

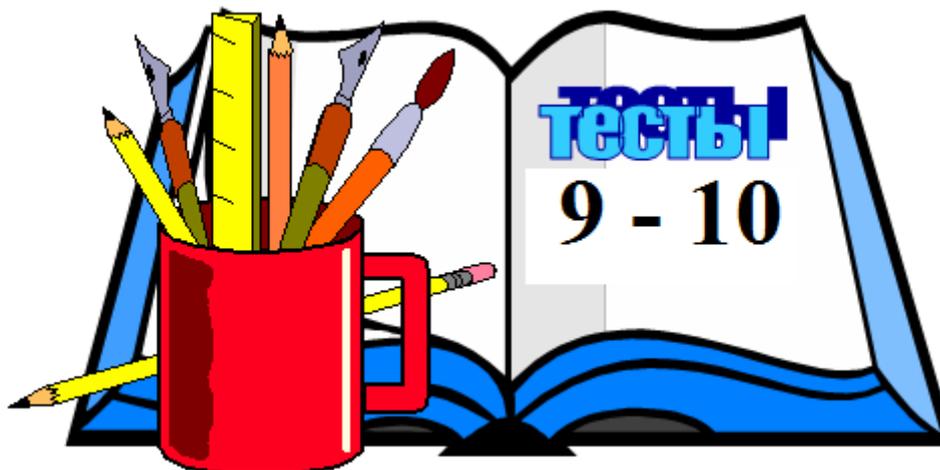


Донецкий государственный университет
Факультет математики и информационных технологий
Центр математического просвещения

Я.С. Бродский, А.Л. Павлов

ПОВТОРИМ МАТЕМАТИКУ

**Тесты для самостоятельной работы
и контроля знаний
обучающихся 9 – 10 классов**



Донецк 2024

УДК 519 11

ББК 22.1я 72

Б 881

Рекомендовано к изданию Ученым советом
факультета математики и информационных технологий
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»
(протокол № 5 от 21 января 2021 г.)

Бродский Я.С., Павлов А.Л. Повторим математику. 9-10 классы. Пособие для дополнительного изучения математики обучающимися 9-10 классов. – Донецк. – 75 с.

Пособие предназначается для повторения математики обучающимися 9-10 классов, изучающими математику дополнительно к школьному курсу. Оно соответствует программе дополнительного обучения математике «Реальная математика», утвержденной Ученым Советом ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет» (протокол №4 05.05.2017).

В пособии содержатся задания пяти уровней: базового, основного, продвинутого, повышенного и углубленного. Тесты базового, основного и продвинутого уровней предназначены для диагностики уровня математической подготовки обучающихся. Тесты повышенного и углубленного уровня можно использовать для более глубокой дифференциации уровня подготовки обучающихся. Они могут быть использованы для подготовки к школьным и районным олимпиадам и другим соревнованиям, предусматривающим высокий уровень математической подготовки.

Пособие состоит из двух частей. В первой части представлен материал для обучения. В этой части содержатся примерно равноценные варианты тестов каждого из уровней, указания к выполнению заданий каждого уровня, а также ответы. Вторая часть пособия содержит систему заданий для проверки владения обучающимися действиями и приёмами, представленными в первой части.

Пособие адресовано обучающимся заканчивающих обучение в 9 классе или начинающим в 10 классе. Оно может быть использовано учителями математики для диагностики математической подготовки обучающихся, организации самостоятельной работы как на уроках, так и во внеурочных формах обучения.

СОДЕРЖАНИЕ

Повторим математику	5
Зачем нужно повторять математику.....	5
Как можно повторить математику.....	5
Как организовать повторение	6
Тренажёр	7
Базовый уровень Вариант 1	7
Базовый уровень Вариант 2	10
Базовый уровень Вариант 3	13
Подсказки к заданиям тестов базового уровня	15
Основной уровень Вариант 1	21
Основной уровень Вариант 2	24
Основной уровень Вариант 3	27
Подсказки к заданиям тестов основного уровня.....	30
Продвинутый уровень Вариант 1	35
Продвинутый уровень Вариант 2	38
Продвинутый уровень Вариант 3	40
Подсказки к заданиям тестов продвинутого уровня	42
Повышенный уровень Вариант 1	46
Повышенный уровень Вариант 2	48
Повышенный уровень Вариант 3	50
Подсказки к заданиям тестов повышенного уровня.....	52
Углубленный уровень Вариант 1	55
Углубленный уровень Вариант 2	56
Углубленный уровень Вариант 3	57
Подсказки к заданиям тестов углублённого уровня.....	59
Ответы к тестам тренажёра	61
Вариант 1	61
Вариант 2	61
Вариант 3	61
Контрольное задание	62
Основное задание	63
Базовый уровень	63
Основной уровень	66
Продвинутый уровень	69
Дополнительное задание	71
Повышенный уровень	71
Углубленный уровень	73

Дорогой друг!

Настоящее пособие позволит тебе:

- выяснить прочность и глубину усвоения математики, изученной в начальной школе;
- повторить материал и систематизировать свои знания по математике;
- подготовиться к дальнейшему обучению математике и её применениям.

Пособие состоит из **тренажёра** и **контрольного задания**. Тренажёр предназначен для выявления пробелов в математической подготовке и их устранения. Контрольное задание предназначено для оценивания успешности повторения математики.

Задания для тренировки имеют пять уровней: базовый, основной, продвинутый, повышенный и углубленный. Это позволит тебе двигаться, как по ступенькам: сначала почувствовать, что твёрдо стоишь на первой ступеньке — хорошо владеешь базовым уровнем, — затем поднимаешься на вторую и так можно добраться до верхней ступеньки — углублённого уровня. Если же ты почувствуешь, что подъём для тебя на какую-то следующую ступеньку пока не под силу, остановись, подготовься к дальнейшему подъёму.

Хорошо потренировавшись хотя бы на первых двух уровнях, можно начинать выполнять контрольное задание, продолжая тренировки. Контрольное задание состоит из двух частей: основного и дополнительного заданий.

В заданиях для тренировки и контроля приведены варианты ответов, из которых только один правильный. Возможно, у тебя уже есть опыт работы с такими заданиями. Если нет, то ты его приобретёшь. Все необходимые разъяснения для выполнения заданий приведены далее.

Надеемся, что работа над пособием будет полезной и интересной.

Желаем успехов!

Повторим математику

Зачем нужно повторять математику

Всякие знания со временем забываются, а умения утрачиваются. Это касается и школьных знаний и умений. Приходится изученный ранее материал повторять и восстанавливать.

Особенно сложным, но в то же время важным, является повторение математики после летних каникул.

Почему важным? Потому что дальнейшее обучение математике постоянно использует результаты предыдущего обучения, оно базируется на предыдущем, как на фундаменте. А фундамент должен быть прочным, надёжным.

Почему сложным? Во-первых, потому, что на длительных каникулах изученный материал не использовался. А всё, что не используется, забывается очень быстро. Во-вторых, потому что нужно повторить изученное не за четверть и даже не за учебный год. Повторить нужно материал, изученный на протяжении всей учёбы в начальной школе. А если ещё были пробелы во время обучения, то сейчас на их месте образовались провалы. И их надо устранить.

Как можно повторить математику

Самый простой способ повторения состоит в листании учебника или справочника по математике. Простой, но бесполезный.

Настоящее повторение состоит в осознании того, что из знаний и умений осталось, а что устарело. А это можно проверить только что-то делая. Поэтому настоящее повторение предполагает выполнение разнообразных заданий, подобных тем, что выполнял ранее, но таких, что выявляют пробелы. Кроме того, необходимы анализ допущенных ошибок и их устранение.

Именно такое повторение предполагает настоящий учебный модуль. Он предусматривает:

- выполнение заданий разного уровня сложности, охватывающих главное содержание курса математики начальной школы;
- анализ результатов выполнения заданий и корректировку математической подготовки;
- установление уровня готовности к дальнейшему обучению математике.

В данном модуле выполнение заданий сводится к выбору правильного ответа из приведенных. Для повторения большого массива материала такие задания вполне пригодны. Среди заданий есть и очень сложные.

Пособие состоит из двух частей. Первая часть предназначена для тренировки. Поэтому она называется «Тренажёром». Вторая часть предназначена для проверки того, эффективны ли были тренировки. Поэтому она называется «контрольным заданием».

Как организовать повторение

Организация повторения состоит из организации тренировок и работы над контрольным заданием. Последовательность действий может быть следующей.

1. Надо сначала попробовать выполнить самостоятельно задания первого варианта теста базового уровня, содержащегося в тренажёре. Выбранные ответы записывайте на отдельном листочке.

Пользоваться учебником и калькулятором не рекомендуется. Желательно это сделать за 40 – 50 минут.

2. После завершения работы над первым вариантом теста необходимо сверить свои ответы с приведенными в пособии.

Нельзя обращаться к приведенным ответам, пока не получены самостоятельно ответы ко всем заданиям.

3. **Каждое задание, по которому ответ не совпал с приведенным, нужно тщательно проанализировать, пользуясь при необходимости приведенными в пособии указаниями.**

Такую работу полезно проделать со всеми заданиями теста. Наверное, некоторые ответы угаданы или «почувствованы».

4. Когда появится уверенность в том, что неясных вопросов не осталось, можно проверить надёжность своей уверенности с помощью второго варианта теста базового уровня.

Если до конца выполнены данные выше рекомендации, то результат при повторном тестировании будут значительно выше первоначальных.

5. Если уверенность подтвердилась при выполнении второго варианта теста, то можно подняться на ступеньку выше — перейти к работе над первым вариантом теста основного уровня. Методика работы над ним остаётся такой же.

6. Если же при выполнении второго варианта теста базового уровня осталось ощущение, что не всё усвоено, то нужно продолжать работу по исправлению ошибок, ещё раз выполнить задания второго варианта, записывая при этом все проделанные шаги. Дальнейшее движение по тренажёру проводится по той же схеме. Оно зависит от возможностей и от желаний.

Ни в коем случае не бросайте работу!

Постарайтесь пройти все этапы тренировок!

Завершив тренировку, приступайте к выполнению контрольного задания, размещённого в конце пособия.

Тренажёр

Базовый уровень

Вариант 1

1. Сравните числа $a = 2\sqrt{7}$ и $b = \sqrt{28}$.

А. $a > b$. Б. $a < b$. В. $a = b$. Г. Сравнить нельзя.

2. Какое приближение числа $\sqrt{59}$ точнее: 9 или 7?

А. 9. Б. Одинаково точны. В. 7. Г. Определить нельзя.

3. Вычислите $1,8 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^4$.

А. 7,2. Б. 720. В. 62. Г. 72.

4. Вычислите значение выражения $\frac{a^3}{4}$ при $a = 2\sqrt{5}$.

А. $2\sqrt{5}$. Б. $10\sqrt{5}$. В. $5\sqrt{5}$. Г. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

5. Сократите дробь $\frac{a-5}{a^2-25}$.

А. $a-5$. Б. $\frac{1}{a-5}$. В. $a+5$. Г. $\frac{1}{a+5}$.

6. Упростите выражение: $\left(\frac{a+b}{3} : \frac{9}{a-b}\right) \cdot \frac{27a}{a+b}$.

А. $a \cdot (a-b)$. Б. $\frac{a}{a-b}$. В. $\frac{27}{a-b}$. Г. $81a \cdot (a-b)$.

7. Найдите нули функции $y = \frac{x-1}{x+2}$.

А. -1 и 2. Б. 1 и 2. В. 1 и -2. Г. 1.

8. Из формулы $s = \frac{at^2}{2}$ выразите зависимость времени $t > 0$ от пути s и ускорения a .

А. $t = \sqrt{\frac{a}{2s}}$. Б. $t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$. В. $t = \sqrt{2sa}$. Г. $t = -\sqrt{\frac{2s}{a}}$.

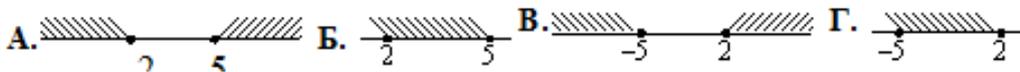
9. Сколько корней имеет уравнение $2x^2 - 4x + 1 = 0$?

А. 0. Б. 1. В. 2. Г. Определить нельзя.

10. Укажите область определения функции $y = \sqrt{x-3}$.

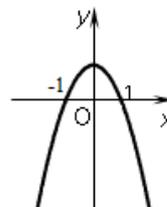
- А. $[-3; 3]$ Б. $(-\infty; -3]$. В. $(-\infty; 3]$. Г. $[3; +\infty)$.

11. На каком из рисунков изображено множество решений неравенства $(x-2)(x+5) \geq 0$?



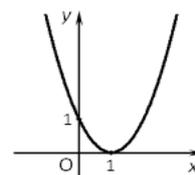
12. На рисунке изображен график функции ...

- А. $y = x^2 + 1$. Б. $y = (x+1)^2$.
В. $y = (1-x)^2$. Г. $y = -x^2 + 1$.



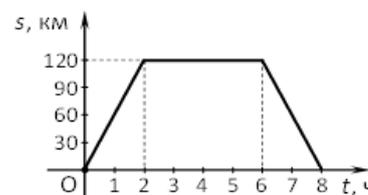
13. На рисунке изображен график функции $y = (x-1)^2$. Укажите все значения x , при которых функция убывает.

- А. $[0; 1]$. Б. $(-\infty; 1]$. В. $(-\infty; +\infty)$. Г. $[0; +\infty)$.



14. График прямолинейного движения машины в некоторый город и обратно представлен на рисунке, где s — расстояние от гаража. С какой скоростью ехал автомобиль туда и с какой обратно?

- А. 120 и 120 км/ч. Б. 60 и 80 км/ч.
В. 60 и 60 км/ч. Г. 80 и 80 км/ч.



15. Расстояние между двумя пунктами 50 км. Два велосипедиста выехали навстречу друг другу из этих пунктов со скоростями 11 и 14 км/ч. Через сколько времени они встретятся?

- А. Через 1 час. Б. Через 2 часа. В. Через 3 часа. Г. Через 2,5 часа.

16. После снижения цен на 10% цена товара стала равняться 180 грн. Какова первоначальная цена этого товара?

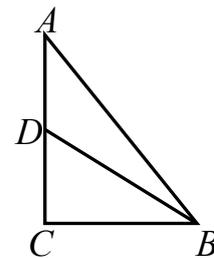
- А. 190 грн. Б. 210 грн. В. 200 грн. Г. 198 грн.

17. В треугольнике ABC $BC = 16$, $AC = 11$, $AB = 13$. Какой угол в этом треугольнике наименьший?

- А. $\angle A$. Б. $\angle B$. В. $\angle C$. Г. Определить нельзя.

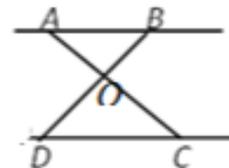
18. Площадь треугольника ABD равна площади треугольника BDC . Сравните длины отрезков AD и DC .

- А. $AD = DC$. Б. $AD > DC$.
В. $AD < DC$. Г. Сравнить нельзя.



19. Прямые AB и CD параллельны. Отрезки AC и BD пересекаются в точке O . Длины отрезков AB и CD соответственно равны 4 и 6 см. Отношение $AO:OC$ равно ...

- А. 3:2. Б. 1:2. В. 1:3. Г. 2:3.



20. Точка внутри прямого угла одинаково удалена от сторон угла. Ее расстояние от вершины угла равно $5\sqrt{2}$ см. Расстояние от точки до сторон угла равно...

- А. 10 см. Б. 5 см. В. $10\sqrt{2}$ см. Г. $5\sqrt{2}$ см.

21. Башня высотой 60 м видна из некоторой точки на местности под углом 30° . Расстояние от этой точки до основания башни примерно равно ... (выберите наиболее точный вариант)

- А. 30 м. Б. 35 м. В. 102 м. Г. 51 м.

22. Найдите радиус окружности, если точки $(5; 7)$ и $(2; 3)$ являются концами одного из ее диаметров.

- А. 5. Б. 2,5. В. $\sqrt{29}$. Г. 10.

23. Концы двух диаметров окружности последовательно соединены. Полученный четырехугольник является ...

- А. квадратом. Б. ромбом. В. прямоугольником. Г. трапецией.

24. Как изменится площадь прямоугольника, если одну сторону увеличить вдвое, а другую — уменьшить вдвое?

- А. Увеличится в 2 раза. Б. Уменьшится в 2 раза.

- В. Увеличится в 1,5 раза. Г. Не изменится.

25. В круге проведена хорда длиной 8 см, удаленная от центра на 3 см. Диаметр круга равен ...

- А. 5 см. Б. 12 см. В. 10 см. Г. величине, отличной от приведенных.

1. Сравните числа $a = 5\sqrt{2}$ и $b = \sqrt{45}$.
 А. $a > b$. Б. $a < b$. В. $a = b$. Г. Сравнить нельзя.
2. Какое приближение числа $\sqrt{73}$ точнее: 7 или 9?
 А. 7. Б. Одинаково точны. В. 9. Г. Определить нельзя.
3. Вычислите $2,3 \cdot 10^{-2} \cdot 3 \cdot 10^4$.
 А. 460. Б. 6900. В. 690. Г. 69.
4. Вычислите значение выражения $\frac{x^3}{8}$ при $x = 2\sqrt{2}$.
 А. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$. Б. $\sqrt{2}$. В. $4\sqrt{2}$. Г. $2\sqrt{2}$.
5. Сократите дробь $\frac{a+2}{a^2-4}$.
 А. $\frac{1}{a+2}$. Б. $\frac{1}{a-2}$. В. $a-2$. Г. $\frac{1}{2-a}$.
6. Упростите выражение $\frac{3x-6y}{x^2} : \frac{x-2y}{x}$.
 А. $\frac{3(x-2y)^2}{x^3}$. Б. $\frac{3}{x-2y}$. В. $3x$. Г. $\frac{3}{x}$.
7. Найдите нули функции $y = (x+3)(x-8)$.
 А. -3 и 8. Б. -3 и -8. В. 3 и -8. Г. 3 и 8.
8. Из формулы $E = \frac{mv^2}{2}$ выразите зависимость скорости $v > 0$ от энергии E и массы m .
 А. $v = \sqrt{\frac{m}{2E}}$. Б. $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$. В. $v = \sqrt{2Em}$. Г. $v = \pm \sqrt{\frac{2E}{m}}$.
9. Сколько корней имеет уравнение $4x^2 + 2x - 7 = 0$?
 А. 0. Б. 1. В. 2. Г. Определить нельзя.
10. Укажите область определения функции $y = \sqrt{x+6}$.
 А. $(-\infty; 6]$. Б. $(-\infty; -6]$. В. $[-6; +\infty)$. Г. $[6; +\infty)$.

11. На каком из рисунков изображено множество решений системы неравенств

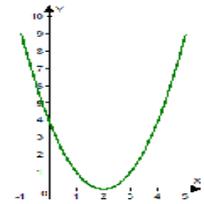
$$\begin{cases} x - 2 > 0, \\ 5 - x > 0 \end{cases} ?$$



12. На рисунке изображен график функции...

А. $y = x^2 - 2$. Б. $y = (x + 2)^2$.

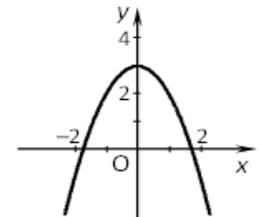
В. $y = x^2 + 2$. Г. $y = (x - 2)^2$.



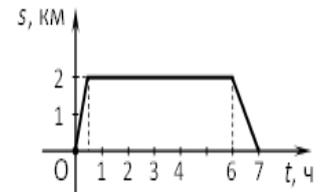
13. На рисунке изображен график функции $y = 3 - x^2$. Укажите все значения x , при которых функция убывает.

А. $[0; +\infty)$. Б. $(-\infty; 3]$.

В. $(-\infty; 0]$. Г. $[3; +\infty)$.



14. График прямолинейного движения ученика в школу и обратно представлен на рисунке, где s — расстояние от дома. С какой скоростью он шел в школу и с какой обратно?



А. 2 и 2 км/ч. Б. 2 и 4 км/ч. В. 1 и 6 км/ч. Г. 4 и 2 км/ч.

15. Два пешехода вышли одновременно из одного пункта в противоположных направлениях со скоростями 5 и 6 км/ч. На каком расстоянии друг от друга они будут через 1,5 часа?

А. 22 км. Б. 20 км. В. 16,5 км. Г. 11 км.

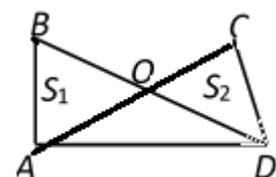
16. После снижения цен на 20% цена товара стала равняться 60 грн. Чему равнялась первоначальная цена этого товара?

А. 75 грн. Б. 80 грн. В. 90 грн. Г. 85 грн.

17. В треугольнике ABC $\angle A$ тупой. Какая сторона треугольника наибольшая?

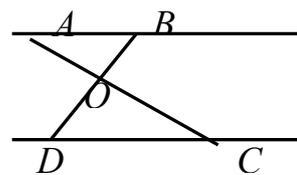
А. AB . Б. BC . В. AC . Г. Определить нельзя.

18. Площадь $\triangle ABD$ на рисунке больше площади $\triangle ACD$. Сравните площади треугольников ABO и OCD , равные S_1 и S_2 соответственно.



А. $S_1 > S_2$. Б. $S_1 < S_2$. В. $S_1 = S_2$. Г. Сравнить нельзя.

19. Прямые AB и CD параллельны. Отрезки AC и BD пересекаются в точке O , которая делит отрезок AC в отношении $1:2$, считая от точки A . Найдите длину отрезка AB , если $CD = 6$ см.



А. 3 см. Б. 12 см. В. 2 см. Г. 4 см.

20. Диагональ квадрата равна $5\sqrt{2}$. Найдите сторону квадрата.

А. 20. Б. 5. В. 10. Г. 2.

21. Основание башни высотой 70 м удалено от некоторой точки на местности на $70\sqrt{3}$ м. Под каким углом видна башня из этой точки?

А. 60° . Б. 45° . В. 30° . Г. Ответ отличен от приведенных.

22. Точки $A(3; -1)$ и $C(-1; 2)$ являются противоположными вершинами квадрата. Диаметр окружности, описанной около этого квадрата, равен ...

А. 5. Б. $\sqrt{5}$. В. 2,5. Г. величине, отличной от приведенных.

23. Два неравных отрезка перпендикулярны и точкой пересечения делятся пополам. Их концы последовательно соединены. Полученный четырехугольник является ...

А. квадратом. Б. прямоугольником. В. ромбом. Г. трапецией.

24. Как изменится площадь трапеции, если ее стороны увеличить вдвое, а углы оставить неизменными?

А. Увеличится в 2 раза. Б. Увеличится в 4 раза.

В. Увеличится в 6 раз. Г. Увеличится в 8 раз.

25. В круге радиуса 5 см проведена хорда длиной 8 см. Расстояние от центра круга до хорды равно ...

А. 5 см. Б. 4 см. В. 3 см. Г. величине, отличной от приведенных.

Базовый уровень**Вариант 3**

1. Сравните числа $a = 2\sqrt{7}$ и $b = \sqrt{30}$.

А. $a > b$.

Б. $a < b$.

В. $a = b$.

Г. Сравнить нельзя.

2. Какое приближение числа $\sqrt{40}$ точнее: 6 или 8?

А. 6.

Б. Одинаково точны.

В. 8.

Г. Определить нельзя.

3. Вычислите $1,6 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^5$.

А. 80.

Б. 8 000.

В. 800.

Г. 700.

4. Вычислите значение выражения $\frac{a^3}{6}$ при $a = 2\sqrt{3}$.

А. $2\sqrt{3}$.

Б. $4\sqrt{3}$.

В. $8\sqrt{3}$.

Г. $\frac{4}{3}\sqrt{3}$.

5. Сократите дробь $\frac{a^2 - 4}{a + 2}$.

А. $a + 2$.

Б. $2 - a$.

В. $a - 2$.

Г. $\frac{1}{a - 2}$.

6. Упростите выражение: $\left(\frac{x+y}{y} \cdot \frac{y}{x-y}\right) \cdot \frac{x-y}{x}$.

А. $\frac{x-y}{x}$.

Б. $\frac{(x+y)(x-y)^2}{y^2x}$.

В. $\frac{(x+y)x}{(x-y)^2}$.

Г. $\frac{x+y}{x}$.

7. Найдите нули функции $y = \frac{2-x}{x+3}$.

А. 2 и -3.

Б. 2.

В. -2 и 3.

Г. -2.

8. Из формулы площади круга $S = \pi R^2$ выразите зависимость радиуса R через площадь S .

А. $R = \sqrt{\frac{\pi}{S}}$.

Б. $R = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$.

В. $R = \sqrt{S\pi}$.

Г. $R = \left(\frac{S}{\pi}\right)^2$.

9. Сколько корней имеет уравнение $3x^2 - 2x + 5 = 0$?

А. 0.

Б. 1.

В. 2.

Г. Определить нельзя.

10. Укажите область определения функции $y = \sqrt{9+x}$.

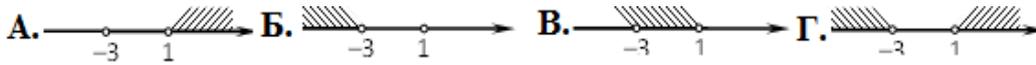
А. $[9; +\infty)$.

Б. $[-9; +\infty)$.

В. $(-\infty; -9]$.

Г. $(-\infty; 9)$.

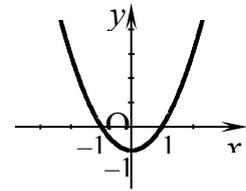
11. На каком из рисунков изображено множество решений неравенства: $(x - 1)(x + 3) > 0$?



12. На рисунке изображен график функции ...

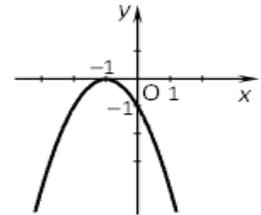
А. $y = x^2 + 1$. Б. $y = (x - 1)^2$.

В. $y = x^2 - 1$. Г. $y = (x + 1)^2$.

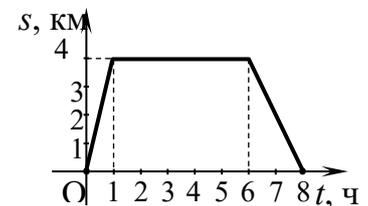


13. На рисунке изображен график функции $y = -(x + 1)^2$. Укажите все значения x , при которых функция убывает.

А. $(-\infty; -1]$. Б. $(-\infty; +\infty)$. В. $[-1; 0]$. Г. $[-1; +\infty)$.



14. График прямолинейного движения ученика в школу и обратно представлен на рисунке, где s — расстояние от дома. С какой скоростью он шел в школу и с какой — обратно?



А. 2 и 4 км/ч. Б. 4 и 2 км/ч. В. 1 и 2 км/ч. Г. 2 и 1 км/ч.

15. Расстояние между двумя пунктами 60 км. Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу из этих пунктов со скоростями 12 и 18 км/ч. Они встретятся через ...

А. 1 ч. Б. 3 ч. В. 2 ч. Г. 4 ч.

16. После снижения зарплаты рабочего на 10% она стала равняться 405 грн. Какова прежняя зарплата рабочего?

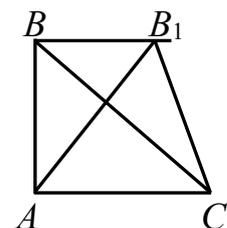
А. 445,5 грн. Б. 460 грн. В. 415 грн. Г. 450 грн.

17. В треугольнике ABC угол C равен 108° . Какая сторона треугольника наибольшая?

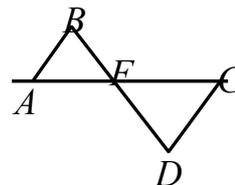
А. AB . Б. BC . В. AC . Г. Определить нельзя.

18. На рисунке $BB_1 \parallel AC$. Сравните площади треугольников ABC и AB_1C , равные S и S_1 соответственно.

А. $S < S_1$. Б. $S = S_1$. В. $S > S_1$. Г. Сравнить нельзя.



19. На рисунке $AB \parallel CD$, $\frac{AB}{CD} = \frac{1}{3}$, $FD = 6$ см. Чему равен отрезок BD ?



- А. 2 см. Б. 8 см. В. 10 см. Г. 9 см.

20. Точка внутри прямого угла удалена от его сторон на расстояния 4 и 3 см. Найдите расстояние от данной точки до вершины угла.

- А. 25 см. Б. 7 см. В. 3,5 см. Г. 5 см.

21. Длина тени дерева равна 15 м. Лучи Солнца образуют с поверхностью Земли угол 30° . Высота дерева примерно равна (выберите наиболее точный вариант) ...

- А. 6 м. Б. 13 м. В. 9 м. Г. 25,5 м.

22. Точки $A(2; 3)$ и $B(6; 6)$ являются концами гипотенузы прямоугольного треугольника. Чему равен радиус окружности, описанной около треугольника?

- А. 5. Б. 3,5. В. 2,5. Г. Определить нельзя.

23. Два неравных отрезка пересекаются и точкой пересечения делятся пополам. Их концы последовательно соединены. Полученный четырехугольник - ...

- А. прямоугольник. Б. трапеция. В. ромб. Г. параллелограмм.

24. Как изменится площадь треугольника, если одну сторону увеличить вдвое, а высоту, проведенную к этой стороне — уменьшить вдвое?

- А. Увеличится в 2 раза. Б. Уменьшится в 2 раза.

- В. Увеличится в 1,5 раза. Г. Не изменится.

25. Расстояние от центра круга до хорды равно 3 см, а его радиус — 5 см. Длина хорды равна...

- А. 4 см. Б. 8 см. В. 10 см. Г. величине, отличной от приведенных.

Подсказки к заданиям тестов базового уровня

1. Сравните квадраты чисел a и b и воспользуйтесь тем, что функция $y = \sqrt{x}$ возрастающая.

2. Найдите два последовательных натуральных числа, между которыми находится заданный квадратный корень. То из этих чисел, которое совпадает с од-

ним из указанных в задании натуральных чисел и будет более точным значением квадратного корня. Другое указанное в задании натуральное число значительно больше или значительно меньше квадратного корня.

3. Вначале перемножьте степени числа 10, входящие в заданное выражение, воспользовавшись свойством произведения степеней:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}.$$

Далее найдите произведение остальных сомножителей, и, наконец, полученное произведение умножьте на полученную степень числа 10, воспользовавшись правилами умножения и деления десятичной дроби на 10, 100, 1000, ...

Чтобы умножить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и т. д., нужно перенести запятую в ней вправо на одну, две, три и т. д. цифры.

Чтобы разделить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и т. д. (то есть умножить её на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д.), нужно перенести запятую в ней влево на одну, две, три и т. д. цифры.

4. Для нахождения значения числителя данного выражения воспользуйтесь свойством степени произведения:

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n.$$

Для возведения \sqrt{a} в натуральную степень воспользуйтесь определением квадратного корня, определением степени с натуральным показателем, сочетательным свойством умножения:

$$\begin{aligned} (\sqrt{a})^2 &= a; (\sqrt{a})^3 = (\sqrt{a})^2 \cdot \sqrt{a} = a\sqrt{a}; (\sqrt{000a})^4 = (\sqrt{a})^3 \cdot \sqrt{a} = a\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = \\ &= a \cdot (\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}) = a \cdot a = a^2 \end{aligned} \quad \text{и т. д.}$$

5. Воспользуйтесь тем, что разность квадратов двух выражений равна произведению разности этих выражений на их сумму:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

6. Примените правила умножения и деления алгебраических дробей.

Чтобы умножить дробь на дробь, нужно перемножить их числители и их знаменатели и первое произведение записать в числителе дроби, а второе — в знаменателе:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

Деление дробей сводится к умножению на дробь, обратную делителю:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}.$$

Не забудьте сократить полученную дробь.

7. Воспользуйтесь определением нуля функции.

Значение аргумента, при котором значение функции равно нулю, называют нулём функции.

Обратите внимание на то, что уравнение вида $\frac{f(x)}{g(x)} = 0$ равносильно си-

стеме $\begin{cases} f(x) = 0, \\ g(x) \neq 0, \end{cases}$ то есть корнями уравнения $\frac{f(x)}{g(x)} = 0$ являются те значения x ,

при которых $f(x) = 0$, а $g(x) \neq 0$. Корнями уравнения $f(x)g(x) = 0$ являются те значения x , при которых $f(x) = 0$ и $g(x)$ имеет смысл или $g(x) = 0$ и $f(x)$ имеет смысл.

8. В первую очередь выразите через указанные переменные квадрат той переменной, которую предлагается выразить. Для этого можно воспользоваться правилом нахождения неизвестного сомножителя.

Неизвестный сомножитель равен частному от деления произведения на известный сомножитель.

Далее нужно решить уравнение вида $x^2 = a$ относительно неотрицательного значения x . Неотрицательный корень этого уравнения равен арифметическому значению квадратного корня из числа a .

9. Для нахождения количества корней квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ нужно вычислить его дискриминант $D = b^2 - 4ac$ и воспользоваться следующим критерием: **если $D < 0$, то корней нет; если $D = 0$, то 1 корень; если $D > 0$, то 2 корня.**

10. Воспользуйтесь определением области определения функции.

Все значения, которые может принимать аргумент, образуют область определения функции.

Воспользуйтесь тем, что область определения функции $y = \sqrt{f(x)}$ образуют решения неравенства $f(x) \geq 0$. В задании функция $f(x)$ является линейной. Неравенство имеет простейший вид.

11. Можно воспользоваться геометрической интерпретацией неравенства — найти все значения x , при которых парабола $y = (x - 2)(x + 5)$ находится выше или ниже оси абсцисс. Для этого нужно найти нули соответствующей функции, по знаку коэффициента a при x^2 установить направление ветвей параболы: при $a > 0$ ветви направлены вверх, при $a < 0$ — вниз.

Можно воспользоваться тем, что произведение двух выражений положительно (отрицательно) тогда, когда оба выражения имеют один и тот же знак (эти выражения имеют противоположные знаки).

Фактически решение указанных неравенств сводится к решению систем линейных неравенств. Для выполнения задания нужно графически изобразить множество решений каждого неравенства системы и найти их общую часть (пересечение).

12. Правильный ответ можно выбрать, пользуясь характерными точками графика. Можно воспользоваться правилами сдвига графика функции $y = x^2$ вдоль осей координат.

График функции $y = x^2 + c$ получается из параболы $y = x^2$ сдвигом вдоль оси y на c единиц вверх, если $c > 0$, или на $|c|$ единиц вниз, если $c < 0$. При этом вершина параболы окажется в точке $(0; c)$.

График функции $y = (x + p)^2$ получается из параболы $y = x^2$ сдвигом вдоль оси x на p единиц влево, если $p > 0$, или на $|p|$ вправо, если $p < 0$. При этом вершина параболы окажется в точке $(-p; 0)$.

Сначала нужно увидеть преобразования, с помощью которых данный график получен из графика функции $y = x^2$, а затем выразить их в формулах.

13. Воспользуйтесь следующим критерием установления промежутков возрастания и убывания функции по её графику.

Если на некотором промежутке график функции опускается «вниз», то на этом промежутке функция убывает.

Если на некотором промежутке график функции поднимается «вверх», то на этом промежутке функция возрастает.

Обратите внимание на то, что нужно указать наибольший промежуток, на котором функция убывает.

14. Воспользуйтесь тем, что рассматриваемое движение машины туда и обратно было равномерным (это видно на графике!). По графику можно найти преодолённое расстояние и затраченное время.

Для нахождения скорости движения воспользуйтесь тем, что **при прямолинейном равномерном движении расстояние s равно произведению скорости v на время t : $s = vt$.**

15. Воспользуйтесь тем, что при движении двух тел в противоположных направлениях скорость их сближения или удаления равна сумме скоростей их движения, а также тем, что **при прямолинейном равномерном движении преодолённое расстояние s равно произведению скорости движения v на затраченное время t : $s = vt$.**

16. Предварительно следует установить, сколько процентов от первоначального значения величины составляет её изменённое значение. Далее нужно воспользоваться правилом нахождения числа по его проценту.

Если число b составляет p процентов от искомого числа a , то, чтобы найти число a , нужно число b разделить на p и умножить на 100.

17. Воспользуйтесь тем, что в треугольнике против большей стороны лежит больший угол, а против большего угла лежит большая сторона.

18. Воспользуйтесь тем, что площадь треугольника равна половине произведения длины его стороны на длину высоты, проведенной на эту сторону.

19. Установите подобие треугольников на основании признака подобия треугольников и воспользуйтесь пропорциональностью соответственных сторон подобных треугольников.

Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то эти треугольники подобны.

20. Воспользуйтесь теоремой Пифагора.

Квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

21. Воспользуйтесь тригонометрическими функциями острого угла прямоугольного треугольника (см. рис.).

$$\sin A = \frac{a}{c}, \cos A = \frac{b}{c}, \operatorname{tg} A = \frac{a}{b}.$$

22. Воспользуйтесь формулой для вычисления расстояния d между двумя точками $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$, заданными своими координатами:

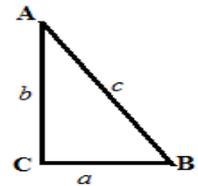
$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

При необходимости используйте следующие утверждения.

Центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, совпадает с серединой его гипотенузы.

Центр окружности, описанной около прямоугольника, совпадает с точкой пересечения его диагоналей.

23. Воспользуйтесь признаками параллелограмма или его видов.



Если в четырёхугольнике диагонали точкой пересечения делятся пополам, то этот четырёхугольник — параллелограмм.

Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм — прямоугольник.

Если в параллелограмме диагонали перпендикулярны, то этот параллелограмм — ромб.

24. Воспользуйтесь формулой для вычисления площади фигуры, указанной в задании.

Площадь прямоугольника равна произведению длин его смежных сторон.

Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения длин его катетов.

Площадь произвольного треугольника равна половине произведения его стороны на длину высоты, проведенной к этой стороне.

Площадь ромба равна половине произведения длин его диагоналей.

Площадь трапеции равна произведению полусуммы длин её оснований на длину её высоты.

25. Воспользуйтесь теоремой Пифагора.

Квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

При необходимости используйте следующие утверждения.

Диаметр окружности, проходящий через середину её хорды, перпендикулярен этой хорде.

Диаметр окружности, перпендикулярный её хорде, делит эту хорду пополам.

Радиус окружности, проведенный в точку касания, перпендикулярен касательной.

Основной уровень

Вариант 1

1. Сравните числа $a = 1 + \sqrt{3}$ и $b = 2,7$.

А. $a = b$. Б. $a > b$. В. $a < b$. Г. $a \leq b$.

2. В каких границах заключено число $a = 1,6 \pm 0,4$?

А. $1,56 \leq a \leq 1,64$. Б. $1,6 \leq a \leq 2,0$. В. $1,2 \leq a \leq 2,0$. Г. $1,2 \leq a \leq 1,64$.

3. Если $2x + 1 = 0$, то выражение $-2(x+1)\left(x + \frac{1}{2}\right)$ равно...

А. 3. Б. 1. В. $-\frac{1}{2}$. Г. 0.

4. Найдите значение выражения $\frac{7 - b^2}{b + \sqrt{7}}$ при $b = \sqrt{28}$.

А. $\sqrt{7}$. Б. $-\sqrt{7}$. В. $-3\sqrt{7}$. Г. $\frac{\sqrt{7}}{3}$.

5. Если $4a - 9 = 0$, то \sqrt{a} равен...

А. $\frac{9}{4}$. Б. $\frac{4}{9}$. В. $1\frac{1}{2}$. Г. $\frac{2}{3}$.

6. Упростите выражение $\frac{3(x-2) - (4-x^2)}{x-2}$.

А. $5 - x$. Б. $x + 5$. В. $x + 1$. Г. $-1 + x$.

7. Решите уравнение $\frac{x^2}{x-1} = \frac{1}{x-1}$.

А. ± 1 . Б. 1 . В. -1 . Г. 0 .

8. Из формулы $h = \frac{v^2}{2g}$, выражающей зависимость высоты подъёма h от скорости v и ускорения силы тяжести g , выразите v через остальные переменные.

А. $v = \sqrt{\frac{2g}{h}}$. Б. $v = \sqrt{\frac{h}{2g}}$. В. $v = 2gh$. Г. $v = \sqrt{2gh}$.

9. Решите уравнение $(x + 2)^3 - 6(x + 2)^2 = 0$.

А. -2 . Б. -2 и 4 . В. 4 . Г. -2 и 8 .

10. Укажите область определения функции $y = \sqrt{\frac{x-1}{x^2+1}}$.

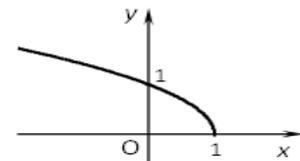
А. $[-1; +\infty)$. Б. $(-\infty; -1]$. В. $(-\infty; 1]$. Г. $[1; +\infty)$.

11. Решите неравенство: $\frac{1}{x} < 2$.

А. $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. Б. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. В. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. Г. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

12. На рисунке изображен график функции ...

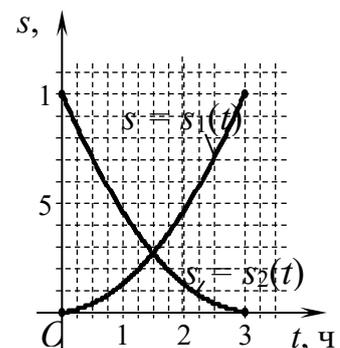
А. $y = \sqrt{x+1}$. Б. $y = \sqrt{x-1}$.
В. $y = \sqrt{1-x}$. Г. $y = \sqrt{-1-x}$.



13. Укажите все значения x , при которых функция $y = (x - 2)^2 + 1$ убывает.

А. $(-\infty; -2]$. Б. $[-2; +\infty)$. В. $[2; +\infty)$. Г. $(-\infty; 2]$.

14. На рисунке изображены графики законов прямолинейного движения двух пешеходов навстречу друг другу по шоссе, соединяющему пункты A и B , расстояние между которыми 10 км. $s_1(t)$, $s_2(t)$ — расстояния от A до первого, второго пешехода соответственно. Сколько времени второй пешеход был ближе к A , чем первый?



А. $1,5$ ч. Б. $2,5$ ч. В. 2 ч. Г. 3 ч.

15. Число коров на одной молочной ферме на 10% меньше, чем на другой, но средний удой каждой коровы на 10% выше. На какой ферме меньше получат молока и на сколько процентов?

А. На второй, на 1%. Б. На первой, на 1%. В. Одинаково. Г. На первой, на 5%.

16. Сколько положительных членов содержится в арифметической прогрессии 112, 110...?

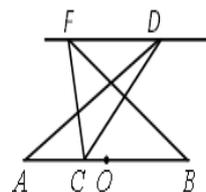
А. 58. Б. 57. В. 56. Г. 55.

17. Наибольшее и наименьшее расстояния от точки внутри круга до точек окружности, ограничивающей его, равны 10 и 4 см. Радиус круга равен...

А. 3 см. Б. 7 см. В. 14 см. Г. 6 см.

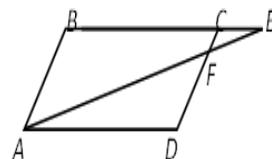
18. Точка O — середина отрезка AB , $FD \parallel AB$. Сравните площади треугольников ADC и FCB , равные S и S_1 соответственно.

А. $S < S_1$. Б. $S = S_1$. В. $S > S_1$. Г. Сравнить нельзя.



19. На рисунке $ABCD$ — параллелограмм, $AD = 12$ см, $CE = 4$ см. Отношение площадей треугольников ABE и CFE равно ...

А. 4:1. Б. 8:1. В. 64:1. Г. 16:1.



20. В прямоугольной трапеции основания равны 10 и 6 см, а большая боковая сторона равна 5 см. Площадь трапеции равна ...

А. 48 см^2 . Б. 24 см^2 . В. 12 см^2 . Г. 36 см^2 .

21. Сколько осей симметрии имеет равносторонний треугольник?

А. 1. Б. 2. В. 3. Г. 4.

22. Точка A расположена во II четверти на расстоянии 2 от оси x и на расстоянии $\sqrt{5}$ от начала координат. Какие координаты имеет точка, расположенная симметрично данной относительно оси y ?

А. (2; 1). Б. (1; 2). В. (-1; -2). Г. (-2; -1).

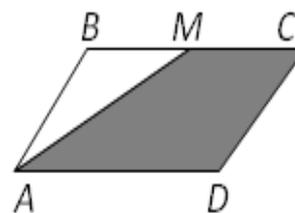
23. Если отрезками соединить последовательно середины сторон равнобокой трапеции, то получится...

А. прямоугольник. Б. равнобокая трапеция.
В. ромб. Г. квадрат.

24. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна S , $MB = MC$.

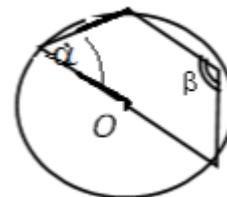
Чему равна площадь закрашенной фигуры?

- А. $\frac{2}{3}S$. Б. $\frac{3}{4}S$. В. $\frac{7}{8}S$. Г. $\frac{5}{6}S$.



25. Какое равенство верно (см. рис.)?

- А. $\alpha + \beta = 180^\circ$. Б. $\beta - \alpha = 90^\circ$.
 В. $\alpha + \beta = 360^\circ$. Г. $\beta = 2\alpha$.



Основной уровень

Вариант 2

1. Сравните числа $a = \sqrt{5} - 1$ и $b = 1,2$.

- А. $a < b$. Б. $a = b$. В. $a > b$. Г. $a \leq b$.

2. В каких границах заключено число $a = 2,8 \pm 0,3$?

- А. $2,5 \leq a \leq 3,1$. Б. $2,8 \leq a \leq 3,1$. В. $2,77 \leq a \leq 3,1$. Г. $2,5 \leq a \leq 2,8$.

3. Если $3x - 1 = 0$, то выражение $-3(x+2)\left(x - \frac{1}{3}\right)$ равно ...

- А. $\frac{10}{3}$. Б. 0. В. $-\frac{10}{3}$. Г. $\frac{14}{3}$.

4. Найдите значение выражения $\frac{5-x^2}{x-\sqrt{5}}$ при $x = \sqrt{20}$.

- А. $3\sqrt{5}$. Б. $-\sqrt{5}$. В. $-3\sqrt{5}$. Г. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

5. Если $9\sqrt{a} - 4 = 0$, то a равно ...

- А. $\frac{16}{81}$. Б. $\frac{9}{4}$. В. $\frac{2}{3}$. Г. $\frac{3}{2}$.

6. Упростите выражение $\frac{2(x-1)+(1-x^2)}{1-x}$.

- А. $1-x$. Б. $x+1$. В. $x-1$. Г. $-x-1$.

7. Решите уравнение $\frac{4x^2}{2x+1} = \frac{1}{2x+1}$.

А. $\pm \frac{1}{2}$.

Б. $-\frac{1}{2}$.

В. 0.

Г. $\frac{1}{2}$.

8. Из формулы центростремительной силы $F = \frac{mv^2}{R}$ выразите скорость v через остальные переменные.

А. $v = \sqrt{\frac{FR}{m}}$. Б. $v = \sqrt{\frac{m}{FR}}$. В. $v = \sqrt{FRm}$. Г. $v = \sqrt{\frac{Fm}{R}}$.

9. Решите уравнение $(x - 1)^3 - 3(x - 1)^2 = 0$.

А. 1.

Б. 4.

В. 1 и 4.

Г. 1 и 2.

10. Укажите область определения функции $y = \sqrt{\frac{x^2 + 4}{2 - x}}$.

А. $(2; +\infty)$.

Б. $(-\infty; 2)$.

В. $(-2; +\infty)$.

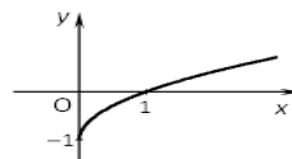
Г. $(-\infty; -2)$.

11. Решите неравенство $\frac{1}{x} > 1$.

А. $(-\infty; 1)$. Б. $(1; +\infty)$. В. $(0; 1)$ Г. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

12. На рисунке изображен график функции...

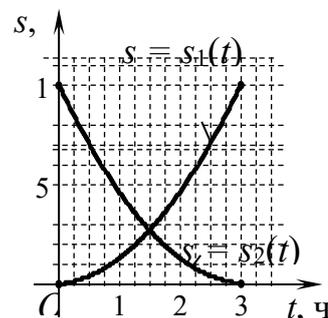
А. $y = \sqrt{x+1}$. Б. $y = \sqrt{x-1}$. В. $y = \sqrt{x} + 1$. Г. $y = \sqrt{x} - 1$.



13. Укажите все значения x , при которых функция $y = -(x + 1)^2 + 3$ убывает.

А. $[-1; +\infty)$. Б. $(-\infty; -1]$. В. $[1; +\infty)$. Г. $(-\infty; 1]$.

14. На рисунке изображены графики законов прямолинейного движения двух пешеходов навстречу друг другу по шоссе, соединяющему пункты A и B , расстояние между которыми 10 км. $s_1(t)$, $s_2(t)$ — расстояния от A до первого, второго пешехода соответственно. Сколько времени второй пешеход был дальше от A , чем первый?



А. 2 ч. Б. 2,5 ч. В. 3 ч. Г. 1,5 ч.

15. В одной строительной фирме число рабочих на 20% меньше, чем в другой, а производительность труда на 20% выше. На какой фирме меньший объем строительных работ и на сколько процентов?

А. На первой, 10%. Б. На первой, 4%.

В. На второй, 10%. **Г.** На второй, 4%.

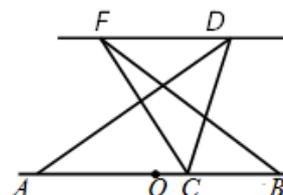
16. Сколько отрицательных членов содержится в арифметической прогрессии $-55, -52 \dots$?

А. 17. **Б.** 18. **В.** 20. **Г.** 19.

17. Наибольшее и наименьшее расстояния от точки вне круга до ограничивающей его окружности, равны 8 см и 2 см. Радиус круга равен ...

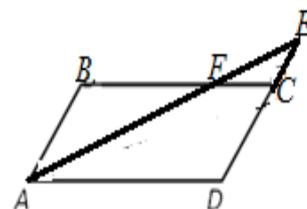
А. 3 см. **Б.** 6 см. **В.** 10 см. **Г.** 5 см.

18. Точка O — середина отрезка AB , $FD \parallel AB$. Сравните площади треугольников ADC и FCB , равные S и S_1 соответственно.



А. $S < S_1$. **Б.** $S > S_1$. **В.** $S = S_1$. **Г.** Сравнить нельзя.

19. На рисунке четырёхугольник $ABCD$ — параллелограмм, $AB = 8$ см, $CE = 2$ см. Отношение площадей треугольников ADE и FCE равно ...



А. 20:1. **Б.** 40:1. **В.** 25:1. **Г.** 45:2.

20. В прямоугольной трапеции основания равны 20 и 12 см, а меньшая диагональ равна 13 см. Площадь трапеции равна ...

А. 160 см^2 . **Б.** 40 см^2 . **В.** 96 см^2 . **Г.** 80 см^2 .

21. Сколько осей симметрии имеет квадрат?

А. 1. **Б.** 2. **В.** 4. **Г.** 6.

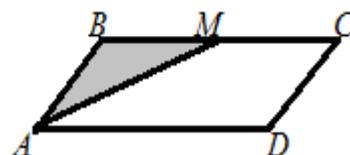
22. Точка M расположена в III четверти на расстоянии 3 от оси y и на расстоянии 5 от начала координат. Какие координаты имеет точка, симметричная точке M относительно оси x ?

А. $(-3; 4)$. **Б.** $(3; -4)$. **В.** $(-4; 3)$. **Г.** $(4; -3)$.

23. Если отрезками соединить последовательно середины сторон прямоугольной трапеции, то полученный четырёхугольник является...

А. прямоугольником. **Б.** параллелограммом.
В. ромбом. **Г.** прямоугольной трапецией.

24. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна S , M — се-

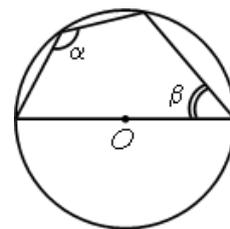


редина стороны BC . Чему равна площадь закрашенной фигуры?

- А. $\frac{2}{3}S$. Б. $\frac{1}{2}S$. В. $\frac{3}{4}S$. Г. $\frac{1}{4}S$.

25. Какое равенство верно, если O — центр круга (см. рис.)?

- А. $\alpha + \beta = 180^\circ$. Б. $\alpha - \beta = 90^\circ$.
 В. $\alpha + \beta = 360^\circ$. Г. $\alpha = 2\beta$.



Основной уровень

Вариант 3

1. Сравните числа $\sqrt{13} - 1$ и 2,6.

- А. $a < b$. Б. $a = b$. В. $a \leq b$. Г. $a > b$.

2. Известно, что $3,4 \leq a \leq 4,0$. Какая запись числа верная?

- А. $a = 3,4 \pm 0,6$. Б. $a = 3,7 \pm 0,3$. В. $a = 4,0 \pm 0,3$. Г. $a = 3,7 \pm 0,6$.

3. Если $2 - 3x = 0$, то выражение $5(x + 2)\left(\frac{2}{3} - x\right)$ равно ...

- А. 0. Б. $-\frac{20}{3}$. В. $\frac{40}{3}$. Г. $\frac{8}{3}$.

4. Найдите значение выражения $\frac{3-x^2}{x-\sqrt{3}}$ при $x = \sqrt{27}$.

- А. $4\sqrt{3}$. Б. $-2\sqrt{3}$. В. $-4\sqrt{3}$. Г. $2\sqrt{3}$.

5. Если $9a - 16 = 0$, то \sqrt{a} равен...

- А. $\frac{3}{4}$. Б. $1\frac{1}{3}$. В. $1\frac{7}{9}$. Г. $\frac{9}{16}$.

6. Упростите выражение $\frac{2(x-y) - (y^2 - x^2)}{x-y}$.

- А. $x + y + 2$. Б. $x + y - 2$. В. $2 - x + y$. Г. $2 + x - y$

7. Решите уравнение $\frac{4x^2}{2x-1} = \frac{1}{2x-1}$.

- А. $\pm\frac{1}{2}$. Б. 0. В. $-\frac{1}{2}$. Г. $\frac{1}{2}$.

8. Из формулы силы притяжения двух тел $F = G \frac{Mm}{R^2}$ найдите зависимость рас

стояния между телами R от силы притяжения F .

А. $R = \sqrt{\frac{F}{GMm}}$. Б. $R = \sqrt{GMmF}$. В. $\sqrt{\frac{GMm}{F}}$. Г. $R = \left(\frac{GMm}{F}\right)^2$.

9. Решите уравнение $x^3 - 9x = 0$.

А. 0. Б. ± 3 В. 0; 3. Г. 0; ± 3 .

10. Укажите область определения функции $y = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x + 2}}$.

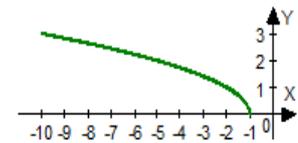
А. $[2; +\infty)$. Б. $(-\infty; -2)$. В. $(-\infty; 2)$. Г. $(-2; 2]$.

11. Решите неравенство: $-\frac{1}{x} < 3$.

А. $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$. Б. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (0; +\infty)$. В. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$. Г. $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

12. На рисунке изображен график функции ...

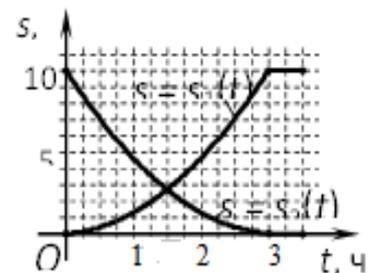
А. $y = \sqrt{x+1}$. Б. $y = \sqrt{x-1}$. В. $y = \sqrt{-1-x}$. Г. $y = \sqrt{1-x}$.



13. Укажите все значения x , при которых функция $y = -(x + 2)^2 + 2$ убывает.

А. $[2; +\infty)$. Б. $(-\infty; -2]$. В. $[-2; +\infty)$. Г. $(-\infty; 2]$.

14. На рисунке изображены графики законов прямолинейного движения двух пешеходов навстречу друг другу по шоссе, соединяющему пункты A и B , расстояние между которыми 10 км. $s_1(t)$, $s_2(t)$ — расстояния от A до первого, второго пешехода соответственно. Какой из пешеходов к моменту встречи прошел большее расстояние и на сколько?



А. Вторым, на 4км. Б. Вторым, на 6км. В. Первым, на 2км. Г. Первым, на 3км.

15. Общий сбор пшеницы у одного фермера больше чем у другого на 20%, хотя площадь под пшеницей больше только на 5%. На сколько процентов урожай пшеницы с 1га у первого фермера больше, чем у второго?

А. На 15%. Б. На $13\frac{5}{7}\%$. В. На 12%. Г. На $14\frac{2}{7}\%$.

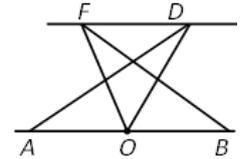
16. Сколько членов, больших 1, содержится в арифметической прогрессии 115; 112; 109; ...?

- А. 39. Б. 38. В. 37. Г. 40.

17. Радиус окружности равен 5 см, наименьшее расстояние от точки, лежащей внутри круга, ограниченного этой окружностью, до точек окружности равно 3 см. Наибольшее расстояние от этой точки до точек окружности равно ...

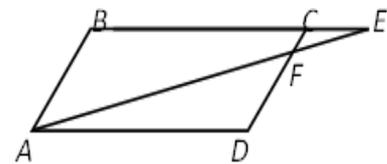
- А. 8 см. Б. 11 см. В. 14 см. Г. 7 см.

18. Точка O — середина отрезка AB , $FD \parallel AB$. Сравните площади треугольников ADO и FOB , равные S и S_1 соответственно.



- А. $S < S_1$. Б. $S > S_1$. В. $S = S_1$. Г. Сравнить нельзя.

19. На рисунке $ABCD$ — параллелограмм, $AD = 12$ см, $BE = 16$ см. Отношение площадей треугольников ADF и FCE равно ...



- А. 9:1. Б. 18:1. В. 25:1. Г. 45:2.

20. В равнобедренной трапеции основания равны 4 и 20 см, а боковая сторона равна 10 см. Площадь трапеции равна ...

- А. 144 см^2 . Б. 36 см^2 . В. 72 см^2 . Г. 96 см^2 .

21. Сколько осей симметрии имеет фигура, состоящая из двух пересекающихся под острым углом прямых?

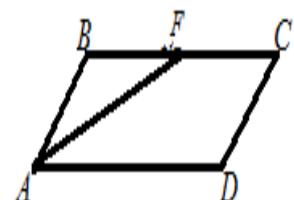
- А. 0. Б. 2. В. 1. Г. 4.

22. Точка P расположена во II четверти и удалена от оси y на расстоянии 3, а от начала координат на расстоянии 5. Какие координаты имеет точка, симметричная точке P относительно оси x ?

- А. $(4; -3)$. Б. $(-4; 3)$. В. $(-3; 4)$. Г. $(-3; -4)$.

23. Если отрезками соединить последовательно середины сторон ромба, то получится ...

- А. ромб. Б. квадрат.
В. прямоугольная трапеция. Г. прямоугольник.



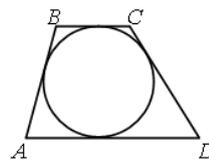
24. В параллелограмме $ABCD$ $BF : FC = 1:3$. Площади тре-

угольника ABF и четырёхугольника $AFCD$ относятся как ...

- А. 1:3. Б. 1:9. В. 1:5. Г. 1:7.

25. Какое равенство верно (см. рис.)?

- А. $AB + CD = BC + AD$. Б. $AB = CD$.
В. $BC = AD$. Г. $CD - AB = AD - BC$.



Подсказки к заданиям тестов основного уровня

1. Одно из сравниваемых числовых выражений имеет вид $\sqrt{a} + b$. Поэтому целесообразно из всех сравниваемых чисел вычесть число b (это не изменит знака между числами), затем сравнить квадраты указанных чисел и воспользоваться тем, что функция $y = \sqrt{x}$ возрастает.

2. Воспользоваться тем, что в записи $a = x \pm \Delta x$ число x означает приближённое значение числа a , а Δx — *границу абсолютной погрешности этого приближения, то есть число, не меньшее модуля разности между a и x .*

3. Из условия можно найти значение переменной, входящее в данное уравнение, а затем найти значение искомого выражения при найденном значении переменной. Можно из условия сразу найти значение одного из множителей искомого выражения.

4. Сначала упростите выражение, пользуясь формулой $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.

5. Сначала найдите значение члена данного уравнения, содержащего переменную величину, а затем воспользуйтесь определениями квадратного корня и арифметического квадратного корня из неотрицательного числа. Воспользуйтесь тем, что арифметический корень из числа a обозначают символом \sqrt{a} .

Число b называют квадратным корнем из числа a , если $b^2 = a$.

Неотрицательный квадратный корень из числа a называют арифметическим квадратным корнем.

6. Разложите вначале числитель данного выражения на множители, воспользовавшись формулой $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ и вынесением общего множителя за скобки. Будьте внимательны со знаками при вынесении общего множителя в числителе дроби за скобки.

7. Воспользуйтесь общей схемой решения дробно-рационального уравнения.

- 1) **Перенесите все члены уравнения в одну её часть.**
- 2) **Приведите эту часть к общему знаменателю.**
- 3) **Воспользуйтесь тем, что дробь равна нулю, если числитель равен нулю, а знаменатель не равен нулю.**

Не забудьте, что корнями уравнения вида $x^2 - a^2 = 0$ являются числа a и $-a$.

Помните, что при сокращении правой и левой части уравнения на общий множитель, содержащий неизвестное, можно приобрести посторонние корни или потерять корни.

8. В первую очередь выразите через указанные переменные квадрат той переменной, которую предлагается выразить.

Далее нужно решить уравнение вида $x^2 = a$ относительно неотрицательного значения x . Неотрицательный корень этого уравнения равен арифметическому значению квадратного корня из числа a .

9. Вначале разложите левую часть уравнения на множители. Затем воспользуйтесь тем, что **произведение двух или нескольких сомножителей равно нулю тогда и только тогда, когда, по крайней мере, один из сомножителей равен нулю.**

10. Воспользуйтесь определением области определения функции.

Все значения, которые может принимать аргумент, образуют область определения функции.

Воспользуйтесь тем, что область определения функции $\sqrt{\frac{f(x)}{g(x)}}$ образуют решения неравенства $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$. Решениями этого неравенства является объеди-

нение множеств решений двух систем неравенств: $\begin{cases} f(x) \geq 0, \\ g(x) > 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} f(x) \leq 0, \\ g(x) < 0. \end{cases}$

11. Воспользуйтесь общей схемой решения дробно-рационального неравенства.

- 1) **Перенесите все члены неравенства в одну её часть.**
- 2) **Приведите эту часть к общему знаменателю.**

3) Воспользуйтесь тем, что решениями неравенства $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$ является

объединение множеств решений двух систем неравенств: $\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0 \end{cases}$ и

$\begin{cases} f(x) < 0, \\ g(x) < 0, \end{cases}$ а решениями неравенства $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$ является объединение мно

жеств решений систем неравенств: $\begin{cases} f(x) < 0, \\ g(x) > 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) < 0. \end{cases}$

12. Правильный ответ можно выбрать, пользуясь характерными точками графика. Можно воспользоваться правилами сдвига графика функции $y = \sqrt{x}$ вдоль осей координат и симметричным его отражением относительно осей координат и их начала.

График функции $y = \sqrt{x} + c$ получается из графика функции $y = \sqrt{x}$ сдвигом вдоль оси y на c единиц вверх, если $c > 0$, или на $|c|$ единиц вниз, если $c < 0$.

График функции $y = \sqrt{x+p}$ получается из графика функции $y = \sqrt{x}$ сдвигом вдоль оси x на p единиц влево, если $p > 0$, или на $|p|$ вправо, если $p < 0$.

График функции $y = \sqrt{-x}$ получается из графика функции $y = \sqrt{x}$ симметричным отображением относительно оси y .

13. Важно правильно определить абсциссу вершины параболы и направления ее ветвей. Можно предварительно построить график заданной функции, затем по графику определить промежутки возрастания или убывания функции, множество её значений, пользуясь следующими правилами или определением.

Если на некотором промежутке график функции идёт «вниз», то на этом промежутке функция убывает.

Если на некотором промежутке график функции идёт «вверх», то на этом промежутке функция возрастает.

14. Найдите координаты точки пересечения графиков законов движения двух пешеходов. По этим координатам можно определить, сколько времени двигался каждый пешеход до встречи с другим и сколько времени потребовалось каждо-

му для прибытия в пункт назначения, а также пройденные и оставшиеся расстояния.

15. Введите обозначения для каждой из двух рассматриваемых переменных для одного объекта и выразите через них значения этих переменных для второго объекта. Воспользуйтесь определением процента и основными задачами на проценты.

Процент от числа – одна сотая этого числа.

Чтобы найти $p\%$ от числа a , нужно это число умножить на p и разделить на 100.

Чтобы найти процентное отношение двух чисел, нужно их отношение умножить на 100 и к результату приписать знак процента.

16. Воспользуйтесь формулой для вычисления n -го члена арифметической прогрессии.

Формула n -го члена a_n арифметической прогрессии, в которой первый член равен a_1 и разность равна d , имеет вид: $a_n = a_1 + d(n - 1)$.

По условию найдите первый член и разность прогрессии, составьте и решите требуемое неравенство.

17. Воспользуйтесь тем, что наибольшее и наименьшее расстояния от данной точки до точек окружности определяются длинами отрезков прямой, содержащей диаметр, который проходит через эту точку. Обратите внимание на расположение данной точки относительно окружности.

18. Воспользуйтесь формулой для вычисления площади треугольника.

Площадь S треугольника равна половине произведения длины его стороны a на длину высоты h , проведенной на эту сторону: $S = \frac{1}{2}ah$.

Выберите стороны данных треугольников, которые легко сравнить, и соответствующие высоты.

19. Установите подобие указанных треугольников и воспользуйтесь свойством площадей подобных треугольников.

Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.

20. Воспользуйтесь формулой для вычисления площади трапеции.

Площадь трапеции S равна произведению полусуммы длин её оснований a и b на длину её высоты h : $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$.

Проведите высоту из вершины тупого угла и вычислите её длину, применив теорему Пифагора.

21. Воспользуйтесь определениями симметрии относительно прямой.

Точки X и X' называются симметричными относительно прямой l , если эта прямая перпендикулярна к отрезку XX' и проходит через его середину.

Преобразованием симметрии относительно прямой l называют такое преобразование фигуры F в фигуру F' , в результате которого каждая точка X фигуры F переходит в точку X' фигуры F' , симметричную точке X , относительно прямой l .

Если преобразование симметрии относительно прямой l переводит фигуру F в себя, то такая фигура называется симметричной относительно прямой l , а сама прямая l — осью симметрии фигуры F .

22. Сначала следует найти координаты данной точки, пользуясь информацией о ее расположении на координатной плоскости и данными расстояниями. Целесообразно графически изобразить условие задания. Воспользуйтесь теоремой Пифагора, определением точек, симметричных относительно прямой.

Квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов.

Точки X и X' называются симметричными относительно прямой l , если эта прямая перпендикулярна к отрезку XX' и проходит через его середину.

23. Воспользуйтесь признаками параллелограмма или его видов.

Если в четырёхугольнике диагонали точкой пересечения делятся пополам, то этот четырёхугольник — параллелограмм.

Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм — прямоугольник.

Если в параллелограмме диагонали перпендикулярны, то этот параллелограмм — ромб.

24. Воспользуйтесь формулами для вычисления площадей параллелограмма и треугольника.

Площадь произвольного треугольника равна половине произведения его стороны на длину высоты, проведенной к этой стороне.

Площадь параллелограмма равна произведению его стороны на длину высоты, проведенной к этой стороне.

25. Воспользуйтесь свойствами и признаками четырёхугольников, в которые можно вписать окружность или около которого можно описать окружность.

В четырёхугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда суммы длин его противоположных сторон равны.

Около четырёхугольника можно описать окружность тогда и только тогда, когда суммы его противоположных углов равны по 180° .

Продвинутый уровень

Вариант 1

1. Расположите в порядке убывания числа $a = 2\sqrt{7}$; $b = 3\sqrt{3}$; $c = 5,5$.

А. $c > b > a$. Б. $a > b > c$. В. $c > a > b$. Г. $a > c > b$.

2. Если $(x - 3)^2 = 3$, то $x^2 - 6x + 8$ равно ...

А. -2 . Б. 2 . В. $\sqrt{3}$. Г. $\sqrt{3} + 3$.

3. Если $a < 0$, то выражение $\sqrt{-a^3 + 2a^2 - a}$ равно ...

А. $(a - 1)\sqrt{a}$. Б. $(1 - a)\sqrt{-a}$. В. $(a - 1)\sqrt{-a}$. Г. $(1 - a)\sqrt{a}$.

4. Если x и y одновременно умножить на 10, то не изменится дробь...

А. $\frac{x^2 + y^2}{10x}$. Б. $\frac{xy}{10x + 10y}$. В. $\frac{y - 4}{x - 4}$. Г. $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$.

5. Числа $-4 + \sqrt{3}$ и $-4 - \sqrt{3}$ являются корнями уравнения...

А. $x^2 + 8x + 13 = 0$. Б. $x^2 - 8x + 13 = 0$.

В. $x^2 - 8x - 13 = 0$. Г. $x^2 + 8x - 13 = 0$.

6. Равенство $xy = 0$ выполняется тогда и только тогда, когда...

- А. $x = 0$ и $y = 0$. Б. $x = 0$. В. $y = 0$. Г. $x = 0$ или $y = 0$.

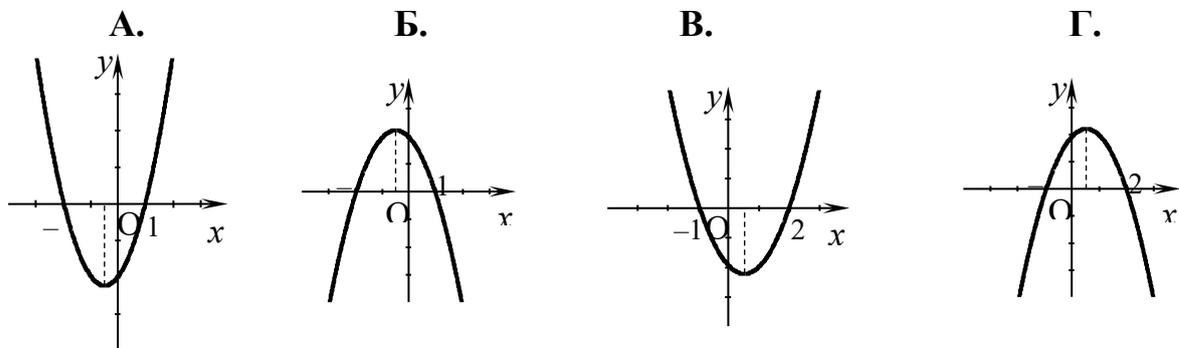
7. Решите уравнение $\frac{x^3 - 2x^2}{\sqrt{x-1}} = 0$.

- А. 0. Б. $\sqrt{2}$. В. 0; 2. Г. 2.

8. Решите неравенство $\frac{(x+1)^3}{x-3} < 0$.

- А. $(-\infty; -1) \cup (1; 3)$. Б. $(-\infty; -1)$. В. $(-1; 3)$. Г. $(-1; +\infty)$.

9. График функции $y = -(x+1)(2-x)$ изображен на рисунке ...



10. При каком значении a осью симметрии параболы $y = ax^2 - 16x + 1$ является прямая $x = 4$?

- А. $a = -2$. Б. $a = 2$. В. $a = 4$. Г. $a = -4$.

11. Укажите все значения k , при которых график функции $y = -\frac{1}{kx}$ проходит через точку $(-2; -1)$.

- А. $-\frac{1}{2}$. Б. $\frac{1}{2}$. В. -2. Г. 2.

12. Столяр изготовил книжный шкаф за 4 дня. На сколько процентов он должен повысить производительность труда, чтобы такой же шкаф изготовить за 3 дня?

- А. На $8\frac{1}{3}\%$. Б. На 25%. В. На 12,5%. Г. На $33\frac{1}{3}\%$.

13. В некоторой последовательности между числами 1 и 81 стоят три числа, которые вместе с данными образуют геометрическую прогрессию. Ее знаменатель ра

вен...

- А. $\pm\sqrt{3}$. Б. 3. В. ± 3 . Г. -3.

14. Известно, что объем шара V и площадь его поверхности S вычисляются соответственно по формулам $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ и $S = 4\pi R^2$, где R — радиус шара.

Найдите зависимость V от S .

- А. $V = \frac{S}{3}$. Б. $V = \frac{2}{3}\sqrt{S}$. В. $V = \frac{2}{3}\sqrt{\pi S}$. Г. $V = \frac{1}{6}S\sqrt{\frac{S}{\pi}}$.

15. Длины сторон треугольника выражаются различными целыми числами; одна равна 5 м, другая — 4 м. Длина третьей стороны не может равняться...

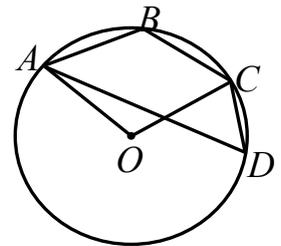
- А. 3 м. Б. 6 м. В. 7 м. Г. 9 м.

16. Сколько осей симметрии имеет равнобедренный треугольник?

- А. 2. Б. 1. В. 3. Г. 1 или 3.

17. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность с центром в точке O . Угол AOC равен 110° . Чему равен угол ABC ?

- А. $62,5^\circ$. Б. 110° . В. 125° . Г. 55° .

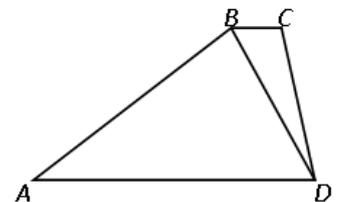


18. Дан треугольник ABC , площадь которого S , O — точка пересечения медиан CK и BF ($K \in AB$, $F \in AC$). Площадь треугольника BOC равна...

- А. $\frac{2}{3}S$. Б. $\frac{1}{3}S$. В. $\frac{1}{2}S$. Г. $\frac{3}{4}S$.

19. Если четырёхугольник $ABCD$ — трапеция с основаниями AD и BC , $\angle ABD = \angle BCD$, $AD = 9$, $BC = 1$, то диагональ BD равна ...

- А. 3. Б. 4. В. 6. Г. 8.



20. Середины сторон параллелограмма последовательно соединили отрезками. Во сколько раз площадь образованного четырехугольника меньше площади параллелограмма?

- А. В 2,5 раза. Б. В 4 раза. В. В 3 раза. Г. В 2 раза.

1. Расположите в порядке возрастания числа $a = 2\sqrt{5}$; $b = 3\sqrt{2}$; $c = 5,5$.

- А. $c < b < a$. Б. $b < c < a$. В. $c < a < b$. Г. $b < a < c$.

2. Если $(x - 2)^2 = 4$, то $x^2 - 4x + 6$ равно ...

- А. 18. Б. 6. В. 18 или 8. Г. 4.

3. Если $a < 0$, то выражение $\sqrt{-a^3 + 4a^2 - 4a}$ равно ...

- А. $(2 - a)\sqrt{a}$. Б. $(a - 2)\sqrt{-a}$. В. $(2 - a)\sqrt{-a}$ Г. $(a - 2)\sqrt{a}$.

4. Если x и y одновременно умножить на 10, то изменится дробь ...

- А. $\frac{x+y}{x-y}$. Б. $\frac{y}{2x}$. В. $\frac{x^2 - y^2}{xy}$. Г. $\frac{x-1}{y+1}$.

5. Числа $3 + \sqrt{2}$ и $3 - \sqrt{2}$ являются корнями уравнения ...

- А. $x^2 + 6x + 7 = 0$. Б. $x^2 + 6x - 7 = 0$. В. $x^2 - 6x + 7 = 0$. Г. $x^2 - 6x - 7 = 0$.

6. Равенство $x^2 + y^2 = 0$ выполняется тогда и только тогда, когда...

- А. $x = 0$ или $y = 0$. Б. $x = 0$ и $y = 0$. В. $x = 0$. Г. $xy = 0$.

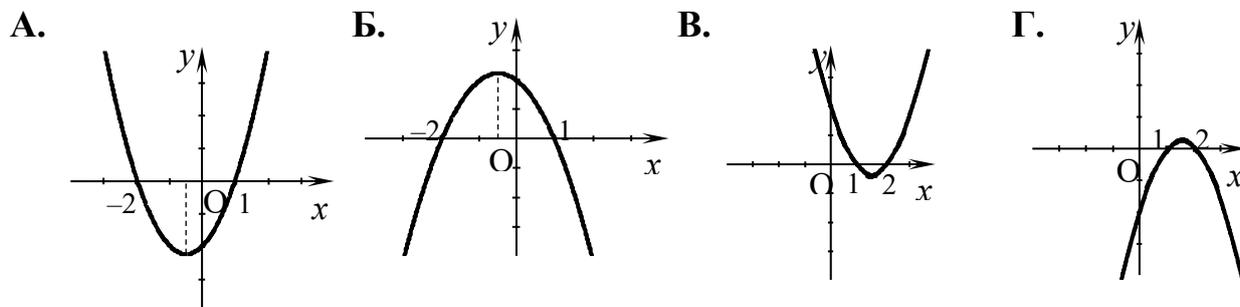
7. Решите уравнение $\frac{x^3 - 4x}{\sqrt{x+1}} = 0$.

- А. -2; 0; 2. Б. -2; 0. В. 0; 2. Г. 2.

8. Решите неравенство $\frac{(x-2)^3}{2-x} < 0$.

- А. $x < -2$. Б. $x < 2$. В. $x > 2$. Г. $x \neq 2$.

9. График функции $y = -(1-x)(-2-x)$ изображен на рисунке...



10. При каком значении c прямая $x = 2$ является осью симметрии графика функции $y = (x - c)^2 + 3$?

А. $c = -2$. Б. $c = 3$. В. $c = 2$. Г. $c = 1$.

11. При каком значении k график функции $y = -\frac{k}{x}$ проходит через точку

$$\left(-1; -\frac{1}{2}\right)?$$

А. 2. Б. -2. В. $\frac{1}{2}$. Г. $-\frac{1}{2}$.

12. Золотая рыбка выполнила первое задание сварливой старухи за 6 мин, а при выполнении следующего снизила производительность своего труда на 20%. За сколько минут она его выполнила?

А. За 7,5 мин. Б. За 7,2 мин. В. За 8 мин. Г. За 5 мин.

13. Какое положительное число надо поставить между числами 4 и 5, чтобы эти три числа были последовательными членами геометрической прогрессии?

А. 4,5. Б. $5\sqrt{2}$. В. $2\sqrt{5}$. Г. $2\sqrt{3}$.

14. Известно, что объем V правильной четырёхугольной призмы и площадь её боковой поверхности S вычисляются соответственно по формулам $V = a^2 h$ и $S = 4ah$, где a — сторона основания, h — высота призмы. Найдите зависимость S от V и h .

А. $S = 4\sqrt{\frac{V}{h}}$. Б. $S = 4\sqrt{\frac{h}{V}}$. В. $S = 4\sqrt{Vh}$. Г. $S = \frac{1}{4}\sqrt{Vh}$.

15. Стороны треугольника выражаются различными целыми числами; одна равна 3 м, другая — 2 м. Третья сторона может равняться...

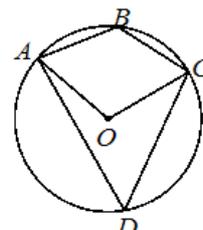
А. 1 м. Б. 4 м. В. 5 м. Г. 2 м.

16. Сколько осей симметрии имеет прямоугольник?

А. 2. Б. 2 или 3. В. 2 или 4. Г. 4.

17. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с центром в точке O . Угол ABC равен 130° . Угол AOC равен ...

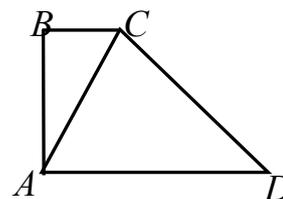
А. 100° . Б. 130° . В. 50° . Г. 65° .



18. Дан треугольник ABC , площадь которого S , O — точка пересечения медиан AK и BD ($K \in BC$, $D \in AC$). Площадь треугольника AOD равна ...

- А. $\frac{1}{6}S$. Б. $\frac{1}{3}S$. В. $\frac{1}{4}S$. Г. $\frac{3}{4}S$.

19. Если четырёхугольник $ABCD$ — трапеция с основаниями AD и BC , $\angle BAC = \angle CDA$, $AD = 8$, $BC = 2$, то диагональ AC равна ...



- А. 5. Б. 4. В. 3. Г. 6.

20. Середины сторон треугольника попарно соединили. Во сколько раз площадь образованного треугольника меньше площади данного треугольника?

- А. В 2 раза. Б. В 8 раз. В. В 4 раза. Г. в 3 раза.

Продвинутый уровень

Вариант 3

1. Расположите в порядке возрастания числа $a = 2\sqrt{6}$; $b = 3\sqrt{3}$; $c = 4,5$.

- А. $c < b < a$. Б. $c < a < b$. В. $b < c < a$. Г. $b < a < c$.

2. Если $(x + 2)^2 = 8$, то $x^2 + 4x + 6$ равно ...

- А. 10. Б. 18. В. 18 или 8. Г. 14.

3. Если $a < 0$, то выражение $\sqrt{-a^3 + 6a^2 - 9a}$ равно ...

- А. $(3-a)\sqrt{a}$. Б. $(a-3)\sqrt{-a}$. В. $(a-3)\sqrt{a}$. Г. $(3-a)\sqrt{-a}$.

4. Если x и y одновременно умножить на 10, то не изменится дробь...

- А. $\frac{x+y}{xy}$. Б. $\frac{x^2+1}{y-5}$. В. $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$. Г. $\frac{xy-x^2}{2x}$.

5. Числа $3 + \sqrt{5}$ и $3 - \sqrt{5}$ являются корнями уравнения ...

- А. $x^2 + 6x + 4 = 0$. Б. $x^2 + 6x - 4 = 0$. В. $x^2 - 6x + 4 = 0$. Г. $x^2 - 6x - 4 = 0$.

6. Равенство $\frac{x}{y} = 0$ выполняется тогда и только тогда, когда ...

- А. $x = 0$ или $y \neq 0$. Б. $xy = 0$. В. $x = 0$. Г. $x = 0$ и $y \neq 0$.

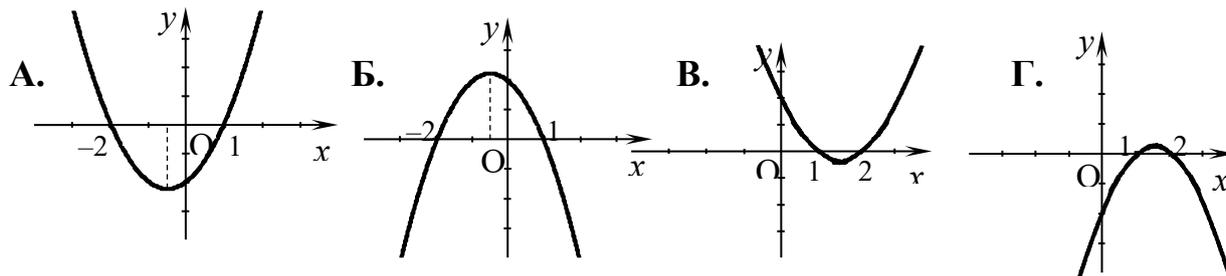
7. Решите уравнение $\frac{x^3 - 9x}{\sqrt{x+2}} = 0$.

- А. $-3; 0$. Б. $-3; 0; 3$. В. $0; 3$. Г. 3.

8. Решите неравенство $\frac{(x+3)^3}{x-1} < 0$.

- А. $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$. Б. $(-\infty; -3)$. В. $(-3; 1)$. Г. $(1; +\infty)$.

9. График функции $y = (1-x)(-2-x)$ изображен на рисунке ...



10. При каком значении b прямая $x = 3$ является осью симметрии графика функции $y = x^2 + bx - 3$?

- А. $b = -6$. Б. $b = 3$. В. $b = 6$. Г. $b = -3$.

11. При каком значении k график функции $y = k\sqrt{x}$ проходит через точку $(4; -1)$?

- А. 2. Б. -2. В. $-\frac{1}{2}$. Г. $\frac{1}{2}$.

12. Бригада выполнила рабочее задание за 5 дней. На сколько процентов она должна была повысить производительность труда, чтобы это же задание выполнить за 4 дня?

- А. На 5%. Б. На 20%. В. На $33\frac{1}{3}\%$. Г. На 25%.

13. Какое отрицательное число надо поставить между числами 3 и 4, чтобы эти три числа были последовательными членами геометрической прогрессии?

- А. -3,5. Б. $-2\sqrt{3}$. В. $-3\sqrt{2}$. Г. -3,75.

14. Известно, что объем цилиндра V и площадь его боковой поверхности S вычисляются соответственно по формулам $V = \pi R^2 l$ и $S = 2\pi R l$, где R — радиус основания, l — длина его образующей. Найдите зависимость S от V и l .

- А. $S = \sqrt{2\pi V l}$. Б. $S = 2\pi\sqrt{V l}$. В. $S = 2\sqrt{\pi V l}$. Г. $S = \frac{2\pi\sqrt{V}}{l}$.

15. Стороны равнобедренного треугольника 11 и 5 см. Периметр его равен ...

- А. 21 см. Б. 27 см. В. 16 см. Г. 33 см.

16. Сколько осей симметрии имеет фигура, состоящая из двух параллельных прямых?

А. 1. Б. 2. В. 0. Г. Ответ отличен от приведенных.

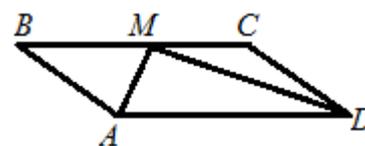
17. Хорда AB , равная 4, видна из точки M , лежащей на окружности, под углом 30° . Чему равен радиус окружности?

А. 8. Б. 4. В. $\frac{4}{\sqrt{3}}$. Г. $2\sqrt{3}$.

18. Дан треугольник ABC , площадь которого S , O — точка пересечения медиан AK и BF ($K \in BC$, $F \in AC$). Площадь четырехугольника $FOKC$ равна ...

А. $\frac{1}{6}S$. Б. $\frac{3}{4}S$. В. $\frac{1}{4}S$. Г. $\frac{1}{3}S$.

19. В параллелограмме $ABCD$ на стороне BC выбрана точка M так, что $\angle MAB = \angle MDA$; $BM = 1,8$ см, $AD = 5$ см. Чему равен отрезок AM ?



А. 4 см. Б. 3,6 см. В. 3 см. Г. 2,4 см.

20. Середины сторон прямоугольника попарно соединили. Во сколько раз площадь образованного четырёхугольника меньше площади данного прямоугольника?

А. В 8 раз. Б. В 2 раза. В. В 4 раза. Г. в 3 раза.

Подсказки к заданиям тестов продвинутого уровня

1. Можно сравнить квадраты данных чисел и воспользоваться тем, что функция $y = \sqrt{x}$ возрастает. Для возведения чисел, заканчивающихся цифрой 5, в квадрат, удобно воспользоваться равенством $(10a + 5)^2 = 100a(a + 1) + 25$. Например, $75^2 = 7 \cdot 8 \cdot 100 + 25 = 5625$.

2. Из искомого выражения выделите полный квадрат двучлена, данного в условии.

3. Разложите подкоренное выражение на множители, применяя вынесение общего множителя за скобки и формулы сокращённого умножения. Вынесите множитель за знак корня, используя равенство $\sqrt{x^2} = |x|$ и учитывая знак a .

4. Воспользуйтесь тем, что при умножении переменных на 10 не изменяются дроби, в которых числитель и знаменатель умножаются на одно и то же число, и только такие дроби.

5. Воспользуйтесь свойствами корней приведенного квадратного уравнения: их произведение равно свободному члену уравнения, а сумма — противоположна коэффициенту при x .

6. Воспользуйтесь тем, что:

1) произведение двух выражений равно нулю тогда и только тогда, когда хотя бы один из сомножителей равен нулю;

2) сумма квадратов двух выражений равна нулю тогда и только тогда, когда оба выражения равны нулю;

3) частное от деления двух выражений равно нулю тогда и только тогда, когда делимое равно нулю, а делитель не равен нулю.

7. Разложите числитель на множители. Воспользуйтесь тем, что уравнение вида

$$\frac{f(x)}{\sqrt{g(x)}} = 0 \text{ равносильно системе } \begin{cases} f(x) = 0, \\ g(x) > 0. \end{cases}$$

8. Обратите внимание на то, что левая часть неравенства имеет вид $\frac{(x+a)^3}{x+b}$. За-

метьте, что $(x+a)^2 > 0$ при $x \neq -a$. Поэтому на $(x+a)^2 > 0$ при $x \neq -a$ можно разделить обе части неравенства. Решая полученное неравенство, воспользуйтесь

тем, что решениями неравенства $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$ является объединение множеств ре-

шений двух систем неравенств: $\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} f(x) < 0, \\ g(x) < 0, \end{cases}$ а решениями неравен-

ства $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$ является объединение множеств решений систем неравенств:

$$\begin{cases} f(x) < 0, \\ g(x) > 0 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) < 0. \end{cases}$$

9. Достаточно найти нули функции и направление ветвей параболы.

10. Воспользуйтесь тем, что ось симметрии параболы $y = ax^2 + bx + c$ параллельна

оси ординат и проходит через вершину параболы, абсцисса которой равна $-\frac{b}{2a}$.

11. Воспользуйтесь тем, что точка $M(x_0; y_0)$ принадлежит графику функции $y = f(x)$ тогда и только тогда, когда $f(x_0) = y_0$. Поэтому, если в выражение для функции вместо x и y подставить координаты данной точки, то получим уравнение, из которого можно найти k .

12. Найдите производительности труда в двух указанных ситуациях и их разность. Затем или подсчитайте сколько процентов составляет эта разность от той производительности, которая изменялась, или найдите время, за которое выполнена работа при изменённой производительности. Объем работы можно обозначить, например, через a .

Объём работы a равен произведению производительности труда v на время t её выполнения: $a = vt$.

13. Установите номера заданных членов прогрессии и стоящих между ними. Воспользуйтесь формулой $n^{\text{го}}$ члена геометрической прогрессии:

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}, \text{ где } b_n \text{ — } n\text{-й член прогрессии, } q \text{ — её знаменатель.}$$

14. Выразите вначале ту переменную, которая не должна входить в формулу искомой зависимости, через величину, от которой должна зависеть другая, а затем полученное выражение подставьте в формулу этой другой величины.

15. Воспользуйтесь неравенством треугольника:

Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон и больше их разности.

Обратите внимание на то, что в некоторых заданиях длины сторон выражаются различными целыми числами метров. При вычислении периметра треугольника установите, чему может равняться длина боковой стороны.

16. Воспользуйтесь определениями симметрии относительно прямой.

Обратите внимание на то, что равносторонний треугольник является равнобедренным, а квадрат является прямоугольником.

17. Воспользуйтесь понятиями и свойствами центральных и вписанных углов в окружности.

Вписанным углом называется угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают эту окружность.

Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

Вписанный угол равен половине центрального угла, опирающегося на ту же дугу.

18. Воспользуйтесь формулой и свойствами площади треугольника.

Отношение площадей двух треугольников, имеющих равные высоты, равно отношению длин сторон, на которые проведены эти высоты.

Отношение площадей двух треугольников, имеющих по равной стороне, равно отношению длин высот, которые проведены на эти стороны.

Установите, что три медианы, проведенные в треугольнике, делят этот треугольник на 6 треугольников, имеющих равные площади, пользуясь утверждением.

Медианы треугольника точкой пересечения делятся в отношении 2:1, считая от вершины.

19. Найдите два подобных треугольника. Воспользуйтесь признаком подобия. Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то эти треугольники подобны.

20. Установите вид фигуры, образованной после последовательного соединения отрезками середин сторон исходной фигуры. В зависимости от вида полученной фигуры для нахождения искомого отношения площадей воспользуйтесь следующими правилами нахождения площадей геометрических фигур.

Площадь параллелограмма равна произведению длин его смежных сторон на синус угла между ними.

Площадь параллелограмма равна половине произведения длин его диагоналей на синус угла между ними.

Площадь треугольника равна половине произведения длин двух его сторон на синус угла между ними.

Площадь прямоугольника равна произведению длин его смежных сторон. Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.

Повышенный уровень**Вариант 1**

1. Сравните без вычислительных средств числа $a = \sqrt{27} - \sqrt{26}$ и $b = 0,1$.

- А. $a < b$. Б. $a = b$. В. $a > b$. Г. $a \geq b$.

2. Известно, что $\frac{x-y}{y} = 5$. Найдите значение выражения $\frac{3x-2y}{x}$.

- А. -9 . Б. $2\frac{1}{2}$. В. $2\frac{2}{3}$. Г. $-2\frac{2}{3}$.

3. Упростите выражение $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)}$.

- А. $\frac{2x+4}{x(x+4)}$. Б. $\frac{4}{x(x+4)}$. В. $\frac{3}{(x+1)(x+4)}$. Г. $\frac{2x+4}{(x+1)(x+4)}$.

4. Сколько решений имеет уравнение $(x^2 - 8)^2 + (y^3 + 2)^2 = 0$?

- А. 0. Б. 1. В. 2. Г. 3.

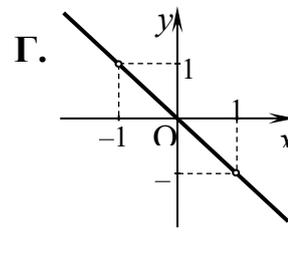
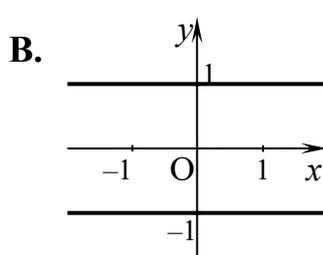
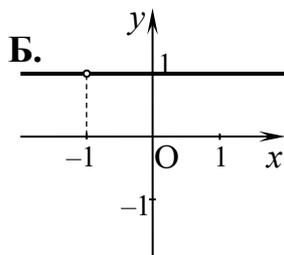
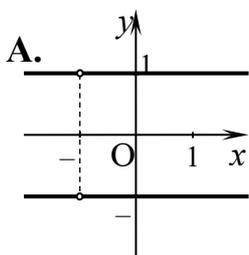
5. Укажите все значения a , при которых корни уравнения $(1 - a^2)x^2 + 2x + a - 1 = 0$ имеют разные знаки.

- А. $(-1; +\infty)$. Б. $(1; +\infty)$. В. $(-\infty; 1)$. Г. $(-1; 1) \cup (1; +\infty)$.

6. Сравните значение выражения $x = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ ($ab > 0$) с числом 2.

- А. $x > 2$. Б. $x < 2$. В. $x \geq 2$. Г. $x = 2$.

7. Какой из графиков может быть графиком уравнения $\frac{|y|-1}{|y|+x} = 0$?



8. Прямую $y = -2x + 2$ отразили симметрично относительно прямой $x = -2$. Получили прямую ...

- А. $y = -2x + 10$. Б. $y = -2x - 10$. В. $y = 2x + 10$. Г. $y = -\frac{1}{2}x + 10$.

9. Третий член геометрической прогрессии равен 2. Произведение первых ее пяти членов равно ...

- А. $\sqrt{2}$. Б. 32. В. 8. Г. 16.

10. Связной, выехав из начала движущейся войсковой колонны, передал пакет в ее конец через 6 мин. Обратный путь он проделал за 18 мин. За сколько минут он доставит пакет из начала в конец колонны, если она стоит на месте?

- А. За 9 мин. Б. За 12 мин. В. За 15 мин. Г. За 8 мин.

11. Биссектриса угла при основании равнобедренного треугольника отсекает от него треугольник, подобный данному. Углы этого треугольника равны ...

- А. $36^\circ, 36^\circ, 108^\circ$. Б. $72^\circ, 72^\circ, 36^\circ$. В. $54^\circ, 54^\circ, 72^\circ$. Г. $54^\circ, 63^\circ, 63^\circ$.

12. Дана окружность и точка вне круга, ограниченного этой окружностью. Совокупность всех середин хорд окружности, которые лежат на прямых, содержащих данную точку, является ...

- А. прямой. Б. окружностью. В. кругом. Г. дугой.

13. Сколько осей симметрии имеет фигура на плоскости, состоящая из двух прямых?

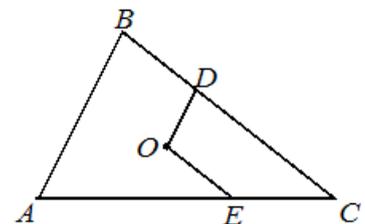
- А. 1. Б. 2. В. Бесконечно много. Г. Ответ отличен от приведенных.

14. Если около четырехугольника, имеющего прямой угол, можно описать окружность, то этот четырехугольник — ...

- А. квадрат. Б. прямоугольник. В. прямоугольная трапеция.

Г. не обязательно является прямоугольником.

15. В треугольнике ABC через точку пересечения его медиан O проведены отрезки OD и OE , параллельные сторонам AB и BC соответственно. Чему равна площадь трапеции $ODCE$, если площадь треугольника ABC равна S ?



- А. $\frac{S}{2}$. Б. $\frac{S}{3}$. В. $\frac{S}{4}$. Г. $\frac{S}{6}$.

Повышенный уровень

Вариант 2

1. Сравните числа $a = \sqrt{24} - \sqrt{23}$ и $b = 0,1$.

- А. $a > b$. Б. $a = b$. В. $a < b$. Г. $a \leq b$.

2. Известно, что $\frac{2x+y}{x} = 4$. Найдите значение выражения $\frac{2x+3y}{y}$.

- А. 7. Б. $\frac{10}{3}$. В. 9. Г. 4.

3. Упростите выражение $\frac{1}{(x-1)x} + \frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)}$.

- А. $\frac{4}{x(x+3)}$. Б. $\frac{2x+2}{(x-1)(x+3)}$. В. $\frac{4}{(x-1)(x+3)}$. Г. $\frac{2x+3}{x(x+3)}$.

4. Сколько решений имеет уравнение $(x^2 - 4)^2 + (y^2 + 2)^2 = 0$?

- А. 0. Б. 1. В. 2. Г. 3.

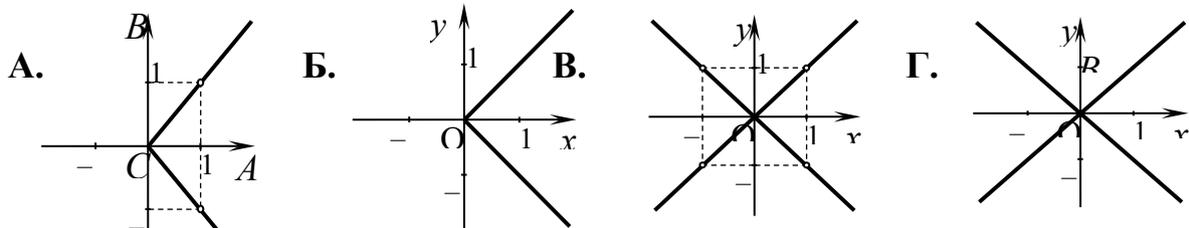
5. Укажите все значения a , при которых корни уравнения $(1-a)x^2 + (3a-4)x + 1 = 0$ имеют разные знаки.

- А. $a < 1$. Б. $a \neq 1$. В. $a \in \left(1; \frac{4}{3}\right)$. Г. $a > 1$.

6. Сравните значения выражения $x = a + \frac{1}{a}$ ($a < 0$) с числом -2 .

- А. $x > -2$. Б. $x \leq -2$. В. $x < -2$. Г. $x \geq -2$.

7. Какой из графиков может быть графиком уравнения $\frac{|y|-x}{|y|-1} = 0$?



8. Прямую $y = 2x - 1$ отразили симметрично относительно прямой $x = 2$. Получили прямую...

- А. $y = -2x - 7$. Б. $y = -\frac{1}{2}x + 7$. В. $y = -2x + 7$. Г. $y = \frac{1}{2}x + 1$.

9. Четвертый член геометрической прогрессии равен -2 . Произведение первых ее семи членов равно...

- А. 64. Б. -32 . В. $-64\sqrt{2}$. Г. -128 .

10. Эскалатор метро спускает идущего по нему вниз человека за 1 мин. Если человек будет идти вниз вдвое быстрее, то он спустится за 45 с. Сколько времени спускается человек, стоящий на эскалаторе?

- А. 70 с. Б. 75 с. В. 80 с. Г. 90 с.

11. Два треугольника подобны, длины сторон одного треугольника на 2 см больше длин соответствующих сторон другого. Найдите углы этих треугольников.

- А. $90^\circ, 45^\circ, 45^\circ$. Б. $90^\circ, 60^\circ, 30^\circ$. В. $60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$. Г. $72^\circ, 72^\circ, 36^\circ$.

12. Дана окружность и точка вне круга, ограниченного этой окружностью. Совокупность всех середин отрезков, соединяющих данную точку с точками окружности, является ...

- А. дугой. Б. отрезком. В. окружностью. Г. кругом.

13. Сколько осей симметрии имеет правильный шестиугольник?

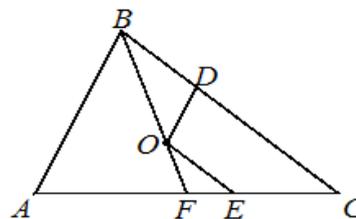
- А. 1 Б. 2. В. 3. Г. 6.

14. Если в четырехугольник можно вписать окружность и две его смежные стороны равны, то этот четырехугольник является ...

- А. квадратом. Б. прямоугольником. В. ромбом.

Г. фигурой, имеющей ось симметрии.

15. В треугольнике ABC через точку O пересечения его медиан проведены отрезки OD и OE , параллельные сторонам AB и BC соответственно, BF — медиана. Чему равна сумма площадей треугольников BOD и OFE , если площадь треугольника ABC равна S ?



- А. $\frac{S}{6}$. Б. $\frac{S}{2}$. В. $\frac{S}{3}$. Г. $\frac{S}{4}$.

Повышенный уровень

Вариант 3

1. Сравните числа $a = \sqrt{15} - \sqrt{14}$ и $b = \frac{1}{8}$ без использования калькулятора.

- А. $a > b$. Б. $a < b$. В. $a = b$. Г. $a \geq b$.

2. Известно, что $x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$. Наибольшее значение $\frac{y}{x}$ равно...

- А. $\frac{1}{2}$. Б. 2. В. 1. Г. $-\frac{1}{2}$.

3. Упростите выражение $\sqrt{5+2\sqrt{6}} - \sqrt{5-2\sqrt{6}}$.

- А. $2\sqrt{2}$. Б. $2\sqrt{3}$. В. 8. Г. $4\sqrt{6}$.

4. Сколько решений имеет уравнение $(x^2 - 6)^2 + (y + 2)^2 = 0$?

- А. 0. Б. 1. В. 2. Г. 3.

5. Укажите все значения b , при которых корни уравнения

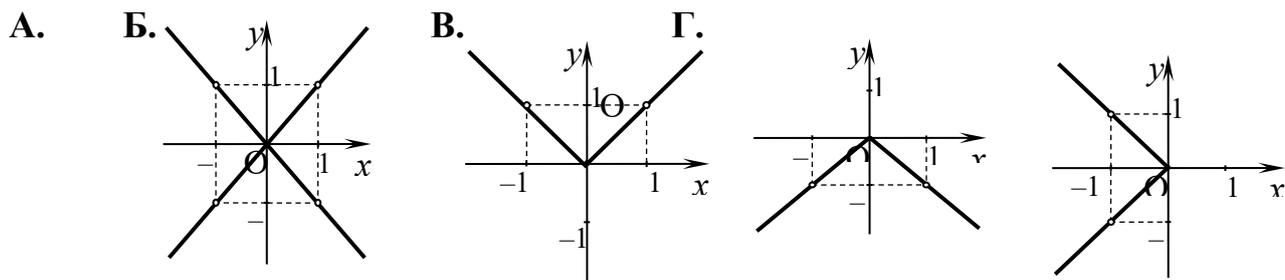
$(b^2 - 1)x^2 + 2x + \frac{1}{b-1} = 0$ имеют одинаковые знаки.

- А. $(-1; +\infty)$. Б. $(-1; 0]$. В. $(1; +\infty)$. Г. $(-1; 1) \cup (1; +\infty)$.

6. Сравните значения выражения $x = \frac{a^2 + 1}{a}$ ($a > 0$) с числом 2.

- А. $x > 2$. Б. $x < 2$. В. $x \geq 2$. Г. $x \leq 2$.

7. График уравнения $\frac{|y| + x}{x + 1} = 0$ имеет вид...



8. Прямую $y = 2x - 1$ отразили симметрично относительно прямой $y = 1$. Получили прямую, уравнение которой имеет вид...

А. $y = 3 - 2x$. Б. $y = -3 + 2x$. В. $y = -3 - 2x$. Г. $y = 3 + 2x$.

9. Пятый член арифметической прогрессии равен 12. Сумма первых её 9 членов равна ...

А. 54. Б. 36. В. 216. Г. 108.

10. Катер проходит расстояние между пристанями A и B по течению за 8 ч, а против течения за 10 ч. Сколько часов понадобится, чтобы проплыть из A в B на плоту?

А. 80 ч. Б. 18 ч. В. 40 ч. Г. 160 ч.

11. В треугольнике ABC биссектрисы AD и CE пересекаются в точке F ($D \in BC$, $E \in AB$). Точки B, D, E, F лежат на одной окружности. Угол B равен...

А. 90° . Б. 60° . В. 45° . Г. 30° .

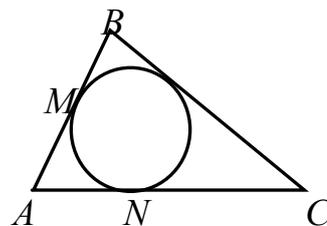
12. Дана окружность и точка внутри круга, ограниченного этой окружностью. Совокупность всех середин хорд, проведенных в круге через данную точку, является...

А. дугой. Б. отрезком. В. окружностью. Г. кругом.

13. Сколько осей симметрии имеет правильный восьмиугольник?

А. 1. Б. 2. В. 4. Г. 8.

14. Окружность, вписанная в треугольник ABC с периметром $2p$, касается сторон AB и AC в точках M и N . Сторона BC равна a . Длина отрезка AM равна...



А. $2p - 2a$. Б. $2p - a$. В. $p - 2a$. Г. $p - a$.

15. Пусть в параллелограмме h — сумма двух его неравных высот, p — полупериметр. Сравните h и p .

А. $h = p$. Б. $h < p$. В. $h > p$. Г. Сравнить нельзя.

Подсказки к заданиям тестов повышенного уровня

1. Умножьте и разделите выражение для a на выражение, сопряжённое для a , оцените полученный знаменатель с точностью до целых.

2. Из условия можно найти значение $\frac{x}{y}$ или $\frac{y}{x}$. Для этого числители дробных выражений нужно разделить на их знаменатели, а обе части многочлена — на квадрат одной из переменных.

3. Воспользовавшись равенством $\frac{1}{a(a+1)} = \frac{1}{a} - \frac{1}{a+1}$, можно преобразовать каждое слагаемое суммы дробных выражений. В подкоренных выражениях можно выделить квадраты двучленов.

4. Сумма квадратов двух выражений равна нулю тогда и только тогда, когда оба слагаемые равны нулю. Запишите систему двух уравнений и каждое решение одного уравнения скомбинируйте с каждым решением второго.

5. Квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет корни разных знаков тогда и только тогда, когда $\frac{c}{a} < 0$. Для доказательства воспользуйтесь теоремой Виета.

Убедитесь, что при этом условии дискриминант уравнения положителен.

Квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет корни одинаковых знаков тогда и только тогда, когда $\frac{c}{a} > 0, b^2 - 4ac > 0$.

6. Убедитесь в том, что если $c > 0$, то $c + \frac{1}{c} \geq 2$. Для доказательства установите

знак разности $c + \frac{1}{c} - 2$. Если же $c < 0$, то $c + \frac{1}{c} \leq -2$.

7. Обратите внимание на то, что числитель левой части уравнения равен нулю, а знаменатель не равен нулю. Вначале постройте график уравнения, полученного в приравнении числителя нулю. Из этого графика исключите точки, при которых знаменатель равен нулю.

8. Если точку $(x; y)$ отразить симметрично относительно прямой $x = a$, то получим точку $(2a - x; y)$ (почему?). Осталось в уравнении данной прямой заменить x на $2a - x$, где $x = a$ — уравнение оси симметрии.

Если же точку $(x; y)$ отразить симметрично относительно прямой $y = c$, то получим точку $(x; 2c - y)$, поэтому в уравнении данной прямой нужно заменить y на $2c - y$, где $y = c$ — уравнение оси симметрии.

9. Для геометрической прогрессии выразите вначале произведение первых указанных числа членов через первый член и знаменатель, а затем через ее заданный член.

Для арифметической прогрессии выразите вначале сумму первых указанных числа членов через первый член и разность, а затем через ее заданный член.

10. В этом задании рассматривается движение объекта в движущейся среде: связного вдоль движущейся войсковой колонны или навстречу движущейся войсковой колонне, человека на движущемся эскалаторе, катера по течению реки и против течения реки. Во всех заданиях рассматривается собственная скорость x движения объекта (связного, человека, катера) и скорость движения среды y (колонны, эскалатора, течения реки). Обозначив, например, через l преодоленное расстояние, составьте по условию систему уравнений, из которой можно найти требуемую величину.

11. Обратите внимание на то, что треугольник, подобный равнобедренному, является равнобедренным. Убедитесь в том, что равнобедренный треугольник, отсекаемый биссектрисой, может только прилегать к основанию. Выразите его углы через угол при основании данного треугольника и примените теорему о сумме углов треугольника.

Докажите, что если длины сторон одного из двух подобных треугольников больше или меньше длин соответственных сторон второго треугольника на одну и ту же величину, то эти треугольники равносторонние.

Если четыре точки лежат на одной окружности, то есть около четырёхугольника можно описать окружность, то суммы противоположных углов этого четырёхугольника равны по 180° .

Рассмотрите дугу окружности, диаметром которой является отрезок, соединяющий данную точку, расположенную внутри или вне данного круга, и центр данной окружности.

12. Рассмотрите два случая: прямые параллельны или прямые пересекаются. Для нахождения осей симметрии правильных шестиугольника или восьмиугольника рассмотрите в качестве аналогии оси симметрии квадрата.

13. Используйте тот факт, что если около четырехугольника можно описать окружность, то суммы противоположных углов равны по 180° . В четырехугольнике два противоположных угла прямые. Подумайте, обязательно ли два других угла тоже прямые.

Если же в четырёхугольник можно вписать окружность, то суммы длин его противоположных сторон равны. Подумайте, есть для каждой точки этого четырёхугольника точка, принадлежащая тому же четырёхугольнику и симметричная первой относительно некоторой прямой.

Для окружности, вписанной в треугольник с заданным периметром, примените свойство касательных.

Длины отрезков касательных к окружности, проведенных из одной точки (от этой точки до точек касания), равны.

14. Для нахождения площади части данного треугольника используйте тот факт, что отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.

Для сравнения элементов параллелограмма сравните каждую высоту с соответствующей стороной.

Углубленный уровень**Вариант 1**

1. Сравните числа $a = 24^9$ и $b = 20 \cdot 21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24 \cdot 25 \cdot 26 \cdot 27 \cdot 28$.

А. $a < b$. **Б.** $a = b$. **В.** $a > b$.

Г. Без вычислительных средств сравнить нельзя.

2. Если $c + d = 8$, $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$, $d > 0$, то для $m = \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d}$ имеет место неравенство ...

А. $m > 8$. **Б.** $m < 4$. **В.** $m < 5$. **Г.** $m < 6$.

3. Значение выражения $\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{5}\right) + \dots + \left(\frac{98}{99} + \frac{1}{100}\right)$ равно ...

А. 98,01. **Б.** 99,01. **В.** 97,01. **Г.** 98,99.

4. Число решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ \frac{1}{\sqrt{y}}(x + y - 3) = 0 \end{cases}$ равно ...

А. 2. **Б.** 0. **В.** 1. **Г.** 3.

5. Сумма коэффициентов многочлена $f(x) = x^{95}(x - 2)^{99}(x + 1)^3$ равна ...

А. 8. **Б.** 0. **В.** -2^{99} . **Г.** -8 .

6. Автомат каждую минуту выдает одно натуральное число. В первую минуту он выдал 1, во вторую — 3, в третью — 7, в четвертую — 13, в пятую — 21 и т.д. Какое число он выдал в пятидесятую минуту?

А. 2451. **Б.** 2449. **В.** 2549. **Г.** 2551.

7. Известно, что для произвольного $x > 0$ выполняется равенство

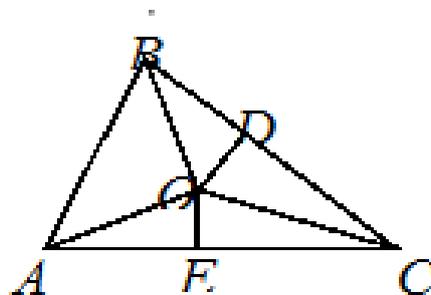
$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x+1}. \text{ Найдите } f(x).$$

А. $x + 1$. **Б.** $\frac{x}{x+1}$. **В.** $\frac{x+1}{x}$. **Г.** $\frac{1}{1+x}$.

8. Сравните сумму m длин трех медиан и периметр p произвольного треугольника.

А. $m < p$. **Б.** $m = p$. **В.** $m > p$. **Г.** Сравнить нельзя.

9. Из точки пересечения медиан O треугольника ABC опущены перпендикуляры OD и OE на две стороны $BC = 8$ см и $AC = 12$ см. Сумма длин этих перпендикуляров равна 5 см. Длина перпендикуляра OE равна ...



- А. 1 см. Б. 1,5 см. В. 2 см. Г. 3 см.

10. Середины сторон некоторого четырехугольника последовательно соединены. Получился прямоугольник. Каким свойством обладает данный четырехугольник?

- А. Диагонали равны. Б. Диагонали взаимно перпендикулярны.
 В. Диагонали точкой пересечения делятся пополам.
 Г. Диагонали являются биссектрисами его углов.

Углубленный уровень

Вариант 2

1. Сравните числа $a = 38^{15}$ и $b = 31 \cdot 32 \cdot 33 \cdot 34 \cdot 35 \cdot \dots \cdot 41 \cdot 42 \cdot 43 \cdot 44 \cdot 45$.

- А. $a > b$. Б. $a = b$. В. $a < b$.

Г. Без вычислительных средств сравнить нельзя.

2. Если $a + b + c = 5$, $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$, то для $m = \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$ имеет место неравенство...

- А. $m > 4$. Б. $m < 4$. В. $m < 3$. Г. $m > 5$.

3. Значение выражения $\left(1 - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3}\right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5}\right) - \dots - \left(\frac{1}{100} - \frac{98}{99}\right)$ равно ...

- А. 1,01. Б. 1,99. В. 0,99. Г. 0,01.

4. Число решений системы уравнений $\begin{cases} xy = 3 \\ \sqrt{y-2}(x+y-4) = 0 \end{cases}$ равно ...

- А. 1. Б. 2. В. 3. Г. 4.

5. Сумма коэффициентов многочлена $f(x) = (x-2)^{100}(x+1)^5(x-1)^2$ равна ...

- А. 2. Б. -2. В. 32. Г. 0.

6. Автомат каждую минуту выдает одно натуральное число. В первую минуту он выдал 5, во вторую — 6, в третью — 8, в четвертую — 12 и т.д. Какое число он выдаст в $60^{\text{ю}}$ минуту?

- А. 3198. Б. 3312. В. 3428. Г. 3546.

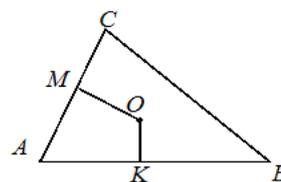
7. Известно, что для любого $x > 0$ выполняется равенство $f(1 - x) = x^2 - 1$. Найдите $f(x)$.

- А. $x^2 - 2x$. Б. $(x - 1)^2$. В. $x^2 - 2$. Г. $x^2 + 2x$.

8. Сравните сумму m длин трех медиан и полупериметр p произвольного треугольника.

- А. $m < p$. Б. $m = p$. В. $m > p$. Г. Сравнить нельзя.

9. Из центра тяжести O треугольника опущены перпендикуляры $OK = 3$ см и $OM = 5$ см на две стороны, AB и AC , сумма длин которых равна 40 см. Найдите длину стороны AB .



- А. 15 см. Б. 25 см. В. 35 см. Г. 21,5см.

10. Середины сторон некоторого четырехугольника последовательно соединены. Получился ромб. Каким свойством обладает данный четырехугольник?

- А. Диагонали взаимно перпендикулярны.
Б. Диагонали делят углы пополам.
В. Диагонали точкой пересечения делятся пополам.
Г. Диагонали равны.

Углубленный уровень

Вариант 3

1. Число a не делится ни на 2, ни на 3. Чему равен остаток от деления a^2 на 6?

- А. 5. Б. 1. В. 3. Г. 2.

2. Число $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot N$ не может оканчиваться ровно ...

- А. 3 нулями. Б. 4 нулями. В. 5 нулями. Г. 6 нулями.

3. Упростите выражение $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n+\sqrt{n+1}}}$.

А. $\sqrt{n+1}+1$. Б. $\sqrt{n+1}-1$. В. $\frac{n}{\sqrt{n+1}+1}$. Г. $\frac{n}{\sqrt{n+1}-1}$.

4. Сколько решений имеет уравнение $x^2 - 2\sqrt{2}x + y - 2\sqrt{y} + 3 = 0$?

А. 0. Б. 1. В. 2. Г. 3.

5. Разность двух чисел равна 1. Какое из приведенных значений не может принимать их сумма квадратов?

А. 2. Б. 1. В. 0,7. Г. 0,15.

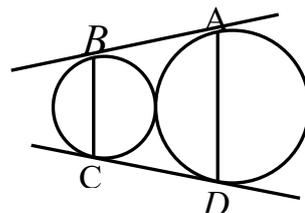
6. Найдите сумму всех несократимых дробей вида $\frac{n}{5}$, где n — натуральное число, $n \leq 50$.

А. 100. Б. 150. В. 200. Г. 300.

7. Функция $y = f(x)$ на некотором промежутке положительна и возрастает. Какая из следующих функций будет возрастать на этом промежутке?

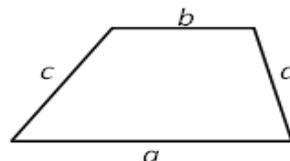
А. $y = -f(x)$. Б. $y = -\frac{1}{f(x)}$. В. $y = -f^2(x)$. Г. $y = -\sqrt{f(x)}$.

8. К двум окружностям, касающимся извне, проведены общие внешние касательные, и точки касания соединены между собой (см. рис.). Сравните $x = AB + CD$ и $y = BC + AD$.



А. $x = y$. Б. $x < y$. В. $x > y$. Г. Сравнить нельзя.

9. a, b, c, d — длины последовательных сторон выпуклого четырехугольника, S — его площадь. Сравните $4S$ и $x = (a + c)(b + d)$.



А. $4S < x$. Б. $4S = x$. В. $4S > x$. Г. $4S \leq x$.

10. На стороне квадрата $ABCD$ вне его построен равносторонний треугольник CED . Чему равен радиус окружности, проходящей через точки A, B, E , если сторона квадрата равна a ?

- А. a . Б. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. В. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. Г. $a\sqrt{3}$.

Подсказки к заданиям тестов углублённого уровня

1. В заданиях на сравнение чисел сгруппируйте множители числа b , равноудаленные от концов, сравните их произведение с квадратом основания числа a , воспользовавшись равенством $(c - d)(c + d) = c^2 - d^2$. В задании на делимость установите вначале, какой остаток от деления на 6 даёт число a , а затем — a^2 .

2. Для оценки m воспользуйтесь формулой квадрата суммы нескольких чисел, и неравенством, связывающим среднее арифметическое и среднее геометрическое двух положительных чисел $\frac{a + b}{2} \geq \sqrt{ab}$. В задании, в котором рассматривается произведение N последовательных натуральных чисел, количество нулей, которым оканчивается данное число, равно количеству простого множителя 5 в разложении этого числа на простые множители.

3. В заданиях на нахождение значения выражения постарайтесь установить закономерности при вычислении суммы одного из слагаемого каждой скобки с некоторым слагаемым в последующей скобке.

В задании на упрощение выражения умножьте числитель и знаменатель каждого слагаемого на выражение, сопряжённое знаменателю.

4. В заданиях на нахождение количества решений систем уравнений целесообразно использовать графическую иллюстрацию решения системы уравнений. Обратите внимание на области определения уравнений системы.

В задании на нахождение количества решений уравнения можно выделить полные квадраты.

5. В заданиях на нахождение суммы коэффициентов многочлена обратите внимание на то, что значение многочлена $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$ при $x = 1$ равно сумме его коэффициентов $a_0 + a_1 + \dots + a_{n-1} + a_n$.

В задании, где задана разность двух чисел, можно выразить сумму квадратов этих чисел через их разность.

6. В заданиях, в которых рассматривается автомат, выдающий натуральные числа, сначала найдите закономерность в последовательности чисел, которые выдает автомат. Обратите внимание на то, что последовательные разности этих чисел образуют арифметическую прогрессию. Подумайте, почему искомый член m данной последовательности равен сумме первых $m - 1$ разностей, сложенной с первым членом данной последовательности.

В задании на нахождение суммы несократимых дробей обратите внимание на то, что сократима каждая пятая из указанных дробей.

7. В заданиях на нахождение неизвестной функции замените в данном равенстве x на выражение стоящее под знаком f .

В задании на установление монотонности функции обратите внимание на то, что на множестве положительных чисел функции $y = -x$, $y = \frac{1}{x}$ убывают, а функции $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$ возрастают.

8. Продлите медиану, на продолжении отложите отрезок, равный медиане, полученную точку соедините с вершинами треугольника. Воспользовавшись этим, убедитесь в том, что каждая медиана меньше полусуммы 2^x сторон, между которыми она расположена. Кроме того, используйте то, что длина каждой медианы больше разности длины одной стороны треугольника и половины длины другой. В задании с двумя окружностями проведите общую внутреннюю касательную и сравните её длину с каждой суммой длин указанных отрезков.

9. В заданиях, где рассматривается центр тяжести треугольника, воспользуйтесь тем, что в треугольниках, имеющих равные площади, длины высот обратно пропорциональны длинам сторон треугольников, на которые они проведены.

В задании, где рассматривается четырёхугольник, покажите, что площадь каждого треугольника, образованного тремя последовательными вершинами четырёхугольника, не превосходит половины произведения длин двух соответствующих сторон четырёхугольника.

10. В заданиях, где середины сторон некоторого четырёхугольника последовательно соединены, используйте, что стороны прямоугольника или ромба параллельны диагоналям данного четырёхугольника.

В задании, в котором рассматривается квадрат, вычислите высоту треугольника ABE , к треугольнику ABO , где O — центр искомой окружности, примените теорему Пифагора.

Ответы к тестам тренажёра

Вариант 1

Уровень	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Базовый	В	В	Г	Б	Г	А	Г	Б	В	Г	В	Г	Б
Основной	Б	В	Г	Б	В	Б	В	Г	Б	Г	А	В	Г
Продвинутый	В	Б	Б	Г	А	Г	Г	В	В	Б	А	Г	В
Повышенный	А	В	Б	В	Г	В	А	В	Б	А	Б	Г	Г
Углублённый	В	Г	А	В	Г	А	Б	А	В	Б			
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
Базовый	В	Б	В	Б	А	Г	Б	В	Б	В	Г	В	
Основной	А	Б	В	Б	А	Г	Б	В	Б	В	Б	А	
Продвинутый	Г	Г	Г	В	Б	А	Г						
Повышенный	Г	Б											

Вариант 2

Уровень	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Базовый	А	В	В	Г	Б	Г	А	Б	В	В	Г	Г	А
Основной	В	А	Б	В	А	В	Г	А	В	Б	В	Г	А
Продвинутый	Г	Б	В	Г	В	Б	В	Г	Б	В	Г	А	В
Повышенный	А	Г	В	А	Г	Б	А	В	Г	Г	В	В	Г
Углублённый	А	Б	В	Б	Г	В	А	В	Б	Г			
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
Базовый	Г	В	А	Б	А	А	Б	В	А	В	Б	В	
Основной	Г	Б	Г	А	Б	В	Г	В	А	Б	Г	А	
Продвинутый	В	Б	В	А	А	Б	В						
Повышенный	Г	А											

Вариант 3

Уровень	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Базовый	Б	А	В	Б	В	Г	Б	Б	А	Б	Г	В	Г
Основной	Г	Б	А	В	Б	А	В	В	Г	А	Б	В	В
Продвинутый	Б	А	Г	В	В	Г	В	В	А	А	В	Г	Б
Повышенный	А	В	А	В	Г	В	Г	А	Г	А	Б	В	Г

Углублённый	Б	В	Б	Б	Г	В	Б	Г	Г	А		
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Базовый	Б	В	Г	А	Б	Б	Г	В	В	Г	Г	Б
Основной	А	Г	Б	Г	В	А	В	Б	Г	Г	Г	А
Продвинутый	В	Б	Г	Б	Г	В	Б					
Повышенный	Г	Б										

Контрольное задание

Контрольное задание состоит из **основного и дополнительного** заданий, которые оцениваются отдельно.

Основное задание предполагает выполнение тестов базового, основного и продвинутого уровней. Дополнительное – тестов повышенного и углублённого уровней.

Каждый правильный ответ на задание базового уровня оценивается одним баллом, основного – двумя баллами, продвинутого – четырьмя баллами, повышенного – шестью баллами и углублённого – десятью баллами.

Выберите для **каждого** тестового задания **правильный** ответ из приведенных. **Помните**, что правильный ответ среди них есть, и он ровно один. Если же уверены, что правильного ответа нет, то в качестве ответа поставьте букву «Д».

Критерии оценок

Основное задание :

«отлично» - получено от 121 до 155 баллов

«хорошо» - получено от 91 до 120 баллов

«зачтено» - получено от 52 до 90 баллов

Дополнительное задание:

«отлично» - получено от 81 до 190 баллов

«хорошо» - получено от 54 до 80 баллов

Надеемся, что работа над тестами будет для Вас и интересной, и полезной.

Желаем Вам успехов!

Основное задание

Базовый уровень

1. Сравните числа $a = 3\sqrt{3}$ и $b = \sqrt{32}$.

- А. $a < b$. Б. $a = b$. В. $a > b$. Г. Сравнить нельзя.

2. Какое из приближений числа $\sqrt{29}$ точнее: 5 или 7?

- А. 7. Б. Одинаково точны. В. 5. Г. Определить нельзя.

3. Вычислите $2,4 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-1}$.

- А. 72. Б. 720. В. 7200. Г. 620.

4. Вычислите значение выражения $\frac{a^3}{9}$ при $a = 3\sqrt{2}$.

- А. $\frac{6}{\sqrt{2}}$. Б. $12\sqrt{2}$. В. $6\sqrt{2}$. Г. $\frac{9}{\sqrt{2}}$.

5. Сократите дробь $\frac{x^2 - 9}{x + 3}$.

- А. $x - 3$. Б. $x + 3$. В. $\frac{1}{x - 3}$. Г. $\frac{1}{x + 3}$.

6. Упростите выражение $\frac{a + x}{a} : \frac{3a + 3x}{a^2}$.

- А. $\frac{3(a + x)^2}{a^3}$. Б. $\frac{3}{a}$. В. $3a$. Г. $\frac{a}{3}$.

7. Найдите нули функции $y = (x - 1)(x + 3)$.

- А. -1 и 3 Б. 3 . В. -1 и -3 . Г. 1 и -3 .

8. Из формулы высоты свободного падения $h = \frac{gt^2}{2}$ выразите зависимость времени t от высоты h .

А. $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Б. $t = \sqrt{\frac{g}{2h}}$. В. $t = \sqrt{2gh}$. Г. $t = \left(\frac{2h}{g}\right)^2$.

9. Сколько корней имеет уравнение $2x^2 + 6x + 3 = 0$?

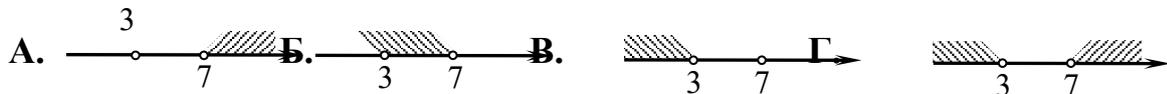
- А. 0. Б. 1. В. 2. Г. Определить нельзя.

10. Укажите область определения функции $y = \sqrt{x-5}$.

- А. $(-\infty; 5]$. Б. $[-5; +\infty)$. В. $[5; +\infty)$. Г. $(-\infty; +\infty)$.

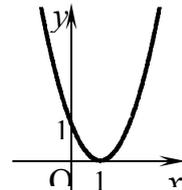
11. На каком из рисунков изображено множество решений системы неравенств:

$$\begin{cases} x-3 > 0, \\ 7-x < 0 \end{cases}$$



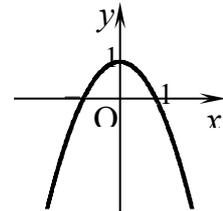
12. На рисунке изображен график функции...

- А. $y = (x + 1)^2$. Б. $y = x^2 + 1$.
В. $y = x^2 - 1$. Г. $y = (x - 1)^2$.



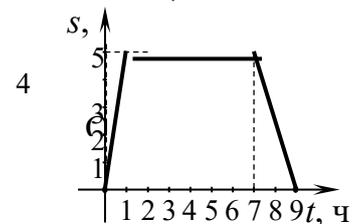
13. На рисунке изображен график функции $y = 1 - x^2$. Укажите все значения x , при которых функция убывает.

- А. $(-\infty; 0]$. Б. $[-1; 1]$.
В. $[0; 1]$. Г. $[0; +\infty)$.



14. График прямолинейного движения мальчика на пляж и обратно представлен на рисунке, где s — расстояние от дома. С какой скоростью он шел на пляж и с какой обратно?

- А. 2,5 и 5 км/ч Б. 5 и 2,5 км/ч.
В. 1 и 2 км/ч. Г. 2 и 1 км/ч.



15. Расстояние между двумя пунктами 20 км. Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу из этих пунктов со скоростями 4 и 6 км/ч. Через сколько времени они встретятся?

- А. Через 1 час. Б. Через 3 часа. В. Через 4 часа. Г. Через 2 часа.

16. После повышения на 20% цена товара стала равняться 60 грн. Чему равнялась первоначальная цена этого товара?

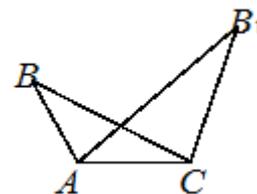
- А. 40 грн. Б. 48 грн. В. 50 грн. Г. 45 грн.

17. В треугольнике SPQ угол S равен 95° . Какая сторона треугольника наибольшая?

- А. PQ . Б. SQ . В. SP . Г. Определить нельзя.

18. Сравните площади S и S_1 треугольников ABC и AB_1C .

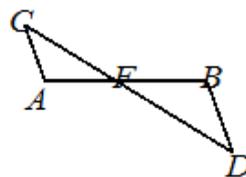
- А. $S = S_1$. Б. $S < S_1$. В. $S > S_1$. Г. Сравнить нельзя.



19. На рисунке $AC \parallel BD$, $\frac{AF}{FB} = \frac{2}{5}$, $CF = 6$ см. Чему равен отрезок CD ?

- А. 21 см. Б. 15 см. В. 8,4 см.

Г. Ответ отличен от приведенных.



20. Хорда, соединяющая концы двух взаимно перпендикулярных диаметров окружности, равна $2\sqrt{2}$ см. Чему равен диаметр окружности?

- А. 2 см. Б. 4 см. В. 8 см. Г. Ответ отличен от приведенных.

21. Лучи Солнца образуют с поверхностью Земли угол 60° . Дерево высотой 20 м отбрасывает тень длиной примерно равной (выберите наиболее точный результат) ...

- А. 17 м. Б. 34 м. В. 6 м. Г. 12 м.

22. Точки $A(3; -2)$ и $B(-3; 6)$ являются противоположными вершинами прямоугольника. Чему равен радиус окружности, описанной около прямоугольника?

- А. 10. Б. $\sqrt{14}$. В. 5. Г. Определить нельзя.

23. Два перпендикулярных отрезка пересекаются и точкой пересечения делятся пополам. Их концы последовательно соединены. Полученный четырехугольник является ...

- А. ромбом. Б. квадратом. В. прямоугольником.

Г. фигурой, отличной от приведенных.

24. Как изменится площадь треугольника, если его стороны увеличить вдвое?

- А. Увеличится в 4 раза. Б. Увеличится в 3 раза.

В. Увеличится в 2 раза. Г. Не изменится.

25. В круге диаметром 10 см проведена хорда, удаленная от центра на 3 см. Длина хорды равна ...

А. 4 см. Б. 8 см. В. 12 см. Г. число, отличному от приведенных

Основной уровень

1. Расположите по возрастанию числа $a = \sqrt{8}$, $b = 3,1$ и $c = \frac{7}{2}$.

А. $b < a < c$. Б. $a < b < c$. В. $a < c < b$. Г. $c < b < a$.

2. Известно, что $4,2 \leq a \leq 4,4$. Какая запись числа верная?

А. $a = 4,3 \pm 1$. Б. $a = 4,3 \pm 0,01$. В. $a = 4,2 \pm 0,2$. Г. $a = 4,3 \pm 0,1$.

3. Если $4\sqrt{b} - 9 = 0$, то b равно ...

А. $5\frac{1}{16}$. Б. $2\frac{1}{4}$ В. $\frac{16}{81}$ Г. $\frac{4}{9}$.

4. Вычислите значение выражения $\left(\frac{x^4 x^{-6}}{x^{-4}}\right)^2$ при $x = 2\sqrt{3}$.

А. $\frac{1}{144}$. Б. 12. В. $\frac{1}{12}$. Г. 144.

5. Сократите дробь $\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$.

А. $\sqrt{x} - \sqrt{y}$. Б. $\frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$. В. $\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$. Г. $\sqrt{x} + \sqrt{y}$.

6. Упростите выражение $\frac{3(a-b) + (b^2 - a^2)}{a-b}$.

А. $3 + a + b$. Б. $3 + a - b$. В. $3 - a + b$. Г. $3 - a - b$.

7. Если $(x+1)(x-2) = 0$ то $x-2$ равно ...

А. 0. Б. -1. В. 0 или -3. Г. 0 или -1.

8. Из формулы объёма цилиндра $V = \pi R^2 H$ найдите зависимость радиуса основания R через объём.

А. $R = \sqrt{\frac{\pi H}{V}}$. Б. $R = \sqrt{\frac{V}{\pi H}}$. В. $R = \sqrt{\pi V H}$. Г. $R = \left(\frac{V}{\pi H}\right)^2$.

9. Решите уравнение $(x+1)^3 - 4(x+1) = 0$.

А. ± 1 . Б. $-1; -3$. В. $\pm 1; -3$. Г. $-1; 3$.

10. Укажите область определения функции $y = \sqrt{\frac{2x+1}{4x^2-1}}$.

А. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. Б. $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. В. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. Г. $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$.

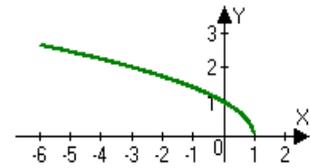
11. Решите неравенство $-\frac{1}{x} > \frac{1}{2}$.

А. $(-\infty; -2)$. Б. $(-2; \infty)$. В. $(-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$. Г. $(-2; 0)$.

12. На рисунке изображен график функции...

А. $y = \sqrt{x+1}$. Б. $y = \sqrt{x-1}$.

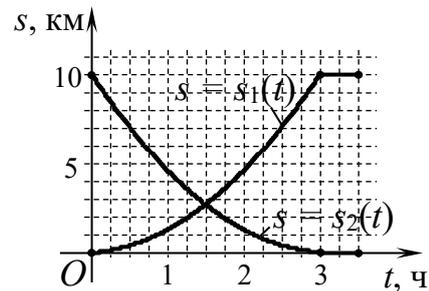
В. $y = \sqrt{-1-x}$. Г. $y = \sqrt{1-x}$.



13. Найдите множество значений функции $y = (x + 1)^2 - 3$.

А. $[3; +\infty)$. Б. $(-\infty; -3]$. В. $[-3; +\infty)$. Г. $(-\infty; 3]$.

14. На рисунке изображены графики законов прямолинейного движения двух пешеходов навстречу друг другу по шоссе, соединяющему пункты А и В. $s_1(t)$ ($s_2(t)$) — расстояние от А до первого (второго) пешехода. Какой из пешеходов к моменту встречи прошел меньшее расстояние и на сколько?



А. Первый, на 4 км. Б. Второй, на 2 км.

В. Первый, на 6 км. Г. Второй, на 1 км.

15. Магазин во время сезонной распродажи продал товара на 32% больше, чем обычно за тот же срок. При этом он выручил на 10% больше обычного. На сколько процентов были снижены цены?

А. На $16\frac{2}{3}\%$. Б. На $15\frac{1}{3}\%$. В. На 11%. Г. На $17\frac{1}{2}\%$.

16. Сколько членов, больших -1 , содержится в арифметической прогрессии $92, 88, 84, \dots$?

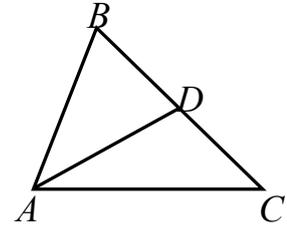
А. 21. Б. 22. В. 23. Г. 24.

17. Радиус окружности равен 5 см. Наибольшее расстояние от точки, лежащей внутри круга, ограниченного этой окружностью, до окружности равно 9 см. Наименьшее расстояние от этой точки до окружности равно ...

- А. 4 см. Б. 2 см. В. 8 см. Г. 1 см .

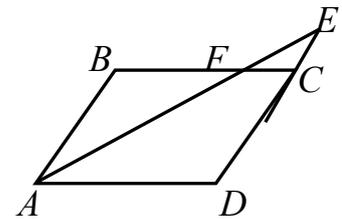
18. Отрезок AD является медианой треугольника ABC . Сравните площади треугольников ABD и ADC , равные S и S_1 соответственно.

- А. $S < S_1$. Б. $S > S_1$. В. $S = S_1$. Г. Сравнить нельзя.



19. На рисунке $ABCD$ — параллелограмм, $AB = 4$ см, $CE = 2$ см. Отношение площадей треугольников ADE и CFE равно ...

- А. 3:1. Б. 9:1 В. 18:1. Г. 27:1.



20. В равнобедренной трапеции диагональ равна 20 см, а высота 12 см. Площадь трапеции равна...

- А. 96 см^2 . Б. 192 см^2 . В. 144 см^2 . Г. 256 см^2 .

21. Сколько осей симметрии имеет фигура, состоящая из двух пересекающихся под острым углом прямых?

- А. 0. Б. 1. В. 2. Г. 4.

22. Точка N расположена в IV четверти на расстоянии 8 от оси x и на расстоянии 10 от начала координат. Какие координаты имеет точка, симметричная точке M относительно о начала координат?

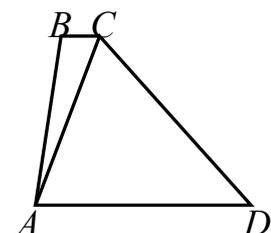
- А. $(-8; 6)$. Б. $(8; -6)$. В. $(-6; 8)$. Г. $(6; -8)$.

23. Если отрезками соединить последовательно середины сторон прямоугольника, то получится ...

- А. ромб. Б. прямоугольник.
В. квадрат. Г. прямоугольная трапеция.

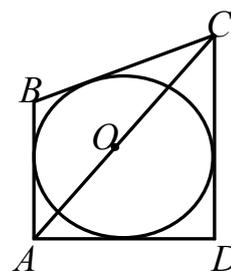
24. Основания трапеции равны соответственно 4 и 20 см. Площади треугольников ABC и ACD относятся как ...

- А. 1:25. Б. 1:4. В. 1:16. Г. 1:5.



25. Какое равенство верно (см. рис.)?

- А. $AB+BC=AD+CD$. Б. $AB+CD=AD+BC$.
 В. $AB + AD = BC + CD$. Г. $AB + AC = BC + CD$.



Продвинутый уровень

1. Расположите в порядке возрастания числа $a = 2\sqrt{7}$; $b = 4\sqrt{2}$; $c = 5,5$.

- А. $a < c < b$. Б. $c < a < b$. В. $a < b < c$. Г. $c < b < a$.

2. Если $(x + 3)^2 = 12$, то $x^2 + 6x + 7$ равно ...

- А. 14. Б. 10. В. 19 или 10. Г. 19.

3. Если $a < 0$, то выражение $\sqrt{-a^3 + 10a^2 - 25a}$ равно ...

- А. $(5-a)\sqrt{a}$. Б. $(a-5)\sqrt{-a}$. В. $(a-5)\sqrt{a}$. Г. $(5-a)\sqrt{-a}$.

4. Если x и y одновременно умножить на 10, то изменится дробь...

- А. $\frac{5x-y}{y-3x}$. Б. $\frac{x}{y}$. В. $\frac{x^2+10y}{10x+y^2}$. Г. $\frac{2x}{x+y}$.

5. Числа $5 + \sqrt{7}$ и $5 - \sqrt{7}$ являются корнями уравнения ...

А. $x^2 - 10x + 18 = 0$. Б. $x^2 + 10x - 18 = 0$.

В. $x^2 + 10x + 18 = 0$. Г. $x^2 - 10x - 18 = 0$.

6. Равенство $\frac{x-1}{y} = 0$ выполняется тогда и только тогда, когда ...

- А. $x = 1$ или $y \neq 0$. Б. $(x-1)y = 0$. В. $x = 1$. Г. $x = 1$ и $y \neq 0$.

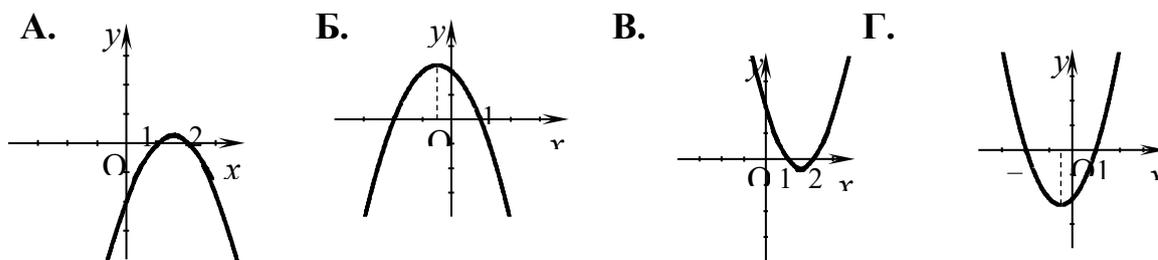
7. Решите уравнение $\frac{x^3 - 3x^2}{\sqrt{x-2}} = 0$.

- А. $\sqrt{3}$. Б. 0; 3. В. 0; -3. Г. 3.

8. Решите неравенство $\frac{(x-3)^3}{x+1} < 0$.

- А. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. Б. $(-\infty; -1)$. В. $(-1; 3)$. Г. $(3; +\infty)$.

9. График функции $y = (1-x)(2-x)$ изображен на рисунке ...



10. При каком значении b прямая $x = -5$ является осью симметрии графика функции $y = -x^2 + bx + 3$?

- А. $b = 10$. Б. $b = 5$. В. $b = -5$. Г. $b = -10$.

11. При каком значении k график функции $y = k\sqrt{x}$ проходит через точку $(9; -5)$?

- А. $-\frac{3}{5}$. Б. $-\frac{9}{5}$. В. $-\frac{5}{3}$. Г. $-\frac{5}{9}$.

12. Одна бригада выполнила рабочее задание за 5 дней, другая точно такое задание — за 6 дней. На сколько процентов производительность труда второй бригады меньше производительности труда первой бригады?

- А. На $3\frac{1}{3}\%$. Б. На $16\frac{2}{3}\%$. В. На $33\frac{1}{3}\%$. Г. На 20% .

13. Какое отрицательное число надо поставить между 9 и 10, чтобы эти три числа были последовательными членами геометрической прогрессии?

- А. $-3\sqrt{10}$. Б. $-\frac{10}{\sqrt{3}}$. В. $-9,5$. Г. $-\frac{\sqrt{10}}{3}$.

14. Известно, что объем прямого кругового цилиндра V и площадь его боковой поверхности S вычисляются соответственно по формулам $V = \pi R^2 l$ и $S = 2\pi R l$, где R — радиус основания цилиндра, l — длина его образующей. Найдите зависимость V от S и l .

- А. $V = \frac{Sl}{4\pi}$. Б. $V = \frac{S^2}{4\pi l^2}$. В. $V = \frac{S^2 l}{4\pi}$. Г. $V = \frac{S^2}{4\pi l}$.

15. Стороны равнобедренного треугольника 13 см и 29 см. Периметр его равен...

А. 55 см. Б. 42 см. В. 71 см. Г. 73 см.

16. Сколько центров симметрии имеет фигура, состоящая из двух параллельных прямых?

А. 0. Б. 1. В. 2. Г. Бесконечно много.

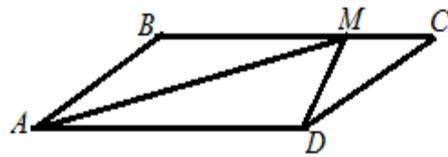
17. В окружности радиуса $\sqrt{2}$ проведена хорда AB . Найдите длину этой хорды, если из некоторой точки M окружности она видна под углом 45° .

А. $\sqrt{2}$. Б. 4. В. 2. Г. Ответ зависит от выбора точки M .

18. Дан треугольник ABC , площадь которого S , O — точка пересечения медиан AK и BF ($K \in BC$, $F \in AC$). Площадь треугольника BOC равна...

А. $\frac{1}{3}S$. Б. $\frac{3}{4}S$. В. $\frac{1}{4}S$. Г. $\frac{2}{3}S$.

19. В параллелограмме $ABCD$ на стороне BC выбрана точка M так, что $\angle MCD = \angle AMD$; $CM = 4$ см, $AD = 9$ см. Чему равен отрезок DM ?



А. 5 см. Б. 6 см. В. 4,5 см. Г. 5,5 см.

20. Середины сторон ромба попарно соединили. Во сколько раз площадь образованного четырёхугольника меньше площади данного ромба?

А. В 8 раз. Б. В 2 раза. В. В 4 раза. Г. в 3 раза.

Дополнительное задание

Повышенный уровень

1. Сравните числа $a = \sqrt{38} - \sqrt{37}$ и $b = \frac{1}{12}$ без использования калькулятора.

А. $a > b$. Б. $a = b$. В. $a < b$. Г. $a \geq b$.

2. Известно, что $2x^2 - 3xy - 2y^2 = 0$. Наименьшее значение $\frac{y}{x}$ равно ...

А. -2. Б. $\frac{1}{2}$. В. -1. Г. $-\frac{1}{2}$.

3. Упростите выражение $\sqrt{20 - 6\sqrt{11}} - \sqrt{20 + 6\sqrt{11}}$.

А. $2\sqrt{11}$ Б. 36. В. -6. Г. $-2\sqrt{11}$.

4. Сколько решений имеет уравнение $(x^2 - 5)^2 + (y^2 - 6)^2 = 0$?

А. 4. Б. 2. В. 1. Г. 0.

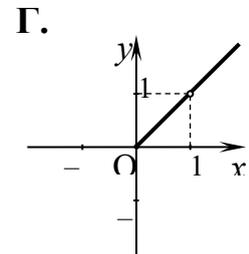
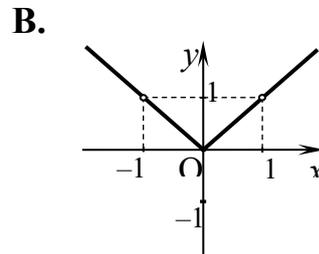
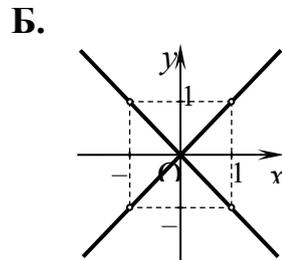
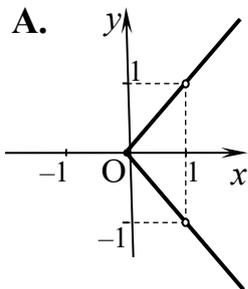
5. Укажите все значения p , при которых корни уравнения $(p - 3)x^2 - 2px - 5p = 0$ имеют разные знаки.

А. $p > 3$. Б. $p > 0$ или $p < 3$. В. $p < 0$ или $p > 3$. Г. $0 < p < 3$.

6. Сравните значение выражения $x = \frac{a}{a^2 + 1}$ ($a < 0$) с числом $-\frac{1}{2}$.

А. $x > -\frac{1}{2}$. Б. $x < -\frac{1}{2}$. В. $x \leq -\frac{1}{2}$. Г. $x \geq -\frac{1}{2}$.

7. График уравнения $\frac{|y| - x}{x - 1} = 0$ имеет вид...



8. Прямую $y = -2x - 1$ отразили симметрично относительно прямой $y = 2$. Получили прямую, уравнение которой имеет вид...

А. $y = 2x + 9$. Б. $y = 5 - 2x$. В. $y = -2x - 9$. Г. $y = 5 + 2x$.

9. Седьмой член арифметической прогрессии равен 12. Сумма первых её 13 членов равна ...

А. 52. Б. 156. В. 208. Г. 312.

10. Катер прошел по течению 90 км за некоторое время. За то же время он прошел бы против течения 70 км. Какое расстояние за это время

проплывет плот?

А. 5 км. Б. 20 км. В. 15 км. Г. 10 км.

11. Боковая сторона трапеции, описанной около окружности с центром O , видна из точки O под углом ...

А. 90° . Б. 135° . В. 60° . Г. отличным от приведенных.

12. Совокупность всех середин хорд, проведенных в данной окружности через данную точку на окружности, является...

А. отрезком. Б. дугой.
В. окружностью. Г. фигурой, отличной от указанных.

13. Сколько центров симметрии имеет фигура на плоскости, состоящая из двух пересекающихся прямых?

А. 2 . Б. 1. В. 4. Г. 2 или 4.

14. Прямая, пересекающая две стороны параллелограмма, делит его на две трапеции, в каждую из которых можно вписать окружность. Стороны параллелограмма равны a и b , $a < b$. Отрезок прямой внутри параллелограмма равен...

А. $b - a$. Б. $\frac{a+b}{2}$. В. \sqrt{ab} . Г. число, отличное от приведенных.

15. Пусть в параллелограмме h — сумма длин двух его неравных высот, d — сумма длин его диагоналей. Сравните h и d .

А. $h > d$. Б. $h = d$. В. $h < d$. Г. Сравнить нельзя.

Углубленный уровень

1. Число a при делении на 3 дает остаток 1. Какие остатки при делении на 6 дает число a^2 ?

А. 1. Б. 2. В. 3. Г. 1 или 4.

2. Произведение цифр натурального числа в десятичной системе не может равняться ...

А. 49. Б. 63. В. 33. Г. 56.

3. Упростите выражение $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{6}} + \sqrt{6+\sqrt{11}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{5n-4+\sqrt{5n+1}}}$.

А. $\frac{\sqrt{5n+1}+1}{5}$. Б. $\frac{\sqrt{5n+1}-1}{5}$. В. $\frac{5}{\sqrt{5n+1}-1}$. Г. $\frac{5}{\sqrt{5n+1}+1}$.

4. Сколько корней имеет уравнение $\sqrt{x}\left(x^4 - \frac{1}{7} + \frac{1}{8}\right) = 0$?

А. 1. Б. 2. В. 3. Г. Ответ отличен от приведенных.

5. Сумма двух чисел равна 1. Какое из приведенных значений может принять сумма их квадратов?

А. 0,4. Б. 0,01. В. $\frac{1}{3}$. Г. $\frac{2}{3}$.

6. Сумма всех несократимых дробей со знаменателем 3, заключенных между 8 и 12, равна ...

А. 80. Б. 240. В. 60. Г. 90.

7. Функция $y = f(x)$ на некотором промежутке отрицательна и убывает. Какая из следующих функций будет возрастать на этом промежутке?

А. $y = \frac{1}{f^2(x)}$. Б. $y = \sqrt{-f(x)}$. В. $y = -\frac{1}{f(x)}$. Г. $y = \frac{1}{\sqrt{-f(x)}}$.

8. Пусть a, b, c, d — длины сторон трапеции, $a > b, c > d$. Сравните $x = a - b$ и $y = c - d$.

А. $x > y$. Б. $x = y$. В. $x \leq y$. Г. Сравнить нельзя.

9. Треугольник ABC разбит прямой BD на два треугольника ABD и DBC . Сравните сумму радиусов $r_1 + r_2$ окружностей, вписанных в треугольники ABD и DBC , с радиусом r окружности, вписанной в треугольник ABC .

А. $r_1 + r_2 < r$. Б. $r_1 + r_2 = r$. В. $r_1 + r_2 > r$. Г. Сравнить нельзя.

10. Длины катетов прямоугольного треугольника a и b . На его гипотенузе как на стороне во внешнюю сторону треугольника построен квадрат. Расстояние от вершины прямого угла треугольника до центра квадрата равно...

А. $\frac{a+b}{2}$.

Б. $\frac{(a+b)\sqrt{2}}{2}$.

В. $\frac{(a+b)\sqrt{3}}{2}$.

Г. $\frac{(a+b)^2}{2\sqrt{a^2+b^2}}$

Рекомендовано к изданию Ученым советом
факультета математики и информационных технологий
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»
(протокол № 5 от 21 января 2021 г.)

Бродский Яков Соломонович

Павлов Александр Леонидович

ПОВТОРИМ МАТЕМАТИКУ

Тесты для самостоятельной работы
и контроля знаний
обучающихся 9–10 классов

Пособие для дополнительного изучения математики
обучающимися 9-10 классов

Учебное пособие