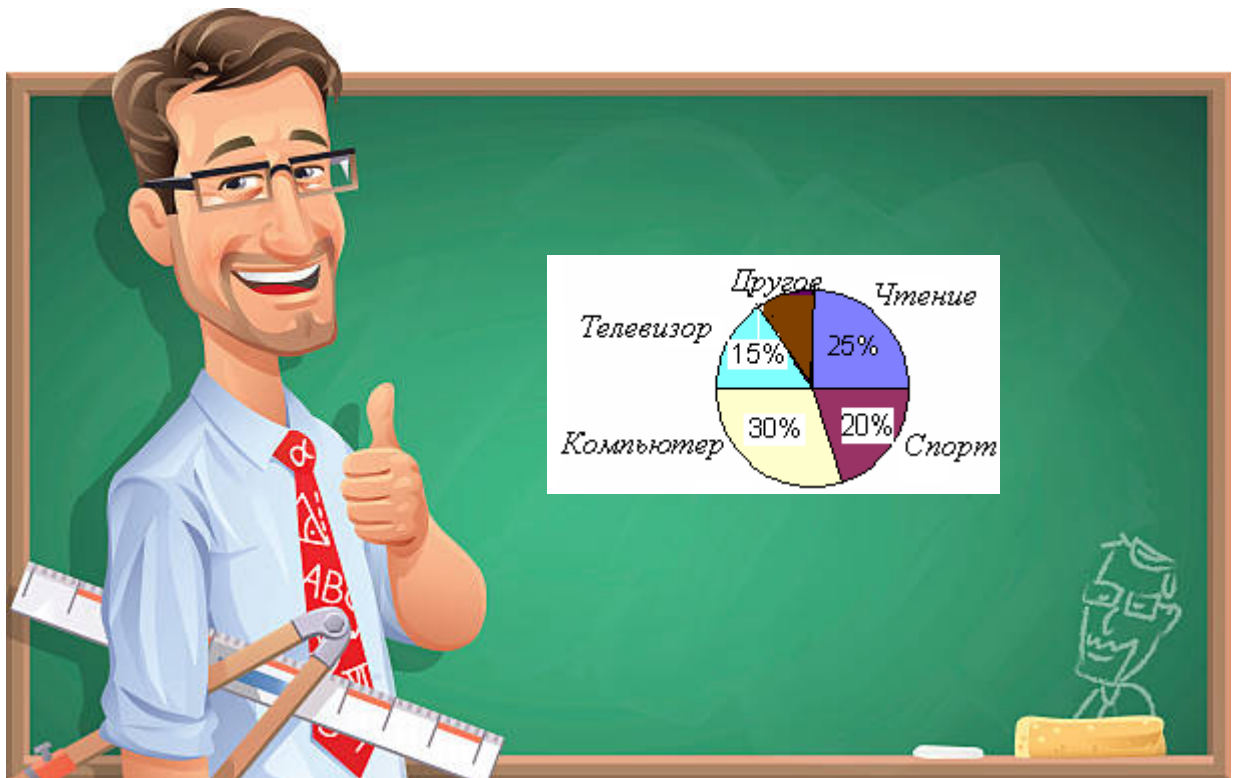




Донецкий государственный университет
Факультет математики и информационных технологий
Центр математического просвещения

Бродский Я. С., Павлов А. Л.

Процентные вычисления



Пособие для дополнительного изучения математики
обучающимися 7 - 8 классов

Донецк 2023

УДК 519 11

ББК 74.262я 72

Б 881

Рекомендовано к изданию Ученым советом
факультета математики и информационных технологий
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»
(протокол № 5 от 21 января 2021 г.)

Бродский Я. С., Павлов А. Л. Процентные вычисления. Пособие для дополнительного изучения математики обучающимися 7-8 классов. — 55 с.

Пособие предназначается для самостоятельного изучения математики обучающимися 7-8 классов дополнительно к школьному курсу. Оно соответствует программе дополнительного обучения математике «Реальная математика», утвержденной Ученым Советом ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет» (протокол №4 05. 05. 2017). Ее цель — развитие умений и навыков у обучающихся применять математику для решения жизненных проблем, формирование умения учиться, самостоятельно приобретать знания.

Пособие состоит из двух частей. В первой части представлен материал для обучения, основу которого составляет система задач. Для каждой задачи приводится анализ и решение. Анализ предназначен для оказания помощи в поиске метода решения задачи. Для контроля за усвоением приемов решения задач предлагаются вопросы после каждой задачи, задания в конце блока. Вторая часть пособия содержит систему заданий для проверки овладения обучающимися действиями и приёмами, представленными в первой части

Пособие составлено на основе заданий конкурсов «Золотой ключик», «Золотой сундучок». Его можно использовать для подготовки к участию в математических конкурсах и олимпиадах.

Пособие адресовано обучающимся 7-8 классов. Оно может быть использовано учителями математики для организации внеурочного обучения.

Содержание

Рекомендации для обучающихся	6
1. Что такое процент	8
Готовимся к решению задач	9
Решение задач.....	10
Проверь себя.....	14
Реши сам	15
Ответы и указания к заданиям «Готовимся к решению задач».....	16
Ответы на вопросы к задачам	16
Ответы на задания «Проверь себя».....	16
Ответы и указания к задачам «Реши сам».....	17
2. Три типа задач на проценты	17
Готовимся к решению задач	17
Решение задач.....	18
Проверь себя.....	22
Реши сам	23
Ответы к заданиям «Готовимся к решению задач».....	23
Ответы на вопросы к задачам	24
Ответы на задания «Проверь себя».....	24
Ответы и указания к задачам «Реши сам».....	24
3. Процент от процента	25
Готовимся к решению задач	25
Решение задач.....	26
Проверь себя.....	31
Реши сам	32
Ответы к заданиям «Готовимся к решению задач».....	33
Ответы на вопросы к задачам	33
Ответы на задания «Проверь себя».....	33
Ответы и указания к задачам «Реши сам».....	34
4. Процент от значения величины, зависящей от другой величины.....	34
Готовимся к решению задач	34
Решение задач.....	35
Проверь себя.....	40
Реши сам	41
Ответы к заданиям «Готовимся к решению задач».....	41
Ответы на вопросы к задачам	42
Ответы на задания «Проверь себя».....	42
Контрольное задание	43
Контрольный тест	43
Основное задание.....	46
Указания к задачам основного задания	48
Дополнительное задание	49
Указания к задачам дополнительного задания	52
Задачи для исследования.....	54

Дорогой друг!

Умение применять математику является одним из важнейших умений, ради которых математику изучают с первого до последнего класса. Математика нужна человеку не только в его работе, но и в обычной жизни, быту. Научиться применять математику для решения жизненных проблем не просто, но можно.

Применение математики для решения различных задач можно схематически представить в виде трёх этапов.

1 этап. Перевод задачи на язык математики (построение математической модели).

2 этап. Решение математической задачи.

3 этап. Осмысление полученного решения, его применение для решения исходной задачи.

Метод решения задач по этой схеме называют *математическим моделированием*. Развитие навыков математического моделирования и является главной целью настоящего пособия. Оно посвящено процентным вычислениям, которые широко применяются в жизни. Конечно, не все приведенные в пособии задачи жизненно важные. Но решение всех задач, безусловно, полезно для совершенствования навыков процентных вычислений и рассуждений.

Пособие состоит из двух частей. В первой части представлен материал для обучения, а во второй — задания для проверки овладения материалом первой части. Они названы *контрольным заданием*. Конечно, контрольное задание можно выполнять и не прорабатывая первую часть пособия, но, во-первых, это будет значительно труднее, и, во-вторых, пользы от такой работы будет значительно меньше.

Первая часть пособия состоит из нескольких блоков, каждый из которых содержит:

1) краткое напоминание необходимого теоретического материала, если он изучался, или изложение пока незнакомого материала, необходимого для понимания приведенных решений задач и нахождения решений предложенных задач;

2) решения задач, сопровождаемые заданиями для осмысления этих решений, применения рассмотренных методов к решению других задач (в тексте эти задания отмечены знаком ?);

3) подразделы «Готовимся к решению задач», «Проверь себя», «Реши сам», имеющиеся в каждом пункте.

Подраздел «Проверь себя» состоит из заданий с выбором ответов, а «Реши сам» — из заданий, требующих не только указывать ответ, но и приводить их решения. Оба подраздела предназначены для самостоятельной проверки усвоения идей и методов, представленных в решённых задачах.


Изучать первую часть пособия нужно с ручкой в руке. Это означает, что её нужно не просто читать, а воспроизводить все рассуждения, преобразования, вычисления, то есть разбираться в решениях и восстанавливать все этапы решения задач.

Контрольное задание состоит из:

- **контрольного теста**, задания которого аналогичны заданиям «Проверь себя»;

- **основного задания**, состоящего из задач, подобных решённым в пособии и тем, которые представлены в подразделе «Реши сам»;

- **дополнительного задания**, содержащего более трудные по сравнению с основным заданием задачи.

Во всех составляющих контрольного задания задачи, соответствующие разным блокам, отделяются друг от друга знаком .

В конце пособия приведены задания для исследования, предназначенные для тех, кто любит думать, искать решения новых задач, экспериментировать, другими словами, исследовать. Эта часть не входит в контрольное задание. Надеемся, что работа над пособием и выполнение контрольного задания будут приятными и интересными для всех, кто любит математику и хотел бы научиться её применять для решения жизненных задач.

Желаем успехов!

Рекомендации для обучающихся

Работа над первой частью пособия состоит, в основном, из освоения идей, методов, используемых в приведенных решениях типовых задач, самостоятельного решения подобных задач. Постарайтесь следовать таким рекомендациям.

1. Чтобы решить задачу, нужно:

- *сначала проанализировать её условия и вытекающие из них следствия;*
- *уяснить требования задачи;*
- *попытаться найти путь к выполнению требований задачи.*

2. Чтобы лучше осознать задачу и её решение, целесообразно подумать над вопросами, которые предлагаются после решения каждой задачи. Они позволяют выяснить:

- *разобрались ли вы с условием задачи и с её требованиями;*
- *поняли ли вы приведенное решение задачи;*
- *можете ли вы решить задачу, которая немного отличается от решенной.*

Ответы к этим вопросам приведены в конце каждого блока.

3. В начале каждого блока вам будут предлагаться задания «Готовимся к решению задач», с помощью которых вы сможете восстановить или приобрести тот объем знаний и умений, который необходим для овладения содержанием блока.

Выполните все эти задания, сравните свои ответы с ответами, приведенными в пособии. Воспользуйтесь указаниями и советами к ним.

4. В конце каждого блока вам будут предлагаться задания «Проверь себя», с помощью которых вы сможете самостоятельно проверить, на сколько глубоко вы овладели идеями и методами, использованными при решении задач. Эти задания аналогичны решённым в тексте пособия. Для этих заданий нужно выбрать правильный ответ из четырёх предложенных. Помните, что среди приведенных ответов есть правильный, и он только один.

Выполните все эти задания, сравните свои ответы с ответами, приведенными в пособии. К тем заданиям, для которых они не совпадают, возвратитесь ещё раз, найдите причину несовпадения ответов. Если решение

каких-то заданий вызывает трудности, проанализируйте приведенное решение соответствующей задачи.

5. Кроме того, в конце каждого блока вам будут предлагаться задания «Реши сам». Они имеют то же предназначение, что и задания «Проверь себя». Эти задания от заданий «Проверь себя» отличаются тем, что они требуют не только указывать ответ, но и приводить их решения.

Решите эти задачи. Они также аналогичны задачам, решённым в блоке, хотя и имеют определённые отличия. Если решение какой-то задачи вызывает трудности, проанализируйте приведенное в блоке решение соответствующей задачи.

Ответы и указания к этим заданиям приведены в конце каждого блока.

6. Чтобы проверить окончательно усвоение учебного материала раздела, выполните контрольное задание.

Сначала выполните контрольный тест и оцените свою готовность к выполнению основного задания.

Обязательно выполните основное задание. Пользуйтесь указаниями к задачам задания, решениями аналогичных задач в первой части пособия.

Выполнять дополнительное задание целесообразно, если успешно выполнено основное задание. Его выполнение позволяет оценить глубину усвоения учебного материала пособия.

При необходимости используйте указания к задачам основного и дополнительного заданий.

Помните!

Главная цель изучения темы — выполнить контрольное задание.

Выбирайте оптимальный путь для достижения главной цели, учитывая свою готовность, опыт и способности.

Процентные вычисления

Процентные вычисления широко применяются в реальной жизни. На производстве в процентах отчитываются о выполнении задания или заказа, при определении состава различных сплавов или растворов находят процентное содержание составляющих и т. д. Особенно часто процентами пользуются при денежных расчётах.

Умение пользоваться процентами, проводить соответствующие вычисления нужно каждому современному человеку. Ведь он платит налоги, составляющие определённый процент от доходов или от прибыли, вкладывает средства в банки или на развитие своего бизнеса, берёт кредит под проценты, участвует в выборах, где политические силы имеют так называемый проходной процент, участвует в социальных опросах и пользуется их результатами, часто представляемыми в виде процентов, и т. д.

1. Что такое процент

Вы уже из своего опыта знаете, что вычисления с дробями, особенно сложение и вычитание, гораздо сложнее, чем с натуральными числами. Чтобы облегчить действия с дробями, в математике изобрели дроби со «стандартными» знаменателями. Речь идёт о десятичных дробях, знаменателями которых являются числа 10, 100, 1000, Один вид таких дробей играет особую роль в жизни людей.

Обозначим $\frac{1}{100}$ через 1%: $1\% = 0,01.$

Процентом от любого числа называется сотая часть этого числа

Тогда для натурального числа p дробь $\frac{p}{100}$ равна $p\%$: $\frac{p}{100} = \underbrace{\frac{1}{100} + \dots + \frac{1}{100}}_{p \text{ слагаемых}}$.

С помощью введенного обозначения дробь записана в виде целого числа. Это одна из причин целесообразности введения процентов. Десятичная дробь 0,36 в

процентах выражается так: $0,36 = \frac{36}{100}$ — это 36 %. Мы запятую перенесли на

два разряда вправо и к полученному числу приписали знак %.

Для замены процентов десятичной дробью нужно запятую перенести на два разряда влево: 40 % — это 0,4; 12,5 % — это 0,125, 100% = 1, 130% = 1,3.

Готовимся к решению задач

1. Запишите обыкновенной дробью 1%.

А. $\frac{1}{10}$. Б. $\frac{1}{100}$. В. $\frac{1}{1000}$. Г. $\frac{1}{1}$

2. Запишите десятичной дробью $\frac{1}{100}$.

А. 0,1. Б. 0,01. В. 0,001. Г. 1,0.

3. Сколько процентов составляет дробь 0,05?

А. 50%. Б. 0,05%. В. 5%. Г. 0,5%.

4. Какую часть 1 м составляет 1 см?

А. 0,001. Б. 0,01. В. 0,1. Г. 0,0001.

5. Сколько процентов от 1 кг составляет 1 г?

А. 0.01%. Б. 0,1%. В. 1%. Г. 10%.

6. 1% собранных фруктов составляет 3 кг. Какова масса собранных фруктов?

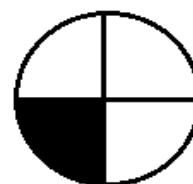
А. 300 г. Б. 300 кг. В. 30 кг. Г. 30 ц.

7. Мама получила 12 000 руб. премии. На подарок дочери она потратила 1% премии. Сколько стоит подарок?

А. 1200 руб. Б. 12 руб. В. 120 руб. Г. 1,2 руб.

8. Какая часть площади круга закрашена?

А. $\frac{1}{4}$. Б. $\frac{1}{2}$. В. $\frac{3}{4}$. Г. $\frac{1}{3}$.



9. На круговой диаграмме изображено распределение учащихся класса по видам спорта, которыми они занимаются.

Сколько примерно процентов учащихся занимается футболом?

Выберите наиболее точное значение.

А. 20%. Б. 30%. В. 40%. Г. 50%.



Решение задач

Запись обыкновенной дроби в процентах представлена в следующей задаче.

Задача 1. Выразить в процентах число $\frac{9}{250}$.

Анализируем. Вначале данную обыкновенную дробь нужно обратить в десятичную, а затем полученную десятичную дробь выразить в процентах по указанному выше правилу.

Решаем. Так как $250 = 1000:4$, то умножив числитель и знаменатель данной дроби на 4, получим: $\frac{9}{250} = \frac{9 \cdot 4}{250 \cdot 4} = \frac{36}{1000} = 0,036$.

Перенесём запятую в полученной десятичной дроби на два разряда вправо и к полученному числу припишем знак %: $\frac{9}{250} = 0,036 = 3,6\%$.

Ответ. 3,6 %.

1. *Изменится ли обыкновенная дробь при умножении числителя и знаменателя на одно и то же число?*

2. *Каким будет ответ в задаче 1, если число $\frac{9}{250}$ заменить на $2\frac{9}{250}$?*

3. *Всегда ли обыкновенную дробь можно записать в виде конечной десятичной?*

Не всякую обыкновенную дробь можно обратить в конечную десятичную.

Например, дробь $\frac{7}{15}$ нельзя обратить в конечную десятичную дробь, она обращается в бесконечную периодическую дробь. Однако можно указать десятичные дроби с одним, двумя, тремя и т. д. знаками после запятой, выражающие это число приближённо. Поэтому это число в процентах также выражается приближённо.

Задача 2. Выразить число $\frac{1}{6}$ в процентах приближённо с точностью до 0,1 %.

Анализируем. Знаменатель данной дроби в своём разложении на простые множители содержит множитель 3, отличный от 2 и 5. Поэтому эта дробь не обращается в конечную десятичную дробь, её можно обратить только в периодическую десятичную дробь.

Так как требуется данную дробь выразить в процентах с точностью до 0,1 %, то её нужно обратить приближённо в десятичную дробь с точностью до $0,1:100 = 0,001$, а для этого нужно получить после запятой четыре десятичных знака (один запасной, чтобы при округлении решить, сколько тысячных оставить в десятичной дроби).

Решаем. Выполняя деление уголком, получим: $\frac{1}{6} = 0,1666\dots$, то есть $\frac{1}{6} \approx 0,167$. Перенеся запятую на два знака вправо и приписывая знак %, получим: $\frac{1}{6} \approx 16,7\%$.

Ответ. 16,7 %.



1. Удовлетворяет ли условию задачи ответ 16,6 %?
2. Сколько процентов приближённо составляет дробь $\frac{1}{6}$ с точностью до 1 %?
3. Если некоторая величина составляет приближённо 15 % с точностью до 1 % от другой величины, то в каких пределах находится истинное значение этого процента?

Числа возникают при измерении величин и подсчёте количеств предметов, способов, элементов и т. д. Один процент от значения величины или некоторого количества соответствует одной сотой доли этого значения, а $p\%$ — p таких долей.

Если дано число a , то 1% от него равен $0,01 \cdot a$, а $p\%$ — $\frac{p}{100} \cdot a$. Например,

36% от числа a равно $\frac{36}{100} \cdot a = 0,36a$.

Если число имеет вид $\frac{p}{100} \cdot a$, то оно равно $p\%$ от числа a . Например,

$$0,98 \cdot a = \frac{98}{100} \cdot a \text{ — равно } 98\% \text{ от числа } a, 1,36 \cdot a = \frac{136}{100} \cdot a \text{ — равно } 136\% \text{ от числа } a.$$

Для работы с процентами полезно помнить, что

$$5\% = \frac{1}{20}, \quad 10\% = \frac{1}{10}, \quad 20\% = \frac{1}{5}, \quad 25\% = \frac{1}{4}, \quad 50\% = \frac{1}{2}, \quad 75\% = \frac{3}{4}.$$

Задача 3. Какой примерно процент от площади фигуры составляет площадь её закрашенной части? Выберите наиболее подходящий вариант из следующих: 10%, 40%, 50%, 70%.



Анализируем. Вначале определяем, больше или меньше половины площади фигуры составляет площадь её закрашенной части.

Затем из предложенных значений выбираем те значения, которые соответствуют полученному результату, то есть или меньшие, или большие 50 % и, сравнивая их, устанавливаем, какое из них лучше всего характеризует площадь закрашенной части фигуры.

Решаем. Из рисунка видно, что площадь закрашенной части фигуры меньше половины всей площади фигуры.

Среди предложенных значений процентов меньше 50% два: 10 % и 40 %. Но 10 % — это десятая часть величины. Поэтому более подходящим является 40 %.

Ответ. 40 %.

1. Какое значение 10 % или 50 % лучше оценивает площадь закрашенной части фигуры?

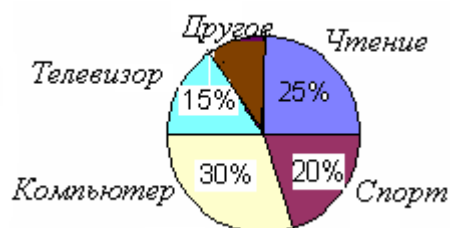
2. Какое значение 50 % или 60 % лучше оценивает площадь не закрашенной части фигуры?

3. В каком случае наиболее подходящим ответом было бы 70 %?

В предыдущей задаче неявно предполагалось, что сумма площадей закрашенной и не закрашенной частей фигуры составляет 100% от площади фигуры. И вообще, если некоторый объект разделен на несколько частей, никакие две из которых не имеют общей части, то сумма процентов, составляющих значения

величины для этих частей от значения величины для всего объекта, составляет 100%.

Задача 4. На диаграмме изображено распределение шестиклассников по любимым занятиям. Для какого количества процентов шестиклассников из следующих: 20%, 15%, 12 %, 8 % художественное творчество может быть любимым занятием?



Анализируем. Художественное творчество не перечислено на диаграмме среди любимых занятий шестиклассников. Для решения задачи нужно вначале определить, для скольких процентов шестиклассников любимыми являются занятия, отличные от чтения, спорта, телевизора и компьютера, то есть другие занятия. А затем использовать то, что художественное творчество находится среди других видов занятий.

Решаем. Количество всех шестиклассников принимаем за 100%. Тогда занятия, отличные от чтения, занятий спортом, просмотра телевизора и работы на компьютере, являются любимыми занятиями для $100 - (25 + 20 + 30 + 15) = 10\%$ шестиклассников. Художественное творчество является любимым не более, чем для 10% шестиклассников. Из перечисленных в условии этому утверждению удовлетворяет только 8%.

Ответ. Для 8%.

- ?
1. Если количество шестиклассников равно 40, то для скольких из них любимым занятием является просмотр телевизионных передач?
 2. В классе 60% учащихся изучают английский язык и 30% — немецкий. Почему сумма приведенных процентов отлична от 100%?
 3. В классе 70% учащихся изучают английский язык и 40% — немецкий. Почему сумма приведенных процентов отлична от 100%?

Иногда, если известно, на сколько процентов изменилось значение величины, возникает вопрос: во сколько раз оно изменилось. Может возникнуть и обратный вопрос: на сколько процентов изменилось значение величины, если известно, во сколько раз оно изменилось.

Задача 5. Во сколько раз увеличилась стоимость товара, если она выросла на 50%?



Анализируем. Введя обозначение для первоначальной стоимости товара, можно выразить через него, на сколько она выросла, и его новую стоимость. Найдя затем отношение увеличенной стоимости к первоначальной, получим ответ на поставленный вопрос.

Решаем. Обозначим начальную стоимость товара через a зедов (зед — условная денежная единица). По условию, она выросла на 50%, то есть на $a \cdot \frac{50}{100} = 0,5a$ зедов. Новая стоимость составила $a + 0,5a = 1,5a$ зедов. Она больше первоначальной стоимости в $\frac{1,5a}{a} = 1,5$ раза.

Ответ. В 1,5 раза.

1. Если стоимость товара увеличилась в 1,5 раза, то на сколько процентов она возросла?

2. Если стоимость товара уменьшилась в 1,5 раза, то на сколько процентов она снизилась?

3. Во сколько раз уменьшилась стоимость товара, если она снизилась на 50%?

Проверь себя

1. Выразите в процентах число $\frac{7}{125}$.

А. 56 %. Б. 5,6 %. В. 5,4 %. Г. $17\frac{6}{7}$ %.

2. Выразите число $\frac{2}{9}$ в процентах приближённо с точностью до 0,1 %.

А. 22%. Б. 22,4%. В. 22,2%. Г. 23 %.

3. Какой примерно процент площади фигуры закрашен? Выберите наиболее подходящий вариант.

А. 50%. Б. 25%. В. 80%. Г. 35 %.

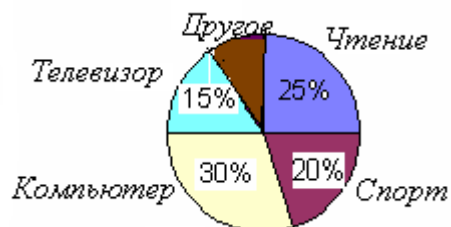
4. Сколько процентов от числа a составляет число $1,37a$?

- А. 37 %. Б. 137%. В. $\frac{137}{100}\%$. Г. $\frac{37}{100}\%$.

5. Какое из приведенных чисел равно 28% от числа a ?

- А. $0,28a$. Б. $2,8a$. В. $28a$. Г. $2800a$.

6. На диаграмме изображено распределение шестиклассников по любимым занятиям. Для какого количества процентов шестиклассников из приведенных рисование не может быть любимым занятием?



- А. 5%. Б. 8%. В. 9%. Г. 12 %.

7. Во сколько раз увеличилась стоимость товара, если она выросла на 100%?

- А. В 1,5 раза. Б. В 2 раза. В. В 2,5 раза. Г. Ответ отличен от приведенных.

Реши сам

1. Выразите в процентах $\frac{17}{500}$.

2. Выразите приближённо в процентах число $\frac{11}{15}$ с точностью до 1 %.

3. Какой примерно процент площади фигуры составляет площадь её заштрихованной части? Выберите наиболее подходящий вариант из значений: 50 %, 70 %, 30 %, 10 %.



4. На диаграмме показано, к каким урокам готовился ученик и сколько процентов общего времени на подготовку к урокам он тратит на подготовку к каждому уроку. Определите, сколько процентов от общего времени на подготовку к урокам он тратит на подготовку к уроку по зарубежной литературе.



5. Во сколько раз увеличилась стоимость товара, если она возросла на 150%?

Ответы и указания к заданиям «Готовимся к решению задач»

1. Б. Воспользуйтесь определением процента.
2. Б. Обратите внимание на то, что если в числителе обыкновенной дроби цифр меньше, чем нулей в знаменателе, то в десятичной дроби после запятой дописывают столько нулей, чтобы количество цифр после запятой равнялась количеству нулей в знаменателе обыкновенной дроби.
3. Г. Воспользуйтесь тем, что $0,01 = 1\%$.
4. В. Воспользуйтесь единицами длины.
5. Б. Воспользуйтесь единицами массы.
6. Б. Воспользуйтесь тем, что 1% это сотая часть.
7. В. Воспользуйтесь тем, что 1% это сотая часть.
8. А. Обратите внимание на сколько равных частей разделен круг.
9. Б. Определите сначала какую часть круга занимает на диаграмме футбол.

Ответы на вопросы к задачам

Задача 1. 1. Нет. 2. 203,6%. 3. Нет.

Задача 2. 1. Да. 2. 17%. 3. От 14% до 16%.

Задача 3. 1. 50%. 2. 60%. 3. Если бы примерно $\frac{2}{3}$ площади фигуры было закрашено.

Задача 4. 1. Для 6. 2. В классе есть учащиеся, изучающие язык, отличный от английского и немецкого. 3. В классе есть учащиеся, изучающие и английский, и немецкий языки.

Задача 5. 1. На 50%. 2. На $33\frac{1}{3}\%$. 3. В 2 раза.

Ответы на задания «Проверь себя»

1	2	3	4	5	6	7
Б	В	Г	Б	А	Г	Б

Ответы и указания к задачам «Реши сам»

- 1. 3,4%.** Вначале данную обыкновенную дробь нужно обратить в десятичную, а затем полученную десятичную дробь выразить в процентах.
- 2. 73%.** Обратите сначала данную обыкновенную дробь в десятичную с точностью до 0,01.
- 3. 70%.** Вначале определите, больше или меньше половины площади фигуры составляет площадь её закрашенной части.
- 4. 15%.** Примите время, затрачиваемое на приготовление всех уроков, за 100%.
- 5. В 2,5 раза.** Введите обозначение для первоначальной стоимости товара и выразите через него новую стоимость товара.

2. Три типа задач на проценты

Различают три типа задач на проценты.

№	Задача.	Ответ	Комментарии
1.	Найти p % от числа a .	$\frac{a \cdot p}{100}$	Задача сводится к нахождению дроби $\frac{p}{100}$ от числа a .
2.	Найти число, если p % от него равно b .	$\frac{b \cdot 100}{p}$	Задача сводится к нахождению числа по данной величине b его дроби $\frac{p}{100}$.
3.	Найти, сколько процентов составляет число b от числа a .	$\frac{b \cdot 100}{a} \%$	Задача сводится к нахождению отношения b к a , выраженного в процентах.

Готовимся к решению задач

- Запишите в виде десятичной дроби 0,5%.
А. 0,005. Б. 0,05. В. 5,0. Г. 50,0.
- В автобусе 30 мест для пассажиров. Из них $\frac{1}{3}$ не занята пассажирами.

Сколько свободных мест в автобусе?

А. 20. Б. 15. В. 12. Г. 10.

3. Какой путь прошли туристы, если 0,2 пути составляет 12 км?

А. 24 км. Б. 30 км. В. 60 км. Г. 120 км.

4. Туристы прошли $\frac{2}{3}$ пути. Какова длина всего пути, если они прошли 6 км?

А. 9 км. Б. 12 км. В. 15 км. Г. 18 км.

5. 1% зарплаты, полученной работником, составляет 170 руб. Какова зарплата этого работника?

А. 170000 руб. Б. 1700 руб. В. 8500 руб. Г. 17000 руб.

6. Площадь поля 200 га, 1% этого поля занят капустой. Какая площадь занята капустой?

А. 1 га. Б. 2 га. В. 10 га. Г. 20 га.

7. Площадь поля 200 га, 2 га этого поля занято капустой. Сколько процентов площади поля занято капустой?

А. 20%. Б. 10%. В. 2%. Г. 1%.

8. Сколько процентов от 1 тонны составляет 1 кг?

А. 0,01%. Б. 0,1%. В. 1%. Г. 10%.

9. В саду растёт 56 деревьев, из них 14 яблонь. Какую часть деревьев сада составляют яблони?

А. $\frac{1}{3}$. Б. $\frac{1}{4}$. В. $\frac{1}{7}$. Г. $\frac{3}{4}$.

10. Продали $\frac{2}{5}$ привезенного в магазин винограда, что составило 180 кг. Сколько всего винограда привезли в магазин?

А. 270 кг. Б. 360 кг. В. 450 кг. Г. 540 кг.

Решение задач

Решение задач на проценты часто сводится к одной или нескольким задачам трех указанных типов. В следующей задаче будет рассматриваться первый тип задач на проценты.

Задача 1. Масса куриного яйца равна 58 г. Белок составляет 55,8% от общей массы, желток — 31,9%, скорлупа — 12,3%. Какова масса каждой из этих составляющих?



Анализируем. Масса каждой из составляющих задана в виде процента от массы куриного яйца. Имеет место задача 1-го типа. Соответствующую формулу нужно применить трижды.

Для вычислений можно воспользоваться калькулятором. Результаты целесообразно округлить до 0,1 г.

Решаем. Масса белка равна $\frac{58 \cdot 55,8}{100} \approx 32,4$ (г), масса желтка — $\frac{58 \cdot 31,9}{100} \approx 18,5$ (г), масса скорлупы — $\frac{58 \cdot 12,3}{100} \approx 7,1$ (г).

Ответ. $\approx 32,4$ г; $\approx 18,5$ г; $\approx 7,1$ г.



1. Можно ли найти массу скорлупы другим способом?
2. Каким будут ответы, если округлять массы до 1 г?
3. Могла ли сумма полученных масс не равняться в точности 58 г?

В задаче 1 100% составляла масса яйца. В задачах на процентные вычисления любого из трёх типов важно установить, какое значение величины следует принять за 100%.

Задача 2. В густые цинковые белила (пасту) перед употреблением добавляют олифу в количестве 25 % от массы пасты. На 1 м² поверхности требуется 175 г готовой краски. Каков расход пасты на 1 м²?



Анализируем. Обращаем внимание на фрагмент условия «25 % от массы пасты». Союз «от» наталкивает на мысль принять массу пасты за 100 %.

Тогда можно узнать, сколько процентов от массы пасты составляет масса готовой краски. Масса готовой краски, расходуемой на 1 м² поверхности, известна. Нахождение расхода пасты сведётся к решению задачи второго типа.

Решаем. Масса готовой краски составляет 100 % + 25 % = 125 % от массы пасты, то есть 175 г готовой краски составляет 125 % от расхода пасты на 1 м².

Для нахождения расхода пасты на 1 м^2 воспользуемся формулой нахождения числа по его проценту: $\frac{175 \cdot 100}{125} = 140 \text{ (г)}$.

Ответ. 140 г.

1. Чему равна масса олифы, которую добавляют в пасту для получения готовой краски, необходимой для покраски 1 м^2 ?
2. Верно ли, что масса олифы, необходимой для получения готовой краски для окрашивания 1 м^2 , составляет 25% от 140 г?
3. Какую примерно площадь можно покрасить, имея 1 кг цинковых белил?

В задачах на нахождение процентного отношения двух величин необходимо вначале найти значения этих величин или выразить их через одну и ту же букву, а затем определить их отношение в процентах.

Задача 3. На кондитерской фабрике изготавливали шоколадные конфеты и карамель. Шоколадные конфеты вначале составляли 80 % объёма продукции, а через некоторое время — 90 %. На сколько процентов при этом уменьшилось производство карамели, если объём выпускаемой продукции не изменился?



Анализируем. Искомый процент равен выраженному в процентах отношению массы, на которую уменьшился выпуск карамели, к первоначальной массе производимой карамели.

Так как ни одно из указанных значений величины неизвестно, то выразим их через какое-то одно значение величины. Таким значением может быть масса всей выпускаемой продукции. Для неё следует ввести обозначение.

По условию, через неё можно выразить массу карамели как вначале, так и после увеличения выпуска шоколадных конфет (задача первого типа). Зная разность масс карамели, можно дать ответ на поставленный вопрос (задача третьего типа).

Решаем. Обозначим массу всей продукции фабрики через a . Она составляет 100 %. Так как выпуск карамели вначале составлял $100 - 80 = 20$ %, то её

масса равнялась $\frac{a \cdot 20}{100} = 0,2a$, а через некоторое время выпуск карамели соста-

вил $100 - 90 = 10\%$, а её масса — $\frac{a \cdot 10}{100} = 0,1a$.

Выпуск карамели уменьшился на $0,2a - 0,1a = 0,1a$. Эта масса от первоначальной массы выпуска карамели составляет $\frac{0,1a}{0,2a} \cdot 100 = 50\%$.

Ответ. На 50 %.

1. Выразите через a массу, на которую увеличился выпуск шоколадных конфет.

2. На сколько примерно процентов увеличился выпуск шоколадных конфет?

3. Какой процент от массы шоколадных конфет составляла масса карамели вначале и после увеличения выпуска шоколадных конфет?

Во всех рассмотренных выше задачах очень важным был выбор того значения величины или количества, которое принимается за 100%.



Будьте внимательны при выборе того значения величины или того количества, которое принимается за 100%. Его обычно называют процентной базой.

Особое место в приложениях занимают задачи, связанные с финансовыми операциями. Будем в дальнейшем в таких задачах использовать условную денежную единицу — зед.

Зед — условная денежная единица

Задача 4. Вкладчик внёс на год депозиты в 4 банка: 5 000 зедов в банк А под 10 % годовых, 2 000 зедов в банк Б под 15 % годовых, 2 000 зедов в банк В под 20 % годовых и 1 000 зедов в банк Г под 50 % годовых. Банк Г обанкротился и не возвратил взнос, а остальные банки выполнили свои обязательства.



а) Какой стала общая сумма денег у вкладчика через год?

б) Как и на сколько процентов изменилась общая сумма денег у вкладчика

за год?

Анализируем. Пользуясь данными условия задачи, можно подсчитать, какие суммы возвратили банки А, Б, В вкладчику через год (задача первого типа). Затем можно сравнить сумму вложенных денег в 4 банка с суммой денег, возвращённых тремя банками.

Останется найти, сколько процентов от вложенной суммы составляет разность этих сумм (задача третьего типа).

$$\text{Банк А возвратил } 5\,000 + \frac{5000 \cdot 10}{100} = 5500 \text{ зедов. Банк Б — } 2\,000 + \frac{2000 \cdot 15}{100} = 2300 \text{ зедов, банк В — } 2\,000 + \frac{2000 \cdot 20}{100} = 2400 \text{ зедов.}$$

а) Всего возвращено $5\,500 + 2\,300 + 2\,400 = 10\,200$ (зедов). Через год у вкладчика 10 200 зедов.

б) Так как через год банки возвратили вкладчику 10 200 зедов, а вложено: $5\,000 + 2\,000 + 2\,000 + 1\,000 = 10\,000$ (зедов), то общая сумма взносов увеличилась на $10\,200 - 10\,000 = 200$ зедов. От вложенной суммы это составляет $\frac{200}{10000} \cdot 100 = 2\%$.

Ответ. а) 10 200 зедов; б) возросла на 2 %.

1. Какую сумму денег ожидал получить вкладчик от четырёх банков через год?

2. На сколько процентов увеличился бы капитал вкладчика через год, если бы банк Г не обанкротился?

3. Какой был бы ответ в задаче, если бы обанкротился не банк Г, а банк А?

Проверь себя

1. В классе 35 учащихся. Спортом занимается 80 % школьников. Сколько учащихся не занимается спортом?

А. 28.

Б. 7.

В. 21.

Г. 14.

2. В коробке лежали лампочки, 4 из них разбились. Разбитые лампочки составили 2 % от числа всех лампочек. Сколько всего лампочек было в коробке?

А. 20. Б. 80. В. 200. Г. 800.

3. В сентябре акция стоила 2 500 зедов, а в октябре её цена понизилась до 2 000 зедов. На сколько процентов понизилась цена акции?

А. На 20 %. Б. На 80 %. В. На 25 %. Г. на 75 %.

4. Вкладчик положил в два банка различные суммы денег. Через некоторое время он удвоил вклад в первом банке, в результате чего его общий вклад в два банка увеличился на 60 %. Сколько процентов от первоначального суммарного вклада в оба банка составляет вклад во втором банке?

А. 80 %. Б. 60 %. В. 40 %. Г. 30 %.

Реши сам

1. Зарплата работника составляет 4 600 зедов в месяц. Его заработок облагается подоходным налогом, который составляет 13 % зарплаты. Какую сумму получит работник за месяц работы?

2. За год количество книг в библиотеке увеличилось на 10 % и стало равным 8800. Сколько книг приобрела библиотека за год?

3. При выпекании хлеба на 5 кг муки приходится 2 кг припёка (припёк — это увеличение массы продукта после выпечки по сравнению с массой затраченной муки). Сколько процентов составляет припёк: а) от массы муки; б) от массы хлеба?

4. Вкладчик положил свои средства в три банка. В первый банк он положил 6 000 зедов, что составило 75 % от размера вклада во второй банк. Размер вклада в третьем банке составляет 40 % от размера вклада в первом банке.

а) Найдите размеры вкладов во втором и третьем банках.

б) Какой процент составляет вклад в третий банк от вклада во второй?

Ответы к заданиям «Готовимся к решению задач»

1. А. Воспользуйтесь правилом записи десятичной дроби в виде процентов.

2. Г. Воспользуйтесь правилом нахождения дроби от числа.

3. В. Воспользуйтесь правилом нахождения числа по его дроби.

4. А. Воспользуйтесь правилом нахождения числа по его дроби.
5. Г. Воспользуйтесь определением процента.
6. Б. Воспользуйтесь определением процента.
7. Б. Воспользуйтесь определением процента.
8. В. Воспользуйтесь определением процента.
9. Б. Найдите отношение числа яблонь к общему количеству деревьев.
10. В. Воспользуйтесь правилом нахождения числа по его дроби.

Ответы на вопросы к задачам

Задача 1. 1. Да. 2. ≈ 32 г; ≈ 19 г; ≈ 7 г. 3. Да, так как использовались приближённые значения.

Задача 2. 1. 35 г. 2. Да. 3. 7 м^2 .

Задача 3. 1. 0,1 а. 2. $\approx 11\%$. 3. 25% и $\approx 11\%$.

Задача 4. 1. 11 700 зедов. 2. На 11,7 %. 3. а) 6 200 зедов; б) уменьшилась на 38%.

Ответы на задания «Проверь себя»

1	2	3	4
Б	В	А	В

Ответы и указания к задачам «Реши сам»

1. 4 002 зеда. Найдите сначала сумму, которую должен заплатить работник в качестве подоходного налога.
2. 800. Найдите сначала, сколько книг было в библиотеке год назад.
3. а) 40%; б) $\approx 30\%$. Обратите внимание на то, что нужно принять за 100% в задании а) и что в задании б).
4. а) 8 000 зедов и 3 200 зедов; б) 40%. Обратите внимание на то, что указанные проценты относятся к разным банкам.

3. Процент от процента

Довольно распространённой является ситуация, когда значение величины изменяется на некоторое количество процентов, а затем полученное значение снова изменяется на какое-то количество процентов.

Готовимся к решению задач

1. Масса сливок, получаемых из молока, составляет 23% от массы молока.

Сколько килограммов сливок можно получить из 300 кг молока?

А. 23 кг. Б. 46 кг. В. 60 кг. Г. 69 кг.

2. Масса сливок, получаемых из молока, составляет 23% от массы молока.

Сколько необходимо килограммов молока, чтобы получить 115 кг сливок?

А. 5000 кг. Б. 500 кг. В. 246,5 кг. Г. 50 кг.

3. Из 500 ц сахарной свеклы получили 80 ц сахара. Каков процент выхода сахара из сахарной свеклы?

А. 32%. Б. 24%. В. 16%. Г. 1,6%.

4. В фирме количество женщин составляет 0,6 работников фирмы, из них 0,2 являются молодыми специалистами. Какую часть работников фирмы составляют женщины — молодые специалисты?

А. 0,4. Б. 0,12. В. 0,012. Г. 0,03.

5. Зарплату работника уменьшили на 0,2 её прежнего размера. На какую часть её нужно теперь увеличить, чтобы восстановить её прежний уровень?

А. На 0,25. Б. На 0,2. В. На 0,15. Г. Определить невозможно.

6. В школе 1200 учащихся, из них 35% — учащиеся начальной школы. Среди учащихся 5 – 11 классов 25% изучают немецкий язык.

1) Сколько в школе учащихся 5 – 11 классов?

2) Сколько учащихся в школе изучают немецкий язык, если в начальной школе немецкий язык не изучается?

7. Цену на некоторый товар дважды повышали, каждый раз на 20%. В результате она составила 7 200 рублей. Какой была первоначальная цена этого товара?

Решение задач

Во многих задачах требуется определить, как и на сколько процентов изменилось значение величины в результате ее нескольких увеличений и уменьшений.

Задача 1. Весной Карлсон похудел на 25 %, летом поправился на 20 %, осенью похудел на 10 %, а зимой поправился на 20 %. Похудел или поправился Карлсон за год?



Анализируем. Масса Карлсона весной уменьшилась на 25 %. Это значит, что его масса составила $100 - 25 = 75$ % от его исходной массы. Так как летом он поправился на 20 %, то его масса составила $100 + 20 = 120$ %, но уже от весенней массы. Продолжая рассуждать также, можно выразить массу Карлсона по истечении года через исходную, а потом сравнить их. Задача сводится к четырёхкратному нахождению процента от числа.

Решаем. Обозначим массу Карлсона в начале весны через a . В конце весны она стала равной $0,75a$.

В конце лета масса Карлсона составила 120 % от массы, равной $0,75a$, она стала равной $\frac{0,75a \cdot 120}{100} = 0,9a$.

В конце осени масса $0,9a$ уменьшилась на 10 %. Следовательно, масса Карлсона составила $100 - 10 = 90$ % от $0,9a$ и стала равной $\frac{0,9a \cdot 90}{100} = 0,81a$.

Наконец, зимой Карлсон поправился на 20 %. Его масса в конце зимы составила $100 + 20 = 120$ % от $0,81a$ и стала равной $\frac{0,81a \cdot 120}{100} = 0,972a$. Эта масса меньше массы в начале весны, то есть за год Карлсон похудел.

Ответ. Похудел.



1. На сколько примерно процентов похудел Карлсон за год?
2. Как изменилась масса Карлсона за весну и лето и на сколько процентов?
3. Сколько процентов от массы в начале весны составила масса

Карлсона в конце осени?

4. На сколько процентов нужно поправиться Карлсону, чтобы достичь его массы в начале весны?

В предыдущей задаче мы рассматривали ситуацию, когда исходное значение величины вначале изменялось на некоторое количество процентов, а затем полученное значение изменялось на какое-то количество процентов. В следующей задаче мы рассмотрим ситуацию, когда значение величины изменилось в одну сторону на некоторое количество процентов, и нужно узнать, на сколько процентов следует изменить полученное значение, чтобы вернуться к исходному значению.

Задача 2. Превращаясь в лёд, вода увеличивает объём на 9 %. На сколько примерно процентов уменьшается объём, когда лёд тает?



Анализируем. Приняв за 100 % первоначальный объём воды, можно будет выразить объём льда через объём воды (задача 1-го типа).

Затем, выразив через первоначальный объём воды изменение объёма при таянии льда, можно будет найти, сколько процентов составляет это изменение от объёма льда (задача 3-го типа).

Решаем. Обозначим первоначальный объём воды через a . Так как при замерзании воды объём увеличивается на 9 %, то это увеличение составит

$$\frac{a \cdot 9}{100} = 0,09a. \text{ Лёд заполнит объём, равный } a + 0,09a = 1,09a.$$

После таяния льда вода займёт прежний объём, равный a , то есть объём уменьшится на $1,09a - a = 0,09a$. От объёма льда $1,09a$ это составляет

$$\frac{0,09a}{1,09a} \cdot 100 \approx 8,25\%.$$

Ответ. На 8,25%.

1. Каков объём льда, полученного при замерзании 1 дм³ воды?
2. Имелся 1 л воды. Вначале её превратили в лёд, а затем лёд растаял. Каков объём полученной воды?
3. Сколько нужно воды, чтобы изготовить 100 кубиков льда с ребром 1 см?

В задачах на процентные вычисления важно, как уже отмечалось, правильно определить значение, принимаемое за 100 %, то есть число, от которого находится заданное число процентов, или число, от которого определённное количество процентов известно.

Задача 3. В школьных соревнованиях по лёгкой атлетике приняло участие 80 % всех старшеклассников. Из числа участников 60% — мальчики, а остальные, на которых приходится 80 учащихся, — девочки. Сколько старшеклассников не приняли участия в этих соревнованиях?



Анализируем. В условии говорится «В школьных соревнованиях ... приняло участие 80 % всех старшеклассников». Это наталкивает нас на то, чтобы ввести обозначение для количества всех старшеклассников, и выразить через него количество участников мальчиков и количество участниц-девочек (задачи первого типа).

Зная количество участниц-девочек и процент, который они составляют от количества всех старшеклассников, можно найти количество всех старшеклассников (задача второго типа).

По известному количеству всех старшеклассников и проценту от него, который составляют те, кто не участвовал в соревнованиях, можно найти количество старшеклассников, не участвовавших в соревнованиях (задача первого типа).

Решаем. Обозначим количество всех старшеклассников через a . Тогда количество участников соревнований равно $\frac{a \cdot 80}{100} = 0,8a$. Из этого количества

мальчиков было $\frac{0,8a \cdot 60}{100} = 0,48a$, то есть мальчики-участники составляют 48 %

всех старшеклассников, а девочки-участницы $80 \% - 48\% = 32 \%$ всех старшеклассников. По условию на эти 32 % приходится 80 учащихся. Поэтому количе-

ство всех старшеклассников равно $\frac{80}{32} \cdot 100 = 250$. В соревнованиях не участвова

ло $100 - 80 = 20\%$ всех старшекласников или $\frac{250 \cdot 20}{100} = 50$ старшекласников.

Ответ. 50.



1. Сколько старшекласников участвовали в соревнованиях?
2. Сколько мальчиков участвовали в соревнованиях?
3. Сколько процентов составляет количество девочек-участниц от количества мальчиков — участников соревнований?

Мы уже отмечали, что проценты находят широкое применение на производстве, но это применение не сводится только к отчётности. Проценты помогают планировать работу, прогнозировать, как будут протекать события.

Задача 4. В магазине одежды существует правило, по которому непроданная продукция удешевляется на 50% через каждые полгода. Сколько месяцев должен лежать товар, чтобы он стоил не более 10% своей первоначальной стоимости?



Анализируем. Данные о 10% и о первом удешевлении на 50% относятся к первоначальной стоимости товара. Поэтому естественно ввести для неё обозначение.

Последующие удешевления относятся к стоимостям товара, установленным после предыдущего удешевления. Эти стоимости можно находить, пользуясь формулой для задач первого типа. Нахождение этих стоимостей нужно продолжать до получения стоимости, удовлетворяющей условию задачи.

Решаем. Обозначим первоначальную стоимость товара через a . Удешевление товара проводится до тех пор, пока стоимость достигнет размера, не превосходящего $0,1a$.

Через 6 месяцев, если товар не будет продан, его стоимость станет равной $a - \frac{a \cdot 50}{100} = a - \frac{1}{2}a = \frac{1}{2}a$, то есть стоимость уменьшается вдвое.

Отсюда следует, что через каждые 6 месяцев установленная стоимость уменьшается вдвое. Через вторые 6 месяцев стоимость станет равной

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} a = \frac{1}{4} a$. Это значение больше $0,1a$. Через третьи полгода стоимость станет

равной $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} a = \frac{1}{8} a$. И это значение больше $0,1a$. Через четвёртое полугодие сто-

имость станет равной $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} a = \frac{1}{16} a$. А вот это значение уже меньше $0,1a$. В четы-

рёх полугодиях $6 \cdot 4 = 24$ месяца.

Ответ. 24 месяца.

1. *Через сколько месяцев в случае не продажи стоимость товара будет не более 5 % от первоначальной его стоимости?*

2. *Если каждые полгода стоимость товара будет удешевляться на 25 %, то какой примерно процент (с точностью до 0,1%) от первоначальной стоимости составит его стоимость через полтора года?*

3. *На сколько процентов нужно каждые полгода удешевлять товар, чтобы через год его стоимость была не более 60 % первоначальной стоимости?*

Распространёнными являются задачи, где по известному проценту, которое составляет одно значение величины от другого, требуется найти, сколько процентов составляет второе значение от первого. Фактически к таким задачам относится задача 2 из этого блока. В следующей задаче рассмотрим общий подход к решению таких задач.

Задача 5. В классе количество учащихся, занимающихся спортом, составляет 125% от количества учащихся, не занимающихся спортом. Сколько процентов составляет количество учащихся, не занимающихся спортом, от количества учащихся, занимающихся спортом?

Анализируем. Введя обозначения для количества каждой из двух категорий учащихся, можно выразить на основании условия одно число через другое. Из полученного равенства можно найти выражение второго числа через первое. Это выражение и даст возможность найти ответ на поставленный вопрос.

Решаем. Обозначим через x количество учащихся, занимающихся спортом, а через y — не занимающихся. Так как количество учащихся, занимающихся спортом, составляет 125% от количества учащихся, не занимающихся спор-


том, то $x = \frac{125 \cdot y}{100} = \frac{5}{4}y$. Отсюда $y = \frac{4 \cdot x}{5}$. Умножив коэффициент при x в по-

следнем равенстве, равный $\frac{4}{5}$, на 100%, получим, что значение y составляет

$$\frac{4}{5} \cdot 100 = 80\% \text{ от значения } x.$$

Ответ. 80%.

Пользуясь обозначениями, введенными при решении задачи 5, дайте ответы на следующие вопросы.

- 
1. При каком проценте числа x от числа y число x составляет тот же процент от числа y , что и число y от числа x ?
 2. Если число x составляет 150% от числа y , то сколько примерно процентов (с точностью до 0,1%) составит число y от числа x ?
 3. Если число x на 25% больше числа y , то сколько процентов составляет число x от числа y и сколько процентов составляет y от x ?

Применяя изложенный метод решения задачи в общем случае, получим следующий результат.

Если x составляет $p\%$ от y , то y составляет $\frac{10000}{p}\%$ от x .

Проверь себя

1. Один торговец продал две картины по 990 зедов за каждую. При этом от продажи одной картины он получил прибыль 10 %, а от продажи другой потерпел убыток 10 %. Что принесла торговцу эта операция: прибыль или убыток, и в каком размере?

А. Прибыль 20 зедов.

Б. Убыток 20 зедов.

В. Заработал столько, сколько потерял.

Г. Другой ответ.

2. Заработная плата рабочего снизилась на 20 %. На сколько процентов её нужно теперь повысить, чтобы достичь прежнего уровня?

- А. На 20 %. Б. На 30 %. В. На 25 %. Г. На 15 %.

3. Эксперты утверждают, что 25 % всех серьёзных аварий велосипедистов составляют травмы головы, из которых, к сожалению, 80 % случаев заканчивается смертельным исходом. Какой процент от всего количества серьёзных аварий велосипедистов составляют случаи травм со смертельным исходом?

- А. 16 %. Б. 20 %. В. 55 %. Г. 105 %.

4. Количество попаданий мячом в корзину составляет 60 % от количества промахов. Сколько процентов у этого баскетболиста составляет количество промахов от количества попаданий?

- А. 40 %. Б. 160 %. В. $166\frac{2}{3}$ %. Г. $133\frac{1}{3}$ %.

5. В 1998 году в конкурсе «Золотой ключик» принимало участие 256 школьников — на 50 % больше, чем в 1997 г. Если и дальше ежегодно количество участников увеличивалось на 50%, то в каком году их число превысило 1000?

- А. В 2001-м. Б. В 2002-м. В. В 2003-м. Г. В 2004-м.

6. В классе количество учащихся, планирующих поступать в вуз, составляет 200% от количества учащихся, не планирующих этого. Сколько процентов составляет количество учащихся, не планирующих поступать в вуз, от количества учащихся, планирующих это?

- А. 25 %. Б. 30 %. В. 40 %. Г. 50 %.

Реши сам

1. Усовершенствование одного узла машины экономит 10% горючего, а усовершенствование после этого другого — 15% горючего. Сколько процентов горючего может быть сэкономлено, если усовершенствовать один за другим оба узла?

2. Пешеход уменьшил скорость на 10 %. На сколько примерно процентов её надо теперь увеличить, чтобы восстановить прежнюю скорость? Ответ дайте с точностью до 0,1%.

3. В классе количество мальчиков составляет 80 % от количества всех учащихся, из них 80% увлекаются компьютерами. Сколько процентов от количества учащихся класса составляют мальчики, увлекающиеся компьютерами?
4. Количество присутствующих на уроке в классе в 5 раз превышает количество отсутствующих. Какой процент составляет количество отсутствующих от: а) количества присутствующих; б) от количества учащихся класса?
5. В классе количество мальчиков составляет 80 % от количества девочек. Сколько процентов составляет количество девочек от количества мальчиков?

Ответы к заданиям «Готовимся к решению задач»

1. Г. Воспользуйтесь правилом нахождения процента от числа.
2. Б. Воспользуйтесь правилом нахождения числа по его проценту.
3. В. Воспользуйтесь правилом нахождения процентного отношения двух чисел.
4. Б. Воспользуйтесь правилом нахождения дроби от числа.
5. А. Введите обозначение для первоначальной зарплаты, выразите через него размер уменьшения, величину уменьшенной зарплаты, затем найдите, какую часть составляет размер уменьшения от уменьшённой зарплаты.
6. 1) 780; 2) 195. Воспользуйтесь правилом нахождения процента от числа.
7. 5 000 руб. Введите обозначение для первоначальной цены товара.

Ответы на вопросы к задачам

Задача 1. 1. $\approx 3\%$. 2. Уменьшилась на 10%. 3. 81%. 4. $\approx 3\%$.

Задача 2. 1. 1,09 дм³. 2. 1 л.. 3. $\approx 0,92$ дм³

Задача 3. 1. 200. 2. 120. 3. 66,6%.

Задача 4. 1. 30 месяцев. 2. $\approx 42,2\%$. 3. Более, чем на 22,5%.

Задача 5. 1. При 100%. 2. $\approx 66,7\%$. 3. 125% и 80%.

Ответы на задания «Проверь себя»

1	2	3	4	5	6
Б	В	Б	В	Б	Г

Ответы и указания к задачам «Реши сам»

- 1. 23,5%.** Воспользуйтесь тем, что при усовершенствовании одного узла расходуется 90% запланированного расхода топлива, а при усовершенствовании другого — 85% от того же объёма.
- 2. $\approx 11,1\%$.** Примите скорость пешехода до замедления за 100%.
- 3. 64%.** Введя обозначение для количества учащихся класса, выразите через него количество мальчиков в классе, а затем количество мальчиков класса, увлекающихся компьютерами.
- 4. а) 20%; б) $\approx 17\%$.** Введите обозначение для количества отсутствующих в классе и выразите через него количество присутствующих и общее количество учащихся в классе.
- 5. 125%.** Введите обозначения для количеств девочек и мальчиков. Пользуясь условием, выразите одно через другое.

4. Процент от значения величины, зависящей от другой величины

Известно, что часто рассматриваются ситуации, в которых одна из величин зависит от другой. Например, площадь квадрата зависит от длины его стороны; пройденное расстояние зависит от скорости движения или от затраченного времени; стоимость нескольких единиц некоторой продукции зависит от цены одной единицы продукции или от количества этих единиц продукции; объём работы, выполненной несколькими рабочими одинаковой квалификации, зависит от производительности их труда или от количества рабочих и т. д.

В некоторых задачах указывается процент изменения одной из величин, а требуется найти изменение другой или двух других. Такие задачи и будут рассматриваться в настоящем пункте.

Готовимся к решению задач

1. Сторону квадрата уменьшили в 2 раза. Во сколько раз уменьшился его периметр?

А. Не изменился. Б. В 2 раза. В. В 4 раза. Г. В 8 раз.

2. Сторону квадрата уменьшили в 2 раза. Во сколько раз уменьшилась его площадь?

А. Не изменилась. Б. В 2 раза. В. В 4 раза. Г. В 8 раз.

3. Соблюдая правила уличного движения, мотоциклист на некотором участке уменьшил скорость в 1,2 раза. Как изменилось время, затраченное им на преодоление этого участка?

4. Соблюдая правила уличного движения, мотоциклист на некотором участке уменьшил скорость в 1,2 раза. Как изменилось расстояние на этом участке, преодоленное этим мотоциклистом за запланированное время?

5. В 4 л раствора содержится 0,2 некоторого вещества. В раствор добавили 1 л чистой воды. Какую часть нового раствора составляет указанное вещество?

А. 0,2. Б. 0,16. В. 0,15. Г. 0,12.

6. Смешали два литра 25% раствора кислоты и некоторый объем 10% раствора кислоты. В результате концентрация полученного раствора составила 15%. Сколько литров 10% раствора кислоты находилось в смеси?

А. 1 л. Б. 2 л. В. 3 л. Г. 4 л.

7. Смешали 5 л 20% раствора кислоты и 3 литра другой концентрации раствора этой кислоты. В результате концентрация полученного раствора составила 27,5%. Какой была концентрация трехлитрового раствора кислоты?

А. 40%. Б. 35%. В. 30%. Г. 45%.

8. В строительной фирме количество рабочих уменьшилось на 20%, а объем работ остался прежним. На сколько процентов нужно увеличить производительность труда в этой фирме?

А. На 40%. Б. На 35%. В. На 30%. Г. 45%.

Решение задач

Иногда в задаче известно, на сколько процентов меняется значение одной величины, а требуется узнать, на сколько процентов изменяется при этом значение второй величины, зависящей от первой.

Задача 1. В соответствии с требованиями стандартов, зерно засыпается на длительное хранение при влажности до 14%. На сколько процентов примерно уменьшится масса зерна при его просушке перед хранением, если влажность свежесобранного зерна равна 24%?



Анализируем. Влажность зерна — это процентное содержание влаги в этом зерне. Зная влажность свежесобранного зерна, можно выразить массу «сухого» зерна через массу собранного зерна (задача первого типа).

Так как известна влажность зерна после просушки, то можно выразить массу просушенного зерна через массу собранного (задача второго типа).

Зная массы собранного и просушенного зерна, можно найти их разность, а затем, сколько процентов составляет эта разность от массы собранного зерна (задача третьего типа).

Решаем. Обозначим массу собранного зерна через a . Так как его влажность составляет 24 %, то масса «сухого» зерна составляет $100 - 24 = 76$ %, а его масса равна $0,76a$.

Влажность подсушенного зерна составляет 14 %. Поэтому масса сухого зерна, равная $0,76a$, составляет $100 - 14 = 86$ % от массы подсушенного зерна. Следовательно, масса подсушенного зерна приблизительно равна $\frac{0,76a \cdot 100}{86} \approx 0,88a$. Масса зерна уменьшилась примерно на $a - 0,88a = 0,12a$. Это составляет 12% от массы собранного зерна.

Ответ. На 12 %.

1. Какой процент от массы свежесобранного зерна составляет масса подсушенного зерна?
2. Какой процент от массы свежесобранного зерна составляла бы масса подсушенного зерна, если бы влажность свежесобранного зерна составляла 20%?
3. Сколько процентов от массы «сухого» зерна составляет масса подсушенного зерна?

Так же, как и предыдущая задача, решаются задачи на концентрацию, то есть задачи, в которых рассматривается процент вещества, содержащегося в смеси нескольких веществ.

Задача 2. Пять литров раствора с 35% содержанием растворенного в воде вещества смешали с четырьмя литрами 20 % раствора того же вещества и еще прибавили один литр чистой воды. Найдите процентное содержание вещества в полученном растворе.



Анализируем. Для нахождения процентного содержания вещества в растворе нужно найти объём вещества в растворе (задача первого типа) и объём этого раствора и вычислить их процентное отношение (задача третьего типа).

Решаем. Объём вещества в первом растворе равен $\frac{5 \cdot 35}{100} = 1,75$ (л), а его объём во втором растворе равен $\frac{4 \cdot 20}{100} = 0,8$ (л). Объём этого вещества в полученном после смешивания растворе равен $1,75 + 0,8 = 2,55$ (л).

Объём полученного раствора равен сумме объёмов двух смешиваемых растворов, сложенной с 1 л чистой воды, то есть он равен $5 + 4 + 1 = 10$ (л).

Процентное содержание вещества в полученном растворе равно $\frac{2,55 \cdot 100}{10} = 25,5\%$.

Ответ. 25,5 %.

1. Чему равнялось бы процентное содержание вещества в растворе, если бы не добавляли литра чистой воды?
2. Увеличилось бы или уменьшилось бы процентное содержание вещества в растворе, если бы смешали 4 л первого раствора и 5 л второго?
3. В каких пределах может находиться процентное содержание вещества в растворе, полученном от смешения 40-% и 20-% растворов того же вещества?

Часто в задачах рассматриваются три величины, связанные между собой. Например, стоимость, количество единиц продукции, цена одной единицы; рас-

стояние, скорость и время; объём работы, производительность труда и время; длина, ширина и площадь прямоугольника и т. д. В задаче может задаваться процент изменения двух из них, требуется найти процент изменения третьей. Для решения таких задач нужно знать, как связаны эти величины между собой.

Задача 3. Расстояние, которое предстоит проехать машине, из-за ремонта дороги увеличивается на 80 %. На сколько процентов увеличится время на преодоление этого расстояния, если скорость движения увеличили на 20 %?



Анализируем. В задаче рассматриваются три величины: расстояние, скорость движения машины и время, затрачиваемое на преодоление расстояния. Расстояние равно произведению скорости движения на затраченное время (движение предполагается равномерным). По условию можно выразить через исходные значения изменённые значения двух из этих величин. Зависимость между этими величинами даст возможность выразить изменённое значение третьей величины через исходное, а это позволит ответить на вопрос задачи.

Решаем. Обозначим через s расстояние, которое планировалось преодолеть машине, а через v — первоначальную скорость её движения. По условию

увеличенное расстояние равно $s + \frac{s \cdot 80}{100} = 1,8s$. Аналогично увеличенная ско-

рость движения равна $v + \frac{v \cdot 20}{100} = 1,2v$. Запланированное время, необходимое

для преодоления запланированного расстояния, равно частному от деления за-

планированного расстояния на запланированную скорость движения, то есть $\frac{s}{v}$.

Тогда время, необходимое для преодоления увеличенного расстояния с увели-

ченной скоростью, должно равняться $\frac{1,8s}{1,2v} = 1,5\frac{s}{v}$, то есть время движения ма-

шины увеличится на $1,5\frac{s}{v} - \frac{s}{v} = 0,5\frac{s}{v}$, что составляет 50 % от запланированного

времени $\frac{s}{v}$.

Ответ. На 50%.

1. Как выражается скорость v равномерного движения через расстояние s и время t ?
2. Если бы расстояние необходимо было увеличить на 80 %, а затраченное время уменьшить на 10 %, то на сколько процентов нужно было увеличить скорость движения?
3. Запланированное время движения в одну сторону увеличилось на 50%. На сколько процентов надо уменьшить затраченное время при движении в обратную сторону, чтобы довести его до запланированного в одну сторону?

В следующей задаче тоже рассматриваются три величины, но в двух ситуациях. В этих ситуациях известны результаты сравнения в процентах значений двух из них. Требуется сравнить в процентах значения третьей величины.

Задача 4. Количество коров на одной молочной ферме на 10% меньше, чем на второй, но средний удой каждой коровы на 10% выше. На какой ферме меньше получают молока и на сколько процентов?



Анализируем. В задаче рассматриваются три величины: количество коров на ферме, средний удой каждой коровы и общий надой молока на ферме. В отличие от предыдущей задачи здесь сравниваются значения этих величин в двух ситуациях. Общий удой молока на ферме равен произведению среднего удоя одной коровы на количество коров на этой ферме.

Нужно ввести обозначения для значений двух из этих величин для одной фермы. Через эти обозначения выразить, исходя из условия, значения тех же величин для другой фермы. Затем выразить через те же обозначения значения третьей величины для обеих ферм и сравнить их.

Решаем. Обозначим через n и u соответственно количество коров и средний удой молока на второй ферме. Дальнейшую работу удобно проводить в следующей таблице.

	Количество коров	Средний удой 1 коровы, л	Общий надой молока, л
1 ферма	$n - 0,1n = 0,9n$	$y + 0,1y = 1,1y$	$0,9n \cdot 1,1y = 0,99ny$
2 ферма	n	y	$n \cdot y = ny$

Итак, на первой ферме общий надой молока меньше, чем на второй, на $ny - 0,99ny = 0,01ny$. От общего надоя молока на второй ферме, то есть от значения ny , это составляет 1%.

Ответ. На первой ферме, на 1%.

1. Сколько примерно процентов от количества коров на первой ферме составляет количество коров на второй ферме?
2. Сколько примерно процентов от среднего удоя 1 коровы на первой ферме составляет средний удой 1 коровы на второй ферме?
3. На сколько примерно процентов общий надой молока на второй ферме больше, чем на первой?
4. Каким будет ответ в задаче, если количество коров на первой ферме на 10% меньше, чем на второй, но средний удой каждой коровы на 15% выше?

Проверь себя

1. Из 22 кг свежих грибов получается 2,5 кг сушеных грибов, содержащих 12% воды. Процент воды в свежих грибах равен ...

- А. 10%. Б. 20%. В. 80%. Г. 90%.

2. Расходы электроэнергии в цехе, который выпускает некоторое изделие, уменьшились на 20%, а выпуск изделий увеличился на 20%. На сколько процентов уменьшились расходы электроэнергии на 1 изделие?

- А. На 50%. Б. На 17,5%. В. На 25%. Г. На $33\frac{1}{3}$ %.

3. В сосуд с 3 л воды насыпали 200 г соли, а затем ещё 100 г. Каково примерно процентное содержание соли в полученном растворе? Выберите наиболее точное

значение.

А. 9 %.

Б. 9,5%.

В. 10%.

Г. 11%.

4. Общий сбор пшеницы у одного фермера больше чем у второго на 20%, но площадь под пшеницей у него больше только на 5%. На сколько процентов урожай пшеницы с 1 гектара у первого фермера больше, чем у второго?

А. На 15%.

Б. На $13\frac{5}{7}$ %.

В. На 12%.

Г. На $14\frac{2}{7}$ %.

Реши сам

1. На поле собрали 100 кг огурцов, содержащих 99 % воды. К моменту привоза на рынок в огурцах масса огурцов составила 50 кг. Какой процент воды они содержали?

2. Смешали 5 литров 20% раствора кислоты и 3 литра 40% раствора той же кислоты. Чему равна концентрация полученного раствора?

3. Из молока жирностью 5 % готовят сыр жирностью 15,5 % и при этом получается сыворотка жирностью 0,5 %. Сколько сыра выйдет из 1 т молока?

4. По дороге идут два туриста. Первый из них делает шаги на 10% короче, но на 10% чаще, чем второй. Кто из туристов идёт быстрее?

5. Две машины получили задание по перевозке грузов. Одна машина затратила на 20% времени меньше, чем вторая, а скорость её на 20% больше. Какая машина преодолела меньшее расстояние и на сколько процентов?

Ответы к заданиям «Готовимся к решению задач»

1. Б. Воспользуйтесь определением периметра.

2. В. Воспользуйтесь формулой площади квадрата.

3. Увеличилось в 1,2 раза. Воспользуйтесь тем, что при прямолинейном равномерном движении путь равен произведению скорости движения на затраченное время.

4. Уменьшилось в 1,2 раза. Воспользуйтесь тем, что при постоянном времени путь и скорость прямо пропорциональны.

5. Б. Предварительно найдите объём указанного вещества в растворе.

6. Г. 7. А.

Ответы на вопросы к задачам

Задача 1. 1. 88%. 2. 93%. 3. $\approx 116\%$.

Задача 2. 1. $\approx 28\%$. 2. Уменьшилось бы. 3. От 20% до 40%.

Задача 3. 1. $v = \frac{s}{t}$. 2. На 100%. 3. На $33\frac{1}{3}\%$.

Задача 4. 1. $\approx 111\%$. 2. $\approx 91\%$. 3. \approx на 101%. 4. На второй ферме, примерно на 13%.

Ответы на задания «Проверь себя»

1	2	3	4
Г	Г	А	Г

Ответы и указания к задачам «Реши сам»

1. 98%. Найдите вначале массу «безводных» огурцов среди собранных.

2. 27,5%. Найдите объём «чистой» кислоты в растворе и объём раствора.


3. 300 кг. Введите обозначение для массы сыра, выразите через него массу сыворожки, массу жира в сыре и массу жира в сыворожке. Составьте уравнение.

4. Второй. Введите обозначения для длины шага и количества шагов за определённое время у второго туриста. Выразите через них значения тех же величин для первого туриста и скорости каждого туриста.

5. Первая, на 4%. Введите обозначения для значений скорости и времени одной из машин, выразите через эти обозначения значения скорости и времени для другой машины.

Контрольное задание

Выполнение контрольного задания предполагает обязательное выполнение контрольного теста и основного задания. Оцениваются результаты выполнения основного задания, а результаты выполнения контрольного теста позволяют судить о степени готовности к выполнению основного задания. Ещё одну оценку можно получить за выполнение дополнительного задания.

Все составляющие контрольного задания разделены знаком  на части, соответствующие блокам рассматриваемой темы.

Критерии оценок

Оценка		Основное Задание	Дополнительное задание
«зачтено»	Решено не менее	5 задач	—
«хорошо»	Решено не менее	8 задач	6 задач
«отлично»	Решено не менее	11 задач	9 задач

Контрольный тест

Настоящий тест предназначен для подготовки к выполнению основного задания. Многие его задания аналогичны заданиям «Проверь себя», к которым приведены ответы. Пользуйтесь этим.

Выполнение контрольного теста состоит в выборе правильного ответа из четырёх приведенных. Помните, что среди приведенных есть правильный ответ, и он только один. Если же Вы уверены, что правильного ответа нет среди приведенных, в качестве ответа запишите букву «Д».

1. Выразите в процентах $\frac{9}{200}$.

- А. 3,6%. Б. 36%. В. 45%. Г. 4,5%.

2. Выразите приближённо число $\frac{5}{14}$ в процентах с точностью до 0,1 %.

- А. 3,6%. Б. 36%. В. 35,7 %. Г. 35,9%.

3. Какой примерно процент площади фигуры заштрихован? Выберите наиболее приемлемый вариант.



А. 90% **Б. 80%.** **В. 30%.** **Г. 5%.**

4. При распространении билетов в цирк и театр в шестом классе 20% учащихся отказались от билетов, 10% — взяли билеты и в цирк, и в театр, 25% взяли билеты только в театр. Сколько процентов учащихся взяли билеты в цирк?

А. 45%. **Б. 55%.** **В. 60%.** **Г. 65%.**

5. Во сколько раз уменьшилась производительность труда в цехе, если она снизилась на 75%?

А. В 2 раза. **Б. В 2,5 раза.** **В. В 3 раза.** **Г. В 4 раза.**

6. Молоко содержит 3,5 % жира и 2,8 % белка. Сколько жира и сколько белка содержится в стакане, вмещающем 250 г молока?

А. 8,75 г; 7 г. **Б. 87,5 г; 7 г.** **В. 8,75 г; 70 г.** **Г. 87,5 г; 70 г.**

7. . Какое количество молока нужно взять для получения 4 кг масла, если из молока получается 20 % сливок, а из сливок получается 20 % масла?

А. 80 кг. **Б. 100 кг.** **В. 10 кг.** **Г. 40 кг.**

8. Домохозяйка купила рыбу по цене 20 зедов за килограмм. После чистки рыбы она подсчитала, что один килограмм очищенной рыбы ей стоит 25 зедов. Какой процент массы рыбы остался после её чистки?

А. 80 %. **Б. 75 %.** **В. 90 %.** **Г. 70 %.**

9. Банк выплачивает своим вкладчикам 8% годовых. Какой процент составит взнос в банк от размера вклада через год?

А. 108%. **Б. 92%.** **В. ≈92,6%.** **Г. ≈91,4%.**

10. Сначала заработную плату повысили на 20%, потом — на 10%. На сколько процентов повысилась заработная плата по сравнению с первоначальной?

А. На 30%. **Б. На 31%.** **В. На 32 %.** **Г. На 35 %.**

11. Цена на товар была повышена на 25 %. На сколько процентов надо теперь её снизить, чтобы получить первоначальную цену товара?

А. На 25 %. **Б. На 30 %.** **В. На 20 %.** **Г. На 15%.**

12. Во время эпидемии гриппа заболело 40 % населения. Эпидемия, в конце концов, не навредила здоровью 92 % населения (не заболели или не получили осложнений во время болезни). Какой процент заболевших не избежал осложнений?

- А.** 8 %.
Б. 20 %.
В. 4 %.
Г. 25 %.

13. Фирма, которая занимается производством шоколада, решила провести рекламную акцию для увеличения продаж. Для этого она в каждую коробку вкладывает талон, и за десять накопленных талонов покупателю выдается бесплатно коробка шоколада. На сколько процентов фирма должна повысить стоимость коробки шоколада, если на эту акцию не планируется выделить дополнительные средства?

- А.** На 9 %.
Б. На 10 %.
В. На 11 %.
Г. Другой ответ.

14. В метро количество читающих пассажиров составляет 125 % от количества не читающих. Сколько процентов составляет количество не читающих пассажиров от количества читающих?

- А.** 75 %.
Б. 90 %.
В. 64 %.
Г. 80 %.

15. В бассейн проведена труба. Вследствие её засорения скорость поступления воды уменьшилась на 60%. На сколько процентов вследствие этого увеличится время, необходимое для заполнения бассейна?

- А.** На 150% .
Б. На 50%.
В. На 250%.
Г. На 60%.

16. Смешали два литра 25% раствора кислоты и 4 литра 10% раствора той же кислоты. Концентрация полученного раствора равна ...

- А.** 35%.
Б. 15%.
В. 17,5%.
Г. 20%.

17. Объем строительных работ уменьшился на 60%, производительность труда одного рабочего упала на 20%. На сколько процентов нужно сократить количество рабочих?

- А.** На 80%.
Б. На 40%.
В. на 75%.
Г. На 50%.

18. Два спортсмена бегут некоторую дистанцию. У первого спортсмена шаг на 10 % короче, зато он делает на 10 % больше шагов за минуту, чем второй. Кто из них финиширует первым?

А. Первый. Б. Второй. В. Одновременно. Г. Определить нельзя.

Основное задание

Настоящее задание предназначено для проверки того, усвоены ли Вами идеи и способы деятельности, представленные в первой части пособия. Другими словами, оно поможет ответить на вопрос, умеете ли Вы решать задачи, подобные тем, которые рассматривались в пособии. Поэтому нужно при необходимости широко пользоваться образцами решённых задач и указаниями к задачам основного задания, приведенными после задач.

1. Выразите в процентах $1\frac{7}{80}$.

2. Выразите приближённо число $\frac{10}{11}$ в процентах с точностью до 1 %.

3. Какой примерно процент площади фигуры закрашен? Выберите наиболее подходящий вариант из значений: 60 %, 40 %, 30 %, 10 %.



4. При распространении билетов в цирк и театр в шестом классе 20% учащихся отказались от билетов, 10% — взяли билеты и в цирк, и в театр, 45% — взяли билеты только в цирк. Сколько процентов учащихся взяли билеты в театр?

5. Во сколько раз уменьшилась скорость машины при переезде с асфальтированной дороги на грунтовую, если она снизилась на 60%?

6. В посёлке живёт 15 000 человек. Известно, что в среднем среди населения 33,7% имеют первую группу крови, 37,5% — вторую, 20,9% — третью и 7,9% — четвёртую группу крови. Сколько примерно человек в этом посёлке имеют каждую группу крови?

7. Сливочное мороженое содержит 14 % сахара. На изготовление мороженого ушло 28 кг сахара. Сколько изготовили порций мороженого, если масса одной порции мороженого равна 80 г?

8. Кафе покупает набор продуктов для 10 порций салата за 75 зедов. Расходы (оборудование, заработная плата и др.) на изготовление салата из этих продуктов составляют 40% от стоимости продуктов. По какой цене кафе предлагает посетителям одну порцию салата, если торговая наценка составляет 30%?

9. Вкладчик положил в три банка различные суммы денег. Через некоторое время он удвоил вклад в первом банке, в результате его общий вклад в три банка увеличился на 60%. Сколько процентов составляет первоначальный вклад в первом банке от первоначального суммарного вклада во второй и третий банки?

10. Цена товара повысилась на 20%, потом новая цена понизилась на 17%. Как в итоге изменилась цена по сравнению с первоначальной?

11. Мотоциклист превысил допустимую скорость на 10 %. На сколько процентов надо теперь её снизить, чтобы достичь разрешённой скорости?

12. Клёны составляют 40 % от количества дубов, растущих в парке. Сколько процентов составляет количество дубов от количества дубов и клёнов в парке?

13. Договор предусматривает равномерную выплату кредита по кварталам и начисление процентов за предоставленный кредит по такой схеме: за первый квартал — 10% от полученной суммы, за второй и третий кварталы — 15% от размера долга к концу первого квартала, за четвертый квартал — 20% от размера долга к концу третьего квартала. На сколько процентов вырастет долг за год?

14. Стоимость товара, реализованного фермером на рынке, составляет 250% от стоимости нереализованного.

а) Сколько процентов от стоимости реализованного товара составляет стоимость нереализованного?

б) Во сколько раз стоимость нереализованного товара меньше стоимости реализованного?

15. Столяр изготовил книжный шкаф за 4 дня. На сколько процентов он должен повысить производительность труда, чтобы такой же шкаф изготовить за 3 дня?

16. Смешали 250 г соли и 1 кг воды, а потом 100 г соли и 900 г воды, получили два раствора. Сколько граммов каждого раствора нужно взять, чтобы при смешивании получить 540 г 15 %-го раствора соли?

17. Цена мяса увеличилась на 20%. Было решено не увеличивать затрат на покупку мяса. На сколько процентов придется уменьшить потребление мяса?

18. Магазин во время сезонной распродажи продал товара на 32% больше, чем обычно за тот же срок. При этом он выручил на 10% больше обычного. На сколько процентов были снижены цены?

Указания к задачам основного задания

1. Сначала запишите число в виде десятичной дроби.

2. Сначала запишите число приближённо в виде десятичной дроби с двумя десятичными знаками после запятой.

3. Воспользуйтесь рассуждениями, приведенными при решении задачи 3 в блоке «Что такое процент?».

4. Обратите внимание на то, что есть учащиеся, которые взяли билеты и в цирк, и в театр.

5. Воспользуйтесь тем, что уменьшенная скорость машины составляет 40% от прежней.

6. В задаче требуется найти процент от числа.

7. Найдите сначала массу мороженого, на изготовление которого ушло 28 кг сахара.

8. Воспользуйтесь тем, что цена салата для посетителей складывается из стоимости продуктов, расходов на изготовление салата и торговой наценки.

9. Обратите внимание на то, что из условия вытекает, что вклад в первый банк составляет 60% от суммарного вклада во все три банка.

10. Обозначьте первоначальную цену товара какой-нибудь буквой, выразите через неё цену после её повышения, а затем цену после понижения.

11. Обозначьте допустимую скорость какой-нибудь буквой, выразите через неё превышение допустимой скорости и её значение.

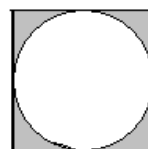
12. Обозначьте количество дубов какой-нибудь буквой, выразите через неё количество клёнов и общее количество дубов и клёнов в парке.
13. Обратите внимание на то, что начиная с начисления за второй квартал, проценты начисляются на суммарный долг (сумма в начале предыдущего квартала + сумма, начисленная на проценты за предыдущий квартал).
14. Обозначьте стоимость нереализованного товара какой-нибудь буквой, выразите через неё стоимость реализованного товара.
15. Сравните производительности труда при изготовлении одного шкафа за 4 дня и одного шкафа за 3 дня.
16. Обозначьте взятую массу какого-то раствора какой-нибудь буквой, выразите через неё взятую массу другого раствора и массы соли, содержащихся в них.
17. Воспользуйтесь тем, что затраты на покупку продукта равны произведению его цены на количество купленного продукта.
18. Воспользуйтесь тем, что выручка равна произведению количества проданного товара на цену единицы этого товара.

Дополнительное задание

Настоящее задание предназначено для тех, кто без больших усилий справился с основным заданием и хочет попробовать свои силы в решении более трудных задач. Эти задачи значительно отличаются от решённых в первой части пособия. К ним также приведены указания, которые могут помочь в их решении.

1. Какое наименьшее количество сотрудников может быть на фирме, если известно, что мужчин там меньше 50%, но больше 40% от числа всех сотрудников?

2. В квадрат вписан круг (см. рис.). Укажите приближённо с точностью до 10%, какой процент площади квадрата закрашен.



3. Имеется статистическая информация о врачах во Франции за 1989 год:

Старше 60 лет	Женщины	Младше 35 лет	Специалисты	Общие врачи
9,3%	23%	26%	45%	55%

- 1) Сколько процентов врачей в 1989 году во Франции составляли мужчины?
 - 2) Сколько процентов врачей в 1989 году были в возрасте от 35 до 60 лет?
 - 3) Были ли в 1989 году во Франции категории врачей, отличных от общих врачей и специалистов?
 - 4) Сколько процентов общих врачей в 1989 году во Франции составляли женщины?
4. От двух кусков сплава одинаковой массы, но с разным процентным содержанием меди отрезали по куску равной массы. Каждый из отрезанных кусков сплавили с остатком другого куска, после чего процентное содержание меди в обоих кусках стало одинаковым. Во сколько раз масса сплава больше массы отрезанного куска?
-

5. За пересылку денег по почте с отправителя взимают 5% переводимой суммы. Какую наибольшую сумму денег можно перевести, имея на руках 1000 зедов?
 6. Книжный магазин платит издательству 90% цены, обозначенной на обложке книги, а продаёт книгу по этой цене. Сколько примерно процентов составляет наценка магазина?
 7. Частный предприниматель купил партию товара и продал её с прибылью в 10 тыс. зедов. На вырученные деньги он купил другую партию товара и продал её по прежним ценам. При этом прибыль составила 15 тыс. зедов. На сколько процентов увеличился капитал предпринимателя в результате двух сделок?
 8. Если бы в класс прибыло дополнительно столько мальчиков, сколько сейчас в нём девочек, то процент девочек уменьшился бы в 1,4 раза. Какой процент от учащихся класса составляют мальчики?
-

9. В результате инфляционных процессов цены выросли на 300%. Оппозиция потребовала от правительства возвращения цен к прежнему уровню. На сколько процентов должны быть уменьшены цены?
10. На поле собрали 100 кг огурцов, содержащих 99 % воды. К моменту привоза на рынок в огурцах осталось 98 % воды. Какова теперь масса огурцов?

11. Супермаркет покупает рыбу по цене 21 зед за 1 килограмм и готовит для продажи филе. Отходы составляют 40% массы рыбы, производственные расходы — 30% ее стоимости. Как сохранить цену филе за 1 кг, если стоимость рыбы повысилась на 10%?

12. Мальчик купил две книги *A* и *B*. Книга *A* была на 50 % дороже книги *B*. На сколько процентов книга *B* дешевле книги *A*?

13. В начале 2004 года 1 кг сахара стоил 2,5 зед. В июле его цена повысилась на 40%, а в июле 2005 года — ещё на 20%. На сколько процентов по сравнению с началом 2004 года повысилась цена сахара в июле 2005 года?

14. На каждые 100 000 человек приходится в среднем 5 больных раком лёгких. Курят 75% всех больных раком лёгких и 60% тех, кто не болен этой болезнью. Найдите примерно процент курящих, больных раком лёгких, среди курящих и процент некурящих, больных раком лёгких, среди некурящих..

15. Золотая рыбка выполнила первое задание сварливой старухи за 6 мин, а при выполнении следующего снизила производительность своего труда на 20%. За сколько минут она его выполнила?

16. В среднем из 1000 семей 80% имеют дачу, 75% — машину, 85% — счет в банке. Сколько семей из этого количества обязательно имеют и дачу, и машину, и счет в банке?

17. Обеспокоенный небольшим количеством зрителей, новый директор кукольного театра снизил вдвое стоимость билета на представление. На следующий день выручка от продажи билетов увеличилась на 10%. На сколько процентов возросло количество зрителей?

18. Это были очень опасные автомобильные гонки. Сначала нужно было проехать по узкому мостику, на котором каждая пятая машина упала в воду. Потом пришлось пройти по ужасному виражу в виде булавки для волос, где из каждых 10 машин 3 упали в овраг. Дальше был страшный тоннель, настолько темный, что каждая десятая машина не смогла выбраться из него. Финишная прямая про-

ходила по песчаной трассе, где из каждых 5 машин 2 застревали и не смогли продолжать гонки. Вычислите процент машин, которые дошли до финиша.

Указания к задачам дополнительного задания

1. Введите обозначения для количества сотрудников фирмы и количества мужчин в ней. Запишите условия задачи с помощью этих обозначений.
2. Воспользуйтесь формулами для вычисления площади круга и площади квадрата, выразив перед этим радиус круга, вписанного в квадрат, через сторону квадрата.
3. Приняв общее количество врачей за 100%, найдите процентное содержание указанных групп, пользуясь условием.
4. Введите обозначения для массы данных кусков, массу отрезанных, процентное содержание меди в обоих кусках, выразите через них массу меди в каждом из двух новых сплавов.
5. Выясните, сколько процентов от переводимой суммы составляет 1000 зедов.
6. Введите обозначение для цены, по которой продаётся книга, выразите через неё размер платы издательству и наценку магазина. Процент, который составляет наценка магазина, находится от платы издательству.
7. Учитывая, что от каждой из двух сделок процент прибыли от затраченной суммы один и тот же, предварительно найдите первоначальный капитал предпринимателя.
8. Введите обозначения для количества девочек и общего количества учащихся в классе. Выразите через них процент девочек в классе до и после пополнения класса мальчиками.
9. Выразите через первоначальную цену возросшую цену и разность между этими ценами.
10. Предварительно найдите массу огурцов без воды.
11. Найдите предварительно цены 1 кг филе до и после вздорожания рыбы.
12. Выразите вначале через цену более дешёвой книги цену другой книги и разность между этими ценами.

- 13.** Последовательно найдите цену 1 кг сахара после каждого повышения.
- 14.** Подсчитайте предварительно, сколько примерно среди каждых 100 000 человек курящих и сколько некурящих.
- 15.** Найдите производительность труда золотой рыбки при выполнении каждого из двух первых заданий, а затем искомую величину.
- 16.** Оцените вначале процент семей, не имеющих хотя бы одного из рассматриваемых видов имущества: дачи, машины, счёта в банке. Далее примите во внимание, что все остальные семьи имеют все эти виды имущества.
- 17.** Введите обозначения для цены билета и для выручки от продажи билетов после снижения цены билета. Выразите через них количества посетителей до и после снижения цены билета.
- 18.** Введите обозначение для общего количества машин, участвовавших в гонках и выражайте через него количества машин, продолжавших гонку после каждого препятствия.

Задачи для исследования

Ниже приведены задания, которые можно использовать для проведения маленьких исследований. В них поставлена цель, не всегда чётко, и нет никаких ограничений на выбор средств. Вы можете самостоятельно планировать исследование, меняя его цель, основные задачи, средства.

1. Исследуйте, сколько процентов учащихся вашего класса занимается каждым видом спорта, к которым причастны ваши одноклассники, и сколько процентов от занимающихся спортом ваших одноклассников занимается каждым из этих видов спорта.

2. Исследуйте, на сколько процентов удлиняется день в течение каждой недели в апреле-месяце и в мае и на сколько процентов он укорачивается в течение каждой недели в октябре-месяце и в ноябре.

3. Проведите такое исследование. За выполнение основного задания Вам сразу начисляется 100 баллов. За каждую верно решённую задачу набранное количество баллов к этому моменту увеличивается на 10%, а за неверно решённую задачу — уменьшается на 10%. Определите, какие значения может набирать число начисленных баллов.

4. Аналогичное исследование проведите для дополнительного задания, если за выполнение задания Вам сразу начисляется 200 баллов и если за каждую верно решённую задачу набранное количество баллов к этому моменту увеличивается на 20%, а за неверно решённую задачу — уменьшается на 20%.

5. Как изменяется за год вклад, положенный в банк при годовой ставке 100%, если начисление производится: 1) ежегодно; 2) ежемесячно; 3) ежедневно; 4) каждый час; 5) ежеминутно; 6) ежесекундно; 7) t раз в году?

6. Исследовать, как меняется реальная сумма вклада, положенная в банк под: 1) r простых процентов; 2) r сложных процентов, если инфляция составляет $h\%$?

7. Кредит в размере a млн. руб. погашается выплатами по c млн. руб. в конце каждого полугодия в течение некоторого срока. Проценты на кредит начисляются по ставке $p\%$ в конце каждого полугодия. Как найти срок и величину последней выплаты, при которых погашение будет полным?

Бродский Яков Соломонович

Павлов Александр Леонидович

Процентные вычисления

Пособие для дополнительного изучения математики

обучающимися 7-8 классов

Учебное пособие