



Донецкий государственный университет
Факультет математики и информационных технологий
Центр математического просвещения

Бродский Я. С., Павлов А. Л.

Измерение величин



**Пособие для дополнительного изучения математики
обучающимися 5-6 классов**

Донецк 2023

УДК 519 11

ББК 74.262я 72

Б 881

Рекомендовано к изданию Ученым советом
факультета математики и информационных технологий
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»
(протокол № 5 от 21 января 2021 г.)

Бродский Я. С., Павлов А. Л. Измерение величин. Пособие для дополнительного изучения математики обучающимися 5-6 классов. — 68 с.

Пособие предназначается для самостоятельного изучения математики обучающимися 5-6 классов дополнительно к школьному курсу. Оно соответствует программе дополнительного обучения математике «Реальная математика», утвержденной Ученым Советом ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет» (протокол №4 05. 05. 2017). Ее цель — развитие умений и навыков у обучающихся применять математику для решения жизненных проблем, совершенствование умения учиться, самостоятельно приобретать знания.

Пособие состоит из двух частей. В первой части представлен материал для обучения, основу которого составляет система задач. Для каждой задачи приводится анализ и решение. Анализ предназначен для оказания помощи в поиске метода решения задачи. Для контроля за усвоением приемов решения задач предлагаются вопросы после каждой задачи, а также задания в конце блока. Вторая часть пособия содержит систему заданий для проверки овладения обучающимися действиями и приёмами, представленными в первой части

Пособие составлено на основе заданий конкурсов «Золотой ключик», «Золотой сундучок». Его можно использовать для подготовки к участию в математических конкурсах и олимпиадах.

Пособие адресовано обучающимся 5-6 классов. Оно может быть использовано учителями математики для организации внеурочного обучения.

Содержание

Рекомендации для обучающихся	6
Измерение величин	8
1. Измерение стоимости	9
Готовимся к решению задач	10
Решение задач	11
Проверь себя	15
Реши сам	15
2. Измерение времени	17
Готовимся к решению задач	18
Решение задач	19
Проверь себя	23
Реши сам	23
3. Измерение массы	25
Готовимся к решению задач	26
Решение задач	27
Проверь себя	32
Реши сам	32
4. Измерение длин	34
Готовимся к решению задач	35
Решение задач	37
Проверь себя	41
Реши сам	42
5. Измерение площадей	43
Готовимся к решению задач	45
Решение задач	46
Проверь себя	51
Реши сам	52
Контрольное задание	54
Контрольный тест	55
Основное задание	58
Дополнительное задание	63
Указания к задачам дополнительного задания	66
Задачи для исследования	67

Дорогой друг!

Умение применять математику является одним из важнейших умений, ради которых математику изучают с первого до последнего класса. Математика нужна человеку не только в его работе, но и в обычной жизни, быту. Научиться применять математику для решения жизненных проблем не просто, но можно.

Применение математики для различных задач можно схематически представить в виде трёх этапов.

1 этап. Перевод задачи на язык математики (построение математической модели).

2 этап. Решение математической задачи.

3 этап. Осмысление полученного решения, его применение для решения исходной задачи.

Метод решения задач по этой схеме называют *математическим моделированием*. Развитие навыков математического моделирования и является главной целью настоящего пособия. Оно посвящено измерениям величин, часто встречающихся в жизни каждого человека. Конечно, не все приведенные в пособии задачи жизненно важные. Но решение всех задач, безусловно, полезно для совершенствования навыков вычислений и рассуждений.

Пособие состоит из двух частей. В первой части представлен материал для обучения, а во второй — задания для проверки овладения материалом первой части. Они названы *контрольным заданием*. Конечно, контрольное задание можно выполнять и не проработав первую часть пособия, но, во-первых, это будет значительно труднее, и, во-вторых, пользы от такой работы будет значительно меньше.

Первая часть пособия состоит из нескольких блоков, каждый из которых содержит:

1) краткое напоминание необходимого теоретического материала, если он изучался, или изложение пока незнакомого материала, необходимого для понимания приведенных решений задач и нахождения решений предложенных задач;

2) решения задач, сопровождаемые заданиями для осмысления этих решений, применения рассмотренных методов к решению других задач (в тексте эти задания отмечены знаком ?);

3) подразделы «Готовимся к решению задач», «Проверь себя», «Реши сам», имеющиеся в каждом блоке.

Подраздел «Проверь себя» состоит из заданий с выбором ответов, а «Реши сам» — из заданий, требующих не только указывать ответ, но и приводить их решения. Они предназначены для самостоятельной проверки усвоения идей и методов, представленных в решённых задачах.


Изучать первую часть пособия нужно с ручкой в руке. Это означает, что её нужно не просто читать, а воспроизводить все рассуждения, вычисления, то есть разбираться в решениях и восстанавливать все этапы их решения.

Контрольное задание состоит из:

- **контрольного теста**, задания которого аналогичны заданиям «Проверь себя»;

- **основного задания**, состоящего из задач, подобных решённым в пособии и тем, которые представлены в подразделе «Реши сам»;

- **дополнительного задания**, содержащего более трудные по сравнению с основным заданием задачи.

В контрольном задании (контрольном тесте, основном и дополнительном заданиях) задачи, соответствующие разным блокам, отделяются друг от друга знаком .

В конце приведены задания для исследования, предназначенные для тех, кто любит думать, искать решения новых задач, экспериментировать, другими словами, исследовать. Эта часть не входит в контрольное задание. Надеемся, что работа над пособием и выполнение контрольного задания будут приятными и интересными для всех, кто любит математику и хотел бы научиться её применять для решения жизненных задач

Желаем успехов!

Рекомендации для обучающихся

Работа над первой частью пособия состоит, в основном, из освоения идей, методов, используемых в приведенных решениях типовых задач, самостоятельного решения подобных задач. Постарайтесь следовать таким рекомендациям.

1. Чтобы решить задачу, нужно:

- *сначала проанализировать её условия и вытекающие из них следствия;*
- *уяснить требования задачи;*
- *попытаться найти путь к выполнению требований задачи.*

2. Чтобы лучше осознать задачу и её решение, целесообразно подумать над вопросами, которые предлагаются после каждой задачи. Они позволяют выяснить:

- *разобрались ли вы с условием задачи и с её требованиями;*
- *поняли ли вы приведенное решение задачи;*
- *можете ли вы решить задачу, которая немного отличается от решенной.*

Ответы к этим вопросам приведены в конце каждого блока.

3. В начале каждого блока вам будут предлагаться задания «Готовимся к решению задач», с помощью которых вы сможете восстановить тот объем знаний и умений, который необходим для овладения содержанием блока.

Выполните все эти задания, сравните свои ответы с ответами, приведенными в пособии. Воспользуйтесь указаниями и советами к ним.

4. В конце каждого блока вам будут предлагаться задания «Проверь себя», с помощью которых вы сможете самостоятельно проверить, на сколько глубоко вы овладели идеями и методами, использованными при решении задач. Эти задания аналогичны решённым в тексте пособия. Для этих заданий нужно выбрать правильный ответ из четырёх предложенных. Помните, что среди приведенных ответов есть правильный, и он только один.

Выполните все эти задания, сравните свои ответы с ответами, приведенными в пособии. К тем заданиям, для которых они не совпадают, возвратитесь ещё раз, найдите причину несовпадения ответов. Если решение

каких-то заданий вызывает трудности, проанализируйте приведенное решение соответствующей задачи.

Ответы к этим заданиям приведены в конце каждого блока.

5. Кроме того, в конце каждого блока вам будут предлагаться задания «Реши сам». Они имеют то же предназначение, что и задания «Проверь себя». Эти задания от заданий «Проверь себя» отличаются тем, что для них не приводятся ответы, из которых нужно выбрать правильный.

Решите эти задачи. Они также аналогичны задачам, решённым в блоке, хотя и имеют определённые отличия. Если решение какой-то задачи вызывает трудности, проанализируйте приведенное в блоке решение соответствующей задачи.

Ответы и указания к этим заданиям приведены в конце каждого блока.

6. Чтобы проверить окончательно усвоение учебного материала пособия, выполните контрольное задание.

Сначала выполните контрольный тест и оцените свою готовность к выполнению основного задания.

Обязательно выполните основное задание. Пользуйтесь указаниями к задачам задания, решениями аналогичных задач в первой части пособия.

Выполнять дополнительное задание целесообразно, если успешно выполнено основное задание. Его выполнение позволяет оценить глубину усвоения учебного материала пособия.

При необходимости используйте указания к задачам основного и дополнительного заданий.

Помните!

Главная цель изучения темы — выполнить контрольное задание.

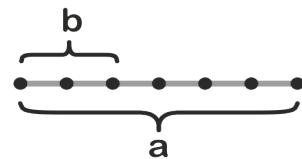
Выбирайте оптимальный путь для достижения главной цели, учитывая свою готовность, опыт и способности.

Измерение величин

Измерять приходится на каждом шагу. Вы идёте в магазин за покупками — приходится подсчитывать стоимость купленного товара, размер сдачи. Родители делают ремонт в квартире — нужно знать площадь полов, которые подлежат покраске: ведь нужно знать, сколько понадобится краски. Вам приходится измерять и время: сколько времени занимает дорога от дома до школы; сколько времени вы можете просидеть, затаив дыхание; сколько времени осталось до окончания футбольного матча, в котором ваша любимая команда выигрывает. Ну а длины, расстояния вы, образно говоря, измеряете на каждом шагу. Перечень примеров величин, которые можно и нужно измерять в быту, можно продолжать. Важность измерений для конструирования машин, самолётов, космических кораблей, для строительства зданий не вызывает сомнений.

Изучение данной темы поможет вам не только повторить всё, что вы учили на уроках математики об измерениях, но и расширить, углубить эти знания. Оно поможет улучшить навыки в уме производить несложные расчёты. Ведь не всегда имеется под рукой удобный калькулятор. Да и калькулятор сам не считает, им нужно управлять, нужно ему задавать действия, которые он должен выполнить. Поэтому решение задач, предлагаемых вам, помогут развить эти умения.

Измерение любой величины состоит в сравнении её с величиной, принятой за единицу измерения (меркой).



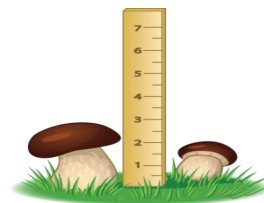
При этом меры или значения величин одного рода можно складывать и вычитать. Мету величины можно умножать или делить на число, в результате получают меру величины того же рода. Примерами величин одного рода являются длина отрезка и периметр, например, треугольника. Длина и время — величины разного рода.

Величины приходится не только измерять, но и сравнивать. Сравнивают, конечно, величины одного рода. Например, Вас интересует, на сколько

сантиметров вы выросли за лето; какой класс собрал больше макулатуры; какое мороженое дороже; как изменилась за год ваша масса; на сколько сантиметров вы стали выше прыгать по сравнению с прошлым учебным годом и т. д.

При измерении каждой величины, нужно знать, в каких единицах её можно измерить, как связаны различные единицы измерения одной и той же величины. Вы уже знаете, в каких единицах измеряется длина, угол, площадь, объём, масса, время, скорость, температура. На уроках математики вы переводили одни единицы в другие. При решении задач вам часто приходилось выбирать, в каких единицах удобно измерять ту или иную величину.

Для измерения величин существуют приборы, с помощью которых их измеряют. Длину измеряют линейкой, рулеткой; массу — весами; угол — транспортиром, различными геодезическими приборами; время — часами, температуру — термометрами.

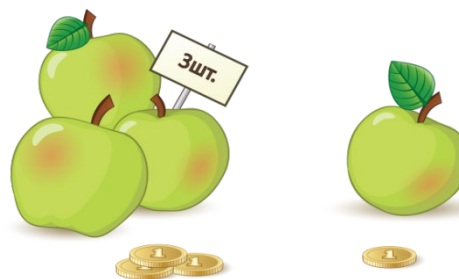


1. Измерение стоимости

Бытует мнение, что легче всего проводить вычисления, связанные с деньгами. Это не совсем так, хотя такие вычисления многим нравятся.

В задачах, в которых речь идёт о стоимости, как правило, фигурируют три величины:

Ц — цена продукции, то есть стоимость одной единицы этой продукции (это может быть один экземпляр, или 1 килограмм, или 1 литр, или какая-то иная единица);



К — количество единиц продукции (оно может измеряться в штуках, килограммах, литрах и т. д.);

С — стоимость всей продукции, равная произведению цены на количество всей продукции:

$$С = К \times Ц$$

По заданным значениям двух из трёх перечисленных величин можно найти третью.

Цена равна частному от деления стоимости на количество продукции:

$$Ц = С : К.$$

Количество продукции равно частному от деления стоимости на цену:

$$К = С : Ц.$$

Готовимся к решению задач

1. Килограмм шоколадных конфет стоит 90 руб., что дороже килограмма карамели в 3 раза. Сколько стоит килограмм карамели?

А. 87 руб. Б. 93 руб. В. 270 руб. Г. 30 руб.

2. Оксана, покупая тетради и ручки, дала в кассу 100 руб. Она получила сдачу 24 руб. Сколько стоила покупка?

А. 86 руб. Б. 74 руб. В. 76 руб. Г. 84 руб.

3. Петя купил фломастеры за 70 руб. и 4 ручки по 8 руб. за каждую. Он получил сдачу 48 руб. Сколько денег он дал кассиру?

А. 100 руб. Б. 110 руб. В. 150 руб. Г. 200 руб.

4. Василий купил 5 дисков по одной и той же цене себе и 3 диска по той же цене другу по его просьбе. За всю покупку он заплатил 480 руб. Сколько денег друг должен возвратить Василию?

А. 300 руб. Б. 180 руб. В. 240 руб. Г. 120 руб.

5. Если бы Ира купила три тетради, то у неё осталось бы 5 руб., а если бы она захотела купить 4 тетради, то ей не хватило бы 5 руб. Сколько денег было у Иры?

А. 40 руб. Б. 45 руб. В. 30 руб. Г. 35 руб.

6. 8 апельсин дороже 9 лимонов. Что дороже: 9 апельсин или 10 лимонов?

А. 9 апельсин. Б. 10 лимонов. В. Одинаково. Г. Сравнить нельзя.

7. Купили 60 тонких и общих тетрадей. Во сколько раз больше купили тонких тетрадей, если их оказалось на 36 больше, чем общих?

А. Определить нельзя. Б. В 3 раза. В. В 5 раз. Г. В 4 раза.

8. Стоимость переплёта вдвое меньше стоимости книги без переплёта. Книга в переплёте на 60 руб. дороже переплёта. Сколько стоит переплёт?

А. 30 руб. Б. 60 руб. В. 90 руб. Г. 120 руб.

9. У Тани 3 монеты: 1 руб., 2 руб. и 10 руб. Сколько сумм она может заплатить этими монетами без сдачи?

10. Килограмм груш вдвое дороже килограмма яблок. Что дороже: 1) 1 кг груш или 2 кг яблок; 2) 2 кг груш или 3 кг яблок; 3) 2 кг груш или 5 кг яблок?

Решение задач

Выполняя денежные расчёты, нужно помнить, что 1 руб. = 100 коп.

Задача 1. Ваня хотел купить три порции мороженого, но ему не хватило денег на половину порции. Тогда он купил две порции, и у него осталось 5 руб. Сколько денег было у Вани?



Анализируем. В условии задачи неявно фигурируют все три величины, перечисленные выше:

количество единиц продукции — три порции мороженого, которые Ваня хотел купить, и две порции, которые он купил;

стоимость такая, что наличных денег у Вани достаточно для покупки двух порций и недостаточно для покупки трёх;

цена одной порции может быть найдена из того, что 5 руб. — это стоимость половины порции.

Зная цену, можно найти стоимость двух порций.

Решаем. Одна порция мороженого стоит $5 \text{ руб.} \times 2 = 10 \text{ руб.}$, так как 5 руб. — это стоимость половины порции.

За две порции мороженого Ваня заплатил $10 \text{ руб.} \times 2 = 20 \text{ руб.}$

Поскольку у него осталось 5 руб., то всего у него было $20 + 5 = 25 \text{ руб.}$

Ответ. 25 руб.

1. Сколько порций мороженого мог бы купить Ваня, если бы у него было 100 руб.?



2. Сколько денег не хватило Ване для покупки двух порций мороженого по цене 14 руб. за порцию?

3. Каким был бы ответ, если бы у Вани не хватало денег на третью порцию?

Очень часто в магазинах, на рынке приходится выбирать товары из нескольких видов этих товаров, исходя из наличных денег. Этой проблеме и посвящена следующая задача.

Задача 2. Мама дала Тане 300 руб. и попросила купить коробку конфет, торт и три бутылки напитка. В магазине было 5 сортов конфет по цене 80 руб., 120 руб., 190 руб., 220 руб. и 300 руб. за коробку, три вида тортов по цене 90 руб., 140 руб. и 210 руб., и три вида напитков по цене 15 руб., 25 руб., 35 руб.

а) Сколько нужно иметь денег, чтобы купить самый дорогой набор?

б) Хватит ли Тане денег, чтобы выполнить мамино поручение?

в) Сколько останется денег у Тани, если она решит потратить наибольшую сумму денег при выполнении поручения?

Ответы на вопросы а) и б) сводятся к простым расчётам, поэтому не требуют предварительного анализа.

Решение. а) Подсчитаем стоимость самого дорогого набора: 300 руб. + 210 руб. + 35 руб. $\times 3 = 510$ руб. + 105 руб. = 615 руб.

б) Для ответа на поставленный вопрос, можно подсчитать стоимость самого дешёвого набора. Она равна: 80 руб. + 90 руб. + 15 руб. $\times 3 = 170$ руб. + 45 руб. = 215 руб. У Тани 300 руб. Этого ей хватит для выполнения маминого поручения.

в) **Анализируем.** Предположим, что Таня решила потратить как можно большую сумму из имеющихся у неё денег. Так как стоимость любых трёх бутылок напитка (в рублях) оканчивается на 5, а стоимости коробки конфет и торта (в рублях) кратны 10, то всю имеющуюся сумму денег Таня потратить не сможет.

Решаем. Из условия следует, что Таня не может потратить более 295 руб. А приобрести заказанные товары на сумму 295 руб. можно, купив коробку

конфет за 80 руб., торт за 140 руб. и три бутылки воды по 25 руб. за бутылку. Тогда она истратит $80 \text{ руб.} + 140 \text{ руб.} + 25 \text{ руб.} \times 3 = 220 \text{ руб.} + 75 \text{ руб.} = 295 \text{ руб.}$

Ответ. а) 615 руб.; б) хватит; в) 5 руб.

1. Сколько существует вариантов выполнения поручения, при которых Таня истратит: а) ровно 295 руб.; б) не более 250 руб.?

2. Хватит ли Тане денег, чтобы купить каждый из заказанных продуктов по средней цене из предлагаемых в магазине?

3. Хватит ли Тане денег, чтобы выполнить мамино поручение, если в магазине не станет конфет по 80 руб. и тортов по 90 руб.?

В следующей задаче сравниваются стоимости двух покупок.

Задача 3. Килограмм пломбира на 40 руб. дороже килограмма шоколадного мороженого. Сергей и Пётр заказали по 300 г мороженого, причём у Сергея пломбира вдвое больше, чем шоколадного, а у Петра того и другого поровну. Чей заказ дороже и на сколько?



Анализируем. Для решения этой задачи нет необходимости подсчитывать стоимости заказов ребят, да и нет всех необходимых для этого данных. Необходимо вначале определить, из чего состояли заказы Сергея и Петра, а затем сравнить их стоимости.

С Петром всё ясно: он заказал 150 г пломбира и 150 г шоколадного мороженого, так как того и другого мороженого он заказал поровну.

У Сергея же пломбира вдвое больше, чем шоколадного.

Если мы примем массу шоколадного мороженого за 1 часть, то масса пломбира составит две части, а масса всего заказа – 300 г – три части. Поэтому на одну часть приходится $300:3 = 100$ (г), а на две части $100 \times 2 = 200$ (г). Итак, Сергей заказал 200 г пломбира и 100 г шоколадного мороженого.

Нам надо сравнить стоимости заказов ребят. Одинаковое в их заказах – 150 г пломбира и 100 г шоколадного. Кроме того, у Сергея $200 - 150 = 50$ (г)

пломбира, а у Петра — $150 - 100 = 50$ (г) шоколадного. Пломбир дороже шоколадного, поэтому заказ Сергея дороже заказа Петра. Осталось выяснить, на сколько.

Решаем. По условию, Пётр заказал 150 г пломбира и 150 г шоколадного мороженого, а Сергей — 200 г пломбира и 100 г шоколадного. Следовательно, у Сергея на $200 - 150 = 50$ (г) больше пломбира, а шоколадного мороженого меньше на $150 - 100 = 50$ (г). Так как пломбир дороже шоколадного мороженого, то заказ Сергея дороже заказа Петра.

По условию, килограмм пломбира на 40 руб. дороже килограмма шоколадного мороженого, 50 г в $1000:50 = 20$ раз меньше килограмма, поэтому 50 г пломбира дороже 50 г шоколадного на $40 \text{ руб.} : 20 = 2 \text{ руб.}$

Ответ. Заказ Сергея на 2 руб.

1. На сколько рублей 100 кг пломбира дороже 100 кг шоколадного мороженого?
2. На сколько рублей дороже обошёлся бы заказ Сергею, если бы он заказал только пломбир, а Пётр — только шоколадное мороженое?
3. Чей заказ будет дороже, если Пётр закажет 200 г пломбира и 150 г шоколадного, а Сергей 150 г пломбира и 200 г шоколадного?

При расчётах в кассах иногда возникают трудности, связанные с отсутствием некоторых купюр или монет. Поэтому важно уметь составлять различные суммы денег из имеющихся купюр или монет.

Задача 4. У Марины 4 монеты: 1 руб., 2 руб., 5 руб., 10 руб. Сколько сумм от 1 руб. до 18 руб. нельзя заплатить этими монетами без сдачи?



Анализируем. Чтобы найти количество сумм от 1 руб. до 18 руб., которые нельзя составить из монет Марины, нужно попытаться непосредственно выразить эти суммы с помощью сложения стоимостей монет Марины.

Решаем. Представим размеры денег от 1 руб. до 18 руб. в виде сумм стоимостей четырёх имеющихся монет:

$1 = 1, 2 = 2, 3 = 1 + 2, 5 = 5, 6 = 5 + 1, 7 = 5 + 2, 8 = 5 + 2 + 1, 10 = 10, 11 = 10 + 1, 12 = 10 + 2, 13 = 10 + 2 + 1, 15 = 10 + 5, 16 = 10 + 5 + 1, 17 = 10 + 5 + 2, 18 = 10 + 5 + 2 + 1$. Никакая комбинация монет достоинством 1 руб., 2 руб., 5 руб., 10 руб. не позволяет составить 4, 9, 14 руб.

Ответ. 3.



1. Можно ли равенство $4 = 2 + 2$ считать составлением 4 руб. из двух предложенных монет?
2. Какую максимальную сумму можно составить из монет Марины?
3. Какую монету достаточно добавить, чтобы составить все суммы от 1 до 20 руб.?

Проверь себя

1. Аня, Вера, Даша и Таня решили купить мороженое. На это Ане не хватило 5 руб., Вере — 7 руб., Даше — 8 руб., а Тане — 10 руб. На все имеющиеся деньги они смогли купить одну порцию мороженого. Сколько стоит мороженое?

А. 10 руб. Б. 11 руб. В. 12 руб. Г. Определить нельзя

2. Детский билет в музей стоит 50 руб., взрослый — 100 руб. Однажды в музее было 50 посетителей, которые заплатили за билеты 3500 руб. На сколько больше детей были в музее в этот день, чем взрослых?

А. На 5. Б. На 10. В. На 15. Г. На 20.

3. Известно, что 50 одинаковых книг стоят больше 17 000 руб., но меньше 18 000 руб. Сколько стоит одна книга, если её цена выражается числом рублей, кратным 10?

А. 340 руб. Б. 350 руб. В. 360 руб. Г. Ответ отличен от приведенных.

4. У мальчика 7 монет: три достоинством 1 руб., две достоинством 2 руб. и две достоинством 5 руб. Сколько сумм денег можно составить из этих монет?

А. 15. Б. 16. В. 17. Г. 18.

Реши сам

1. Два ученика купили 25 одинаковых ученических тетрадей в одном магазине. Первый ученик заплатил за тетради 40 руб., а второй — 60 руб. Сколько тетрадей купил каждый ученик?

2. Книга в переплёте стоит 250 руб. Книга на 200 руб. дороже переплёта. Сколько стоит переплёт?
3. За 900 руб. купили трёх игрушечных зайцев и две куклы. Кукла дороже зайца в 3 раза. Сколько кукол можно купить за ту же сумму денег?
4. За покупку надо заплатить 390 руб. Как это сделать, если у вас только купюры по 50 руб., а у кассира – только по 20 руб.?

Ответы и указания к заданиям «Готовимся к решению задачи»

1. Г. Обратите внимание на то, что означает слово «дороже».
2. В. Проверьте правильность ответа действием сложения.
3. В. Найдите стоимость Петиной покупки.
4. Б. Найдите сначала стоимость одного диска.
5. А. Найдите сначала стоимость одной тетради.
6. А. Воспользуйтесь тем, что один апельсин дороже одного лимона.
7. В. Найдите сначала количества общих и тонких тетрадей по их сумме и разности.
8. А. Обратите внимание на смысл числа 60.
9. 7. Найдите всевозможные суммы, составленные из трёх чисел: 1, 2 и 10.
10. 1) **Одинаково.** 2) **2 кг груш.** 3) **5 кг яблок.** Найдите отношение масс купленных груш и яблок и сравните полученное отношение с отношением цен 1 кг груш и 1 кг яблок.

Ответы на вопросы к задачам

Задача 1. 1. 10 порций. 2. 3 руб. 3. 35 руб.

Задача 2. 1. а) 2; б) 2. 2. Нет. 3. Нет.

Задача 3. 1. На 4000 руб. 2. На 12 руб. 3. Петра.

Задача 4. 1. Нет. 2. 18 руб. 3. Ещё одну двухрублёвую.

Ответы к заданиям «Проверь себя»

1	2	3	4
А	Б	Б	В

Ответы и указания к заданиям «Реши сам»

- 1. 10 и 15.** Можно найти цену одной тетради, зная стоимость всех купленных тетрадей и их количество.
- 2. 25 руб.** Воспользуйтесь тем, что известны сумма стоимостей книги и переплёта и их разность. Для решения задачи можно предположить, что стоимости книги и переплёта одинаковы. Тогда стоимость книги в переплёте составляла бы 450 руб., стоимость книги — 225 руб.
- 3. 3 куклы.** Примите стоимость зайца за 1 часть и подсчитайте, сколько частей составляет стоимость всей покупки.
- 4. Дать в кассу 450 руб., получить сдачи 60 руб.** Проанализируйте различные суммы, превышающие стоимость покупки и близкие к ней, которые можно оплатить купюрами по 50 рублей, и выберите те из них, которые превышают стоимость покупки на сумму, которую можно оплатить купюрами по 20 руб.

2. Измерение времени

Уметь измерять время нужно практически всем. Согласованность движения поездов во времени делает железнодорожный транспорт более быстрым и безопасным. Счёт времени необходим рабочим и инженерам. Ежеминутно добываются тонны угля, нефти, производится тонны металла. К экономии времени сводится по существу вся экономия. В не меньшей мере он необходим морякам и лётчикам. С помощью отсчёта времени штурман, не видя земли, может узнать, где он находится, и правильно проложить курс своего корабля. Эти примеры можно продолжить.



Единицы измерения времени	
<i>Час, минута, секунда</i>	<i>Сутки, неделя, месяц, год</i>
1 час = 60 мин	1 сутки = 24 ч
1 минута = 60 секунд	1 неделя = 7 суток
1 час = 3 600 секунд	1 год = 365 или 366 суток

Готовимся к решению задач

1. Выразите 165 с в минутах и секундах.

А. 1 мин 65 с. Б. 2 мин 35 с. В. 2 мин 45 с. Г. 3 мин 15 с.

2. Выразите в часах 40 минут.

А. $\frac{2}{3}$ ч. Б. $\frac{1}{3}$ ч. В. $\frac{2}{5}$ ч. Г. $\frac{1}{4}$ ч.

3. Выразите 265 часов в сутках (укажите наибольшее количество суток) и часах.

А. 10 суток 25 часов. Б. 11 суток 5 часов.

В. 10 суток 15 часов. Г. 11 суток 1 час.

4. Который теперь час, если до конца суток осталось втрое меньше того времени, которое прошло от их начала?

А. 6 часов утра. Б. 8 часов утра. В. 8 часов вечера. Г. 6 часов вечера.

5. Часы показывают 2 час 3 мин дня. Известно, что они спешат на 4 мин. Какое время в действительности?

А. 2 час 7 мин. Б. 1 час 59 мин. В. 6 час 3 мин. Г. 1 час 99 мин.

6. Часы показывают 7 час 53 мин утра, а в действительности в данный момент — 8 час 14 мин. Спешат ли эти часы или отстают и на сколько минут?

А. Спешат на 21 мин. Б. Отстают на 61 мин.

В. Спешат на 61 мин. Г. Отстают на 21 мин.

7. От изменения температуры днём часы уходили вперёд на 30 секунд, а ночью — отставали на 20 секунд. Утром 1 мая они показывали правильное время. К какому числу мая они уйдут на 5 минут вперёд?

А. К 28-му. Б. К 29-му. В. К 30-му. Г. К 31-му.

8. Механические часы отстают на 1 минуту за сутки. 1 июня они показывают правильное время. На сколько минут они отстанут к 1 сентября?

А. На 93 мин. Б. На 92 мин. В. На 91 мин. Г. На 90 мин.

9. Самолёт вылетел из города А в полдень и приземлился в городе В в 14 ч по местному времени. Полдень в городе А наступает на 4 часа позже, чем в городе В. Сколько времени летел самолёт из А в В?

А. 2 ч. Б. 4 ч. В. 6 ч. Г. 8 ч.

10. Какое сегодня число, если до конца месяца (в месяце 30 дней) осталось в 5 раз больше дней, чем прошло от его начала (включая и сегодняшний день)?

А. 6-е. Б. 5-е. В. 24-е. Г. 25-е.

11. Сегодня 1-е число некоторого месяца. Известно, что до конца года осталось в 3 раза меньше месяцев, чем прошло от его начала. Какой сегодня месяц?

А. Май. Б. Апрель. В. Сентябрь. Г. Октябрь.

12. 1 сентября 2015 года — вторник. Какой день недели будет 12-го апреля 2021 года?

13. 2021 год начнётся с пятницы и закончится в пятницу. С какого дня начнётся и каким днём закончится: 1) 2022 год; 2) 2023 год; 3) 2024 год?

Решение задач

Задачи, которые будут вам предложены, помогут лучше справляться с расчётом времени.

Задача 1. Будильник отстаёт на 8 минут за каждые 24 часа. На сколько минут надо его поставить вперёд в 20-00, чтобы он зазвонил вовремя в 8-00 следующего дня?



Анализируем. Предположим, что в 20-00 будильник показывает правильное время. Если его поставить на 8-00, то он зазвонит позже необходимого времени. За сутки он отстаёт на 8 минут.

Промежуток времени от 20-00 до 8-00 следующего дня составляет 12 часов. Как мы это подсчитали? От 20-00 до окончания суток 24-00 пройдёт $24 - 20 = 4$ часа, от 24-00 или, что тоже самое, от 0-00 следующего дня до 8-00 пройдёт $8 - 0 = 8$ часов, всего от 20-00 до 8-00 следующего дня пройдёт $4 + 8 = 12$ (часов).

Промежуток в 12 часов в $24:12 = 2$ (раза) меньше 24 часов. Следовательно, за это время будильник отстанет в 2 раза меньше, чем за 24 часа.

Решаем. Промежуток времени от 20-00 до 8-00 следующего дня составляет 12 часов. Этот промежуток в 2 раза меньше 24 часов. Значит, за этот про-

межуток будильник отстанет в два раза меньше, чем за 24 часа, то есть на $8:2 = 4$ (минуты). Поэтому его нужно поставить вперёд на 4 мин.

Ответ. 4 мин.

1. На сколько минут надо поставить будильник вперёд в 20-00, чтобы он зазвонил вовремя: а) в 5-00 следующего дня; б) в 14-00 следующего дня?
2. Чему равна длительность промежутка времени от 18-00 до 20-00 следующего дня?
3. Через сколько суток будильник отстанет на 10 часов?
4. Через сколько суток будильник снова покажет правильное время?

При расчёте времени нужно учитывать, что в разных часовых поясах показания времени различны.

Задача 2. Когда в Нью-Йорке 5 часов утра, в Киеве — полдень. Когда в Киеве 5 часов утра, в Токио — полдень. Сколько времени в Нью-Йорке, когда в Токио 5 часов утра?



Анализируем. Полдень — это момент времени, равный 12 часам дня. Чтобы найти сколько времени будет в Нью-Йорке, когда в Токио 5 часов утра, нужно знать разницу во времени в этих городах.

По условию, можно найти разницу во времени в Нью-Йорке и в Киеве, в Киеве и Токио. А зная эти разницы, можно найти разницу во времени в Нью-Йорке и в Токио.

Решаем. Найдём разницу во времени в Нью-Йорке и Киеве. Она составляет $12 - 5 = 7$ (часов). Такая же разница во времени в Киеве и Токио. Поэтому разница во времени в Нью-Йорке и Токио составляет $7 + 7 = 14$ (часов), то есть в Нью-Йорке определённое время наступает через 14 часов после того, как оно было в Токио.

Узнаем, сколько времени в Нью-Йорке, когда в Токио 5 часов утра. Для этого от 5 часов утра нужно отнять 14 часов. Вначале отнимем от 5 часов утра 5 часов. Получим 0 часов или 24 часа предыдущего дня. Осталось отнять $14 - 5 =$

9 (часов). Получим: $24 - 9 = 15$ (часов). Итак, в Нью-Йорке 15 часов, то есть 3 часа пополудни предыдущего дня.

Ответ. 3 часа пополудни предыдущего дня.

- ?
1. Верно ли, что 15 часов и 3 часа дня означают одно и то же время?
 2. Сколько времени в Токио, когда в Нью-Йорке 0 часов?
 3. Сколько времени в Нью-Йорке, когда в Токио 0 часов?

В быту используются как механические, так и электронные часы. В первых время определяется по положению стрелок, во вторых — с помощью цифр показываются часы и минуты.



Задача 3. Электронные часы показывают время: часы и минуты. Как долго на протяжении суток высвечивается хотя бы в одном месте цифра 2?



Анализируем. В первую очередь выясним, когда на электронных часах высвечивается цифра 2.

Во-первых, когда число, показывающее часы, содержит цифру 2.

Во-вторых, когда число, показывающее минуты, содержит цифру 2.

По условию требуется подсчитать время, в течение которого высвечивается *хотя бы в одном* месте цифра 2. Если число, показывающее часы, содержит цифру 2, то уже несущественно, содержит ли эту цифру число, показывающее минуты, и наоборот.

Решаем. Укажем часы, содержащие цифру 2. Это 02 часа, 12 часов, 20 часов, 21 час, 22 часа, 23 часа. Всего на протяжении 6 часов. Количество часов, не содержащих цифры 2, равно $24 - 6 = 18$.

В каждом из этих 18 часов число, показывающее минуты, содержит цифру 2 от 20-й минуты до 29-й, то есть 10 раз, а также в 02-ю, 12-ю, 32-ю, 42-ю, 52-ю минуты, то есть ещё 5 раз. Всего в каждом из указанных 18 часов $10 + 5 = 15$ раз, а за все эти 18 часов: $15 \times 18 = 270$ (минут).

Превратим эти 270 мин в часы и минуты. Так как в часе 60 мин, то разделим 270 на 60. В частном получим 4 и в остатке 30. То есть $270 \text{ мин} = 4 \text{ ч } 30 \text{ мин}$. Итак, за сутки цифра 2 высвечивается хотя бы в одном месте $6 \text{ ч} + 4 \text{ ч } 30 \text{ мин} = 10 \text{ ч } 30 \text{ мин}$.

Ответ. 10 ч 30 мин.

1. Верно ли, что на протяжении суток подряд в течение 10 ч 30 мин. на электронных часах высвечивается хотя бы в одном месте цифра:

а) 5; б) 1?

2. Как долго на протяжении суток подряд на электронных часах высвечивается хотя бы в одном месте цифра 0?

3. Сколько раз в течение суток на электронных часах высвечиваются 4 одинаковые цифры?

В рассмотренных задачах время измерялось в сутках, часах и минутах. Для многих случаев более употребительными являются другие единицы времени: неделя, месяц, год, век и т. д. Вы, конечно, знаете, что в году 365 или 366 дней. 366 дней содержат, високосные года (это такие годы, когда число, их обозначающее, делится на 4). В году 12 месяцев. В январе, марте, мае, июле, августе, октябре, декабре 31 день, в апреле, июне, сентябре, ноябре 30 дней, в феврале 28 или в високосном году 29 дней. В неделе 7 дней. Чтобы найти число недель в году, нужно 365 (или 366) разделить на 7. Получим, в частном 52 и в остатке 1 (или 2). То есть в году 52 недели и ещё 1 день (или в високосном году 2 дня).

Задача 4. 2006 год начался в воскресенье. А в какой день начался 2010 год?



Анализируем. Выше мы выяснили, что не високосный год содержит 52 полные недели и ещё 1 день, а високосный — 52 полные недели и ещё 2 дня.

Поэтому если не високосный год начинается в какой-то день недели, то следующий год начинается в следующий за этим днём день недели. После високосного года следующий год начинается двумя днями недели позже дня начала предыдущего года.

Решаем. Так как 2006 год не високосный и начался он в воскресенье, то 2007 год начался в понедельник, 2008 год – во вторник. Этот год високосный, поэтому 2009 год начался в четверг, а 2010 – в пятницу.

Ответ. В пятницу.

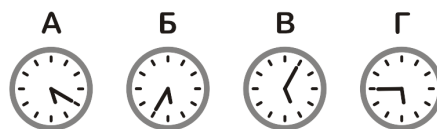
1. *Некоторый не високосный год начался в понедельник. В какой день недели он закончился?*

2. *Некоторый високосный год начался в понедельник. В какой день недели он закончился?*

3. *В какой день недели закончился: а) 2000 год; б) 2005 год?*

Проверь себя

1. На рисунке изображены четверо часов. Одни из них показывают правильное время, вторые — спешат на 15 минут, третьи — опаздывают



на 15 минут, четвёртые — стоят. Какие из них показывают правильное время?

2. Когда в Токио 5 часов утра, в Киеве — 10 часов вечера предыдущего дня. Когда в Киеве полдень, в Нью-Йорке — 5 часов утра. На сколько часов позже наступает Новый год в Нью-Йорке по сравнению с Токио?

А. На 24 ч. Б. На 14 ч. В. На 12 ч. Г. На 10 ч.

3. Электронные часы показывают время 19 ч 57 мин 33 с. Через какое наименьшее число секунд все цифры на часах изменятся?

А. 1 с. Б. 27 с. В. 147 с. Г. 267 с.

4. День 17 февраля 2011 года — четверг. День 17 февраля 2015 года будет ...

А. субботой. Б. воскресеньем. В. понедельником. Г. вторником.

Реши сам

1. Механические часы спешат на 6 минут в сутки. Однажды установили на них точное время. Через сколько времени эти часы впервые покажут снова точное время?

2. Когда в Токио 5 часов утра, в Киеве — 10 часов вечера предыдущего дня. Когда в Киеве полдень, в Нью-Йорке — 5 часов утра. Сколько времени в Токио, когда в Нью-Йорке полночь?

3. Электронные часы показывают время 22 ч 57 мин 11 с. Через какое наименьшее число секунд все цифры на часах изменятся?

4. В январе 4 понедельника и 4 пятницы. Какой день недели приходится на 1 января?

Ответы и указания к заданиям «Готовимся к решению задачи»

1. В. Воспользуйтесь таблицей «Единицы измерения времени» (см. с. 17).

2. А. Воспользуйтесь таблицей «Единицы измерения времени» (см. с. 17).

3. Б. Воспользуйтесь таблицей «Единицы измерения времени» (см. с. 17).

4. Г. Воспользуйтесь тем, что в сутках 24 часа.

5. Б. Воспользуйтесь тем, что в одном часе 60 минут.

6. Г. Обратите внимание на то, что часы показывают время меньшее по сравнению с действительным.

7. В. Установите, спешат или отстают часы и на сколько секунд.

8. Б. Подсчитайте, сколько всего дней в июне, июле и в августе.

9. В. Обратите внимание на то, что полдень в городе В наступает на 4 часа позже, чем в городе В.

10. А. Обратите внимание на то, что осталось больше дней, чем прошло.

11. Г. Обратите внимание на то, что осталось меньше месяцев чем прошло.

12. **Понедельник.** Последовательно находите, какой день недели будет 1 января 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021 годов.

13. **1) С субботы и в субботу. 2) С воскресенья и в воскресенье. 3) С понедельника, во вторник.** Воспользуйтесь тем, что не високосный год начинается и заканчивается одним и тем же днём недели, а високосный год заканчивается днём недели, следующим за днём его начала.

Ответы на вопросы к задачам

Задача 1. 1. а) 3 мин.; б) 6 мин. 2. 26 ч. 3. 75 суток. 4. 90 суток.

Задача 2. 1. Да. 2. 14 ч. 3. 10 ч утра предыдущего дня.

Задача 3. 1. а) Нет; б) нет; 2. 15 ч. 3. Три раза.

Задача 4. 1. В понедельник. 2. Во вторник. 3. а) В воскресенье; б) в субботу.

Ответы к заданиям «Проверь себя»

1	2	3	4
А	Б	В	Г

Ответы и указания к заданиям «Реши сам»

- 1. Через 120 суток.** Нужно найти, через сколько суток показания часов будут опережать правильное время на 12 часов.
- 2. 14 часов.** Воспользуйтесь решением задачи 2.
- 3. 3769 с.** Нужно найти такое показание часов, которое не содержит цифр 1, 2, 5, 7. Оно наступит позднее, чем через час.
- 4. Вторник.** Обратите внимание на то, что в январе 31 день.

3. Измерение массы

С измерением массы вы встречаетесь очень часто: бывая в магазине, на рынке, на кухне, в школе и т. д. Для измерения массы предмета используются весы: чашечные, электронные. С помощью чашечных весов можно сравнивать массы предметов, не находя самих масс.



Единицы измерения массы

Килограмм (кг), Грамм (г), Центнер (ц), Тонна (т)

$$1 \text{ кг} = 1000 \text{ г}$$

$$1 \text{ т} = 1000 \text{ кг}$$

$$1 \text{ ц} = 100 \text{ кг}$$

$$1 \text{ т} = 10 \text{ ц}$$

Представление о килограмме у вас, наверное, есть. Вы можете оценить массу вашего школьного рюкзака? Представить грамм тоже несложно. Сколько граммов сахара, например, в чайной ложке? Получить конкретное представление о грамме, килограмме можно, беря в руки гири в 1 г, 5 г, 10 г, 100 г, 500 г, 1 кг. Сложнее представить большие единицы масс. Представить себе 1 ц можно следующим образом: масса воды, заполняющей половину ванны, примерно равна 1 ц, масса двух мешков картофеля примерно равна 1 ц. Масса кучи песка измеряется в тоннах.

Готовимся к решению задач

1. Выразите 3 кг 17 г в граммах.

- А. 317 г. Б. 3017 г. В. 30017 кг. Г. 370 г.

2. Пуговица весит два грамма. Сколько тонн весит миллион таких пуговиц?

- А. 2 т. Б. 20 т. В. 200 т. Г. 2000 т.

3. Какая из указанных в ответах масс самая большая?

- А. 850 кг. Б. 8 500 г. В. 8 500 000 г. Г. 8 т.

4. Имеются два предмета общей массой 190 г. Масса одного из них больше массы другого на 90 г. Каковы массы каждого из этих предметов?

5. Имеются два предмета общей массой 78 кг. Масса одного из них больше массы другого в 2 раза. Каковы массы каждого из этих предметов?

6. Бидон с молоком весит 32 кг, бидон без молока 2 кг. Сколько весит: 1) молоко, заполняющее бидон; 2) молоко, заполняющее бидон наполовину; 3) бидон, заполненный молоком наполовину?

7. Сосуд, масса которого без воды 2 кг, вмещает 4 кг воды. Чему равна масса этого сосуда, наполненного водой наполовину?

8. На одной чашке рычажных весов лежит груша и гиря 50 г, на другой — яблоко и гиря 20 г. Фрукты весят 250 г. Каков вес яблока, если весы находятся в равновесии?

- А. 110 г. Б. 140 г. В. 125 г. Г. 145 г.

9. В магазине продали 120 кг картофеля, что составляет $\frac{5}{6}$ всего имевшегося картофеля в наличии. Сколько картофеля было в магазине?

- А. 144 кг. Б. 100 кг. В. 136 кг. Г. 140 кг.

10. На одну чашку весов положили арбуз, на другую для равновесия — гирю в 6 кг и четвертую часть такого же арбуза. Сколько весит арбуз?

- А. 7 кг. Б. 8 кг. В. 9 кг. Г. 12 кг.

11. На одной чашке рычажных весов лежат 3 одинаковых арбуза и 1 дыня, на другой — такие же арбуз и 5 дынь. Весы уравновешены. Сколько дынь уравновешивают 1 арбуз?

А. 1. Б. 2. В. 3. Г. 4.

12. У продавца имеется 3 гири весом 1, 2, 3 кг. Известно, что все покупатели, стоящие в очереди к продавцу, купили разное целое количество килограммов товара. Какое максимальное число покупателей могло стоять в очереди, если продавец для взвешивания пользовался только этими гирями?

А. 3. Б. 4. В. 6. Г. 8.

13. В коробке 48 грамм соли. Как на чашечных весах, не используя гири, отмерить: 1) 12 г соли; 2) 9 г соли; 3) 33 г соли?

Решение задач

Часто приходится находить массу целого, состоящего из отдельных частей.

Задача 1. В детский сад привезли 300 кг овощей (картофеля, моркови, лука). Картофеля и моркови 230 кг, а картофеля и лука 200 кг. Сколько килограммов моркови, килограммов картофеля, килограммов лука привезли в детский сад?



Анализируем. Нам известны общая масса овощей, привезенных в детский сад, и общая масса привезенных двух видов овощей: картофеля и моркови.

Общая масса — 300 кг — состоит из масс картофеля, моркови и лука. Привезенные картофель и морковь имеют массу 230 кг. До общей массы её дополняет масса лука. Поэтому, чтобы найти массу лука, нужно от общей массы овощей вычесть массу картофеля и лука.

Зная общую массу картофеля и лука и массу лука, можно найти массу картофеля. Зная общую массу картофеля и моркови и массу картофеля, можно найти массу моркови.

Решаем. Масса картофеля и моркови — 230 кг, общая масса всех овощей — 300 кг. Следовательно, масса лука равна $300 - 230 = 70$ (кг).

Масса картофеля и лука составляет, по условию, 200 кг, масса лука — 70 кг. Масса картофеля равна $200 - 70 = 130$ (кг).

Осталось найти массу моркови. Картофеля привезли 130 кг, а картофеля и моркови — 230 кг. Поэтому масса моркови равна $230 - 130 = 100$ (кг).

Ответ. Картофеля — 130 кг, моркови — 100 кг, лука — 70 кг.

1. На сколько килограммов больше привезли картофеля, чем лука?
2. Сколько килограммов моркови, картофеля и лука привезли бы в детский сад, если бы общая масса овощей равнялась не 300 кг, а 350 кг, а остальные условия оставались бы прежними?
3. Сколько килограммов овощей привезли бы в детский сад, если бы картофеля и моркови привезли 240 кг, а моркови и лука — 150 кг?

В задаче 1 мы воспользовались следующей схемой:



В рассмотренной задаче масса тары, в которой находились овощи, не использовалась. Часто в задачах приходится находить массу тары, или, по крайней мере, учитывать её наличие.

Задача 2. Наполненный доверху водой сосуд весит 5 кг, а наполненный наполовину — 3 кг 250 г. Сколько воды вмещает сосуд? Какова масса пустого сосуда?



Анализируем. Масса сосуда, наполненного водой наполовину, состоит из массы пустого сосуда и массы воды, наполняющей сосуд наполовину.

Масса сосуда, полностью наполненного водой, состоит из массы пустого сосуда и массы воды, полностью наполняющей сосуд, или массы воды, дважды наполняющей его до половины.

Вторая масса превышает первую на массу воды, наполняющей сосуд наполовину, и её можно найти, пользуясь условием. А тогда можно найти массу воды, доверху заполняющего сосуд, а затем массу пустого сосуда.

Решаем. Масса воды, заполняющей сосуд наполовину, равна $5\text{ кг} - 3\text{ кг } 250\text{ г}$ или $4\text{ кг } 1000\text{ г} - 3\text{ кг } 250\text{ г} = 1\text{ кг } 750\text{ г}$. Тогда масса воды, полностью наполняющей сосуд, вдвое превышает найденную массу, то есть равна $1\text{ кг } 750\text{ г} \times 2 = 1\text{ кг } 750\text{ г} + 1\text{ кг } 750\text{ г} = 3\text{ кг } 500\text{ г}$.

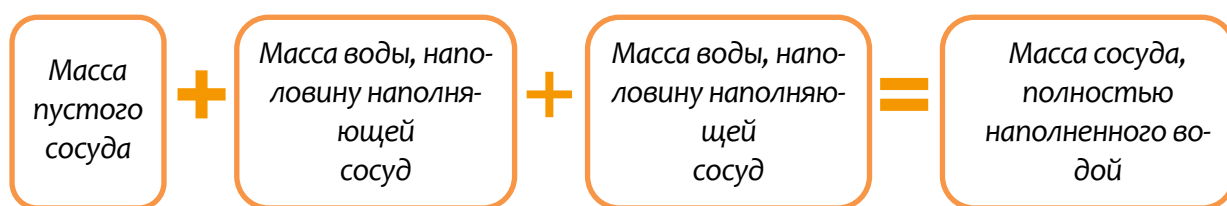
Теперь можно найти массу пустого сосуда. Для этого можно от массы сосуда, полностью наполненного водой, вычесть массу воды, полностью наполняющей сосуд: $5\text{ кг} - 3\text{ кг } 500\text{ г} = 4\text{ кг } 1000\text{ г} - 3\text{ кг } 500\text{ г} = 1\text{ кг } 500\text{ г}$.

Ответ. $3\text{ кг } 500\text{ г}$; $1\text{ кг } 500\text{ г}$.

1. Какова масса сосуда, наполненного на четверть?
2. Каковы будут масса пустого сосуда и масса воды, которую вмещает сосуд, если масса сосуда, наполненного доверху водой равна 6 кг , а наполненного наполовину — $3\text{ кг } 500\text{ г}$?
3. Каковы будут масса пустого сосуда и масса воды, которую вмещает сосуд, если масса сосуда, наполненного доверху водой равна $4\text{ кг } 500\text{ г}$, а наполненного на четверть — $1\text{ кг } 800\text{ г}$?

При продаже продуктов в таре указывают массу продукта (нетто) и массу с учётом тары — брутто.

В задаче 2 мы воспользовались следующей схемой приведенных в условии данных.



Эта схема позволила нам по общей массе и массе отдельных составляющих находить массы остальных составляющих.

В основе решения задач 1 и 2 лежит замечательное свойство массы.

Масса совокупности тел равна сумме масс этих тел.

Выше мы отмечали, что сравнить массы различных предметов можно с помощью, например, чашечных весов, даже не взвешивая каждый из них. Как это можно сделать, рассмотрим, решив следующую задачу.

Задача 3. Антону подарили чашечные весы, и он начал взвешивать свои игрушки. Машину уравновесили мяч и два кубика, а машину с кубиком — два мяча. Все мячи одинаковы, и кубики тоже. Сколько кубиков уравновешивают машину?



Анализируем. Запишем условие в таком виде:

$$\text{машина} = \text{мяч} + 2 \text{ кубика}; \text{машина} + \text{кубик} = 2 \text{ мяча}.$$

Здесь знак равенства означает, что весы в равновесии. Чтобы найти, сколько кубиков уравновешивают машину, надо постараться так укладывать на чашки весов или снимать с них одинаковые предметы, чтобы на одной чашке была только машина, а на другой — только кубики.

Решаем. Из того, что машина = мяч + 2 кубика, следует, что

$$\text{машина} + 1 \text{ кубик} = \text{мяч} + 2 \text{ кубика} + 1 \text{ кубик}.$$

Используя второе равенство, будем иметь: мяч + 3 кубика = 2 мяча или 3 кубика = мяч. Следовательно, мяч уравновешивается тремя кубиками. Чтобы убедиться в этом, достаточно с обеих чашек весов снять по мячу. Но тогда из первого равенства вытекает, что машина уравновешивается 5-ю кубиками.

Ответ: 5.



1. Сколькими мячами уравновешиваются 3 машины?
2. Сколькими машинами уравновешиваются 10 мячей?
3. Какая из игрушек самая: а) лёгкая; б) тяжёлая?

На практике нередко возникает проблема взвешивания на чашечных весах, когда набор имеющихся гирь ограничен или гирь нет вовсе. Тогда приходится или использовать имеющиеся предметы с известной массой, или с помощью имеющихся гирь подготовить такие предметы. Тем самым мы получим дополнительные гири.

Задача 4. Из пакета, в котором 2 200 г муки, необходимо отсыпать 2 кг муки. Как это сделать с помощью чашечных весов без гирь, если есть еще два пакета массой 600 г и 1 300 г?

Анализируем. Пакеты массой 600 г и 1 300 г будем использовать в качестве гирь. Используя их, можно, отсыпая муку из большего пакета до уравновеши-

вания весов, получить пакет, содержащий какую-то массу муки. Тем самым получим ещё один пакет, который можно использовать в качестве гири.

Продолжая далее таким же образом, будем получать новые «гири». Эта процедура продолжается до тех пор, пока отвесим 2 кг муки.

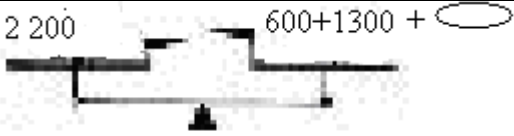
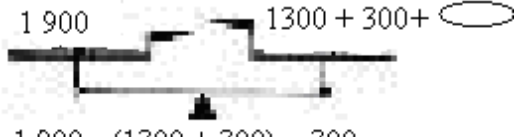
Решаем. Так как $2\ 200 - 600 - 1\ 300 = 300$, то, положив на одну чашку весов пакет, в котором 2 200 г муки, а на другую – пакеты массой 600 г и 1 300 г и отсыпая муку из большего пакета до уравнивания весов, получим пакет, содержащий 300 г муки.

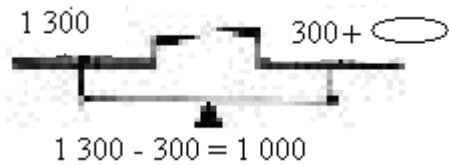
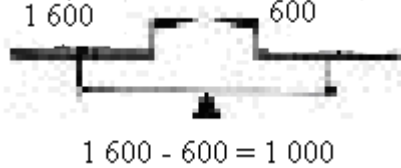
Имея пакет с мукой массой 300 г, можно получить ещё один пакет массой 300 г, отсыпая из пакета 1900 г до уравнивания с пакетом 300 г.

Теперь у нас три новых пакета с мукой массой 1600 г, 300 г и 300 г. Далее отвесим 1 000 г: $1600 - 300 - 300 = 1\ 000$ г (на одну чашку весов положим пакет, в котором 1600 г муки, а на другую — пакеты массой 300 г и 300 г и будем отсыпать муку из большего пакета до уравнивания весов).

Используя пакет массой 600 г как гирю, из пакета массой 1600 г можно образовать ещё один пакет с 1 000 г муки. Для этого на одну чашку весов положим пакет с 1600 г муки, а на другую пакет массой 600 г и в пустой пакет будем насыпать муку из большего пакета, пока весы не уравновесятся. Соединив два пакета по 1 000 г, получим 2 кг муки.

Приведенное решение можно изобразить графически.

Взвешивание	Пакеты
 $2\ 200 - (600 + 1300) = 300$	300 г, 600 г, 1 300 г, 1 900 г.
 $1\ 900 - (1300 + 300) = 300$	300 г, 300 г, 600 г, 1 300 г, 1 600 г.

 <p>1 300 300+</p> <p>1 300 - 300 = 1 000</p>	<p>300 г, 300 г, 300 г, 600 г, 1 000 г, 1 600 г.</p>
 <p>1 600 600</p> <p>1 600 - 600 = 1 000</p>	<p>300 г, 300 г, 300 г, 600 г, 600 г, 1 000 г, 1 000 г.</p>

- ?
1. Сколько грамм муки нужно добавить к имеющимся пакетам с мукой, чтобы получить 2 кг муки?
 2. Можно ли за три взвешивания выполнить задание?
 3. Достаточно ли для решения задачи одного пакета массой 600 г?

Проверь себя

1. Николай поймал три рыбы общей массой 3 кг 150 г. Две рыбы имели одинаковую массу, а масса третьей составляла половину каждой из них. Масса меньшей рыбы равна ...

- А. 630 г. Б. 1 кг 260 г. В. 1 кг 50 г. Г. 810 г.

2. Масса коробки с конфетами 550 г. Когда половину конфет съели, масса коробки с конфетами составила 300 г. Какова масса пустой коробки?

- А. 250 г. Б. 100 г. В. 125 г. Г. 50 г.

3. На одной чашке весов лежит груша и гиря 50 г, на другой – яблоко и гиря 20 г. Фрукты вместе весят 250 г. Какова масса яблока, если весы находятся в равновесии?

- А. 90 г. Б. 110 г. В. 140 г. Г. 160 г.

4. Имеем набор из четырех гирек — 1 г, 3 г, 9 г, 27 г — и чашечные весы. На чашку с взвешиваемым предметом можно класть гирьки. Деталь какой массы из перечисленных ниже нельзя уравновесить с помощью этих гирек?

- А. 17 г. Б. 22 г. В. 33 г. Г. Можно уравновесить перечисленные массы.

Реши сам

1. В магазине разложили лук по 10 пакетам по 3 кг и 2 кг. Масса всех пакетов по 3 кг равна массе всех пакетов по 2 кг. Каких пакетов больше и на сколько?

2. Масса пустой вазы вдвое меньше массы вазы, заполненной водой. Масса пустой вазы на 2 кг меньше массы вазы, наполненной водой. Чему равна масса заполненной вазы?

3. Масса 10 слив такая же, как и масса 3 яблок и 1 груши. Масса двух слив и одного яблока такая же, как и масса 1 груши. Сколько слив нужно взять, чтобы их масса равнялась массе одной груши?

4. Как расфасовать на чашечных весах 2 кг сахарного песка по 200 г, имея гири 500 г и 400 г? Можно ли это сделать, имея только одну из этих гирь?

Ответы и указания к заданиям «Готовимся к решению задачи»

1. **Б.** Воспользуйтесь таблицей «Единицы измерения массы» (см. с. 25).

2. **А.** Воспользуйтесь таблицей «Единицы измерения массы» (см. с. 25).

3. **В.** Выразите тонны в граммах.

4. **140 г и 50 г.** Предположите, что массы предметов одинаковы и равны массе, например, более лёгкого предмета.

5. **52 кг и 26 кг.** Примите массу более лёгкого предмета за 1 часть.

6. **1) 30 кг. 2) 15 кг. 3) 17 кг.** Найдите вначале массу молока, заполняющего бидон полностью.

7. **4 кг.** Подсчитайте общую массу пустого сосуда и половины его вместимости.

8. **Б.** Найдите сначала разность масс яблока и груши.

9. **А.** Найдите число по его части.

10. **Б.** Воспользуйтесь тем, что 3 кг — это три четверти массы арбуза.

11. **Б.** Мысленно снимите с каждой чашки по одному арбузу и одной дыне.

12. **В.** Найдите всевозможные различные суммы чисел 1, 2, 3.

13. 1) Разделить вначале 48 г на 2 равные части, а затем полученные 24 г тоже разделить на 2 равные части. 2) Из 12 г способом, указанным в ответе к заданию 1) получить 3 г, а затем от 12 г отвесить 3 г. 3) К 24 г, полученном в задании 1), добавить 9 г, полученные в задании 2).

Ответы на вопросы к задачам

Задача 1. 1. На 60 кг; 2. Картофеля — 80 кг, моркови — 150 кг, лука — 120 кг.

3. Картофеля — 150 кг, моркови — 90 кг, лука — 60 кг.

Задача 2. 1. 2 кг 375 г; 2. 1 кг; 5 кг. 3. 900 г и 3 кг 600 г.

Задача 3. 1. 5-ю. 2. 6-ю. 3. а) Кубик; б) машина.

Задача 4. 1. 100г. 2. Да. 3. Да.

Ответы к заданиям «Проверь себя»

1	2	3	4
А	Г	В	Г

Ответы и указания к заданиям «Реши сам»

1. Двухкилограммовых, на 2. Из условия следует, что двухкилограммовых пакетов больше, чем трёхкилограммовых. Их число может равняться 6, 7, 8 или 9.

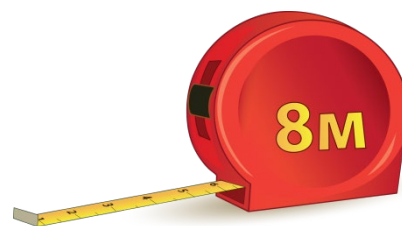
2. 4 кг. Массу пустой вазы можно принять за 1 часть, затем найти сколько частей составляет 2 кг.

3. 4 сливы. Замените в первом условии 1 грушу на 2 сливы и 1 яблоко.

4. Можно с помощью гири в 400 г. Отвесить 400 г сахарного песка и разделить его пополам.

4. Измерение длин

С измерением длин вы сталкиваетесь довольно часто. Вас может интересовать длина вашей комнаты, чтобы получить представление о том, что можно поставить в ней (диван, письменный стол, музыкальный центр и т. п.). Важно знать расстояние между двумя пунктами (от дома до спортивного клуба, от дома до дачи, между двумя городами и т. д.). Это необходимо для того, чтобы суметь оценить время, за которое можно преодолеть это расстояние. Для измерения длин, как и других величин, должна быть единица измерения, то есть эталон, длина которого принята за единицу.



Единицы измерения длин

миллиметр, сантиметр, дециметр, метр, километр

$$1 \text{ м} = 10 \text{ дм}$$

$$1 \text{ м} = 100 \text{ см}$$

$$1 \text{ м} = 1\,000 \text{ мм}$$

$$1 \text{ км} = 1\,000 \text{ м}$$

$$1 \text{ дм} = 10 \text{ см}$$

$$1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$$

Во многих странах мира основной единицей длины является *метр*. Есть много других единиц, с которыми вы хорошо знакомы. В нашей стране эти единицы длины стали применяться только с 1918 года. А до этого были такие единицы, как верста, локоть, аршин и т. д. В Великобритании, например, приняты такие единицы длины — миля, ярд, фут, дюйм.

Выше мы употребили слово «расстояние». Что такое «расстояние» между точками? Условились считать расстоянием самый короткий путь из одной точки в другую, то есть отрезок, соединяющий эти точки.

Готовимся к решению задач

1. Выразите 3 км 60 м в метрах.

А. 360 м.

Б. 3 600 м.

В. 36 000 м.

Г. 3 060 м.

2. Длина стола равна 1235 мм. Укажите запись этого числа в виде суммы целого числа метров, дециметров, сантиметров, миллиметров.

А. 1 дм + 2 см + 35 мм.

Б. 1 м + 23 дм + 5 мм.

В. 1 м + 2 дм + 3 см + 5 мм.

Г. 1 м + 2 дм + 35 см.

3. От куска проволоки длиной 80 м отрезали $\frac{1}{4}$ его длины. Сколько метров проволоки отрезали?

А. 25 м.

Б. 40 м.

В. 10 м.

Г. 20 м.

4. Чему равен периметр квадрата, площадь которого 25 см^2 ?

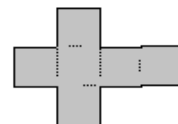
А. 25 см.

Б. 20 см.

В. 10 см.

Г. 5 см.

5. На рисунке фигура составлена из одинаковых квадратов со



стороной 1 см. Найди периметр фигуры.

- А. 19 см. Б. 16 см. В. 14 см. Г. 6 см.

6. Стороны прямоугольника равны 6 см и 2 см. Найдите его периметр.

- А. 16 см. Б. 8 см. В. 12 см². Г. 32 см.

7. Из двух равных прямоугольных треугольников со сторонами 3, 4 и 5 см сложили один равнобедренный треугольник. Чему равен его периметр?

- А. 16 см. Б. 18 см. В. 14 см или 16 см. Г. 18 см или 16 см.

8. Трехметровое бревно распилили на 8 равных частей, а четырехметровое — на 10. Части какого бревна длиннее?

9. Вдоль забора установили 8 столбов, на расстоянии 2 м друг от друга, причем, по одному на краях забора. Чему равна длина забора?

10. Расстояния между столбами изгороди равны по 5 м. Чему равно количество столбов, необходимое для того, чтобы огородить забор длиной 30 м?

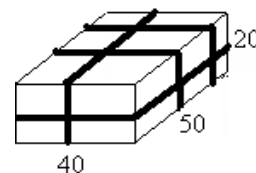
11. Чтобы подняться с первого этажа на второй, нужно преодолеть 26 ступенек. А сколько ступенек нужно преодолеть, чтобы подняться с первого этажа на пятый, если количества ступенек между двумя любыми соседними этажами одинаковы?

12. Во сколько раз путь по ступенькам с первого этажа на девятый этаж дома длиннее пути с первого этажа на третий этаж того же дома?

13. Лифт поднимается без остановок с первого на 8-й этаж за 1 минуту. За какое время он, двигаясь равномерно, поднимется без остановок с первого на 15-й этаж?

- А. За 1 мин 30 с. Б. За 1 мин 55 с. В. За 2 мин. Г. За 2 мин 10 с.

14. Ящик, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда размерами 50 см×40 см×20 см, упакован так, как показано на рисунке. Какова длина верёвки, использованной для этого?



- А. 2 м 80 см. Б. 4 м 80 см. В. 5 м 40 см. Г. 5 м 60 см.

Решение задач

Очень часто при нахождении длины пути между какими-то двумя пунктами известны расстояния между какими-то знаками (камнями, столбами), делящими его на части. В этом случае искомая длина равна сумме её составляющих. В основе этого действия лежит важнейшее свойство длины отрезка.

Если отрезок составлен из нескольких отрезков, общими точками которых являются только их концы, то длина данного отрезка равна сумме длин отрезков, его составляющих.

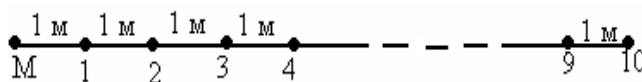
Задача 1. На расстоянии метра друг от друга лежат в ряд 10 арбузов, и на расстоянии метра от первого арбуза (в противоположную от арбузов сторону) бахчевод поставил машину.



Какой длины путь сделает он, собирая арбузы, так, чтобы брать их последовательно друг за другом и каждый отдельно относить в машину, все время стоящую на одном месте?

Анализируем. Будем считать, что бахчевод начинает движение от машины. Положение машины на рисунке обозначено буквой М. До первого арбуза он проделывает путь, равный 1 м, и такой же длины путь он преодолевает, относя этот арбуз в машину.

Ко второму арбузу длина его пути от машины равна 2 м и такой же длины путь он преодолевает, относя этот арбуз в машину (см. рис.).



Расстояние от машины до третьего арбуза равно 3 м, такое же расстояние от третьего арбуза до машины.

Точно так же легко убедиться в том, что расстояние от машины до арбуза с номером n равно n м и расстояние от этого арбуза до машины также равно n м.

Решаем. Длина пути от машины до первого арбуза и обратно равно 2 м, от машины до второго арбуза и обратно — 4 м и т. д. До последнего арбуза и обратно — 20 м.

Итак, бахчеводу предстоит преодолеть путь, длина которого равна

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20 = \\ = 2(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10) = 110 \text{ (м)}.$$

Ответ. 110 м

1. Чему равна сумма $1 + 2 + 3 + \dots + 100$?

2. Сможет ли бахчевод, работая таким же образом, за 1 час собрать и погрузить в машину 100 арбузов, лежащих в ряд на расстоянии 1 м друг от друга?

3. Каким будет ответ в задаче, если указанные в её условии расстояния увеличить в: а) 2 раза? б) 3 раза?

Расстояния, рассмотренные в предыдущем задании, в определённой мере напоминают расстояния, которые преодолевает человек, поднимающийся по лестнице в многоэтажном доме. В задаче 1 расстояние от первого арбуза до второго равно 1 м. Оно вдвое меньше расстояния от первого арбуза до третьего. Точно также длина пути с первого этажа на второй вдвое меньше длины пути с первого этажа на третий.

Задача 2. Почтальон сказал: «Я сегодня 5 раз поднимался на 10-й этаж и 10 раз на 5-й». На какой этаж он поднялся бы, если бы не опускался каждый раз на первый этаж?

Анализируем. Будем считать, что, поднимаясь с одного этажа на следующий, человек преодолевает один пролёт.

Поднимаясь, например, на 5 этаж, почтальон преодолевает каждый раз расстояние, равное сумме длин лестниц 4-х этажей: он движется от 1-го этажа до 2-го, от 2-го до 3-го, от 3-го до 4-го и от 4-го до 5-го — всего 4 пролёта (количество пролётов на 1 меньше номера этажа).

Поэтому для нахождения номера этажа, расстояние до которого преодолел бы почтальон, если бы не опускался каждый раз на первый этаж, нужно подсчитать, сколько пролётов он преодолел.

Номер этажа будет равняться увеличенному на 1 количеству преодолённых пролётов.

Решаем. Так как на 5-й этаж почтальон поднимался 10 раз, то он преодолел $4 \cdot 10 = 40$ таких пролётов.

Поднимаясь на 10 этаж, почтальон преодолевает каждый раз расстояние, равное сумме длин лестниц 9-и этажей, всего за пять раз $5 \cdot 9 = 45$ таких пролётов.

За все свои подъёмы почтальон преодолел $40 + 45 = 85$ пролётов, то есть поднялся бы на $85 + 1 = 86$ этаж.

Ответ. На 86 этаж.



1. Сколько пролётов преодолел человек, поднявшийся с третьего этажа на десятый по лестнице в многоэтажном доме?
2. На какой этаж спустился человек с 12 этажа, преодолевший 6 пролётов по лестнице в многоэтажном доме?
3. На какой этаж путь в три раза длиннее, чем на 4-й этаж?

С рассмотренными задачами тесно связаны задачи, где речь идёт о распиливании бревна или о разрезании верёвки.

Задача 3. Имеются брёвна: двухметровое, трёхметровое, четырёхметровое и т. д. Все эти брёвна распилили на метровые чурбаки. Всего сделали 66 распилов. Какова длина самого большого бревна?



Анализируем. Понятно, чтобы распилить двухметровое бревно на метровые чурбаки, достаточно одного распила, трёхметровое ребро — 2 распила, четырёхметровое — 3 распила и т. д. Следовательно, число распилов на 1 меньше количества метровых чурбаков, на которое нужно распилить бревно, длина которого выражается целым числом метров.

Для нахождения длины самого длинного бревна, нужно найти, чему равно последнее слагаемое в сумме $1 + 2 + 3 + \dots = 66$.

Решаем. Общее число распилов равно $1 + 2 + 3 + \dots = 66$, по условию. В левой части равенства стоит сумма последовательных натуральных чисел, начиная с 1. Нам нужно найти последнее слагаемое в этой сумме. Будем после-

довательно вычислять суммы 2-х, 3-х, 4-х и т. д. слагаемых до тех пор, пока получим в сумме 66:

$$1 + 2 = 3; 1 + 2 + 3 = 6; 1 + 2 + 3 + 4 = 10; 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15.$$

Нетрудно заметить, что каждая последующая сумма получается из предыдущей добавлением последнего слагаемого. Поэтому последующие суммы будут равны: $15 + 6 = 21$; $21 + 7 = 28$; $28 + 8 = 36$; $36 + 9 = 45$; $45 + 10 = 55$; $55 + 11 = 66$. Наконец, получили 66. Это значит, что в сумме $1 + 2 + 3 + \dots$ последнее слагаемое равно 11. То есть самое длинное бревно распиливали 11 раз. Его длина равна 12 м.

Ответ. 12 м.

1. Сто десятиметровых брёвен распилили на метровые чурбаки. Сколько для этого понадобилось распилов?
2. Какова длина в сантиметрах шнура, который 5-ю разрезами разделили на части, длина каждой из которых равна 6 дм?
3. Каков будет ответ в задаче, если распилов будет: а) 45? б) 78?

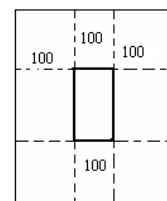
С понятием длины отрезка тесно связано понятие периметра геометрической фигуры, с которым вы знакомы.

Периметр многоугольника — это сумма длин его сторон.

Слово «периметр» греческого происхождения, означающее «измеряю вокруг».

Задача 4. Прямоугольная площадка для встречи почётных гостей имеет периметр 880 м. На неё положили ковёр, края которого находятся на расстоянии 100 м от краёв площадки. Каков периметр ковра?

Анализируем. Ковёр имеет форму прямоугольника. Периметр прямоугольника равен удвоенной сумме длин его смежных сторон. Поэтому для нахождения периметра ковра достаточно найти длины его сторон (см. рис.).




Решаем. Длина каждой стороны прямоугольного ковра на $100 + 100 = 200$ (м) меньше длины той стороны прямоугольной площадки, которой она параллельна.

Сумма длин двух смежных сторон ковра меньше суммы длин соответствующих сторон площадки на $200 + 200 = 400$ (м), а периметр ковра меньше периметра площадки на $400 \cdot 2 = 800$ (м).

Периметр площадки известен, он равен 880 м. Следовательно, периметр ковра равен $880 \text{ м} - 800 \text{ м} = 80 \text{ м}$.

Ответ. 80 м.

1. Можно ли по имеющимся данным найти размеры ковра?

 2. Можно ли по известному периметру ковра найти периметр прямоугольной площадки для встречи гостей, если края ковра находятся на одинаковом расстоянии от краёв площадки?

3. На каком расстоянии от краёв площадки лежал бы ковёр, если бы его периметр равнялся 60 м, а периметр площадки — 700 м?

Проверь себя

1. На участке дороги длиной 90 м школьникам поручено посадить деревья так, чтобы расстояния между ними были 9 м. Какое наибольшее число деревьев могут посадить школьники?

А. 12. Б. 11. В. 10. Г. 9.

2. Ира живёт на 4-м этаже. Петя живёт в одном доме с Ирой, но поднимается по лестнице в два раза выше, чем Ира. На каком этаже живёт Петя?

А. На 2-м. Б. На 6-м. В. На 7-м. Г. На 8-м.

3. Есть несколько верёвок длиной 2 м и столько же длиной 4 м с общей длиной 36 м. Какое количество разрезов без наложения верёвок придется сделать, чтобы разрезать все верёвки на верёвочки длиной 1 м?

А. 12. Б. 18. В. 24. Г. 36.

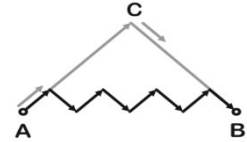
4. Из двух равных прямоугольников со сторонами 4 см и 5 см составили один прямоугольник с периметром 28 см. Какой стороной приложили прямоугольники?

А. Меньшей. Б. Больше. В. Любой. Г. Такой прямоугольник получить нельзя.

Реши сам

1. Лестница, ведущая на веранду, имеет 8 ступенек. Первая ступенька — бетонная плита высотой 10 см, высота каждой из остальных ступенек — 15 см. На какой высоте над землей находится пол веранды?

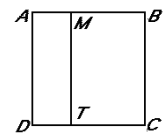
2. Из точки A в точку B ведут два пути (см. рис.). Какой из этих путей короче?



3. Шнур длиной 32 м складывали пополам и разрезали в месте изгиба, пока не получили отрезки шнура длиной 2 м.

Сколько всего раз повторили эту операцию?

4. Пусть $ABCD$ — квадрат со стороной 12 см, $AMTD$ — прямоугольник, меньшая сторона которого равна 5 см. На сколько сантиметров периметр прямоугольника $MBCS$ больше периметра прямоугольника $AMTD$?



Ответы и указания к заданиям «Готовимся к решению задачи»

1. Г. Воспользуйтесь таблицей «Единицы измерения длин» (см. с. 35).
2. В. Воспользуйтесь таблицей «Единицы измерения длин» (см. с. 35).
3. Г. Воспользуйтесь операцией деления.
4. Б. Воспользуйтесь тем, что площадь квадрата равна квадрату его стороны.
5. В. Воспользуйтесь определением периметра многоугольника.
6. А. Воспользуйтесь определением периметра многоугольника.
7. Г. Обратите внимание на то, что равнобедренный треугольник можно получить двумя способами из двух данных.
8. **Четырёхметрового.** Обратите внимание на то, что брёвна распиливаются на равные части.
9. **14 м.** Подсчитайте количество промежутков между соседними столбами.
10. **7.** Обратите внимание на то, что количество столбов на 1 больше количества промежутков между соседними столбами.
11. **104.** Обратите внимание на то, что подъём с первого этажа на пятый содержит столько ступенек, сколько 4 подъёма с первого этажа на второй.
12. **В 4 раза.** См. указание к заданию 11.

13. В. Воспользуйтесь тем, что путь с первого на 15-й этаж ровно в 2 раза длиннее пути с первого на 8-й этаж.

14. Г. При подсчёте не забудьте и о невидимых частях верёвки.

Ответы на вопросы к задачам

Задача 1. 1. 5050. 2. Нет. 3. а) 220 м; б) 330 м.

Задача 2. 1. 7. 2. На 6-й. 3. На 10-й.

Задача 3. 1. 900. 2. 360 см. 3. а) 10 м; б) 13 м.

Задача 4. 1. Нет. 2. Да. 3. 80 м.

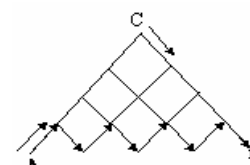
Ответы к заданиям «Проверь себя»

1	2	3	4
Б	В	В	А

Ответы и указания к заданиям «Реши сам»

1. 115 см. Воспользуйтесь идеей решения задачи 1.

2. Длины путей равны. Сравните сумму длин участков «ломаного» пути из A в B , лежащих на отрезке CB и параллельных ему, с длиной CB , а сумму длин участков «ломаного» пути из A в B , лежащих на отрезке AC и параллельных ему, с длиной AC .

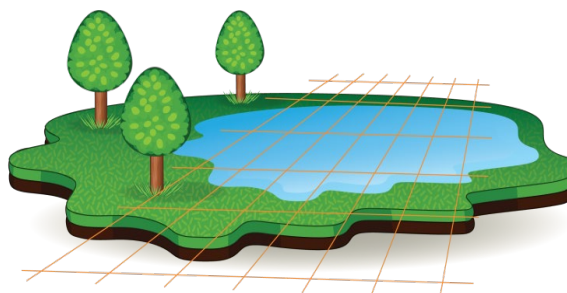


3. 4 раза. Воспользуйтесь тем, что при каждом складывании пополам и разрезании шнура его длина уменьшается вдвое.

4. На 4 см. Найдите длину меньшей стороны прямоугольника $MBCT$, используя длину стороны квадрата и длину меньшей стороны прямоугольника $AMTD$.

5. Измерение площадей

В жизни человека вычисление площадей, как и длин, имеет большое значение. Измерения площади комнаты, квартиры, участка, территории — самые распространённые измерения. Чтобы найти площадь какой-нибудь фигуры, нужно сначала выбрать еди-



ницу измерения площади. За единицу измерения площади берут квадрат со стороной, равной единичному отрезку. Такой квадрат называют **квадратной единицей**. Если за единицу длины взять метр, то единицей площади будет квадратный метр; если единица длины — сантиметр, то единица площади — квадратный сантиметр и. т. д.

Единицы измерения площадей

$мм^2, см^2, дм^2, м^2, а, га, км^2$

$$1 см^2 = 100 мм^2$$

$$1 м^2 = 100 дм^2$$

$$1 а = 100 м^2$$

$$1 км^2 = 100 га$$

$$1 м^2 = 10\,000 см^2$$

$$1 га = 100 а$$

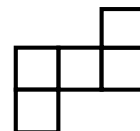
$$1 дм^2 = 100 см^2$$

Для измерения площадей применяют различные единицы. Какую именно выбрать единицу, зависит от того, что надо измерить. Например, жилую площадь измеряют в квадратных метрах, а территорию страны — в квадратных километрах.

Для измерения земельных участков применяются также такие единицы площади, как *ар (а)* и *гектар (га)*. Ар — это площадь квадрата со стороной 10 м, а гектар — площадь квадрата со стороной 100 м. Слово «ар» в настоящее время в нашей стране практически не используется: вместо «ар» говорят «сотка» (подумайте, почему так называют эту единицу).

Площадь фигуры, состоящей из квадратных единиц, равна их числу.

Площадь фигуры, изображённой на рисунке, равна 5 квадратным единицам, если сторона каждого из 5 квадратов равна 1 единице длины.



Площадь закрашенного треугольника на рисунке равна 4 квадратным единицам, если площадь прямоугольника на этом



рисунке равна 8 таким же единицам. В этом легко убедиться, заменив в верхнем треугольнике не закрашенные фигурки равными им закрашенными в ниж-

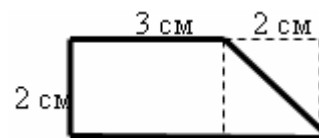
нем треугольнике. Площадь не закрашенного треугольника также равна 4 квадратным единицам.

Площадь треугольника, полученного разрезанием прямоугольника отрезком, соединяющем противоположные вершины прямоугольника, равна половине числа квадратных единиц, составляющих прямоугольник.

Готовимся к решению задач

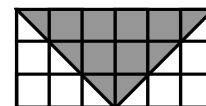
1. Выразите 306 дм^2 в см^2 .
 А. 3060000 см^2 . Б. 306000 см^2 . В. 30600 см^2 . Г. 3060 см^2 .
2. Чему равна площадь квадрата, периметр которого 28 см ?
 А. 25 см^2 . Б. 64 см^2 . В. 49 см^2 . Г. 36 см^2 .
3. Две противоположные стороны прямоугольника увеличили вдвое, а две другие уменьшили вдвое. Как изменилась площадь прямоугольника?

4. Площадь четырехугольника, изображенного на рисунке, равна ...



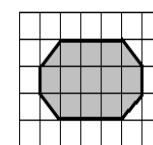
- А. 6 см^2 . Б. 9 см^2 . В. 8 см^2 . Г. 10 см^2 .

5. Площадь одной клетки равна 1 см^2 . Какова площадь закрашенной фигуры?



- А. 6 см^2 . Б. 9 см^2 . В. 8 см^2 . Г. 12 см^2 .

6. Площадь одной клетки — 1 см^2 . Какова площадь закрашенной фигуры?



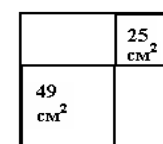
- А. 15 см^2 . Б. 11 см^2 . В. 13 см^2 . Г. 12 см^2 .

7. Какая часть четырехугольника не закрашена на рисунке?

- А. $\frac{3}{4}$. Б. $\frac{1}{3}$. В. $\frac{1}{4}$. Г. $\frac{2}{3}$.

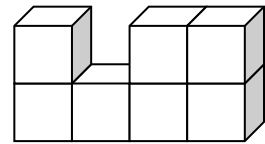


8. Известны площади двух квадратов (см. рис.). Площадь большого квадрата равна ...



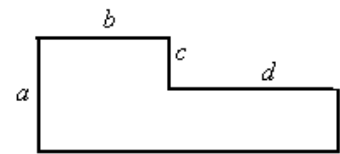
- А. 109 см^2 . Б. 123 см^2 . В. 174 см^2 . Г. 144 см^2 .

9. Из кубиков с ребром 1 см составлена фигура, изображенная на рисунке. Площадь ее поверхности равна ...



- А. 26 см^2 . Б. 25 см^2 . В. 28 см^2 . Г. 30 см^2 .

10. По какой из формул может быть вычислена площадь фигуры, изображенной на рисунке?



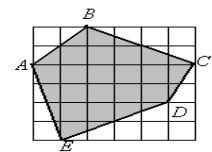
- А. $a(b + d) - cd$. Б. $ab + cd$.
 В. $a(b + d) + cd$. Г. $ab - ad - cd$.

11. Стену кухни размерами $3 \text{ м} \times 3 \text{ м}$, на которой нет ни окон, ни дверей, обклеивают «моющимися» обоями. В рулоне таких обоев 10 м шириной 60 см . Сколько таких рулонов необходимо для оклеивания стены, если при оклеивании используют только полосы, длины которых равны высоте стены?

Решение задач

Очень часто вычисление площади фигуры сводится к разбиению фигуры на части, площади которых можно посчитать.

Задача 1. Найдите площадь фигуры, закрашенной на рисунке, если площадь одной клетки равна 1 см^2 .



Анализируем. Площадь закрашенной фигуры можно вычислить двумя способами:

1) разбить эту фигуру на части (треугольники, прямоугольники), площади которых можно подсчитать по клеткам;

2) найти таким же способом площадь незакрашенной части квадрата, и вычесть её из площади квадрата, равной числу клеток.

Воспользуемся вторым способом, он кажется проще в данном случае.

Решаем. Весь квадрат на рисунке состоит из 36 клеток, то есть его площадь составляет 36 см^2 .

Отрезок AB делит квадрат, стоящий в левом верхнем углу и состоящий из 4 клеток, пополам. Поэтому площадь соответствующей незакрашенной части равна $4:2 = 2 \text{ (см}^2\text{)}$. Отрезок BC делит прямоугольник, стоящий в правом верх-

нем углу и состоящий из 8 клеток, пополам. Поэтому площадь соответствующей не закрашенной части равна $8:2 = 4$ (см²).

Не закрашенная часть, ограниченная ломаной CDE (в правом нижнем углу) имеет площадь, равную $2:2 + 2 + 8:2 = 7$ (см²).

И наконец, площадь не закрашенной части, ограниченной отрезком AE и находящейся в левом нижнем углу, равна $4:2 = 2$ (см²).

Итак, площадь не закрашенной части равна $2 + 4 + 7 + 2 = 15$ (см²). Тогда площадь закрашенной фигуры равна $36 - 15 = 21$ (см²).

Ответ. 21 см².



1. Сколько целых клеток содержит закрашенная фигура?
2. Чему равна площадь: а) треугольника ABC , б) треугольника ACD , в) треугольника ADE ?
3. Чему равна площадь четырехугольника $ACDE$?

Для измерения площади прямоугольника, длины сторон которого выражаются целыми числами, необязательно разбивать его на единичные квадраты. Достаточно измерить его стороны выбранной единицей длины и полученные числа перемножить. Произведение будет равно площади прямоугольника в соответствующих квадратных единицах. На самом деле это верно и тогда, когда длины сторон выражаются дробными числами.

Площадь прямоугольника равна произведению длины на ширину.

Площадь квадрата равна квадрату длины его стороны.

Задача 2. Из какого наибольшего количества палочек длиной 1 дм можно составить (без наложения) прямоугольник площадью 64 дм²?

Анализируем. Чтобы найти искомое число палочек, можно рассмотреть всевозможные прямоугольники, длины сторон которых выражаются целыми числами дециметров и площади которых равны 64 дм².

Так как площадь прямоугольника равна произведению длин его сторон, то для этого достаточно представить всевозможными способами число 64 в виде произведения двух целых чисел, при этом порядок множителей несуществе-

нен. А затем из этих пар целых чисел нужно выбрать такую, сумма которых наибольшая.

Решаем. Для того, чтобы площадь прямоугольника равнялась 64 дм^2 , стороны прямоугольника, составленного из палочек длиной 1 дм , могут равняться 1 и 64 дм , 2 и 32 дм , 4 и 16 дм , 8 и 8 дм . Это следует из того, что площадь прямоугольника равна произведению длины на ширину.

Наибольшее количество палочек будет в первом случае. Оно равно $(1 + 64) \cdot 2 = 130$, так как количество палочек в каждом случае равно периметру прямоугольника.

Ответ: 130.

1. В какую фигуру превратится прямоугольник площадью 64 дм^2 , если он составлен из наименьшего количества палочек?

2. Сколько понадобится палочек длиной 1 дм для составления прямоугольника площадью 64 дм^2 , если его стороны равны 2 дм и 32 дм ?

3. Из какого наибольшего количества палочек длиной 1 дм можно составить (без наложения) прямоугольник площадью 32 дм^2 ?

Площади фигур обладают замечательными свойствами.

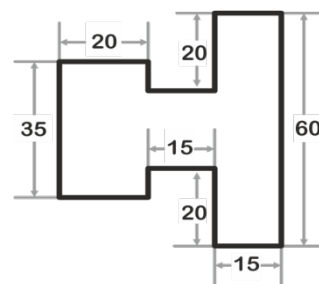
Равные фигуры имеют равные площади.

Если фигура разделена на несколько частей, то площадь всей фигуры равна сумме площадей её частей.

Задача 3. Вычислить площадь фигуры, изображённой на рисунке (размеры указаны в мм).

Анализируем. Площадь данной фигуры можно вычислить, разбив её на три прямоугольника и воспользовавшись свойством площадей и правилом вычисления площади прямоугольника.

Решаем. В данной фигуре легко выделяются прямоугольники 35×20 , 60×15 . У третьего прямоугольника одна сторона равна 15 мм , а вторая — $60 - (20 + 20) = 20 \text{ (мм)}$. Их площади соответственно равны $35 \cdot 20 = 700 \text{ (мм}^2\text{)}$, $60 \cdot 15 = 900 \text{ (мм}^2\text{)}$, $20 \cdot 15 = 300 \text{ (мм}^2\text{)}$.



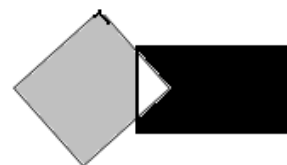
Площадь фигуры равна сумме площадей прямоугольников: $700 + 900 + 300 = 1\,900$ (мм²) или 19 см².

Ответ. 19 см².

1. Чему равна наименьшая площадь прямоугольника, содержащего данную фигуру?
2. Чему равна наименьшая площадь фигуры, дополняющей данную до прямоугольника, содержащего её?
3. Чему равна наибольшая площадь прямоугольника, содержащегося в данной фигуре?

Две фигуры, имеющие одинаковые площади, называются **равновеликими**. Убедиться в равновеликости фигур можно разными способами. Иногда площади удаётся вычислить. Иногда установить равновеликость фигур можно без вычисления площадей.

Задача 4. Прямоугольник со сторонами 4 см и 9 см наложили на квадрат со стороной 6 см, как это показано на рисунке. Сравните площадь серой фигуры S_c и площадь черной фигуры S_q .



Анализируем. На рисунке изображены квадрат и прямоугольник, имеющие равные площади и наложенные друг на друга. Закрашенные многоугольники равновелики. Действительно, если от равных чисел (площади квадрата и площади прямоугольника) отнять одно и то же число (площадь белого треугольника), то получим равные числа.

Решаем. Площадь прямоугольника равна $4\text{ см} \cdot 9\text{ см} = 36\text{ см}^2$, площадь квадрата равна $6\text{ см} \cdot 6\text{ см} = 36\text{ см}^2$. Прямоугольник и квадрат равновелики. Если от их площадей отнять площадь белого треугольника, то получим равные площади серой и чёрной фигур.

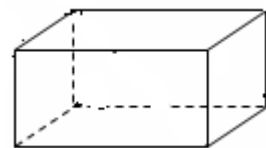
Ответ. $S_c = S_q$.

1. Если бы площадь квадрата была больше площади прямоугольника, то площадь какой фигуры была бы больше: серой или чёрной?

2. Существенна ли равновеликость квадрата и прямоугольника для сравнения площадей серой и чёрной фигур?

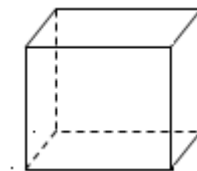
3. Если бы прямоугольник имел размеры $9\text{ см} \times 6\text{ см}$, а сторона квадрата равнялась бы 7 см , то площадь какой фигуры была бы больше: серой или чёрной?

Вы уже имеете представление о прямоугольном параллелепипеде. Его поверхность состоит из шести прямоугольников. Каждый из этих прямоугольников называется *гранью*



прямоугольного параллелепипеда. В прямоугольном параллелепипеде противоположные грани равны. Стороны прямоугольников называются *рёбрами* прямоугольного параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед имеет три измерения — длину, ширину и высоту.

Куб — это прямоугольный параллелепипед, у которого все измерения равны между собой.



Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда равна сумме площадей его граней.

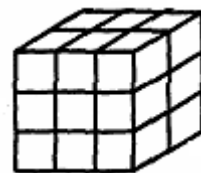
Задача 5. Из 18 одинаковых кубиков сложили прямоугольный параллелепипед высотой в три кубика. Найти площадь поверхности параллелепипеда, если площадь поверхности одного кубика равна 1 см^2 .

Анализируем. Для нахождения площади поверхности параллелепипеда вычислим сумму площадей его граней. Каждая грань составлена из квадратов, являющихся гранями данных кубиков. По условию, сумма площадей шести таких квадратов равна 1 см^2 .

Так как высота прямоугольного параллелепипеда равна высоте трёх кубиков, то прямоугольный параллелепипед состоит из трёх слоёв, в каждом из которых 6 кубиков. Из шести кубиков можно составить два различных слоя: 3×2 или 6×1 . Поэтому возможны 2 параллелепипеда, удовлетворяющие условиям задания. Нужно рассмотреть отдельно каждый случай.

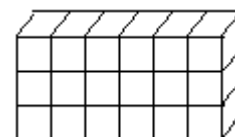
Решаем. Из 18 одинаковых кубиков можно сложить два различных прямоугольных параллелепипеда высотой в три кубика.

1. Рассмотрим параллелепипед, изображённый на рисунке справа. У него четыре грани состоят из 6 квадратов, равных граням маленького кубика, а две из 9 таких же квадратиков. Его поверхность состоит из $4 \times 6 + 9 \times 2 = 42$



квадратиков. Площадь каждого такого квадрата равна площади грани кубика. У кубика 6 граней. Так как площадь поверхности одного кубика равна 1 см^2 , то сумма площадей 6 граней равна 1 см^2 . Число 42 можно представить в виде 6×7 , поэтому площадь поверхности рассматриваемого параллелепипеда равна $1 \text{ см}^2 \times 7 = 7 \text{ см}^2$.

2. Рассмотрим параллелепипед, изображённый на рисунке справа. Его поверхность состоит из $2 \times 6 \times 1 + 2 \times 6 \times 3 + 2 \times 1 \times 3 = 54$ квадратиков, равных граням маленького кубика. Число 54 можно представить в виде 6×9 , поэтому площадь поверхности рассматриваемого параллелепипеда равна $1 \text{ см}^2 \times 9 = 9 \text{ см}^2$.



Ответ. 7 см^2 или 9 см^2 .

1. Чему равна сумма площадей поверхностей 18 одинаковых кубиков, о которых идёт речь в задаче 5?

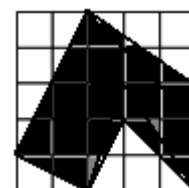
2. Чему равна площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда высотой 6 кубиков, сложенного из 18 одинаковых кубиков, если площадь поверхности одного кубика равна 1 см^2 ?

3. Чему равна площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда высотой 2 кубика, сложенного из 18 одинаковых кубиков, если площадь поверхности одного кубика равна 1 см^2 ?

Проверь себя

1. На рисунке площадь одного маленького квадрата равна 1 см^2 . Какова площадь закрашенной фигуры?

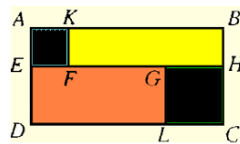
- А. 10 см^2 . Б. 11 см^2 . В. 12 см^2 . Г. 14 см^2 .



2. Прямоугольные плиты для настила тротуара имеют размеры $60 \text{ см} \times 40 \text{ см}$. Сколько необходимо плит, чтобы настелить площадку длиной 14 м 40 см и шириной 3 м ?

- А. 3600. Б. 180. В. 120. Г. 90.

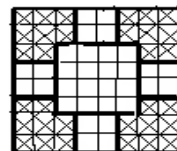
3. Жители страны Лилипутия сделали одеяло для Гулливера из разных кусков материала, который был у них под рукой.



Чему равна площадь одеяла прямоугольной формы $ABCD$, если площадь куска квадратной формы $AEFK$ — 4 единицы площади, площадь куска квадратной формы $GHCL$ — 9 единиц площади, точки E, F, G и H лежат на одной прямой, и длина отрезка FG равна 5-и единицам длины.

- А. 66 ед. пл. Б. 65 ед. пл. В. 50 ед. пл. Г. 45 ед. пл.

4. Сравните сумму площадей S_1 пяти внутренних квадратов и площадь S_2 заштрихованной части большого квадрата?



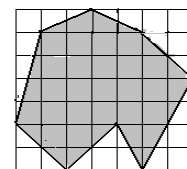
- А. $S_1 = S_2$. Б. $S_1 < S_2$. В. $S_1 > S_2$. Г. Сравнить нельзя.

5. Для окрашивания кубика с ребром 2 см нужен 1 г краски. Сколько краски нужно для окрашивания кубика с ребром 6 см ?

- А. 3 г. Б. 6 г. В. 9 г. Г. 27 г.

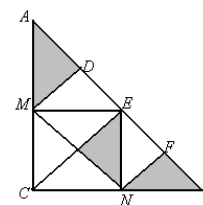
Реши сам

1. Найдите площадь фигуры, закрашенной на рисунке, если площадь одной клетки равна 1 см^2 .



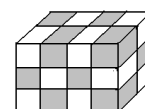
2. Укажите размеры двух прямоугольников таких, чтобы периметр первого был меньше периметра второго, а его площадь была больше площади второго.

3. Сторона AB треугольника ABC точками D, E, F разделена на 4 равные части. Стороны AC и BC каждая длиной 8 см разделены точками M и N пополам (см. рис.). Чему равна площадь закрашенной части фигуры?



4. Как нужно расположить 24 палочки (не ломая!) длиной 1 дм , чтобы они образовали прямоугольник наибольшей площади? Чему равна эта площадь?

5. Из чёрных и белых кубиков со стороной 1 дм сложили фигуру,



изображённую на рисунке. Площадь какой части поверхности этой фигуры больше: белой или чёрной?

Ответы и указания к заданиям «Готовимся к решению задач»

1. **А.** Воспользуйтесь таблицей «Единицы измерения площадей» (см. с. 45).
2. **В.** Воспользуйтесь определением периметра четырехугольника.
3. **Не изменилась.** Примените формулу для вычисления площади прямоугольника.
4. **В.** Воспользуйтесь тем, что фигура состоит из прямоугольника и половины квадрата.
5. **Б.** Обратите внимание на то, что закрашенная фигура состоит из двух половинок квадрата из 9 клеток.
6. **В.** Обратите внимание на то, что закрашенная фигура состоит из 11 клеток и 4-х половинок клеток.
7. **Г.** Обратите внимание на то, что треугольники, из которых составлена фигура, равны.
8. **Г.** Найдите площади прямоугольников.
9. **В.** Воспользуйтесь тем, что площадь поверхности пространственной фигуры равна сумме площадей её граней, состоящих из квадратиков.
10. **А.** Представьте искомую площадь в виде суммы или разности площадей двух прямоугольников.
11. **2.** Обратите внимание на то, что для оклеивания указанной стены нужно 5 полос обоев.

Ответы на вопросы к задачам

Задача 1. 1. 13. 2. а) 6 см^2 ; б) 6 см^2 ; в) 9 см^2 . 3. 15 см^2 .

Задача 2. 1. В квадрат. 2. 68. 3. Из 66.

Задача 3. 1. 30 см^2 . 2. 11 см^2 . 3. 1000 см^2 .

Задача 4. 1. Серой. 2. Да. 3. Чёрной.

Задача 5. 1. 18 см^2 . 2. 9 см^2 . 3. 7 см^2 .

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

Ответы к за-
себя»

Г	Б	В	А	В
---	---	---	---	---


даниям «Проверь

Ответы и указания к заданиям «Реши сам»

- 1. 31 см^2 .** Воспользуйтесь способами решения, представленными в решении задачи 1.
- 2. Например, 2×4 и 1×6 .** Выберите один прямоугольник произвольно, например, квадрат со стороной 5, а второй подбирайте так, чтобы их периметры и площади удовлетворяли условию задачи.
- 3. 12 см^2 .** Обратите внимание на то, какую часть площади квадрата *MENC* составляют площади закрашенного и незакрашенного треугольников.
- 4. В виде квадрата со стороной 6 дм; 36 дм^2 .** Рассмотрите все возможные варианты построения прямоугольников из 24 палочек (палочки ломать нельзя!).
- 5. Одинаковы.** Обратите внимание на то, что число квадратиков на каждой грани чётное.

Контрольное задание

Выполнение контрольного задания предполагает обязательное выполнение контрольного теста и основного задания. Оцениваются результаты выполнения основного задания, а результаты выполнения контрольного теста позволяют судить о степени готовности к выполнению основного задания. Ещё одну оценку можно получить за выполнение дополнительного задания. Задания для исследования не оцениваются.

Все составляющие контрольного задания разделены знаком  на части, соответствующие подтемам рассматриваемой темы.

Критерии оценок

Оценка		Основное задание	Дополнительное задание

«зачтено»	Решено не менее	7 задач	—
«хорошо»	Решено не менее	11 задач	7 задач
«отлично»	Решено не менее	15 задач	11 задач

Контрольный тест

Настоящий тест предназначен для подготовки к выполнению основного задания. Многие его задания аналогичны заданиям «Проверь себя», к которым приведены ответы. Пользуйтесь этим.

Выполнение контрольного теста состоит в выборе правильного ответа из четырёх приведенных. Помните, что среди приведенных есть правильный ответ, и он только один. Если же Вы уверены, что правильного ответа нет среди приведенных, в качестве ответа выберите букву «Д».

1. 30 экземпляров одного детектива стоят на 1400 руб. дороже, чем 40 экземпляров одной книги на фантастическую тематику. Те же 30 экземпляров того же детектива стоят на 1400 руб. дешевле, чем 50 экземпляров той же книги на фантастическую тематику. Сколько стоит 1 экземпляр детектива?

А. 420 руб. **Б.** 280 руб. **В.** 350 руб. **Г.** 490 руб.

2. В магазине купили 1 кг конфет за 120 руб. Часть из них — по цене 100 руб. за 1 кг, а часть — по 150 руб. за 1 кг. Каких конфет и на сколько купили больше: тех, что дешевле или тех, что дороже?

А. Тех, что дешевле, на 200 г **Б.** Тех, что дороже, на 200 г

В. Тех, что дешевле, на 400 г. **Г.** Тех, что дороже, на 400 г.

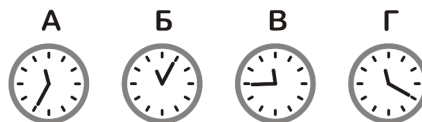
3. Сергей подсчитал, что если на содержание живого уголка каждая девочка принесет по 30 руб., а каждый мальчик — по 50 руб., то все 25 учащихся принесут 970 руб. Кого в классе больше — девочек или мальчиков, и на сколько?

А. Девочек на 3. **Б.** Мальчиков на 3. **В.** Девочек на 1. **Г.** Мальчиков на 1.

4. У кассира имеются монеты по 50 коп. и по 1 руб. Сколькими способами он может дать сдачу 5 руб.?

А. 4-мя. **Б.** 5-ю. **В.** 6-ю. **Г.** 8-ю.

5. На рисунке изображены четверо часов. Одни из них показывают правильное время, вторые — спешат на 15 минут, третьи — опаздывают на 15 минут, четвёртые — стоят.



Какие из них отстают?

6. Когда на Камчатке 5 часов утра, в Москве — 9 часов вечера предыдущего дня. Когда в Москве полночь, в Нью-Йорке — 4 часа дня предыдущего дня. На сколько часов раньше Новый год встречают на Камчатке, чем в Нью-Йорке?

- А. На 4 ч. Б. На 8 ч. В. На 12 ч. Г. На 16 ч.

7. Электронные часы показывают время 23 ч 58 мин 44 с. Через какое наименьшее число секунд все цифры на часах изменятся?

- А. Через 16 с. Б. Через 76 с. В. Через 116 с. Г. Через 136 с.

8. 2006 год начался в воскресенье. В какой день закончится 2016 год?

- А. В четверг. Б. В пятницу. В. В субботу. Г. В воскресенье.



9. Мешок сахарного песка весит на 50 кг больше, чем половина этого мешка с сахарным песком. Какова масса мешка сахарного песка?

- А. 50 кг. Б. 75 кг. В. 100 кг. Г. 150 кг.

10. Масса пустой бутылки вдвое меньше массы этой же бутылки, наполненной водой. Масса бутылки, наполненной водой, на 1 кг больше массы пустой бутылки. Масса пустой бутылки равна ...

- А. 500 г. Б. 2 кг. В. 1 кг. Г. 1 кг 500 г.

11. На двух чашах весов стояли 24 гири: на левой чаше только пятикилограммовые, на правой — только трёхкилограммовые. Весы находятся в равновесии. На какой чаше больше гирь и на сколько?

- А. На левой, на 4. Б. На левой, на 6. В. На правой, на 4. Г. На правой, на 6.

12. Если на одну чашку весов положить кирпич, то для равновесия на вторую чашку придется положить гирю в 1 кг и полкирпича. Сколько весит кирпич?

- А. 1 кг Б. 1 кг 500 г В. 2 кг Г. 3 кг

13. Через село проходят две телефонные линии. В первой линии расстояние между столбами 40 м, а во второй — 50 м. Какое расстояние больше и на сколько: на первой линии от первого до двенадцатого столба или на второй от первого до десятого столба?

А. На второй, на 10 м. Б. На первой, на 10 м. В. На второй, на 20 м. Г. На первой, на 20 м.

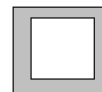
14. Олег и Игорь живут в одном подъезде. Олег — на 6-м этаже, а Игорь — на 3-м этаже. Возвращаясь домой, Олег проходит через 120 ступенек. Сколько ступенек преодолевает Игорь, когда возвращается домой?

А. 60. Б. 40. В. 72. Г. 48.

15. Есть несколько верёвок длиной 1 м и несколько длиной 1 м 20 см с общей длиной 15 м. Какое наименьшее количество разрезов без наложения верёвок придется сделать, чтобы разрезать все верёвки на верёвочки длиной 20 см?

А. 65. Б. 63. В. 62. Г. 61.

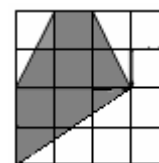
16. Квадратная рамка имеет ширину 9 см. На сколько сантиметров ее внешний периметр больше внутреннего?



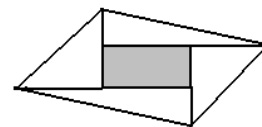
А. На 72 см. Б. На 36 см. В. На 54 см. Г. На 144 см.

17. Чему равна площадь фигуры, заштрихованной на рисунке, если площадь одной клетки равна 1 см^2 ?

А. 5 см^2 . Б. 7 см^2 . В. 8 см^2 . Г. 9 см^2 .



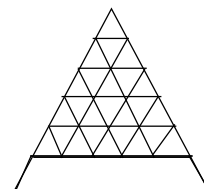
18. Каждую сторону закрашенного прямоугольника площадью 1 см^2 увеличили в два раза, как показано на рисунке.



Чему равна площадь полученной фигуры?

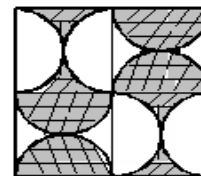
А. 3 см^2 . Б. 4 см^2 . В. 5 см^2 . Г. 6 см^2

19. Часть большого треугольника на рисунке разделена на маленькие треугольники, площадь каждого из которых равна 1



см². Чему равна площадь части большого треугольника, не разделенной на маленькие треугольники?

20. Сравните площадь S_1 закрашенной части и площадь S_2 незакрашенной части фигуры, изображённой на рисунке.



А. $S_1 < S_2$. Б. $S_1 = S_2$. В. $S_1 > S_2$. Г. Сравнить нельзя.

21. Для окрашивания поверхности одного кубика нужно 6 с времени. За какое наименьшее время можно покрасить поверхность куба, состоящего из 125 таких же кубиков?

А. 125 с. Б. 150 с. В. 750 с. Г. 900 с.

Основное задание

Настоящее задание предназначено для проверки того, усвоены ли Вами идеи и способы деятельности, представленные в первой части пособия. Другими словами, оно поможет ответить на вопрос, умеете ли Вы решать задачи, подобные тем, которые рассматривались в пособии. Поэтому нужно при необходимости широко пользоваться образцами решённых задач и указаниями к задачам основного задания.

1. Одному мальчику для покупки порции мороженого не хватило 45 рублей, а второму — 1 рубль. Когда они сложили свои деньги, то оказалось, что денег для покупки одной порции мороженого все равно не хватает. Сколько стоит мороженое, если его цена выражается целым числом рублей?

2. Во время путешествия багаж, масса которого не превышает некоторой установленной нормы, можно возить бесплатно, а за каждый лишний килограмм необходимо заплатить 100 руб. За багаж Пятачка массой 50 кг было заплачено дополнительно 2500 руб. Сколько должен заплатить Винни-Пух за багаж массой 30 кг?

3. Нужно снять 100 ксерокопий с одной страницы. В одном пункте первые 10 ксерокопий стоят по 5 руб. за каждую страницу, а каждая следующая — 1 руб. 50 коп. Во втором пункте цена ксерокопии каждой страницы стоит 2 руб.

- а) В каком пункте ксерокопирование будет стоить дешевле?
- б) При каком количестве ксерокопий выгоднее ксерокопировать во втором пункте?
4. В кошельке 6 купюр. Среди них по 1 купюре номиналом 1, 3, 5, 10 условных единиц (у. е.). Остальные купюры номиналом 2 у. е. Какие суммы можно набрать этими купюрами?



5. Механические часы сейчас показывают точное время. Однако каждые сутки они спешат на одно и то же время. Примерно через 1 год они снова впервые покажут точное время. На сколько времени они спешат каждые сутки?
6. Когда на Камчатке 5 часов утра, в Москве — 9 часов вечера предыдущего дня. Когда в Москве полночь, в Нью-Йорке — 4 часа дня предыдущего дня. Какой час на Камчатке, когда в Нью-Йорке полдень?
7. Электронные часы показывают время: часы и минуты. Как долго на протяжении суток высвечивается хотя бы в одном месте цифра 1?
8. В некотором месяце три субботы выпали на чётные числа. Каким днём недели было 25 числа этого месяца?



9. Для приготовления маринада для огурцов на 1 л воды нужно 12 г лимонной кислоты. Лимонная кислота продается в пакетиках по 10 г. Какое наименьшее число пакетиков нужно купить хозяйке для приготовления 8 л маринада?
10. Бидон с молоком весит 32 кг, бидон без молока — 2 кг. Сколько весит бидон, заполненный молоком наполовину?
11. На одной чаше рычажных весов лежат груша и гиря 50 г, на другой — яблоко и гиря 20 г. Фрукты весят 250 г. Какова масса груши, если весы находятся в

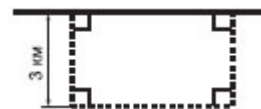
равновесии?

12. Имеем 9 кг крупы и чашечные весы с гирями в 50 г и 200 г. Можно ли за три взвешивания взвесить 2 кг крупы?



13. На расстоянии 5 м друг от друга в один ряд посажены 15 молодых деревьев. Рядом со средним деревом находится водопроводный кран. Для поливки двух деревьев нужно ведро воды. Какой наименьшей длины путь придется преодолеть, чтобы полить все деревья, пользуясь только одним ведром?

14. На участке дороги идет ремонт. Водителям приходится объезжать этот участок по запасному пути, отмеченному на плане пунктиром. На сколько километров увеличивает путь этот объезд?

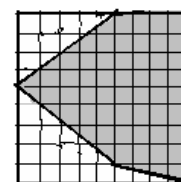


15. По аллее парка двое мальчиков катят обручи. Длина окружности одного обруча 3 м, а второго 2 м. Найдите длину аллеи, если известно, что второй обруч сделал на ней на тридцать оборотов больше, чем первый.

16. Диванную подушку квадратной формы обшили по краям лентой. Сколько ленты пошло на каждый край, если всего израсходовано 2 м ленты, в том числе, по 5 см на каждый уголок для украшения?

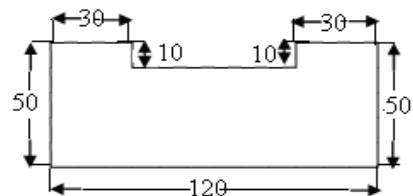


17. Найдите площадь закрашенного многоугольника, изображенного на рисунке, если площадь одной клеточки равна 1 см^2 ?



18. Участок дачного поселка имеет форму прямоугольника. Вдоль его периметра установлены столбы для электроосвещения участка. Столбы установлены во всех углах участка. Вдоль каждой из двух противоположных сторон участка оказалось по 10 столбов с расстояниями 50 м между соседними, а вдоль каждой из двух других — по 12 столбов с расстояниями 40 м между соседними. Какова площадь участка?

19. Вычислите площадь фигуры, изображённой на рисунке (размеры даны в мм).



20. Квадраты со сторонами 15 см и 12 см пересекаются. После исключения из квадратов их общей части образовались две фигуры. Чему равна разность площадей этих фигур?

21. Карабасу-Барабасу привезли новый сундук для кукол, длиной 90 см, шириной 50 см и высотой 50 см. Мальвина должна оббить всю внутреннюю поверхность сундука, включая крышку. Сможет ли Мальвина сделать это, если у нее есть ткань шириной 2 м и длиной 150 см?

Указания к задачам основного задания

1. Обратите внимание на сумму, которую не хватает второму для покупки порции мороженого. Могут ли у первого быть деньги?
2. Учтите, что масса багажа Пятачка равна сумме массы, соответствующей норме, и массы, превышающей норму.
3. Для ответа на первый вопрос найдите стоимости ксерокопирования в каждом пункте и сравните их. Для ответа на второй вопрос найдите то количество ксерокопий, при котором стоимости их изготовления одинаковы в обоих пунктах.
4. Воспользуйтесь решением задачи 4 из блока «Измерение стоимости».
5. Найдите, на сколько минут должны уйти вперёд часы, чтобы снова показывать точное время. Используйте тот факт, что в году примерно 360 дней.
6. Воспользуйтесь способом решения задачи 2 из блока «Измерение времени».
7. Воспользуйтесь способом решения задачи 3 из блока «Измерение времени».
8. Учтите, что если суббота выпала на чётное число, то следующая суббота — на нечётное.
9. Учтите, что лимонную кислоту продают целыми пакетиками.
10. Не забудьте учесть массу бидона.

11. В задаче известна сумма масс груши и яблока, разность этих масс легко найти из условия равновесия.
12. Воспользуйтесь тем, что с помощью чашечных весов массу товара можно делить на две равные части.
13. Воспользуйтесь способом решения задачи 1 из блока «Измерение длин».
14. Обратите внимание на то, из каких участков состоит объезд.
15. Воспользуйтесь тем, что оба мальчика прошли одно и то же расстояние, а также тем, что сделав на 30 оборотов больше, меньший обруч компенсировал разницу длин окружностей обручей.
16. Не забудьте учесть расходы ленты на украшение уголков.
17. Воспользуйтесь способами решения задачи 1 из блока «Измерение площадей».
18. Найдите длины смежных сторон прямоугольника, то есть имеющих общую вершину, пользуясь тем, что количество одинаковых отрезков на каждой стороне меньше количества столбов на единицу.
19. Разбейте фигуру на прямоугольники, найдите длины их сторон, а затем площади.
20. Воспользуйтесь тем, что исключённая общая часть вместе с каждой из образованных фигур образует квадраты, стороны которых известны.
21. Обратите внимание на то, как можно разрезать кусок ткани на две части, которыми можно покрыть всю поверхность сундука.

Дополнительное задание

Настоящее задание предназначено для тех, кто без больших усилий справился с основным заданием и хочет попробовать свои силы в решении более трудных задач. Эти задачи значительно отличаются от решённых в первой части пособия. К ним также приведены указания, которые могут помочь в их решении.

1. Три друга решили купить одну книгу. Первому не хватило 140 руб., второму — 370 руб., а третьему — 250 руб. Когда они сложили все свои деньги вместе, то оказалось, что их как раз хватает на книгу. Сколько стоит книга?

2. Когда ваши родители были детьми, молоко продавали в литровых и пол-литровых стеклянных бутылках, пустые бутылки из-под молока можно было сдавать в магазин по цене 20 коп. и 15 коп. соответственно. Петя пошёл в магазин без денег, взяв с собой пустые бутылки — 6 литровых и 6 пол-литровых. В магазине было только разливное молоко по 22 коп. за литр. Петя решил сдать часть бутылок, а купленное на полученные деньги молоко налить в оставшиеся бутылки. Какое наибольшее количество молока он сможет принести домой?

3. Два работника А и В были приняты на работу на таких условиях. Месячная зарплата А составляет 10 000 руб. с повышением на 2 000 руб. в каждом следующем месяце, а В начинает с того же месячного оклада 10 000 руб., но с повышением на 500 руб. каждые полмесяца. Кто из них имеет более выгодные условия?

4. Можно ли разменять купюру достоинством 500 руб. с помощью 15 купюр достоинством 10 руб. и 50 руб.?



5. Заведя одновременно двое часов, Незнайка заметил, что одни из них отстают на 2 мин., а вторые спешат на 1 мин. за час. Когда он опять посмотрел на часы, то увидел, что вторые часы ушли, по сравнению с первыми, на 1 час вперед. Через сколько минут это могло произойти?

6. Самолёт вылетел из города А в полдень и приземлился в городе В в 18 ч по местному времени. В полночь он вылетел обратно и прилетел в А тогда, когда там было 2 часа ночи. Сколько времени длится перелёт между А и В на таком самолёте, если в обе стороны он летит с одной и той же скоростью?

7. Электронные часы показывают время: часы и минуты. Какая цифра 2 или 3 на протяжении суток высвечивается дольше хотя бы в одном месте и на сколько?

8. На протяжении некоторого года (от 1 января до 31 декабря включительно) количество вторников было равно количеству четвергов. Следует ли из этого, что и количество сред было таким же? Рассмотрите два случая: а) в году было 365 дней; б) в году было 366 дней.

9. Лимоны одинаковой массы продавали поштучно. Купили более двух, но менее 10 лимонов. Масса всей покупки составляет 970 г. Какова масса одного лимона, если она выражается целым числом граммов?

10. Бидон без молока весит 2 кг, а бидон, наполненный молоком на треть — 12 кг. Сколько весит бидон, наполненный молоком наполовину?

11. Алмаз массой в 25 каратов раскололи на две части. При взвешивании обеих частей оказалось, что к более легкой части следует добавить 9 каратов, чтобы уравновесить ее с более тяжелой частью. Чему равна масса каждой части? Может быть: Сколько каратов содержит каждая часть?

12. На чашечных весах необходимо взвесить 15 кг муки, имея в распоряжении только гирю 1 кг. За какое наименьшее число взвешиваний это можно сделать?

13. Вдоль дороги лежало 25 камней на расстоянии 10 м каждый от соседнего. Эти камни нужно собрать там, где находился средний камень. Мальчик может нести лишь один камень, потому он переносил их последовательно, начав с одного из крайних. Какой путь прошел мальчик, собрав все камни?

14. Две лестницы, имеющие одинаковую высоту 2 м и основание 3 м, покрыты ковровыми дорожками. Одна лестница имеет 12 ступеней, а вторая — 9. Сравните длины ковровых дорожек на обеих лестницах.

15. На прямой через равные промежутки поставили 10 точек. Они заняли отрезок длиной l . На другой прямой через такие же промежутки поставили 100 точек. Они заняли отрезок длиной L . Во сколько раз L больше l ?

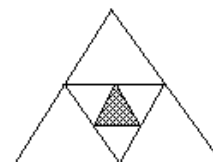
16. Из 20 одинаковых равносторонних треугольников со стороной 1 см составили два равносторонних треугольника. На сколько сантиметров периметр большего треугольника больше периметра меньшего?



17. Буратино прикинул, что он может обложить пол комнаты, имеющей квадратную форму, квадратной плиткой, и что ему не понадобится ни одну из них разрезать. Сначала он положил плитки по краям комнаты, и на это у него ушло 56 плиток. Найдите, сколько всего ему нужно иметь плиток, чтобы покрыть весь пол.

18. Длины сторон прямоугольника выражаются целыми числами сантиметров, и сумма их длин равна 28 см. Может ли его площадь равняться: а) 36 см^2 ; б) 24 см^2 ?

19. Крыша гаража покрыта одинаковыми прямоугольными листами кровли, которые уложили в 8 рядов (снизу до верха). Каждый следующий ряд покрывает предыдущий на десятую часть своей ширины. Какая часть площади крыши покрыта дважды?



20. Во сколько раз площадь заштрихованного треугольника меньше площади самого большого треугольника?

21. Поверхность куба с ребром 1 см можно обклеить шестью бумажными квадратами, каждый из которых имеет площадь 1 см^2 . Можно ли поверхность тако-

го куба обклеить двенадцатью бумажными квадратами, каждый из которых имеет площадь 50 мм^2 ?

Указания к задачам дополнительного задания

1. Обозначьте какой-нибудь буквой стоимость книги, выразите через неё суммы денег, которые есть у каждого, а также их общую сумму денег.
2. Обратите внимание на то, что в качестве тары для молока выгоднее использовать литровые бутылки.
3. Составьте расписание выдачи зарплаты каждому из двух работников и на его основе сделайте вывод.
4. Обратите внимание на то, что количество купюр достоинством 10 руб. должно делиться на 5.
5. Воспользуйтесь тем, что через час показания часов будут отличаться на 3 минуты.
6. Обратите внимание на то, что время в одном из городов сдвинуто от времени в другом городе на несколько часов. Воспользуйтесь решением задачи 2 из блока «Измерение времени».
7. Воспользуйтесь способами решения задачи 3 из блока «Измерение времени».
8. Воспользуйтесь решением задачи 4 из блока «Измерение времени».
9. Учтите, что 970 г должно делиться на искомую массу нацело.
10. Массы зайца и ежа можно найти по их сумме и разности.
11. В задаче известны сумма и разность масс частей алмаза. Предположите, что массы этих частей одинаковы, тогда общая масса алмаза будет равняться $25 + 9 = 34$ карата, массе более тяжёлой части 17 карата.
12. Используйте на каждом шаге взвешенную муку в качестве гири.
13. Воспользуйтесь решением задачи 1 из блока «Измерение массы».
14. Воспользуйтесь тем, что длина каждой ковровой дорожки состоит из длин горизонтальных участков и длин вертикальных участков.

15. Учтите, что количество промежутков, на которые отрезок разбивают n точек, на единицу меньше числа точек.

16. Сначала нужно выяснить, из скольких данных треугольников составлены равносторонние треугольники. Обратите внимание на то, что все данные треугольники должны быть использованы.

17. Найдите вначале, сколько плиток лежит вдоль одной стены.

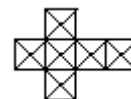
18. Учтите, что сумма длин двух смежных сторон прямоугольника равна 14 см.

19. Воспользуйтесь изображением покрытия на рисунке. Закрашенные участки соответствуют перекрывающимся частям листов.



20. Разбейте всю фигуру на треугольники, равные закрашенному.

21. Воспользуйтесь развёрткой поверхности куба, приведенной на рисунке.



Задачи для исследования

Ниже приведены задания, которые можно использовать для проведения маленьких исследований. В них поставлена цель, не всегда чётко, и нет никаких ограничений на выбор средств. Вы можете самостоятельно планировать исследование, меняя его цель, основные задачи, средства его проведения.

1. На сколько дней хватит 5 кг вишнёвого варенья, если каждый день съесть 10 ложек варенья?

2. Чему равно расстояние от Вашего дома до школы в м, шагах, милях? Какова средняя длина Вашего шага? Сколько времени занимает у Вас дорога от дома до школы? Какова скорость Вашего движения: а) при обычной ходьбе; б) при беге?

3. Спланируйте застройку и посадку растений на участке площадью 10 соток.

4. Вы собираетесь в туристский поход, его маршрут проходит в горах, где нет населённых пунктов. Длительность похода — 7 суток. Сколько средств необходимо израсходовать на его материальное обеспечение?
5. Ваши родители собираются делать ремонт в квартире. Стены и потолок планируется обклеить обоями. Сколько рулонов обоев (в зависимости от их ширины) понадобится для этого?
6. Ваши родители планируют обложить кафельной плиткой кухню, ванную и туалет. Сколько ящиков плиток понадобится для этого? Сколько средств уйдёт на приобретение необходимых материалов?
7. Определите толщину одной страницы каждого Вашего учебника? Какой из них напечатан на самой тонкой (толстой) бумаге?

Бродский Яков Соломонович

Павлов Александр Леонидович

Измерение величин

Пособие для дополнительного изучения математики

обучающимися 5-6 классов

Учебное пособие