



Донецкий государственный университет
Факультет математики и информационных технологий
Центр математического просвещения

Я.С. Бродский, А.Л. Павлов

ПОВТОРИМ МАТЕМАТИКУ

**Тесты для самостоятельной работы
и контроля знаний
обучающихся 8 – 9 классов**



Донецк 2024

УДК 519 11

ББК 22.1я 72

Б 881

Рекомендовано к изданию Ученым советом
факультета математики и информационных технологий
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»
(протокол № 5 от 21 января 2021 г.)

Бродский Я.С., Павлов А.Л. Повторим математику.8-9 классы. Пособие для дополнительного изучения математики обучающимися 8-9 классов. – Донецк. – 72 с.

Пособие предназначается для повторения математики обучающимися 8-9 классов, изучающими математику дополнительно к школьному курсу. Оно соответствует программе дополнительного обучения математике «Реальная математика», утвержденной Ученым Советом ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет» (протокол №4 05.05.2017).

В пособии содержатся задания пяти уровней: базового, основного, продвинутого, повышенного и углубленного. Тесты базового, основного и продвинутого уровней предназначены для диагностики уровня математической подготовки обучающихся. Тесты повышенного и углубленного уровня можно использовать для более глубокой дифференциации уровня подготовки обучающихся. Они могут быть использованы для подготовки к школьным и районным олимпиадам и другим соревнованиям, предусматривающим высокий уровень математической подготовки.

Пособие состоит из двух частей. В первой части представлен материал для обучения. В этой части содержатся примерно равноценные варианты тестов каждого из уровней, указания к выполнению заданий каждого уровня, а также ответы. Вторая часть пособия содержит систему заданий для проверки владения обучающимися действиями и приёмами, представленными в первой части.

Пособие адресовано обучающимся заканчивающих обучение в 8 классе или начинающим в 9 классе. Оно может быть использовано учителями математики для диагностики математической подготовки обучающихся, организации самостоятельной работы как на уроках, так и во внеурочных формах обучения.

СОДЕРЖАНИЕ

Повторим математику	5
Зачем нужно повторять математику.....	5
Как можно повторить математику.....	5
Как организовать повторение	6
Тренажёр	7
Базовый уровень Вариант 1	7
Базовый уровень Вариант 2.....	9
Базовый уровень Вариант 3.....	12
Подсказки к заданиям базового уровня	15
Основной уровень Вариант 1	20
Основной уровень Вариант 2	23
Основной уровень Вариант 3	26
Подсказки к заданиям основного уровня.....	29
Продвинутый уровень Вариант 1	36
Продвинутый уровень Вариант 2.	38
Продвинутый уровень Вариант 3	41
Подсказки к заданиям продвинутого уровня	43
Повышенный уровень Вариант 1.....	47
Повышенный уровень Вариант 2.....	49
Повышенный уровень Вариант 3	51
Подсказки к заданиям повышенного уровня.....	53
Углублённый уровень Вариант 1	54
Углублённый уровень Вариант 2.....	56
Углублённый уровень Вариант 3.....	57
Подсказки к заданиям углублённого уровня.....	58
Контрольное задание.....	60
Основное задание	61
Базовый уровень	61
Основной уровень	64
Продвинутый уровень.....	67
Дополнительное задание	69
Повышенный уровень	69
Углублённый уровень	71

Дорогой друг!

Настоящее пособие позволит тебе:

- выяснить прочность и глубину усвоения математики, изученной ранее в школе;
- повторить материал и систематизировать свои знания по математике;
- подготовиться к дальнейшему обучению математике и её применениям.

Пособие состоит из **тренажёра** и **контрольного задания**. Тренажёр предназначен для выявления пробелов в математической подготовке и их устранения. Контрольное задание предназначено для оценивания успешности повторения математики.

Задания для тренировки имеют пять уровней: базовый, основной, продвинутый, повышенный и углубленный. Это позволит тебе двигаться, как по ступенькам: сначала почувствовать, что твёрдо стоишь на первой ступеньке — хорошо владеешь базовым уровнем, — затем поднимаешься на вторую и так можно добраться до верхней ступеньки — углублённого уровня. Если же ты почувствуешь, что подъём для тебя на какую-то следующую ступеньку пока не под силу, остановись, подготовься к дальнейшему подъёму.

Хорошо потренировавшись хотя бы на первых двух уровнях, можно начинать выполнять контрольное задание, продолжая тренировки. Контрольное задание состоит из двух частей: основного и дополнительного заданий.

В заданиях для тренировки и контроля приведены варианты ответов, из которых только один правильный. Возможно, у тебя уже есть опыт работы с такими заданиями. Если нет, то ты его приобретёшь. Все необходимые разъяснения для выполнения заданий приведены далее.

Надеемся, что работа над пособием будет полезной и интересной.

Желаем успехов!

Повторим математику

Зачем нужно повторять математику

Всякие знания со временем забываются, а умения утрачиваются. Это касается и школьных знаний, и умений. Приходится изученный ранее материал повторять и восстанавливать.

Особенно сложным, но в то же время важным, является повторение математики после летних каникул в начале учебного года.

Почему важным? Потому что дальнейшее обучение математике постоянно использует результаты предыдущего обучения, оно базируется на предыдущем, как на фундаменте. А фундамент должен быть прочным, надёжным.

Почему сложным? Во-первых, потому, что на длительных каникулах изученный материал не использовался. А всё, что не используется, забывается очень быстро. Во-вторых, потому что нужно повторить изученное не за четверть и даже не за учебный год. Повторить нужно материал, изученный на протяжении всей учёбы в школе. А если ещё были пробелы во время обучения, то сейчас на их месте образовались провалы. И их надо устранить.

Как можно повторить математику

Самый простой способ повторения состоит в листании учебника или справочника по математике. Простой, но бесполезный.

Настоящее повторение состоит в осознании того, что из знаний и умений осталось, а что потерялось. А это можно проверить, только что-то делая. Поэтому настоящее повторение предполагает выполнение разнообразных заданий, подобных тем, которые выполнялись ранее, но таких, что выявляют пробелы. Кроме того, необходимы анализ допущенных ошибок и их устранение.

Именно такое повторение предполагает настоящее пособие. Оно предусматривает:

- выполнение заданий разного уровня сложности, охватывающих главное содержание изученной математики;
- анализ результатов выполнения заданий и корректировку математической подготовки;
- установление уровня готовности к дальнейшему обучению математике.

В данном пособии выполнение заданий сводится к выбору правильного ответа из приведенных. Для повторения большого массива материала такие задания вполне пригодны. Среди заданий есть и очень сложные.

Пособие состоит из двух частей. Первая часть предназначена для тренировки. Поэтому она называется «Тренажёром». Вторая часть предназначена для

проверки того, эффективны ли были тренировки. Поэтому она называется «Контрольным заданием».

Как организовать повторение

Организация повторения состоит из организации тренировок и работы над контрольным заданием. Последовательность действий может быть следующей.

1. Надо сначала попробовать выполнить самостоятельно задания первого варианта теста базового уровня, содержащегося в тренажёре. Выбранные ответы записывайте на отдельном листочке.

Пользоваться учебником и калькулятором не рекомендуется. Желательно это сделать за 40 – 50 минут.

2. После завершения работы над первым вариантом теста необходимо сверить свои ответы с приведенными в пособии.

Нельзя обращаться к приведенным ответам, пока не получены самостоятельно ответы ко всем заданиям.

3. Каждое задание, по которому ответ не совпал с приведенным, нужно тщательно проанализировать, пользуясь при необходимости приведенными в пособии указаниями.

Такую работу полезно проделать со всеми заданиями теста. Наверное, некоторые ответы угаданы или «почувствованы».

4. Когда появится уверенность в том, что неясных вопросов не осталось, можно проверить надёжность своей уверенности с помощью второго варианта теста базового уровня.

Если до конца выполнены данные выше рекомендации, то результаты при выполнении следующего варианта теста будут значительно выше первоначальных.

5. Если уверенность подтвердилась при выполнении второго варианта теста, то можно подняться на ступеньку выше — перейти к работе над первым вариантом теста основного уровня. Методика работы над ним остаётся такой же.

6. Если же при выполнении второго варианта теста базового уровня осталось ощущение, что не всё усвоено, то нужно продолжать работу по исправлению ошибок, ещё раз выполнить задания второго варианта, записывая при этом все проделанные шаги. Дальнейшее движение по тренажёру проводится по той же схеме. Оно зависит от возможностей и от желаний.

Ни в коем случае не бросайте работу!

Постарайтесь пройти все этапы тренировок!

Завершив тренировку, приступайте к выполнению контрольного задания, размещённого в конце пособия.

Тренажёр

Базовый уровень

Вариант 1

1. Вычислите: $\left(-2\frac{1}{2}\right)^3$.

А. $15\frac{5}{8}$.

Б. $-8\frac{1}{8}$.

В. $-20\frac{5}{6}$.

Г. $-15\frac{5}{8}$.

2. Вычислите значение выражения $\frac{x^2+1}{2}$ при $x = -\sqrt{3}$.

А. -1 .

Б. 2 .

В. 1 .

Г. -2 .

3. Вычислите значение выражения $\sqrt{1-3x}$ при $x = -5$.

А. ± 4 .

Б. 16 .

В. 4 .

Г. ± 16 .

4. Между какими последовательными натуральными числами заключено число $\sqrt{43}$?

А. 6 и 7 .

Б. 5 и 6 .

В. 7 и 8 .

Г. 4 и 5 .

5. Сравните числа $a = -7,653$ и $b = -7,563$.

А. $a = b$.

Б. $a < b$.

В. $a > b$.

Г. Сравнить нельзя.

6. Упростите выражение $\left(\frac{3a^5}{a^2}\right)^3$.

А. $27a^9$.

Б. $27a^6$.

В. $9a^9$.

Г. $9a^6$.

7. Упростите выражение $\frac{x+2}{x^2-4}$.

А. $x-2$.

Б. $2-x$.

В. $\frac{1}{x-2}$.

Г. $\frac{1}{2-x}$.

8. Укажите все значения x , при которых имеет смысл выражение $\frac{1}{x+1}$.

А. $x > -1$.

Б. $x < -1$.

В. $x \neq -1$.

Г. $x \neq 1$.

9. Из формулы $Q = 2 + qt$ выразите переменную t .

А. $t = \frac{2-Q}{q}$.

Б. $t = \frac{Q-2}{q}$.

В. $t = \frac{Q+2}{q}$.

Г. $t = (Q-2)q$.

10. Корнями уравнения $(x+5)x = 0$ являются числа ...

А. 0 и -5 . Б. 0 и 5. В. 1 и -5 . Г. 1 и 5.

11. Сравните числа a и b , если $a - b = (-1)^4$.

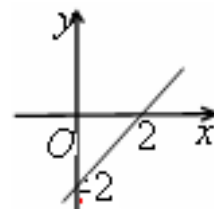
А. $a < b$. Б. $a = b$. В. $a > b$. Г. $a \leq b$.

12. График функции $y = \frac{1}{x-2}$ проходит через точку ...

А. $(1; 1)$. Б. $(1; -\frac{1}{3})$. В. $(1; \frac{1}{3})$. Г. $(1; -1)$.

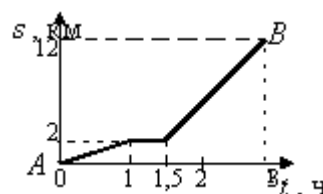
13. На рисунке изображен график функции ...

А. $y = x + 2$. Б. $y = -x + 2$. В. $y = x - 2$. Г. $y = -x - 2$.



14. На рисунке представлен график прямолинейного

движения туриста из пункта A в пункт B , где s — расстояние туриста до пункта A , t — время движения. Сколько времени двигался турист до привала?



А. 2 ч. Б. 3 ч. В. 1,5 ч. Г. 1 ч.

15. В классе 10 % учащихся занимаются только легкой атлетикой, 50 % — только гимнастикой, а остальные 12 учеников — только игровыми видами спорта. Сколько учащихся в классе?

А. 35. Б. 30. В. 25. Г. 28.

16. Какая из точек $E(-1; 2)$, $F(2; -1)$, $G(2; -3)$, $H(4; 6)$ расположена ближе всего к оси x ?

А. F . Б. E . В. G . Г. H .

17. Через точку $A(-1; 4)$ проведена прямая, параллельная оси y . Точка ее пересечения с осью x имеет координаты ...

А. $(0; 4)$. Б. $(4; 0)$. В. $(0; -1)$. Г. $(-1; 0)$.

18. Из одной точки, лежащей вне прямой, проведены к этой прямой перпендикуляр длиной 6 см и наклонная длиной 10 см. Длина ее проекции на прямую равняется ...

А. 4 см. Б. $\sqrt{136}$ см. В. 8 см.

Г. величине, отличной от приведенных.

19. В прямоугольном треугольнике ABC длины катетов AC и BC равны соответственно 5 см и 7 см. Сравните острые углы A и B .

А. $\angle A < \angle B$. Б. $\angle A = \angle B$. В. $\angle A > \angle B$. Г. Сравнить нельзя.

20. Углы параллелограмма могут равняться ...

А. 35° и 145° . Б. 50° и 40° . В. 120° и 150° . Г. 75° и 115° .

21. В прямоугольном треугольнике один из углов равняется 60° , а катет, прилежащий к нему, равен 12 см. Гипотенуза равна

А. $12\sqrt{3}$ см. Б. 18 см. В. $18\sqrt{3}$ см. Г. 24 см.

22. Сколько диагоналей можно провести из одной вершины шестиугольника?

А. 6. Б. 5. В. 4. Г. 3.

23. Из точки, лежащей вне круга, проведены к окружности, ограничивающей этот круг, две взаимно перпендикулярные касательные. Радиус круга равен 10 см. Длина каждой касательной равна ...

А. 10 см. Б. 5 см. В. $\frac{10}{\sqrt{2}}$ см. Г. величине, отличной от приведенных.

24. Как изменится площадь прямоугольника, если одну сторону увеличить вдвое, а другую — уменьшить вдвое?

А. Увеличится в 2 раза. Б. Уменьшится в 2 раза.

В. Увеличится в 1,5 раза. Г. Не изменится.

25. В круге проведена хорда длиной 8 см, удаленная от центра на 3 см. Диаметр круга равен ...

А. 5 см. Б. 12 см. В. 10 см. Г. величине, отличной от приведенных.

Базовый уровень

Вариант 2

1. Вычислите: $\left(-1\frac{1}{3}\right)^3$.

А. $-1\frac{1}{27}$. Б. $2\frac{10}{27}$. В. $-2\frac{10}{27}$. Г. $1\frac{1}{27}$.

2. Вычислите значение выражения $\frac{a^2-1}{2}$ при $a = -\sqrt{2}$.

- А. $-\frac{1}{2}$. Б. $\frac{1}{2}$. В. $\frac{3}{2}$. Г. $-\frac{3}{2}$.

3. Вычислите значение выражения $\sqrt{\frac{1}{3-2x}}$ при $x = -11$.

- А. $\pm \frac{1}{5}$. Б. $\frac{1}{25}$. В. $\pm \frac{1}{25}$. Г. $\frac{1}{5}$.

4. Между какими последовательными натуральными числами расположено число $\sqrt{29}$?

- А. 5 и 6. Б. 6 и 7. В. 4 и 5. Г. 7 и 8.

5. Сравните числа $a = -2,423$ и $b = -2,243$.

- А. $a = b$. Б. $a < b$. В. $a > b$. Г. Сравнить нельзя.

6. Упростите выражение $\left(\frac{2a^5}{a^3}\right)^4$.

- А. $8a^8$. Б. $8a^{16}$. В. $16a^8$. Г. $16a^{16}$.

7. Упростите выражение $\frac{x-3}{x^2-9}$.

- А. $-\frac{1}{x+3}$. Б. $\frac{1}{x+3}$. В. $\frac{1}{x-3}$. Г. $\frac{1}{3-x}$.

8. Укажите все значения x , при которых имеет смысл выражение $\frac{1}{x-2}$.

- А. $x > 2$. Б. $x < 2$. В. $x \neq 2$. Г. $x \neq -2$.

9. Из формулы $v = 1 + at$ выразите переменную a .

- А. $a = \frac{v-1}{t}$. Б. $a = \frac{1-v}{t}$. В. $a = (v-1)t$. Г. $a = \frac{v+1}{t}$.

10. Найдите корни уравнения $x(x+4) = 0$.

- А. 0 и 4. Б. 1 и 4. В. 0 и -4. Г. 1 и -4.

11. Сравните числа a и b , если $a - b = (-1)^5$.

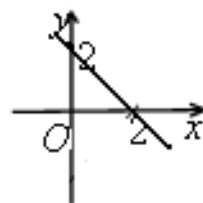
- А. $a > b$. Б. $a = b$. В. $a \geq b$. Г. $b > a$.

12. График функции $y = \frac{4}{x}$ проходит через точку...

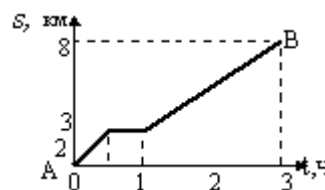
- А. $(-2; 2)$. Б. $(-2; -2)$. В. $\left(-2; \frac{1}{2}\right)$. Г. $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$.

13. На рисунке изображен график функции ...

- А. $y = x - 2$. Б. $y = x + 2$.
В. $y = -x + 2$. Г. $y = -x - 2$.



14. На рисунке представлен график движения туриста из пункта A в пункт B , где s — расстояние от туриста до пункта A , t — время движения. Сколько километров прошел турист после привала?



- А. 5 км. Б. 4 км. В. 3 км. Г. 8 км.

15. В классе 20 % учащихся изучают только английский язык, 30 % — только французский, а остальные 15 учащихся — только немецкий. Сколько учащихся в классе?

- А. 25. Б. 24. В. 35. Г. 30.

16. Какая из точек $M(2; -1)$, $N(-1; 2)$, $P(0; 3)$, $Q(1; -4)$ расположена дальше всех от оси y ?

- А. Q . Б. M . В. P . Г. N .

17. Через точку $A(2; -3)$ проведена прямая, параллельная оси x . Точка ее пересечения с осью y имеет координаты ...

- А. $(0; -3)$. Б. $(2; 0)$. В. $(0; 2)$. Г. $(-3; 0)$.

18. Из одной точки, расположенной вне прямой, проведены к этой прямой перпендикуляр длиной 8 см и наклонная, проекция которой на прямую равна 6 см. Длина наклонной равна ...

- А. $\sqrt{28}$ см. Б. 9 см. В. 10 см. Г. величине, отличной от приведенных.

19. В прямоугольном треугольнике ABC угол A равен 40° . Сравните катеты AC и BC .

- А. $AC < BC$. Б. $AC = BC$. В. $AC > BC$. Г. Сравнить нельзя.

20. Углы равнобедренной трапеции могут быть равны ...

А. 35° и 155° . Б. 50° и 40° . В. 120° и 150° . Г. 75° и 105° .

21. В прямоугольном треугольнике один из углов равен 60° , а гипотенуза — 20 см. Чему равен меньший катет?

А. $10\sqrt{3}$ см. Б. $8\sqrt{3}$ см. В. 10 см. Г. 8 см.

22. Сколько диагоналей можно провести из одной вершины пятиугольника?

А. 3. Б. 2. В. 4. Г. 1.

23. Из точки, лежащей вне круга, проведены к окружности, ограничивающей этот круг, две взаимно перпендикулярные касательные, длиной 8 см каждая. Радиус круга равен ...

А. 4 см. Б. 8 см. В. $8\sqrt{2}$ см. Г. величине, отличной от приведенных.

24. Как изменится площадь равнобедренного треугольника, если ее основание уменьшить в 3 раза, а высоту увеличить вдвое?

А. Уменьшится в 6 раз. Б. Увеличится в 2 раза.

В. Увеличится в 3 раза. Г. Уменьшится в 1,5 раза.

25. В круге диаметром 26 см проведена хорда, удаленная от центра на 5 см. Длина хорды равна ...

А. 12 см. Б. 18 см. В. 24 см. Г. величине, отличной от приведенных.

Базовый уровень

Вариант 3

1. Вычислите: $\left(-1\frac{2}{3}\right)^3$.

А. $4\frac{17}{27}$. Б. $-4\frac{17}{27}$. В. $-2\frac{7}{9}$. Г. $2\frac{7}{9}$.

2. Вычислите значение выражения $\frac{a^2 - 1}{2}$ при $a = -\sqrt{5}$.

А. -1. Б. 2. В. 1. Г. -2.

3. Вычислите значение выражения $\sqrt{2x + 35}$ при $x = -5$.

А. ± 5 . Б. 25. В. 5. Г. ± 25 .

4. Между какими двумя последовательными натуральными числами находится число $\sqrt{47}$?

- А. 6 и 7. Б. 5 и 6. В. 7 и 8. Г. 4 и 5.

5. Сравните числа $a = -3,472$ и $b = -3,742$.

- А. $a = b$. Б. $a < b$. В. $a > b$. Г. Сравнить нельзя.

6. Упростите выражение $\left(\frac{x^6}{3x^2}\right)^2$.

- А. $\frac{1}{6}x^8$. Б. $\frac{1}{9}x^{16}$. В. $\frac{1}{6}x^{16}$. Г. $\frac{1}{9}x^8$.

7. Упростите выражение $\frac{4x^2}{x^2 - 9} \cdot \frac{x-3}{4x}$.

- А. $\frac{x}{x+3}$. Б. $\frac{-x}{x+3}$. В. $\frac{x}{x-3}$. Г. $\frac{x}{3-x}$.

8. Укажите все значения x , при которых имеет смысл выражение $\frac{1}{x+2}$.

- А. $x > -2$. Б. $x < -2$. В. $x \neq 2$. Г. $x \neq -2$.

9. Из формулы $s = 2 + v \cdot t$ выразите переменную t .

- А. $t = \frac{s+2}{v}$. Б. $t = v \cdot (s-2)$. В. $t = \frac{s-2}{v}$. Г. $t = \frac{2-s}{v}$.

10. Корнями уравнения $(x-2)(x+3) = 0$ являются числа ...

- А. 2 и 3. Б. -2 и 3. В. -2 и -3. Г. 2 и -3.

11. Сравните числа a и b , если $b - a = (-1)^3$.

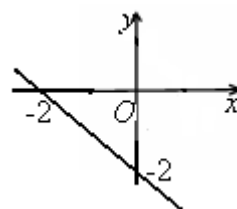
- А. $a < b$. Б. $a > b$. В. $a = b$. Г. $a \leq b$.

12. График функции $y = 3x - 2$ проходит через точку...

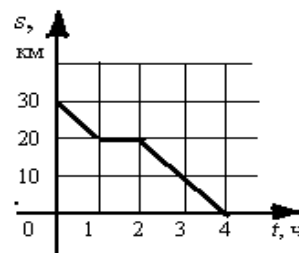
- А. $(-1; -5)$. Б. $(-1; 5)$. В. $\left(-1; \frac{1}{3}\right)$. Г. $(-1; 1)$

13. На рисунке изображен график функции ...

- А. $y = x + 2$. Б. $y = -x + 2$.
В. $y = -x - 2$. Г. $y = x - 2$.



14. На рисунке представлен график движения пешехода из пункта A в пункт B , где s — расстояние от пешехода до пункта B , t — время движения. Сколько километров пройдено пешеходом до привала?



- А. 20 км. Б. 10 км. В. 1 км. Г. 2 км.

15. В классе 20% учащихся изучают только английский язык, 32% — только французский, а остальные 12 человек — только немецкий. Сколько учеников в классе?

- А. 24. Б. 20. В. 32. Г. 25.

16. Какая из точек $A(2; -5)$, $B(3; 2)$, $C(-4; 1)$, $D(-1; -2)$ расположена ближе всех к оси x ?

- А. A . Б. B . В. C . Г. D .

17. Через точку $A(2; -3)$ проведена прямая, параллельная оси y . Точка ее пересечения с осью x имеет координаты ...

- А. $(0; 2)$. Б. $(2; 0)$. В. $(0; -3)$. Г. $(-3; 0)$.

18. Из одной точки, лежащей вне прямой, проведены к этой прямой перпендикуляр и наклонная длиной 13 см, проекция которой равна 9 см. Найдите длину перпендикуляра.

- А. $2\sqrt{22}$ см. Б. $5\sqrt{10}$ см. В. 44 см. Г. 125 см.

19. В прямоугольном треугольнике ABC угол A равен 69° . Сравните катеты AC и BC .

- А. $AC < BC$. Б. $AC = BC$. В. $AC > BC$. Г. Сравнить нельзя.

20. Углы параллелограмма не могут быть равными ...

- А. 35° и 145° . Б. 50° и 130° . В. 20° и 70° . Г. 75° и 105° .

21. Если в прямоугольнике угол между диагональю и меньшей стороной равен 60° , а меньшая сторона равна 12 см, то диагональ прямоугольника равна ...

- А. 18 см. Б. $12\sqrt{3}$ см. В. $24\sqrt{3}$ см. Г. 24 см.

22. Сколько диагоналей можно провести из одной вершины семиугольника?

- А. 5. Б. 4. В. 3. Г. Ответ отличен от приведенных.

23. Из точки, лежащей вне круга, проведены к окружности, ограничивающей этот круг, две взаимно перпендикулярные касательные, длиной 9 см каждая. Диаметр круга равен ...

А. 4,5 см. Б. 9 см. В. 18 см. Г. величине, отличной от приведенных.

24. Как изменится площадь прямоугольного треугольника, если один катет увеличить в 2 раза, а другой уменьшить в 4 раза?

А. Увеличится в 2 раза. Б. Уменьшится в 2 раза.

В. Уменьшится в 3 раза. Г. Не изменится.

25. В круге диаметром 20 см проведена хорда длиной 12 см. Ее расстояние от центра равно ...

А. 8 см Б. 16 см. В. 4 см. Г. величине, отличной от приведенных.

Подсказки к заданиям базового уровня

1. Преобразуйте смешанное число в неправильную дробь. Воспользуйтесь правилом возведения дроби в степень:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}.$$

2. Воспользуйтесь определением квадратного корня, определением арифметического квадратного корня и следствием из него.

Квадратным корнем из числа a называют число, квадрат которого равен a .

Арифметическим квадратным корнем из числа a называют неотрицательное число, квадрат которого равен a .

При любом a , при котором выражение $\sqrt{a}$ имеет смысл, справедливо равенство $(\sqrt{a})^2 = a$.

Обратите внимание на то, что четная степени отрицательного числа есть число положительное.

3. Примените определение арифметического квадратного корня из неотрицательного числа. Учтите, что символом $\sqrt{}$ обозначается арифметический квадратный корень.

4. Возведите предложенные в ответах числа и заданный арифметический квад

ратный корень в квадрат и сравните полученные числа. Примените равенство $(\sqrt{a})^2 = a$. Воспользуйтесь тем, что большему значению аргумента x функции $y = \sqrt{x}$ соответствует большее значение функции. Например, так как $7^2 = 49 < 53 < 64 = 8^2$, то $\sqrt{49} < \sqrt{53} < \sqrt{64}$ или $7 < \sqrt{53} < 8$, то есть число $\sqrt{53}$ заключено между двумя последовательными натуральными числами 7 и 8.

5. Вначале сравните модули чисел a и b . Затем воспользуйтесь следующим свойством числовых неравенств.

Если $a < b$ и c – отрицательное число, то $ac > bc$

Если обе части верного неравенства умножить или разделить на одно и то же отрицательное число и изменить знак неравенства на противоположный, то получится верное неравенство.

Используйте тот факт, что если $a > b$, то $-a < -b$.

6. Вначале выполните действия в скобках, применив правило деления степеней с равными основаниями, а затем возведите полученное выражение в заданную степень, используя правило возведения произведения в степень и правило возведения степени в степень.

Для любого числа a и произвольных натуральных чисел m и $n \leq m$ имеет место равенство $\left(\frac{a^m}{a^n}\right) = a^{m-n}$.

При делении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляют прежним, а из показателя степени делимого вычитают показатель степени делителя.

Для любого числа a и произвольных натуральных чисел m и n имеет место равенство $(a^m)^n = a^{mn}$.

При возведении степени в степень основание оставляют тем же, а показатели степеней перемножают.

Для любых чисел a и b и произвольного натурального числа n имеет место равенство $(ab)^n = a^n b^n$.

При возведении в степень произведения достаточно возвести в эту степень

каждый множитель и результаты перемножить.

Не ошибитесь при возведении числа в натуральную степень: $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$ раз.

7. Разложите знаменатель на множители, воспользовавшись формулой разности квадратов двух выражений, и сократите полученную дробь, применив основное свойство дроби.

Разность квадратов двух выражений равна произведению разности этих выражений и их суммы: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

Для любых значений a, b и c , где $b \neq 0$ и $c \neq 0$, верно равенство

$$\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc} \text{ или } \frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$$

8. Воспользуйтесь тем, что дробь имеет смысл, если ее знаменатель отличен от нуля.

Чтобы найти, при каких значениях x рациональная дробь $\frac{f(x)}{g(x)}$ имеет смысл, нужно найти, при каких значениях x знаменатель дроби обращается в нуль, то есть решить уравнение $g(x) = 0$, а затем исключить корни этого уравнения из множества действительных чисел.

9. Воспользуйтесь правилами решения линейного уравнения.

Если к обеим частям уравнения прибавить или от обеих частей уравнения отнять одно и то же число, то получим уравнение, имеющее те же корни, что и данное.

Если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же число, отличное от нуля, то получим уравнение, имеющее те же корни, что и данное.

Вначале перенесите члены, не содержащие переменной, выражение для которой нужно получить, в одну сторону, а члены с этой переменной — в другую. Получите уравнение вида $ax = b$, где $a \neq 0$. Отсюда найдите выражение для указанной переменной.

10. Используйте тот факт, что произведение x равно нулю тогда и только то

гда, когда хотя бы один из множителей x или y равен нулю. Осталось приравнять каждый множитель нулю.

11. Воспользуйтесь определением неравенства.

Число a больше числа b , если разность $a - b$ — положительное число; число a меньше числа b , если разность $a - b$ — отрицательное число.

Установите знак правой части равенства.

12. Обратите внимание на то, что во всех приведенных ответах абсцисса искомой точки одна и та же. Формула, которой задана данная функция, позволяет для любого значения аргумента найти соответствующее значение функции путём вычислений.

13. Воспользуйтесь тем, что прямая является графиком линейной функции $y = kx + b$, где угловой коэффициент k характеризует угол наклона прямой к оси x , а параметр b равен ординате точки пересечения прямой с осью y .

14. График движения представляет собой ломаную, первый отрезок которой характеризует движение до привала. Следующий горизонтальный отрезок характеризует привал, последнее звено ломаной — движение после привала. На оси абсцисс представлено время движения, на оси ординат — пройденное расстояние. По условию установите, какой участок графика необходимо рассмотреть для получения ответа и какую координату — абсциссу или ординату — нужно для этого использовать.

15. Воспользуйтесь правилом нахождения числа по его проценту.

Если число b составляет p процентов от искомого числа a, то, чтобы найти число a, нужно число b разделить на p и умножить на 100: $a = \frac{b \cdot 100}{p}$.	Капустой заняли 15 га, что составляет 5% площади поля. Площадь поля равна $\frac{15 \cdot 100}{5} = 300$ га.
--	--

Определите вначале, сколько процентов от численности учащихся в классе составляет известное количество учащихся, приняв количество учащихся в классе за 100 %, а потом найдите число по его проценту.

16. Воспользуйтесь следующими утверждениями.

Расстояние от точки $A(x; y)$ до оси x равно $|y|$.

Расстояние от точки $A(x; y)$ до оси y равно $|x|$.

Установите по условию, расстояния точек до какой оси нужно сравнить, выберите из приведенных то утверждение, которое нужно использовать и сравните модули соответствующих координат всех приведенных точек.

17. Воспользуйтесь следующими утверждениями.

Уравнение прямой, параллельной оси x , имеет вид: $y = b$, где $b \neq 0$.

Прямая $y = b$ пересекает ось y в точке с координатами $(0; b)$.

Уравнение прямой, параллельной оси y , имеет вид: $x = a$, где $a \neq 0$.

Прямая $x = a$ пересекает ось x в точке с координатами $(a; 0)$.

Сравните абсциссу (ординату) точки пересечения с абсциссой (ординатой) точки A .

18. Примените теорему Пифагора.

В прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов.

19. Воспользуйтесь соотношениями между сторонами и углами в треугольнике и свойствами углов прямоугольного треугольника.

В треугольнике против большей стороны лежит больший угол.

В треугольнике против большего угла лежит большая сторона.

Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° .

20. Примените определение параллелограмма (трапеции) и свойство параллельных прямых.

Параллелограммом называют четырёхугольник, противоположные стороны которого попарно параллельны.

Трапецией называют четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие не параллельны.

Если две параллельные прямые пересекает третья, то сумма внутренних односторонних углов равна 180° .

21. Воспользуйтесь соотношениями между сторонами и углами в треугольнике, свойствами прямоугольного треугольника.

В треугольнике против большей стороны лежит больший угол.

В треугольнике против большего угла лежит большая сторона.

Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° .

В прямоугольном треугольнике с углом 30° катет, лежащий против этого угла, равен половине гипотенузы.

22. Каждую вершину n -угольника можно соединить отрезком со всеми остальными $(n - 1)$ вершинами. Два из этих отрезков — это стороны n -угольника, остальные — диагонали.

23. Воспользуйтесь следующими утверждениями.

Отрезки касательных, проведенных к окружности из одной точки, ограниченные этой точкой и точками касания, равны между собой.

Радиус, проведенный в точку касания, перпендикулярен касательной.

24. Воспользуйтесь формулой площади указанного многоугольника.

Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.

Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

Площадь треугольника равна половине произведения её стороны и высоты, проведенной на эту сторону.

Введите обозначения для указанных элементов многоугольника, выразите через них исходную его площадь, изменённые элементы и изменённую площадь.

25. Воспользуйтесь теоремой Пифагора.

В прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов.

Соедините центр круга с концами и с серединой хорды.

Основной уровень

Вариант 1

1. Вычислите: $(2\sqrt{3} - \sqrt{17})(\sqrt{17} + 2\sqrt{3})$.

А. -11 .

Б. 11 .

В. 5 .

Г. -5

2. Вычислите значение выражения $\frac{x - x^3}{2}$ при $x = -\sqrt{5}$.

А. $-3\sqrt{5}$. Б. $-2\sqrt{5}$. В. $2\sqrt{5}$. Г. $3\sqrt{5}$.

3. Найдите значение выражения $\sqrt{x^2 - 4}$ при $x = -\sqrt{13}$.

А. 3. Б. -3. В. ± 3 . Г. Не имеет смысла.

4. Расположите в порядке возрастания числа $a = \sqrt{5,3}$, $b = \sqrt{4,9}$, $c = 1$.

А. $c < a < b$. Б. $c < b < a$. В. $b < c < a$. Г. $b < a < c$.

5. Сравните числа $a = 3\sqrt{5}$ и $b = 4\sqrt{3}$.

А. $a < b$. Б. $a = b$. В. $a > b$. Г. Сравнить нельзя.

6. Упростите выражение $\left(\frac{\sqrt{a^3}}{a}\right)^5$.

А. $a\sqrt{a}$. Б. $a^2\sqrt{a}$. В. a^5 . Г. $a^3\sqrt{a}$.

7. Упростите выражение $\left(\frac{a+b}{a} - \frac{2b}{a+b}\right) : \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$.

А. $\frac{a+b}{a}$. Б. $\frac{(a^2+b^2)^2}{a(a+b)^2(a-b)}$. В. $\frac{a-b}{a}$. Г. $\frac{a}{a-b}$.

8. Укажите все значения x , при которых имеет смысл выражение $\sqrt{2-3x}$.

А. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$. Б. $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right]$. В. $\left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$. Г. $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

9. В цепи электрического тока два сопротивления R_1 и R_2 соединены параллельно. Общее сопротивление R связано с R_1 и R_2 формулой $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$. Выразите R через R_1 и R_2 .

А. $R = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$. Б. $R = \frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2}$. В. $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$. Г. $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2}$.

10. Один из корней уравнения $18x^2 + 23x + 5 = 0$ равен -1 . Второй корень равен...

А. $-\frac{41}{18}$. Б. $-\frac{5}{18}$. В. $\frac{41}{18}$. Г. $\frac{5}{18}$.

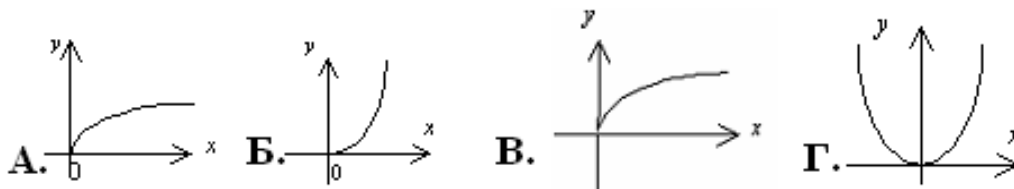
11. Сравните числа a и b , если разность $b - a$ представляет собой квадрат числа.

А. $a = b$. Б. $a \leq b$. В. $a > b$. Г. Сравнить нельзя.

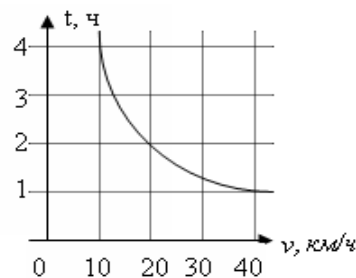
12. Задайте формулой обратную пропорциональность, зная, что ее график проходит через точку с координатами $(-3; 4)$.

А. $y = -\frac{12}{x}$. Б. $y = \frac{12}{x}$. В. $y = \frac{1}{12x}$. Г. $y = -\frac{1}{12x}$.

13. Какой из приведенных графиков может быть графиком функции $y = x^2$?



14. На рисунке дан график зависимости времени t , затрачиваемого на путь из пункта А в пункт В, от скорости v движения, представляющей собой обратную пропорциональность. Какое время понадобится на путь из А в В, если двигаться со скоростью, меньшей 10 км/ч?



А. 4 часа. Б. Меньше 4 ч. В. Больше 4 ч. Г. Определить нельзя.

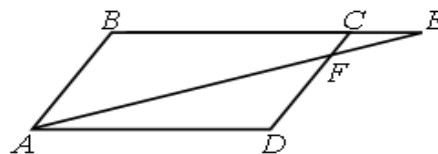
15. Смешали 2 литра 25% раствора кислоты и 4 литра 10% раствора той же кислоты. Концентрация полученного раствора равна ...

А. 35%. Б. 15%. В. 17,5%. Г. 20%.

16. Какая из приведенных точек находится на том же расстоянии от оси x , что и точка с координатами $(-3; 4)$?

А. $(-3; 2)$. Б. $(3; 1)$. В. $(-4; -3)$. Г. $(-1; 4)$.

17. На рисунке $ABCD$ — параллелограмм, $AD = 12$ см, $CE = 4$ см. Отношение площадей треугольников ABE и CFE равно...



А. 4:1. Б. 8:1. В. 64:1. Г. 16:1.

18. В прямоугольной трапеции основания равны 5 см и 17 см, а большая боковая сторона 13 см. Высота трапеции равна ...

А. 12 см. Б. 11 см. В. 5 см. Г. 8 см.

19. В равнобедренном треугольнике угол при основании равен 70° . Сравните высоту h и половину основания $\frac{a}{2}$.

А. Сравнить нельзя. Б. $h = \frac{a}{2}$. В. $h < \frac{a}{2}$. Г. $h > \frac{a}{2}$.

20. Два неравных отрезка в точке пересечения делятся пополам, их концы последовательно соединены. Полученный четырехугольник является ...

А. параллелограммом. Б. ромбом. В. прямоугольником. Г. квадратом.

21. Сторона ромба равна 6 см, острый угол 60° . Диагонали ромба равны ...

А. 6 и 12 см. Б. 6 и $6\sqrt{3}$ см. В. 3 и $3\sqrt{3}$ см. Г. 3 и $6\sqrt{3}$ см.

22. Две параллельные прямые пересечены тремя параллельными прямыми. Сколько образовалось параллелограммов?

А. 6. Б. 4. В. 2. Г. 3.

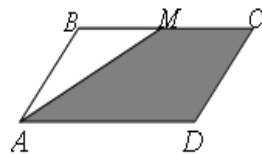
23. Четырехугольник $ABCD$ — прямоугольная трапеция ($AB \perp AD$, $\angle ADC$ — тупой), AC — ее диагональ, MN — средняя линия, $M \in AB$, $N \in CD$, K — точка пересечения AC и MN . Сравните отрезки MK и NK .

А. $MK > NK$. Б. $MK = NK$. В. $MK < NK$. Г. Сравнить нельзя.

24. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна S , $MB = MC$.

Чему равна площадь закрашенной фигуры?

А. $\frac{2}{3}S$. Б. $\frac{3}{4}S$. В. $\frac{7}{8}S$. Г. $\frac{5}{6}S$.



25. В прямоугольной трапеции основания равны 10 и 6 см, а большая боковая сторона равна 5 см. Площадь трапеции равна ...

А. 48 см^2 . Б. 24 см^2 . В. 12 см^2 . Г. 36 см^2 .

Основной уровень

Вариант 2

1. Вычислите: $(3\sqrt{2} - \sqrt{21})(\sqrt{21} + 3\sqrt{2})$.

А. 3. Б. 15. В. -3. Г. -15.

2. Вычислите значение выражения $\frac{x+x^3}{4}$ при $x = -\sqrt{3}$.

А. $\sqrt{3}$. Б. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. В. $-\sqrt{3}$. Г. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

3. Найдите значение выражения $\sqrt{15-x^2}$ при $x = -\sqrt{6}$.

А. 3. **Б.** -3 . **В.** ± 3 . **Г.** Не имеет смысла.

4. Расположите в порядке возрастания числа $a = \sqrt{0,7}$, $b = \sqrt{1,7}$, $c = 1$.

А. $a < b < c$. **Б.** $c < a < b$. **В.** $c < b < a$. **Г.** $a < c < b$.

5. Сравните числа $a = 2\sqrt{7}$ и $b = 4\sqrt{2}$.

А. Сравнить нельзя. **Б.** $a = b$. **В.** $a > b$. **Г.** $a < b$.

6. Упростите выражение $\left(\frac{\sqrt{x^5}}{x^2}\right)^3$.

А. $x^2\sqrt{x}$. **Б.** $x^3\sqrt{x}$. **В.** $x\sqrt{x}$. **Г.** $\frac{\sqrt{x}}{x}$.

7. Упростите выражение $\left(\frac{a+b}{b} - \frac{a}{a+b}\right) \cdot \frac{a^2+ab+b^2}{a(a+b)}$.

А. ab . **Б.** $\frac{1}{ab}$. **В.** $\frac{a}{b(a+b)^2}$. **Г.** $\frac{a}{b}$.

8. Укажите все значения x , при которых имеет смысл выражение $\sqrt{1-2x}$.

А. $x \geq \frac{1}{2}$. **Б.** $x \leq \frac{1}{2}$. **В.** $x \geq 2$. **Г.** $x \leq 2$.

9. В цепи электрического тока сопротивления R_1 и R_2 соединены параллельно.

Общее сопротивление R связано с R_1 и R_2 формулой $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$. Выразите

R_1 через R и R_2 .

А. $R_1 = \frac{RR_2}{R - R_2}$. **Б.** $R_1 = \frac{R_2 - R}{RR_2}$. **В.** $R_1 = \frac{RR_2}{R_2 - R}$. **Г.** $R_1 = \frac{R_2 + R}{R_2 R}$.

10. Один из корней уравнения $28x^2 + 23x - 5 = 0$ равен -1 . Второй корень ...

А. $-\frac{51}{28}$. **Б.** $-\frac{5}{28}$. **В.** $\frac{51}{28}$. **Г.** $\frac{5}{28}$.

11. Сравните числа a и b , если разность $a - b$ является квадратом числа.

А. $a < b$. **Б.** $a = b$. **В.** $a \geq b$. **Г.** Сравнить нельзя.

12. Задайте формулой обратную пропорциональность, зная, что ее график проходит через точку с координатами $(-25; -0,2)$.

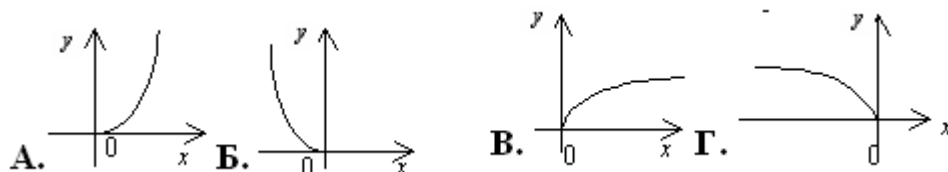
А. $y = -\frac{5}{x}$.

Б. $y = \frac{1}{5x}$.

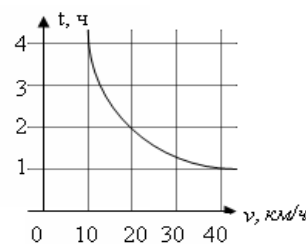
В. $y = \frac{5}{x}$.

Г. $y = -\frac{1}{5x}$.

13. Какой из приведенных графиков может быть графиком функции $y = \sqrt{x}$?



14. На рисунке дан график зависимости времени t , затрачиваемого на путь из пункта А в пункт В, от скорости v движения, представляющей собой обратную пропорциональность. С какой скоростью v надо двигаться, чтобы добраться из А в В менее, чем за 2 часа ?



А. $v = 20$ км/ч. Б. $v < 20$ км/ч. В. $v > 20$ км/ч. Г. Определить нельзя.

15. Смешали 5 литров 20% раствора кислоты и 3 литра 40% раствора той же кислоты. Концентрация полученного раствора равна ...

А. 30%.

Б. 25%.

В. 35%.

Г. 27,5%.

16. Какая из приведенных точек находится на том же расстоянии от оси y , что и точка с координатами $(-2; 3)$?

А. $(1; 3)$.

Б. $(1; -3)$.

В. $(-2; -2)$.

Г. $(-3; 2)$.

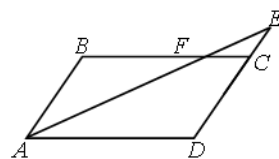
17. На рисунке $ABCD$ — параллелограмм, $AB = 8$ см, $CE = 2$ см. Отношение площадей треугольников ADE и FCE равно ..

А. 20:1.

Б. 40:1.

В. 25:1.

Г. 45:2.



18. В равнобедренном треугольнике основание и боковая сторона равны соответственно 12 см и 10 см. Высота, опущенная на его основание, равна ...

А. 6 см.

Б. 13 см.

В. $\sqrt{119}$ см.

Г. 8 см.

19. Из вершины B тупого угла равнобедренной трапеции $ABCD$ проведён перпендикуляр BF на основание AD . $\angle BAD = 41^\circ$. Сравните отрезки AF и BF .

А. Сравнить нельзя.

Б. $BF = AF$.

В. $BF > AF$.

Г. $BF < AF$.

20. Два равных отрезка в точке пересечения делятся пополам, их концы последовательно соединены отрезками. Полученный четырехугольник является ...

А. трапецией. Б. квадратом. В. ромбом. Г. прямоугольником.

21. Меньшая сторона прямоугольника равна 3 дм, а угол между диагоналями равен 120° . Большая сторона прямоугольника и его диагональ соответственно равны ...

А. 6 дм, $3\frac{\sqrt{3}}{2}$ дм. Б. $3\sqrt{3}$ дм, 6 дм. В. $3\sqrt{2}$ дм, 3 дм. Г. 5 дм, $3\frac{\sqrt{2}}{2}$ дм.

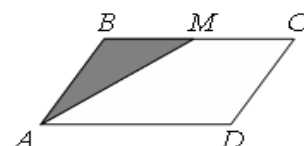
22. Три параллельные прямые пересечены тремя параллельными прямыми. Сколько получилось параллелограммов?

А. 4. Б. 6. В. 8. Г. 9.

23. Четырёхугольник $ABCD$ — трапеция ($BC \parallel AD$), $BC < AD$, AC — ее диагональ, MN — средняя линия, $M \in AB$, $N \in CD$, K — точка пересечения AC и MN . Сравните отрезки MK и NK .

А. $MK = NK$. Б. $MK < NK$. В. $MK > NK$. Г. Сравнить нельзя.

24. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна S , M — середина стороны BC . Чему равна площадь закрашенной фигуры?



А. $\frac{2}{3}S$. Б. $\frac{1}{2}S$. В. $\frac{3}{4}S$. Г. $\frac{1}{4}S$.

25. В прямоугольной трапеции основания равны 20 и 12 см, а меньшая диагональ равна 13 см. Площадь трапеции равна ...

А. 160 см^2 . Б. 40 см^2 . В. 96 см^2 . Г. 80 см^2 .

Основной уровень

Вариант 3

1. Вычислите $(2\sqrt{5} - \sqrt{23})(\sqrt{23} + 2\sqrt{5})$.

А. -3 . Б. 13. В. 3. Г. -13 .

2. Вычислите значение выражения $\frac{2x + x^3}{3}$ при $x = -\sqrt{7}$.

А. $3\sqrt{7}$. Б. $\frac{5\sqrt{7}}{3}$. В. $-3\sqrt{7}$. Г. $-\frac{5\sqrt{7}}{3}$.

3. Найдите значение выражения $\sqrt{x^2 - 8}$ при $x = -\sqrt{17}$.

А. -3 . Б. 3. В. ± 3 . Г. Не имеет смысла.

4. Расположите числа $a = \sqrt{11}$, $b = \sqrt{7}$, $c = 3$ в порядке убывания.

А. $a > b > c$. Б. $c > a > b$. В. $c > b > a$. Г. $a > c > b$.

5. Сравните числа $a = \frac{3}{\sqrt{5}}$ и $b = \frac{\sqrt{17}}{3}$.

А. $a = b$. Б. $a < b$. В. $a > b$. Г. Сравнить нельзя.

6. Упростите выражение $\left(\frac{b^2}{\sqrt{b^3}}\right)^5$.

А. $b\sqrt{b}$. Б. $b^3\sqrt{b}$. В. $b^2\sqrt{b}$. Г. b^5 .

7. Упростите выражение $\left(a + \frac{2+a^2}{1-a}\right) : \frac{a+2}{1+a^2-2a}$.

А. $a - 1$. Б. $a + 1$. В. $1 - a$. Г. $\frac{1}{1-a}$.

8. Укажите все значения x , при которых выражение $\sqrt{4 - (3x - 2)}$ не имеет смысла.

А. $x \leq 2$. Б. $x \leq \frac{2}{3}$. В. $x > \frac{2}{3}$. Г. $x > 2$.

9. Из формулы $\frac{1}{R_k} = \frac{1}{2R_n} + \frac{1}{2R_a}$ дающей соотношение между радиусом кривизны R_k орбиты и расстояниями перигея R_n и апогея R_a от центра Земли, выразите R_n через остальные переменные.

А. $R_n = \frac{R_a R_k}{2R_a - R_k}$ Б. $R_n = \frac{2R_a R_k}{R_a + R_k}$ В. $R_n = \frac{R_a R_k}{R_a - 2R_k}$ Г. $R_n = \frac{R_a + R_k}{2(R_a + R_k)}$.

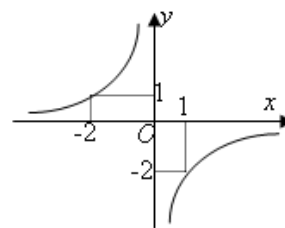
10. Один из корней уравнения $3x^2 - 7x + 2 = 0$ равен 2. Второй его корень равен ...

А. $\frac{1}{3}$. Б. $\frac{7}{3}$. В. $-\frac{1}{3}$. Г. $-\frac{7}{3}$.

11. Сравните числа a и b , если разность $b - a$ представляет собой куб положительного числа.

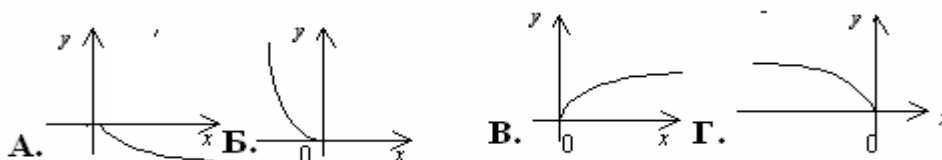
А. $a = b$. Б. $a > b$. В. $a < b$. Г. Сравнить нельзя.

12. На рисунке изображен график функции $y = \frac{k}{x}$. Коэффициент k равен ...

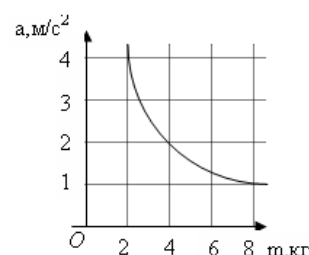


- А. $-\frac{1}{2}$. Б. 2. В. $\frac{1}{2}$. Г. -2.

13. На каком рисунке изображен график функции $y = -\sqrt{x}$?



14. На рисунке дан график зависимости ускорения a движущегося тела от его массы m при постоянной силе F , действующей на это тело ($F = ma$). Каким ускорением обладает тело, масса которого меньше 4 кг?



- А. $a = 2 \text{ м/с}^2$. Б. $a < 2 \text{ м/с}^2$. В. $a > 2 \text{ м/с}^2$.

Г. Определить нельзя.

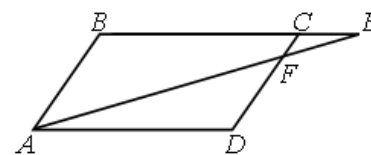
15. Два литра некоторого фруктового сока имеют концентрацию сахара 10%, а три литра другого — 15%. Какова концентрация сахара в их смеси?

- А. 25 %. Б. 13 %. В. 12,5 %. Г. 5 %.

16. Какая из приведенных точек находится на том же расстоянии от начала координат, что и точка $(8; -6)$?

- А. $(4; 3)$. Б. $(-6; 10)$. В. $(-8; -6)$. Г. $(10; 6)$.

17. На рисунке $ABCD$ — параллелограмм. $AD = 12 \text{ см}$, $CE = 4 \text{ см}$, $CF = 2 \text{ см}$. Длина стороны AB равна ...



- А. 6 см. Б. 9 см. В. 10 см. Г. 8 см.

18. Основания прямоугольной трапеции равны 10 см и 15 см, большая боковая сторона равна 13 см. Меньшая боковая сторона трапеции равна ...

- А. 6 см Б. 7,5 см. В. 10 см. Г. 12 см.

19. Из вершины C тупого угла прямоугольной трапеции $ABCD$ проведён перпендикуляр CF на основание AD . $\angle ADC = 47^\circ$. Сравните отрезки AB и DF .

- А. Сравнить нельзя. Б. $DF = AB$. В. $DF > AB$. Г. $DF < AB$.

20. Какую фигуру образуют прямые, последовательно соединяющие середины сторон прямоугольника?

А. Прямоугольник. Б. Квадрат. В. Ромб. Г. Трапецию.

21. В равнобедренной трапеции острый угол равен 60° , боковая сторона равна 8 см, а большее основание 14 см. Средняя линия и высота трапеции равны ...

А. 6 см и $2\sqrt{5}$ см. Б. 11 см и $4\sqrt{3}$ см.

В. 10 см и $4\sqrt{3}$ см. Г. 9 см и $2\sqrt{5}$ см.

22. Два луча, выходящие из одной точки, пересечены тремя параллельными прямыми. Сколько при этом получилось трапеций?

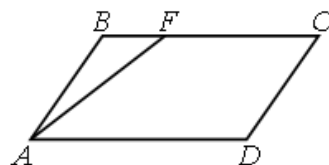
А. 2. Б. 3. В. 4. Г. 6.

23. Четырехугольник $ABCD$ — прямоугольная трапеция ($AB \perp AD$, $\angle ADC$ — тупой), BD — ее диагональ, MN — средняя линия, $M \in AB$, $N \in CD$, K — точка пересечения BD и MN . Сравните отрезки MK и NK .

А. Сравнить нельзя. Б. $MK = NK$. В. $MK > NK$. Г. $MK < NK$.

24. В параллелограмме $ABCD$ $BF:FC = 1:3$. Площади треугольника ABF и четырехугольника $AFCD$ относятся как ...

А. 1:3. Б. 1:9. В. 1:5. Г. 1:7.



25. В равнобедренной трапеции основания равны 4 см и 20 см, а боковая сторона равна 10 см. Площадь трапеции равна ...

А. 144 см^2 . Б. 36 см^2 . В. 72 см^2 . Г. 96 см^2 .

Подсказки к заданиям основного уровня

1. Воспользуйтесь формулой произведения разности двух выражений и их суммы, правилом возведения произведения в степень и следствием из определения арифметического квадратного корня.

Произведение разности двух выражений и их суммы равно разности квадратов этих выражений: $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$.

Для любых чисел a и b и произвольного натурального числа n имеет место равенство $(ab)^n = a^n b^n$.

При любом a , при котором выражение $\sqrt{a}$ имеет смысл, справедливо равенство $(\sqrt{a})^2 = a$.

2. Вначале преобразуйте данное выражение, выполнив вынесение общего множителя в числителе за скобки, затем подставьте заданное значение переменной. Воспользуйтесь следствием из определения арифметического квадратного корня.

Для разложения многочлена на множители способом вынесения общего множителя за скобки нужно:

1) в членах многочлена выделить общий множитель;

2) на основе распределительного свойства умножения записать произведение общего множителя и суммы, образованной из других множителей членов многочлена.

При любом a , при котором выражение $\sqrt{a}$ имеет смысл, справедливо равенство $(\sqrt{a})^2 = a$.

3. Воспользуйтесь определением арифметического квадратного корня из числа a .

Арифметическим квадратным корнем из числа a называют неотрицательное число $\sqrt{a}$, квадрат которого равен a : $(\sqrt{a})^2 = a$.

4. Возведите предложенные числа в квадрат и сравните полученные числа. Воспользуйтесь тем, что большему значению аргумента x функции $y = \sqrt{x}$ соответствует большее значение функции. Например, $\sqrt{3,7} > \sqrt{1,9}$, так как $3,7 > 1,9$.

5. Внесите множители под знак корня и воспользуйтесь тем, что большему значению аргумента x функции $y = \sqrt{x}$ соответствует большее значение функции. Например, $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$, или $\sqrt{4 \cdot 3} < \sqrt{9 \cdot 2}$, так как $4 \cdot 3 < 9 \cdot 2$, или $12 < 18$.

Преобразование вида $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$, $a \geq 0, b \geq 0$, называют внесением множителя под знак корня.

6. Вначале выполните действия в скобках. Вынесите множитель из-под знака арифметического корня, выполните сокращение. Потом возведите полученное выражение в указанную степень. Степень корня находится по определению степени. При необходимости воспользуйтесь правилами возведения произведения или частного в степень.

Преобразование вида $\sqrt{a^2b} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{b} = a\sqrt{b}, a \geq 0, b \geq 0$, называют вынесением множителя из-под знака корня.

7. Вначале выполните действия в скобках. При необходимости разложите выражение в знаменателе на множители. Воспользуйтесь формулами сокращенного умножения.

При сложении (вычитании) дробей с разными знаменателями нужно привести их к общему знаменателю, а затем воспользоваться правилом сложения (вычитания) дробей с одинаковыми знаменателями:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad + bc}{bd}.$$

Квадрат суммы двух выражений равен квадрату первого выражения, плюс удвоенное произведение первого и второго выражений, плюс квадрат второго выражения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2; \quad a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2.$$

Квадрат разности двух выражений равен квадрату первого выражения, минус удвоенное произведение первого и второго выражений, плюс квадрат второго выражения:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2; \quad a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2.$$

Произведение разности двух выражений и их суммы равно разности квадратов этих выражений:

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2.$$

Разность квадратов двух выражений равно произведению разности этих выражений на их сумму:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

8. Функция $y = \sqrt{x}$ имеет смысл при $x \geq 0$. Для выполнения задания нужно составить и решить соответствующее неравенство.

9. Для выполнения задания нужно решить уравнение, считая переменную, которую нужно выразить через остальные, неизвестной, а остальные — известными. Преобразуйте так это уравнение, чтобы член с неизвестной стоял в левой части, а остальные члены — в правой. Приведите вначале выражение, стоящее в правой части, к общему знаменателю. Останется записать выражение, обратное полученному.

10. Воспользуйтесь теоремой Виета.

Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

Для квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, имеющего корни x_1 и x_2 , имеем:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

Зная произведение корней и один из корней, несложно найти второй. Проверьте, равна ли сумма корней $-\frac{b}{a}$.

11. Воспользуйтесь определением неравенства.

Число a больше числа b , если разность $a - b$ — положительное число; число a меньше числа b , если разность $a - b$ — отрицательное число.

Установите знак выражения, которое представляет разность данных чисел.

12. Обратная пропорциональность задается формулой $y = \frac{k}{x}$. Коэффициент k определяется из условия, что график этой функции проходит через точку, заданную непосредственно или определяемую по графику. Для нахождения k нужно подставить координаты этой точки в заданную формулу и из полученного уравнения найти k .

13. Вы знакомы с графиками линейной функции, а также с графиками функций $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{1}{x}$. Выберите искомый график из представленных графиков.

Кроме того, можно, при необходимости воспользоваться следующими утверждениями.

Областью определения функции $y = x^2$ является вся числовая прямая.

Областью определения функции $y = \sqrt{x}$ является промежуток $[0; +\infty)$.

Областью определения функции $y = \frac{1}{x}$ является множество $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

График функции $y = -f(x)$ получается из графика функции $y = f(x)$ симметричным отображением относительно оси x .

14. На оси ординат найдите область, удовлетворяющую неравенству, приведенному в условии для заданной переменной, затем отметьте соответствующую часть графика и, наконец, на оси абсцисс зафиксируйте тот участок, который соответствует этой части графика.

15. Воспользуйтесь определением концентрации раствора.

Концентрацией раствора k называют выраженное в процентах отношение объёма (массы) «чистого» вещества v к объёму (массе) всего раствора V :

$$k = \frac{v}{V} \cdot 100\%.$$

Вначале найдите количество «чистого» вещества в каждом растворе, воспользовавшись соотношением $v = \frac{kV}{100}$, затем общее количество «чистого» вещества в смеси и, наконец, искомую концентрацию «чистого» вещества в смеси.

16. Воспользуйтесь следующими утверждениями.

Расстояние от точки до оси x равно модулю ординаты этой точки.

Расстояние от точки до оси y равно модулю абсциссы этой точки.

Расстояние от точки с известными координатами до начала координат находится по теореме Пифагора.

Сравните модули соответствующих координат точек, приведенных в ответе, с модулем этой же координаты данной точки.

17. Воспользуйтесь подобием треугольников.

Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.

Отношение соответственных сторон подобных треугольников называют коэффициентом подобия.

Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.

18. Проведите в заданном многоугольнике высоту. В полученном прямоугольном треугольнике найдите один из катетов. Искомый катет вычислите по теореме Пифагора.

В прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов.

19. Выделите прямоугольный треугольник со сторонами, упомянутыми в условии, или равными им. Найдите острые углы этого треугольника, затем воспользуйтесь соотношениями между сторонами и углами треугольника.

В треугольнике против большей стороны лежит больший угол.

В треугольнике против большего угла лежит большая сторона.

Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° .

20. Воспользуйтесь признаками или определениями параллелограмма, прямоугольника, ромба, определением и свойствами средней линии треугольника.

Если диагонали четырёхугольника точкой пересечения делятся пополам, то этот четырёхугольник — параллелограмм.

Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм является прямоугольником.

Ромбом называют параллелограмм, у которого все стороны равны.

Средней линией треугольника называют отрезок, соединяющий середины двух его сторон.

Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны.

Вначале докажите, что искомый четырёхугольник является параллелограммом, а затем попытайтесь применить признак прямоугольника или ромба.

21. Можно выделить прямоугольный треугольник и воспользоваться свойством катета, лежащего против угла 30° , и теоремой Пифагора. А можно выделить

равносторонний треугольник и при необходимости воспользоваться теоремой Пифагора.

В прямоугольном треугольнике с углом 30° катет, лежащий против этого угла, равен половине гипотенузы.

В прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов.

Равнобедренный треугольник, в котором имеется угол 60° , является равносторонним.

22. Не пропустите при подсчёте «большие» многоугольники, объединяющие два меньших.

23. Воспользовавшись свойствами средней линии трапеции и теоремой Фалеса, докажите, что отрезки средней линии трапеции являются средними линиями некоторых треугольников. Затем воспользуйтесь свойствами средней линии треугольника.

Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.

Параллельные прямые, пересекающие стороны угла и отсекающие на одной из них равные отрезки, отсекают равные отрезки и на другой стороне.

Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны.

24. Воспользуйтесь формулами площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.

Площадь параллелограмма равна произведению его стороны и высоты, проведенной на эту сторону.

Площадь треугольника равна половине произведению его стороны и высоты, проведенной на эту сторону.

Площадь трапеции равна половине произведения суммы её оснований и высоты.

Обратите внимание на то, что у треугольника и четырёхугольника равные высоты.

25. Воспользуйтесь формулой площади трапеции.

Площадь трапеции равна половине произведения суммы её оснований и высоты: $S = \frac{1}{2}(a + b) \cdot h$, где S — площадь трапеции, a и b — её основания, h — высота.

Продвинутый уровень

Вариант 1

1. О натуральных числах p и q известно, что $p < q$. Расположите в порядке возрастания числа $a = 1$, $b = \sqrt{\frac{p}{q}}$, $c = \sqrt{\frac{q}{p}}$.

А. $b < c < a$. Б. $b < a < c$. В. $a < b < c$. Г. $a < c < b$.

2. Упростите выражение $(6 \cdot 7^{2k+1}) : (3 \cdot 7^{2k-2})$, где k — натуральное число.

А. 343. Б. $\frac{343}{2}$. В. 14. Г. 686.

3. Сравните числа $a = \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$ и $b = \sqrt{2} - \sqrt{3}$.

А. $a = b$. Б. $a > b$. В. $a < b$. Г. Сравнить нельзя.

4. Чему равно выражение $\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} - \sqrt{(\sqrt{3} + 2)^2}$?

А. $-2\sqrt{3}$ Б. $2\sqrt{3}$. В. 4. Г. -4.

5. Укажите наибольшее целое число x , при котором справедливо равенство $|x - 2| = 2 - x$.

А. Не существует. Б. -2. В. 2. Г. 0.

6. Уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет 2 корня. Сколько корней будет иметь уравнение, полученное из данного уменьшением его свободного члена?

А. 2. Б. 1. В. 0. Г. Однозначного ответа нет.

7. Квадратное уравнение $ax^2 - bx - 1 = 0$ будет иметь корень, равный -1, если

А. $a - b = 1$. Б. $a + b = 1$. В. $-a + b = 1$. Г. $a = b = 0$.

8. Укажите все значения p , при которых квадратный трехчлен $-x^2 + 3x + p$ имеет корни разных знаков.

А. $p > 0$. Б. $p < 0$. В. $p \geq -\frac{9}{4}$. Г. $p \leq \frac{9}{4}$.

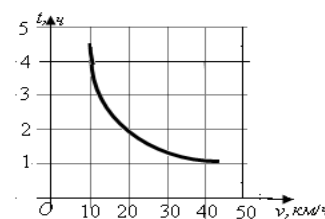
9. Сколько существует точек на графике функции $y = \sqrt{3x-2}$, у которых абсцисса и ордината совпадают?

А. Ни одной. Б. Одна. В. Две. Г. Три.

10. Какую прямую из приведенных в ответах пересекает график функции $y = \frac{5x-1}{2x}$?

А. $x = 0$. Б. $x = \frac{1}{5}$. В. $y = 2,5$. Г. Среди приведенных такой прямой нет.

11. На рисунке дан график зависимости времени t , затрачиваемого на путь из пункта A в пункт B , от скорости движения v , представляющей собой обратную пропорциональность. Каково расстояние между пунктами A и B ?



А. 40 км. Б. 20 км. В. 10 км. Г. 25 км.

12. Цена продукта потребления увеличилась на 20%. Было решено не увеличивать затрат на покупку этого продукта. На сколько процентов придется уменьшить потребление данного продукта?

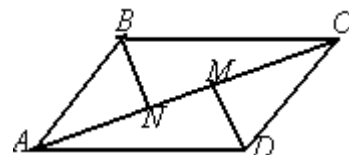
А. На 20%. Б. На 25%. В. На $16\frac{2}{3}\%$. Г. На $26\frac{2}{3}\%$.

13. В треугольнике ABC через точку O пересечения биссектрис углов B и C проведена прямая, параллельная BC и пересекающая AB в точке M . Треугольник BOM является ...

А. прямоугольным. Б. тупоугольным.

В. равнобедренным. Г. равносторонним.

14. В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы углов B и D пересекают диагональ AC в точках M и N . Четырехугольник $BNDM$ является ...



А. трапецией. Б. параллелограммом.

В. ромбом. Г. прямоугольником.

15. В равнобедренном треугольнике боковые стороны равны по 6 дм. Из произвольно взятой точки основания проведены две прямые, параллельные боковым сторонам треугольника. Периметр получившегося параллелограмма равен ...

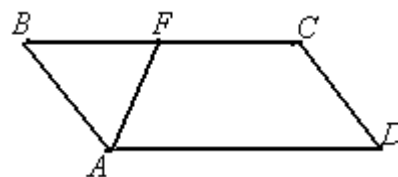
А. 18 дм. Б. 12 дм. В. 15 дм.

Г. величине отличной от приведенных.

16. Диагональ квадрата равна d . Его сторона равна ...

А. $d\sqrt{2}$. Б. $\frac{d}{2}$. В. $\frac{2d}{\sqrt{2}}$. Г. $\frac{d}{\sqrt{2}}$.

17. Биссектриса угла A в параллелограмме $ABCD$ делит сторону BC на отрезки 7 см и 14 см. (считая от вершины B). Периметр параллелограмма равен ...

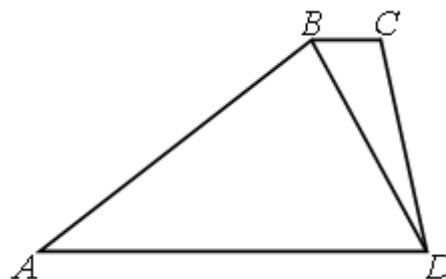


А. 56 см. Б. 42 см. В. 28 см. Г. 70 см.

18. Дан треугольник ABC , площадь которого S , O — точка пересечения медиан CK и BF ($K \in AB$, $F \in AC$). Площадь треугольника BOC равна...

А. $\frac{2}{3}S$. Б. $\frac{1}{3}S$. В. $\frac{1}{2}S$. Г. $\frac{3}{4}S$.

19. Если $ABCD$ — трапеция с основаниями AD и BC , $\angle ABD = \angle BCD$, $AD = 9$, $BC = 1$, то диагональ BD равна ...



А. 3. Б. 4. В. 6. Г. 8.

20. Совокупность точек плоскости, удаленных от двух пересекающихся прямых на одно и то же расстояние, образует ...

А. прямую. Б. две прямые. В. полосу. Г. окружность.

Продвинутый уровень

Вариант 2

1. О натуральных числах m и n известно, что $m > n$. Расположите в порядке возрастания числа $a = 1$, $b = \sqrt{\frac{m}{n}}$, $c = \sqrt{\frac{n}{m}}$.

А. $c < b < a$. Б. $a < b < c$. В. $c < a < b$. Г. $a < c < b$.

2. Упростите выражение $(10 \cdot (-3)^{2k-1}) : (5 \cdot (-3)^{2k-4})$, где k — натуральное число.

- А. 54. Б. -54. В. -18. Г. 18.

3. Сравните числа $a = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$ и $b = \sqrt{3} - 2$.

- А. $a > b$. Б. $a = b$. В. $a < b$. Г. Сравнить нельзя.

4. Чему равно выражение $\sqrt{(2\sqrt{2} - 3)^2} - \sqrt{(2\sqrt{2} + 3)^2}$?

- А. -6. Б. 6. В. $4\sqrt{2}$. Г. $-4\sqrt{2}$.

5. Укажите наименьшее целое число x , при котором справедливо равенство $|-x - 1| = 1 + x$.

- А. 1. Б. -1. В. 0. Г. Такого числа не существует.

6. Уравнение $x^2 + px + q = 0$ не имеет корней. Сколько корней будет иметь уравнение, полученное из данного увеличением его свободного члена?

- А. Одно. Б. Два. В. Ни одного. Г. Однозначного ответа нет.

7. Квадратное уравнение $x^2 - bx - c = 0$ имеет корень, равный -1 , если ...

- А. $b - c = -1$. Б. $b - c = 1$. В. $b = -c$. Г. $b - c = 0$.

8. Укажите все значения a , при которых квадратный трехчлен $ax^2 + 2x + 3$ имеет корни разных знаков.

- А. $a \leq \frac{1}{3}$. Б. $a > \frac{1}{3}$. В. $a > 0$. Г. $a < 0$.

9. Сколько существует точек на графике функции $y = \sqrt{2x - 1}$, у которых абсцисса и ордината совпадают?

- А. Ни одной. Б. Одна. В. Две. Г. Три.

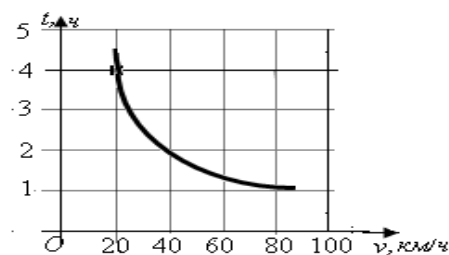
10. Какую прямую из приведенных в ответах пересекает график функции

$$y = \frac{2 - 3x}{4x}?$$

- А. $x = 0$. Б. $y = -\frac{3}{4}$. В. $x = \frac{2}{3}$.

Г. Среди приведенных такой прямой нет

11. На рисунке дан график зависимости времени t , затрачиваемого на путь из пункта A в пункт B , от скорости движения v , представляющей собой обратную пропорциональную зависимость. Каково расстояние между пунктами A и B ?



- А. 40 км. Б. 60 км. В. 100 км. Г. 80 км.

12. В бассейн проведена труба. Вследствие засорения её приток воды уменьшился на 60%. На сколько процентов вследствие этого увеличится время, необходимое для заполнения бассейна?

- А. На 150%. Б. На 50%. В. На 250%. Г. На 60%.

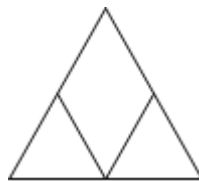
13. Какой вид имеет треугольник, отсекаемый биссектрисой острого угла равнобедренной трапеции, если боковая сторона меньше меньшего основания трапеции?

- А. Прямоугольный. Б. Остроугольный.
В. Равнобедренный. Г. Разносторонний.

14. Биссектрисы углов параллелограмма пересекают его стороны в точках M , N , P и Q . Четырехугольник $MNPQ$ является ...

- А. трапецией. Б. прямоугольником.
В. параллелограммом. Г. ромбом.

15. В равнобедренный треугольник вписан параллелограмм так, что угол параллелограмма совпадает с углом при вершине треугольника, а вершина противоположного угла лежит на основании. Боковая сторона треугольника равна 8 см. Периметр параллелограмма равен ...

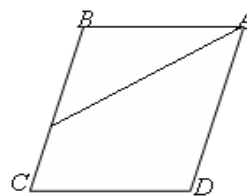


- А. 16 см. Б. 24 см. В. 12 см. Г. 8 см.

16. Гипотенуза равнобедренного прямоугольного треугольника равна c . Его катет равен ...

- А. $\frac{c}{2}$. Б. $\frac{2c}{\sqrt{2}}$. В. $c\sqrt{2}$. Г. $\frac{c\sqrt{2}}{2}$.

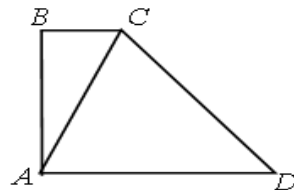
17. Биссектриса угла A в параллелограмме $ABCD$ делит сторону BC на отрезки 7 см и 14 см (считая от вершины C). Периметр параллелограмма равен ...



А. 56 см. Б. 70 см. В. 42 см. Г. 35 см.

18. Дан треугольник ABC , площадь которого S , O — точка пересечения медиан AK и BD ($K \in BC$, $D \in AC$). Площадь треугольника AOD равна...

А. $\frac{1}{6}S$. Б. $\frac{1}{3}S$. В. $\frac{1}{4}S$. Г. $\frac{3}{4}S$.



19. Если $ABCD$ — трапеция ($AD \parallel BC$), $\angle BAC = \angle CDA$, $BC = 2$, $AD = 8$, то диагональ AC равна ...

А. 5. Б. 4. В. 3. Г. 6.

20. Совокупность точек плоскости, удаленных от двух параллельных прямых на одно и то же расстояние, образует ...

А. прямую. Б. две прямые. В. полосу. Г. окружность.

Продвинутый уровень

Вариант 3

1. О натуральных числах a и b известно, что $a < b$. Расположите в порядке

убывания числа $x = \frac{a}{b}$, $y = \sqrt{\frac{a}{b}}$, $z = \left(\frac{a}{b}\right)^2$.

А. $z > y > x$. Б. $y > z > x$. В. $z > x > y$. Г. $y > x > z$.

2. Упростите выражение $\frac{4 \cdot 16^n}{(-4)^{2n-2}}$.

А. 64. Б. -64. В. $\frac{1}{4}$. Г. $-\frac{1}{4}$.

3. Сравните числа $a = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$ и $b = \sqrt{5} - 3$.

А. $a = b$. Б. $a < b$. В. $a > b$. Г. Сравнить нельзя.

4. Чему равно выражение $\sqrt{(3\sqrt{3} - 6)^2} - \sqrt{(3\sqrt{3} + 6)^2}$?

А. -12. Б. 12. В. $6\sqrt{3}$. Г. $-6\sqrt{3}$.

5. Укажите наибольшее целое число x , при котором справедливо равенство $|x + 1| = -1 - x$.

А. Не существует. Б. -1 . В. 1 . Г. 0 .

6. Уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет 2 корня. Сколько корней будет иметь уравнение, полученное из данного увеличением его свободного члена?

А. 0 . Б. 1 . В. 2 . Г. Однозначного ответа нет.

7. Квадратное уравнение $ax^2 - x - c = 0$ имеет корень, равный -2 , если ...

А. $4a - c = -2$. Б. $4a - c = 2$. В. $4a = -c + 2$. Г. $4a - c = 0$.

8. Укажите все значения b и c , при которых квадратный трехчлен $2x^2 + bx + c$ имеет противоположные корни.

А. $b = 0, c > 0$. Б. $b = 0, c < 0$.

В. $c < 0, b$ — любое Г. $b \neq 0, c$ — любое.

9. Сколько общих точек имеют графики функций $y = \sqrt{4 - 3x}$ и $y = -x$?

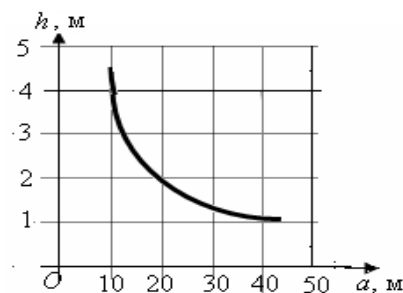
А. 3 . Б. 2 . В. 1 . Г. 0 .

10. График функции $y = \frac{-3 + x}{5 - 3x}$ не имеет общих точек с прямой ...

А. $x = 3$. Б. $y = \frac{1}{3}$. В. $x = \frac{3}{5}$. Г. $y = -\frac{1}{3}$.

11. На рисунке дан график зависимости между стороной a и высотой h параллелограмма постоянной площади ($S = ah$). Площадь параллелограмма равна ...

А. 10 м^2 . Б. 20 м^2 . В. 30 м^2 . Г. 40 м^2 .



12. Благодаря внедрению рационализаторского предложения время, необходимое для изготовления некоторой детали, уменьшилось на 20%. На сколько процентов увеличилась производительность труда?

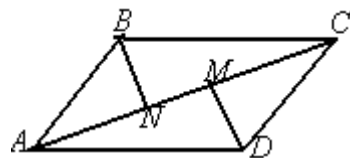
А. На 25%. Б. На 20%. В. На 125%. Г. На 75%.

13. Какой вид имеет треугольник, отсекаемый биссектрисой угла параллелограмма, равного 120° ?

А. Прямоугольный. Б. Тупоугольный.

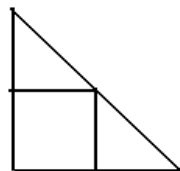
В. Равносторонний. Г. Разносторонний.

14. В параллелограмме $ABCD$ перпендикуляры, проведенные через вершины тупых углов к диагонали AC , пересекают ее в точках M и N . Четырехугольник $BNDM$ является ...



- А. параллелограммом. Б. прямоугольником.
В. ромбом. Г. трапецией.

15. В равнобедренный прямоугольный треугольник вписан прямоугольник так, что один угол у них общий. Катет треугольника равен 8 см. Периметр прямоугольника равен ...



- А. 8 см. Б. 12 см. В. 24 см. Г. 16 см.

16. Сторона равностороннего треугольника равна a . Его высота равна ...

- А. $a\sqrt{3}$. Б. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. В. $\frac{a}{\sqrt{3}}$. Г. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

17. Биссектриса угла прямоугольника делит сторону пополам, а периметр его равен 60 см. Вычислите стороны прямоугольника.

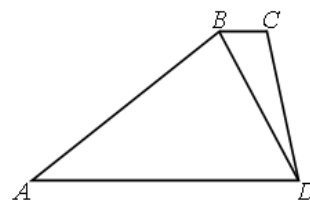
- А. По 15 см. Б. 10 и 20 см. В. 12 и 18 см. Г. 6 и 24 см.

18. Дан треугольник ABC , площадь которого равна S , O — точка пересечения медиан AD и BE ($D \in BC$, $E \in AC$). Найдите площадь четырехугольника $ODCE$.

- А. $\frac{S}{6}$. Б. $\frac{S}{3}$. В. $\frac{S}{2}$. Г. $\frac{S}{4}$.

19. Если $ABCD$ — трапеция с основаниями AD и BC , $\angle BAD = \angle BDC$, $AD = 16$, $BC = 4$, то диагональ BD равна ...

- А. 5. Б. 6. В. 7. Г. 8.



20. Совокупность точек плоскости, удаленных от двух точек на одно и то же расстояние, образует...

- А. окружность. Б. прямую. В. две прямые. Г. полосу.

Подсказки к заданиям продвинутого уровня

1. Воспользуйтесь следующими свойствами функций $y = \sqrt{x}$ и $y = x^2$.

Если $0 < x < 1$, то $\sqrt{x} > x$; если $x > 1$, то $\sqrt{x} < x$.

Если $0 < x < 1$, то $x^2 < x$; если $x > 1$, то $x^2 > x$.

Сравните данные дроби с 1, а затем примените приведенные свойства.

2. Примените правила действий над одночленами и степенями с одинаковыми основаниями.

3. Установите знаки a и b . Помните, что знаком $\sqrt{a}$ обозначают арифметическое значение корня.

4. Воспользуйтесь следующим утверждением.

При любом значении a верно равенство $\sqrt{a^2} = |a|$.

Установите знаки выражений, стоящих в скобках.

5. Воспользуйтесь следующими утверждениями.

Модуль положительного числа равен этому числу;

модуль отрицательного числа равен числу, ему противоположному;

модуль нуля равен нулю. $|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0, \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$

Установите знак выражения, стоящего под знаком модуля, запишите соответствующее неравенство, из которого можно найти искомое значение x .

6. Воспользуйтесь определением дискриминанта квадратного уравнения и условиями, при которых это уравнение имеет 2, 1, 0 корней.

Дискриминантом квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ называют выражение $D = b^2 - 4ac$.

При $D > 0$ квадратное уравнение имеет два корня;

при $D = 0$ — один корень;

при $D < 0$ квадратное уравнение корней не имеет.

Вначале запишите выражение для дискриминанта и установите его знак. Подумайте, что произойдет с дискриминантом, если изменить, согласно условию, свободный член уравнения.

7. Примените определение корня уравнения.

Число x_0 называют корнем уравнения $f(x) = 0$, если $f(x_0) = 0$.

8. Используйте теорему Виета.

Сумма корней приведенного квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$ равна второму коэффициенту, взятому с обратным знаком, а произведение корней равно свободному члену: $x_1 + x_2 = -p$; $x_1 \cdot x_2 = q$.

Не забывайте о знаке дискриминанта.

9. Решение задания сводится к составлению и решению уравнения.

Уравнение вида $\sqrt{f(x)} = g(x)$ решается возведением обеих частей в квадрат с последующей проверкой найденных корней.

10. Результат можно получить подстановкой предлагаемых ответов в условие.

11. В задании рассматривается обратная пропорциональная зависимость вида $y = \frac{k}{x}$, где k — постоянная. Требуется найти эту постоянную: $k = xy$. Значения абсциссы и ординаты находятся из графика.

12. Воспользуйтесь правилами нахождения процента от значения величины, процентного отношения двух значений.

Если значение a величины увеличить на $p\%$, то полученное значение будет равно $a + \frac{a \cdot pp}{100} = a \left(1 + \frac{pp}{100} \right)$	В библиотеке к началу года было 8000 книг. За год количество книг в библиотеке увеличилось на 10 %. В библиотеке стало $8000 \cdot \left(1 + \frac{10}{100} \right) = 8000 \cdot 1,1 = 8800 \text{ книг.}$
Если значение a величины уменьшить на $p\%$, то полученное значение будет равно $a - \frac{a \cdot pp}{100} = a \left(1 - \frac{pp}{100} \right)$	Зарплата работника составляет 4 600 зедов в месяц (зед — условная денежная единиц). Его заработок облагается подоходным налогом, который составляет 13 % зарплаты. За месяц работы работник получит $4\,600 \cdot \left(1 - \frac{13}{100} \right) = 4600 \cdot 0,87 = 4202 \text{ зеда.}$
Если значение величины увеличилось от a до b, то оно увеличилось на $\frac{(b-a) \cdot 100}{a} \%$.	Цена товара увеличилась с 1400 руб. до 1750 руб. Она увеличилась на $\frac{(1750 - 1400) \cdot 100}{1400} \% = 25\%$

Если значение величины уменьшилось от a до b , то оно уменьшилось на	Цена товара снизилась с 1750 руб. до 1400 руб. Она снизилась на
$\frac{(a-b) \cdot 100}{a} \%$.	$\frac{(1750-1400) \cdot 100}{1750} \% = 20\%$.

Воспользуйтесь связью между величинами, приведенными в условии.

13. Воспользуйтесь определением биссектрисы угла и свойством параллельных прямых.

Если две параллельные прямые пересекает третья, то внутренние разносторонние (накрест лежащие) углы равны.

Используйте утверждение: если каждая из двух величин равна третьей, то они равны между собой.

14. Воспользуйтесь определением или одним из признаков параллелограмма.

Параллелограммом называется четырёхугольник, противоположные стороны которого попарно параллельны.

Если две противоположные стороны четырёхугольника параллельны и равны, то этот четырёхугольник — параллелограмм.

Если противоположные стороны четырёхугольника попарно равны, то этот четырёхугольник — параллелограмм.

Для доказательства равенства сторон параллелограмма примените признаки равенства треугольников.

15. Воспользуйтесь свойством параллельных прямых.

Если две параллельные прямые пересекает третья, то соответственные углы равны.

Докажите, что сумма длин двух смежных сторон параллелограмма равна боковой стороне треугольника.

16. Воспользуйтесь теоремой Пифагора.

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

17. Воспользуйтесь определением биссектрисы угла и свойством параллельных прямых.

Если две параллельные прямые пересекает третья, то внутренние разносторонние (накрест лежащие) углы равны.

Докажите, что образовавшийся треугольник является равнобедренным.

18. Воспользуйтесь определением медианы и следующими утверждениями.

Если два треугольника имеют общую вершину, а основания лежат на одной прямой, то их площади относятся, как длины оснований.

Медианы треугольника точкой пересечения делятся в отношении 2:1, считая от вершины.

Установите, что каждая медиана делит данный треугольник на два треугольника равной площади, а все три медианы делят его на 6 треугольников, имеющих равные площади.

19. Воспользуйтесь признаками подобия треугольников.

Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

Для установления равенства углов примените свойство параллельных прямых.

20. Воспользуйтесь следующими утверждениями.

Геометрическим местом точек, равноудалённых от сторон угла, является биссектриса этого угла.

Геометрическим местом точек, равноудалённых от концов отрезка, является серединный перпендикуляр к этому отрезку.

Геометрическим местом точек, равноудалённых от данной точки, является окружность с центром в этой точке.

Повышенный уровень.

Вариант 1

1. Расположите в порядке убывания дроби $a = \frac{21}{23}$, $b = \frac{231}{253}$, $c = \frac{2541}{2783}$.

А. $a = b = c$. **Б.** $a > b > c$. **В.** $c > b > a$. **Г.** $b > c > a$.

2. Сравните $a = \sqrt{27} - \sqrt{26}$ и $b = 0,1$.

А. $a = b$. **Б.** $a > b$. **В.** $a < b$. **Г.** Без вычислительных средств сравнить нельзя.

3. Вычислите $\sqrt{7-4\sqrt{3}} - \sqrt{7+4\sqrt{3}}$.

А. $2\sqrt{3}$. **Б.** 4. **В.** -4. **Г.** $-2\sqrt{3}$.

4. Укажите все значения x , при которых $(x-1)\sqrt{\frac{x^2}{x^2-2x+1}} = x$.

А. $x \in (1; +\infty)$. **Б.** $x \in (-\infty; 0] \cup (1; +\infty)$. **В.** $x \in (0; 1)$. **Г.** $x \in (-\infty; 0]$.

5. Сколько корней имеет уравнение $\sqrt{4x-3}(2x^2-3x+1) = 0$?

А. Ни одного. **Б.** Один. **В.** Два. **Г.** Три.

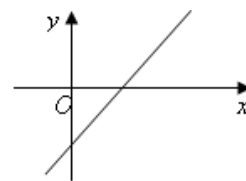
6. Уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ не имеет корней и $a + b + c < 0$. Какие знаки имеют числа a и c ?

А. ++. **Б.** -+. **В.** +-. **Г.** --.

7. Длина промежутка, состоящего из решений неравенства $|3x - a| < 2$ равна ...

А. $\frac{4}{3}$. **Б.** $\frac{2}{3}$. **В.** $\frac{8}{3}$. **Г.** $\frac{2a}{3}$.

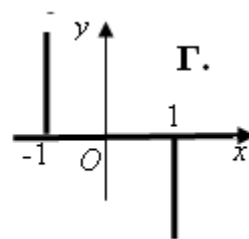
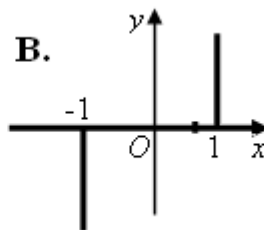
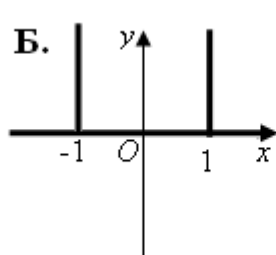
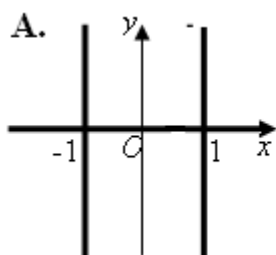
8. Укажите все значения a , при которых график функции $y = ax + 1 - a$ имеет вид, изображенный на рисунке.



А. $a > 0$. **Б.** $0 < a < 1$. **В.** $a > 1$.

Г. Таких значений a не существует.

9. Множество решений уравнения $y = x|y|$ изображено на рисунке ...



10. Только что добытый каменный уголь содержит 2% воды, а после двухнедельного пребывания на воздухе он содержит 12% воды. Добыли 1 т угля. Через 2 недели его масса примерно составит ... (выберите наиболее точное значение)

А. 1109 кг. **Б.** 1114 кг. **В.** 1120 кг. **Г.** 1086 кг.

11. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 6 см. Через один из концов основания и середину высоты, проведенной к основанию, проведена прямая до пересечения с боковой стороной. Расстояние от точки пересечения до вершины треугольника равно ...

- А. 1,5 см. Б. 1 см. В. 2 см. Г. 3 см.

12. Высоты треугольника ABC пересекаются в точке O . Известно, что $OA = BC$. Угол BAC равен ...

- А. 30° . Б. 45° . В. 60° . Г. 75° .

13. Отрезки, соединяющие середины смежных сторон равнобедренной трапеции, образуют квадрат. Основания трапеции равны 1 см и 7 см. Ее боковая сторона равна ...

- А. 5 см. Б. 4 см. В. 3 см. Г. $3\sqrt{2}$ см.

14. Дан четырёхугольник, A, B, C, D — последовательные середины его сторон, P, Q — середины диагоналей. Сравните углы BPC и AQD .

А. $\angle BPC < \angle AQD$. Б. $\angle BPC = \angle AQD$.

В. $\angle BPC > \angle AQD$. Г. Сравнить нельзя.

15. Сторона AD параллелограмма $ABCD$ разделена на 5 равных частей. Первая точка деления P соединена с вершиной B . Прямая BP пересекает диагональ AC в точке Q . Отношение $AC:AQ$ равно ...

- А. 4. Б. 5. В. 6. Г. числу, отличному от приведенных.

Повышенный уровень

Вариант 2

1. Расположите дроби в порядке возрастания $a = \frac{23}{99}$, $b = \frac{2323}{9999}$, $c = \frac{232323}{999999}$.

- А. $a = b = c$. Б. $a < b < c$. В. $c < b < a$. Г. $b < c < a$.

2. Сравните $a = \sqrt{102} - \sqrt{101}$ и $b = 0,05$.

- А. $a > b$. Б. $a < b$. В. $a = b$. Г. Без вычислительных средств сравнить нельзя.

3. Вычислите $\sqrt{8 - 2\sqrt{7}} - \sqrt{8 + 2\sqrt{7}}$.

- А. 2. Б. $-2\sqrt{7}$. В. $2\sqrt{7}$ Г. -2.

4. Укажите все значения x , при которых справедливо равенство

$$\frac{1}{x+1} \sqrt{\frac{2x+1+x^2}{(x-1)^2}} = \frac{1}{1-x}.$$

А. $(-\infty; 1)$. Б. $(-1; +\infty)$. В. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. Г. $(-1; 1)$.

5. Сколько корней имеет уравнение $\sqrt{2x-3}(x^2-3x+2)=0$?

А. Ни одного. Б. Один. В. Два. Г. Три.

6. Уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ не имеет корней и $a + b + c > 0$. Какие знаки имеют числа a и c ?

А. $++$. Б. $-+$. В. $+-$. Г. $--$.

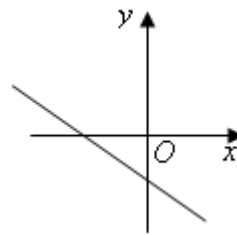
7. Длина промежутка, который состоит из решений неравенства $|2x - 1| < a$ ($a > 0$) равна ...

А. 1. Б. a . В. $\frac{a}{2}$. Г. $2a$.

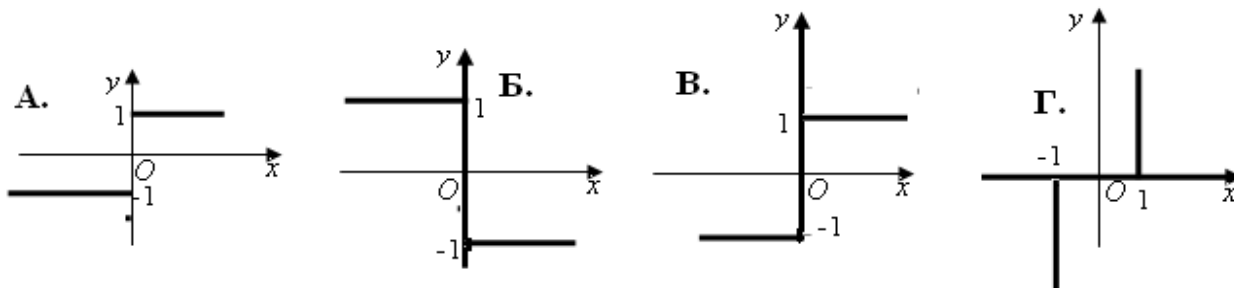
8. Укажите все значения a , при которых график функции $y = ax + 1 - a$ имеет вид, изображенный на рисунке.

А. Таких значений не существует. Б. $a < 0$.

В. $a > 1$. Г. $a < 1$.



9. Множество решений уравнения $x = y|x|$ изображено на рисунке ...



10. Ягоды содержат 99% воды и 1% сухого вещества. При сушке часть воды испарилась, в результате чего воды стало 98%. Сколько сейчас весят ягоды, если до сушки они весили 100 кг?

А. 99 кг. Б. 98,99 кг. В. 98 кг. Г. 50 кг.

11. В треугольнике ABC сторона BC равна 12 см. Через вершину A и середину медианы к стороне AC проведена прямая до пересечения с BC в точке D . Отрезок CD равен ...

А. 6 см.

Б. 4 см.

В. 9 см.

Г. 8 см.

12. Высоты треугольника ABC пересекаются в точке O . Известно, что $OB = AC$. Угол ABC равен ...

А. 30° .

Б. 45° .

В. 60° .

Г. 75° .

13. Отрезки, соединяющие середины смежных сторон равнобедренной трапеции, образуют квадрат. Боковая сторона и меньшее основание соответственно равны 10 см и 2 см. Средняя линия трапеции равна ...

А. 8 см.

Б. 12 см.

В. 6 см.

Г. 14 см.

14. Дан четырёхугольник, A, B, C, D — последовательные середины его сторон, P, Q — середины диагоналей. Сравните углы BQC и APD .

А. $\angle BQC < \angle APD$. Б. $\angle BQC = \angle APD$.

В. $\angle BQC > \angle APD$. Г. Сравнить нельзя.

15. Сторона DC параллелограмма $ABCD$ разделена на 5 равных частей. Первая точка деления P соединена с вершиной A . Прямая AP пересекает диагональ BD в точке Q . Отношение $BD:DQ$ равно ...

А. 4.

Б. 5.

В. 6.

Г. числу, отличному от приведенных.

Повышенный уровень

Вариант 3

1. Расположите в порядке убывания дроби $a = \frac{12}{13}$, $b = \frac{132}{143}$, $c = \frac{1452}{1573}$.

А. $a = b = c$.

Б. $a > b > c$.

В. $c > b > a$.

Г. $b > c > a$.

2. Сравните $a = \sqrt{66} - \sqrt{65}$ и $b = 0,0625$.

А. $a > b$. Б. $a < b$. В. $a = b$. Г. Без вычислительных средств сравнить нельзя.

3. Вычислите $\sqrt{|2\sqrt{6} - 7|} - \sqrt{7 + 2\sqrt{6}}$.

А. $2\sqrt{6}$.

Б. $-2\sqrt{6}$.

В. 2.

Г. -2.

4. Укажите все значения x , при которых $(x+2)\sqrt{\frac{x^2}{x^2+4x+4}} = x$.

А. $x \in (-2; +\infty)$.

Б. $x \in (-\infty; -2) \cup [0; +\infty)$.

В. $x \in (-2; 0]$.

Г. $x \in (-\infty; 0]$.

5. Сколько корней имеет уравнение $\sqrt{7x - x^2 - 10}(x - 6) = 0$?

А. Ни одного. Б. Один. В. Два. Г. Три.

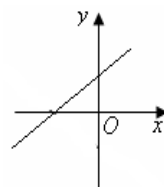
6. Уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ не имеет корней и $a - b + c < 0$. Какие знаки имеют числа a и c ?

А. $++$. Б. $-+$. В. $+ -$. Г. $--$.

7. Длина промежутка, состоящего из решений неравенства $|a - 4x| < 3$ равна ...

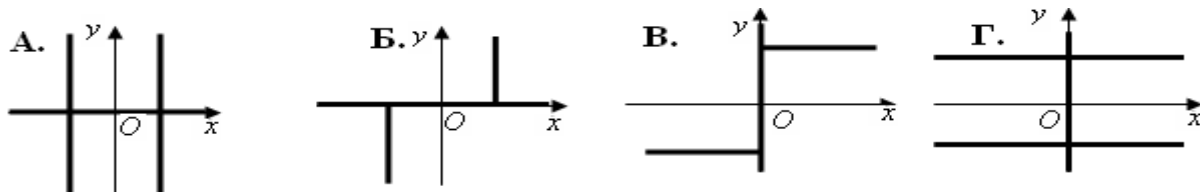
А. $\frac{3}{2}$. Б. $\frac{3}{4}$. В. $\frac{4}{3}$. Г. $\frac{a}{2}$.

8. Укажите все значения a , при которых график функции $y = ax + 1 - a$ имеет вид, изображенный на рисунке.



А. Таких значений не существует. Б. $a < 0$. В. $a > 1$. Г. $0 < a < 1$.

9. Множество решений уравнения $x = x|y|$ изображено на рисунке ...



10. Из 22 кг свежих грибов получается 2,5 кг сухих грибов, содержащих 12% воды. Процент воды в свежих грибах равен ...

А. 10%. Б. 20%. В. 80%. Г. 90%.

11. В треугольнике ABC сторона BC равна 15 см. Через вершину A и точку, расположенную на медиане к стороне AC и делящую её в отношении 1:2, считая от вершины, проведена прямая до пересечения со стороной BC в точке D . Отрезок CD равен ...

А. 9 см. Б. 6 см. В. 12 см. Г. 10 см.

12. Высоты треугольника ABC пересекаются в точке O . Известно, что $OC = AB$. Угол ACB равен ...

А. 30° . Б. 45° . В. 60° . Г. 75° .

13. Отрезки, соединяющие середины смежных сторон равнобедренной трапеции, образуют квадрат. Сравните среднюю линию трапеции d и её высоту h .

А. $d < h$. Б. $d = h$. В. $d > h$. Г. Сравнить нельзя.

14. Дан четырёхугольник, A, B, C, D — последовательные середины его сторон, P, Q — середины диагоналей. Сравните углы APB и CQD .

А. $\angle APB < \angle CQD$. Б. $\angle APB = \angle CQD$.

В. $\angle APB > \angle CQD$. Г. Сравнить нельзя.

15. Сторона CB параллелограмма $ABCD$ разделена на 4 равные части. Первая точка деления P соединена с вершиной D . Прямая AP пересекает диагональ BD в точке Q . Отношение $BD:BQ$ равно ...

А. 5. Б. 4. В. 3. Г. числу, отличному от приведенных.

Подсказки к заданиям повышенного уровня

1. Постарайтесь найти закономерность образования числителей и знаменателей дробей b и c из числителя и знаменателя дроби a . Можно каждый числитель и каждый знаменатель дробей b и c представить в виде произведения двух множителей, один из которых общий для числителя и знаменателя.

2. Преобразуйте числовое выражение a к виду, удобному для его оценивания. Например, умножьте его и разделите на число, «сопряженное» данному выражению.

3. Представьте подкоренные выражения в виде квадратов двучленов и воспользуйтесь равенством: $\sqrt{a^2} = |a|$.

4. Воспользуйтесь дважды соотношением $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0, \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$

5. Воспользуйтесь тем, что уравнение вида $f(x)g(x) = 0$ равносильно совокупности систем $\begin{cases} f(x) = 0, \\ g(x) \text{ имеет смысл} \end{cases}$ и $\begin{cases} g(x) = 0, \\ f(x) \text{ имеет смысл.} \end{cases}$

6. Установите, как расположен график квадратного трехчлена $y = ax^2 + bx + c$ и что представляет собой левая часть приведенного неравенства.

7. Решите заданное неравенство относительно x и воспользуйтесь тем, что длина искомого промежутка равна разности выражений, между которыми находится значение x .

8. Воспользуйтесь геометрическим смыслом параметров a и b линейной функции $y = ax + b$.

9. Воспользуйтесь геометрическим смыслом решений уравнения.

10. Воспользуйтесь правилами решения трёх основных задач на проценты: нахождение процента от числа, числа по его проценту и процентного отношения двух чисел. Определите массу вещества, рассматриваемого в задании, не содержащего воды.

11. Воспользуйтесь теоремой Фалеса или её обобщением.

Параллельные прямые, пересекающие стороны угла и отсекающие на одной из них равные отрезки, отсекают равные отрезки и на другой стороне.

Параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают от сторон угла пропорциональные отрезки.

Проведите прямую, параллельную проведенной в условии задания прямой.

12. Воспользуйтесь признаком равенства прямоугольных треугольников, свойством острых углов в прямоугольном треугольнике.

13. Установите перпендикулярность диагоналей трапеции.

14. Воспользуйтесь свойством средней линии треугольника и свойством углов с соответственно перпендикулярными сторонами.

Если стороны одного угла параллельны сторонам другого угла и если они оба острые или оба тупые, то они равны.

15. Воспользуйтесь теоремой Фалеса.

Углублённый уровень

Вариант 1

1. Укажите все значения, которые может принимать число x , если

$$\frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = \frac{a+b}{c} = x.$$

А. -1 . **Б.** $0,5$. **В.** $-1; 0,5$. **Г.** $2; -1$.

2. Упростите выражение $(1 - x^2 + x^4)(1 - x^6 + x^{12})(1 - x^{18} + x^{36}) \cdots (1 - x^{936} + x^{1872})$.

А. $\frac{1 - x^{2808}}{1 - x^2}$. **Б.** $\frac{1 + x^{2808}}{1 + x^2}$. **В.** $\frac{1 + x^{3744}}{1 + x^2}$. **Г.** $\frac{1 - x^{3744}}{1 - x^2}$.

3. Сколько решений в целых числах имеет уравнение

$$\sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{y^2 - y + 1} = 11?$$

А. 0 . **Б.** 1 . **В.** 2 . **Г.** 3 .

4. Тетрадь стоит 100 руб., ручка — 30 руб., а стержень к шариковой ручке — 5 руб. Ученик купил по крайней мере 1 тетрадь, 1 ручку и 1 стержень, всего 100 принадлежностей, израсходовав на покупку всего 1000 руб. Сколько стержней он купил?

А. 88. Б. 90. В. 92. Г. 94.

5. Сколько четырехзначных четных чисел с различными цифрами можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5?

А. 156. Б. 144. В. 300. Г. 200.

6. На кольцевой дороге проводилась эстафета мотоциклистов, которая состояла из 52 равных по длине этапов. Старт и финиш находились в одном месте. Длина кольцевой дороги 390 км. Какова минимально возможная длина одного этапа, если она составляет целое число километров?

А. 15 км. Б. 30 км. В. 45 км. Г. 60 км.

7. Девять одинаковых книг стоят 5600 рублей плюс целое число рублей, меньшее 100 руб., а 13 таких же книг стоят 8000 рублей плюс целое число рублей, меньшее 100 руб. Сколько стоит одна книга?

А. 616 руб. Б. 633 руб. В. 623 руб. Г. 629 руб.

8. Трава на всем лугу растет одинаково густо и быстро. Известно, что 35 коров съели бы ее за 40 дней, а 50 коров — за 25 дней. Сколько коров съели бы ее за 20 дней?

А. 60. Б. 64. В. 70. Г. 72.

9. Диагонали трапеции являются биссектрисами углов при меньшем основании, одна из боковых сторон равна 2 см. Периметр трапеции может равняться ...

А. 9 см. Б. 7 см. В. 6 см. Г. 5 см.

10. В треугольнике ABC медиана AM делит высоту BH в отношении 3:1, считая от вершины B . В каком отношении данная высота делит данную медиану, считая от вершины A ?

А. 1:2. Б. 1:3. В. 2:3. Г. 3:2.

1. Укажите все значения, которые может принимать число x , если

$$\frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b} = x.$$

- А. -1 . Б. $0,5$. В. $-1; 0,5$. Г. $2; -1$.

2. Упростите выражение $(1+x^2+x^4)(1+x^6+x^{12})(1+x^{18}+x^{36})\cdots(1+x^{936}+x^{1872})$ при $x \neq \pm 1$.

- А. $\frac{1-x^{2808}}{1-x^2}$. Б. $\frac{1+x^{2808}}{1+x^2}$. В. $\frac{1+x^{3744}}{1+x^2}$. Г. $\frac{1-x^{3744}}{1-x^2}$.

3. Сколько решений в целых числах имеет уравнение

$$\sqrt{x^2 - x + 2} + \sqrt{y^2 + y + 3} = 12?$$

- А. 3. Б. 2. В. 1. Г. 0.

4. На 20 000 рублей закупили 100 птиц трёх видов. Индюшка стоит 2 000 руб., гусь — 600 руб., цыплёнок — 100 руб. Сколько было закуплено индюшек?

- А. 3. Б. 4. В. 5. Г. 6.

5. Сколько четырехзначных чисел, делящихся на 4, с различными цифрами можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5?

- А. 84. Б. 72. В. 36. Г. 63.

6. На кольцевой дороге проводилась эстафета мотоциклистов. Старт и финиш находились в одном и том же месте. Длина кольцевой дороги 390 км, а длина каждого этапа 45 км (движение одностороннее). Какое наименьшее число этапов могло быть в эстафете?

- А. 26. Б. 13. В. 39. Г. 11.

7. Восемь одинаковых книг стоят 2600 рублей плюс целое число рублей, меньшее 100 руб., а 15 таких же книг стоят 4800 рублей плюс целое число рублей, меньшее 100 руб. Сколько стоит одна книга?

- А. 321 руб. Б. 326 руб. В. 329 руб. Г. 332 руб.

8. Трава на всем лугу растет одинаково густо и быстро. Известно, что 70 коров съели бы ее за 40 дней, а 50 коров — за 64 дня. Сколько коров съели бы ее за 16 дней?

А. 100. Б. 150. В. 175. Г. 200.

9. Диагонали трапеции являются биссектрисами углов при большем основании, одна из боковых сторон равна 2 см. Периметр трапеции может равняться

А. 6 см. Б. 7 см. В. 9 см. Г. 8 см.

10. В треугольнике ABC высота BH делит медиану AM в отношении 3:4, считая от вершины A . В каком отношении данная медиана делит данную высоту, считая от вершины B ?

А. 4:3. Б. 8:3. В. 11:3. Г. 5:4.

Углублённый уровень

Вариант 3

1. Укажите все значения, которые может принимать число x , если

$$\frac{b+c+d}{a} = \frac{c+d+a}{b} = \frac{d+a+b}{c} = \frac{a+b+c}{d} = x$$

А. -1 ; 3 . Б. 3 . В. -1 ; -3 . Г. 1 ; -3 .

2. Упростите выражение $(1+x+x^2)(1+x^3+x^6)(1+x^9+x^{18})\cdots(1+x^{729}+x^{1458})$ при $x \neq 1$.

А. $\frac{1+x^{729}}{1+x}$. Б. $\frac{1+x^{2187}}{1+x}$. В. $\frac{1-x^{729}}{1-x}$. Г. $\frac{1-x^{2187}}{1-x}$.

3. Сколько решений в целых числах имеет уравнение

$$\sqrt{x^2 - 3x + 2} + \sqrt{y^2 + 3y + 3} = 10?$$

А. 3. Б. 2. В. 1. Г. 0.

4. В комнате находятся люди, собаки и мухи — всего 10 особей. У человека 2 ноги, у собаки — 4, а у мухи 6 ног. У всех вместе 46 ног. Сколько имеется возможностей для такой ситуации?

А. Ни одной. Б. Одна. В. Две. Г. Три.

5. Сколько четырехзначных чисел, делящихся на 4, можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5 (цифры могут повторяться)?

А. 210. Б. 270. В. 324. Г. 252.

6. На кольцевой дороге проводилась эстафета мотоциклистов. Старт и финиш находились в одном и том же месте. Длина кольцевой дороги 330 км, а длина

каждого этапа 75 км (движение одностороннее). Какое наименьшее число этапов могло быть в эстафете?

А. 22. Б. 11. В. 33. Г. 15.

7. Шесть одинаковых сувениров стоят 1700 рублей плюс небольшая сумма, меньшая 100 рублей, а 13 таких же сувениров стоят 3600 рублей плюс небольшая сумма, меньшая 100 рублей. Сколько стоит один сувенир?

А. 277 руб. Б. 278 руб. В. 282 руб. Г. 284 руб.

8. Трава на всем лугу растет одинаково густо и быстро. Известно, что 70 коров съели бы ее за 40 дней, а 50 коров — за 64 дня. За сколько дней съели бы ее 230 коров?

А. За 12. Б. За 10. В. За 9. Г. За 8.

9. Диагональ равнобедренной трапеции является биссектрисой её острого угла, меньшее основание равно 15 см. Периметр трапеции может равняться ...

А. 50 см. Б. 55 см. В. 60 см. Г. 65 см.

10. Высота параллелограмма $ABCD$, проведенная из вершины тупого угла B к стороне AD , делит эту сторону в отношении 1:7, считая от вершины A . В каком отношении, считая от вершины A , эта высота делит диагональ AC ?

А. 1:6. Б. 1:7. В. 1:8. Г. 2:7.

Подсказки к заданиям углубленного уровня

1. Выразите числители всех дробей через x и сложите левые и правые части полученных равенств.
2. Воспользуйтесь формулой суммы или разности кубов двух выражений.
3. Определив, четным или нечетным является произведение двух последовательностей целых чисел, установите четность или нечетность значений подкоренных выражений.
4. Составьте по условию систему уравнений и решите её в целых числах.
5. Установите, сколько вариантов есть для выбора каждой цифры четырёхзначного числа с учётом возможного или невозможного повторения цифр.
6. Рассмотрите кратные длины кольцевой дороги.
7. Воспользуйтесь тем, что одна из указанных сумм должна превышать целое

количество сотен рублей на сумму, численно не большую количества приобретенных на эту сумму предметов, а от второй до целого количества сотен рублей – не должно доставать суммы, тоже численно не превышающую количества соответствующих предметов.

8. Введите обозначения для массы травы, находящейся на лугу в начале рассматриваемого периода и для массы травы, вырастающей ежедневно, и выразите через них, исходя из условия, массу травы, поедаемой коровой за 1 день.

9. Воспользуйтесь определением биссектрисы и свойством параллельных прямых.

10. Воспользуйтесь теоремой Фалеса и её обобщением.

Параллельные прямые, пересекающие стороны угла и отсекающие на одной из них равные отрезки, отсекают равные отрезки и на другой стороне. Параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают от сторон пропорциональные отрезки.

Ответы к тестам тренажёра

Вариант 1

Уровень	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Базовый	Г	Б	В	А	Б	А	В	В	Б	А	В	Г	В
Основной	Г	В	А	Б	А	Б	В	Б	В	Б	Б	А	Г
Продвинутый	Б	Г	Б	А	В	А	Б	А	В	Б	А	В	В
Повышенный	А	В	Г	Б	В	Г	А	В	В	Б	В	Б	А
Углублённый	Г	Б	А	Г	А	А	В	А	Б	А			
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
Базовый	Г	Б	А	Г	В	В	А	Г	Г	А	Г	В	
Основной	В	Б	Г	Г	В	Г	А	Б	Г	А	Б	Б	
Продвинутый	Б	Б	Г	А	Б	А	Б						
Повышенный	Б	В											

Вариант 2

Уровень	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Базовый	В	Б	Г	А	Б	В	Б	В	А	В	Г	Б	В
Основной	В	В	А	Г	Г	В	Г	Б	В	Г	В	В	В
Продвинутый	В	Б	А	Г	Б	В	А	Г	Б	В	Г	А	В
Повышенный	А	Б	Г	Г	В	А	Б	А	В	Г	Г	Б	А

Углублённый	Б	А	Г	В	Б	А	Б	Б	В	А		
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Базовый	А	Г	Б	А	В	В	Г	В	Б	Б	Г	В
Основной	В	Г	В	В	Г	Г	Г	Б	Г	Б	Г	Г
Продвинутый	В	А	Г	Б	А	Б	А					
Повышенный	Б	В										

Вариант 3

Уровень	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Базовый	Б	Б	В	А	В	Г	А	Г	В	Г	Б	А	В
Основной	А	В	Б	Г	Б	В	В	Г	А	А	В	Г	А
Продвинутый	Г	А	В	Г	Б	Г	А	Б	В	Г	Г	А	В
Повышенный	А	Б	Г	Б	В	Г	А	Г	В	Г	В	Б	Б
Углублённый	А	Г	Г	Г	А	А	Г	Б	Г	В			
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
Базовый	Б	Г	В	Б	А	А	В	Г	Б	В	Б	А	
Основной	В	Б	В	Г	Г	Г	В	В	Б	Г	Г	В	
Продвинутый	А	Г	Б	Б	Б	Г	Б						
Повышенный	Б	А											

Контрольное задание

Контрольное задание состоит из **основного и дополнительного** заданий, которые оцениваются отдельно.

Основное задание предполагает выполнение тестов базового, основного и продвинутого уровней, дополнительное – тестов повышенного и углублённого уровней.

Каждый правильный ответ на задание базового уровня оценивается одним баллом, основного – двумя баллами, продвинутого – четырьмя баллами, повышенного – шестью баллами и углублённого – десятью баллами.

Выберите для **каждого** тестового задания **правильный** ответ из приведенных. **Помните**, что правильный ответ среди них есть, и он ровно один. Если же Вы уверены, что правильного ответа нет, то в качестве ответа поставьте букву «Д».

Критерии оценок

Основное задание:

«отлично» — получено от 121 до 155 баллов

«хорошо» — получено от 91 до 120 баллов

«зачтено» — получено от 52 до 90 баллов

Дополнительное задание:

«отлично» — получено от 81 до 190 баллов

«хорошо» — получено от 54 до 80 баллов

Надеемся, что работа над тестами будет для Вас и интересной, и полезной.

Желаем Вам успехов!

Основное задание

Базовый уровень

1. Вычислите: $\left(-1\frac{1}{2}\right)^3$.

А. $2\frac{1}{4}$. Б. $-3\frac{3}{8}$. В. $3\frac{3}{8}$. Г. $-2\frac{1}{4}$.

2. Вычислите значение выражения $\frac{1+a^2}{4}$ при $a = -\sqrt{3}$.

А. $-\frac{1}{2}$. Б. $\frac{1}{2}$. В. 1. Г. $\frac{1-2\sqrt{3}}{4}$.

3. Вычислите значение выражения $\sqrt{\frac{1}{4-3x}}$ при $x = -15$.

А. $\frac{1}{7}$. Б. $\frac{1}{49}$. В. $\pm\frac{1}{49}$. Г. $\pm\frac{1}{7}$.

4. Между какими последовательными целыми числами находится число $\sqrt{53}$?

А. 6 и 7. Б. 7 и 8. В. 8 и 9. Г. 5 и 6.

5. Сравните числа $a = -5,137$ и $b = -5,317$.

А. $a < b$. Б. $a = b$. В. $a > b$. Г. Нельзя сравнить.

6. Упростите выражение $\left(\frac{a^7}{2a^3}\right)^3$.

А. $\frac{a^{12}}{8}$. Б. $\frac{a^{12}}{6}$. В. $\frac{a^{64}}{8}$. Г. $\frac{a^{16}}{6}$.

7. Упростите выражение $\frac{6a^3}{4a^2 - 1} \cdot \frac{2a - 1}{3a^2}$.

А. $-\frac{2a}{2a+1}$. Б. $\frac{2a}{2a+1}$. В. $-\frac{2a}{2a-1}$. Г. $\frac{2a}{2a-1}$.

8. Укажите все значения x , при которых имеет смысл выражение $\frac{1}{2x+1}$.

А. $x < -\frac{1}{2}$. Б. $x > -\frac{1}{2}$. В. $x \neq -\frac{1}{2}$ Г. $x \neq \frac{1}{2}$.

9. Из формулы $1 + \frac{1}{a} = b$ выразите a через b .

А. $a = 1 - b$. Б. $a = b - 1$. В. $a = \frac{1}{1-b}$. Г. $a = \frac{1}{b-1}$.

10. Корнями уравнения $(x+1)(x-3) = 0$ являются числа ...

А. 1 и -3. Б. -1 и 3. В. 1 и 3. Г. -1 и -3.

11. Сравните числа x и y , если $x - y = (-1)^5$.

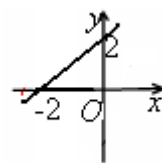
А. $x > y$. Б. $x = y$. В. $x < y$. Г. $x \geq y$.

12. График функции $y = 1 - 3x$ проходит через точку ...

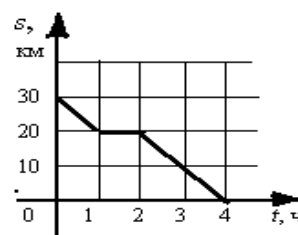
А. $(2; -5)$. Б. $\left(2; -\frac{1}{3}\right)$. В. $(2; 5)$ Г. $\left(2; \frac{1}{3}\right)$.

13. На рисунке изображен график функции ...

А. $y = x + 2$. Б. $y = -x + 2$. В. $y = -x - 2$. Г. $y = x - 2$.



14. На рисунке представлен график движения пешехода из пункта A в пункт B , где s — расстояние от пешехода до пункта B , t — время движения. Сколько километров пройдено пешеходом после привала?



А. 20 км. Б. 10 км. В. 1 км. Г. 2 км.

15. При выполнении работы по математике 12% учащихся класса совсем не решили задачи, 32% решили с ошибками, остальные 14 человек решили верно. Сколько учеников было в классе?

А. 32. Б. 24. В. 25. Г. 20.

16. Какая из точек $A(5; -2)$, $B(-2; 3)$, $C(-1; 4)$, $D(2; 1)$ расположена ближе всего к оси y ?

А. C . Б. B . В. A . Г. D .

17. Через точку $A(3; -2)$ проведена прямая, параллельная оси x . Точка ее пересечения с осью y имеет координаты ...

А. $(0; 3)$. Б. $(3; 0)$. В. $(-2; 0)$. Г. $(0; -2)$.

18. В равнобедренном треугольнике основание и боковая сторона соответственно равны 12 см и 10 см. Высота, опущенная на его основание, равна ...

А. 6 см. Б. 13 см. В. 3 см. Г. 8 см.

19. Из точки A , взятой вне прямой, проведены к этой прямой перпендикуляр AB и наклонная AC . Наклонная образует с этой прямой угол 37° . Сравните длины перпендикуляра AB и проекции наклонной BC .

А. $AB = BC$. Б. $AB < BC$. В. $AB > BC$. Г. Сравнить нельзя.

20. Углы равнобедренной трапеции не могут быть равными ...

А. 35° и 145° . Б. 40° и 140° . В. 120° и 150° . Г. 75° и 105° .

21. В прямоугольнике угол между диагональю и большей стороной равен 30° . Диагональ равна 14 см. Меньшая сторона прямоугольника равна ...

А. $7\sqrt{3}$ см. Б. 7 см. В. $14\sqrt{3}$ см. Г. 28 см.

22. Середина одной из сторон четырехугольника соединена с серединами других сторон. Сколько при этом получилось отрезков?

А. 4. Б. 2. В. 3. Г. Ответ отличен от приведенных.

23. Радиус окружности равен 6 см. Диагональ квадрата, вписанного в окружность, равна ...

А. 6 см. Б. $6\sqrt{2}$ см. В. $12\sqrt{2}$ см. Г. 12 см.

24. Как изменится площадь треугольника, если его стороны увеличить вдвое?

А. Увеличится в 4 раза. Б. Увеличится в 3 раза.

В. Увеличится в 2 раза. Г. Не изменится.

25. В круге диаметром 10 см проведена хорда, удаленная от центра на 3 см. Длина хорды равна ...

А. 4 см. Б. 8 см. В. 12 см. Г. Величине, отличной от приведенных.

Основной уровень

1. Вычислите $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$.

А. $-\frac{3\sqrt{3}}{6}$. Б. $-\frac{3\sqrt{3}}{8}$. В. $\frac{3}{4}$. Г. $-\frac{3}{4}$.

2. Вычислите значение выражения $\frac{2x-x^3}{6}$ при $x = -\sqrt{11}$.

А. $3\sqrt{11}$. Б. $\frac{3\sqrt{11}}{2}$. В. $-3\sqrt{11}$. Г. $-\frac{3\sqrt{11}}{2}$.

3. Найдите значение выражения $\sqrt{32-x^2}$ при $x = -\sqrt{7}$.

А. -5 . Б. ± 5 . В. 5 . Г. Выражение не имеет смысла.

4. Расположите в порядке возрастания числа $a = \sqrt{17}$, $b = \sqrt{15}$, $c = 4$.

А. $b < c < a$. Б. $b < a < c$. В. $c < b < a$. Г. $c < a < b$.

5. Сравните числа $a = \frac{2}{\sqrt{7}}$ и $b = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

А. $a = b$. Б. $a < b$. В. $a > b$. Г. Сравнить нельзя.

6. Упростите выражение $\left(\frac{2x^{-1}}{3y^{-2}}\right)^{-2} : \left(\frac{4x^{-2}}{3y^{-5}}\right)^{-1}$.

А. $\frac{3}{y}$. Б. $\frac{27x^4}{6y^9}$. В. $\frac{27}{16}y$. Г. $3y$.

7. Упростите выражение $\frac{a^2+b^2}{b-a} : \left(\frac{a+b}{a} + \frac{2a}{b-a}\right)$.

- А. $-a$. Б. a . В. $\frac{1}{a}$. Г. $-\frac{1}{a}$.

8. Укажите все значения x , при которых выражение $\sqrt{3-(2x-1)}$ не имеет смысла?

- А. $x > 2$. Б. $x \leq 2$. В. $x > 1$. Г. $x \leq 1$.

9. Из формулы $\frac{1}{R_k} = \frac{1}{2R_n} + \frac{1}{2R_a}$, дающей соотношение между радиусом кривизны орбиты и расстояниями перигея и апогея от центра Земли, выразите R_k через R_a и R_n .

- А. $R_k = \frac{R_a R_n}{2R_a - R_n}$. Б. $R_k = \frac{R_a + R_n}{2R_a R_n}$. В. $R_k = \frac{2R_a R_n}{R_a + R_n}$. Г. $R_k = \frac{R_a R_n}{2(R_a + R_n)}$.

10. Один из корней уравнения $3x^2 + 7x + 2 = 0$ равен -2 . Второй его корень равен ...

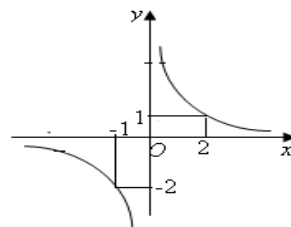
- А. $-\frac{1}{3}$. Б. $\frac{1}{3}$. В. $-\frac{13}{3}$. Г. $\frac{13}{3}$.

11. Сравните числа a и b , если разность $a - b$ представляет собой куб отрицательного числа.

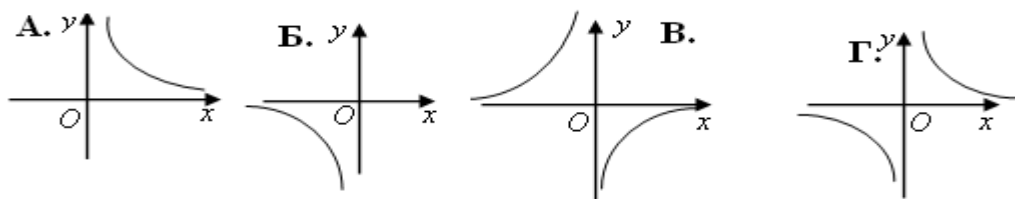
- А. $a = b$. Б. $a < b$. В. $a > b$. Г. Сравнить нельзя.

12. На рисунке изображен график функции $y = \frac{k}{x}$. Коэффициент k равен ...

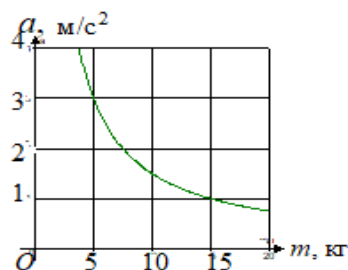
- А. -2 . Б. $\frac{1}{2}$ В. $-\frac{1}{2}$. Г. 2 .



13. Какой из графиков может быть графиком функции $y = \frac{k}{x}$, $k < 0$?



14. На рисунке дан график зависимости ускорения a движущегося тела от его массы m при постоянной силе



F , действующей на это тело ($F = ma$). Для какой массы ускорение превосходит 1 м/с^2 ?

- А. $m = 15 \text{ кг}$. Б. $m < 15 \text{ кг}$.
В. $m > 15 \text{ кг}$. Г. Определить нельзя.

15. В каком отношении нужно смешать два вида фруктового сока с концентрацией сахара 15% и 20%, чтобы концентрация сахара в их смеси равнялась 18%?

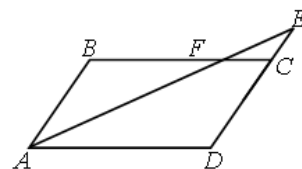
- А. 1:4. Б. 2:3. В. 3:5. Г. 3:2.

16. Какая из приведенных точек находится на том же расстоянии от прямой $x = -1$, что и точка $(2; -3)$?

- А. $(-4; -3)$. Б. $(3; 1)$. В. $(-5; 1)$. Г. $(1; -3)$.

17. На рисунке $ABCD$ — параллелограмм, $AD = 15 \text{ см}$, $CE = 2 \text{ см}$, $CF = 3 \text{ см}$. Длина стороны AB равна ...

- А. 6 см. Б. 9 см. В. 10 см. Г. 8 см.



18. Диагональ прямоугольника равна 15 см, расстояние от точки пересечения диагоналей до большей его стороны равно 4,5 см. Чему равна большая сторона прямоугольника?

- А. 9 см. Б. 10 см. В. 12 см. Г. 18 см.

19. Из вершины C тупого угла прямоугольной трапеции $ABCD$ проведён перпендикуляр CF на основание AD , $\angle BCD = 135^\circ$. Сравните отрезки CF и DF .

- А. $CF = DF$. Б. $CF < DF$. В. $CF > DF$. Г. Сравнить нельзя.

20. Какую фигуру образуют прямые, последовательно соединяющие середины сторон ромба?

- А. Прямоугольник. Б. Квадрат. В. Ромб. Г. Трапецию.

21. В равнобедренной трапеции тупой угол равен 120° , боковая сторона равна 12 см, а большее основание 18 см. Средняя линия и высота трапеции соответственно равны ...

- А. 12 см и $3\sqrt{6}$ см. Б. 14 и $4\sqrt{3}$ см. В. 12 см и $6\sqrt{3}$ см. Г. 9 см и $3\sqrt{6}$ см.

22. Три луча, выходящие из одной точки, пересечены двумя параллельными прямыми. Сколько при этом получилось трапеций?

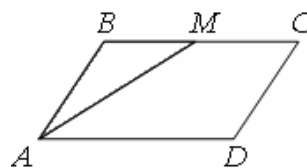
- А. 6. Б. 4. В. 3. Г. 2

23. Четырёхугольник $ABCD$ — трапеция ($BC \parallel AD$), $BC > AD$, AC — ее диагональ, MN — средняя линия, $M \in AB$, $N \in CD$, K — точка пересечения AC и MN . Сравните отрезки MK и NK .

- А. $MK = NK$. Б. $MK < NK$. В. $MK > NK$. Г. Сравнить нельзя.

24. В параллелограмме $ABCD$ $BM:MC = 2:3$. Площади треугольника ABM и четырехугольника $AMCD$ относятся как...

- А. 1:3. Б. 1:4. В. 1:5. Г. 2:3.



25. В равнобедренной трапеции основания равны 7 см и 17 см, а диагональ равна 13 см. Площадь трапеции равна ...

- А. 120 см^2 . Б. 90 см^2 . В. 75 см^2 . Г. 60 см^2 .

Продвинутый уровень

1. О натуральных числах c и d известно, что $c > d$. Расположите в порядке убывания числа $x = \frac{c}{d}$, $y = \sqrt{\frac{c}{d}}$, $z = \left(\frac{c}{d}\right)^2$.

- А. $z > x > y$. Б. $z > y > x$. В. $y > x > z$. Г. $y > z > x$.

2. Упростите выражение $\frac{9^n}{(-3)^{2n+1}}$.

- А. -3 . Б. 3 . В. $-\frac{1}{3}$. Г. $\frac{1}{3}$.

3. Сравните числа $a = \sqrt{4 - \sqrt{15}}$ и $b = \sqrt{13} - 4$.

- А. Сравнить нельзя. Б. $a = b$. В. $a < b$. Г. $a > b$.

4. Чему равно выражение $\sqrt{(3\sqrt{2} - 5)^2} - \sqrt{(3\sqrt{2} + 5)^2}$?

- А. -10 . Б. 10 . В. $6\sqrt{2}$. Г. $-6\sqrt{2}$.

5. Укажите наименьшее целое число x , при котором справедливо равенство $|-x - 2| = 2 + x$.

А. 2. Б. -2. В. 0. Г. Такого числа не существует.

6. Уравнение $x^2 + px + q = 0$ не имеет корней. Сколько корней будет иметь уравнение, полученное из данного увеличением его свободного члена?

А. Ни одного. Б. Один. В. Два. Г. Однозначного ответа нет.

7. Квадратное уравнение $ax^2 - x - c = 0$ имеет корень, равный 2, если ...

А. $4a - c = -2$. Б. $4a - c = 2$. В. $4a = -c + 2$. Г. $4a - c = 0$.

8. Укажите все значения b и a , при которых квадратный трехчлен $ax^2 + bx + 3$ имеет противоположные корни.

А. $b = 0, a > 0$. Б. $b = 0, a < 0$. В. $a < 0, b$ – любое. Г. $b \neq 0, a$ – любое.

9. Сколько общих точек имеют графики функций $y = \sqrt{3 - 2x}$ и $y = x$?

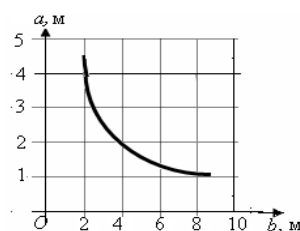
А. Ни одной. Б. Одну. В. Две. Г. Три.

10. График функции $y = \frac{2x - 1}{3 - x}$ не имеет общих точек с прямой ...

А. $y = -2$. Б. $y = 2$. В. $x = \frac{1}{2}$. Г. $x = -3$.

11. На рисунке дан график зависимости между сторонами прямоугольника постоянной площади. Площадь прямоугольника равна ...

А. 4 м^2 . Б. 6 м^2 . В. 8 м^2 . Г. 10 м^2 .



12. Цена на некоторый продукт уменьшилась на 20%. Было решено сохранить затраты на покупку этого продукта. На сколько процентов увеличится потребление данного продукта?

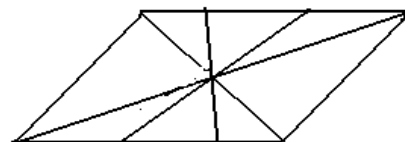
А. На 20%. Б. На 25%. В. На $16\frac{2}{3}\%$. Г. На $26\frac{2}{3}\%$.

13. Какой вид имеет треугольник, отсекаемый биссектрисой острого угла параллелограмма?

А. Прямоугольный. Б. Остроугольный.

В. Равнобедренный. Г. Разносторонний.

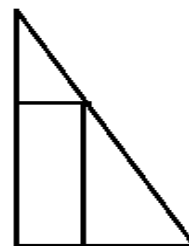
14. Через точку пересечения диагоналей параллелограмма проведены две прямые. Точки пересечения этих прямых со сторонами параллелограмма последовательно соединены.



Полученный четырехугольник является ...

А. трапецией. Б. ромбом. В. прямоугольником. Г. параллелограммом.

15. В прямоугольном треугольнике через произвольную точку гипотенузы проведены две прямые, параллельные катетам. Сумма периметров полученных двух треугольников равна 12 см. Периметр данного треугольника равен...



А. 6 см. Б. 12 см. В. 18 см. Г. 24 см.

16. Высота равностороннего треугольника равна h . Его сторона равна ...

А. $\frac{2h}{\sqrt{3}}$. Б. $h\sqrt{3}$. В. $\frac{h\sqrt{3}}{3}$. Г. $\frac{h}{\sqrt{3}}$.

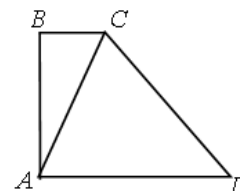
17. Биссектриса угла A прямоугольника $ABCD$ делит сторону BC в отношении 1:2, считая от вершины C , а периметр его равен 40 см. Стороны прямоугольника равны ...

А. по 10 см. Б. 5 и 15 см. В. 8 и 12 см. Г. 4 и 16 см.

18. Две медианы треугольника взаимно перпендикулярны, равны m_1 и m_2 . Площадь треугольника равна ...

А. m_1m_2 . Б. $\frac{2}{3}m_1m_2$. В. $\frac{1}{2}m_1m_2$. Г. $\frac{1}{3}m_1m_2$.

19. Если $ABCD$ — прямоугольная трапеция ($AD \parallel BC$), $\angle BAC = \angle CDA$, $BC = 2$, $AD = 8$, то диагональ AC равна ...



А. 5. Б. 4. В. 3. Г. 6.

20. Совокупность точек плоскости, удаленных от данной прямой на одно и то же расстояние, образует ...

А. прямую. Б. две прямые. В. окружность. Г. полосу.

Дополнительное задание

Повышенный уровень

1. Расположите дроби в порядке возрастания $a = \frac{17}{55}$, $b = \frac{1717}{5555}$, $c = \frac{171717}{555555}$.

А. $a = b = c$. Б. $a < b < c$. В. $c < b < a$. Г. $b < c < a$.

2. Сравните $a = \sqrt{15} - \sqrt{14}$ и $b = 0,125$.

А. $a > b$. **Б.** $a < b$. **В.** $a = b$. **Г.** Без вычислительных средств сравнить нельзя.

3. Вычислите $\sqrt{|4\sqrt{5} - 9|} - \sqrt{9 + 4\sqrt{5}}$.

А. $2\sqrt{5}$. **Б.** $-2\sqrt{5}$. **В.** 4. **Г.** -4.

4. Укажите все значения x , при которых справедливо равенство

$$\frac{1}{x-2} \sqrt{\frac{-4x+4+x^2}{(x+1)^2}} = -\frac{1}{1+x}.$$

А. $(-\infty; -1)$. **Б.** $(2; +\infty)$. **В.** $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. **Г.** $(-1; 2)$.

5. Сколько корней имеет уравнение $\sqrt{3x - 2 - x^2}(x - 3) = 0$?

А. Четыре. **Б.** Три. **В.** Два. **Г.** Один.

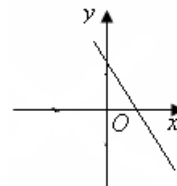
6. Уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ не имеет корней и $a - b + c > 0$. Какие знаки имеют числа a и c ?

А. $++$. **Б.** $-+$. **В.** $+ -$. **Г.** $--$.

7. Длина промежутка, состоящего из решений неравенства $|4x - 3| < a$ равна

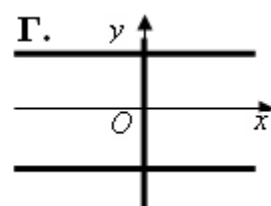
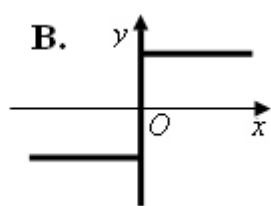
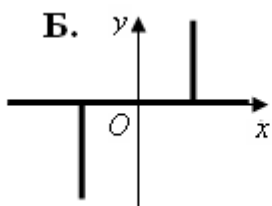
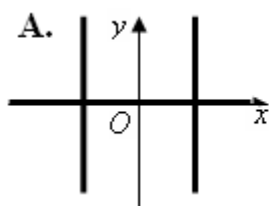
А. $\frac{3}{2}$. **Б.** $\frac{3}{4}$. **В.** $\frac{a}{4}$. **Г.** $\frac{a}{2}$.

8. Укажите все значения a , при которых график функции $y = ax + 1 - a$ имеет вид, изображенный на рисунке.



А. Таких значений не существует. **Б.** $a < 0$. **В.** $a > 1$. **Г.** $0 < a < 1$.

9. Множество решений уравнения $y = y|x|$ изображено на рисунке ...



10. На овощной базе хранились огурцы, содержащие 99% воды по весу. За время хранения часть воды испарилась, в результате чего в огурцах стало 98% воды. Сколько процентов своего веса потеряли огурцы?

А. 1%. **Б.** 50%. **В.** 2%. **Г.** 20%.

11. В треугольнике ABC сторона BC равна 15 см. Через вершину A и точку, расположенную на медиане к стороне AC и делящую её в отношении 1:2, счи

тая от вершины, проведена прямая до пересечения со стороной BC в точке D .

Отрезок BD равен ...

- А. 3 см. Б. 6 см. В. 9 см. Г. 4,5 см.

12. Высоты треугольника ABC пересекаются в точке O , $BD \perp AC$, $D \in AC$. Известно, что $OA = BC$. Угол DOC равен ...

- А. 30° . Б. 45° . В. 60° . Г. 75° .

13. Средняя линия равнобедренной трапеции равна её высоте. Какую фигуру образуют отрезки, соединяющие середины её смежных сторон?

- А. Трапецию. Б. Ромб, не являющийся квадратом.
В. Прямоугольник, не являющийся квадратом. Г. Квадрат.

14. Дан четырёхугольник, A , B , C , D — последовательные середины его сторон, P , Q — середины диагоналей. Сравните углы AQB и CPD .

А. $\angle AQB < \angle CPD$. Б. $\angle AQB = \angle CPD$.

В. $\angle AQB > \angle CPD$. Г. Сравнить нельзя.

15. Сторона AB параллелограмма $ABCD$ разделена на 4 равные части. Первая точка деления P соединена с вершиной D . Прямая DP пересекает диагональ AC в точке Q . Отношение $AC:AQ$ равно ...

- А. 5. Б. 4. В. 3. Г. числу, отличному от приведенных.

Углублённый уровень

1. Укажите все значения, которые может принимать число x , если

$$\frac{a}{b+c+d} = \frac{b}{c+d+a} = \frac{c}{d+a+b} = \frac{d}{a+b+c} = x$$

- А. -1 . Б. $\frac{1}{3}$. В. $-1; \frac{1}{3}$. Г. $1; -\frac{1}{3}$.

2. Упростите выражение $(1-x+x^2)(1-x^3+x^6)(1-x^9+x^{18}) \cdots (1-x^{2^{187}}+x^{4^{187}})$, $x \neq -1$.

- А. $\frac{1-x^{6561}}{1-x}$. Б. $\frac{1+x^{6561}}{1-x}$. В. $\frac{1+x^{6561}}{1+x}$. Г. $\frac{1-x^{2^{187}}}{1-x}$.

3. Сколько решений в целых числах имеет уравнение

$$\sqrt{x^2 - 5x + 7} + \sqrt{y^2 + 5y + 1} = 13?$$

А. 0. Б. 1. В. 2. Г. 3.

4. Летит стая сороконожек и трехглавых драконов. У всех у них 26 голов и 298 ног. У каждой сороконожки одна голова. Сколько ног у трехглавого дракона?

А. 7. Б. 5. В. 14. Г. 21.

5. Даны 6 цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5. Сколько четырехзначных нечетных чисел с разными цифрами можно записать этими цифрами?

А. 156. Б. 300. В. 108. Г. 144.

6. На кольцевой дороге проводилась эстафета мотоциклистов, которая состояла из 44 равных по длине этапов. Старт и финиш находились в одном месте. Длина кольцевой дороги 330 км. Какова минимально возможная длина одного этапа, если она составляет целое число километров?

А. 15 км. Б. 30 км. В. 45 км. Г. 60 км.

7. Семь одинаковых сувениров стоят 4300 рублей плюс целое число рублей, меньшее 100 руб., а 18 таких же сувениров стоят 11300 рублей плюс целое число рублей, меньшее 100 руб. Сколько стоит один сувенир?

А. 626 руб. Б. 628 руб. В. 631 руб. Г. 634 руб.

8. Трава на всем лугу растет одинаково густо и быстро. Известно, что 35 коров съели бы ее за 40 дней, а 50 коров — за 25 дней. За сколько дней съели бы ее 60 коров?

А. За 16. Б. За 18. В. За 20. Г. За 21.

9. Диагональ равнобедренной трапеции является биссектрисой её тупого угла, большее основание равно 15 см. Периметр трапеции может равняться ...

А. 70 см. Б. 65 см. В. 60 см. Г. 55 см.

10. Высота параллелограмма $ABCD$, проведенная из вершины тупого угла B к стороне AD , делит диагональ AC в отношении 1:6, считая от вершины A . В каком отношении, считая от вершины A , эта высота делит сторону AD ?

А. 1:5. Б. 1:6. В. 1:7. Г. 2:5.

Рекомендовано к изданию Ученым советом
факультета математики и информационных технологий
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»
(протокол № 5 от 21 января 2021 г.)

Бродский Яков Соломонович
Павлов Александр Леонидович

ПОВТОРИМ МАТЕМАТИКУ

Тесты для самостоятельной работы
и контроля знаний
обучающихся 8 – 9 классов

Пособие для дополнительного изучения математики
обучающимися 8-9 классов
Учебное пособие