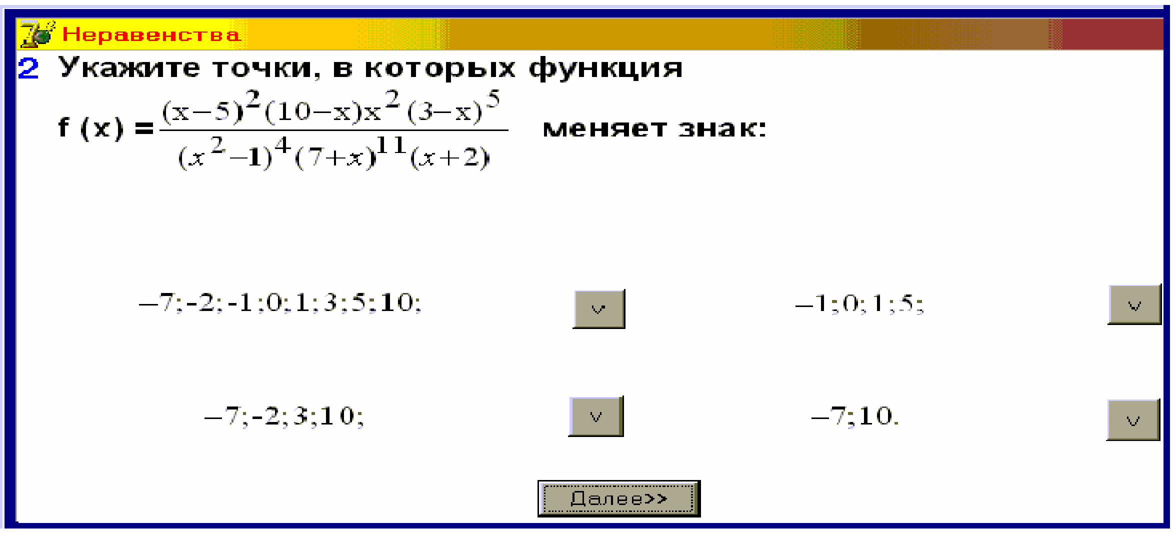


Рис. 1 а)

В случае неправильного ответа ученик получает коррекцию:

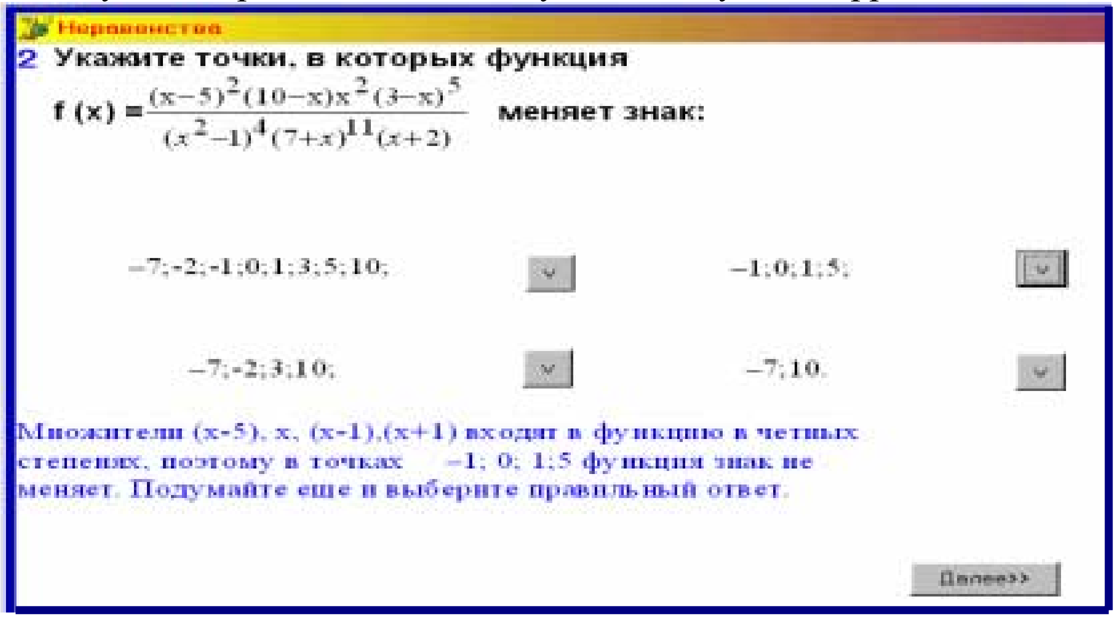


Рис. 1 б)

Пройдя тест с коррекцией результатов, обучаемому предлагается:

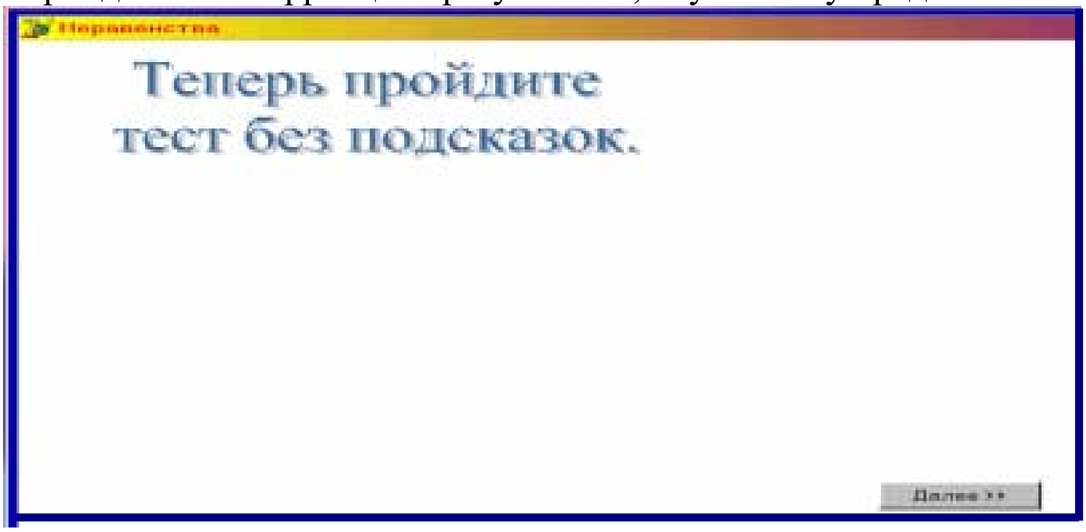


Рис. 1 в)

Такая работа позволяет ученику сосредоточить все свое внимание на главных моментах в изучаемой теме и подготовиться к осознанному выполнению последующих заданий.

2. Следующим элементом системы являются *краткие теоретические сведения к изучению данной темы*, которые являются источником формирования умений по изучению темы на более глубоком уровне. Знакомство с этими материалами позволяет обучаемому систематизировать свои знания, обобщить представления об основных положениях, связанных с

решением неравенств различных видов, сформировать у себя некоторые алгоритмы и эвристические правила-ориентиры решения неравенств [3].

3. Для формирования элементарных навыков решения неравенств и устойчивого представления о методе интервалов, учащемуся возможно предъявить либо *акцентированную компьютерную программу*, либо *сцепленную программу*, которые на примере решения конкретного неравенства помогут ученику сформировать приемы анализа и выбора наилучшего варанта решения неравенства (см. рис.2 а), б)):

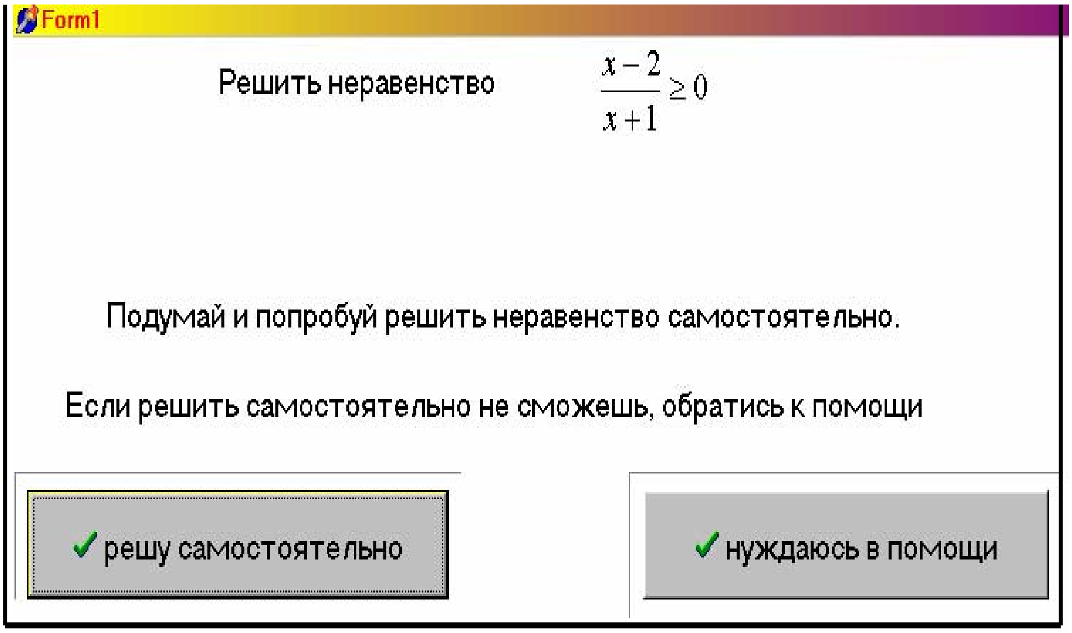


Рис. 2 а)

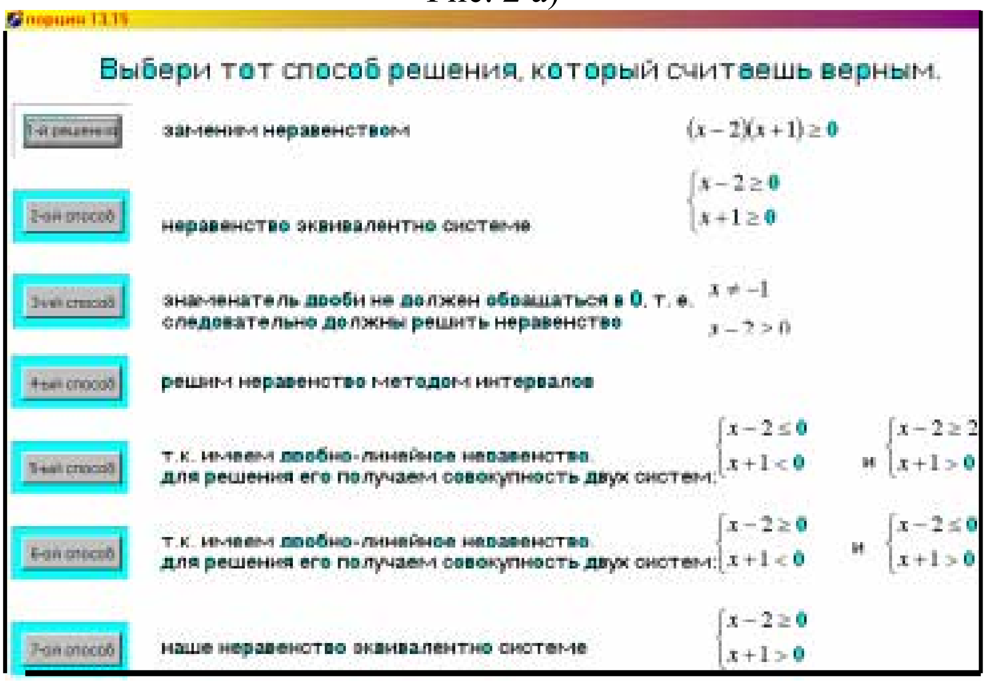


Рис. 2 б)

Чтобы обучаемый имел возможность, решив неравенство одним из способов, рассмотреть и другой, проанализировать оба решения, сопоставить их, выбрать наиболее рациональное, мы предлагаем в разветвленной программе добавить еще несколько порций, в которых происходит сцепление способов решения задачи (см. рис.3 а), б)).

Рис. 3 а)

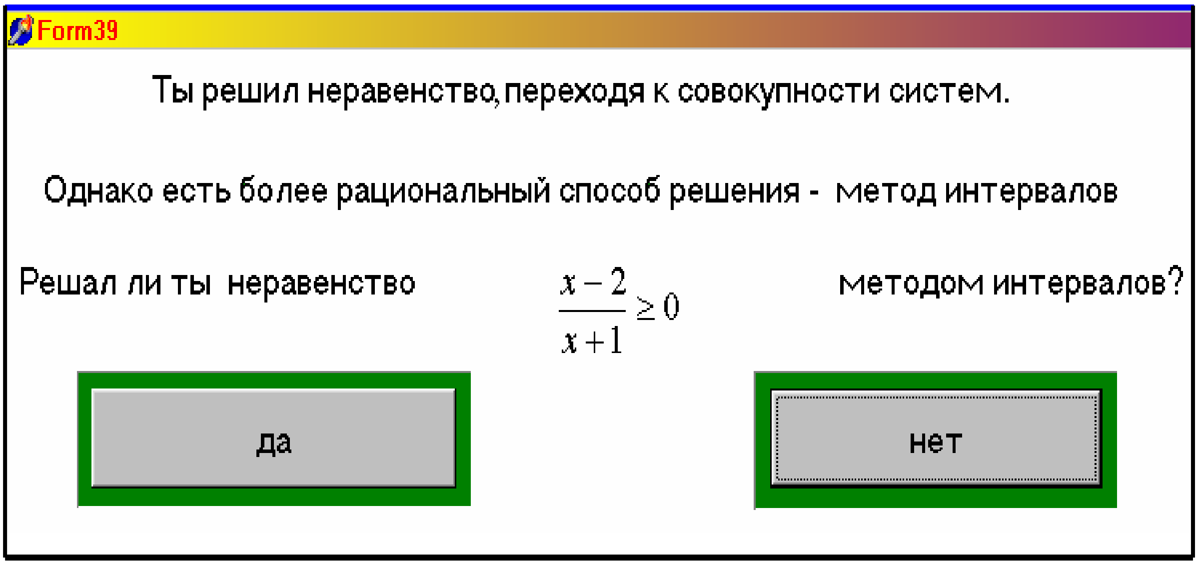


Рис. 3 б)

Итак. решив задачу обоими способами, ученик приходит к завершению программы (рис. 4):

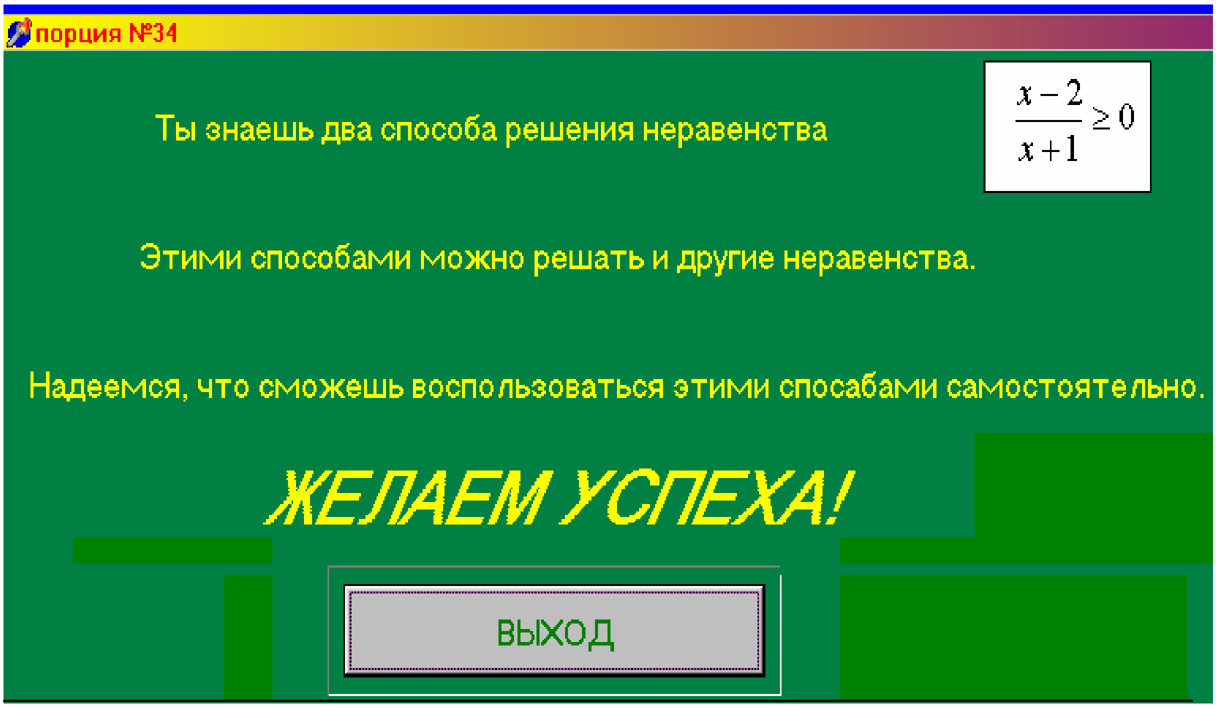


Рис.4

Таким образом, сцепление программы направляет и активизирует познавательный интерес обучаемого, проявляющийся в желании обязательно решить поставленную перед ним задачу, изучить различные подходы к ее решению, проанализировать, сравнить разные варианты решения задачи. Сравнение же разных способов позволяет выбирать среди них лучшие, оперировать одновременно большим количеством понятий и фактов и таким образом творчески решать многие вопросы учебного процесса.

4. Сформировав навыки (после работы с тестами) и изучив теоретические сведения и, если необходимо, поработав с обучающими компьютерными программами, ученик переходит на следующий этап работы – ему предлагаюся *программы "Задача-метод" или "Задача-софизм" по данной теме*. Необходимо к задаче или набору из нескольких задач, с предлагаемыми способами их решения, как уже отмечалось в

п.4.1.5, выбрать правильный и наиболее рациональный, на его взгляд, способ (программа "Задача-метод"), либо найти ошибку в рассуждении, когда предложенная задача представляет собою цепочку выполненных действий по ее решению, в которой на одном этапе допущена ошибка (программа "Задача-софизм") (см. рис.3).

Работа с такими программами позволяет использовать такие эвристические приемы как анализ, обобщение, аналогию, перебор вариантов, рассмотрение предельного случая и др.

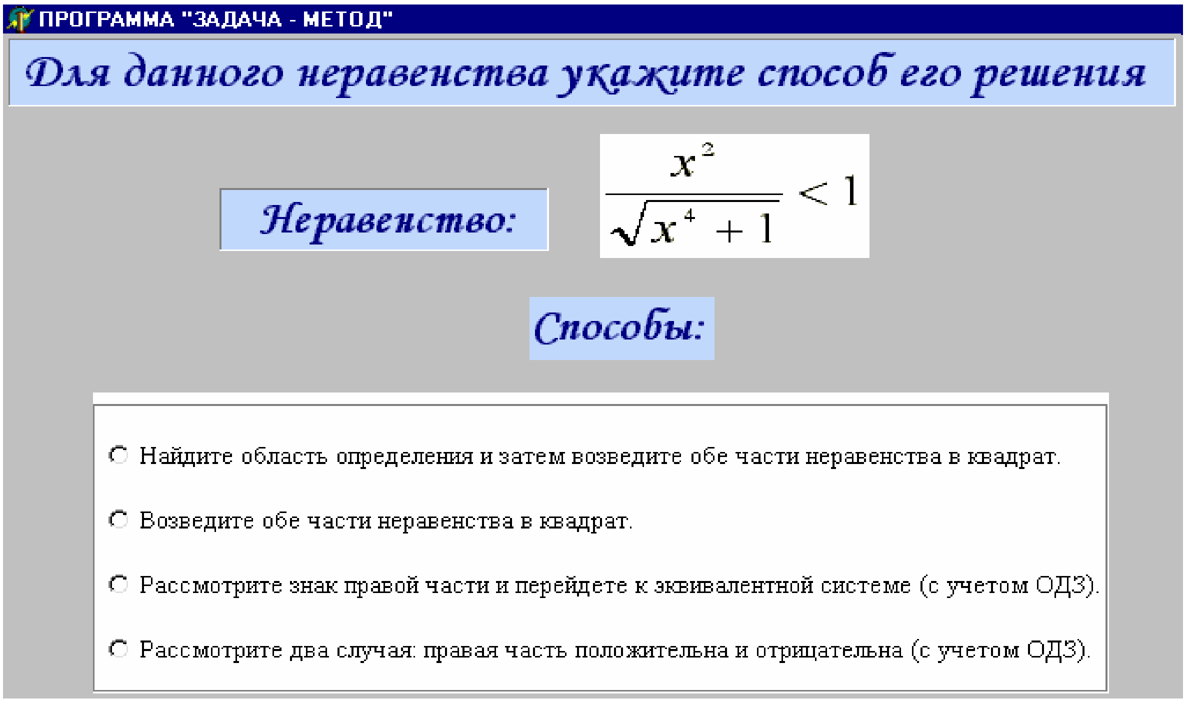


Рис. 3

После работы с этими программами ученик имеет возможность обратиться к программам коррекции, с обсуждением и анализом выполнения каждой логической операции в решении задачи. Это позволяет отработать материал темы на более глубоком уровне его усвоения.

5. На следующем этапе, в организации индивидуальной работы по изучению соответствующей темы раздела "Неравенства", мы предлагаем

обучаемому набор из десяти неравенств, названный нами <u>*эвристики и поик решения задачи по данной теме.*</u>

1. Решить неравенство $\frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x + 8} \le 0$.

Используя группировку, примените метод интервалов.

2. Решить неравенство $\frac{x^4 - 2x^2 - 8}{x^2 + 2x + 1} < 0$.

Преобразуйте дробь и примените метод интервалов.

3. Решить неравенство $\frac{1}{x^2 - 4} + \frac{4}{2x^2 + 7x + 6} \le \frac{1}{2x + 3} + \frac{4}{2x^3 + 3x^2 - 8x - 12}$.

Обобщите: приведите неравенство к общему виду дробно-рационального неравенства, а затем примените метод интервалов.

4. Найти те значения m, при которых неравенство $\frac{x^2 - 8x + 20}{mx^2 + 2(m+1)x + 9m + 4} < 0$ выполняется при любых действительных значениях x.

Переформулируйте задание: проанализировав условие, то есть определив знак числителя и сравнив его со знаком дроби, перейдите к неравенству и исследуйте его в зависимости от параметра.

5. Найти область определения функции $y = \sqrt[4]{\frac{x^2 - 6x - 16}{x^2 - 12x + 11}} + \frac{2}{x^2 - 49}$.

Переформулируйте задание: продумайте, какая система неравенств охватывает область определения исходной функции.

6.Решить двойное неравенство $\frac{5x - 7}{x - 5} < 4 - \frac{x}{5 - x} + \frac{3x}{x^2 - 25} < 4$.

Переформулируйте задание: представьте исходное двойное неравенство в виде системы двух неравенств.

7. При каких значениях p система неравенств $-9 < \frac{3x^2 + px - 6}{x^2 - x + 1} < 6$ выполняется для всех действительных значений x?

Переформулируйте задание: представьте исходное двойное неравенство в виде системы двух неравенств, затем исследуйте полученные неравенства в зависимости от параметра.

8. Найти область определения функции $y(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}{|x| + 4} - \frac{1}{4 - |x|} + \sqrt{\frac{3 - x}{x}}$.

Переформулируйте задание: продумайте, какая система неравенств охватывает область определения исходной функции.

9. Решить неравенство $\frac{x^2 - 7|x| + 10}{(x - 3)^2} < 0$.

Переформулируйте задание: рассмотрите, как раскрыть модуль числа по определению и представьте исходное неравенство в виде совокупности двух систем.

10. Решить неравенство $\left|1 - \frac{|x|}{1 + |x|}\right| \geq \frac{1}{2}$.

Переформулируйте задание: представьте исходное неравенство в виде совокупности двух систем, используя понятие модуля.

В каждом задании, которое предложено для самостоятельного решения, ученику дано эвристическое "наведение" на поиск его решения. Такая подсказка способствует осмысленному подходу к поиску решения задания. Это подготавливает обучаемого к умению использовать различные эвристические приемы в процессе поиска решения разнообразных неравенств.

В случае затруднения при решении каждого задания ученик имеет возможность просмотреть правильный ход решения, обратившись к коррекции и ответам.

6. Итак, ученик, работая с различными эвристическими материалами, уже подготовлен к самостоятельному решению заданий по данной теме. Теперь ему можно предложить задачи на проверку сформированных умений. Для этого мы предлагаем *самостоятельные работы по данной теме*. Каждая самостоятельная работа состоит из шести равнозначных вариантов. Обучаемый выбирает и решает один из них.

Например, один из вариантов самостоятельной работы по теме дробно-рациональные неравенства имеет вид:

1. Решить неравенство: $\dfrac{(3-x)^3(x-1)^2(-x-5)}{(x+2)^9(-x+x-3)} \geq 0$

2. Решить неравенства:

а) $\dfrac{(x+2)(x^2-2x+1)}{4+3x-x^2} \geq 0$ б) $\dfrac{x^2+2}{x^2-1} < -2$ в) $\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x+1} \leq \dfrac{2}{x^2}+\dfrac{2}{(x+1)^2}$

3. Решить неравенство: $\left|\dfrac{3x+1}{x-3}\right| < 3$

4. Решить неравенство: $\dfrac{(x^2+2x-3)(x^2+5x+4)}{(x^2+x-2)(x^2+5x+6)} \leq 0$.

Если работу проверяет учитель, то возможна организация автоматизированного рецензирования решения задач самостоятельной работы, о чем подробно излагается в [4].

Таким образом, привлечение различных видов ЭДК, в том числе и эвристических компьютерных программ, которые оказывают содействие формированию эвристических ориентиров *“экспериментируй”*, *“нарисуй картинку”*, *“размышляй от противоположного*”, *“выделяй главное”*, развивает навыки и умение работы с компьютером и предоставляет ученикам возможность “предвидения”, что оказывает содействие выдвижению гипотезы решения эвристической задачи, а это уже результат эвристической деятельности.

1. Слепкань З.І., Методика навчання математики. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512с.
2. Крупич В. И. Теоретические основы обучения решению школьных математических задач. – М.: Прометей, 1995. – С.24-26.
3. Скафа Е.И. Неравенства: эвристико-дидактические конструкции. – Донецк: Фирма ТЕАН, 2003. – 126 с.
4. Скафа О.І. Методичні основи автоматизації рецензування рішення задач // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2001. – Вип.16. – С.149-159.

Резюме. На прикладі теми "Нерівності" в статті йдеться про використання евристико-дидактичних конструкцій (системи евристичних завдань та навчаючих комп'ютерних програм) для формування в учнів евристичної діяльності.

Summary. In this work it is considered the heuristic structures as the means of formation heuristic activity of the students when learning the theme "Inequality".

Надійшла до друку 18.09.2003 р.

МЕТОДИ НАВЧАННЯ УЧНІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЮ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ АРИФМЕТИЧНИМИ СПОСОБАМИ В УМОВАХ ОСОБИСТІСНО ОРІЄНТОВАНОГО НАВЧАННЯ

С.М.Лук'янова, старший викладач
НПУ ім. М.П.Драгоманова, м. Київ

Сучасне оновлення змісту шкільної математики відбувається у зв'язку зі зміною освітньої парадигми. Сьогодні вже не достатньо лише навчати певній сумі готових фактів. Важливо розвивати інтелект та творчі здібності кожного учня, спрямовувати їх до самостійного добування нових знань.

Текстові задачі завжди були невід'ємною частиною шкільного курсу математики. Сьогодні вони слугують не тільки для мотивації вивчення певного теоретичного матеріалу з подальшим його використанням на практиці. Процес їх розв'язування дає можливість кожному учневі засвоїти загальні та спеціальні прийоми учбової та розумової діяльності, які стануть їм у нагоді при продовженні навчання та в практичній діяльності.

У підручниках 5-6 класів останнім часом відбувається якісна зміна задачного матеріалу. Автори більше уваги приділяють задачам, які розв'язуються арифметичними способами. Раніше їх називали типовими і вони мали значний за змістом обсяг у шкільній математиці. Однією із причин їх вилучення стали негативні наслідки практики натаскування на типовий прийом, що приводило до шаблонності мислення.

Виникають питання: чи є правомірним використання арифметичних способів розв'язування текстових задач з метою розвитку мислення та творчих можливостей учнів? Як уникнути на практиці ефекту натаскування?

Ці питання детально вивчалися нами під час проведення пошукового та формуючого експериментів дисертаційного дослідження по темі "Розв'язування текстових задач арифметичними способами в 5-6 класах основної школи". Дослідження проводилося в двох напрямках: по-перше, на основі аналізу методичної і учбової літератури минулих років ми намагалися відслідкувати негативні моменти практики навчання типовим способам та намітити заходи (рекомендації) по їх запобіганню, по-друге, перевірити під час експериментального навчання на практиці дієвість вироблених на основі теоретичного аналізу і позитивної практики вчителів рекомендацій.

В методичній літературі минулих років можна зустріти протиставлення типових і нетипових задач як за методами (способами) розв'язування, так і за методами навчання пошуку розв'язування. Такі думки збереглися й досі. Наприклад, Г.П.Бевз у [1] відзначає позитивну роль типових задач, але вважає, що для типових задач найефективнішим є метод поступового ускладнення, а для нетипових – метод евристичних наставлянь.

На наш погляд таке протиставлення не зовсім правомірне.

Коли учень вперше зустрічає типову задачу, то вона для нього нічим не виділяється із загального масиву задач. Навіть декілька розв'язаних задач певного типу залишаються просто схожими задачами, якщо в учнів не сформуються асоціативні зв'язки між типовими особливостями і способом розв'язання. Створення таких асоціацій для більшості учнів є справою не одного уроку, і саме для цього потрібен метод поступового ускладнення [2].

Досліджуючи інтелектуальну діяльність учнів при розв'язуванні задач, Н.А.Менчинська [5] прийшла до висновку, що орієнтація тільки на відтворення раніше вивчених способів негативно впливає на пошук нових способів при розв'язуванні нестандартних задач. Це виникає із-за впливу законів репродукції: "частоти" і "новизни". Перш за все пригадується спосіб, який або використовувався найчастіше, або в близькому за часом досвіді. Якщо учневі не вдавалося одразу пригадати потрібний, то діти відмовляються від активного пошуку розв'язання, кажучи "не пам'ятаю" або "не можу". Іноді учні неадекватно використовують нещодавно вивчений спосіб.

Цьому можна запобігти, якщо постійно стимулювати розумову діяльність учня, направляючи на самостійний чи колективний пошук нових способів розв'язування задач. За таких умов перш за все пригадуються способи, у створенні яких учень приймав активну участь. Отже, вчитель повинен намагатися створити таку обстановку, коли учень не отримує готовий спосіб із переліком вказівок по використанню, а приймає активну участь у створенні (зрозуміло, що активність учня тісно пов'язана із його можливостями).

"Неправомірно довга" затримка на початкових етапах при розв'язуванні типових задач, коли тривалий час розв'язують тільки задачі на підведення під поняття та пряме застосування типового способу, та недостатнє "навчання дітей методиці і техніці творчого мислення" [5] приводить до того, що учні не можуть використати навички по розв'язуванню типових задач в нових умовах [6]. Виникає конфлікт між репродуктивними і творчими складовими процесу розв'язування задач.

Ефект "натаскування на типовий прийом" виникає як наслідок захоплення діяльністю репродуктивного характеру. Проте відмова від такої діяльності неможлива. Оскільки саме вона допомагає учням засвоїти типові ознаки і відповідні їм способи розв'язування, а також сприяє розвитку в учнів навичок по підведенню під тип, розгортання правил-орієнтирів способів у покрокову програму розв'язання. Навички такої діяльності знадобляться учням при вивченні алгебри, геометрії, фізики, хімії тощо. До того ж маючи певний типовий спосіб, недоцільно (і нераціонально в часі) задачі різного сюжету, але з однаковою (неускладненою) математичною основою, розв'язувати ізольовано.

Звичайно кожен учень має свій темп руху і в засвоєнні типового прийому, і в перетворенні вмінь по розв'язуванню типових задач у навички з подальшим їх використанням у ході пошуку розв'язання нестандартних задач.

Розв'язування (і досить впевнене) сильними учнями стандартних тренувальних вправ ще не гарантує самостійного подолання пошуку розв'язання складних задач. Тому і сильним, і слабким учням потрібне керівництво вчителя в процесі усвідомленні можливостей використання засвоєного типового способу та своєчасної корекції.

У ході пошукового експерименту нами було проведено дослідження серед учнів шкіл № 99, № 24, № 204, № 272 м. Києва по виявленню можливостей різних груп учнів у засвоєнні деякого типу задач (від початкового рівня до творчого). Крім того нас цікавило, якою має бути степінь керівництва учителем цього процесу.

На основі результатів цього дослідження нами було зроблено наступні висновки:

- засвоєння типових особливостей та способу розв'язування необхідно проводити протягом декількох етапів;
- кожен учень має обов'язково пройти всі етапи, але має здійснюватись диференційований відбір завдань; співвідношення репродуктивних і творчих вправ для кожного учня також має бути різним;
- кількість вправ для всіх типів задач на кожному етапі має відбиратись окремо в залежності від: а) складності теоретичного матеріалу, необхідного для розкриття кроків типового способу; б) наявності кількох різних способів розв'язування; в) зв'язку з іншими типами задач; г) рівня засвоєння (знайомості) з початкової школи; д) передбачуваного значення

типу для розвитку мислення; е) можливостей, які надаються в ході вивчення типу по навчанню загального підходу до розв'язування задач; є) важливості для вивчення інших шкільних предметів (геометрії, хімії, фізики, географії, біології); ж) зв'язків із курсом алгебри (тобто можливостей по пропедевтиці методу рівнянь, поняття функція тощо).

Наведені вище положення були покладені в розробку таблиці етапів вивчення довільного типу та відповідних їм видів діяльності.

	етапи	Види діяльності	методи
I	Підготовчо-мотиваційний	– розв'язування вправ на засвоєння теоретичного матеріалу, необхідного для вивчення даного типу та задачі-вправи для засвоєння окремих кроків типових способів, повторення “задачної азбуки” – мотивація	– репродуктивний метод
II	Навчально-операційний	– перше знайомство із задачами даного типу, аналіз типових особливостей, слів, ознак – створення схеми-орієнтира для вирізнення задач даного типу із загального масиву – створення схеми-орієнтира (ООД) для типового способу – розв'язування задач на визначення типу і використання схем-орієнтирів – розв'язування задач різними способами (або варіантами одного із способів – розв'язування задач, що містять типові як частину	– евристична бесіда або пояснювально-ілюстративний; – евристична бесіда або пояснювально-ілюстративний; – евристична бесіда; – метод поступового ускладнення; – метод поступового ускладнення; – метод поступового ускладнення
III	Перший рівень контролю та оцінювання	– контроль і оцінювання навичок учнів по розв'язуванню задач обов'язкового і достатнього рівнів	– репродуктивний метод
IV	Творчо-розвиваючий (розгортання типу)	– розв'язування парних вправ: а) задача даного типу і задача із схожою математичною структурою б) задача даного типу і задачі споріднені до неї за способами розв'язування – розв'язування задач підвищеної складності – виконання творчих завдань – розв'язування задач даного типу нетрадиційними способами	евристична бесіда або пояснювально-ілюстративний; – дослідницький метод

V	Узагальнення	– узагальнення та систематизація знань про типові ознаки і типові способи в курсі алгебри при вивченні метода рівнянь – порівняння арифметичного і алгебраїчного розв’язань даної задачі; визначення переваг того чи іншого способу	– евристична бесіда; – дослідницький метод
VI	Контроль і корекція другого рівня	– контроль і оцінювання навичок по розв’язуванню типових задач та вмінь по використанню їх до розв’язування нестандартних задач.	репродуктивний метод

Ця таблиця дає можливість учителю побачити весь комплекс діяльності на кожному етапі окремо. Крім того, готуючись до вивчення конкретного типу можна не тільки намітити методи, якими буде проведено той чи інший етап (вид діяльності), але і передбачити можливу його заміну у разі, коли виявиться невідповідність між запланованим методом і реальною ситуацією в конкретному учнівському колективі. Наприклад, учителем було заплановано використання дослідницького методу при розв’язуванні задачі нового типу, але учні не змогли запропонувати жодної гіпотези по розв’язуванню даної задачі. Тоді вчитель повинен замінити дослідницький метод на частково-пошуковий.

Отже, в залежності від особливостей типу на кожному із етапів його вивчення потрібно намагатись обрати той метод навчання, використання якого найкраще сприятиме досягненню дидактичної мети кожного з етапів.

Розглянемо можливі варіанти використання різних методів у відповідності з етапами навчання розв’язуванню задач.

Мета **підготовчо-мотиваційного етапу** – створити базу для вивчення нового типу та провести його. Для цього розв’язуються вправи на засвоєння теоретичного матеріалу, необхідного для вивчення даного типу та вправи для засвоєння окремих кроків типових способів, тобто повторюються задачі на розкриття смислу арифметичних дій. Для цього найкраще використовувати репродуктивні методи. Мотивацію ж можна провести по-різному.

Можна просто запропонувати задачу нового типу із цікавим сюжетом (історичну [7] чи прикладного характеру). Наприклад, “із папірусу Ахмеса (Єгипет, бл. 2000 рр. до н.е.): *До фараона прийшов пастух із 70 биками, його запитують: “Скільки биків ти привів із своєї череди?” Пастух відповів: “Я привів дві треті від треті худоби”. Порахуй скільки биків в череді”.* Розв’язувати такі задачі потрібно з використанням евристичних приписів. Тоді хід розв’язування сприятиме розвитку у учнів загального підходу до розв’язування довільних задач. Після закінчення розв’язання, пропонуємо іншого сюжету задачу, але з такою ж математичною основою. Після порівняння розв’язань двох задач робимо висновки про належність цих задач до одного типу (за структурою і способом розв’язання). Якщо мотиваційну задачу обрано складну або більшість учнів класу середнього рівня, то замість еврістичн6ої бесіди можна використати пояснювально-ілюстративний метод.

Мотивацію можна провести інакше за допомогою ряду взаємопов’язаних задач (метод доцільних задач). Наприклад,

Задача №1. (підготовча) *Якщо купити цукерок на 5 кг більше, то треба заплатити ще 45 грн. Скільки коштує один кілограм цукерок?*

Задача №2. (підготовча) *В одному ящику печива 19 кг, а в другому – 15 кг. Перший ящик дорожчий за другий на 24 грн. скільки коштує один кілограм печива?*

Задача №3. (типова) *Першого разу за 2 кг яблук і 6 кг груш заплатили 22грн. Другого разу за 2 кг таких же яблук і 4 кг груш – 16 грн. Скільки коштує один кілограм яблук і один кілограм груш?*

Ще один варіант переходу від нетипової задачі до типової можна отримати за рахунок використання методу комплексних задач. Розв’язавши нетипову задачу, ми пропонуємо учням скласти обернені задачі та прокоментувати плани їх розв’язання. Зрозуміло, що учитель повинен підібрати нетипову спеціально таким чином, щоб серед можливих варіантів обернених задач, які будуть запропоновані учнями, була і задача потрібного типу. Можливий ще один шлях.

Його головна відмінність від попередніх полягає в тому, що при проведенні мотивації відбувається перехід не від нетипової задачі до типової, а від задачі вже вивченого типу, до задачі невідомого типу за рахунок зміни частини математичних залежностей в умові задачі.

Розв'язуючи задачі відомого типу, учні діють за певним алгоритмом, який включає в себе дії по підведенню під поняття типу та дії по використанню типового способу (чи способів). Фактично відбувається діяльність за певними нормами. Зустрівшись із ситуацією, коли стара норма не діє (із-за зміни умов діяльності), учні опиняються перед вимогою спочатку провести аналіз, чому не діє відомий алгоритм, а потім їм потрібно виконати завдання по створенню нової норми діяльності. Ця нова норма (новий спосіб) може бути або видозмінений відомий алгоритм, або новий. Такий метод мотивації можна назвати критикою відомої норми.

Якщо вважати задачу № 3 відомим типом, що розв'язується способом віднімання, то її розв'язування може стати кроком до вивчення задач, що розв'язуються способом зрівняння даних.

Задача №4 (на зрівняння даних). *Першого разу за 2 кг яблук і 6 кг груш заплатили 22 грн. Другого разу за 1 кг таких самих яблук і 2 кг груш – 8 грн. Скільки коштує один кілограм яблук і один кілограм груш?*

На відміну від попередніх варіантів мотивації при переході від задачі відомого типу до невідомого типу діяльність одразу націлюється на пошук нового способу (який згодом, отримавши статус типового, перетвориться в нову норму), а задача сприймається, як задача-представник певного типу. Ще одна особливість цього варіанту полягає в тому, що одразу встановлюються зв'язки нового типу з раніше вивченими (принаймні з одним). При переході ж від нетипової задачі до типової зв'язки між типами потрібно буде встановлювати в процесі подальшої роботи, тобто на етапі розгортання типу.

У ході формуючого експерименту ми прийшли до висновку, що однозначно надати перевагу якомусь із вказаних варіантів мотивації не можна. Вибір має залежати від особливостей матеріалу, що вивчається, та індивідуальних особливостей учнівських колективів. Якщо клас не досить сильний, то вивчення схожих за структурою типів краще розвести у часі, щоб уникнути хибних аналогій. У сильному класі орієнтація на самостійну творчу діяльність має бути максимальною.

Отже, підготовчо-мотиваційний етап закінчується розглядом задачі нового типу. Її розв'язування починає другий етап – **навчально-операційний.**

На цьому етапі потрібно розв'язати декілька завдань. По-перше, потрібно проаналізувати типові особливості, слова-ознаки та створити схеми-орієнтири для виділення задач даного типу із загального масиву. По-друге, створити схему-орієнтир для типового способу[4]. Виконання цих завдань можна в залежності від обставин провести або пояснювально-ілюстративним методом, або частково-пошуковим. Можливим є також використання дослідницького методу. Наприклад, при вивченні типу задач на знаходження двох чисел за їх сумою й різницею для першого способу (виключення більшого невідомого) учні під керівництвом учителя створюють схему-орієнтир, а для другого (виключення меншого) – самостійно або у ході групової роботи. Дослідницький метод також можна використати, запропонувавши учням самостійно знайти спосіб розв'язування нового типу (висування гіпотез та їх апробування). Такі завдання сприяють розвитку творчого мислення. Використання ж пояснювально-ілюстративного чи частково-пошукового методів сприяє розвитку логічного мислення.

По-третє, учні повинні засвоїти типові ознаки та спосіб розв'язування. Для цього розв'язуються задачі на підведення під тип і використання схем-орієнтирів. Розглядаються інші способи. Доцільно також розглянути складені задачі, що містять типові як певну частину своєї структури, або зводяться до них після перетворень. Якщо проведення підготовчо-мотиваційного етапу є одночасним для учнів всього класу, то на даному етапі з'являються розбіжності у діяльності різних груп учнів (мається на увазі кількість задач, необхідна для засвоєння типового способу). Тому вчитель повинен забезпечити можливість різних темпів руху та намітити обсяг варіативної частини для кожного учня окремо (обсяг уточнюється після конролюючого етапу). Основною на цьому етапі є репродуктивна діяльність, хоча є можливість і для творчості. Наприклад, наступна задача дає можливість різними шляхами отримати типову:

Задача №5. *"За задачники для 5-А класу заплатили на 119 грн. більше ніж за задачники 5-Б. Скільки учнів у кожному класі, якщо один задачник коштує 17 грн., а за всі задачники для двох класів заплатили 1411 грн.?"*

План 1-го способу.

1. Скільки учнів у двох класах?
2. На скільки учнів більше в 5-А класі?
3. Далі, розв'язуючи типову задачу, знаходимо кількість учнів у кожному з класів. Задача на 5 дій.

План 2-го способу.

1. Знайдемо скільки коштують окремо задачники 5-А і 5-Б класів (типова задача).
2. Знаходимо скільки учнів у кожному з класів. Задача на 5 дій.

Загальним методом проведення цього етапу, на нашу думку, слід вважати метод поступових ускладнень.

На наступному етапі потрібно провести **контроль та оцінювання** вмінь учнів розв'язувати задачі даного типу неускладненої структури. Якщо потрібно, то після контролю провести корекцію знань і вмінь.

Дуже важливим із точки зору включення нових знань і вмінь у вже існуючу систему є **етап розгортання типу**. Під час розв'язування задач із схожими математичними структурами чи споріднених за способами розв'язування, відбувається краще усвідомлення схожих та відмінних елементів різних типів та способів. На цьому етапі доцільно пропонувати учням завдання підвищеної складності, творчі завдання, демонструвати нетрадиційні для даного типу способи. Зрозуміло, що характер завдань орієнтує вчителя на використання продуктивних методів.

Поняття “складна задача” і “творча задача” є сугубо індивідуальними для кожного учня. Тому вчителю потрібно визначити той обсяг задач, який буде освоєно всіма учнями, і варіативну частину даного типу для кожного окремого учня. Взагалі треба намагатися виконувати цей IV етап при вивченні кожного типу, оскільки, у процесі пошуку способів розв’язування складених задач є можливість навчити учнів таким евристичним методам як розбиття задачі на підзадачі, перетворення задачі, введення допоміжних елементів.

Формуючий експеримент не тільки переконав нас у тому, що в 5-6 класах потрібно розглядати типи задач і способи їх розв’язування в порівнянні, але й у тому, що потрібно показати зв’язки арифметичних способів і алгебраїчного методу. Це, по-перше, допоможе краще узагальнити та систематизувати арифметичні способи, показати (обґрунтувати) їх спільні (чи відмінні) кроки. Тим самим буде показано можливість заміни одного способу іншим. По-друге, наявність спільних моментів допоможе краще засвоїти учням метод рівнянь. Детально про етап **узагальнення і систематизації** арифметичних способів в курсі алгебри можна прочитати в нашій статті [3].

Підводячи підсумок, хочемо зазначити, що вибір і правильне поєднання різних методів навчання в різних конкретних навчальних ситуаціях завжди було складною педагогічною проблемою. Її розв’язання потребує знань, умінь і педагогічної майстерності. Саме завдяки цьому (як показало наше експериментальне навчання) вдається не тільки уникнути ефекту натаскування на типовий прийом, але і перетворити арифметичні способи в дієвий засіб по розвитку мислення та творчої активності кожного учня.

1. Бевз Г.П. Методи навчання математики.– Х.: Вид. Група “Основа”, 2003. – 96 с.
2. Лернер И.Я. Дидактические основы методов обучения.– М.: 1981. – 185с.
3. Лук’янова С.М. Про зв’язок арифметичних способів розв’язування текстових задач із систематичним курсом алгебри // Наукові записки: Зб. Наукових статей НПУ ім. М.П.Драгоманова. Вип. L. –К.: НПУ, 2002. – С.131-137.
4. Лук’янова С.М. Урок розв’язування текстових задач // Математика в школі. – 2002. – №1. – С.31-36.
5. Менчинская Н.А. Интеллектуальная деятельность при решении арифметических задач // Известия АПН РСФСР, 1946 № 3. – С.99-134.
6. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підруч. Для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.
7. Чистяков В.Д. Старинные задачи по элементарной математике. – 3-е. изд., испр. – Минск: Высш. шк., 1978. – 272 с.

Резюме. Статья посвящена рассмотрению различных методов обучения учащихся 5-6 классов решению текстовых задач арифметическими способами.

Summary. Teaching methods of doing text sums in arithmetical way for the pupils of the 5-th and 6-th form are observed in this article.

Надійшла до редакції 11.11.2003 р.

ЗАДАЧІ ПРО ПОДАТКИ В КУРСІ МАТЕМАТИКИ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ

Л.С.Шоферовська, аспірант
Київського Національного університету ім. Тараса Шевченка.

Сьогодні, коли умови ринкових відносин набувають все більших обертів, доцільно адаптувати учнів до розв’язування низки фінансових проблем реального життя.

"Закон України про загальну середню освіту" (стаття 5) серед завдань загальної середньої освіти визначає “формування … наукового світогляду,…, підготовку учнів (вихованців) до подальшої освіти та трудової діяльності, виховання поваги до Конституції України” [1]. Формування наукового світогляду передбачає, що дитина повинна мати уявлення про об'єкти і явища навколишнього світу, де податкам відводиться не останнє місце в ринкових відносинах нашої держави.

За допомогою математичних методів, з якими учні знайомляться під час шкільних занять з математики, можна розкрити зміст багатьох фінансових термінів, операцій та залежностей, які оточують людину сьогодні. Питання податкових надходжень до бюджету держави та система їх нарахування є однією з фінансових тем, які доцільно було б розглянути в ході вивчення математики в основній школі.

У податковій практиці зустрічається велика кількість задач різного типу. Податки – це обов'язкові платежі, які держава стягує із громадян, підприємств, організацій до бюджету. Не всі задачі податкової тематики можуть бути запропоновані до розгляду на уроках математики, і, звичайно ж, не всі вони мають зв'язок із математикою. Розглянемо лише ті *задачі про податки*, фабула яких розкриває використання математики в системі податків, ознайомлює із застосуванням математичних понять, операцій та методів у податковій сфері.

Цілком очевидно, що задачі про податки, як прикладні задачі, виконують:

– освітню функцію, бо їх використання спрямоване, в першу чергу, на формування у школярів системи знань, вмінь та навичок на різних етапах навчання;

– розвиваючу функцію, бо робота з ними розвиває вміння осмислювати зміст понять, застосувати здобуті знання на практиці, аналізувати результати, робити відповідні узагальнення, порівняння, висновки;

– виховну функцію, бо економічне, фінансове виховання на уроках математики може здійснюватися насамперед через ці задачі.

Важливо зазначити, що задачі про податки дають можливість реалізувати прикладну направленість математики. Вже в основній школі учні вчаться елементам математичного моделювання, ознайомлюються з особливостями перекладу текстової задачі на мову математики, розкриттям отриманого математичного результату в реальній життєвій ситуації та його аналізом.

У процесі розв'язування математичних задач про податки учні мають справу з такими поняттями, як платник прибуткового податку, об'єкт оподаткування, сукупний податковий доход, ставка податку, порядок обчислення і сплата податку, перерахування податку до бюджету, використання податкових коштів державою, тощо. Це формує у них уявлення про те, як сплачувати податки, розуміння як і для чого вони нараховуються та допомагає уникненню помилок у цих життєво важливих питаннях.

Розглянемо конкретне застосування таких задач на уроках математики.

Одним із найпоширеніших питань податкової тематики, що стосується громадян нашого суспільства, є розуміння поняття сплати *прибуткового податку громадянина*. У п'ятому класі при вивченні теми "Середнє арифметичне" доцільно розглянути наступну задачу:

Задача 1. Сукупний дохід громадянина за календарний рік складається з місячних сукупних доходів. Нехай в першому кварталі він отримував по 1200 грн. щомісячно, у квітні місяці громадянин не працював, далі – усі наступні місяці року до вересня – щомісячний дохід становив 500 грн. У вересні місяці для збільшення власного досвіду громадянин відправився за кордон, де всі подальші місяці його сукупний місячний доход становив 300 доларів. Обчислити сукупний річний доход та середній місячний доход громадянина, із якого він повинен сплатити прибутковий податок, якщо курс долара Національного банку на день перерахування грошей становив 5 грн.

Розв’язання.

По-перше, учням потрібно пояснити фінансові терміни, які зустрічаються в задачі та знайти залежність між ними, а саме: *сукупний місячний доход* – це кількість грошей, які заробив громадянин протягом одного календарного місяця; *середній місячний доход громадянина* – це середнє арифметичне всіх сукупних місячних доходів протягом року; *сукупний річний доход* – це кількість грошей, які заробив громадянин протягом року. Для знаходження сукупного річного доходу потрібно обчислити суму всіх сукупних місячних доходів громадянина в цьому році.

Увагу учнів треба звернути також на те, що для обчислення сукупного річного доходу потрібно, щоб усі місячні доходи були переведені в одну грошову одиницю. Для відображення умови задачі учням пропонується заповнити таблицю 1.

Для обчислення середнього місячного оподаткованого доходу у даному випадку отриману суму потрібно поділити на 12 місяців, тобто

11600 : 12 =966,(6) (грн.)

Таблиця 1.

Сукупний річний дохід (до задачі)

Назва місяця	Сукупний місячний доход (за умовою задачі)	Курс Національного банку (долар/грн.)	Сукупний місячний доход (грн.)
січень	1200 грн.	–	1200
лютий	1200 грн.	–	1200
березень	1200 грн.	–	1200
квітень	0 грн.	–	0
травень	500 грн.	–	500
червень	500 грн.	–	500
липень	500 грн.	–	500
серпень	500 грн.	–	500
вересень	300 дол.	5	1500
жовтень	300 дол.	5	1500
листопад	300 дол.	5	1500
грудень	300 дол.	5	1500
Сукупний річний доход для оподаткування	–	–	11600

Отримання в результаті періодичного дробу є пропедевтикою ознайомлення з такими числами.

Отже, така задача навчає учнів обчислювати власний прибуток, знайомить з податковою термінологією, розвиває обчислювальні навички, виховує повагу до роботи з фінансовими даними.

Система оподаткування України включає велику кількість різних видів податків. *Податкова система* – це сукупність установлених в країні податків та механізмів їх сплати [3]. Наведемо приклад задачі, яка відображає податкову систему України і може бути запропонована в шостому класі при вивченні теми "Кругова діаграма".

Задача 2. У складі податкової системи України в 1997 році було 47% прямих податків і 44% непрямих податків. Побудувати кругову діаграму податкової системи України в 1997 році.

Розв'язання.

Перед початком виконання поставленого завдання потрібно ознайомити учнів з термінами, які зустрічаються в задачі.

Прямі податки – це податки, які встановлюються безпосередньо щодо платників, їх розмір залежить від масштабів об'єкта оподаткування. Прикладами є податок на прибуток підприємств, податок на доходи фізичних осіб, податок на нерухоме майно, податок на землю, податок на транспортні засоби тощо.

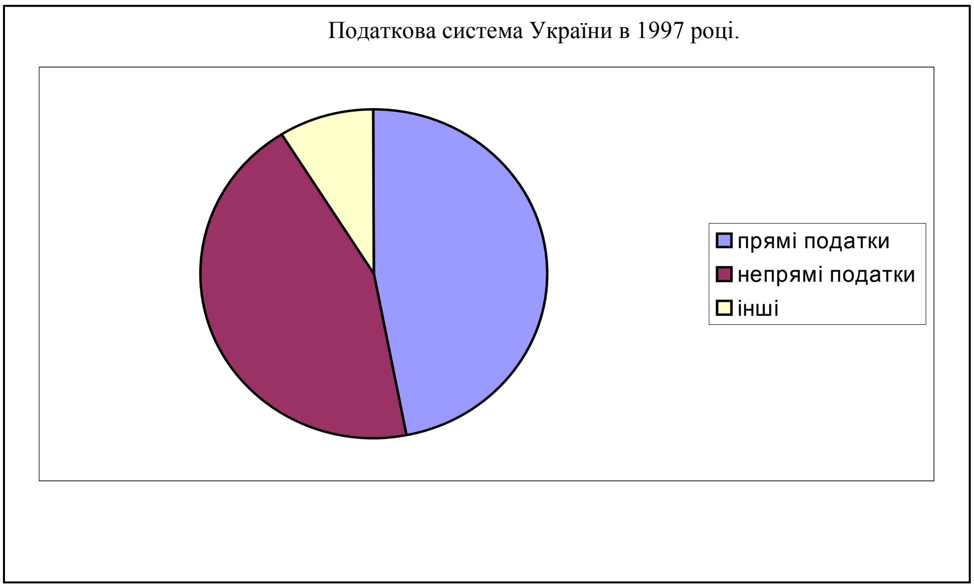
Непрямі податки – це податки, які встановлюються в цінах товарів та послуг, і їх розмір для окремого платника прямо залежить від його доходів, тобто це податки на споживання. Прикладами є податок на додану вартість, акцизний збір тощо.

Аналізуючи дані, які наведені в задачі, увага учнів звертається на те, що не всі види податків поділяються на прямі та непрямі. Серед податків існують ще й деякі види, які складають

$$100\% - 47\% - 44\% = 9\%$$

податкової системи. Вони повинні також бути відображені при побудові діаграми, бо інакше діаграма буде неповною та неправильно побудованою.

Враховуючи цей факт, отримаємо таку діаграму:



Такий вид роботи із задачами з недостачею даних розвиває уважність, логіку мислення та привчає до аналізу.

Також можна використати ці дані і в процесі вивчення нової теми про побудову кругових діаграм. А для самостійної роботи запропонувати наступні данні [4,с.55]:

Таблиця 2.

Податкова система України в 1998 році.

Вид податку	**Відсоток даного виду податку в податковій системі України в 1998 р.**
податок на додану вартість	25,4 %
податок на прибуток підприємств	19,8 %
податок на доходи фізичних осіб	12,5%
інші податки	?

Для практичного ознайомлення учнів з системою оподаткування в Україні, на різних прикладах та задачах потрібно проілюструвати різні схеми оподаткування. В різних країнах перелік податків включає від 10 до

30 видів. Найпоширенішими є податки на прибуток, майно (обладнання, будівлі, транспорт і т.д.), заробітну плату та спадок.

У сьомому класі при повторенні теми “Відсотки” учням може бути запропоновано самостійно на базі витягу з закону “Про прибутковий податок із громадян” [2] обчислити розмір податку з власного сімейного сукупного доходу за основним місцем роботи.

Задача 3. Прибутковий податок із сукупного оподаткованого доходу громадян за місцем основної роботи обчислюється за такими ставками:

Таблиця 3.

Ставка та розміри податку в Україні

Місячний сукупний оподатковуваний доход (у неоподатковуваних мінімумах)	**Ставки та розміри податку**
до 17 грн. включно	не оподатковується
від 17 грн. до 85 грн.	10 % суми, що перевищує 17 грн.
від 86 грн. до 170 грн.	6,8 грн. + 15% суми, що перевищує доход 85 грн.
від 171 грн. до 1020 грн.	19,55 грн. + 20% суми, що перевищує доход 170 грн.
від 1021 грн. до 1700 грн.	189,55 грн. + 30% суми, що перевищує доход 1020 грн.
від 1701 грн. і вище	393,55 грн. + 40% суми, що перевищує доход 1700 грн.

Обчислити розмір податку, який сплачує Ваша сім’я за основним місцем роботи батьків:

а) за один місяць;

б) за рік.

Розв’язання таких задач в курсі математики знайомить та навчає дітей працювати з витягами із законів України.

Під час вивчення в 8-ому класі теми “Функція” учням може бути запропоноване завдання на побудову графіка функції розміру податку, яка залежить від прибутку у відповідності до вищенаведеної таблиці. Для цього введемо функцію $y = y(x)$, де x – прибуток, y – розмір податку.

Далі складається таблиця значень функції у відповідності до якої будується графік.

Проаналізувавши отриманий графік, робиться висновок, що розмір податку збільшується із збільшенням прибутку. Аналіз таблиці 3 приводить до висновку, що ставка податку також збільшується із збільшенням доходу. Таке оподаткування називається *прогресивне*. Також треба звернути увагу на те, що існує пропорційне та регресивне оподаткування.

Пропорційне – це оподаткування, при якому податкова ставка не змінюється із зростанням прибутку. Прикладом може бути податок на прибуток, податок на додану вартість

Регресивне – зі збільшенням прибутків оподаткування зменшується. Це як правило непрямі податки.

Виникає проблемна ситуація: як будуть розташовані графіки функцій розміру та ставки податків для цих видів податків. Можна знайти відповідні приклади податків та, аналогічно попередньому прикладу, побудувати графіки. Другий спосіб – використати властивості функцій та, проаналізувавши залежність величин, зробити висновок, що для пропорційного оподаткування графіком функції ставки податку є промінь, який паралельний вісі Ох, а для регресивного – промінь, що перетинає вісь Ох під тупим кутом, тобто функція буде спадною. Для всіх видів оподаткування функція розміру податку є зростаючою.

Аналізуючи отримані функції, обов’язково треба звернути увагу на те, що областю значень та областю визначення цих функцій є лише множина додатніх чисел.

Ознайомлення учнів з податковою системою України потребує звернути їх увагу на такі запитання: 1) Для чого нараховуються податки в державі? 2) Як використовуються отримані податкові кошти державою? Відповіді на ці запитання доцільно одержати зо допомогою роботи з такими задачами.

Задача 4. З усіх доходів Держави *податкові надходження* в 1999 році становили 76,5%, що становить 25130 млн. грн. Які видатки бюджету України в 1999 році, якщо вони перевищили доходи на 1944,5 млн.грн.?

Ця задача може бути запропонована в 9 класі при вивченні теми "Відсоткові розрахунки".

Податки в Україні розподіляються за окремими галузями, зокрема:

1. Освіта та охорона здоров'я.

Задача 5. Видатки на освіту та охорону здоров'я разом за 1998 рік становлять 8196,2 млн. грн., при чому на освіту виділено з Державного бюджету на 932,2 млн. грн. більше. Знайти скільки на освіту, а скільки на охорону здоров'я виділено на кожного громадянина України, якщо населення України 42 млн.

Задача 6. В Україні частка видатків на охорону здоров'я, відповідно до закону про державний бюджет на 1998 рік , складала 11% всіх державних видатків і становить приблизно 75 гривень на одного громадянина на рік. Обчислити наближено (з точністю до млн.) кількість коштів в державному бюджеті на 1998 рік, якщо кількість населення України становить 42 млн.

2. Соціальна допомога.

Задача 7. В Україні в 1999 році на соціальну допомогу було використано 4147,1 млн. грн. із Державного бюджету. Серед цих грошей 74% отримані за допомогою різних видів податків. Яка кількість грошей була використана державою на допомогу безробітним та малозабезпеченим, якщо вона становить 0,001% від грошей, отриманих на соціальну допомогу за допомогою податків?

3. Пенсії.

Задача 8. Яку кількість грошей держава повинна виділити для надання пенсій в країні, якщо [5, с.231]:

Таблиця 4.

Надання грошової допомоги непрацездатним громадянам

Види пенсій	**Кількість громадян, тис.**	**Середній розмір допомоги, грн.**
за віком	1366	22.5
за інвалідністю	374,2	20,9
у разі втрати годувальника	540,4	22,6
за вислугу років	2,5	9,6
Соціальна пенсія	391,3	30,5
Всього		

Отже, податкові надходження держави в більшості розподіляються на освіту, на охорону здоров'я, на соціальну допомогу, пенсії громадян та інші важливі галузі життя.

Такі задачі можуть бути використані вчителями в процесі вивчення математики на будь-якому етапі роботи. В ході проведеного нами експерименту було виявлено, що найбільша складність при роботі із задачами про податки виникає при переведенні фінансової мови задачі на математичну та при виведенні фінансового значення математично отриманого результату. Для усунення цієї проблеми був складений словник фінансових термінів, якій показував тлумачення фінансової термінології та математичних законів, з якими вони пов'язані. Учні самостійно його доповнювали та знаходили математичні зв'язки між фінансовими термінами, які розглядались раніше.

Ознайомлення учнів з системою обчислення податків та їх використання державою є важливим елементом загальної підготовки майбутнього громадянина України для життя в умовах ринкової економіки.

У курсі математики основної школи учні можуть бути ознайомлені не лише з фінансово-математичними обчисленнями, пов'язаними з нарахуванням податків, а й з банківськими розрахунками, цінними паперами, фінансовими обчисленнями сімейного бюджету та іншими операціями. Враховуючи дидактичні принципи навчання математики, система фінансових понять, з якими діти можуть бути ознайомленими в процесі розв'язання математичних задач фінансового змісту, повинна відповідати таким вимогам:

1. Фінансова фабула задач повинна відповідати загально розвиваючій та загальноосвітній меті навчання.

2. Набір задач з фінансовою фабулою повинен відповідати проблемам суспільства, в якому живе та навчається учень.

3. Фінансові відомості повинні бути актуальними, а також доступними та цікавими для учнів.

4. Знання, отримані учнями в процесі розв'язання математичних задач фінансового змісту, повинні збільшувати життєвий досвід та сприяти адаптації до діючих ринкових взаємовідносин в державі.

Введення до розгляду задач такого типу на уроках математики, дає можливість активізувати діяльність учнів та збуджувати інтерес до навчального матеріалу, який розглядається на уроках. Для досягнення більшої зацікавленості учнів в процесі роботи над фінансово-математичними задачами бажано використовувати елементи проблемного навчання, самостійну роботу та інші педагогічні прийоми роботи над задачами, які збуджують інтерес та розвивають творчість школярів.

1. Закон України "Про загальну середню освіту." – К.: 13 травня 1999р. №651 – XIV – 32 с.
2. Інструкція про прибутковий податок з громадян.//Все про бухгалтерський облік №67(492) від 24 липня 2000. – С.12-30.
3. Клименко І. Що таке податки і навіщо їх платити. – К.: Інститут громадського суспільства, 1999. – 74 с.
4. Гридчина М.В., Вдовиченко Н.И., Калинина А.В. Налоговая система Украины: Учеб. пособие. – К.: МАУП, 2000. – 128 с.
5. Україна у цифрах у 2001 році: Корот. стат. довід. – К.: Техника, 2002. – 262 с.

Резюме. В статье рассматриваются роль и функции задач о налогах и налогообложении, на конкретных примерах показывается методика работы с задачами данной фабулы в школьном курсе математики, раскрывается способ ознакомления учеников с налоговой системой через математические задачи.

Summary. The article is about the role and functions of tasks concerning taxes and taxation and concrete examples show the methods to work with tasks of the certain type at the school course of mathematics, and the way to explain the system of taxation with the help of mathematical tasks.

Надійшла до редакції 28.08.2003 р.

ДЕЯКІ ПРИЙОМИ ЗАЛУЧЕННЯ УЧНІВ ДО САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Реутова І.М., вчитель
технічний ліцей, м.Маріуполь

Для досягнення життєвого успіху сучасний випускник має бути здатен до саморозвитку та неперервної самоосвіти. Про «здатність до навчання упродовж всього життя» йдеться в Концепції 12-річної середньої загальноосвітньої школи [1]. Тому важливо усвідомити, що таке «самоосвіта», її основні риси, як пов'язані процеси самоосвіти та навчання тощо.

В педагогічній літературі зустрічається декілька означень поняття «самоосвіти». В.А.Оніщук., В.Б.Бондаревський розглядають самоосвіту як вид самостійної роботи учнів, одну з форм пізнавальної діяльності [2]. Психологи визначають самоосвіту як свідомий рух людини від того, яким він себе усвідомлює до того, яким він бажає бути. Б.Ф.Райський вважає, що самоосвіта – це цілеспрямоване систематичне оволодіння знаннями та вміннями з власної ініціативи, засобом самостійної пізнавальної діяльності до його основного заняття. Український педагогічний словник дає таке означення: "Самоосвіта – освіта, яку отримують в процесі самостійної роботи без проходження систематичного курсу навчання в стаціонарному учбовому закладі" [7]. Самоосвіта є також невід'ємною частиною систематичного навчання в стаціонарних закладах, сприяє поглибленню, розширенню та більш міцному засвоєнню знань.

Вирішальне місце в оволодінні знаннями займає індивідуальна самостійна пізнавальна діяльність, хоча не виключаються і колективні форми роботи (кружки, факультативи, семінари тощо).

Н.В.Бухлова [7] розглядає самоосвітню діяльність учнів як сукупність декількох «само»:

- *самооцінка* – вміння оцінити свої можливості;
- *самооблік* – вміння брати до уваги наявність своїх якостей;
- *самовизначення* – вміння обрати своє місце в житті, в суспільстві, усвідомити свої інтереси;
- *самоорганізація* – вміння знайти джерело пізнання й адекватні своїм можливостям форми самоосвіти, планувати, організовувати робоче місце та діяльність;
- *самореалізація* – реалізація особистістю своїх можливостей;
- *самокритичність* – вміння критично оцінювати достоїнства та недоліки власної роботи;
- *самоконтроль* – здатність контролювати свою діяльність;
- *самовиховання та саморозвиток* – як результат самоосвіти.

Працюючи над цією проблемою, вчитель повинний створити умови, за яких всі ці «само» мали б можливість адекватно розвиватися. Щоб створити відповідні умови для самореалізації та саморозвитку учнів через самоосвіту, перш за все, як відмічає Красницький М.П. [3], потрібно вивчити їх реальні можливості: рівень навчальних досягнень, рівень потреби в досягненнях, рівень розвитку умінь, потрібних для самостійного здобування знань, рівень самооцінки учнів, рівень розвитку вмінь до самоорганізації.

Самоосвіта не може бути успішною, якщо не озброїти учнів системою навичок та вмінь навчальної роботи. Від сформованості цих вмінь в значній мірі залежить наученість школярів, темпи переробки та засвоєння інформації і в кінцевому підсумку – якість їх навчання.

Тобто метою статті є розкриття того інструментарію, який пропонується вчителю математики для організації самоосвітньої діяльності.

Основні прийоми інструментарію, які можливо використовувати у навчальній діяльності, представлені нами у вигляді схеми 1.

Схема 1.

Більш детально зупинимось на ***домашніх довгострокових роботах (ДДР).***

Дуже часто трапляється так, що випускник має дуже непогані знання в області теорії, але досить нескладні задачі викликають у нього труднощі. Трапляється це з різних причин і одна з них: в учня недостатній *досвід самостійного розв'язування задач* [4]. Зазвичай більш підготовлені учні пропонують свій шлях розв'язування задачі, чи вчитель «підказує» хід розв'язання. Учні отримують домашнє завдання, але і тут не все так просто. Деяким учням та чи інша задача «піддається» не одразу і їм не вистачає часу в один день як слід над нею поміркувати, звернутися до додаткової літератури. Частково розв'язати цю проблему дозволяють завдання, розраховані на довгий строк. (див. схему 2).

Маємо відзначити, що головне тут – навчання розв’язуванню задач, тому обстановка секретності в даному випадку недоречна. На уроках учні можуть і розв’язують задачі подібні до тих, що пропонуються в ДДР.

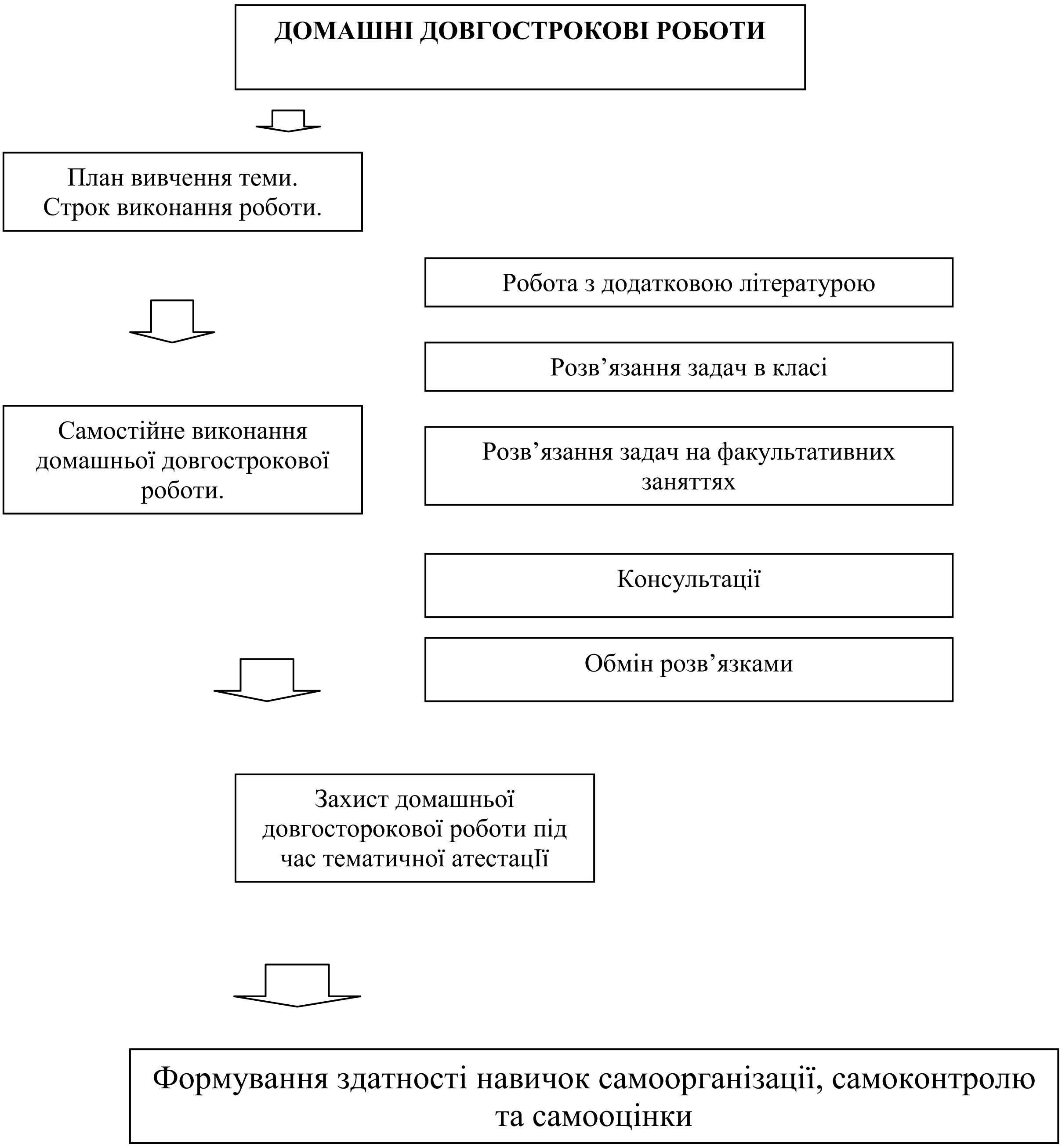


Схема 2

На консультаціях можуть обговорюватись плани розв’язання задач, висловлюватися навідні міркування. Сильним учням вони будуть непотрібні, а слабим це буде корисно. Тут звичайно важлива міра – «підказку» не можна давати одразу.

На протязі окресленого терміну учні виконують завдання в окремому зошиті, який у строк здають на перевірку. Вчитель перевіряє наявність розв'язання задач та під час тематичної атестації проводить захист домашньої довгострокової роботи, для чого пронує учню розв'язати одну чи декілька задач ДДР. Оцінка за ДДР виставляється за результатами перевірки цих «вибранних» задач, перевірки наявності задач в зошиті, поверхового огляду розв'язаних задач. Якісна перевірка всіх задач не дуже плодотворна та разом з цим обтяжлива.

У кінцевому підсумку кожен учень має можливість самостійно розв'язати задачу, витративши на неї стільки часу, скільки необхідно саме йому (15 хвилин чи тиждень); учень вимушений користуватися додатковою літературою; в учнів з'являється можливість поговорити не на тему «мильної опери», а на тему навчальну, обмінятися розв'язками. В результаті формується соціальна, комунікативна та інформаційна компетентності учнів.

Наприклад, при вивченні теми "Арифметичний квадратний корінь" у 8 класі учням можна запропонувати наступну домашню довгострокову роботу:

1. Обчисліть:

а) $\dfrac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} - \dfrac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$

б) $\sqrt{18+8\sqrt{2}} - \sqrt{\left|8\sqrt{2}-18\right|} - 0{,}5\sqrt{32}$

2. Звільніться від ірраціональності в знаменнику дробу:

$(a)\ \dfrac{4+2\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}+1}$ $\qquad$ $(b)\ \dfrac{6a+12b}{\sqrt{9a+18b}}$

3. Обчисліть:

$$\frac{1}{\sqrt{7-\sqrt{24}}+1}-\frac{1}{\sqrt{7+\sqrt{24}}-1}$$

4. Розв'яжіть рівняння: а) $(5+3\sqrt{3})x+2=0$

б) $(5-2\sqrt{3})x=37-20\sqrt{3}$

в) $(\sqrt{x-2})^2-\sqrt{x^2-4x+4}=\sqrt{1-2x+x^2}$

5. Порівняй: а) $\sqrt{13}-2$ и $\sqrt{3}$ б) $\sqrt{2004}+\sqrt{2002}$ и $2\sqrt{2003}$

6. Доведіть, що числа взаємно обернені:

$$\frac{2}{\sqrt{14-6\sqrt{5}}} \quad \text{и} \quad \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}}$$

7. Дано $\sqrt{a}+\sqrt{b}=5$ $ab=4$. Знайдіть: $a+b$, $a\sqrt{a}+b\sqrt{b}$, a^2+b^2.

8. Спростіть вираз:

$$\frac{\dfrac{a+b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\dfrac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}}{\left(\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a+b}\right)+\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}}\cdot\frac{b+a-\sqrt{ab}}{2\sqrt{ab}}$$

9. Спростіть вираз:

$$\frac{\left[\sqrt{2-a}+\sqrt{(a-3)^2}\right]\cdot\left(\sqrt{2-a}+a-3\right)}{a-5+\dfrac{7}{a}}$$

Ще одним з прийомів залучення учнів до самоосвіти є ***проведення уроків-семінарів*** (див. схему3).

Схема 3

Семінари характеризуються, перш за все, двома взаємопов'язаними ознаками: самостійним опрацюванням учнями програмного матеріалу та обговоренням на уроці результатів їхньої пізнавальної діяльності. На цих уроках учні вчаться виступати з самостійними повідомленнями, дискутувати, відстоювати свою точку зору. Семінари *сприяють розвитку* *пізнавальних та дослідницьких умінь учнів, зростанню культури спілкування.* Більш поширені семінари-доклади, семінари-конференції, семінари розв'язування задач [5]. Вважаю, що організовувати уроки в формі семінарів доцільно в наступних випадках:

- після проведення вступних лекцій;
- при узагальненні та систематизації матеріалу за даною темою;
- при проведенні уроків, присвячених різноманітним методам розв'язування задач і т.ін.

Тема та мета семінару визначається заздалегідь, планується його проведення, формулюються питання з даної теми, розподіляються завдання між учнями з урахуванням їх індивідуальних можливостей, добирається література, проводяться групові та індивідуальні консультації, перевіряються конспекти. Отримавши завдання учні за допомогою пам'яток оформлюють результати самостійної роботи в вигляді конспектів, доповідей чи рефератів.

У ході семінарського заняття звертається увага учнів на те, що потрібно записати в зошит, що треба запам'ятати. Питання семінару обговорюються в формі дискусії, повідомлень, доповідей рефератів тощо. Наприкінці уроку обов'язково оцінюється підготовка учнів до семінару, підкреслюються найбільш вдалі моменти, недоліки та шляхи їх подолання.

Наприклад, в 11 класі під час узагальнені та систематизації знань наприкінці учбового року можна провести урок-семінар з теми "Використання властивостей функцій при розв'язуванні рівнянь". Групи учнів та питання над якими вони працюють можуть бути наступними:

1. Група "Область". Використання області визначення та області значень функцій при розв'язуванні рівнянь.
2. Група "Обмеженість". Використання обмеженості функцій при розв'язанні рівнянь.

3. Група “Монотонність”. Використання монотонності функцій при розв’язуванні рівнянь.
4. Група “Парність”. Використання парності (непарності) функцій при розв'язуванні рівнянь.

Кожна група повинна на конкретних прикладах продемонструвати використання тієї, чи іншої властивості та з додаткової літератури підібрати рівняння в домашнє завдання для учнів класу.

Таким чином, ми звернули увагу тільки на двох формах організації самостійної роботи учнів з метою формування в них самоосвітньої діяльності. Що стосується розробки та використання в практиці навчання математики інших засобів, що входять до складу інструментарію самоосвітньої діяльності, то вони мають бути розглянуті нами в подальшому.

1. Концепція 12-річної середньої загальноосвітньої школи / Директор школи. – 2002. – №1(193).
2. Навчання математики як особистісна самореалізація учня / Математика в школах України. – 2003. – №24(36).
3. Красницький М.П. Методи та прийоми навчальної діяльності: Бібліотечка «Шкільного світу». – К.: Шкільний світ, 2001.
4. Епишева О.Б., Крупич В.И. Учить школьников учиться математике: Формирование приёмов учебной деятельности: Книга для учителя. – М.: Просвещение,1990.
5. Карп А.П. Даю уроки математики: из опыта работы: Книга для учителя. – М.: Просвещение, 1992.
6. Бухлова Н.В. Формування навичок самоосвіти і самореалізації особистості / Педагогічна скарбниця Донеччини. – 2002. – №1(15).
7. Гуманізація процесу навчання в школі / під ред. С.П.Бондар. – К.: «Стилос», 2001.

Резюме. В статье рассматриваются некоторые аспекты технологии организации самообразовательной деятельности учащихся с позиции практикующего учителя.

Надійшла до редакції 07.10.2003 р.

ЗМІСТ

ДО ВІДОМОСТІ АВТОРІВ

В збірнику публікуються оригінальні роботи з дидактики математики, розвиваючого навчання, евристики, застосування математичних ідей та методів у навчанні.

До друку приймаються лише наукові статті, які містять матеріал, не опублікований раніше в інших виданнях. Мова публікації – українська, російська, англійська.

Вимоги до змісту: постановка проблеми у загальному вигляді та її зв`язок із важливими науковими чи практичними завданнями; аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано розв`язання даної проблеми і на які спирається автор, виділення невирішених раніше частин загальної проблеми, котрим присвячується дана стаття; формулювання цілей статті (постановка завдання); виклад основного матеріалу дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів; висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямку.

Обсяг статті (включно зі списком цитованої літератури) від 7 до 12 сторінок. Посилання на вітчизняні та зарубіжні літературні джерела (до 10 джерел) обов'язково.

Вимоги до оформлення: стаття набирається у форматі Windows текстовим редактором Microsoft WORD 6.0/ 7.0/ 97, Шрифти – Times, кегель – 14. Поля 25 мм з кожної сторони. Через 1 інтервал друкується назва роботи великими жирними літерами симетрично, далі – пропуск рядка і курсивом, рядковими літерами з симетричним розміщенням ініціали та прізвище автора, науковий ступень, вчене звання, потім на другому рядку місце роботи автора. Після цього – пропуск рядка і йде початок тексту роботи через півтора інтервали комп'ютерного стандарту. Пропуск спочатку абзацу – 7 літер. Формули та малюнки набираються на комп'ютері. Малюнки групуються та розміщуються усередені тексту. Підписи до малюнків, схем, таблиць включають їх номер, назву, пояснення умовних позначень. Посилання на літературу подаються у квадратних дужках. Список літератури на мові оригіналу йде у кінці роботи після пропуску рядка через 1 інтервал, без додаткових назв. Оформлення бібліографії стандартне. Після списку літератури робиться пропуск рядка та через 1 інтервал додається резюме на двох мовах, відмінних від тієї, котрою написано статтю.

РОБОТИ, ЯКІ НЕ ВІДПОВІДАЮТЬ ВКАЗАНИМ ВИМОГАМ, ПУБЛІКУВАТИСЯ НЕ БУДУТЬ!

Редколегія зберігає за собою право відхиляти роботи без обговорення та рецензування.

Автори надають:

1) 1 екземпляр статті, підписаний авторами. Стаття має бути ретельно перевірена й повністю відредагована;
2) дискету з електронною версією своєї роботи (можливо спілкування електронною поштою);
3) рекомендацію кафедри, де працюють автори, та відгук члена редакційної колегії збірника;
4) довідку про авторів на окремому листку або файлі;
5) Витрати на публікацію сплачуються авторами.

Роботи надсилати за адресою:

пр.Миру 29/63, Донецьк-15, 83015, Україна, Хорольській Олені Вікторівні.
e-mail: horol@bio.donbass.com
skafa@skif.net
fax: (38)-(062)-345-55-80

Контактні телефони:

Науковий редактор –
доц..Скафа Олена Іванівна
Тел.: (38)-(0622)-91-92-44 (р.),
(38)-(0622)-55-44-29 (д.)
Відповідальний секретар –
ст.викл. Хорольська Олена Вікторівна
Тел.: (38)-(062)-305-23-75 (р.),
(38)-(062)-337-89-85 (д.).

ДО УВАГИ ЧИТАЧІВ

У ВАК УКРАЇНИ

Постановою Президії ВАК України від 10.11.99 № 3-05/11 затверджено перелік № 3 наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук. До розділу "Педагогічні науки" включено наш збірник наукових праць "Дидактика математики: проблеми і дослідження" (Бюлетень ВАК України, 1999, № 6), який є продовженням видання "Евристика та дидактика точних наук" міжнародного збірника наукових робіт. Нумерація випусків продовжується.

Наукове видання

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: ПРОБЛЕМИ І ДОСЛІДЖЕННЯ МІЖНАРОДНИЙ ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ

Випуск 20

Рекомендовано до друку вченою радою Донецького національного університету 26.12.2003 (протокол №10).

Редакція збірника:

Науковий редактор – канд. пед. наук, доц. Скафа Олена Іванівна.
Тел.: (38)-(0622)-919244 (р.) (38)-(0622)-554429 (д.), код для СНД (0622).
E-mail: skafa@skif.net

Відповідальний секретар – ст. викл. Хорольська Олена Вікторівна
Тел.: (38)-(0622)-992375 (р.), (38)-(062)-3378985 (д.).
E-mail: Horol@bio.donetsk.ua

Адреса редакції збірника: Кафедра вищої математики та методики викладання математики. Донецький національний університет, вул. Університетська, 24, Донецьк, 83055, Україна

Узгоджені матеріали надсилати за адресою:
Хорольській О.В., пр.Миру, 29/63, Донецьк-15, 83015, Україна

Підписано до друку 29.12.2003 р. Формат 60x90/16. Папір типографський. Друк Офсетний. Умовн. друк. арк. 10,75. Тираж 300 прим. Замовлення № 815

Видавництво Донецької фірми наукоємних технологій НАН України
(Фірми ТЕАН)
Україна, 83050, Донецьк, а/я 435. E-mail: tean@an.dn.ua
Надруковано: Центр інформаційних комп'ютерних технологій
Донецького національного університету,
83055, м.Донецьк, вул. Університетська, 24