



Донецкий государственный университет
Факультет математики и информационных технологий
Центр математического просвещения

Я. С. Бродский, А. Л. Павлов

Задачи на движение



Пособие для дополнительного изучения математики
обучающимися 7 - 8 классов

Донецк 2023

УДК 519 11

ББК 74.262я 72

Б 881

Рекомендовано к изданию Ученым советом
факультета математики и информационных технологий
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»
(протокол № 5 от 21 января 2021 г.)

Бродский Я. С., Павлов А. Л. Задачи на движение. Пособие для дополнительного изучения математики обучающимися 7-8 классов. – 69 с.

Пособие предназначается для самостоятельного изучения математики обучающимися 7-8 классов дополнительно к школьному курсу. Оно соответствует программе дополнительного обучения математике «Реальная математика», утвержденной Ученым Советом ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет» (протокол №4 05.05.2017). Ее цель — развитие умений и навыков у обучающихся применять математику для решения жизненных проблем, формирование умения учиться, самостоятельно приобретать знания.

Пособие состоит из двух частей. В первой части представлен материал для обучения, основу которого составляет система задач. Для каждой задачи приводится анализ и решение. Анализ предназначен для оказания помощи в поиске метода решения задачи. Для контроля за усвоением приемов решения задач предлагаются вопросы после каждой задачи, задания в конце блока. Вторая часть пособия содержит систему заданий для проверки овладения обучающимися действиями и приёмами, представленными в первой части

Пособие составлено на основе заданий конкурсов «Золотой ключик», «Золотой сундучок». Его можно использовать для подготовки к участию в математических конкурсах и олимпиадах.

Пособие адресовано обучающимся 7-8 классов. Оно может быть использовано учителями математики для организации внеурочного обучения.

Содержание

Рекомендации для обучающихся.....	6
Задачи на движение.....	8
1. Прямолинейное равномерное движение.....	8
Готовимся к решению задач.....	9
Решение задач.....	10
2. Движение в одном направлении.....	17
Готовимся к решению задач.....	18
Решение задач.....	19
3. Движение в противоположных направлениях.....	26
Готовимся к решению задач.....	27
Решение задач.....	28
4. Движения с несколькими составляющими.....	35
Готовимся к решению задач.....	35
Решение задач.....	36
5. Движение в движущейся среде.....	44
Готовимся к решению задач.....	45
Решение задач.....	46
6. Движение объектов, размеры которых нельзя не учитывать.....	50
Готовимся к решению задач.....	51
Решение задач.....	52
Контрольное задание.....	55
Контрольный тест.....	55
Основное задание.....	59
Указания к задачам основного задания.....	62
Дополнительное задание.....	63
Указания к задачам дополнительного задания.....	66
Задачи для исследования.....	68

Дорогой друг!

Умение применять математику является одним из важнейших умений, ради которых математику изучают с первого до последнего класса. Математика нужна человеку не только в его работе, но и в обычной жизни, быту. Научиться применять математику для решения жизненных проблем не просто, но можно.

Применение математики для решения различных задач можно схематически представить в виде трёх этапов.

1 этап. Перевод задачи на язык математики (построение математической модели).

2 этап. Решение математической задачи.

3 этап. Осмысление полученного решения, его применение для решения исходной задачи.

Метод решения задач по этой схеме называют *математическим моделированием*. Развитие навыков математического моделирования и является главной целью настоящего пособия. Оно посвящено решению различных задач на движение. Простейшие из них уже встречались на уроках математики. А некоторые часто используются в жизни: как быстро нужно передвигаться, каким видом транспорта двигаться, чтобы успеть на поезд, на самолёт.

Пособие состоит из двух частей. В первой части пособия представлен материал для обучения, а во второй — задания для проверки овладения материалом первой части. Они названы *контрольным заданием*. Конечно, контрольное задание можно выполнять и не прорабатывая первую часть пособия, но, во-первых, это будет значительно труднее, и, во-вторых, пользы от такой работы будет значительно меньше.

Первая часть пособия состоит из нескольких блоков, каждый из которых содержит:

1) краткое напоминание необходимого теоретического материала, если он изучался, или изложение пока незнакомого материала, необходимого для понимания приведенных решений задач и поиска решений предложенных задач;

2) решения задач, сопровождаемые заданиями для осмысления этих решений, для применения рассмотренных методов к решению других задач (в тексте эти задания отмечены знаком ?);

3) подразделы «Готовимся к решению задач», «Проверь себя», «Реши сам», имеющиеся в каждом блоке.

Подраздел «Проверь себя» состоит из заданий с выбором ответов, а «Реши сам» — из заданий, требующих не только указывать ответ, но и приводить их решения. Оба подраздела предназначены для самостоятельной проверки усвоения идей и методов, представленных в решённых задачах.

Изучать первую часть пособия нужно с ручкой в руке. Это означает, что её нужно не просто читать, а воспроизводить все рассуждения, преобразования, вычисления, то есть разбираться в решениях и восстанавливать все этапы решения задач.

Контрольное задание состоит из:

- **контрольного теста**, задания которого аналогичны заданиям «Проверь себя»;

- **основного задания**, состоящего из задач, подобных решённым в пособии и тем, которые представлены в подразделе «Реши сам»;

- **дополнительного задания**, содержащего более трудные по сравнению с основным заданием задачи.

Во всех составляющих контрольного задания задачи, соответствующие разным блокам, отделяются друг от друга знаком .

В конце пособия приведены задания для исследования, предназначенные для тех, кто любит думать, искать решения новых задач, экспериментировать, другими словами, исследовать. Эта часть не входит в контрольное задание. Надеемся, что работа над пособием и выполнение контрольного задания будут приятными и интересными для всех, кто любит математику и хотел бы научиться её применять для решения жизненных задач.

Желаем успехов!

Рекомендации для обучающихся

Работа над первой частью пособия состоит, в основном, из освоения идей, методов, используемых в приведенных решениях типовых задач, самостоятельного решения подобных задач. Постарайтесь следовать таким рекомендациям.

1. Чтобы решить задачу, нужно:

- *сначала проанализировать её условия и вытекающие из них следствия;*
- *уяснить требования задачи;*
- *попытаться найти путь к выполнению требований задачи.*

2. Чтобы лучше осознать задачу и её решение, целесообразно подумать над вопросами, которые предлагаются после решения каждой задачи. Они позволяют выяснить:

- *разобрались ли вы с условием задачи и с её требованиями;*
- *поняли ли вы приведенное решение задачи;*
- *можете ли вы решить задачу, которая немного отличается от решенной.*

Ответы к этим вопросам приведены в конце каждого блока.

3. В начале каждого блока вам будут предлагаться задания «Готовимся к решению задач», с помощью которых вы сможете восстановить или приобрести тот объем знаний и умений, который необходим для овладения содержанием блока.

Выполните все эти задания, сравните свои ответы с ответами, приведенными в пособии. Воспользуйтесь указаниями и советами к ним.

4. В конце каждого блока вам будут предлагаться задания «Проверь себя», с помощью которых вы сможете самостоятельно проверить, насколько глубоко вы овладели идеями и методами, использованными при решении задач. Эти задания аналогичны решённым в тексте пособия. Для этих заданий нужно выбрать правильный ответ из четырёх предложенных. Помните, что среди приведенных ответов есть правильный, и он только один.

Выполните все эти задания, сравните свои ответы с ответами, приведенными в конце каждого блока. К тем заданиям, для которых они не

совпадают, вернитесь ещё раз, найдите причину несовпадения ответов. Если решение каких-то заданий вызывает трудности, проанализируйте приведенное решение соответствующей задачи.

5. Кроме того, в конце каждого блока вам будут предлагаться задания «Реши сам». Они имеют то же предназначение, что и задания «Проверь себя». Эти задания от заданий «Проверь себя» отличаются тем, что они требуют не только указывать ответ, но и приводить их решения.

Решите эти задачи. Они также аналогичны задачам, решённым в блоке, хотя и имеют определённые отличия. Если решение какой-то задачи вызывает трудности, проанализируйте приведенное в блоке решение соответствующей задачи.

Ответы и указания к этим заданиям приведены в конце каждого блока.

6. Чтобы проверить окончательно усвоение учебного материала пособия, выполните контрольное задание.

Сначала выполните контрольный тест и оцените свою готовность к выполнению основного задания.

Обязательно выполните основное задание. Пользуйтесь указаниями к задачам задания, решениями аналогичных задач в первой части пособия.

Выполнять дополнительное задание целесообразно, если успешно выполнено основное задание. Его выполнение позволяет оценить глубину усвоения учебного материала пособия. При необходимости используйте указания к задачам основного и дополнительного заданий.

Помните!

Главная цель изучения темы — выполнить контрольное задание.

**Выбирайте оптимальный путь для достижения главной цели,
учитывая свою готовность, опыт и возможности.**

Задачи на движение

Вам уже приходилось решать немало задач на движение. В них рассматривалось движение пешеходов, велосипедистов, мотоциклистов, автомашин, поездов, самолётов, лодок, катеров, теплоходов и т. д. Эти задачи полезны для понимания особенностей одного из важнейших видов движения — равномерного прямолинейного. Кроме того, они помогают научиться рассчитывать время вашего движения (пешком, на машине, на поезде и т. д.) и его планировать.

Как правило, нас не всегда будет интересовать, кто или что движется. Поэтому будем иногда называть движущийся объект телом или точкой. Нас будет интересовать в задачах направление движения, из одного пункта или из разных движутся рассматриваемые тела, одновременно они начинают движение или нет, с какими скоростями они движутся и т. д. Типов задач на движение очень много. Наиболее простые задачи, как правило, связаны с движением одного тела в неизменных условиях. Основное внимание в данном пособии уделено движению двух тел в одном направлении, в противоположных направлениях, в том числе и навстречу друг другу, движению по воде с учётом течения, движению тела, размеры которого нужно учитывать. Каждому из этих видов движения будет посвящён отдельный пункт.

1. Прямолинейное равномерное движение

В рассматриваемых задачах на движение речь идёт о прямолинейном равномерном движении.

Прямолинейное движение — это движение по линии, которую можно считать прямой. Если меняется направление движения, то, как правило, на обратное, например, пешеход пришёл из пункта А в пункт В, а затем возвратился из пункта В в пункт А той же дорогой.

Равномерное движение тела — это такое движение, при котором тело за равные промежутки времени проходит равные расстояния. Такое движение характеризуется скоростью.

Скорость прямолинейного равномерного движения тела равна длине

пути, проходимому телом за единицу времени.

Итак, в задачах на движение рассматриваются три величины: длина пути, скорость и время. Мы уже знаем, что длина измеряется в м, км; время — в с, мин, ч. Тогда единицами скорости являются: м/с, м/мин, км/с, км/мин, км/ч. Очень часто в задачах на движение пройденный путь обозначают буквой s , время — буквой t , скорость — буквой v . Между этими величинами существует связь, которая выражена в следующих правилах.

Длина пути s равна произведению скорости v движения на время преодоления этого пути t : $s = vt$.

Скорость движения v равна частному от деления длины пути s на время, за которое преодолен этот путь t : $v = \frac{s}{t}$.

Время преодоления некоторого пути t равно частному от деления длины этого пути s на скорость движения v : $t = \frac{s}{v}$.

Единицы измерения		
Расстояние	Время	Скорость
1 км = 1 000 м	1 ч = 60 мин	1 км/ч = 1 000 м/ч =
1 м = 100 см	1 ч = 3 600 с	= (1 000 : 60) м/мин =
1 см = 10 мм	1 мин = 60 с	= (1 000 : 3 600) м/с

Готовимся к решению задач

1. Выразите 3 км 60 м в метрах.

- А. 360 м. Б. 3 600 м. В. 36 000 м. Г. 3 060 м.

2. Выразите 165 секунд в минутах и секундах.

- А. 1 мин 65 с. Б. 2 мин 35 с. В. 2 мин 45 с. Г. 3 мин 15 с

3. Выразите 24 минуты в часах.

- А. 0,24 ч. Б. 0,4 ч. В. 0,2 ч. Г. 0,6 ч.

4. Закончите предложение: «Велосипедист едет со скоростью 3 ...»

- А. км/мин . Б. м/мин. В. м/с. Г. км/ч.

5. Скорость грузовой автомашины 45 км/ч. Выразите ее в м/с.
А. 125 м/с. Б. 75 м/с. В. 12,5 м/с. Г. 750 м/с.
6. За какое время автомобиль проехал 240 километров, если он ехал со скоростью 60 км/ч?
А. За 3 ч. Б. За 3,5 ч. В. За 4 ч. Г. За 5 ч.
7. С какой скоростью автомобиль проехал 240 км, если он затратил на поездку 3 ч и двигался равномерно?
А. 120 км/ч. Б. 60 км/ч. В. 75 км/ч. Г. 80 км/ч.
8. Вертолёт летел со скоростью 210 км/ч. Сколько километров он пролетел за три часа полёта?
А. 630 км. Б. 420 км. В. 105 км. Г. 70 км.
9. Вертолёт летел с постоянной скоростью и за 3 часа пролетел 630 км. Сколько километров он пролетел за первые два часа полёта?
А. 210 км. Б. 420 км. В. 315 км. Г. 120 км.
10. Расстояние от села до пристани равно 100 км. Машина движется со скоростью 50 км/ч. В какое время должна выйти машина из села, чтобы подойти к пристани в 4 часа 15 минут дня?
А. В 3 ч 15 мин дня. Б. В 5 ч 15 мин дня.
В. В 6 ч 15 мин дня. Г. В 2 ч 15 мин дня.
11. Машина выехала из села в 7 ч 40 мин и двигалась со скоростью 60 км/ч. В 11 ч 20 мин она прибыла в город. Какое расстояние преодолела машина?
А. 240 км. Б. 220 км. В. 300 км. Г. 340 км.
12. Два велосипедиста проехали одно и то же расстояние, но первый на весь путь затратил в 1,5 раза больше времени, чем второй. Скорость какого велосипедиста больше и во сколько раз?

Решение задач

В следующей задаче по двум известным величинам прямолинейного равномерного движения нужно найти третью.

Задача 1. Белый аист пролетел 48 км со скоростью 40 км/ч. Сколько при этом аист сделал взмахов крыльями, если каждую секунду он делает два взмаха?



Анализируем. В задаче известно, сколько взмахов делает аист каждую секунду. Чтобы узнать, сколько взмахов он сделает за время полёта, нужно знать, какое время он затратил на полёт. Для нахождения времени полёта у нас известны расстояние и скорость. Конечно, предполагается, что движение аиста равномерное.

Решаем. Так как время, необходимое для преодоления некоторого расстояния, равно частному от деления длины пути на скорость движения, то время, затраченное аистом на преодоление 48 км, равно $48 \text{ км} : 40 \text{ км/ч} = 48\,000 \text{ м} : (40\,000 : 3\,600) \text{ м/с} = ((48\,000 \cdot 3\,600) : 40\,000) \text{ с} = 4\,320 \text{ с}$. За это время аист сделает $4\,320 \cdot 2 = 8\,640$ взмахов.

Ответ. 8 640 взмахов.

1. Сколько минут длился полёт аиста?



2. Сколько взмахов сделал бы аист, если бы он летел со скоростью 48 км/ч?

3. С какой бы скоростью летел аист, если бы он пролетел 12 км и сделал 2400 взмахов крыльями?

При вычислениях мы применили следующее свойство деления.

Чтобы разделить число на частное от деления двух чисел можно это число умножить на делитель и разделить на делимое.

С использованием букв это свойство запишется так:

$$a : (b : c) = (a \cdot c) : b.$$

При решении задач на движение важно уметь переводить одни единицы измерения величин в другие. Предыдущая задача показала эту необходимость.

Задача 2. Первый автомобиль едет со скоростью 1000 м/мин, второй — со скоростью 1 500 м/мин. На сколько километров больше преодолевает за 1 час второй автомобиль по сравнению с первым?



Анализируем. Нам известны скорости движения каждого из двух автомобилей. Эти скорости заданы в м/мин. Чтобы ответить на вопрос, поставленный в задаче, нужно эти скорости перевести в км/ч. Разность скоростей и будет ответом на этот вопрос.

Решаем. Первый автомобиль за 1 мин проезжает 1000 м или 1 км. В 1 ч 60 мин. Поэтому за 1 ч первый автомобиль проезжает расстояние, в 60 раз большее, чем за 1 мин, то есть $1 \cdot 60 = 60$ (км).

Второй автомобиль за 1 мин проезжает 1 500 м, а за 1 ч = 60 мин он проезжает расстояние, равное $1\,500 \text{ м} \cdot 60 = 90\,000 \text{ м} = 90 \text{ км}$. Второй автомобиль за 1 ч проезжает расстояние, большее, чем первый автомобиль, на $90 - 60 = 30$ (км).

Ответ. На 30 км.

- ?
1. Чему равна скорость второго автомобиля, выраженная в км/ч?
 2. Чему равна скорость первого автомобиля, выраженная в км/мин?
 3. Может ли скорость неспортивного автомобиля равняться 100 м/с?

В некоторых задачах на движение расстояние измеряется не в м, км, а в других единицах, например, в шагах. Но у различных людей, животных различны как длины шагов, так и их частота. Поэтому необходимо учитывать и тот, и другой показатели.

Задача 3. Волк и заяц соревновались в беге. Каждый прыжок зайца был в 2 раза короче волчьего, но прыжки заяц делал в 3 раза чаще, чем волк. Кто победил в соревновании?



Анализируем. Чтобы определить победителя в соревновании волка и зайца, нужно сравнить их скорости. В условии приводятся данные о соотношениях между длинами прыжков волка и зайца и количествами прыжков за одно и то же время. По этим данным найти скорости их движения нельзя, а вот сравнить можно.

Решаем. За то время, когда волк делал 1 прыжок, заяц делал 3 прыжка. Так как прыжок волка только в 2 раза длиннее прыжка зайца, то за одно и то же

время волк преодолевает меньшее расстояние по сравнению с зайцем. Следовательно, волк движется медленнее зайца, его скорость меньше скорости зайца. Заяц победил волка.

Ответ. Заяц.

1. Если длина прыжка зайца равна 50 см, то чему равна длина прыжка волка?

2. На расстоянии 12 м сколько прыжков сделает заяц, если длина его прыжка равна 50 см?

3. Какое расстояние пробежит волк за то время, пока заяц пробежит 12 м, делая прыжки по 50 см?

Из приведенных выше правил для выражения одних величин движения через другие можно по известным соотношениям между одними величинами сравнивать другие.

Задача 4. Теплоход «Ракета» двигался по реке некоторое время с постоянной скоростью. Катер «Вихрь» двигался со скоростью в три раза меньшей, чем скорость «Ракеты», но в движении он был в три раза больше времени, чем теплоход. Какое судно прошло большее расстояние?



Анализируем. В задании требуется сравнить расстояния, пройденные теплоходом и катером. Сравнить, не вычисляя этих расстояний, поскольку нет данных для их вычисления. Воспользовавшись приведенными выше связями между расстоянием, скоростью, временем и данными в условии соотношениями между скоростями теплохода и катера, можно получить ответ на поставленный вопрос.

Решаем. Так как катер «Вихрь» двигался со скоростью в три раза меньшей, чем скорость «Ракеты», то он прошёл бы расстояние в три раза меньшее, чем теплоход «Ракета», если бы в пути они были одинаковое время. Чтобы найти это расстояние, нужно было бы расстояние, пройденное теплоходом, разделить на 3.

Но катер «Вихрь» потратил времени в три раза больше, чем теплоход. Значит, он прошёл расстояние в три раза большее, чем прошёл бы, находясь в пути столько же времени, сколько и теплоход. Чтобы найти это расстояние (пройденное катером), нужно полученное расстояние умножить на 3.

Итак, для нахождения расстояния, пройденного катером, мы расстояние, пройденное теплоходом, вначале разделили на 3, а потом полученный результат умножили на 3. В результате получили, что катер прошёл такое же расстояние, как и «Ракета».

Ответ. Расстояния равны.

1. Если бы скорость катера была вдвое меньше скорости теплохода, а двигались они одинаковое время, то во сколько раз большее расстояние прошёл бы теплоход по сравнению с катером?
2. Если бы катер и теплоход прошли одинаковое расстояние, но катер затратил бы времени в два раза больше, чем теплоход, то во сколько раз скорость теплохода была бы больше скорости катера?
3. Если бы теплоход и катер двигались с одинаковой скоростью, но теплоход прошёл расстояние, в 1,5 раза большее, чем катер, то какой вид транспорта затратил большее время и во сколько раз?

Приведенные в решении задачи рассуждения позволяют сформулировать важные свойства равномерного прямолинейного движения.

Если время движения двух тел одинаковое, то расстояние, пройденное одним из них, больше (меньше) расстояния, пройденного другим, во столько раз, во сколько его скорость больше (меньше) скорости другого.

Если скорости движения на двух участках одинаковы, то время движения на одном участке больше (меньше) времени движения на другом во столько раз, во сколько его длина больше (меньше) длины другого участка.

Проверь себя

1. Автомобиль проехал 300 км за 5 ч. За сколько времени он проедет то же расстояние, увеличив скорость на 15 км/ч?

А. За 3 ч. Б. За 3 ч 30 мин. В. За 4 ч. Г. За 6 ч.

2. Скорость велосипедиста $18 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Выразите его скорость в метрах в секунду.

А. $3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Б. $5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. В. $6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Г. $50 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

3. Три прыжка собаки равны семи прыжкам лисицы. За то время, пока собака делает 6 прыжков, лисица — 9. Кто бежит быстрее?

А. Собака. Б. Лисица. В. Их скорости равны. Г. Определить нельзя.

4. Два спортсмена на тренировке совершали пробежки с постоянными, но различными скоростями. Скорость первого вдвое больше скорости второго, и пробежал он расстояние вдвое большее, чем второй. Кто из этих спортсменов затратил больше времени на пробежку?

А. Первый. Б. Второй.

В. Они затратили одинаковое время. Г. Определить нельзя.

Реши сам

1. Лыжник предполагал идти со скоростью 12 км/ч и за 4 ч добраться до намеченной цели. Но двигался он со скоростью, на 4 км/ч меньшей. За какое время лыжник добрался до намеченной цели?

2. Скорость машины 54 км/ч . Выразите её скорость в метрах в секунду.

3. Два прыжка волка равны пяти прыжкам зайца. За то время, пока волк делает 6 прыжков, заяц — 12. Кто бежит быстрее?

4. Один мотоциклист проезжает расстояние между пунктами А и В за 6 ч, а второй — за 9 ч. Какой мотоциклист проедет большее расстояние: первый за 3 ч или второй за 5 ч?

Ответы и указания к заданиям «Готовимся к решению задач»

1. Г. Обратитесь к таблице единиц измерения времени.

2. В. Обратитесь к таблице единиц измерения времени.

3. Б. Обратитесь к таблице единиц измерения времени.

4. В. Отбросьте сначала заведомо нереальные ответы.

5. В. Умножьте данное значение скорости на количество метров в километре и

разделите на количество секунд в часе.

6. В. Воспользуйтесь тем, что время, необходимое для преодоления некоторого пути, равно частному от деления длины пути на скорость движения.

7. Г. Воспользуйтесь тем, что скорость движения равна частному от деления длины пути на затраченное время.

8. А. Воспользуйтесь тем, что преодоленное расстояние равно произведению скорости движения на затраченное время.

9. Б. Найдите сначала скорость движения вертолета.

10. Г. Найдите сначала время движения машины от села до пристани.

11. Б. Найдите сначала время движения машины.

12. Второй, в 1,5 раза. Воспользуйтесь тем, что при постоянном расстоянии скорость движения и затраченное время обратно пропорциональны.

Ответы на вопросы к задачам

Задача 1. 1) 72 мин. 2) 7200. 3) 36 км/ч.

Задача 2. 1) 90 км/ч. 2) 1 км/мин. 3) Нет.

Задача 3. 1) 1 м. 2) 24. 3) 8 м.

Задача 4. 1) В 2 раза. 2) В 2 раза. 3) Теплоход, в 1,5 раза.

Ответы к заданиям «Проверь себя»

1	2	3	4
В	Б	А	В

Ответы и указания к задачам «Реши сам»

1. 6 ч. Найдите сначала длину запланированного пути.

2. 15 м/с. Воспользуйтесь тем, что 1 км = 1 000 м, 1 ч = 3 600 с.

3. Волк. Подсчитайте, длине какого количества прыжков зайца равна длина 6 прыжков волка.

4. 2-й, за 5 ч. Обратите внимание на то, что за 3 ч первый мотоциклист проезжает половину расстояния между А и В.

2. Движение в одном направлении

Будем рассматривать движение двух тел (двух пешеходов, пешехода и велосипедиста, двух поездов и т. д.) в одном направлении с различными скоростями. Существует много вариантов задач для такого движения, которые зависят от того, начали ли эти тела движение одновременно или нет, отправились в путь из одного места или из различных, удалялись они или сближались и т. д. Во всех этих случаях важное значение имеет разность скоростей движения этих тел. Эта разность характеризует сближение или удаление тел. Действительно, она означает, что за единицу времени расстояние между телами увеличивается или уменьшается на это число.

При движении в одном направлении скорость сближения (или удаления) равна разности скоростей.

На рис. 1 пешеходы вышли одновременно из пункта А в пункт В. Один шёл со скоростью 6 км/ч, а другой — 4 км/ч. Скорость их удаления равна $6 - 4 = 2$ (км/ч). Это означает, что расстояние между ними за 1 час увеличивается на 2 км.

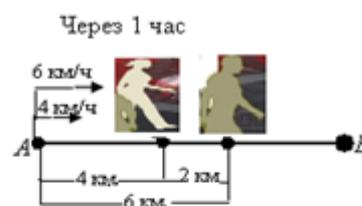


Рис. 1

На рис. 2 машины движутся в одном направлении. Одна движется со скоростью 120 км/ч, другая — со скоростью 110 км/ч. Более быстрая машина приближается к той, которая едет медленнее. Скорость их сближения равна $120 - 110 = 10$ (км/ч). Это означает, что расстояние между ними за 1 ч уменьшается на 10 км. Следовательно, если в какой-то момент времени расстояние между ними было 300 км, то через 1 ч оно станет равным $300 - 10 = 290$ (км).

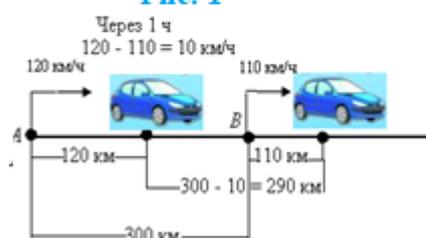


Рис. 2

На рис. 3 велосипедисты движутся в одном направлении, один со скоростью 10 км/ч, другой удаляется от него со скоростью 12 км/ч. Скорость

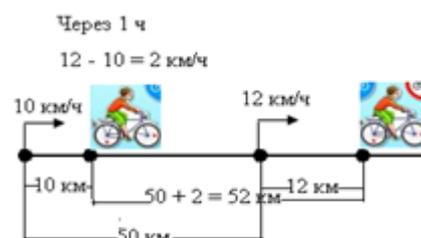


Рис. 3

их удаления равна $12 - 10 = 2$ (км/ч). Это означает, что если в какой-то момент времени расстояние между ними было 50 км, то через 1 ч оно станет равным $50 + 2 = 52$ (км).

Готовимся к решению задач

1. Два пешехода вышли из одного пункта одновременно в одном направлении. Их скорости 4 км/ч и 6 км/ч соответственно. Скорость их удаления равна ...

- А. 1 км/ч. Б. 2 км/ч. В. 5 км/ч. Г. 10 км/ч.

2. Два пешехода вышли из одного пункта одновременно в одном направлении. Их скорости 4 км/ч и 6 км/ч соответственно. Какое расстояние будет между ними через 1 час?

- А. 1 км. Б. 2 км. В. 5 км. Г. 10 км.

3. Два пешехода вышли из одного пункта одновременно в одном направлении. Скорость более быстрого из них равна 5 км/ч, скорость их удаления 1 км/ч. Чему равна скорость второго?

- А. 1 км/ч. Б. 2 км/ч. В. 3 км/ч. Г. 4 км/ч.

4. Два пешехода вышли из одного пункта одновременно в одном направлении. Скорость пешехода, идущего медленнее другого, равна 4 км/ч, скорость их удаления 2 км/ч. Чему равна скорость второго?

- А. 8 км/ч. Б. 7 км/ч. В. 6 км/ч. Г. 5 км/ч.

5. Петя начал догонять Олега, когда тот был от него на расстоянии 350 м, а догнал через 7 минут. Какова скорость их сближения?

- А. 1 км/ч. Б. 2 км/ч. В. 3 км/ч. Г. 4 км/ч.

6. Грузовая и легковая машина выехали одновременно из одного и того же пункта в одном направлении. Их скорости 40 км/ч и 60 км/ч соответственно.

1) Какова скорость удаления их одна от другой?

2) Какое расстояние будет между ними через: а) 1 час; б) 3 часа?

3) Через какое время расстояние между машинами будет составлять 80 км?

7. Из пункта А в направлении пункта В вышел пешеход и шёл со скоростью 6 км/ч. Одновременно с ним из пункта В вышел другой пешеход и двигался в том

же направлении со скоростью 4 км/ч.

1) Какова скорость их сближения? 2) До какого момента они будут сближаться?

8. Из пункта А в направлении пункта В выехал велосипедист и ехал со скоростью 12 км/ч, а из пункта В часом раньше вышел пешеход и шёл в том же направлении. Скорость их сближения равна 6 км/ч.

1) Какова скорость движения пешехода?

2) Через какое время велосипедист догонит пешехода, если расстояние между А и В равно 15 км?

9. Два бегуна находились друг от друга на некотором расстоянии. Бегун, находившийся сзади, бежал со скоростью 10,8 км/ч, а находившийся спереди — со скоростью 12 км/ч.

1) Выразите скорости бегунов в м/мин.

2) Удаляются или сближаются бегуны и с какой скоростью?

Решение задач

Рассмотрим типичную задачу на движение двух тел из одного пункта в другой, начавших одновременно движение из одного пункта.

Задача 1. Из села Ромашкино в село Тюльпановка одновременно вышли два пешехода, один шёл со скоростью 6 км/ч, а другой — 4 км/ч. Когда первый пришел в Тюльпановку, второму оставалось пройти еще 6 км. Каково расстояние между селами?



Анализируем. В этой задаче пешеходы движутся в одном направлении (см. рис. 1). Вышли они из одного пункта одновременно, поэтому в момент выхода расстояние между ними равно нулю.

Один пешеход обогнал другого, по условию, на 6 км. За счёт чего? За счёт того, что у него скорость больше, чем у другого. Поэтому этот пешеход удаляется от другого. Скорость удаления их друг от друга равна разности их скоростей.

Знание скорости удаления, то есть расстояния, на которое они удаляются друг от друга за 1 ч, и расстояния, на которое один пешеход обогнал другого,

позволит нам найти время, за которое первый пешеход обогнал второго на 6 км, то есть время движения первого пешехода. Зная скорость его движения, можно найти расстояние, которое он прошёл, то есть расстояние между сёлами.

Решаем. Скорость удаления пешеходов друг от друга равна $6 - 4 = 2$ (км/ч). Время, за которое первый обогнал второго на 6 км, равно $6:2 = 3$ (ч).

За 3 ч первый пешеход пришёл из села Ромашкино в село Тюльпановка.

Так как он двигался со скоростью 6 км/ч, то расстояние между сёлами равно произведению скорости на время, то есть $6 \cdot 3 = 18$ (км).

Ответ. 18 км.

1. *Через сколько минут после прихода в Тюльпановку первого пешехода туда придёт второй?*

2. *За сколько времени второй пешеход преодолеет расстояние между сёлами?*

3. *Каким было бы расстояние между сёлами, если бы пешеход, шедший со скоростью 6 км/ч, вышел на час позже другого пешехода, и когда он пришёл в Тюльпановку, второму оставалось бы пройти ещё 6 км?*

Ещё одной типичной задачей на движение двух тел в одном направлении является задача, в которой говорится, что одно тело догоняет другое.

Задача 2. Когда патрульная машина получила приказ о преследовании преступника, расстояние между нею и машиной преступника было 1 км. Машина преступника движется со скоростью 110 км/ч, а патрульная машина преследует её со скоростью 120 км/ч.



Сколько времени понадобится патрульной машине, чтобы догнать преступника?

Анализируем. В задаче речь идёт о движении в одном направлении (см. рис. 2). Машина с большей скоростью догоняет машину с меньшей скоростью. Расстояние между патрульной машиной и машиной преступника равно 1 км.

Скорость их сближения равна разности скоростей, то есть $120 - 110 = 10$ (км/ч). Это значит, что если бы машина преступника находилась далеко от патрульной машины, то за 1 час расстояние между ними уменьшилось бы на 10 км.

Чтобы найти время, за которое расстояние уменьшится на 1 км, нужно воспользоваться свойствами прямолинейного равномерного движения.

Решаем. По условию, машины сближаются, скорость сближения равна $120 - 110 = 10$ (км/ч). Так как расстояние в 1 км в $10:1 = 10$ раз меньше 10 км, то и время на его преодоление в 10 раз меньше 1 часа. Оно равно $1 \text{ ч} : 10 = 60 \text{ мин} : 10 = 6 \text{ мин}$.

Ответ. 6 мин.

1. Какое расстояние проедет патрульная машина от начала погони до момента, когда она настигнет преступника?
2. Какой должна быть скорость патрульной машины, чтобы она догнала машину преступника через 3 мин после начала погони?
3. На каком расстоянии от патрульной машины находилась бы машина преступника, если бы погоня длилась 12 мин?

При движении в одном направлении два тела могут не только сближаться, но и удаляться друг от друга. Это зависит от того, с большей или меньшей скоростью движется то тело, которое находится впереди.

Задача 3. “Ну, погоди”, — зарычал Волк, заметив в 30 м Зайца, и ринулся за ним. На каком расстоянии они будут друг от друга через 5 минут, если Заяц за минуту пробегает 500 метров, а Волк — 450?



Анализируем. В задаче рассматривается движение в одном направлении. Но, в отличие от предыдущей задачи, бегущие Волк и Заяц не сближаются, а удаляются друг от друга. Дело в том, что Заяц, находящийся впереди, движется быстрее Волка.

Известны скорости движения Зайца и Волка. Можно найти скорость удаления Зайца от Волка. Это позволит найти, на какое расстояние за указанное время Заяц ещё удалится от Волка.

Решаем. Расстояние между Волком и Зайцем равно 30 м. Скорость удаления Волка от Зайца равна разности скоростей их движения: $500 - 450 = 50$

(м/мин). За 5 минут расстояние между Волком и Зайцем увеличится на $50 \cdot 5 = 250$ (м). Расстояние между ними станет равным $30 + 250 = 280$ м.

Ответ. 280 м.

1. Если бы скорость Волка равнялась бы 500 м/мин, а скорость Зайца — 450 м/мин, то через сколько секунд Волк догнал бы Зайца?
2. Если бы скорость Волка равнялась бы 500 м/мин, а скорость Зайца — 450 м/мин, то какое расстояние было бы между ними через 12 с?
3. Какую скорость должен развить Волк, чтобы догнать Зайца за 1 мин, если Заяц пробегает за минуту 500 метров?

В рассмотренных задачах были известны скорости движущихся тел. Это позволяло легко находить скорости сближения или удаления. В некоторых случаях определённые выводы об этих скоростях можно сделать по отношению скоростей движущихся тел.

Задача 4. Каждое утро в школу Ваня выходил на 6 минут позже своей сестры Лены, но шел вдвое быстрее, чем она. В школу они приходят одновременно. Через сколько минут он догонял Лену?



Анализируем. Здесь тоже речь идёт о движении в одном направлении. Настораживает отсутствие данных о скоростях, с которыми двигались Ваня и Лена. Но известно, что Ваня шел вдвое быстрее, чем Лена. Эта информация даёт нам возможность сделать какой-то вывод о скорости сближения Вани и Лены.

Вначале рассмотрим такую ситуацию на примере. Пусть скорость Лены 3 км/ч, тогда скорость Вани равна 6 км/ч, скорость их сближения или скорость, с которой Ваня догоняет Лену, равна $6 - 3 = 3$ (км/ч), то есть скорости движения Лены.

И вообще, если скорость одного тела вдвое меньше скорости второго, то при их движении в одном направлении скорость их сближения (или удаления) равна скорости первого. Действительно, если скорость одного объекта равна v км/мин, то скорость второго — $2v$ км/мин, и скорость их сближения равна

$2v - v = v$ (км/мин). Если скорость сближения равна скорости вышедшего раньше, то время, за которое догоняющий его догонит, равно разности времён их движения.

Решаем. Требуется найти время, через которое Ваня догнал Лену. Но для этого нужно знать расстояние, которое отделяет Ваню от Лены. Оно равно расстоянию, которое прошла Лена за 6 мин. Так как скорость сближения Вани и Лены равна скорости движения Лены, то за 6 минут расстояние между Ваней и Леной уменьшится на расстояние, пройденное Леной за 6 минут. Это значит, что Ваня догонит Лену через 6 минут.

Ответ. Через 6 минут.

- 
1. *Может ли Ваня догнать Лену, если путь Лены от дома до школы занимает 10 мин?*
 2. *Во сколько раз скорость сближения Вани и Лены была бы больше скорости Лены, если бы скорость Вани была втрое больше скорости Лены?*
 3. *Какую часть скорости Лены составляла бы скорость сближения Вани и Лены, если бы скорость Вани была в 1,5 раза больше скорости Лены?*

Проверь себя

1. Из пункта А в пункт В выехали одновременно две машины. Скорость их удаления равна 10 км/ч. Когда одна из машин достигла пункта В, второй оставалось до В проехать ещё 30 км. За сколько времени первая машина преодолела расстояние от А до В?

А. За 1 ч. Б. За 2 ч. В. За 2 ч. 30 мин. Г. За 3 ч.

2. Два велосипедиста движутся в одном направлении, впереди велосипедист, едущий медленнее второго на 2 км/ч. Какова скорость их сближения?

А. 1 км/ч. Б. 2 км/ч. В. 3 км/ч. Г. 4 км/ч.

3. Грузовик находится впереди легковой машины на расстоянии 1500 м. Обе машины едут по прямолинейному шоссе, не сворачивая. Грузовик едет со скоростью 65 км/ч, а легковая машина — 80 км/ч. На каком расстоянии от грузовика будет легковая машина через минуту после обгона?

А. 250 м. Б. 150 м. В. 500 м. Г. 750 м.

4. Велосипедисты Андрей и Сергей выехали из одного пункта. Андрей выехал на 2 ч позже Сергея, но ехал он вдвое быстрее Сергея. Через сколько времени Андрей догнал Сергея?

А. Через 1 ч. Б. Через 2 ч. В. Через 3 ч. Г. Через 4 ч.

5. Лена идет от дома до школы 40 мин., а ее брат Петя — 20 мин. Лена вышла из дома на 10 мин. раньше Пети. Через сколько минут Петя догонит Лену?

А. Через 5 мин. Б. Через 10 мин. В. Через 15 мин. Г. Через 20 мин.

Реши сам

1. Собака увидела зайца на расстоянии 240 м и погналась за ним. Скорость зайца 660 м/мин, скорость собаки — 720 м/мин. Через какое время собака догонит зайца?

2. В полдень от пристани отошёл пароход, скорость которого 18 км/ч. В 15 ч от той же пристани отошёл второй пароход, нагнавший первый в 18 ч. Чему равна скорость второго парохода?

3. Одновременно из Одессы и Севастополя, расстояние между которыми по морю 187 км, вышли в направлении Батуми два теплохода. На каком расстоянии от Севастополя одесский теплоход, идущий со скоростью 32 км/ч, догонит теплоход, вышедший из Севастополя, скорость которого 21 км/ч?

4. Старший брат идёт от дома до школы 30 мин, а младший — 40 мин. Через сколько минут старший брат догонит младшего, если тот вышел на 5 минут раньше?

Ответы и указания к заданиям «Готовимся к решению задач»

1. Б. Обратите внимание на то, что пешеходы движутся в одном направлении.

2. Б. Воспользуйтесь тем, что расстояние, которое будет между пешеходами через 1 час, равно скорости их удаления.

3. Г. Воспользуйтесь тем, что скорость удаления двух тел равна разности их скоростей движения.

4. В. Воспользуйтесь тем, что скорость удаления двух тел равна разности их скоростей движения.

5. В. Найдите сначала скорость сближения в м/мин.

6. 1) 20 км/ч. 2) а) 20 км; б) 60 км. Воспользуйтесь тем, что скорость удаления двух тел равна разности их скоростей движения. **3) Через 4 ч.** Воспользуйтесь тем, что затраченное время равно частному от деления пройденного расстояния на скорость движения.

7. 1) 2 км/ч; 2) до тех пор, пока первый догонит второго. Обратите внимание на то, что, после того, как первый пешеход догонит второго, они будут удаляться друг от друга. Если известна скорость, а нужно найти время, то понадобится ещё знание преодоленного расстояния.

8. 1) 6 км/ч. Воспользуйтесь тем, что скорость удаления двух тел равна разности их скоростей движения. **2) Через 2,5 ч.** Воспользуйтесь тем, что роль скорости движения играет скорость сближения.

9. 1) 180 м/мин и 200 м/мин. Воспользуйтесь таблицей единиц времени и длины на с. 11. **2) Сближаются со скоростью 1,2 км/ч.** Обратите внимание на расположение бегунов относительно друг друга.

Ответы на вопросы к задачам

Задача 1. 1) Через 90 мин. 2) За 4 ч 30 мин. 3) 30 км.

Задача 2. 1) 12 км. 2) 130 км/ч. 3) 2 км.

Задача 3. 1) Через 36 с. 2) 20 м. 3) 530 м/мин.

Задача 4. 1) Нет. 2) в 2 раза. 3) 0,5.

Ответы к заданиям «Проверь себя»

1	2	3	4	5
Г	Б	А	Б	Б

Ответы и указания к заданиям «Реши сам»

1. 4 мин. Найдите скорость сближения собаки и зайца.

2. 36 км/ч. Найдите расстояние, которое прошёл первый пароход к моменту выхода второго.

3. 357 км. Найдите скорость сближения теплоходов.

4. Через 15 мин. Обратите внимание на то, что половину пути старший брат проходит за 15 мин, а младший — за 20 мин.

3. Движение в противоположных направлениях

Теперь мы будем рассматривать движение двух тел (двух пешеходов, пешехода и велосипедиста, двух поездов и т. д.) в противоположных направлениях. Здесь тоже есть много вариантов задач, решение которых зависит от того, начали ли тела движение одновременно или нет, двигались ли они навстречу друг другу из разных пунктов, или в противоположных направлениях из одного или разных пунктов и т. д. И в этих задачах важное значение имеют скорость сближения или удаления. Но при движении в противоположных направлениях она равна сумме скоростей движения тел. Действительно, идя, например, навстречу друг другу, пешеходы за единицу времени проходят путь, равный сумме расстояний, пройденных каждым за единицу времени.

При прямолинейном равномерном движении в противоположных направлениях скорость сближения (или удаления) равна сумме скоростей.

На рис. 4 два автомобиля вышли одновременно из пунктов А и В навстречу друг другу со скоростями 120 км/ч и 110 км/ч. Скорость их сближения равна $120 + 110 = 230$ (км/ч). Это означает, что если расстояние между ними в какой-то момент было 500 км, то через 1 ч оно станет равным $500 - 230 = 270$ (км).



Рис. 4

На рис. 5 два велосипедиста выехали одновременно из пунктов А и В, удаляясь друг от друга, со скоростями 10 км/ч и 12 км/ч. Скорость их удаления равна $10 + 12 = 22$ (км/ч), то есть за 1 ч расстояние между ними увеличивается на 22 км.



Рис. 5

На рис. 6 два пешехода вышли одновременно из одного пункта в противоположных направлениях со скоростями 4 км/ч и 6 км/ч. Скорость их удаления равна $4 + 6 = 10$ (км/ч). Это означает, что за 1 ч расстояние между ними увеличивается на 10 км.



Рис. 6

Готовимся к решению задач

1. Два пешехода вышли из двух пунктов навстречу друг другу. Их скорости 4 км/ч и 6 км/ч. Скорость их сближения равна ...
А. 1 км/ч. Б. 2 км/ч. В. 5 км/ч. Г. 10 км/ч.
2. Два пешехода вышли из двух пунктов одновременно навстречу друг другу. Их скорости 4 км/ч и 6 км/ч. Какое расстояние они пройдут вместе за 1 час?
А. 1 км. Б. 2 км. В. 5 км. Г. 10 км.
3. Два пешехода вышли из двух пунктов, расстояние между которыми 25 км, одновременно навстречу друг другу. Их скорости 4 км/ч и 6 км/ч соответственно. Какое расстояние будет между ними через 1 час?
А. 10 км. Б. 12 км. В. 15 км. Г. 16 км.
4. Два пешехода вышли одновременно из двух пунктов, расстояние между которыми 25 км, навстречу друг другу. Их скорости 4 км/ч и 6 км/ч соответственно. Через какое время после их выхода они встретятся?
А. Через 2,5 ч. Б. Через 2 ч. В. Через 1,5 ч. Г. Через 1 ч.
5. Два пешехода вышли из двух пунктов навстречу друг другу. Скорость одного из них равна 4 км/ч, скорость их сближения 7 км/ч. Чему равна скорость другого?
А. 1 км/ч. Б. 2 км/ч. В. 3 км/ч. Г. 4 км/ч.
6. Два велосипедиста выехали одновременно из одного и того же пункта в противоположных направлениях. Их скорости равны 12 км/ч и 15 км/ч соответственно. Чему равна скорость их удаления друг от друга?
А. 3 км/ч. Б. 9 км/ч. В. 18 км/ч. Г. 27 км/ч.
7. Два велосипедиста выехали одновременно из одного и того же пункта в противоположных направлениях. Их скорости равны 12 км/ч и 15 км/ч соответственно. Расстояние между ними через 3 ч будет равно ...
А. 9 км. Б. 27 км. В. 78 км. Г. 81 км.
8. Грузовая и легковая машина выехали одновременно из двух пунктов навстречу друг другу. Их скорости 40 км/ч и 60 км/ч соответственно.

- 1) Какова скорость их сближения друг с другом?
- 2) Какое расстояние они проедут вместе за: а) 1 час; б) 3 часа?
- 3) За какое время они проедут вместе 400 км?
- 4) Если расстояние между пунктами 250 км, то через какое время они встретятся?

9. Два мотоциклиста выехали одновременно из двух пунктов А и В, расстояние между которыми 200 км, в противоположных направлениях. Их скорости 60 км/ч и 70 км/ч. Какое расстояние будет между ними через: а) 1 час; б) 3 часа?

10. Два пешехода вышли из двух пунктов, расстояние между которыми 25 км, одновременно навстречу друг другу, причём второй вышел на 1 ч позже первого. Их скорости 4 км/ч и 6 км/ч соответственно.

- 1) Какое расстояние будет между ними в момент выхода второго?
- 2) Какое расстояние будет между ними через 1 час после выхода второго?
- 3) Через какое время после выхода второго они встретятся?

Решение задач

Рассмотрим типичную задачу на движение двух тел навстречу друг другу.

Задача 1. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 144 км, выехал мотоциклист со скоростью 60 км/ч. Одновременно с ним из В в А выехал велосипедист со скоростью 12 км/ч. Через сколько минут они встретятся?



Анализируем. Мотоциклист и велосипедист сближаются. Скорость сближения равна сумме их скоростей. В момент встречи сумма расстояний, пройденных мотоциклистом и велосипедистом, равна расстоянию между А и В.

Решаем. Мотоциклист и велосипедист движутся соответственно со скоростями 60 км/ч и 12 км/ч. Они выехали одновременно из двух пунктов навстречу друг другу.

Так как скорость сближения при движении в противоположных направлениях равна сумме скоростей, то они сближаются со скоростью $60 + 12 = 72$ км/ч.

Мотоциклист и велосипедист встретятся тогда, когда они вместе проедут 144 (км). Это произойдёт через $144 : 72 = 2$ (ч) или 120 мин.

Ответ. Через 120 мин.

1. Какое расстояние между мотоциклистом и велосипедистом будет через 1 час?
2. Какое расстояние между мотоциклистом и велосипедистом будет через 10 мин после встречи?
3. Сколько километров останется проехать велосипедисту после того, как мотоциклист приедет в В?

В задаче 1 известными были расстояние между пунктами, из которых выехали мотоциклист и велосипедист, и их скорости. По этим данным было найдено время, через которое после начала движения произошла их встреча. Иногда требуется решить обратную задачу: по заданным скоростям и времени движения до встречи найти расстояние между пунктами, из которых началось движение навстречу друг другу.

Задача 2. Два человека одновременно вступили на рядом движущиеся дорожки в противоположных концах аэровокзала. Через 25 с эти два человека поравнялись друг с другом. Какова длина аэровокзала, если дорожки двигались со скоростью 1 м/с?



Анализируем. Длина аэровокзала равна сумме расстояний, преодоленных на дорожках двумя людьми до того момента, когда они поравнялись. Для её нахождения нужно знать скорость их сближения и время движения до встречи. Первое легко найти, второе известно.

Решаем. В задаче речь идёт о движении двух человек навстречу друг другу. Они двигались с равными скоростями 1 м/с. Их скорость сближения равна сумме их скоростей, то есть $1 + 1 = 2$ (м/с).

Так как через 25 с они встретились друг с другом, то за это время они проедут расстояние, равное $2 \cdot 25 = 50$ (м). Поскольку они выехали из пунктов, находящихся в противоположных концах аэровокзала, то это расстояние равно всей протяжённости аэровокзала. Итак, длина аэровокзала равна 50 м.

Ответ. 50 м.

1. Какое расстояние проехал каждый из двух человек, вступивших на дорожки в аэровокзале?
2. За сколько времени можно преодолеть расстояние от одного конца аэровокзала до другого, вступив на дорожку?
3. Какой была бы длина аэровокзала, если бы один из двух пассажиров не стоял на дорожке, а шёл по ней со скоростью 1 м/с и через 25 секунд эти два пассажира поравнялись бы друг с другом?

Распространёнными являются задачи, где наряду с двумя телами, движущимися навстречу друг другу, имеется третье тело, движущееся от одного из первых двух тел к другому до тех пор, пока они встретятся. Какое расстояние преодолевает третье тело? Время его движения равно времени движения первых двух до встречи друг с другом. Если известна скорость движения третьего, то можно найти расстояние, преодолённое третьим. Если же известно это расстояние, то можно найти скорость движения третьего.

Задача 3. От противоположных берегов озера шириной в этом месте 700 м одновременно поплыли навстречу друг другу два пловца. Один со скоростью 60 м/мин, второй — 40 м/мин. Для страховки между пловцами с момента их



заплыва все время без остановки ходил катер от первого пловца ко второму и назад со скоростью 24 км/ч. Какое расстояние прошел катер от момента заплыва до момента встречи пловцов?

Анализируем. Для нахождения расстояния, пройденного катером, нужно знать его скорость и время, которое он двигался от момента заплыва до момента встречи пловцов. Скорость нам известна. А указанное время равно времени, которое пловцы плыли до встречи. Чтобы найти это время, нужно знать первоначальное расстояние между пловцами и скорость их сближения. Расстояние известно, останется найти скорость их сближения. Здесь важно также учесть, что скорости пловцов и катера даны в разных единицах измерения.

Решаем. Два пловца плывут навстречу друг другу. Скорость их сближения равна сумме скоростей их движения, то есть $60 + 40 = 100$ (м/мин).

Так как до встречи они проплыли вместе 700 м, то можно найти время, которое они плыли до встречи. Оно равно $700:100 = 7$ (мин).

Все эти 7 минут между ними курсировал катер со скоростью 24 км/ч или 24 000 м/ч или $24\,000:60 = 400$ м/мин. Итак, катер плыл 7 мин со скоростью 400 м/мин. За это время он проплыл расстояние, равное $400 \cdot 7 = 2\,800$ (м).

Ответ. 2 800 (м).



1. Чему равна скорость сближения пловцов, если её перевести в км/ч?
2. Чему равно отношение расстояния, преодоленного катером, к расстоянию, преодоленному совместно пловцами?
3. Чему равно отношение скорости движения катера к скорости сближения пловцов?

Мы уже видели, что если два тела движутся навстречу друг другу, то до встречи они совместно проходят расстояние, равное расстоянию между пунктами, из которых они начали движение. Теперь предположим, что после встречи они продолжают движение, каждое прибывает в пункт, из которого вышло другое тело, разворачивается и движется к пункту, из которого оно вышло. Возникает вопрос, а какое расстояние они пройдут совместно от начала движения до второй встречи. Ответ на этот вопрос мы получим при рассмотрении следующей задачи.

Задача 4. Две моторные лодки отходят от противоположных берегов залива, расстояние между которыми 800 м, и пересекают его перпендикулярно берегам. Скорости лодок



постоянны, но у одной больше, чем у другой. После встречи лодки продолжали движение. При достижении берегов, они сразу же отправляются в обратном направлении. На обратном пути они встречаются. Какое расстояние прошли лодки вместе от начала движения до момента второй встречи?

Анализируем. Попробуем ответить на поставленный вопрос, воспользовавшись схемой движения.

До первой встречи лодки совместно прошли расстояние, равное расстоянию между пунктами, из которых они вышли (см. рис. 7 а)).

После встречи они ещё раз вместе преодолели расстояние между пунктами, дойдя до противоположного берега (см. рис. 7 б)).

Далее, от пунктов, в которые лодки прибыли, до места второй встречи они ещё раз преодолели расстояние между пунктами (см. рис. 7 в)).



Решаем. От начала движения до момента второй встречи лодки преодолевают тройное расстояние между противоположными берегами залива (см. рис. 7 а) – в)). Так как расстояние между пунктами, из которых они вышли, равно 800 м, то от начала движения до момента второй встречи они прошли совместно расстояние, втрое превышающее расстояние между берегами залива, то есть $800 \cdot 3 = 2\,400$ (м).

Ответ. 2400 м.

1. Если лодки будут продолжать двигаться после второй встречи до конечных пунктов, затем разворачиваться и двигаться навстречу друг другу, то сколько километров они пройдут вместе от начала движения до момента третьей встречи?
2. Зависит ли результат решения задачи 4 от соотношения скоростей лодок?
3. Равны ли скорости лодок, если они пройдут одинаковые расстояния до второй встречи?

Проверь себя

1. Два космических корабля приближаются, двигаясь по прямой навстречу друг другу для стыковки друг с другом. Один корабль движется со скоростью 8 км/мин., а второй — со скоростью 12 км/мин. На каком расстоянии друг от друга они будут находиться за 2 мин до стыковки?

А. 40 км. Б. 30 км. В. 20 км. Г. 8 км.

2. Два поезда выехали из пунктов А и Б одновременно навстречу друг другу. Расстояние между пунктами 270 км. Скорость первого 70 км/ч, второго — 60 км/ч. Через какое время расстояние между поездами до их встречи составит 10 км?

А. Через 3 ч 30 мин. Б. Через 3 ч. В. Через 2 ч 30 мин. Г. Через 2 ч.

3. Два мальчика с одинаковой скоростью (80 м/мин) вышли друг навстречу другу. Расстояние между ними 960 м. С одним мальчиком была собака, которая бежала в 4 раза быстрее, чем шел мальчик. Собака, не останавливаясь, бегала от одного мальчика ко второму и назад. Сколько метров пробежала собака, пока мальчики шли друг навстречу другу?

А. 960 м. Б. 1440 м. В. 1920 м. Г. 2400 м.

4. Две подруги Ира и Лена, живущие друг от друга на расстоянии 1200 м, договорились одновременно выйти навстречу друг другу. После встречи каждая из них продолжала движение и, дойдя до дома подруги, вернулась обратно. Через сколько минут после их выхода произошла их вторая встреча, если скорость Иры 40 м/мин, а скорость Лены 60 м/мин?

А. Через 12 мин. Б. Через 24 мин. В. Через 36 мин. Г. Через 48 мин.

Реши сам

1. От двух станций, расстояние между которыми 500 км, одновременно навстречу друг другу вышли два поезда. Скорость одного 48 км/ч, а скорость другого 40 км/ч. Какое расстояние будет между поездами через 5 ч?

2. Два велосипедиста выехали из двух сёл одновременно навстречу друг другу и встретились через 3 ч. Скорость первого 10 км/ч, второго — 12 км/ч. Каково расстояние между сёлами?

3. Пастух отправился на пастбище, находящееся в 3 км от села. С ним побежала собака. Когда пастух прошёл 1 км, собака уже добежала до стада. Затем собака вернулась к пастуху и снова побежала к стаду. Так собака бегала, пока пастух шёл до стада. Какое расстояние пробежала собака за время, которое пастух затратил на путь от села до пастбища?

4. Расстояние между домами Винни-Пуха и Пятачка 1 км. Пятачок за 1 мин проходит 75 м, а Винни-Пух — 50 м. Однажды Винни-Пух и Пятачок одновременно вышли из своих домов на прогулку и пошли навстречу друг другу. Гуляя, они доходят до дома друг друга и тут же поворачивают обратно. Через сколько минут после выхода они встретятся: а) в первый раз; б) во второй раз?

Ответы и указания к заданиям «Готовимся к решению задач»

1. Г. Воспользуйтесь тем, что при движении двух тел в противоположных направлениях скорость сближения или удаления равна сумме скоростей их движения.

2. Г. Расстояние, которое пройдут пешеходы вместе за 1 час, численно равно скорости их сближения.

3. В. Между пешеходами через 1 час будет та часть расстояния между пунктами, которую они ещё не прошли.

4. А. Время, через которое встретятся пешеходы равно частному от деления расстояния между пунктами на скорость их сближения.

5. В. Воспользуйтесь тем, что скорость сближения или удаления равна сумме скоростей их движения.

6. Г. Воспользуйтесь тем, что при движении двух тел в противоположных направлениях скорость удаления равна сумме скоростей их движения.

7. Г. Найдите сначала скорость удаления велосипедистов.

8. 1) 100 км/ч; 2) а) 100 км; б) 300 км; 3) через 4 ч; 4) через 2,5 ч. Воспользуйтесь указаниями к заданиям 1, 2, 4, а также тем, что время равно частному от деления расстояния на скорость.

9. а) 130 км; б) 590 км. Воспользуйтесь тем, что расстояние, которое пройдут пешеходы вместе за 1 час, численно равно скорости их сближения.

10. 1) 21 км; 2) 11 км; 3) через 2 ч 6 мин. Воспользуйтесь указаниями к заданиям 2 и 4.

Ответы на вопросы к задачам

Задача 1. 1) 72 км. 2) 12 км. 3) 115 км 200 м.

Задача 2. 1) 25 м. 2) 50 с. 3) 75 м.

Задача 3. 1) 6 км/ч. 2) 4. 3) 4.

Задача 4. 1) 4 км. 2) Нет. 3) Да.

Ответы к заданиям «Проверь себя»

1	2	3	4
А	Г	В	В

Ответы и указания к заданиям «Реши сам»

1. 60 км. Найдите скорость сближения поездов.

2. 66 км. Учтите, что к моменту встречи велосипедисты вместе проехали расстояние, равное расстоянию между сёлами.

3. 9 км. Обратите внимание на то, что скорость собаки в три раза больше скорости пастуха.

4. а) Через 8 мин; б) через 16 мин. Воспользуйтесь решением задачи 4.

4. Движения с несколькими составляющими

Распространёнными являются задачи, где рассматривается движение «туда» и «обратно». Как правило, что-то происходит в конечном пункте, затем совершается движение в исходный. Или на обратном пути меняется вид транспорта, а значит и скорость движения.

Готовимся к решению задач

1. Велосипедист из пункта А в пункт В и обратно доехал за 2 ч 30 мин. В пункте В на свои дела он затратил 45 мин. Сколько времени он передвигался?

А. 2 ч 15 мин. **Б.** 2 ч 5 мин. **В.** 1 ч 55 мин. **Г.** 1 ч 45 мин.

2. Велосипедист ехал из пункта А в пункт В и обратно без остановок. Туда он ехал со скоростью 18 км/ч, а назад — со скоростью, 12 км/ч. Во сколько раз он уменьшил скорость своего передвижения на обратном пути?

А. В 2,5 раза. **Б.** В 2 раза. **В.** В 1,5 раза. **Г.** В 1,25 раза.

3. Велосипедист ехал из пункта А в В и обратно без остановок. На обратном пути он уменьшил скорость в 2 раза. Как изменится время, затраченное на об

ратный путь, по сравнению со временем на дорогу из А в В?

А. Увеличится в 2 раза. Б. Уменьшится в 2 раза.

В. Увеличится в 1,5 раза. Г. Уменьшится в 1,5 раза.

4. Велосипедист из пункта А в пункт В и обратно доехал за 2 ч 30 мин. На обратном пути он уменьшил скорость в 2 раза. Сколько времени он затратил на дорогу из А в В и на дорогу из В в А?

А. 1 ч 40 мин и 50 мин. Б. 50 мин и 1 ч 40 мин.

В. 80 мин и 1 ч 50 мин. Г. 30 мин и 2 ч.

5. Николай от одного причала на озере до другого добирался на моторной лодке за 0,4 часа. Однажды по прибытию на другой причал мотор вышел из строя, и Николай обратный путь преодолел на вёслах. Всего путь туда и обратно занял 1 ч 50 мин. За сколько минут он добирался на вёслах в одну сторону?

А. За 126 мин. Б. За 106 мин. В. За 86 мин. Г. За 68 мин.

6. Велосипедист на проезд из пункта А в пункт В и обратно затратил 2 ч 45 мин, причём на обратный путь в 1,5 раза больше времени, чем на путь из А в В. Сколько времени он ехал из А в В и сколько из В в А?

7. Велосипедист на проезд из пункта А в пункт В и обратно затратил 2 ч 45 мин, причём на обратный путь на 35 мин больше, чем на путь из А в В. Сколько времени он ехал из А в В и сколько из В в А?

8. Велосипедист на тренировке проехал из А в В и обратно, причём на обратный путь он затратил на 36 мин больше, чем на путь из А в В. Сколько времени он ехал из А в В и сколько из В в А, если на путь из А в В ему понадобилось вдвое больше времени, чем на путь из В в А?

Решение задач

В следующей задаче по известным скоростям передвижения в одну и другую сторону и затраченному времени требуется определить преодолённое расстояние.

Задача 1. Птица из гнезда вылетает за кормом для своих птенцов со скоростью 6 м/с, а возвращается назад с



кормом через 12 мин. со скоростью 3 м/с. На отыскание корма у неё уходит 3 мин. На каком расстоянии от гнезда она добывает корм?

Анализируем. Здесь предполагается, что «туда» и «обратно» птица летит одним и тем же путём, то есть преодолевает одно и то же расстояние.

Скорость птицы на обратном пути в $6:3 = 2$ раза меньше, чем при полёте без корма. Поэтому птица на обратный путь затратила вдвое больше времени, чем на полёт за кормом.

Таким образом, задача сведена к задаче деления на части общего времени полёта «туда» и «обратно».

Решаем. Всего на полёты «туда» и «обратно» (без затраты времени на поиск корма) птица израсходовала $12 - 3 = 9$ (мин).

Примем время, затраченное на путь «туда», за 1 часть, тогда время, затраченное на путь «обратно», составит 2 части. Общее время туда и обратно составит $1 + 2 = 3$ части. Поэтому на одну часть приходится $9:3 = 3$ (мин).

Итак, за кормом птица летела 3 мин со скоростью 6 м/с. Она преодолела расстояние, равное произведению скорости на время, то есть $6 \text{ м/с} \cdot 3 \text{ мин} = 6 \text{ м/с} \cdot (3 \cdot 60) \text{ с} = 6 \text{ м/с} \cdot 180 \text{ с} = 1080 \text{ м}$. Птица добывает корм на расстоянии 1080 м от гнезда.

Ответ. 1 080 м.

- 
1. Сколько минут летела птица на обратном пути с кормом?
 2. Каким будет искомое расстояние, если время полёта с кормом будет в три раза больше времени полёта за ним, общее время полёта составит 6 мин, а скорость полёта за кормом — 3 м/с?

Приведенные в решении задачи рассуждения позволяют сформулировать ещё два свойства прямолинейного равномерного движения.

Если длины двух участков движения равны, то время движения на одном участке *больше* времени движения на другом во столько раз, во сколько скорость его движения *меньше* скорости движения на другом участке.

Если длины двух участков движения равны, то скорость движения

на одном участке *больше* скорости движения на другом во столько раз, во сколько время его движения *меньше* времени движения на другом участке.

В следующей задаче известно время, которое затрачивается на путь «туда» и «обратно», если всё движение совершается на одном транспорте, и время, если в одну сторону движение совершается тем же видом транспорта, а в другую — иным. Требуется найти время, необходимое для преодоления пути «туда» и обратно этим, иным транспортом.

Задача 2. На рыбалку Вова шел пешком, а возвращался на велосипеде. На весь путь он затратил 50 мин. В другой раз туда и обратно он проехал на велосипеде за 24 мин. За сколько минут Вова пройдет весь путь в оба конца пешком?



Анализируем. Конечно, здесь предполагается, что на рыбалку и обратно Вова добирается одной и той же дорогой, если идёт пешком, то с одной и той же скоростью, если едет на велосипеде, то тоже с одной и той же скоростью. По известному времени, затраченному на путь туда и обратно на велосипеде, можно найти время, необходимое на путь в одну сторону.

А, зная время, затраченное на путь в одну сторону пешком, а в другую — на велосипеде, можно будет найти время, необходимое на путь в одну сторону, а значит и в обе стороны, при движении пешком.

Решаем. Так как на весь путь на велосипеде Вова затратил 24 мин, то на путь в одну сторону на велосипеде ему требуется $24:2 = 12$ (мин).

Если на рыбалку Вова идёт пешком, а возвращается на велосипеде, то ему требуется 50 мин. Но мы знаем, что на путь в одну сторону на велосипеде ему требуется 12 мин, следовательно, на путь в одну сторону пешком ему необходимо затратить $50 - 12 = 38$ (мин).

Весь путь в оба конца пешком Вова пройдёт за $38 \cdot 2 = 76$ (мин).

Ответ. 76 мин.



1. С какой скоростью шёл Вова пешком, если расстояние до места рыбалки составляло 3800 м?

2. Каким будет ответ в задаче, если Вова увеличит скорость езды на велосипеде вдвое?

В примерах, приведенных выше, как правило, рассматривалось движение, проходившее в неизменных условиях. На практике нередко во время движения может измениться направление, скорость движения, вид транспорта, на котором совершается движение. Подобные движения и будут рассмотрены в следующих задачах.

Задача 3. Петя регулярно добирался по прямолинейному шоссе из пункта А в пункт Б, расстояние между которыми 15 км. Он или шёл пешком со скоростью 3 км/ч, или его подвозил товарищ на велосипеде (часть пути или весь путь), тогда их скорость движения равнялась 12 км/ч. Сколько времени он шел пешком, если добирался к пункту назначения за 3 ч?



Анализируем. В предложенном движении меняется способ передвижения, а с ним и скорость движения. Для нахождения времени, которое Петя шёл пешком, известно: расстояние между пунктами, общее затраченное время на путь пешком и на велосипеде, скорости движения пешком и на велосипеде.

Заметим, что если бы весь путь Петя преодолевал пешком, то ему для преодоления 15 км понадобилось бы $15:3 = 5$ (ч). Если бы его всю дорогу подвозил товарищ, то ему понадобилось бы $15 \text{ км} : 12 \text{ км/ч} = 1\frac{1}{4}$ ч = 1 ч 15 мин. Если он добирался до пункта назначения 3 ч, то часть пути он шёл пешком, а часть пути его подвозил на велосипеде товарищ.

Решаем. Для нахождения времени, которое Петя шёл пешком, предположим, что весь путь он ехал на велосипеде со скоростью 12 км/ч. Тогда за 3 ч он преодолел бы $12 \cdot 3 = 36$ (км).

А на самом деле он преодолел 15 км, то есть на $36 - 15 = 21$ (км) меньше. Дело в том, что часть пути он двигался пешком со скоростью 3 км/ч. Эта скорость меньше скорости передвижения на велосипеде на $12 - 3 = 9$ (км/ч).

Пешком Петя двигался столько времени, сколько необходимо для преодоления 21 км со скоростью 9 км/ч, то есть $21 \text{ км} : 9 \text{ км/ч} = 2\frac{1}{3} \text{ ч} = 2 \text{ ч } 20 \text{ мин}$.

Проверим полученный результат. За 2 ч 20 мин пешком Петя прошёл 7 км, на оставшиеся $15 - 7 = 8$ (км) на велосипеде ему понадобится $8 \text{ км} : 12 \text{ км/ч} = \frac{2}{3} \text{ ч} = 40 \text{ мин}$. Всего ему понадобится $2 \text{ ч } 20 \text{ мин} + 40 \text{ мин} = 3 \text{ ч}$.

Следовательно, мы получили правильный результат.

Ответ. 2 ч 20 мин.



1. Каким будет ответ в задаче, если Петя будет идти пешком со скоростью 5 км/ч?
2. С какой скоростью шёл Петя пешком, если друг вёз его на велосипеде 30 мин?

При выполнении следующего задания применим свойства прямолинейного равномерного движения, сформулированные выше.

Задача 4. У велосипедиста лопнула шина на велосипеде, когда он проехал вдвое больше, чем ему осталось. На остальной путь пешком он затратил вдвое больше времени, чем на велосипедную езду. Во сколько раз велосипедист ехал быстрее, чем шёл?



Анализируем. Движение велосипедиста состоит из двух составляющих: движение до того, как лопнула шина (на велосипеде) и после этого (пешком). Известно отношение длин этих участков, а также отношение длительностей преодоления этих участков. По этим данным, применив свойства прямолинейного равномерного движения, можно узнать, во сколько раз велосипедист ехал быстрее, чем шёл.

Решаем. Длина первого участка вдвое больше длины второго. Если бы второй участок он преодолевал на велосипеде с прежней скоростью, то у него ушло бы вдвое меньше времени, чем на преодоление первого участка.

На самом деле у него ушло вдвое больше времени, чем на велосипедную езду, то есть на остальной путь пешком он затратил в $2 \cdot 2 = 4$ раза больше вре-

мени, чем на этот же путь затратил бы на велосипеде. Так как длина второго участка одна и та же и при движении по нему пешком, и при условном движении на велосипеде, то скорость движения на нём на велосипеде больше скорости движения по нему пешком во столько раз, во сколько время движения на велосипеде меньше времени движения пешком, то есть в 4 раза (см. свойство прямолинейного равномерного движения).

Ответ. В 4 раза.

1. Если бы велосипедист весь путь шёл пешком, то во сколько раз больше времени он затратил бы на первый участок (от начала движения до места, где лопнула шина), чем затратил фактически, преодолев его на велосипеде?

2. Если бы владелец велосипеда весь путь шёл пешком, то во сколько раз больше времени он затратил бы на весь путь, чем затратил фактически, преодолев на велосипеде первый участок и пешком второй?

Проверь себя

1. Птица добывает корм для своих птенцов на расстоянии 1 км 80 м от гнезда. За кормом налегке она летит со скоростью 6 м/с, а возвращается назад с кормом через 12 мин со скоростью 3 м/с. Сколько времени у неё уходит на отыскание корма?

А. 2 мин. **Б.** 3 мин. **В.** 4 мин. **Г.** 5 мин.

2. Муравьишка был в гостях в соседнем муравейнике. Туда он шёл пешком, а обратно ехал. Первую половину пути он ехал на Гусенице — ехал в 2 раза медленнее, чем шёл пешком. А другую половину пути он ехал на Кузнечике — ехал в 5 раз быстрее, чем шёл пешком. На какой путь Муравьишка затратил времени меньше: в гости или обратно?

А. Одинаково. **Б.** В гости. **В.** Обратно. **Г.** Определить нельзя.

3. Автомобиль проехал из пункта А в пункт Б за 6 часов, но на обратном пути из-за тумана снизил скорость вдвое. Сколько времени у него занял обратный путь?

А. 3 ч. **Б.** 6 ч. **В.** 12 ч. **Г.** Определить нельзя.

4. У мотоциклиста заглох мотор, когда он проехал втрое больше, чем ему осталось. Остальной путь он проделал на велосипеде, который был у него в коляске, со скоростью в 3 раза меньшей, чем на мотоцикле. На какой путь он затратил больше времени и во сколько раз?

А. Мотоциклом, в 3 раза

Б. Велосипедом, в 3 раза.

В. Одинаковое время

Г. Определить нельзя

Реши сам

1. Во время липового медосбора пчела вылетает из улья со скоростью 4 м/с, а возвращается обратно через 7 мин со скоростью 2 м/с. На каком расстоянии от улья расположена липа, с которой пчела взяла мёд? На сбор мёда с липы во время одного полёта пчела затрачивает 1 мин.

2. Если Серёжа поедет в школу автобусом, а обратно пойдёт пешком, то он затратит на весь путь 1 ч 30 мин. Если же в оба конца он поедет автобусом, то затратит всего 30 мин. Сколько времени затратит Серёжа, если пойдёт пешком и в школу, и обратно?

3. Турист решил отправиться из одного города в другой не пешком, а на попутном транспорте. Первую половину пути он проехал на автомобиле в 10 раз быстрее, чем если бы шёл пешком, а вторую половину пути он двигался на волах — вдвое медленнее, чем если бы шёл пешком. Сэкономил ли турист время тем, что проехал весь путь, а не прошёл его пешком?

4. Группа захвата на скоростной машине ехала к месту сбора преступников. Машина вышла из строя, когда до конечной цели оставалось проехать втрое меньше, чем она проехала. Остальной путь она проделала на другой машине со скоростью в полтора раза меньшей, чем на скоростной машине. На какой путь (до поломки или после неё) она затратила больше времени и во сколько раз?

Ответы и указания к заданиям «Готовимся к решению задач»

1. Г. Обратите внимание на то, что затраченное время состоит из двух частей.

2. В. Найдите отношение скоростей.

3. А. Воспользуйтесь тем, что при постоянном расстоянии время и скорость обратно пропорциональны.

4. **Б.** Примите время на дорогу из В в А за 1 часть. Можно составить и решить уравнение.
5. **В.** Обратите внимание на то, что известны общее время, затраченное на путь в обе стороны, и время на путь в одну сторону.
6. **66 мин и 99 мин.** Примите время на дорогу из А в В за 1 часть. Можно составить и решить уравнение.
7. **1 ч 5 мин и 1 ч 40 мин.** Искомые значения времени можно найти по известным их сумме и разности. Можно составить и решить уравнение.
8. **72 мин и 36 мин.** Примите время на дорогу из А в В за 1 часть. Можно составить и решить уравнение.

Ответы на вопросы к задачам

Задача 1. 1) 6 мин. 2) 270 м.

Задача 2. 1) 100 м/мин. 2) 88 мин.

Задача 3. 1) 180 мин. 2) 60 м/мин.

Задача 4. 1) В 4 раза. 2) В 2 раза.

Ответы на задания «Проверь себя»

1	2	3	4
Б	Б	В	В

Ответы и указания к заданиям «Реши сам»

1. **480 м.** Обратите внимание на то, что скорость возвращения пчелы в два раза меньше скорости её полёта до липы.
2. **2 ч 30 мин.** Предварительно найдите время, за которое Серёжа добирается до школы автобусом.
3. **Нет.** Обратите внимание на то, что, двигаясь половину пути на волах со скоростью, вдвое меньшей, чем пешком, турист затратил столько же времени, сколько затратил бы на весь путь при движении пешком.
4. **До поломки в 2 раза.** Воспользуйтесь свойствами прямолинейного равномерного движения.

5. Движение в движущейся среде

Движение по речке имеет свои особенности. Если катер, пловец плывут по течению, то течение служит их помощником, оно ускоряет движение. Если против течения — то замедляет движение.

Скорость движения катера по течению равна сумме собственной скорости катера и скорости течения.

Скорость движения катера против течения равна разности собственной скорости катера и скорости течения.

Эти особенности присущи не только движению по речке. То же самое имеем, например, при движении по эскалатору. Если человек идёт вниз по спускающемуся эскалатору, то скорость его движения равна сумме его собственной скорости и скорости движения эскалатора. Ну а если кому-то вздумается идти вверх по спускающемуся эскалатору или вниз по поднимающемуся эскалатору, то его скорость будет равна разности его собственной скорости и скорости движения эскалатора.

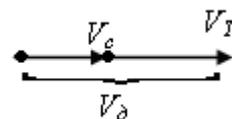
Подобную ситуацию мы имеем, если кто-то, например, связной идёт в голову или в хвост движущейся колонны. В первом случае движение колонны увеличивает расстояние, а значит и время, необходимое для попадания в голову колонны. Во втором случае — уменьшает.

Ту же роль, что выполняет течение при движении по реке, играет ветер, например, при движении велосипеда или вертолѐта. Он может как ускорить движение, так и затормозить его.

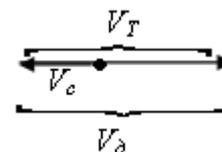
В указанных ситуациях движение тела происходит в движущейся среде. В данном пункте рассмотрим задачи, где описывается подобное движение.

Решение этих задач основано на следующих правилах.

Если тело движется в среде с собственной скоростью V_T , а среда движется со скоростью V_c , и если направления движения тела и среды совпадают, то фактически тело движется со скоростью $V_d = V_T + V_c$.



Если тело движется в среде с собственной скоростью V_T , а среда движется со скоростью V_c , и если направление движения тела противоположно направлению движения среды, то фактически тело движется со скоростью $V_d = V_T - V_c$.



Готовимся к решению задач

- Собственная скорость катера равна 13 км/ч, а скорость течения реки — 3 км/ч. Каковы скорости движения катера по течению реки и против течения?

А. 16 км/ч и 8 км/ч. Б. 16 км/ч и 10 км/ч.
 В. 14,5 км/ч и 8 км/ч. Г. 14,5 км/ч и 10 км/ч.
- Скорость катера по течению реки равна 16 км/ч, а против течения — 10 км/ч. Каковы собственная скорость катера и скорость течения?

А. 11,5 км/ч и 6 км/ч. Б. 14,5 км/ч и 1,5 км/ч.
 В. 13 км/ч и 3 км/ч. Г. 12 км/ч и 2 км/ч.
- Скорость течения реки равна 2 км/ч. На сколько скорость движения катера по течению этой реки больше скорости его против течения?

А. На 1 км/ч. Б. На 2 км/ч. В. На 3 км/ч. Г. На 4 км/ч.
- От причала одновременно отправились катер по течению реки со скоростью в стоячей воде 15 км/ч и плот. Скорость течения реки 3 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 1 час?

А. 18 км. Б. 15 км. В. 12 км. Г. 9 км.
- От причала одновременно отправились катер против течения со скоростью в стоячей воде 15 км/ч и плот. Скорость течения реки 3 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 1 час?

А. 9 км. Б. 12 км. В. 15 км. Г. 18 км.
- Вертолёт летит по ветру со скоростью 105 км/ч, скорость ветра 5 км/ч. Какова собственная скорость вертолёта?
- Вертолёт летит против ветра со скоростью 95 км/ч, его собственная скорость равна 100 км/ч. Какова скорость ветра?

8. Пассажир метро, находясь на ступеньке эскалатора, едущего вверх, и двигаясь вверх со скоростью 25 м/мин, поднимается вверх со скоростью 75 м/мин. Какова скорость эскалатора?

9. Пассажир метро, находясь на ступеньке эскалатора, едущего вверх, и двигаясь вниз со скоростью 25 м/мин, поднимается вверх со скоростью 25 м/мин. Какова скорость эскалатора?

Решение задач

В следующей задаче рассматривается движение двух объектов в движущейся среде в противоположных направлениях.

Задача 1. Плот и лодка одновременно двинулись навстречу друг другу по реке. Они находятся на расстоянии 24 км друг от друга. Через какое время они встретятся, если собственная скорость лодки 8 км/ч, а скорость течения реки 2 км/ч?



Анализируем. Ясно, что плот плывёт по течению и его скорость равна скорости течения. Лодка плывёт навстречу плоту, значит, она движется против течения. Чтобы найти время, через которое плот и лодка встретятся, нужно известное расстояние между ними разделить на скорость сближения.

Решаем. Скорость движения плота равна 2 км/ч, а скорость движения лодки равна разности её собственной скорости и скорости течения реки: $8 - 2 = 6$ (км/ч).

Плот и лодка плывут навстречу друг другу, они сближаются, скорость их сближения равна сумме их скоростей: $6 + 2 = 8$ (км/ч). Это значит, что расстояние между ними уменьшается за каждый час на 8 км.

До встречи им предстоит пройти 24 км, следовательно, они встретятся через $24:8 = 3$ (ч).

Ответ. Через 3 ч.



1. Чему равна скорость лодки по течению?
2. Если бы лодка стояла, а плот двигался, то через какое время плот подошёл бы к месту нахождения лодки?

3. *На каком расстоянии друг от друга будут плот и лодка через 4 ч после начала движения?*

Как мы отмечали выше, подобным образом решаются и задачи, где движение происходит не по реке, а на эскалаторе.

Задача 2. Пассажир метро, стоя на ступеньке эскалатора, поднимается вверх за 3 мин. За сколько минут он поднимется вверх по движущемуся эскалатору, если будет идти со скоростью 25 м/мин? Длина эскалатора 150 м.

Анализируем. Когда пассажир стоит на ступеньке эскалатора, едущего вверх, он поднимается со скоростью эскалатора. Если пассажир будет идти вверх по эскалатору, едущему вверх, то скорость его подъёма равна сумме скоростей движения эскалатора и пассажира. Найдя эту скорость и зная расстояние, которое ему предстоит преодолеть — оно равно длине эскалатора, — можно будет найти искомое время.

Решаем. Так как 150 м (расстояние, которое пассажиру предстоит преодолеть для подъёма вверх) пассажир преодолевает, стоя на ступеньке эскалатора, за 3 мин, то скорость эскалатора равна $150 : 3 = 50$ (м/мин).

Тогда скорость пассажира, поднимающегося вверх по движущемуся вверх эскалатору равна $50 + 25 = 75$ (м/мин), то есть пассажир преодолевает расстояние в 150 м со скоростью 75 м/мин. На это ему понадобится время, равное $150 : 75 = 2$ (мин).

Ответ. 2 мин.

- 
- 1. За сколько секунд пассажир поднимется вверх по движущемуся вверх эскалатору, если он будет идти вдвое быстрее?*
 - 2. С какой скоростью поднимался бы вверх пассажир, если бы на эскалаторе, едущему вверх, он пытался бы идти против движения эскалатора со скоростью 25 м/мин?*

В предыдущих задачах для их решения необходимо было выполнять, хоть и несложные, но какие-то вычисления. В следующей задаче достаточно будет воспользоваться пониманием правил нахождения скорости движения по тече-

нию и скорости движения против течения. Самих скоростей находить нам не придётся.

Задача 3. От пристани одновременно отправились два катера, у которых одинаковая скорость в стоячей воде. Один катер направился по течению, другой — против течения. В это же время от пристани отчалил плот. Через 90 минут с плота поступил сигнал «SOS» и плот причалил к берегу. Оба катера сразу же направилась к плоту. Какой катер прибудет на помощь быстрее?

Анализируем. В задаче требуется сравнить время, необходимое катерам, чтобы добраться до плота. Для этого достаточно сравнить расстояния, которые им предстоит преодолеть и скорости.

Решаем. Скорость катера в стоячей воде — это его собственная скорость. Тот катер, который плывёт по течению, за 90 мин проплывёт большее расстояние, чем за то же время катер, плывущий против течения, так как у него большая скорость движения. Но плот плывёт по течению. Поэтому до плота обоим катерам предстоит пройти одинаковые расстояния.

Сравним их скорости. Первый катер к плоту плывёт против течения (это в обратную сторону), а второй — по течению. Так как их собственные скорости одинаковы, то к плоту первый катер плывёт с меньшей скоростью, чем второй (при движении против течения от собственной скорости отнимается скорость течения, а при движении по течению к собственной скорости прибавляется скорость течения).

Итак, для оказания помощи плоту катерам нужно проплыть одинаковые расстояния, но с разными скоростями. Поэтому первому катеру потребуется большее время. Быстрее на помощь прибудет второй катер.

Ответ. Второй.

- 
1. Если скорость течения 2 км/ч, а собственная скорость катеров 16 км/ч, то какое расстояние проплывут плот и каждый катер за 90 мин?
 2. Если скорость течения 2 км/ч, а собственная скорость катеров 16 км/ч, то какое расстояние будет между плотом и каждым катером через 90 мин?

Проверь себя

1. Собственная скорость катера 30 км/ч, скорость течения реки 4 км/ч. На сколько км больше пройдёт катер за 2 ч против течения, чем плот по течению?

А. На 26 км. Б. На 44 км. В. На 52 км. Г. На 60 км.

2. Скорость ветра 5 км/ч, собственная скорость вертолётa 100 км/ч. На сколько больше км вертолёт пролетит за 2 ч при попутном ветре, чем при встречном?

А. На 10 км. Б. На 20 км. В. На 30 км. Г. На 40 км.

3. По реке, скорость течения которой 1 км/ч, плыла по течению моторная лодка с собственной скоростью 8 км/ч. Байдарка плыла по той же реке против течения с собственной скоростью 4 км/ч. Байдарка потратила на весь путь в три раза больше времени, чем моторная лодка. Какое судно прошло большее расстояние?

А. Моторная лодка

Б. Байдарка.

В. Определить невозможно.

Г. Расстояния одинаковы

Реши сам

1. Скорость течения реки в 5 раз меньше собственной скорости катера. Найдите скорость катера против течения, если его скорость по течению составляет 18 км/ч.

2. Человек бежит за своей шляпой, которую несёт ветер со скоростью 4 м/с. Через сколько секунд он догонит шляпу, если сейчас между ними 8 м, а его скорость 6 м/с?

3. Собственная скорость лодки 9 км/ч, а скорость течения реки 3 км/ч. Расстояние между пристанями 24 км/ч. Сколько времени затратит лодка на путь между пристанями туда и обратно?

Ответы и указания к заданиям «Готовимся к решению задач»

1. Б. Воспользуйтесь правилами движения в движущейся среде.

2. В. Значения искомым величин можно найти по их сумме и разности.

3. Г. Воспользуйтесь правилами движения в движущейся среде.

4. **Б.** Обратите внимание на то, что при движении двух тел в одном направлении скорость их сближения равна разности скоростей их движения.
5. **В.** Обратите внимание на то, что при движении двух тел навстречу друг другу скорость их сближения равна сумме скоростей их движения.
6. **100 км/ч.** Воспользуйтесь правилами движения в движущейся среде.
7. **5 км/ч.** Воспользуйтесь правилами движения в движущейся среде.
8. **50 м/мин.** Воспользуйтесь правилами движения в движущейся среде.
9. **50 м/мин.** Воспользуйтесь правилами движения в движущейся среде.

Ответы на вопросы к задачам

Задача 1. 1) 10 км/ч; 2) 12 ч. 3) 8 км.

Задача 2. 1) 90 с. 2) 25 м/мин.

Задача 3. 1) 3 км, 21 км, 27 км. 2) 24 км.

Ответы на задания «Проверь себя»

1	2	3
Б	Б	Г

Ответы и указания к заданиям «Реши сам»

1. **12 км/ч.** Примите скорость течения реки за 1 часть и найдите, сколько частей составляют скорости по течению и против течения.
2. Через **4 с.** Найдите скорость сближения человека и его шляпы.
3. **6 ч.** Найдите скорости лодки по течению и против течения.

6. Движение объектов, размеры которых нельзя не учитывать

До сих пор, рассматривая движение поездов, теплоходов, мы не задумывались над их размерами. Почему? Эти размеры настолько меньше пройденных расстояний, что они не влияют на полученные результаты. В рассмотренных задачах мы считали движущиеся объекты точками (их называют материальными точками), не имеющими размеров.

В задачах настоящего пункта размерами движущихся объектов не только нельзя пренебрегать, они будут выступать в качестве данных и существенно влиять на результаты решения.

Готовимся к решению задач

1. Плот от захода на пляж длиной 900 м до полного выхода из него преодолевает расстояние 1600 м. Какова длина плота?

А. 350 м. Б. 450 м. В. 700 м. Г. 800 м.

2. Плот проходит мимо столба, стоящего на пляже, за 20 мин. Скорость течения реки равна 24 м/мин. Какова длина плота?

А. 480 м. Б. 360 м. В. 540 м. Г. 240 м.

3. Плот длиной 480 м проходит пляж длиной 840 м за 55 мин. Какова скорость течения реки?

А. 40 м/мин. Б. 32 м/мин. В. 28 м/мин. Г. 24 м/мин.

4. Плот длиной 480 м проходит пляж длиной 840 м за 55 мин. За какое время он пройдёт мимо столба, установленного на пляже?

А. За 20 мин. Б. За 25 мин. В. За 30 мин. Г. За 40 мин.

5. Пассажир находится в неподвижном поезде и видит, как в течение 8 с мимо его окна проходит другой поезд, имеющий в длину 100 м. С какой скоростью шёл этот поезд?

А. 40 км/ч. Б. 45 км/ч. В. 48 км/ч. Г. 50 км/ч.

6. Пассажир едет в поезде и видит, как мимо его окна в течение 3 с в противоположном направлении проходит другой поезд, имеющий в длину 75 м. Какова скорость сближения этих поездов?

А. 80 км/ч. Б. 85 км/ч. В. 90 км/ч. Г. 95 км/ч.

7. Пассажир едет в поезде, который идёт со скоростью 40 км/ч, и видит, как мимо его окна в течение 3 с в противоположном направлении проходит другой поезд, имеющий в длину 75 м. Какова скорость встречного поезда?

А. 40 км/ч. Б. 45 км/ч. В. 48 км/ч. Г. 50 км/ч.

8. Пассажир едет в поезде, который идёт со скоростью 40 км/ч, и видит, как мимо его окна в противоположном направлении проходит другой поезд, имеющий в длину 75 м и идущий со скоростью 50 км/ч. В течение скольких секунд пассажир видел встречный поезд?

А. 1 с. Б. 2 с. В. 3 с. Г. 4 с.

Решение задач

Следующая задача является типичной для движения тел, чьи размеры нужно обязательно учитывать.

Задача 1. Питон длиной 16 м проползает через мост длиной 32 метра за 18 минут. Сколько минут ему потребуется, чтобы проползти мимо столба?



Анализируем. Здесь движущийся объект — питон. Его длина 16 м. Слова «проползает через мост» означают, что в результате его движения на мосту не останется ни частички его тела. Голова питона сместилась на расстояние, равное сумме длин питона и моста.

В задаче требуется найти время, которое потребуется питону, чтобы проползти мимо столба. Размерами столба пренебрегаем, так как они во много раз меньше длины питона. Таким образом питону предстоит проползти расстояние, равное его длине.

Для нахождения искомого времени можно было бы найти скорость передвижения питона из первого условия, а затем требуемое время. Но можно поступить проще. Можно найти, во сколько раз расстояние, которое преодолевает питон при переползании через мост, больше расстояния, которое преодолевает питон при проползании мимо столба. Тогда первое время будет во столько же раз больше второго на основании свойства прямолинейного равномерного движения.

Решаем. Чтобы проползти мимо столба, питону предстоит преодолеть расстояние, равное длине питона, то есть 16 м. Чтобы проползти через мост питону предстоит преодолеть расстояние равное $16 \text{ м} + 32 \text{ м} = 48 \text{ м}$. Первое расстояние в $48 : 16 = 3$ раза меньше второго.

Так как скорость передвижения питона не меняется, то питону для проползания мимо столба понадобится время, в 3 раза меньшее, чем через мост, то есть $18 : 3 = 6$ (мин).

Ответ. 6 мин.



1. *Через сколько минут после попадания головы питона на мост его хвост окажется на мосту?*
2. *Через сколько минут после попадания головы питона на мост его голова окажется на противоположном краю моста?*

В следующей задаче длина движущегося тела будет учитываться в движении двух тел навстречу друг другу.

Задача 2. Я еду в поезде, который идёт со скоростью 40 км/ч, и вижу, как в течение 3 с мимо моего окна в противоположном направлении проходит другой поезд, имеющий в длину 75 м. С какой скоростью шёл встречный поезд?



Анализируем. В задаче известны расстояние, которое преодолели совместно два поезда, двигаясь навстречу друг другу, и время, в течение которого они это сделали. Это позволяет найти скорость сближения. Зная скорость сближения двух тел и скорость движения одного из них, можно найти скорость другого.

Решаем. За 3 с два поезда, двигаясь навстречу друг другу, совместно преодолели расстояние, равное 75 м. Поэтому скорость их сближения равна $75 : 3 = 25$ (м/с) или $25 \cdot 60 = 1\,500$ (м/мин), или $1\,500 \cdot 60 = 90\,000$ м/ч, или $90\,000 : 1\,000 = 90$ (км/ч).

Так как при движении навстречу друг другу скорость сближения тел равна сумме их скоростей, а скорость одного поезда равна 40 км/ч, то скорость другого равна $90 - 40 = 50$ (км/ч).

Ответ. 50 км/ч.



1. *Какой бы была скорость встречного поезда, если бы его длина равнялась 90 м?*
2. *Какой бы была длина встречного поезда, если бы мимо моего поезда он проехал бы за 4 с с той же скоростью?*
3. *Если бы второй поезд длиной 75 м догонял бы поезд, в котором я ехал, то какой бы была его скорость?*

Проверь себя

1. Поезд проехал мост длиной в 450 м за 45 с, а мимо будки стрелочника за 15 с. Скорость поезда равна ...

А. 45 км/ч. Б. 54 км/ч. В. 56 км/ч. Г. 63 км/ч.

2. Кондуктор пассажирского поезда, скорость которого 50 км/ч, заметил, что встречный товарный поезд, идущий со скоростью 40 км/ч, прошёл мимо него за 10 с. Какова длина товарного поезда?

А. 150 м. Б. 200 м. В. 225 м. Г. 250 м.

Реши сам

1. Змея длиной 11 м проползает мимо столба за 5 минут, а через мост за 20 мин. Какова длина моста?

2. Игорь едет в поезде, который идёт со скоростью 45 км/ч, и видит, как в течение 16 с мимо его окна в том же направлении проходит скорый поезд со скоростью 63 км/ч. Какова длина скорого поезда?

Ответы и указания к заданиям «Готовимся к решению задач»

1. В. Искомое расстояние равно сумме длин пляжа и плота.

2. А. Обратите внимание на то, что плот преодолевает расстояние, равное его длине.

3. Г. Обратите внимание на то, что плот плывёт со скоростью течения.

4. А. Предварительно найдите скорость плота.

5. Б. Найдите искомую скорость в м/с, а затем переведите её в км/ч.

6. В. Обратите внимание на то, что вместе поезда преодолели расстояние, равное длине встречного поезда.

7. Г. Найдите предварительно скорость сближения поездов.

8. В. Предварительно найдите скорость сближения поездов.

Ответы на вопросы к задачам

Задача 1. 1) Через 6 мин. 2) Через 12 мин.

Задача 2. 1) 68 км/ч. 2) 100 м. 3) 130 км/ч.

Ответы к заданиям «Проверь себя»

1	2
Б	Г

Ответы и указания к заданиям «Реши сам»

1. **33 м.** Найдите расстояния, которые проползает змея за 5 мин и за 20 мин.
2. **80 м.** Найдите скорость сближения поездов.

Контрольное задание

Выполнение контрольного задания предполагает обязательное выполнение контрольного теста и основного задания. Оцениваются результаты выполнения основного задания, а результаты выполнения контрольного теста позволяют судить о степени готовности к выполнению основного задания. Ещё одну оценку можно получить за выполнение дополнительного задания. Выполнение заданий для исследования не оцениваются.

Все составляющие контрольного задания разделены знаком  на части, соответствующие блокам рассматриваемой темы.

Критерии оценок

Оценка		Основное Задание	Дополнительное задание
«зачтено»	Решено не менее	6 задач	—
«хорошо»	Решено не менее	8 задач	5 задач
«отлично»	Решено не менее	11 задач	10 задач

Контрольный тест

Настоящий тест предназначен для подготовки к выполнению основного задания. Многие его задания аналогичны заданиям «Проверь себя», к которым приведены ответы. Пользуйтесь этим.

Выполнение контрольного теста состоит в выборе правильного ответа из четырёх приведенных. Помните, что среди приведенных есть правильный ответ, и он только один. Если же Вы уверены, что правильного ответа нет среди приведенных, в качестве ответа напишите букву «Д».

1. Велосипедист проехал за 6 ч 90 км. На сколько ему надо увеличить скорость, чтобы проехать это расстояние за 5 ч?

- А. На 1 км/ч. Б. На 2 км/ч. В. На 3 км/ч. Г. На 4 км/ч.

2. Скорость автобуса 72 км/ч. Выразите его скорость в метрах в секунду.

- А. 2 м/с. Б. 200 м/с. В. 120 м/с. Г. 20 м/с.

3. Два прыжка волка равны пяти прыжкам зайца. За то время, пока волк делает 6 прыжков, заяц — 12. Кто бежит быстрее?

- А. Заяц. Б. Волк. В. У них одинаковая скорость. Г. Определить нельзя.

4. Два спортсмена на тренировке бежали с постоянными скоростями. Первый спортсмен пробежал расстояние, в три раза большее, чем второй, но затратил на пробежку времени в четыре раза больше, чем второй. Кто из спортсменов бежал быстрее?

- А. Первый. Б. Второй.
В. Оба с одинаковыми скоростями. Г. Определить нельзя.

5. Из пункта А по направлению к пункту В выехали одновременно две машины. Скорость их удаления равна 12 км/ч. Когда одна из машин достигла пункта В, вторая была от пункта В на расстоянии 24 км. За сколько времени первая машина преодолела расстояние от А до В?

- А. За 1 ч. Б. За 2 ч. В. За 3 ч. Г. Определить нельзя.

6. Колонна автобусов движется со скоростью 60 км/ч. Машина ГАИ движется из конца колонны в её начало со скоростью 85 км/ч. С какой скоростью она сближается с первым автобусом?

- А. 15 км/ч. Б. 25 км/ч. В. 145 км/ч. Г. Определить нельзя.

7. Два велосипедиста движутся в одном направлении, впереди велосипедист, едущий быстрее второго на 3 км/ч. Какова скорость их удаления?

А. 1 км/ч. **Б.** 2 км/ч. **В.** 3 км/ч. **Г.** 4 км/ч.

8. Петя побежал за Олегом, когда тот был от него на расстоянии 960 м, и догнал его через 3 мин. Скорость Олега вдвое меньше скорости Пети. Чему равна скорость Пети?

А. 320 м/мин. **Б.** 480 м/мин. **В.** 640 м/мин. **Г.** 800 м/мин.

9. Расстояние между двумя городами А и Б равно 330 км. Из этих городов одновременно навстречу друг другу выезжают два автобуса и встречаются через 3 ч в городе В, который находится в 180 км от города А. Какой автобус едет быстрее и на сколько?

А. Выехавший из А, на 10 км/ч. **Б.** Выехавший из Б, на 10 км/ч.

В. Выехавший из А, на 20 км/ч. **Г.** Выехавший из Б, на 20 км/ч.

10. Я ехал в трамвае и из окна заметил своего друга, который шел в направлении, противоположном направлению движения трамвая. Через минуту я вышел из трамвая и, чтобы догнать друга, пошел в два раза быстрее его, но в четыре раза медленнее трамвая. Через сколько минут после того, как я заметил друга, я догнал его?

А. Через 2 мин. **Б.** Через 5 мин. **В.** Через 8 мин. **Г.** Через 9 мин.

11. Из двух пунктов, расстояние между которыми 1 км, выехали одновременно навстречу друг другу два велосипедиста. Скорость одного из них была 14 км/ч, а другого — 10 км/ч. Вместе с первым велосипедистом выбежала собака со скоростью 12 км/ч. Встретив второго велосипедиста, собака повернула обратно и побежала навстречу первому велосипедисту. Встретив первого велосипедиста, она снова повернула. Собака бегала между велосипедистами до тех пор, пока велосипедисты встретились. Какое расстояние пробежала собака?

А. 400 м. **Б.** 500 м. **В.** 600 м. **Г.** 800 м.

12. Два грузовика одновременно выехали из пункта А в пункт В. Достигнув пункта В, каждый из грузовиков повернул обратно в А. Первый грузовик двигался всё время с одной и той же скоростью, а второй из А в В двигался со скоростью в 2 раза меньшей, чем первый, но зато обратно из В в А его скорость

была в 2 раза больше скорости первого. Какой грузовик раньше вернётся в пункт А?

- А. Первый. Б. Второй. В. Одновременно. Г. Определить нельзя.
-

13. Орешник от гнезда белки расположен на расстоянии 2 км 250 м. Налегке белка бежит со скоростью 5 м/с, а с орехом — 3 м/с. Сколько минут белка тратит на дорогу по доставке ореха в гнездо?

- А. 12 мин. Б. 15 мин. В. 20 мин. Г. 25 мин.

14. У рыбного инспектора в моторной лодке заглох мотор, когда ему до браконьера оставалось проехать вчетверо меньше, чем он проехал. Остальной путь он проделал на вёслах, со скоростью в 4 раза меньшей, чем при работающем моторе. На какой путь он затратил больше времени?

- А. На путь при работающем моторе. Б. На путь, проделанный на вёслах.
В. Одинаковое время. Г. Определить нельзя.

15. Поезд проходит путь от станции А до станции В за 10 ч. Если бы скорость поезда была на 10 км/ч больше, он прошёл бы этот путь за 8 ч. Какова скорость поезда?

- А. 30 км/ч. Б. 40 км/ч. В. 50 км/ч. Г. Ответ отличен от приведенных.

16. Мотоциклист ехал 7 часов. За первый час он проехал 30 км, а за каждый следующий час на 6 км больше, чем за предыдущий. Сколько километров проехал мотоциклист?

- А. 336 км. Б. 270 км. В. 402 км. Г. 252 км.
-

17. Собственная скорость катера 30 км/ч, скорость течения реки 4 км/ч. На сколько времени меньше затратит катер на прохождение 221 км по течению реки, чем против течения?

- А. На 3 ч 30 мин. Б. На 3 ч. В. На 2 ч 30 мин. Г. На 2 ч.

18. Скорость ветра 5 км/ч, собственная скорость вертолётa 100 км/ч. На сколько меньше километров вертолёт пролетит за 2 ч при встречном ветре, чем в безветренную погоду?

А. На 40 км. Б. На 20 км. В. На 10 км. Г. На 5 км.

19. По реке, скорость течения которой 1 км/ч, плыла по течению моторная лодка с собственной скоростью 14 км/ч. Теплоход плыл по той же реке против течения с собственной скоростью 31 км/ч. Моторная лодка потратила на весь путь в два раза больше времени, чем теплоход. Какое судно прошло большее расстояние?

- А. Моторная лодка. Б. Теплоход.
В. Определить невозможно Г. Расстояния одинаковы

20. Поезд проехал мост длиной в 450 м за 45 с, а мимо будки стрелочника за 15 с. Длина поезда равна ...

- А. 450 м. Б. 375 м. В. 275 м. Г. 225 м.

21. Машинист пассажирского поезда, скорость которого 70 км/ч, заметил, что его поезд догнал товарный поезд, идущий со скоростью 34 км/ч, и шёл мимо него 12 с. Какова длина товарного поезда?

- А. 90 м. Б. 100 м. В. 120 м. Г. 150 м.

Основное задание

Настоящее задание предназначено для проверки того, усвоены ли Вами идеи и способы деятельности, представленные в первой части пособия. Другими словами, оно поможет ответить на вопрос, умеете ли Вы решать задачи, подобные тем, которые рассматривались в пособии. Поэтому нужно при необходимости широко пользоваться образцами решённых задач и указаниями к задачам основного задания.

1. За 5 ч всадник проехал на 8 км меньше половины всего расстояния, а за 7 ч он проехал на 16 км больше половины этого расстояния. Определите скорость всадника, если он ехал с одинаковой скоростью.

2. Может ли мальчик Витя ехать на велосипеде со скоростью 36 м/с?

3. Скачок собаки вдвое длиннее скачка лисицы. За то время, как лисица делает 3 скачка, собака делает два скачка. Кто бежит быстрее?

4. Пароход отправился в рейс. Через некоторое время за ним вылетел гидросамолёт с почтой. Для доставки почты на пароход он затратил времени в 10 раз меньше, чем к тому времени плыл пароход. Во сколько раз скорость гидросамолёта превышает скорость парохода?

5. Кенгуру-мама прыгает за 1 секунду на 3 метра, а ее маленький сынишка прыгает на 2 метра за секунду. Они одновременно стартовали от скамейки перед их домиком и двигаются к эвкалиптовому дереву по прямой. Расстояние от скамейки до дерева равно 180 м. Сколько метров останется кенгурёнку до дерева в тот момент, когда мама окажется возле него?

6. Колонна автобусов с детьми длиной 400 м движется по шоссе со скоростью 50 км/ч. Инспектору ГАИ, машина которого замыкает колонну, нужно подъехать к головному автобусу. За сколько времени инспектор догонит головной автобус, если будет ехать со скоростью 60 км/ч?

7. Король со свитой движется из пункта А в пункт В со скоростью 5 км/ч. Каждый час он высылает гонцов в В, которые движутся со скоростью 20 км/ч. С какими интервалами прибывают гонцы в В?

8. Мотоциклист Андрей и велосипедист Сергей выехали из одного пункта и ехали в одном направлении. Андрей выехал на 2 ч позже Сергея, но ехал он вчетверо быстрее Сергея. Через сколько времени Андрей догнал Сергея?

9. Из пункта А в пункт В вышел мальчик со скоростью 4 км/ч. Через 2 ч из В в А вышел мальчик с такой же скоростью, и через 1 ч после своего выхода он встретил первого мальчика. Найдите расстояние от А до В.

10. Расстояние между пунктами А и В 588 км. Один турист, идя из А в В, проходит это расстояние за 21 день, а второй турист, идя из В в А, проходит его за 28 дней. Оба туриста вышли одновременно. На какой день они встретятся?

11. Из зоопарка на пристань, расстояние между которыми 1 км, повели слона. В этот же момент от пристани навстречу Слону выбежала собака Моська. Она добежала до Слона, тьякнула на него и побежала обратно на пристань, затем

повернула обратно и т. д., пока Слон не пришёл на пристань. Моська двигалась в 10 раз быстрее Слона. Сколько всего километров пробежала Моська?

12. Два автомобиля выехали из пунктов А и В одновременно навстречу друг другу. Они встретились через 4 ч. Не останавливаясь, они продолжали движение каждый до пункта, из которого вышел другой автомобиль, а затем возвратились в пункты, из которых они выехали. Через сколько времени после начала движения произошла вторая встреча?

13. Орешник от гнезда белки расположен на некотором расстоянии. Налегке белка бежит со скоростью 6 м/с, а с орехом — 3 м/с. За 21 минуту белка приносит орех в гнездо. Каково расстояние от гнезда до орешника?

14. Если Серёжа поедет на дачу на мотоцикле, а обратно поедет на велосипеде, то он затратит на весь путь 2 ч 30 мин. Если же в оба конца он поедет на мотоцикле, то затратит всего 50 мин. Сколько времени затратит Серёжа, если поедет на дачу и обратно на велосипеде?

15. Расстояние от дома до школы равно 1 км 300 м. По дороге в школу ученик прошёл 1 км за 20 мин. На оставшийся путь у него осталось 8 мин. Успеет ли ученик в школу или опоздает, если будет идти с той же скоростью? Если успеет, то за сколько минут до начала уроков он придёт в школу; если опоздает, то на сколько минут?

16. Группа захвата на скоростной машине движется к месту сосредоточения преступников. Когда до конечной цели оставалось расстояние, втрое меньшее пройденного, машина вышла из строя. Группа продолжала движение на другой машине, скорость которой вдвое меньше скорости скоростной. На какой участок пути (до или после выхода из строя скоростной машины) понадобилось больше времени и во сколько раз?

17. Катер плыл 1 ч против течения и 2 ч по течению реки. Какой путь преодолел катер за всё время движения, если собственная скорость катера составляет 18 км/ч, а скорость течения — 2 км/ч?

18. Эскалатор в метро движется со скоростью 32 м/мин. Длина эскалатора 96 м. Пассажир, чтобы быстрее спуститься, идёт по эскалатору со скоростью 16 м/мин. За какое время спустится этот пассажир?

19. Папа и сын плывут на лодке против течения реки. В какой-то момент сын уронил папину шляпу. Только через 15 минут папа заметил пропажу. Определите, на каком расстоянии от лодки находится шляпа, если собственная скорость лодки 6 км/ч, а скорость течения реки 2 км/ч.



20. Плот проходит пляж длиной 880 м за 60 мин и за 5 мин мимо меня. Чему равна скорость течения реки?

21. Петя, находясь в поезде, который идёт со скоростью 40 км/ч, увидел, как в течение 5 с мимо его окна в направлении движения его поезда проходит другой поезд, имеющий в длину 100 м. С какой скоростью шёл обгоняющий поезд?

Указания к задачам основного задания

1. Найдите расстояние, пройденное всадником за $7 - 5 = 2$ ч.
2. Воспользуйтесь тем, что $1 \text{ км} = 1\,000 \text{ м}$, а $1 \text{ ч} = 3\,600 \text{ с}$.
3. Сравните длины 3-х скачков лисицы и 2-х скачков собаки.
4. Воспользуйтесь свойствами прямолинейного равномерного движения.
5. Найдите скорость удаления кенгуру-мамы от кенгуру-сына.
6. Найдите скорость сближения машины инспектора и головного автобуса.
7. Обратите внимание на то, что за 1 ч колонна проходит 5 км.
8. Приняв скорость Сергея за 1 часть, установите, сколько частей составляет скорость Андрея и скорость их сближения.
9. Найдите скорость сближения мальчиков, расстояние между мальчиками в момент выхода второго.
10. Найдите, сколько километров в день проходит каждый турист.
11. Воспользуйтесь решением задачи 3 из блока «Движение в противоположных направлениях».
12. Воспользуйтесь решением задачи 4 из блока «Движение в противоположных направлениях».

13. Обратите внимание на то, что скорость движения белки с орехом в два раза меньше скорости её движения до орешника.
14. Найдите, какое время затрачивает Серёжа для поездки на мотоцикле.
15. Найдите, за какое время ученик преодолевает 100 м, а затем 300 м.
16. Воспользуйтесь свойствами прямолинейного равномерного движения.
17. Найдите скорости катера по течению и против течения.
18. Обратите внимание на то, что известны собственная скорость пассажира и скорость эскалатора.
19. Обратите внимание на то, что лодка и шляпа движутся в противоположных направлениях.
20. Обратите внимание на то, что за 60 мин плот проходит расстояние, равное сумме длин пляжа и плота.
21. Найдите скорость удаления поездов.

Дополнительное задание

Настоящее задание предназначено для тех, кто без больших усилий справился с основным заданием и хочет попробовать свои силы в решении более трудных задач. Эти задачи значительно отличаются от решённых в первой части пособия. К ним также приведены указания, которые могут помочь в их решении.

1. Пассажир пришёл на станцию за 3 мин до отправления поезда. Если бы расстояние до станции было на 1 км меньше, то, идя с той же скоростью, он пришёл бы раньше на 13 мин. С какой скоростью шёл пассажир?
2. Длина рельса между стыками составляет 12 м 50 см. По стуку колес можно вычислить скорость поезда. Пассажир насчитал за 2 мин 200 ударов. Сколько времени поезд будет ехать между двумя станциями, расстояние между которыми равно 150 км?
3. В машине спидометр вышел из строя. Когда водитель выехал из гаража, на счетчике спидометра были 51 132 км. У столба с отметкой 100 км он показывал 51 172 км, а у столба с отметкой 160 км — 51 244 км. По прибытии в пункт

назначения счетчик показывал 51 732 км. Какое расстояние проехал автомобиль?

4. Поросята Ниф-Ниф и Нуф-Нуф бежали от Волка к домику Наф-Нафа. Волку бежать до поросят (если бы они стояли на месте) 4 мин. Поросятам бежать до домика Наф-Нафа 6 мин. Успеют ли поросята добежать до домика Наф-Нафа?

5. Два спортсмена состязались в беге на одно и тоже расстояние. Стартовали они в один и тот же момент из одного пункта. Победитель пробежал всю дистанцию за 1 мин 12 с. На сколько метров победитель опередил соперника, если через 48 с после старта между ними было 20 м?

6. Расстояние между двумя машинами, едущими по шоссе, равно 200 м. Скорости машин — 60 км/ч и 90 км/ч. Чему будет равно расстояние между ними через 1 мин?

7. От пристани одновременно отчалили в одном направлении теплоход и катер. Скорость теплохода 24 км/ч, скорость катера 15 км/ч. Через 3 ч пути теплоход сел на мель. Постояв некоторое время на мели, теплоход двинулся дальше и через 7 ч после остановки догнал катер. Сколько времени теплоход стоял на мели?

8. Пассажир, проезжая в трамвае, заметил знакомого, который шёл вдоль линии трамвая в противоположную сторону. Через 10 с пассажир вышел из трамвая и пошёл догонять своего знакомого. Через сколько секунд после того, как пассажир заметил знакомого, он его догонит, если он идёт в 2 раза быстрее знакомого и в 5 раз медленнее трамвая?

9. Два поезда выехали одновременно из пунктов А и Б, расстояние между которыми 350 км, навстречу друг другу. Скорость первого 65 км/ч, второго — 75 км/ч. Через сколько часов расстояние между поездами составит 70 км?

10. Из пункта А в пункт В вышел пешеход со скоростью 5 км/ч. Через 2 ч из В в А вышел второй пешеход с той же скоростью, и через 1 ч после своего выхода он встретил первого пешехода. Чему равно расстояние между А и В?

11. Когда первый велосипедист проехал 1 км, вслед за ним выехал второй велосипедист и с ним побежала собака, которая догнала первого велосипедиста и возвратилась ко второму; так собака бегала между велосипедистами, пока второй велосипедист догнал первого. Какое расстояние пробежала собака за это время, если её скорость 500 м/мин, скорость первого велосипедиста 200 м/мин, скорость второго 250 м/мин?

12. Что быстрее — проехать весь путь на велосипеде или половину пути проехать на мотоцикле, который движется в 6 раз быстрее велосипеда, а вторую — пешком, что вдвое медленнее, чем проехать на велосипеде?

13. Петя и Коля, живущие друг от друга на расстоянии 840 м, в 9 ч утра вышли навстречу друг другу. После встречи каждый из них продолжал движение в том же направлении. Петя, дойдя до дома Коли, тотчас повернул обратно, а Коля, дойдя до дома Пети, тоже повернул обратно. Так они и продолжали своё движение. Петя всё время шёл со скоростью 50 м/мин, а Коля — 70 м/мин. В котором часу произошла их первая встреча, в котором вторая и в котором третья?

14. Когда на работу из дома рабочий ходит пешком, а с работы возвращается на велосипеде, то на весь путь туда и обратно он затрачивает 1 ч 20 мин. Если же туда и обратно он едет на велосипеде, то он затрачивает вдвое меньше времени. Сколько времени ему необходимо, чтобы на работу и с работы добраться пешком?

15. Алексей едет на работу, расстояние до которой от дома 60 км, автобусом со скоростью 60 км/ч. Если же в дороге возникают «пробки», то автобус снижает скорость до 24 км/ч. Сколько времени автобус шёл с замедлением, если Алексей добрался до работы за 1 ч 30 мин?

16. Мотоциклист должен был проехать расстояние между двумя пунктами, равное 600 км, со скоростью 30 км/ч, но в дороге он вынужден был задержаться на 4 ч. Чтобы прибыть вовремя на место назначения, он должен был после остановки удвоить свою скорость. На каком расстоянии от начала движения произошла задержка?

17. Расстояние между двумя пристанями по реке равно 52 км. От пристани, расположенной выше по течению, отплыл плот. Через 1 ч после начала движения плота навстречу ему от другой пристани отправился катер, собственная скорость которого равна 25 км/ч. Через какое время после начала движения плота они встретятся, если скорость течения реки составляет 2 км/ч?

18. Эскалатор в метро длиной в 72 м движется со скоростью 3 км 240 м в час. Пассажир спускается по эскалатору и сам делает 15 дм в секунду. Через 5 с вслед за ним стал спускаться другой пассажир, сам делавший 1 м в секунду. Какое будет между ними расстояние в момент, когда первый закончит путь по эскалатору?

19. За 5 ч катер проходит по течению реки на 20 км больше, чем против течения за это время. Найдите скорость течения.

20. Вдоль полотна железной дороги идёт тропинка. Поезд, длина которого 90 м, шёл со скоростью 40 км/ч. Он догнал пешехода, шедшего в направлении движения поезда, и шёл мимо него 9 с. Через некоторое время поезд встретил велосипедиста, ехавшего навстречу поезду, и шёл мимо него в течение 6 с. Найдите скорости пешехода и велосипедиста.

21. Я еду в поезде, который идёт со скоростью 60 км/ч, и вижу, как в течение 9 с мимо моего окна в том же направлении проходит скорый поезд длиной 90 м. С какой скоростью шёл скорый поезд?

Указания к задачам дополнительного задания

1. Обратите внимание на то, что из условия сразу можно найти, за сколько минут пассажир проходит 1 км.

2. Можно найти расстояние, которое проехал поезд за 2 минуты.

3. Найдите разность показаний спидометра при преодолении расстояния в $160 - 100 = 60$ км.

4. Рассмотрите различные случаи для соотношений между расстояниями от Волка до поросят и от поросят до домика Наф-Нафа. В частности, случаи, когда

первое расстояние превосходит второе больше и не больше, чем вдвое.

5. Используйте тот факт, что через $48:4 = 12$ с после старта между спортсменами было $20:4 = 5$ м, а через 60 с — $5 \cdot 5 = 25$ м. Это скорость удаления спортсменов в м/мин.

6. Нужно рассмотреть различные случаи движения двух машин: в одном или в противоположных направлениях, сближаются или удаляются друг от друга.

7. Найдите расстояние, на которое теплоход удалился бы от катера за 10 ч, если бы не сел на мель.

8. Обратите внимание на то, что пассажир начал догонять знакомого, когда расстояние между ними равнялось сумме расстояний, которые преодолели трамвай и знакомый за 10 с.

9. Обратите внимание на то, что расстояние между поездами, равное 70 км, будет дважды.

10. Найдите расстояния, которые прошёл каждый из пешеходов до встречи.

11. Обратите внимание на то, что велосипедисты выехали не одновременно.

12. Воспользуйтесь решением задачи 4 из блока «Движение с несколькими составляющими».

13. Воспользуйтесь методом решения задачи 4 из блока «Движение в противоположных направлениях», только обратите внимание на то, что здесь речь идёт о третьей встрече.

14. Найдите время, который затрачивает рабочий на путь на работу и с работы на велосипеде.

15. Предположите, что 1 ч 30 мин автобус двигался со скоростью 60 км/ч.

16. Предположите, что до задержки и после задержки мотоциклист двигался одно и то же время, то есть 8 ч из 16. Тогда он проехал бы всего $240 + 480 = 720$ км, что на 120 км больше действительного расстояния. Разность скоростей составляет 30 км/ч. Следовательно, в действительности до задержки он двигался на $120:30 = 4$ ч больше, то есть 12 ч.

17. Найдите расстояние, которое совместно преодолели плот и катер после начала движения катера, скорость сближения плота и катера.

18. Найдите скорости, с которыми спускались на эскалаторе оба пассажира, следите при этом за единицами измерения скорости. Определите время, за которое первый преодолел полностью спуск, расстояние, которое прошёл первый до начала спуска второго, скорость удаления первого пассажира.
19. Установите, чему равна разность скоростей по течению и против течения.
20. Найдите скорости сближения поезда с пешеходом и велосипедистом.
21. Вначале найдите скорости сближения поездов.

Задачи для исследования

Ниже приведены задания, которые можно использовать для проведения маленьких исследований. В них поставлена цель, не всегда чётко, и нет никаких ограничений на выбор средств. Вы можете самостоятельно планировать исследование, меняя его цель, основные задачи, средства.

1. Установите среднюю длину своего шага.
2. Установите среднюю скорость Вашего передвижения в различных единицах (шаг/мин, м/мин, км/ч и др.).
3. Установите скорость ветра в ветреную погоду.
4. Находясь в поезде, выясните, сколько времени мимо Вас проходит встречный поезд, определите примерно его длину, скорость.
5. Будучи на эскалаторе, выясните, за сколько времени Вы поднимаетесь стоя на нём и за сколько, если Вы движетесь по нему вверх. Определите примерно длину эскалатора, скорость его движения.
6. Исследуйте, с какой скоростью передвигается Ваша собака на прогулке, когда гоняется за кошкой и т. д.

Бродский Яков Соломонович
Павлов Александр Леонидович

Задачи на движение

Пособие для дополнительного изучения математики

обучающимися 7-8 классов

Учебное пособие