

УДК 519 11

ББК 74.262я 72

Б 881

Рекомендовано к изданию Ученым советом
факультета математики и информационных технологий
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»
(протокол № 5 от 21 января 2021 г.)

Бродский Я. С., Павлов А. Л. Учись применять математику. Пособие для дополнительного изучения математики обучающимися 5-6 классов. — 51 с.

Пособие предназначается для самостоятельного изучения математики обучающимися 5-6 классов дополнительно к школьному курсу. Оно соответствует программе дополнительного обучения математике «Реальная математика», утвержденной Ученым Советом ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет» (протокол №4 05. 05. 2017). Ее цель — развитие умений и навыков у обучающихся применять математику для решения жизненных проблем, совершенствование умения учиться, самостоятельно приобретать знания.

Пособие состоит из двух частей. В первой части представлен материал для обучения, основу которого составляет система задач. Для каждой задачи приводится анализ и решение. Анализ предназначен для оказания помощи в поиске метода решения задачи. Для контроля за усвоением приемов решения задач предлагаются вопросы после каждой задачи, а также задания в конце блока. Вторая часть пособия содержит систему заданий для проверки овладения обучающимися действиями и приёмами, представленными в первой части

Пособие составлено на основе заданий конкурсов «Золотой ключик», «Золотой сундучок». Его можно использовать для подготовки к участию в математических конкурсах и олимпиадах.

Пособие адресовано обучающимся 5-6 классов. Оно может быть использовано учителями математики для организации внеурочного обучения.

Содержание

Рекомендации для обучающихся.....	6
Учись применять математику	8
1. Как применяется математика	8
Готовимся к решению задачи.....	9
Решение задач	10
Проверь себя	12
Реши сам.....	12
2. Поиски неизвестного количества	13
Готовимся к решению задач.....	13
Проверь себя	20
Реши сам.....	21
3. Измерение величин	23
Готовимся к решению задач.....	23
Решение задач	24
Проверь себя	28
Реши сам.....	29
4. Анализ данных и планирование действий.....	30
Готовимся к решению задач.....	30
Решение задач	32
Проверь себя	36
Реши сам.....	37
Контрольное задание.....	40
Контрольный тест.....	40
Основное задание	43
Указания к задачам основного задания.....	45
Дополнительное задание	46
Указания к задачам дополнительного задания	49
Задачи для исследования	50

Дорогой друг!

Название пособия полностью отражает его назначение. Умение применять математику является одним из важнейших умений, ради которых математику изучают с первого до последнего класса. Математика нужна человеку не только в его работе, но и в обычной жизни, быту. Научиться применять математику для решения жизненных проблем не просто, но можно.

Применение математики для различных задач можно схематически представить в виде трёх этапов.

1 этап. Перевод задачи на язык математики (построение математической модели).

2 этап. Решение математической задачи.

3 этап. Осмысление полученного решения, его применение для решения исходной задачи.

Метод решения задач по этой схеме называют *математическим моделированием*. Развитие навыков математического моделирования является главной целью настоящего пособия.

Пособие состоит из двух частей. В первой части представлен материал для обучения, а во второй — задания для проверки овладения материалом первой части. Они названы *контрольным заданием*. Конечно, контрольное задание можно выполнять и не прорабатывая первую часть пособия, но, во-первых, это будет значительно труднее, и, во-вторых, пользы от такой работы будет значительно меньше.

Первая часть пособия состоит из нескольких блоков, каждый из которых содержит:

1) краткое напоминание необходимого теоретического материала, если он изучался, или изложение пока незнакомого материала, необходимого для понимания приведенных решений задач и нахождения решений предложенных задач;

2) решения задач, сопровождаемые заданиями для осмысления этих решений, применения рассмотренных методов к решению других задач (в тексте эти задания отмечены знаком ?);

3) подразделы «Готовимся к решению задач», «Проверь себя», «Реши сам», имеющиеся в каждом пункте.

Подраздел «Проверь себя» состоит из заданий с выбором ответов, а «Реши сам» — из заданий, требующих не только указывать ответ, но и приводить их решения. Они предназначены для самостоятельной проверки усвоения идей и методов, представленных в решённых задачах.


Изучать первую часть пособия нужно с ручкой в руке. Это означает, что её нужно не просто читать, а воспроизводить все рассуждения, вычисления, то есть разбираться в решениях и восстанавливать все этапы их решения.

Контрольное задание состоит из:

- **контрольного теста**, задания которого аналогичны заданиям «Проверь себя»;

- **основного задания**, состоящего из задач, подобных решённым в пособии и тем, которые представлены в подразделе «Реши сам»;

- **дополнительного задания**, содержащего более трудные по сравнению с основным заданием задачи.

В контрольном задании (контрольном тесте, основном и дополнительном заданиях) задачи, соответствующие разным блокам, отделяются друг от друга знаком  .

В конце приведены задания для исследования, предназначенные для тех, кто любит думать, искать решения новых задач, экспериментировать, другими словами, исследовать. Эта часть не входит в контрольное задание. Надеемся, что работа над пособием и выполнение контрольного задания будут приятными и интересными для всех, кто любит математику и хотел бы научиться её применять для решения жизненных задач

Желаем успехов!

Рекомендации для обучающихся

Работа над первой частью пособия состоит, в основном, из освоения идей, методов, используемых в приведенных решениях типовых задач, самостоятельного решения подобных задач. Постарайтесь следовать таким рекомендациям.

1. Чтобы решить задачу, нужно:

- *сначала проанализировать её условия и вытекающие из них следствия;*
- *уяснить требования задачи;*
- *попытаться найти путь к выполнению требований задачи.*

2. Чтобы лучше осознать задачу и её решение, целесообразно подумать над вопросами, которые предлагаются после каждой задачи. Они позволяют выяснить:

- *разобрались ли вы с условием задачи и с её требованиями;*
- *поняли ли вы приведенное решение задачи;*
- *можете ли вы решить задачу, которая немного отличается от решенной.*

Ответы к этим вопросам приведены в конце каждого блока.

3. В начале каждого блока вам будут предлагаться задания «Готовимся к решению задач», с помощью которых вы сможете восстановить тот объем знаний и умений, который необходим для овладения содержанием блока.

Выполните все эти задания, сравните свои ответы с ответами, приведенными в пособии. Воспользуйтесь указаниями и советами к ним.

4. В конце каждого блока вам будут предлагаться задания «Проверь себя», с помощью которых вы сможете самостоятельно проверить, на сколько глубоко вы овладели идеями и методами, использованными при решении задач. Эти задания аналогичны решённым в тексте пособия. Для этих заданий нужно выбрать правильный ответ из четырёх предложенных. Помните, что среди приведенных ответов есть правильный, и он только один.

Выполните все эти задания, сравните свои ответы с ответами, приведенными в пособии. К тем заданиям, для которых они не совпадают, возвратитесь ещё раз, найдите причину несовпадения ответов. Если решение

каких-то заданий вызывает трудности, проанализируйте приведенное решение соответствующей задачи.

Ответы к этим заданиям приведены в конце каждого блока.

5. Кроме того, в конце каждого блока вам будут предлагаться задания «Реши сам». Они имеют то же предназначение, что и задания «Проверь себя». Эти задания от заданий «Проверь себя» отличаются тем, что для них не приводятся ответы, из которых нужно выбрать правильный.

Решите эти задачи. Они также аналогичны задачам, решённым в блоке, хотя и имеют определённые отличия. Если решение какой-то задачи вызывает трудности, проанализируйте приведенное в блоке решение соответствующей задачи.

Ответы и указания к этим заданиям приведены в конце каждого блока.

6. Чтобы проверить окончательно усвоение учебного материала пособия, выполните контрольное задание.

Сначала выполните контрольный тест и оцените свою готовность к выполнению основного задания.

Обязательно выполните основное задание. Пользуйтесь указаниями к задачам задания, решениями аналогичных задач в первой части пособия.

Выполнять дополнительное задание целесообразно, если успешно выполнено основное задание. Его выполнение позволяет оценить глубину усвоения учебного материала пособия.

При необходимости используйте указания к задачам основного и дополнительного заданий.

Помните!

Главная цель изучения темы — выполнить контрольное задание.

Выбирайте оптимальный путь для достижения главной цели, учитывая свою готовность, опыт и способности.

Учись применять математику

Математика широко применяется в науке, технике, экономике, торговле, земледелии, медицине и т. д. Математика нужна человеку и в повседневной жизни. Трудно даже представить жизнь человека без математики.

Конечно, в обычной жизни человеку нужно немного знаний и умений по математике. Но вот уметь применить их для решения жизненно важных задач нужно хорошо. Это особенно важно в мире современных технологий и коммуникаций. Поэтому математическая грамотность, состоящая в умении применять математику для решения жизненных задач, нужна всем.

Рассмотренные далее задачи являются иллюстрацией тех типов задач, которые вы уже можете решать с вашим багажом знаний и умений по математике. Чем весомее будет этот багаж, тем больше у вас будет возможностей для решения практических задач.

В этом пособии закладывается основа для обучения применению математики. Освоив его, вы получите более чёткое представление, чем вы будете заниматься дальше.

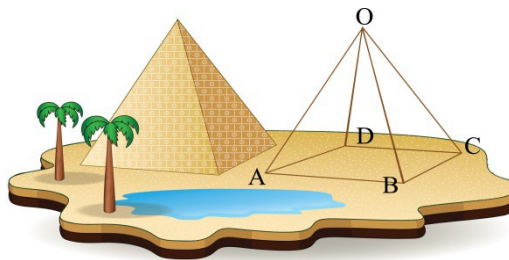
1. Как применяется математика

Математика возникла очень давно. Как давно, не может сказать никто. Но совершенно определённо можно утверждать, что две тысячи лет до нашей эры люди решали задачи на арифметические действия, пропорциональное деление, применяли математику при строительстве дворцов и сооружений, в финансовых расчётах, земледелии, при предсказании затмений и в других сферах деятельности.

Сегодня без математики не может обойтись ни одна сфера человеческой деятельности. Математика нужна инженеру, технологу, менеджеру, агроному, психологу, лингвисту. Сегодня математика нужна не только в профессиональной деятельности, но и в обычной жизни каждому образованному человеку. Поэтому очень важно в школьные годы научиться применять математику для решения различных задач, в частности, жизненных, бытовых.

На чём основано применение математики? Как применяется математика? Это очень сложные вопросы, если пытаться дать на них исчерпывающие ответы. Но краткий ответ дать нетрудно.

В основе применения математики к решению различных задач лежит *математическое моделирование*, то есть перевод на язык математики условия и требований задачи.



В результате такого перевода получаем математическую задачу о числах, фигурах, уравнениях и других математических объектах.

Для её решения нужны прочные знания и умения по математике. Без них решения математической задачи не найти.

Нахождением решения математической задачи дело не заканчивается. Нужно ещё осознать, имеет ли полученный ответ смысл в нашей исходной задаче (например, получилось два с половиной зайца!). Возможно, мы плохо перевели нашу задачу на язык математики. На этом этапе происходит осмысление решения математической задачи.

Таким образом, применение математики для различных задач можно схематически представить в виде следующих трёх этапов:

- 1) **выбор или построение математической модели для описания данной задачи;**
- 2) **исследование построенной модели, то есть решение математической задачи;**
- 3) **интерпретация результатов исследования, установление соответствия полученного результата целям исследований.**

Готовимся к решению задачи

1. Сколько требуется квадратных плиток размерами $15\text{ см} \times 15\text{ см}$, чтобы покрыть в один ряд стенку в ванной комнате длиной 3 м?

- А. 10. Б. 15. В. 20. Г. 30.

2. Сколько рядов нужно покрыть квадратными плитками размерами $15\text{ см} \times 15\text{ см}$ стенку в ванной комнате высотой $1\text{ м } 80\text{ см}$?
- А. 10. Б. 12. В. 15. Г. 20.
3. Сколько требуется плиток, чтобы покрыть пол ванной комнаты, если по длине в 1 ряд помещается 20 плиток, и таких рядов по ширине пола 15?
- А. 300. Б. 150. В. 75. Г. 35.
4. Сколько требуется плиток размерами $20\text{ см} \times 20\text{ см}$, чтобы покрыть часть стенки прямоугольной формы длиной $1\text{ м } 20\text{ см}$ и шириной 80 см ?
- А. 10. Б. 12. В. 18. Г. 24.
5. Для покрытия стен ванной комнаты требуется 600 плиток. Сколько упаковок надо приобрести, если в каждой упаковке 30 плиток?
6. Для покрытия стен ванной комнаты требуется 650 плиток. Сколько упаковок надо приобрести, если в каждой упаковке 30 плиток?

Решение задач

Рассмотрим на примере, как используется приведенная схема математического моделирования.

Задача 1. Необходимо закупить кафельную плитку размерами $20\text{ см} \times 20\text{ см}$ для покрытия пола ванной комнаты длиной $2\text{ м } 20\text{ см}$ и шириной $1\text{ м } 60\text{ см}$. Сколько упаковок кафеля нужно купить, если в упаковке 10 штук плиток?



Перевод задачи на язык математики. Из условия задачи следует, что пол комнаты можно моделировать (заменить) прямоугольником со сторонами $2\text{ м } 20\text{ см} = 220\text{ см}$ и $1\text{ м } 60\text{ см} = 160\text{ см}$.

Здесь мы воспользовались тем, что $1\text{ м} = 100\text{ см}$. А математической моделью кафельной плитки будет квадрат с длиной стороны 20 см .

Покрытие пола плитками заменим покрытием прямоугольника квадратами,

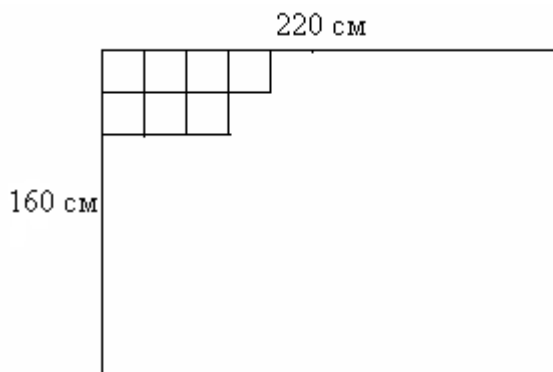


Рис. 1

как показано на рис. 1. Квадраты располагаются так, что если два квадрата имеют две общие точки, то они имеют и общую сторону. При этом мы предполагаем, что плитки прилегают друг к другу плотно. Будем также считать, что квадраты нельзя разрезать. Это означает, что отрезанные куски плитки не будут использоваться. Чтобы дать ответ на поставленный в задаче вопрос, нужно решить следующую математическую задачу.

Каким наименьшим количеством квадратов с длиной стороны 20 см можно полностью покрыть прямоугольник с длинами сторон 220 см и 160 см?

Решив эту задачу, мы легко сможем дать ответ на вопрос исходной задачи.

Решение математической задачи. Найдём сначала наименьшее количество отрезков длиной 20 см, которые полностью покрывают отрезки длиной 220 см и 160 см. Отрезок длиной 220 см содержит $220:20 = 11$ таких отрезков (см. рис. 2). А для покрытия отрезка 160 см требуется количество отрезков, равное частному от деления 160 на 20, то есть 8.

Проведём теперь через отмеченные точки вертикальные и горизонтальные отрезки (рис. 3).

Подсчитаем количество полученных квадратов. В каждом горизонтальном ряду 11 квадратов. Горизонтальных рядов 8. Следовательно, количество квадратов равно $8 \cdot 11 = 88$.

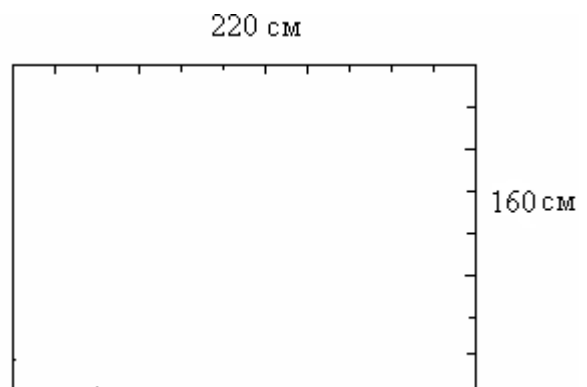


Рис. 2

Осмысление полученного решения.

Для покрытия пола требуется 88 плиток. Нужно найти количество упаковок кафеля. В упаковке 10 плиток. Количество упаковок равно увеличенному на 1 неполному частному от деления 88 на 10. Так как при делении на 10 числа 88 в частном получается 8 и в остатке 8, то количество упаковок равно $8 + 1 = 9$. Заметим, что 8 упаковок недоста-

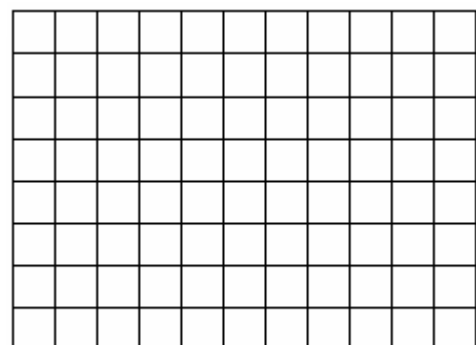



Рис. 3

точно: $8 \cdot 10 = 80$, что меньше 88, а $9 \cdot 10 = 90$. Следовательно, нужно купить не менее 9 упаковок.

Мы не учитывали наличие зазора между плитками, возможности повреждения плитки при разрезании или при падении. Учёт всего этого требует больших знаний и умений по математике.

Ответ. Не менее 9 упаковок.

- 
1. Сколько плиток укладывается в один ряд по длине ванной комнаты?
 2. Сколько потребовалось бы плиток размерами 20 см×40 см для покрытия пола ванной комнаты?
 3. Сколько упаковок кафеля нужно купить, если требуется покрыть пол ванной длиной 2 м 50 см и шириной 1 м 50 см и плитки можно разрезать пополам?

Проверь себя

1. Сколько квадратных плиток размерами 10 см×10 см потребуется для того, чтобы покрыть прямоугольный участок стены размерами 1 м×2 м?

А. 200. Б. 20. В. 100. Г. 2 000.

2. Сколько квадратных плиток размерами 10 см×10 см потребуется для того, чтобы покрыть прямоугольный участок стены размерами 1 м 15 см × 2 м?

А. 230. Б. 240. В. 2 000. Г. 2 300.

Реши сам

1. Облицовку стены прямоугольной формы длиной 3 м 50 см и высотой 2 м 55 см кафельными плитками начинают снизу.

а) Сколько плиток размерами 15 см×15 см понадобится для укладки одного горизонтального ряда плиток?

б) Сколько понадобится уложить горизонтальных рядов?

в) Сколько понадобится упаковок плиток, если в упаковке 10 плиток?

Ответы и указания к заданиям «Готовимся к решению задачи»

1. **В.** Подсчитайте, сколько раз в отрезке длиной 3 м помещается отрезок длиной 15 см.
2. **Б.** Превратите 1 м 80 см в сантиметры.
3. **А.** Воспользуйтесь тем, что количество квадратных клеток, которые полностью заполняют прямоугольник, равно произведению количества клеток, заполняющих один ряд прямоугольника, на количество рядов.
4. **Г.** Воспользуйтесь указаниями к заданиям 1, 2, 3.
5. **20.** Найдите частное от деления общего количества плиток на число плиток в каждой упаковке.
6. **22.** Обратите внимание на то, что 21-й упаковки не хватит.

Ответы на вопросы к задаче 1: 1. 11. 2. 44. 3. 11.

Ответы к заданиям «Проверь себя»: 1. А. 2. Б.

Ответ и указание к заданию «Реши сам»

1. **а) 24; б) 17; в) 41.** а) Найдите неполное частное от деления числа 350 на 15.

2. Поиски неизвестного количества

Математика широко применяется для нахождения неизвестного количества предметов, тел, действий и т. п.

Готовимся к решению задач

1. Неполное частное и остаток от деления числа 65 на 9 соответственно равны ... **А. 8 и 1. Б. 7 и 2. В. 6 и 11. Г. 9 и 2.**
2. В книге 340 страниц. Петя за неделю прочитывает 42 страницы. Сколько полных недель он будет читать эту книгу?
А. 8. Б. 9. В. 10. Г. Определить невозможно.
3. Книгу объёмом 340 страниц Петя начал читать в понедельник. За неделю он прочитывал 42 страницы. Сколько страниц ему осталось читать на последнюю, неполную неделю?

А. 24.

Б. 18.

В. 14.

Г. 4.

4. Книгу объёмом 344 страницы. Петя начал читать в понедельник. За неделю он прочитывал 42 страницы. В какой день он закончит чтение книги, если в каждый будний день он прочитывает по 3 страницы?

А. В понедельник.

Б. Во вторник.

В. В среду.

Г. В четверг.

5. Тарас и Даша едут в одном поезде, в соседних вагонах. Между вагоном Тараса и тепловозом 3 вагона, после вагона Даши находятся 2 вагона. Сколько вагонов в поезде, если вагон Тараса расположен перед вагоном Даши?

А. 4.

Б. 5.

В. 6.

Г. 7.

6. Тарас и Даша едут в одном поезде. Между вагоном Тараса и тепловозом 3 вагона, после вагона Даши находятся 2 вагона. Сколько вагонов в поезде, если вагон Тараса расположен сзади вагона Даши?

А. 6.

Б. 5.

В. 4.

Г. 3.

7. Земельный участок имеет форму равностороннего треугольника. Вдоль его сторон на равных расстояниях друг от друга установлено 24 столба, причём по одному столбу у вершин. Сколько столбов установлено между двумя вершинами вдоль каждой стороны?

А. 6.

Б. 7.

В. 8.

Г. 9.

8. Имеется верёвка длиной 2 м 70 см. Её 9-ю разрезами разделили на равные части. Какой длины получили верёвочки?

А. Определить невозможно.

Б. 33 см.

В. 30 см.

Г. 27 см.

9. Чтобы подняться с первого этажа на четвёртый этаж дома, надо пройти 60 ступенек. Сколько ступенек надо пройти, чтобы подняться с первого на второй этаж этого дома, если количество ступенек между соседними этажами одинаковое?

А. 30.

Б. 20.

В. 15.

Г. 12.

Решение задач

В следующей задаче предусматривается нахождение некоторого неизвестного количества предметов по известным их общему количеству и их количествам в группах, на которые они распределены.

Задача 1. Малышу 1 января 2010 года подарили мешок шоколадных конфет, в котором было 313 конфет. Ежедневно Малыш съедал одну конфету. Каждое воскресенье к нему прилетал Карлсон, и Малыш угощал его парой конфет. Сколько конфет съел Карлсон к моменту, когда конфеты закончились? (1 января 2010 года – пятница).



Анализируем. Конфеты ели двое — Малыш и Карлсон. Вначале конфет было 313 штук. Малыш за неделю съедал 7 конфет (по одной в день), а Карлсон — всего две (по воскресеньям). Следовательно, за неделю они оба съедали 9 конфет.

Чтобы узнать, сколько конфет съел Карлсон, нужно знать, на сколько воскресений хватило конфет. А это можно узнать, зная, сколько было конфет и сколько их съедали за неделю.

Решаем. Малыш и Карлсон каждую неделю съедали по 9 конфет. Неполное частное от деления 313 на 9 равно 34, а остаток равен 7. Следовательно, конфет хватило на 34 недели и ещё на несколько дней. Так как эти несколько дней начинаются с пятницы, и на них осталось 7 конфет, то ещё одно воскресенье Карлсон получал конфеты. Следовательно, он получал конфеты 35 воскресений и съел $35 \cdot 2 = 70$ конфет.

Ответ. 70 конфет.

1. *Сколько конфет съел Малыш?*

2. *На сколько дней хватило конфет?*

3. *В какой день недели была съедена последняя конфета?*

4. *Каким будет ответ, если Малыш будет давать Карлсону каждое воскресенье пять конфет?*

5. *Сколько конфет должно было бы быть вначале, чтобы при том же количестве и порядке употребления конфет их хватило до 1 января 2011 года?*

В следующей задаче рассматривается неизвестное количество объектов, расположенных на прямолинейном участке.

Задача 2. Малыш и Карлсон принимали участие в легкоатлетическом забеге в составе 10 друзей. В некоторый момент оказалось, что трое впереди Малыша, а сзади Карлсона — четверо. Сколько в этот момент человек находилось между Карлсоном и Малышом, если никто из бегущих не находился рядом друг с другом?



Анализируем. Чтобы подсчитать искомое количество участников забега, нужно рассмотреть два случая — Малыш сзади Карлсона и Малыш впереди Карлсона — и воспользоваться условием об их месте в забеге. Это позволит ответить на поставленный вопрос.

Решаем. Если Малыш сзади Карлсона, то сзади Карлсона будут находиться Малыш и ещё 3 человека (4 человека сзади Карлсона).

Пусть Малыш бежит непосредственно за Карлсоном. Тогда впереди Малыша — Карлсон и ещё двое (впереди Малыша трое), между Малышом и Карлсоном — ни одного человека (см. рис. 4). Общее количество участников забега будет равно 7, что противоречит условию. Аналогично рассматриваются и другие случаи расположения Малыша сзади Карлсона. Итак, этот случай невозможен.

Пусть Карлсон сзади Малыша. Тогда сзади его будут находиться четверо друзей, впереди Малыша — трое. Чтобы количество участников забега равнялось 10, между ними должен стоять один человек (см. рис. 5).

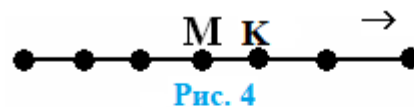


Рис. 4



Рис. 5

Ответ. Один.

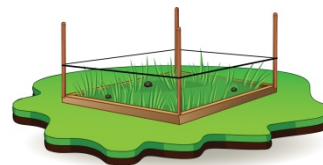


1. Каким будет ответ, если в забеге будет участвовать: а) 9 человек; б) 15 человек?
2. Каким будет ответ, если трое будут бежать впереди Карлсона, а четверо сзади Малыша?
3. Каким будет ответ, если впереди Малыша будет пятеро, а сзади Карлсона двое?

4. Сколько должно было бы бежать человек, чтобы выполнялись остальные условия задачи, но Малыш бежал сзади Карлсона?

В следующей задаче нахождение неизвестного количества предметов связано с их расстановкой по сторонам некоторого участка, имеющего определённую геометрическую форму.

Задача 3. Чтобы оградить участок квадратной формы, нужно вдоль каждой стороны установить по 8 столбов, причем, по одному в углах участка. Сколько всего понадобится столбов?



Анализируем. Изобразим участок в виде квадрата (см. рис. б), чтобы удобнее было рассуждать. Конечно, можно изобразить и столбы в соответствии с условием, а потом подсчитать их. Но столбов могло быть (в другой задаче) и по 80 на каждой стороне. И тогда непосредственный подсчёт был бы затруднительным.



Рис. 6

Намного легче найти нужное количество столбов с помощью математических действий. Так как на каждой стороне участка 8 столбов и два из них на её концах, то между концами каждой стороны (между соседними вершинами квадрата!) стоит по 6 столбов. А кроме того, 4 столба стоят по углам участка.

Решаем. Из условия следует, что между концами каждой стороны участка должно стоять по 6 столбов. Сторон всего 4. Следовательно, для этих целей требуется $6 \cdot 4 = 24$ столба. По углам участка должны стоять столбы. Значит, требуется ещё 4 столба. Всего нужно $24 + 4 = 28$ столбов.

Ответ. 28 столбов.

1. Сколько потребуется столбов, если вдоль каждой стороны должно стоять 20 столбов?
2. Сколько потребуется столбов, если длина участка 100 метров и столбы должны стоять на расстоянии 2 метра друг от друга?
3. Сколько столбов ставили на каждой стороне участка, если всего поставили 60 столбов?
4. Какова длина участка, если всего поставили 120 столбов через каждые 3

метра?

Для нахождения неизвестного количества предметов в следующей задаче используется представление натурального числа в виде суммы заданного количества различных натуральных чисел.

Задача 4. Купили 7 книг по математике, информатике и истории. Сколько книг приобрели по каждому предмету, если книг по информатике купили больше, чем по истории, а по математике — меньше, чем по истории?



Анализируем. Из условия задачи вытекает, что купили различное число книг по каждому из трёх предметов, больше всего по информатике, меньше всего по математике.

Для решения задачи число 7 нужно представить в виде суммы трёх различных натуральных чисел.

Решаем. Так как число 7 единственным образом можно представить в виде суммы трёх различных натуральных чисел: $7 = 1 + 2 + 4$, то больше всего купили книг по информатике — 4, по истории — 2 и одну по математике.

Ответ. Купили одну книгу по математике, 2 — по истории, 4 — по информатике.

1. Сколько могло бы быть вариантов покупки, если бы купили: а) 8 книг; б) 9 книг?

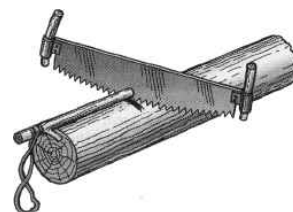


2. Сколько могло бы быть вариантов покупки, если бы не было условия: по математике купили книг меньше, чем по истории?

3. Сколько могло бы быть вариантов покупки, если бы не было условия: по информатике купили книг больше, чем по истории?

Следующая задача посвящена нахождению количества разрезов, необходимых для деления предмета на заданное количество частей.

Задача 5. Имеются брёвна длиной 4 м и 5 м, одинаковой толщины. Бревно перепиливается за 1 мин. Надо



напилить 20 столбиков длиной 1 м. Можно пилить только 4-метровые или только 5-метровые брёвна. Какие брёвна надо пилить, чтобы выполнить работу за кратчайшее время?

Анализируем. Чтобы, например, из 4-метрового бревна получить 4 столбика длиной 1 м каждый, нужно сделать три распила, на 1 меньше, чем количество столбиков: ведь последний распил даёт 2 столбика.

По условию можно для каждого вида брёвен определить то их количество, которое предстоит распилить (это частное от деления количества необходимых столбиков на длину бревна). Потом можно найти количество распилов, которое предстоит сделать (это произведение количества распилов для одного бревна на количество брёвен) и время, необходимое для работы (на один распил требуется 1 мин).

Решаем. Пусть перепиливают 4-метровые брёвна. Одно бревно даёт 4 метровых столбика при трёх распилах (см. рис. 7). Чтобы получить 20 метровых столбиков, надо взять $20:4 = 5$ брёвен и сделать $3 \cdot 5 = 15$ распилов. Для этого потребуется $1 \cdot 15 = 15$ мин.

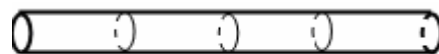


Рис. 7

Пусть перепиливают 5-метровые брёвна. Одно бревно даёт 5 метровых столбиков при четырёх распилах (см. рис. 8). Чтобы получить 20 метровых столбиков, надо взять $20:5 = 4$ бревна и сделать $4 \cdot 4 = 16$ распилов. Для этого потребуется $1 \cdot 16 = 16$ мин.

Так как 15 мин меньше 16 мин, то пилить надо 4-метровые брёвна.

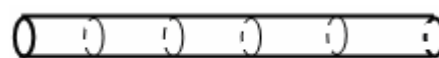


Рис. 8

Ответ. 4-метровые брёвна.

- ?
1. Сколько потребуется распилов, чтобы 4-метровое бревно распилить на полуметровые чурбаки?
 2. Сколько из 4-метрового бревна получится полуметровых чурбаков?
 3. Нельзя ли уменьшить время выполнения указанной работы, распиливая брёвна разной длины?

Нахождение неизвестного количества предметов в следующей задаче связано с нахождением количества промежутков между заданными объектами.

Задача 6. Чтобы подняться с первого этажа на третий этаж дома, надо пройти 48 ступенек. Сколько ступенек надо пройти, чтобы подняться с первого на шестой этаж этого дома, если количество ступенек между соседними этажами одинаковое?



Анализируем. Подняться на третий этаж — это значит преодолеть два этажа: с первого на второй и со второго на третий, то есть на один меньше номера этажа. Пользуясь этим, можем определить, сколько надо пройти ступенек, чтобы подняться на один этаж (количество ступенек между соседними этажами одинаковое!).

Далее можно найти, сколько этажей надо преодолеть, чтобы подняться на шестой этаж и сколько пройти при этом ступенек.

Решаем. Чтобы подняться с первого этажа на третий, нужно преодолеть 2 этажа и пройти 48 ступенек. Чтобы преодолеть один этаж, нужно пройти $48:2 = 24$ ступеньки.

Чтобы подняться с первого на шестой этаж, надо преодолеть $6 - 1 = 5$ этажей и при этом пройти $24 \cdot 5 = 120$ ступенек.

Ответ. 120 ступенек.

1. Сколько этажей надо преодолеть, чтобы подняться с первого на четвёртый этаж?
2. Сколько ступенек надо пройти, чтобы подняться с первого на пятый этаж?
3. Во сколько раз больше надо пройти ступенек, чтобы подняться с первого на седьмой этаж, чем с первого на четвёртый?

Проверь себя

1. На токарном станке вытачивают детали из заготовок: из одной заготовки — одну деталь. Из стружки, которая образовалась после изготовления шести деталей, можно выплавить еще одну заготовку. Сколько деталей можно получить из 64 заготовок, если стружку переплавлять в заготовки?

- А. 64. Б. 74. В. 76. Г. 77.

2. Моя остановка трамвая — седьмая от одного конца маршрута, и двенадцатая — от другого конца. Сколько на этом маршруте всего остановок?

А. 17. Б. 18. В. 19. Г. 20.

3. Длина забора 20 метров. Сколько в заборе столбов, если столб от столба стоит на расстоянии двух метров?

А. 9. Б. 10. В. 11. Г. 19.

4. Лена, Оля и Таня втроем участвовали в беге на 100 м. Лена прибежала к финишу на 2 с раньше Оли, а Оля — на 1 с позже Тани. Кто прибежал последним и на сколько секунд он отстал от предпоследнего?

А. Таня, на 1 с. Б. Таня, на 2 с. В. Оля, на 2 с. Г. Оля, на 1 с.

5. Мама дала Вере несколько верёвок и поручила ей нарезать маленькие верёвочки для завязывания мешков. Спустя некоторое время Вера подсчитала, что она сделала 12 разрезов и получила 19 маленьких завязок. Сколько верёвок разрежала Вера, если она разрежала все верёвки, полученные от мамы?

А. 5. Б. 6. В. 7. Г. Определить невозможно.

6. Таня живёт на 2-м этаже. Ваня в том же подъезде, но ему приходится подниматься по лестнице, в которой в 2 раза больше ступенек. Ступенек до подъезда и до 1-го этажа нет. На каком этаже живёт Ваня?

А. На 3-м. Б. На 4-м. В. На 6-м. Г. Определить невозможно.

Реши сам

1. Юра живёт в квартире № 67 пятиэтажного дома. В каждом подъезде на каждом этаже 3 квартиры: в порядке возрастания номеров одна слева, одна посередине, одна справа.

а) В каком подъезде живёт Юра?

б) На каком этаже он живёт?

в) Где расположена его квартира — слева, посередине, справа?

2. Малыш, Карлсон и Буратино участвовали в легкоатлетическом забеге. В какой-то момент времени оказалось, что они бегут рядом друг с другом, впереди

них бежит половина участников забега и позади них — треть участников забега. Сколько спортсменов участвовало в забеге?

3. Вокруг клумбы квадратной формы надо разместить 14 камешков так, чтобы вдоль каждой стороны было одинаковое количество камешков. Можно ли это сделать?

4. Катя, Маша и Оксана купили на троих 6 порций мороженого. Катя купила больше, чем Маша, а Оксана – меньше, чем Маша. Никто из девочек не остался без мороженого. Сколько порций купила каждая девочка?

5. Есть несколько веревок длиной 1 м и длиной 2 м. Сумма длин всех веревок равна 18 м. Какое наименьшее количество разрезов без наложения веревок понадобится, чтобы разрезать все верёвки на верёвочки длиной 50 см?

6. Нина, Катя и Оля живут в одном подъезде. Нина, которая живёт на четвёртом этаже, поднимается на 70 ступенек, а Катя, живущая на первом этаже, – на 10 ступенек. На сколько ступенек поднимается Оля, живущая на третьем этаже?

Ответы и указания к заданиям «Готовимся к решению задачи»

1. Б. Воспользуйтесь правилом деления «уголком».

2. А. Найдите неполное частное от деления 340 на 42.

3. Г. Найдите остаток от деления 340 на 42.

4. В. Остаток от деления числа 344 на 42 разделите на 3.

5. Г. Изобразите точками вагоны поезда, воспользовавшись условием.

6. Б. Изобразите точками вагоны поезда, воспользовавшись условием.

7. Б. Вычтите из общего количества столбов столбы у вершин треугольника.

8. Г. Воспользуйтесь тем, что количество разрезов на 1 меньше количества верёвочек.

9. Б. Воспользуйтесь тем, что подъём с первого этажа на 4-й в 3 раза длиннее подъёма с первого этажа на 2-й.

Ответы на вопросы к задачам

Задача 1. 1) 243; 2) 243; 3) вторник; 4) 130; 5) 469.

Задача 2. 1а) 0; 1б) 6; 2) 1; 3) 1; 4) или 5, или 6, или 7.

Задача 3. 1) 76; 2) 200; 3) 16; 4) 90 м.

Задача 4. 1а) 2; 1б) 3; 2) 6; 3) 6.

Задача 5. 1) 7; 2) 8; 3) нет.

Задача 6. 1) 3; 2) 96; 3) в 2 раза.

Ответы к заданиям «Проверь себя»

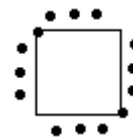
1	2	3	4	5	6
В	Б	Б	Г	В	А

Ответы и указания к заданиям «Реши сам»

1. а) В пятом подъезде; б) на третьем этаже; в) слева. Воспользуйтесь тем, что этажей 5 и на каждом этаже 3 квартиры.

2. 18. Воспользуйтесь тем, что разность между количеством бегущих впереди трёх друзей и количеством бегущих сзади них равна 3.

3. Можно (см. рис.). Так как число 14 при делении на 4 даёт в неполном частном число 3, а в остатке — число 2, то расположите два камешка в противоположных вершинах квадрата.



4. Катя – 3, Маша – 2, Оксана – 1. Обратите внимание на то, что у каждой девочки есть, по крайней мере, одна порция мороженого.

5. 19. Рассмотрите различные варианты выбора количеств метровых и двухметровых верёвок так, чтобы сумма их длин равнялась 18 м.

6. 50. Обратите внимание на то, что на пути на первый этаж имеется 10 ступенек.

3. Измерение величин

Математика широко применяется для измерений. С измерениями человеку приходится иметь дело каждый день. Приходится измерять время, длины, массы, денежные расходы, температуру и многое другое.

Готовимся к решению задач

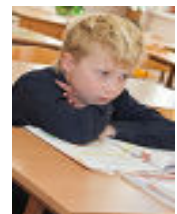
1. Половину пути от дома до стадиона Петя на велосипеде преодолевает за 10 минут. За сколько времени он преодолевает весь этот путь?

2. Пешком Петя от дома до стадиона добирается за 50 минут. За сколько времени он преодолевает половину этого пути?
3. Сумма трёх чисел равна 32. Одно из них равно 6. Чему равна сумма двух остальных чисел?
4. Сумма двух чисел равна 20, а их разность равна 6. Найдите эти числа.
5. Сумма двух чисел равна 40, одно из чисел больше другого на 8. Во сколько раз одно число больше другого?
6. Три килограмма картофеля стоят 66 руб. Какова цена 1 кг картофеля?
7. Червяк ползёт по стволу липы высотой 11 м. За ночь он поднимается на 4 м. Сколько метров ему остаётся до вершины?
8. Червяк ползёт по стволу липы высотой 11 м. За ночь он поднимается на 5 м, а днём спускается на 3 м. На какую высоту он поднимается за сутки?
9. Червяк ползёт по стволу липы высотой 11 м. За ночь он поднимается на 5 м, а днём спускается на 3 м. Достигнет ли он вершины за: 1) трое суток; 2) четверо суток? Если достигнет, то ночью или днём?

Решение задач

В следующей задаче предусматривается нахождение значения некоторой величины по известным другому её значению и сумме половин этих двух значений.

Задача 1. Если Вася половину уроков делает в тишине, а вторую половину при включённом телевизоре, то он затрачивает на уроки 120 мин. Если же все уроки он делает в тишине, то на подготовку уроков у него уходит 60 мин. Сколько времени Вася тратит на уроки, если все уроки он делает при включённом телевизоре?



Анализируем. В задаче рассматриваются два значения величины: время, необходимое для приготовления половины уроков в тишине, и время, необходимое для приготовления половины уроков при включённом телевизоре. Известны произведение одного значения на 2 (60 мин) и сумма этих значений (120 мин). Требуется найти удвоенное второе её значение.

Из удвоенного значения времени, необходимого для приготовления половины уроков в тишине, можно найти это значение. Зная это значение и сумму обоих значений, можно найти второе значение, а по нему и его удвоенное значение времени, необходимого для приготовления половины уроков при включённом телевизоре.

Решаем. Так как на все уроки в тишине Вася тратит 60 мин, то на половину уроков в тишине ему необходимо $60:2 = 30$ (мин).

Так как на приготовление половины уроков в тишине и половины уроков при включённом телевизоре Васе необходимо 120 мин, а на приготовление половины уроков в тишине он тратит 30 мин, то на половину уроков при включённом телевизоре у него уходит $120 - 30 = 90$ (мин). Тогда на приготовление всех уроков при включённом телевизоре Васе необходимо $90 \cdot 2 = 180$ (мин).

Ответ. 180 минут.

1. На сколько минут больше тратит Вася на приготовление всех уроков при включённом телевизоре, чем в тишине?

2. К ответу «180 минут» приводит и сложение данных: $120 + 60 = 180$. Правильно ли это решение?

3. За 4 дня Вася потратил на уроки 5 часов. Сколько из этого времени уроки делались в тишине?

Нахождение неизвестного значения некоторой величины в следующей задаче основано на том, что известны её изменения на разных промежутках времени.

Задача 2. Червяк ползёт по стволу липы. Ночью он поднимается на 4 м вверх, а днём спускается на 2 м вниз. На восьмую ночь червяк достиг вершины дерева. Какова высота липы?



Анализируем. По условию задачи можно определить, сколько полных суток полз червяк и на какую высоту он поднимался за сутки. Ведь ночью он полз вверх, а днём спускался вниз. Поскольку днём червяк не поднимается, то начал он движение ночью.

Тогда останется подсчитать, на какую высоту может подняться червяк за найденное количество суток и при этом учесть, что вершины он достиг на восьмую ночь.

Решаем. Червяк за сутки поднимается на $4 - 2 = 2$ (м). Полз он 7 суток и ещё одну ночь. За 7 суток он поднимается на $2 \cdot 7 = 14$ (м). Так как на восьмую ночь он достиг вершины дерева, то за эту ночь он мог подняться не более, чем на 4 м. Всего он поднимется на высоту, большую 14 м, но не превышающую $14 + 4 = 18$ (м).

Таким образом, высота липы не больше 18 м. При этом нужно учесть, что за 6 суток червяк поднялся на $2 \cdot 6 = 12$ (м), за седьмую ночь ещё на 4 м (но не достиг вершины), то есть высота липы больше, чем $12 + 4 = 16$ (м).

Ответ. Больше 16 м, но не больше 18 м.

- ?
1. *Может ли высота липы равняться: а) 16 м? б) 17 м? в) 18 м?*
 2. *Если червяк и дальше будет продолжать такое же движение, то на какой высоте он окажется в конце дня на восьмые сутки?*
 3. *На какой высоте был червяк в конце 5-й ночи?*

В следующей задаче рассматривается нахождение двух неизвестных значений некоторой величины по их сумме и разности.

Задача 3. Масса трёх чемоданов 28 кг. Масса Таниного чемодана на 4 кг меньше массы двух других чемоданов вместе. Какова масса Таниного чемодана?



Анализируем. Из условия следует, что масса трёх чемоданов может быть представлена в виде суммы двух слагаемых: массы Таниного чемодана и массы двух других чемоданов.

$$\boxed{\text{Масса трёх чемоданов}} = \boxed{\text{Масса Таниного чемодана}} + \boxed{\text{Масса других двух чемоданов}}$$

Задача сводится к нахождению этих слагаемых по известным их сумме и разности.

Решаем. Если бы масса Таниного чемодана равнялась массе двух других чемоданов, то масса трёх чемоданов равнялась бы $28 - 4 = 24$ (кг), а масса Таниного чемодана $- 24:2 = 12$ (кг).

Ответ. 12 кг.



1. Чему равна масса двух чемоданов, среди которых нет Таниного?
2. Можно ли определить массу каждого из трёх чемоданов?
3. Сколько чемоданов такой же массы могла бы Таня взять в полёт на самолёте, если разрешается брать груз, не превышающий 40 кг?
4. Чему равнялась бы масса Таниного чемодана, если бы она была на 4 кг больше массы двух других чемоданов вместе?

В следующей задаче вначале по сумме и разности двух значений находится каждое из этих значений, а затем по стоимости нескольких одинаковых единиц продукции находится стоимость одной единицы.

Задача 4. За 3 кг печенья и 2 кг конфет заплатили 340 руб., причём за печенье заплатили на 20 руб. больше, чем за конфеты. Сколько стоит 1 кг печенья и сколько стоит 1 кг конфет?



Анализируем. В задаче рассматриваются значения двух величин: стоимости 3 кг печенья и стоимости 2 кг конфет. Известны их сумма и разность. По ним можно найти каждое из них.

Один из методов их нахождения (его иногда называют методом уравнивания) состоит в следующем. Если бы эти значения величины были равны между собой, например, стоимость конфет равна стоимости печенья, то прибавив к данной сумме данную разность, получим удвоенное одно из двух значений. Отсюда находится одно значение, а затем и другое.

Зная стоимость 3 кг печенья и стоимость 2 кг конфет, можно найти стоимость 1 кг печенья и стоимость 1 кг конфет.

Решаем. Если бы 2 кг конфет стоили столько же, сколько 3 кг печенья, то есть стоимость 2 кг конфет была бы на 20 руб. больше фактической, то их общая стоимость равнялась бы $340 + 20 = 360$ (руб.).

Так как, по предположению, 3 кг печенья и 2 кг конфет стоили одинаково, то 3 кг печенья стоят $360:2 = 180$ (руб.), а ввиду того, что 2 кг конфет на 20 руб. дешевле, то их стоимость равна $180 - 20 = 160$ (руб.).

Отсюда следует, что 1 кг печенья стоит $180:3 = 60$ (руб.), а 1 кг конфет — $160:2 = 80$ (руб.).

Ответ. 60 руб. и 80 руб.



1. На сколько рублей 1 кг печенья дешевле 1 кг конфет?
2. Можно ли было решать задачу из предположения, что 3 кг печенья стоят столько же, сколько 2 кг конфет?
3. Сколько стоили бы 1 кг печенья и 1 кг конфет, если бы за 2 кг конфет заплатили на 40 руб. больше, чем за 3 кг печенья?

Проверь себя

1. Если Петя половину картофеля, необходимого для приготовления обеда, чистит вручную, а вторую половину — с помощью картофелечистки, то он затрачивает на эту работу 20 мин. Если же весь картофель он чистит с помощью картофелечистки, то у него уходит 10 мин. Сколько времени Петя тратит на чистку всего картофеля вручную?

А. 50 мин. Б. 40 мин. В. 35 мин. Г. 30 мин.

2. По вертикальному столбу высотой 6 м движется улитка. За ночь она поднимается на 4 м, за день опускается на 3 м. На какой высоте улитка будет через сутки, если она начала подниматься вечером?

А. 4 м. Б. 3 м. В. 2 м. Г. 1 м.

3. Три одинаковых гусенка тяжелее, чем четыре одинаковых утенка. Кто тяжелее: четыре таких же гусёнка или пятеро утят?

А. 4 гусёнка. Б. 5 утят. В. Одинаково. Г. Определить невозможно.

4. Две книги стоят вместе 280 руб., причём одна из них на 40 руб. дороже второй. Сколько стоит более дешёвая из них книга?

А. 100 руб. Б. 120 руб. В. 140 руб. Г. 160 руб.

Реши сам

1. Весной Степан ввиду отсутствия моста добирается в школу или пешком в обход водоёма, или на лодке. Если туда и обратно он добирается на лодке, то на дорогу он затрачивает 20 мин. Если же в одну сторону он добирается на лодке, а в другую – пешком, то на дорогу у него уходит 70 мин. Сколько минут необходимо Степану, чтобы добраться в школу и обратно пешком?
2. По столбу высотой 10 м взбирается улитка. Ночью она поднимается на 5 м, а днём опускается на 4 м. На какие сутки улитка достигнет вершины столба?
3. Из 6 кг сахарного тростника выходит в среднем 5 кг сока, из 52 кг сока вырабатывается 4 кг сахара. Сколько сахарного тростника понадобится, чтобы получить: а) 60 кг сахара; б) 70 кг сахара; в) 600 кг сахара?
4. Для награждения победителей математической олимпиады школа купила 30 книг по 800 руб. и по 1000 руб. — всего на 26 600 руб. Каких книг купили больше — более дорогих или более дешёвых — и на сколько?

Ответы и указания к заданиям «Готовимся к решению задачи»

1. **За 20 мин.** Воспользуйтесь тем, что целое больше своей половины в 2 раза.
2. **За 25 мин.** Воспользуйтесь тем, что целое больше своей половины в 2 раза.
3. **26.** Воспользуйтесь тем, что неизвестное слагаемое равно разности суммы и известного слагаемого.
4. **13 и 7.** Предположите, что эти числа равны меньшему, и найдите их сумму при этом предположении, воспользовавшись тем, что их разность равна 6.
5. **В 1,5 раза.** Воспользуйтесь указанием к заданию 4.
6. **22 руб.** Воспользуйтесь тем, что стоимость нескольких приобретённых единиц продукции равна произведению цены одной единицы продукции на количество приобретённых единиц этой продукции.
7. **7 м.** Воспользуйтесь тем, что длина всего пути равна сумме длин пройденной и оставшейся частей пути.
8. **На 2 м.** Обратите внимание на то, что днём червяк движется в обратном направлении.

9. 1) Нет. 2) Да, ночью. Можно установить, на какой высоте окажется червяк через сутки, двое, трое суток, и т. д.

Ответы на вопросы к задачам

Задача 1. 1) 120 мин; 2) нет; 3) 210 мин.

Задача 2. 1а) Нет; 1б) да; 1в) да; 2) 16 м; 3) 12 м.

Задача 3. 1) 16 кг; 2) нет; 3) три; 4) 16 кг.

Задача 4. 1) На 20 руб.; 2) да; 3) 50 руб., 95 руб.

Ответы к заданиям «Проверь себя»

1	2	3	4
Г	Г	А	Б

Ответы и указания к заданиям «Реши сам»

1. **120 мин.** Найдите, сколько минут затрачивает Степан в одну сторону, передвигаясь на лодке.

2. **На 6-е сутки.** Вычислите, на сколько метров поднимается улитка за сутки и через сколько суток она окажется на высоте, с которой сможет достичь вершины за следующую ночь.

3. **а) 936 кг; б) 1092 кг; в) 9360 кг.** Найдите вначале, сколько понадобится сока на выработку 1 кг, а затем на заданное число кг сахара. Учитывая, что все заданные массы сахара делятся на 5, найдите массы необходимого тростника.

4. **Более дешёвых, на 4.** Воспользуйтесь методом уравнивания, рассмотренным в решении задачи 4. Предположите, например, что книги стоили по 1000 руб.

4. Анализ данных и планирование действий

Математика помогает планировать работу, выбирать наилучший план её выполнения, находить пути получения нужного результата, принимать правильные и справедливые решения.

Готовимся к решению задач

1. Двум рабочим поручено выполнить некоторую работу, которую они оба мо

гут выполнять. Второй приступил к работе на 30 мин позже первого, и через 3 часа они закончили эту работу. Могли ли они выполнить эту работу за меньшее время?

2. Двум рабочим поручено выполнить некоторую работу, которую они оба могут выполнять. Начали выполнять эту работу одновременно, но первый свою часть работы закончил на 15 мин раньше второго. Работа была закончена через 3 часа после начала её выполнения. Могли ли они выполнить эту работу за меньшее время?

3. Двум рабочим поручено выполнить некоторую работу, которую они оба могут выполнять. Начали выполнять эту работу одновременно, но первому из-за поломки инструмента пришлось сделать получасовой перерыв. Закончили работу они одновременно, через 3 часа после её начала. Является ли это время кратчайшим для выполнения работы?

4. При каких условиях несколько человек, выполняющих некоторую работу, выполнят её за наименьшее время, если каждый будет работать со своей производительностью?

5. В ящике лежат 4 чёрных и 4 белых шара. Какое наименьшее количество шаров надо вытащить, не заглядывая в ящик, чтобы среди них наверняка было 2 шара одного цвета?

А. 2. Б. 3. В. 4. Г. 5.

6. В ящике лежат 4 чёрных и 4 белых шара. Какое наименьшее количество шаров надо вытащить, не заглядывая в ящик, чтобы среди них наверняка было 2 шара разных цветов?

А. 2. Б. 3. В. 4. Г. 5.

7. В ящике лежат 4 чёрных и 4 белых шара. Какое наименьшее количество шаров надо вытащить, не заглядывая в ящик, чтобы среди них наверняка было 2 шара чёрного цвета?

А. 4. Б. 5. В. 6. Г. 8.

8. Пятнадцать одинаковых конфет поровну делятся между тремя друзьями. Сколько конфет получит каждый?

9. У Пети 9 одинаковых конфет, у Васи — 6 таких же конфет. Когда к ним присоединился Коля, у которого не было конфет, они соединили все конфеты и разделили поровну на троих. Сколько Петиних конфет и сколько Васиных конфет досталось Коле?

10. Разделите: а) число 10 пропорционально числам 4 и 1; б) число 12 пропорционально числам 4 и 2.

Решение задач

Нахождению оптимального плана работ посвящена следующая задача.

Задача 1. Родителям маленького Серёжи предстоит выполнить три домашних работы:



1) пропылесосить ковры (на это требуется 40 мин, у них имеется 1 пылесос);

2) подрезать деревья в саду (на это требуется 40 мин, у них имеется одни ножницы);

3) накормить и уложить спать Серёжу (на это требуется 40 мин).

Любую из этих работ может выполнять каждый из родителей. Как распределить эту работу между родителями, чтобы завершить её в кратчайшее время?

Анализируем. В задаче требуется так спланировать работу родителей Серёжи, чтобы она была выполнена в кратчайшее время. Если удастся спланировать работу родителей так, что они начнут и закончат работу одновременно, то время её выполнения будет кратчайшим.

Понятно, что если кто-то из родителей будет выполнять какую-то работу от начала до конца, то это требование выполняться не будет. Например, если работу 1) будет выполнять один из родителей, а работу 2) — другой, то при выполнении работы 3) один из родителей не будет занят. Поэтому ясно, что некоторые, а может быть и все работы нужно делить между родителями. Таким об-

разом, нужно разделить каждый вид работы на части так, чтобы оба родителя были заняты одновременно.

Решаем. План действий:

- в течение 20 мин один из родителей пылесосит ковры, а другой – подрезает деревья;

- в течение следующих 20 мин один из родителей заканчивает пылесосить ковры, а другой – занимается Сергеем;

- в течение следующих 20 мин один из родителей заканчивает подрезать деревья, а другой – занимается Сергеем.

Всего понадобится 60 мин. Так как каждый родитель был занят всё время, то найденное время является кратчайшим.

1. *Существует ли другой план действий?*

2. *Уменьшится ли время на выполнение работ, если садовых ножниц имеется пара?*

3. *Можно ли уменьшить время на выполнение работ за счёт изменения плана действий?*

В следующей задаче рассматривается нахождение наименьшего количества предметов, которые наугад нужно извлечь из совокупности так, чтобы выполнялись некоторые условия.

Задача 2. В ящике лежат 100 чёрных и 100 белых шаров. Какое наименьшее количество шаров надо вытащить, не заглядывая в ящик, чтобы среди них наверняка было 2 шара: а) одного цвета; б) белого цвета?



Анализируем. Здесь совокупность шаров в коробке состоит из двух групп: чёрных и белых. Известны количества шаров каждого цвета.

В задании а) требуется найти наименьшее количество шаров, которое нужно извлечь, не заглядывая в ящик, чтобы среди них оказалось 2 шара одного цвета. Так как количество шаров одного цвета, которые должны быть среди

извлечённых, совпадает с количеством различных цветов шаров в ящике, то понятно, что недостаточно извлечь два шара.

В задании б) требуется, чтобы среди извлечённых обязательно были 2 белых шара. Ясно, что недостаточно извлечь 100 шаров: они все могут оказаться чёрного цвета. Количество извлечённых шаров должно превосходить количество шаров той группы, к которой не принадлежат белые шары.

Решаем. а) Извлечение 2 шаров не обязательно приведёт к наличию двух шаров одного цвета: они могут оказаться различных цветов. Но добавление одного шара обязательно приведёт к наличию 2-х шаров одного цвета. Итак, достаточно извлечь 3 шара.

б) Ясно, что извлечение 100 шаров недостаточно для получения 2-х белых шаров. Недостаточно и извлечение 101 шара: среди них может оказаться 100 чёрных и только один белый. Надо извлечь $100 + 2 = 102$ шара. Среди них обязательно окажется 2 белых.

Ответ. а) 3; б) 102.

- 1. Какое наименьшее количество шаров понадобилось бы извлечь, если бы в ящике было по 1000 шаров каждого цвета?*
- 2. Какое наименьшее количество шаров понадобилось бы извлечь, чтобы среди них наверняка было бы 3 шара одного цвета?*
- 3. Какое наименьшее количество шаров понадобилось бы извлечь, чтобы среди них наверняка было бы 5 шаров белого цвета?*

Нахождению справедливого распределения платы за предоставленные услуги посвящена следующая задача.

Задача 3. У Тараса было 5 конфет, у Юры — 4 такие же конфеты. К ним присоединилась Елена, и они разделили конфеты поровну. Елена дала ребятам 18 орехов и попросила ребят разделить их между собой. Сколько орехов должен получить Тарас и сколько Юра?



Анализируем. В условии сказано, что дети конфеты поделили между собой поровну. Это позволяет найти количество конфет, которое получил каждый

из детей.

Если орехи, переданные Еленой, рассматривать как компенсацию за полученные ею конфеты, то, зная количество конфет, которые достались Елене, можно найти «цену» одной конфеты, а значит и «стоимость» конфет Тараса и конфет Юры.

Решаем. Дети разделили между собой $5 + 4 = 9$ конфет. Каждому досталось по $9:3 = 3$ конфеты. За полученные 3 конфеты Елена дала ребятам 18 орехов, то есть $18:3 = 6$ орехов за каждую конфету.

Тарас передал Елене $5 - 3 = 2$ конфеты, за них он должен получить $6 \cdot 2 = 12$ орехов, а Юра передал Елене $4 - 3 = 1$ конфету, за неё он должен получить $6 \cdot 1 = 6$ орехов.

Ответ. 12 и 6.

1. На сколько больше орехов должен был бы получить Тарас, если бы Елена передала ребятам 24 ореха?

2. Сколько орехов должен был бы получить Тарас и Юра, если бы у Тараса было 8 конфет, а у Юры 4 конфеты?

3. Можно ли было бы справедливо распределить орехи, переданные Еленой ребятам, если бы у Тараса было 7 конфет, а у Юры 8 конфет?

Очень часто сведения, информацию о большой совокупности объектов представляют в виде таблиц. Уметь делать выводы из информации, извлечённой из этих таблиц очень полезно, а иногда даже просто необходимо.

Задача 4. Класс выполнил контрольную работу, в которой можно было набрать самое большее 30 баллов. Результаты представлены в таблице



22	24	20	21	18	21	26	17	10	15	30	22	26	25	18	22	28	16	12	23
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

а) Сколько оценок «5» в классе, если эта оценка ставилась не менее чем за 25 баллов?

б) Сколько оценок «4» в классе, если эта оценка ставилась не менее чем за 20 баллов?

в) Какой минимальной сумме баллов может соответствовать оценка «3», если известно, что два ученика получили оценку «2»?

г) Укажите самый худший результат в классе.

Анализируем. В таблице приведены результаты (в баллах) выполнения контрольной работы в классе. Для упрощения решения можно эти результаты упорядочить (расположить по убыванию баллов).

Решаем. Расположим результаты выполнения контрольной работы по убыванию баллов:

30, 28, 26, 26, 25, 24, 23, 22, 22, 22, 21, 21, 20, 18, 18, 17, 16, 15, 12, 10.

а) В таблице имеется 5 чисел, не меньших 25, поэтому 5 человек в классе получили оценку «5».

б) В таблице имеется 8 чисел от 20 до 24, поэтому 8 человек получили оценку «4».

в) Так как два ученика получили оценку «2», то это соответствует двум самым низким результатам: 10 и 12 баллам. Поэтому оценка «3» может соответствовать минимальной сумме баллов – 13.

г) Самый худший результат в классе – 10 баллов.

1. Сколько учащихся писали контрольную работу?

2. Какой самый высокий балл в классе?

3. Каким баллам из полученных соответствует оценка «3»?

4. Сколько человек в классе получили оценку «3»?

Проверь себя

1. Двое мужчин и два мальчика хотят переплыть реку. Их маленькое каноэ может выдержать лишь одного мужчину или двух мальчиков. Сколько раз лодке придется пересечь реку, чтобы всем четверем перебраться на другой берег?

А. 7 раз.

Б. 8 раз.

В. 9 раз.

Г. 10 раз.

2. В темной комнате стоит 5 одинаковых пар ботинок. Какое минимальное количество ботинок нужно взять наугад, чтобы из них можно было составить пару?

А. 3.

Б. 4.

В. 6.

Г. 8.

3. Три рыбака решили сообща на костре сварить уху. Первый дал два окуня, второй четыре таких же окуня, а третий рыбак не поймал ни одного окуня и решил отблагодарить товарищей, дав им 60 руб. Как должны разделить эти деньги между собой два рыбака, выделившие окуней для ухи?

А. По 30 руб.

Б. Первому 20 руб., второму 40 руб.

В. Первому 15 руб., второму 45 руб. **Г.** 60 руб. второму.

4. Для изучения спроса продавец бананов в течение трёх дней отмечал, сколько килограммов фруктов купил каждый из покупателей. Полученную информацию он представил в виде следующей таблицы:

Масса покупки	Количество покупателей		
	1-й день	2-й день	3-й день
1 кг	16	12	20
2 кг	8	15	12
3 кг	6	3	6
4 кг		1	
5 кг	2		

Продавцу привозили каждый день для продажи 4 коробки бананов по 16 кг в каждой. Он считает день удачным, если удаётся продать все бананы или остаются непроданными не более 2 кг. Какой день был удачным у продавца?

А. 1-й.

Б. 2-й.

В. 3-й.

Г. Определить невозможно.

Реши сам

1. Турист хочет приготовить себе на завтрак два яйца всмятку и еще четыре сварить вкрутую. Всмятку яйца варятся 2 минуты, вкрутую — 4 минуты. (Яйца кладутся в кипящую воду). За какое наименьшее время турист может сварить яйца, если у него есть кастрюлька, в которой помещается только четыре яйца?

2. В ящике лежат цветные карандаши: 10 красных, 8 синих, 8 зеленых и 4 желтых. В темноте берем из ящика карандаши. Какое наименьшее количество ка-

рандашей нужно взять, чтобы среди них обязательно были по крайней мере два карандаша каждого цвета?

3. Три хозяйки, живущие в одной квартире, сговорились заготовить поровну для кухонной печи 9 куб. м дров. Первая из них заготовила 4 куб. м, вторая 5 куб. м, а третья не смогла участвовать в заготовке дров и решила отблагодарить соседок, дав им 720 руб. Как две хозяйки, участвовавшие в заготовке дров, должны разделить между собой эти деньги?

4. Для изучения спроса продавец бананов в течение трёх дней отмечал, сколько килограммов фруктов купил каждый из покупателей. Полученную информацию он представил в виде следующей таблицы:

Масса покупки	Количество покупателей		
	1-й день	2-й день	3-й день
1 кг	16	12	20
2 кг	8	13	12
3 кг	6	3	6
4 кг		3	
5 кг	2		

Используя таблицу, ответьте на следующие вопросы:

- а) В какой день у продавца было больше всего покупателей?
- б) В какой день купили больше всего бананов?
- в) Зависит ли масса проданных бананов в день от количества покупателей?

Ответы и указания к заданиям «Готовимся к решению задачи»

- 1. **Могли.** Обратите внимание на то, что к работе они приступили не одновременно.
- 2. **Могли.** Обратите внимание на то, что часть времени первый не работал.
- 3. **Да.** Обратите внимание на то, что один из рабочих часть времени не работал.
- 4. **Работу должны начать и закончить одновременно, выполнением работы все должны быть заняты всё время.** Воспользуйтесь указаниями к заданиям 1 – 3.

5. **Б.** Обратите внимание на то, что 2 извлечённых шара могут быть разных цветов.
6. **Г.** Обратите внимание на то, что 4 извлечённых шара могут быть одного цвета.
7. **В.** Обратите внимание на то, что среди 5 извлечённых шаров чёрных может быть только один.
8. **5.** Обратите внимание на то, что деление производится поровну.
9. **4 и 1.** Найдите предварительно, сколько конфет получил каждый.
10. **а) 8 и 2; б) 8 и 4.** Воспользуйтесь тем, что решение задачи на пропорциональное деление сводится к решению задачи на части.

Ответы на вопросы к задачам

- Задача 1.** 1) Да; 2) нет; 3) нет.
- Задача 2.** 1а) 3; 1б) 1002; 2) 5; 3) 105.
- Задача 3.** 1) На 8; 2) 18 и 0. 3) Нет.
- Задача 4.** 1) 20; 2) 30; 3) 15, 16, 17, 18; 4) 5.

Ответы к заданиям «Проверь себя»


1	2	3	4
В	В	Г	В

Ответы и указания к заданиям «Реши сам»

1. **5 мин.** Обратите внимание на то, что туристу понадобится наименьшее время, если в течение всего времени приготовления завтрака кастрюля будет максимально заполнена, то есть в ней всё время будет находиться четыре яйца.
2. **28.** Учтите, что при поиске ответа нужно рассматривать самый «худший» вариант выбора карандашей.
3. **240 руб. и 480 руб.** Воспользуйтесь рассуждениями, приведенными при решении задачи 3. 4. **а) В 3-й день; б) в 3-й день; в) не зависит.** Для поиска ответов на поставленные вопросы используйте таблицу, в которой указаны для каждого из трёх дней масса проданных бананов и количество покупателей.

Контрольное задание

Выполнение контрольного задания предполагает обязательное выполнение контрольного теста и основного задания. Оцениваются результаты выполнения основного задания, а результаты выполнения контрольного теста позволяют судить о степени готовности к выполнению основного задания. Ещё одну оценку можно получить за выполнение дополнительного задания. Задания для исследования не оцениваются.

Все составляющие контрольного задания разделены знаком  на части, соответствующие блокам рассматриваемой темы.

Критерии оценок

Оценка		Основное задание	Дополнительное задание
«зачтено»	Решено не менее	5 задач	—
«хорошо»	Решено не менее	7 задач	5 задач
«отлично»	Решено не менее	10 задач	8 задач

Контрольный тест

Настоящий тест предназначен для подготовки к выполнению основного задания. Многие его задания аналогичны заданиям «Проверь себя», к которым приведены ответы. Пользуйтесь этим.

Выполнение контрольного теста состоит в выборе правильного ответа из четырёх приведенных. Помните, что среди приведенных есть правильный ответ, и он только один. Если же Вы уверены, что правильного ответа нет среди приведенных, в качестве ответа выберите букву «Д».

1. Прямоугольные плиты для настила тротуара имеют размеры 60 см × 40 см. Сколько необходимо плит, чтобы настелить площадку длиной 14 м 40 см и шириной 3 м?

А. 3 600.

Б. 180.

В. 120.

Г. 90.

2. Имелось 122 яблока. Их поровну распределили между детьми одной группы детского садика. При этом 7 яблок остались нераспределёнными, их не хватило для того, чтобы каждый получил ещё по яблоку. Между сколькими детьми распределяли яблоки?

А. Между 5-ю. Б. Между 23-мя. В. Между 61-м. Г. Между 115-ю.

3. В одном ряду в кинотеатре 26 мест. Каким при счете справа будет место, седьмое при нумерации слева?

А. 18-м. Б. 19-м. В. 20-м. Г. 21-м.

4. Чтобы оградить участок квадратной формы, нужно установить 28 столбов по одинаковому количеству столбов вдоль каждой стороны, причем, по два в вершинах квадрата. Сколько столбов будет установлено вдоль каждой стороны?

А. 4. Б. 5. В. 8. Г. 9.

5. Коля, Саша и Алёша на рыбалке поймали всего 9 рыб. Каждый из них поймал какое-то количество рыб, причём Саша поймал больше рыб, чем Алёша, а Коля — меньше, чем Алёша. Сколько рыб поймал Алёша?

А. 2 или 3. Б. 3 или 4. В. 2. Г. 3.

6. Имеется 60 трёхметровых брёвен, которые надо разрезать на полуметровые чурбаки. Сколько разрезов придётся сделать?

А. 360. Б. 300. В. 180. Г. 120.

7. Во сколько раз лестница с 1-го на 4-й этаж в школе длиннее лестницы с 1-го на 2-й этаж, если количества ступенек на всех этажах одинаковы?

А. В 2 раза. Б. В 3 раза. В. В 4 раза. Г. Определить невозможно.

8. Если Игорь зимой в школу идёт на лыжах, а обратно пешком, то он затрачивает на дорогу 90 мин. Если же туда и обратно он идёт на лыжах, то на дорогу у него уходит 60 мин. Сколько времени Игорь тратит на дорогу, если туда и обратно он идёт пешком?

А. 180 мин. Б. 150 мин. В. 120 мин. Г. 100 мин.

9. Улитка ползёт по столбу. Ночью она поднимается на 5 м вверх, а днём спускается на 3 м вниз. На девятую ночь улитка достигла вершины столба. Какова высота столба?

А. 18 м. Б. 19 м. В. 21 м Г. Больше 16 м, но не больше 21 м.

10. Масса белого медведя и льва вместе равна 1 000 кг, причём масса медведя в 3 раза больше массы льва. На сколько килограммов масса белого медведя больше массы льва?

А. На 125 кг. Б. На 250 кг. В. На 500 кг. Г. На 625 кг.

11. Десять слив имеют такую же массу, как три яблока и одна груша, а шесть слив и одно яблоко — как одна груша. Сколько слив нужно взять, чтобы их масса равнялась массе одной груши?

А. 6. Б. 7. В. 8. Г. 9.

12. На сковородке помещается 2 кусочка хлеба. На поджаривание кусочка с одной стороны требуется 1 мин. За какое наименьшее время можно поджарить 3 кусочка хлеба с обеих сторон?

А. За 4 мин. Б. За 3 мин. 30 с. В. За 3 мин. Г. За 2 мин 30 с.

13. У великана-людоеда в темном чулане стояли 4 пятимильных сапога, 5 шестимильных и 6 семимильных сапог. Какое наименьшее количество сапог нужно достать, чтобы подобрать пару, то есть два сапога одного вида?

А. 3. Б. 4. В. 5. Г. 6.

14. Три подружки договорились к праздничному столу купить 12 пирожных. Первая из них купила 5 штук, вторая — 7, а третья не купила пирожных и решила отблагодарить подруг, дав им 120 руб. Как подружки, купившие пирожные, должны разделить между собой эти деньги, если съели они по одинаковому количеству пирожных?

А. По 60 руб. каждой. Б. Первой 50 руб., второй 70 руб.
В. Первой 30 руб., второй 90 руб. Г. 120 руб. второй подружке.

15. Для изучения спроса продавец бананов в течение трёх дней отмечал, сколько килограммов фруктов купил каждый из покупателей. Полученную информацию он представил в виде следующей таблицы:

Масса покупки	Количество покупателей		
	1-й день	2-й день	3-й день
1 кг	16	12	20
2 кг	8	15	12
3 кг	6	3	6
4 кг		1	
5 кг	2		

Продавцу привозили каждый день для продажи 4 коробки бананов по 16 кг в каждой. Он считает день удачным, если удаётся продать все бананы или остаются непроданными не более 2 кг. Сколько было неудачных дней у продавца?

- А. 1. Б. 2. В. 3. Г. Определить невозможно.**

Основное задание

Настоящее задание предназначено для проверки того, усвоены ли Вами идеи и способы деятельности, представленные в первой части пособия. Другими словами, оно поможет ответить на вопрос, умеете ли Вы решать задачи, подобные тем, которые рассматривались в пособии. Поэтому нужно при необходимости широко пользоваться образцами решённых задач и указаниями к задачам основного задания.

1. Сколько кафельных плиток размерами 30 см×20 см понадобится для облицовки стены длиной 2 м 30 см и высотой 2 м 50 см, если все плитки укладываются одинаково, остатки отрезанных кусков не используются?

2. Наборы из 122 телевизоров и 190 компьютеров поровну распределяли между школами города. При этом остались нераспределёнными 7 телевизоров и 6 компьютеров. Сколько школ в городе?

3. Николай обошёл прямолинейный ряд деревьев, считая их. Пётр сделал то же самое, но он начал счёт с противоположного конца. То дерево, которое у Николая было 7-м, у Петра было 12-м. Сколько деревьев в этом ряду?

4. Расстояние между столбами забора равно 5 м. Чему равно количество столбов, необходимых для того, чтобы огородить участок треугольной формы со сторонами 20 м, 20 м, 30 м?

5. Борис, Владимир и Григорий в футбольном матче забили голы, всего 8 голов. Борис забил больше Владимира, а Григорий — меньше Владимира. Сколько голов забил Григорий?

6. Есть несколько верёвок длиной 1 м и столько же длиной 2 м, сумма длин всех верёвок равна 18 м. Какое количество разрезов без наложения верёвок понадобится, чтобы разрезать все верёвки на верёвочки длиной 50 см?

7. Чтобы подняться с 1-го на 10-й этаж, нужно пройти 180 ступенек. На какой этаж можно подняться с 1-го этажа в том же подъезде, пройдя 120 ступенек?



8. Если накачивать шины двух колёс велосипеда вручную, то на это потребуется 30 мин. Если же обе шины накачивать насосом, то на это уйдёт втрое меньше времени. Сколько времени понадобится, чтобы одну шину накачать насосом, а вторую, ввиду поломки насоса, — вручную?

9. Бак вмещает 1 000 л воды. Ежедневно расходуют 600 л, а ночью доливают в бак половину того количества, которое находилось в баке утром. Хватит ли воды в баке на четверг, если его заполнили утром в понедельник?

10. Имеется некоторый запас овса. Если курам давать по 5 кг в день, то его хватит на 18 дней. По сколько килограммов овса надо давать в день, чтобы всего запаса хватило на 15 дней?

11. В магазине было два куска ткани. Цена ткани первого куска 260 руб. за метр, второго — 220 руб. за метр. Сколько метров ткани было в каждом куске, если вместе в них было 70 м и стоили они 17 000 руб.?



12. Как трем ребятам с помощью двухместного мотоцикла преодолеть расстояние 60 км за 3 часа? Скорость мотоцикла равна 50 км/ч., пешехода — 5 км/ч.

13. В ящике находится 15 красных, 13 синих и 8 желтых шаров, отличающиеся только цветом. Девочка с закрытыми глазами хочет вынуть из ящика такое количество шаров, чтобы среди них было 5 шаров одного цвета. Какое наименьшее количество шаров для этого достаточно вынуть?

14. Двое рыбаков вместе ударили рыбу. Первый из них поймал 4 рыбы, а второй — 5 рыб. Когда они сварили уху из всей выловленной рыбы, к ним подошёл прохожий. Он не ловил рыбу и предложил рыбакам 90 руб. Все трое сели есть, поделив уху поровну. Как рыбаки могли бы разделить деньги, если бы взяли их?

15. В таблице приведены данные о средней температуре воздуха за 20 дней

Дата	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Температура, °С	4	4	2	0	-1	-2	-5	-3	-2	-2
Дата	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Температура, °С	0	3	1	-3	-6	-6	-7	-9	-12	-12

Дайте ответы на следующие вопросы:

- 1) Когда была наивысшая температура, а когда самая низкая?
- 2) Когда наблюдалось похолодание и когда потепление?
- 3) Сколько дней средняя температура была выше нуля и сколько ниже?

Указания к задачам основного задания

1. Рассмотрите два варианта укладки плиток: большую сторону плитки укладывать горизонтально или вертикально.
2. Обратите внимание на то, что число школ города является делителем числа распределённых телевизоров и делителем числа распределённых компьютеров.
3. Укажите количество деревьев с каждой стороны от рассматриваемого дерева.
4. Обратите внимание на то, что три столба стоят в вершинах углов участка.
5. Учтите, что каждый из ребят забил в матче хотя бы по одному голу.
6. Подсчитайте, сколько веревок каждой длины разрезалось.
7. Обратите внимание на то, что подъём с 1-го на 10-й этаж означает преодоление 9 лестничных пролётов.

8. Найдите время, необходимое для накачивания одной шины вручную и одной шины насосом.
9. Воспользуйтесь методом решения задачи 2 из блока «Измерение величин».
10. Найдите вначале массу всего имеющегося овса.
11. Найдите стоимость всей ткани при условии, что в обоих кусках равные количества метров. Сравните эту стоимость с фактической стоимостью обоих кусков ткани, найдите их разность.
12. Обратите внимание на то, что какую-то часть пути двое преодолевают на мотоцикле, а третий — пешком.
13. Обратите внимание на то, что извлечение 12 шаров не гарантирует выполнения требования задачи: может оказаться по 4 жёлтых, красных и синих шара.
14. Один из наиболее справедливых критериев раздела денег рассмотрен при решении задачи 3 в блоке «Анализ данных и планирование действий».
15. Будьте внимательны при анализе таблицы. Учтите, что температура -5°C ниже, чем -2°C , похолодание означает понижение температуры, а потепление — её повышение.

Дополнительное задание

Настоящее задание предназначено для тех, кто без больших усилий справился с основным заданием и хочет попробовать свои силы в решении более трудных задач. Эти задачи значительно отличаются от решённых в первой части пособия. К ним также приведены указания, которые могут помочь в их решении.

1. Лист картона имеет форму прямоугольника размерами 48 см×40 см. Этот лист необходимо разрезать без отходов на равные квадратные куски наибольших размеров. Сколько таких кусков можно получить?



2. Джон и Мери живут в небоскребе, в котором на каждом этаже 10 квартир. Номер этажа Джона равен номеру квартиры Мери. Сумма номеров их квартир

равна 239. Найдите номер квартиры, в которой живет Джон?

3. Петя и Вася едут в соседних вагонах поезда. Вагон, в котором едет Петя, — пятый от «головы» поезда, а вагон, в котором едет Вася, — седьмой от «хвоста». Сколько вагонов в поезде?

4. Можно ли расположить 6 точек на 4-х отрезках так, чтобы на каждом было три точки?

5. Аня, Боря, Вера и Гриша поймали всего 10 рыбок, причем, каждый поймал какое-то число рыбок, и все поймали разное количество рыбок. Аня поймала больше всех, а Вера – меньше всех. Кто поймал больше рыбок: мальчики или девочки?

6. Есть несколько веревок длиной 1 м и несколько длиной 1 м 20 см с общей длиной 13 м. Какое наибольшее количество разрезов без наложения веревок придется сделать, чтобы разрезать все верёвки на верёвочки длиной 20 см?

7. Лифт поднимается с 1-го на 4-й этаж за 30 с. За какое время он поднимется с 9-го на 15-й этаж, если он движется равномерно?

8. В жаркий день косарь выпивает бочонок кваса за 8 ч. Вдвоём с сыном они выпивают такой же бочонок за 6 ч. За сколько времени сын один выпивает такой бочонок кваса?

9. Путешественник хочет пересечь пустыню по заданному маршруту, имея возможность проходить ежедневно по 20 км и брать с собой в дорогу лишь трёхдневный запас продовольствия, причём только в начальной точке маршрута. В конце дневных переходов он может устраивать склады с запасами продовольствия для использования их в будущем. За какое наименьшее количество дней при этих условиях путешественник сможет пересечь пустыню по маршруту длиной 80 км?

10. Рыбак поймал рыбу. Когда у него спросили, какова масса пойманной рыбы, он сказал: «Я думаю, что хвост — 1 кг, голова — столько, сколько хвост и половина туловища, а туловище — сколько голова и хвост вместе». Какова же масса этой рыбы?

11. Полкилограмма лука, 3 кг картофеля и 1 кг огурцов стоят 60 руб., а 2 кг лука и 4 кг огурцов стоят 120 руб. Сколько стоит 1 кг лука, 2 кг картофеля и 2 кг огурцов вместе?

12. До полной готовности пирога осталась последняя операция — поставить его в духовку ровно на 9 минут. У кулинара есть только «малые» и «большие» песочные часы, при опрокидывании которых песок пересыпается из верхней колбочки в нижнюю, — пустую — ровно за 4 минуты и за 7 минут соответственно. Может ли он измерить необходимое время с помощью песочных часов?

13. В ящике находится 15 красных, 13 синих и 8 желтых шаров, отличающиеся только цветом. Какое наибольшее количество шаров можно наугад вынуть из ящика, чтобы в нем остались хотя бы 4 шара одного цвета и 3 второго?

14. Трое друзей собирали ягоды. Алексей собрал 7 кг, Борис — 8 кг, Владимир — 5 кг. Когда они возвращались домой, они встретили своего общего друга Николая, который попросил ребят поделиться ягодами. Друзья решили собранные ягоды поровну разделить между собой. Николай отблагодарил друзей, дав ребятам 200 руб. Как друзья должны разделить эти деньги между собой?

15. В таблице приведены данные о средней температуре воздуха за 20 дней.

Дата	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Температура, °C	3	4	2	0	-1	-2	-5	-3	-2	-2
Дата	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Температура, °C	0	3	1	-3	-6	-6	-7	-9	-12	-10

Дайте ответы на следующие вопросы:

1) В какие три последовательных дня температура была наиболее стабильной (меньше всего изменялась)?

2) Какова разность между максимальной и минимальной температурами?

3) Когда особенно резко изменялась температура и как (повышалась или снижалась)?

Указания к задачам дополнительного задания

1. Так как в задаче идёт речь о разрезании без отходов, то длина стороны квадратов должна быть делителем как длины, так и ширины прямоугольника. Квадраты наибольших размеров получим, если длина их стороны будет равняться наибольшему из этих делителей.
2. Воспользуйтесь тем, что если буквой n обозначить номер квартиры Мери, то номер квартиры Джона больше $10(n - 1)$, но меньше $10n + 1$.
3. Обратите внимание на то, что неизвестно, чей вагон — Петин или Васин — ближе к «голове» поезда.
4. Выберите 4 отрезка так, чтобы каждая из шести их пар имела по одной общей точке.
5. Представьте число 10 в виде суммы четырёх различных натуральных чисел.
6. Рассмотрите разные варианты выбора количеств веревок разной длины так, чтобы сумма их длин равнялась 13 м.
7. Учтите, что лифт движется равномерно, то есть расстояние между любыми двумя соседними этажами он проходит за одно и то же время.
8. Найдите, сколько бочонков кваса выпили косарь с сыном за 24 часа работы.
9. Воспользуйтесь тем, что путешественник может преодолеть 60 км с трёхдневным запасом воды.
10. Установите, что масса туловища, с одной стороны, равна сумме масс головы и хвоста, а с другой — вдвое больше разности этих масс.
11. Воспользуйтесь тем, что из того, что 2 кг лука и 4 кг огурцов стоят 120 руб., следует, что полкилограмма лука и 1 кг огурцов стоят 30 руб.
12. Воспользуйтесь тем, что можно сразу запустить и большие, и малые часы. Когда малые часы совершат второй круг (прошло 8 мин), в нижней колбочке больших часов песка будет на 1 мин.
13. Обратите внимание на то, что если в ящике останется 15 красных шаров, 2 синих и 2 жёлтых шара, то требования задачи не будут выполнены.
14. Воспользуйтесь методом решения задачи 3 из блока «Анализ данных и планирование действий».

15. 1) Нужно указать дни, когда разность между максимальной и минимальной температурой была больше, чем в другой промежуток времени такой же длительности.

2) Нужно указать такие 3 дня, когда разность между максимальной и минимальной температурой была меньше, чем в другой промежуток времени такой же длительности.

Задачи для исследования

Ниже приведены задания, которые можно использовать для проведения маленьких исследований. В них поставлена цель, не всегда чётко, и нет никаких ограничений на выбор средств. Вы можете самостоятельно планировать исследование, меняя его цель, основные задачи, средства.

1. Рассчитайте, сколько нужно кафельных плиток для облицовки вашей ванной комнаты кафельными плитками размерами 30 см×20 см.

2. Рассчитайте, сколько нужно столбов для ограждения прямоугольного участка вашего двора или участка вашей дачи, назначив количество столбов вдоль каждой стороны и в вершинах прямоугольника.

3. Не считая, определите примерное количество листов бумаги в большой раскрываемой стопке.

4. Найдите метод, которым можно установить, в каком подъезде и на каком этаже находится квартира с заданным номером, если известно количество этажей и подъездов в доме и количество квартир на каждом этаже.

5. Исследуйте, сколько времени уходит у вас на приготовление уроков в день, в неделю. Зависит ли это время от условий, в которых вы делаете уроки?

6. Исследуйте, сколько конфет вы съедаете за день, неделю, месяц. Установите примерную их стоимость. Как влияет количество съеденных конфет на вашу работоспособность?

7. Выясните, какой по счёту от начала маршрута и от его конца является ближайшая к вашему дому остановка трамвая, или троллейбуса, или автобуса. Сколько остановок на всём маршруте?

Бродский Яков Соломонович
Павлов Александр Леонидович

Учись применять математику

Пособие для дополнительного изучения математики
обучающимися 5-6 классов
Учебное пособие