Донецкий государственный университет
Факультет математики и информационных технологий
Центр математического просвещения

Я.С. Бродский, А.Л. Павлов

ПОВТОРИМ МАТЕМАТИКУ

Тесты для самостоятельной работы и контроля знаний обучающихся 10 – 11 классов

Донецк, 2024

УДК 519 11

ББК 22.1я 72

Б 881

Рекомендовано к изданию Ученым советом
факультета математики и информационных технологий

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»
(протокол № 5 от 21 января 2021 г.)

Бродский Я.С., Павлов А.Л**.** Повторим математику.10-11классы. Пособие для дополнительного изучения математики обучающимися 10-11 классов. — Донецк. — 71 с.

Пособие предназначается для повторения математики обучающимися 10-11 классов, изучающими математику дополнительно к школьному курсу. Оно соответствует программе дополнительного обучения математике «Реальная математика», утвержденной Ученым Советом ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет» (протокол №4 от 05. 05. 2017).

В пособии содержатся задания пяти уровней: базового, основного, продвинутого, повышенного и углубленного. Тесты базового, основного и продвинутого уровней предназначены для диагностики уровня математической подготовки обучающихся. Тесты повышенного и углубленного уровня можно использовать для более глубокой дифференциации уровня подготовки обучающихся. Они могут быть использованы для подготовки к школьным и районным олимпиадам и другим соревнованиям, предусматривающим высокий уровень математической подготовки.

Пособие состоит из двух частей. В первой части представлен материал для обучения. В этой части содержатся примерно равноценные варианты тестов каждого из уровней, указания к выполнению заданий каждого уровня, а также ответы. Вторая часть пособия содержит систему заданий для проверки владения обучающимися действиями и приёмами, представленными в первой части.

Пособие адресовано обучающимся заканчивающих обучение в 10 классе или начинающим в 11 классе. Оно может быть использовано учителями математики для диагностики математической подготовки обучающихся, организации самостоятельной работы как на уроках, так и во внеурочных формах обучения.

Содержание

Дорогой друг! 4
Повторим математику 5
Зачем нужно повторять математику 5
Как можно повторить математику 5
Как организовать повторение 6
Тренажёр 7
Базовый уровень Вариант 1 7
Базовый уровень Вариант 2 10
Базовый уровень Вариант 3 13
Подсказки к заданиям тестов базового уровня 16
Основной уровень Вариант 1 20
Основной уровень Вариант 2 23
Основной уровень Вариант 3 26
Подсказки к заданиям тестов основного уровня 30
Продвинутый уровень Вариант 1 35
Продвинутый уровень Вариант 2 37
Продвинутый уровень Вариант 3 40
Подсказки к заданиям тестов продвинутого уровня 42
Повышенный уровень Вариант 1 46
Повышенный уровень Вариант 2 48
Повышенный уровень Вариант 3 49
Подсказки к заданиям тестов повышенного уровня 51
Углубленный уровень Вариант 1 52
Углубленный уровень Вариант 2 54
Углубленный уровень Вариант 3 55
Подсказки к заданиям тестов углубленного уровня 56
Ответы к тестам тренажёра 57
Контрольное задание 58
Основное задание 59
Базовый уровень 59
Основной уровень 62
Продвинутый уровень 65
Дополнительное задание 68

Дорогой друг!

Настоящее пособие позволит тебе:

- выяснить прочность и глубину усвоения математики, изученной в предыдущих классах;

- повторить материал и систематизировать свои знания по математике;

- подготовиться к дальнейшему обучению математике и её применениям.

Пособие состоит из **тренажёра** и **контрольного задания**. Тренажёр предназначен для выявления пробелов в математической подготовке и их устранения. Контрольное задание предназначено для оценивания успешности повторения математики.

Задания для тренировки имеют пять уровней: базовый, основной, продвинутый, повышенный и углубленный. Это позволит тебе двигаться, как по ступенькам: сначала почувствовать, что твёрдо стоишь на первой ступеньке — хорошо владеешь базовым уровнем, — затем поднимаешься на вторую и так можно добраться до верхней ступеньки — углублённого уровня. Если же ты почувствуешь, что подъём для тебя на какую-то следующую ступеньку пока не под силу, остановись, подготовься к дальнейшему подъёму.

Хорошо потренировавшись хотя бы на первых двух уровнях, можно начинать выполнять контрольное задание, продолжая тренировки. Контрольное задание состоит из двух частей: основного и дополнительного заданий.

В заданиях для тренировки и контроля приведены варианты ответов, из которых только один правильный. Возможно, у тебя уже есть опыт работы с такими заданиями. Если нет, то ты его приобретёшь. Все необходимые разъяснения для выполнения заданий приведены далее.

Надеемся, что работа над пособием будет полезной и интересной.

Желаем успехов!

Повторим математику

Зачем нужно повторять математику

Всякие знания со временем забываются, а умения утрачиваются. Это касается и школьных знаний и умений. Приходится изученный ранее материал повторять и восстанавливать.

Особенно сложным, но в то же время важным, является повторение математики после летних каникул.

Почему важным? Потому что дальнейшее обучение математике постоянно использует результаты предыдущего обучения, оно базируется на предыдущем, как на фундаменте. А фундамент должен быть прочным, надёжным.

Почему сложным? Во-первых, потому, что на длительных каникулах изученный материал не использовался. А всё, что не используется, забывается очень быстро. Во-вторых, потому что нужно повторить изученное не за четверть и даже не за учебный год. Повторить нужно материал, изученный на протяжении всей учёбы в начальной школе. А если ещё были пробелы во время обучения, то сейчас на их месте образовались провалы. И их надо устранить.

Как можно повторить математику

Самый простой способ повторения состоит в листании учебника или справочника по математике. Простой, но бесполезный.

Настоящее повторение состоит в осознании того, что из знаний и умений осталось, а что устарело. А это можно проверить только что-то делая. Поэтому настоящее повторение предполагает выполнение разнообразных заданий, подобных тем, что выполнял ранее, но таких, что выявляют пробелы. Кроме того, необходимы анализ допущенных ошибок и их устранение.

Именно такое повторение предполагает настоящий учебный модуль. Он предусматривает:
- выполнение заданий разного уровня сложности, охватывающих главное содержание курса математики предыдущих классов;
- анализ результатов выполнения заданий и корректировку математической подготовки;
- установление уровня готовности к дальнейшему обучению математике.

В данном пособии выполнение заданий сводится к выбору правильного ответа из приведенных. Для повторения большого массива материала такие задания вполне пригодны. Среди заданий есть и очень сложные.

Пособие состоит из двух частей. Первая часть предназначена для тренировки. Поэтому она называется «Тренажёром». Вторая часть предназначена для проверки того, эффективны ли были тренировки. Поэтому она называется «контрольным заданием».

Как организовать повторение

Организация повторения состоит из организации тренировок и работы над контрольным заданием. Последовательность действий может быть следующей.

1. Надо сначала попробовать выполнить самостоятельно задания первого варианта теста базового уровня, содержащегося в тренажёре. Выбранные ответы записывайте на отдельном листочке.

Пользоваться учебником и калькулятором не рекомендуется. Желательно это сделать за 40 – 50 минут.

2. После завершения работы над первым вариантом теста необходимо сверить свои ответы с приведенными в пособии.

Нельзя обращаться к приведенным ответам, пока не получены самостоятельно ответы ко всем заданиям.

3. **Каждое задание, по которому ответ не совпал с приведенным, нужно тщательно проанализировать, пользуясь при необходимости приведенными в пособии указаниями.**

Такую работу полезно проделать со всеми заданиями теста. Наверное, некоторые ответы угаданы или «почувствованы».

4. Когда появится уверенность в том, что неясных вопросов не осталось, можно проверить надёжность своей уверенности с помощью второго варианта теста базового уровня.

Если до конца выполнены данные выше рекомендации, то результат при выполнении следующего варианта теста будут значительно выше первоначальных.

5. Если уверенность подтвердилась при выполнении второго варианта теста, то можно подняться на ступеньку выше — перейти к работе над первым вариантом теста основного уровня. Методика работы над ним остаётся такой же.

6. Если же при выполнении второго варианта теста базового уровня осталось ощущение, что не всё усвоено, то нужно продолжать работу по исправлению ошибок, ещё раз выполнить задания второго варианта или выполнить задания третьего варианта, записывая при этом все проделанные шаги. Дальнейшее движение по тренажёру проводится по той же схеме. Оно зависит от возможностей и от желаний.

Ни в коем случае не бросайте работу!

Постарайтесь пройти все этапы тренировок!

Завершив тренировку, приступайте к выполнению контрольного задания, размещенного в конце пособия.

Тренажёр

Базовый уровень **Вариант 1**

1. Градусная мера угла в $\frac{7\pi}{6}$ радиан равна …

А. 150°. **Б.** 330°. **В.** 210°. **Г.** 420°.

2. Точка тригонометрической окружности с абсциссой –1 соответствует числу…

А. $\frac{\pi}{2}$. **Б.** π. **В.** $\frac{3\pi}{2}$. **Г.** 2π.

3. Укажите значение $\sin\alpha$, если $\cos\alpha = b$ и $\pi < \alpha < 2\pi$.

А. $1 - b$. **Б.** $\sqrt{1-b^2}$. **В.** $-\sqrt{1-b^2}$. **Г.** $1 - b^2$.

4. Из данных чисел выберите наибольшее: 2^{-3}; $2\sin\frac{\pi}{6}$; $\sqrt{3}$; $-\sqrt[3]{1}$.

А. 2^{-3}. **Б.** $2\sin\frac{\pi}{6}$. **В.** $-\sqrt[3]{1}$. **Г.** $\sqrt{3}$.

5. Вычислите: $\log_3 36 - \log_3 4$.

А. 1. **Б.** 2. **В.** $\frac{1}{2}$. **Г.** –1.

6. Вычислите: $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)$.

А. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. **Б.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **В.** $\frac{1}{2}$. **Г.** $-\frac{1}{2}$.

7. Для всех допустимых значений x выражение $(\sin x - \cos x)^2 + \sin 2x$ равно …

А. 0. **Б.** $2\sin 2x$. **В.** 1. **Г.** $-\sin 2x$.

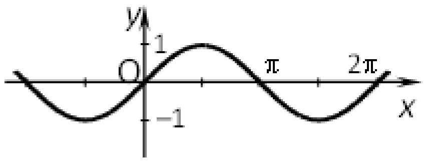
8. Чему равно наименьшее значение выражения $-\sqrt{2}\cos x$?

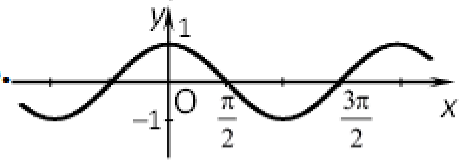
А. $-\sqrt{2}$. **Б.** $-2\sqrt{2}$. **В.** 0. **Г.** $-3\sqrt{2}$.

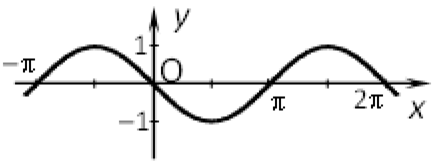
9. Областью определения функции $y=\sqrt{4-x^2}$ является промежуток …

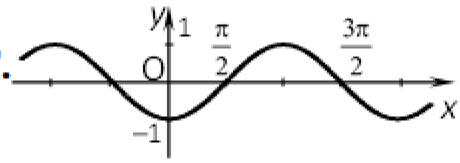
А. [0; 2]. **Б.** (2;+∞). **В.** (–∞; 2]. **Г.** [–2; 2].

10. На каком рисунке изображен график функции $y = -\sin x$?

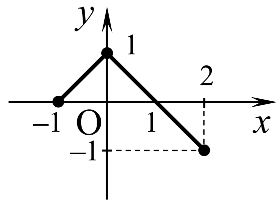
А. 

Б. 

В. 

Г. 

11. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Какое из утверждений относительно функции является верным?

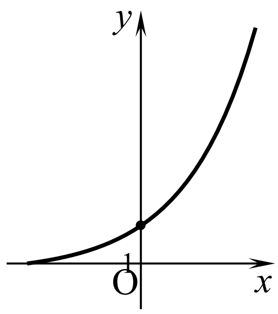


А. Функция является нечетной. **Б.** Функция убывающая.

В. Функция периодическая.

Г. Множеством значений функции является промежуток [–1; 1].

12. Укажите функцию, график которой схематично изображен на рисунке.



А. $y = \sqrt{x}$. **Б.** $y = 3^x$. **В.** $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. **Г.** $y = \frac{1}{x}$.

13. Не имеет ни одного решения уравнение …

А. $x^3 = -5$. **Б.** $\mathrm{tg}5x = -100$. **В.** $\frac{x-3}{x+2} = 0$. **Г.** $2^x = -3$.

14. Решите уравнение $3^{4x+1} = 3\sqrt{3}$.

А. 8. **Б.** $\frac{1}{8}$. **В.** $-\frac{1}{8}$. **Г.** –8.

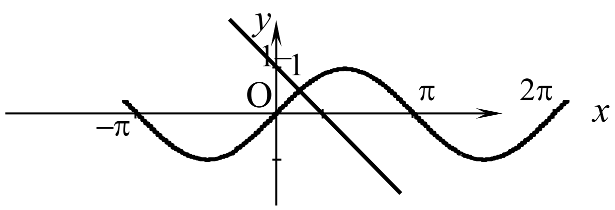
15. Решите неравенство $\sqrt{x} < 2$.

А. [0; 4). **Б.** (–∞; 4). **В.** (4; +∞). **Г.** [0; 2).

16. Из формулы $k = \frac{a-b}{a+b}$ выразите a через k и b при $k \neq \pm 1$ и $b \neq 0$.

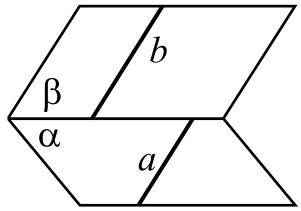
А. $a = \frac{b(1-k)}{1+k}$. **Б.** $a = \frac{b(k-1)}{1+k}$.

В. $a = \frac{k+1}{b(k-1)}$. **Г.** $a = \frac{b(k+1)}{1-k}$.



17. На рисунке изображены графики функций $y = \sin x$ и $y = 1 - x$. Сколько решений имеет уравнение $\sin x = 1 - x$ на промежутке $(-\infty; 3)$?

А. Ни одного. **Б.** Одно. **В.** Два. **Г.** Три.



18. Плоскости α и β пересекаются. Прямые *a* и *b*, изображенные на рисунке …

А. скрещивающиеся. **Б.** пересекающиеся.

В. параллельные. **Г.** могут быть расположены по-разному.

19. Если параллельные проекции двух прямых на одну плоскость пересекаются, то эти прямые не могут…

А. быть скрещивающимися. **Б.** быть параллельными.

В. пересекаться. **Г.** иметь общие точки

20. Если боковые стороны трапеции параллельны некоторой плоскости α, то плоскость трапеции и плоскость α…

А. совпадают. **Б.** пересекаются.

В. параллельны. **Г.** имеют общие точки.

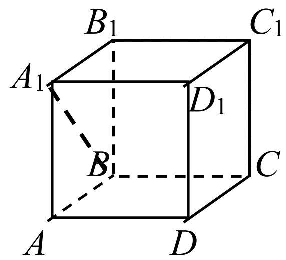
21. Даны плоскость α и точка *A*, не лежащая в α. Сколько существует прямых, параллельных плоскости α и проходящих через точку *A*?

А. Ни одной. **Б.** Одна. **В.** Ни одной или одна. **Г.** Бесконечно много.

22. Прямая *a* перпендикулярна плоскости α. Как расположены относительно плоскости α прямые, перпендикулярные прямой *a* и не проходящие через точку пересечения *a* и α?

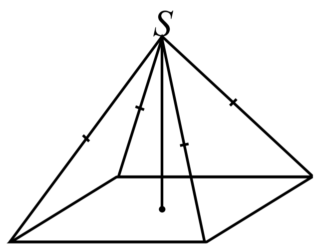
А. Параллельны α. **Б.** Лежат в α.

В. Перпендикулярны α. **Г.** Пересекают α.



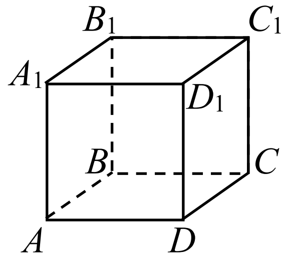
23. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Прямая BA_1 образует с плоскостью ABC угол …

А. 30^0. **Б.** 45^0. **В.** 60^0. **Г.** 90^0.



24. Точка *S* равноудалена от всех вершин прямоугольника на расстояние 10 см. Расстояние от точки *S* до плоскости прямоугольника равно 8 см. Найдите диагональ прямоугольника.

А. $\sqrt{46}$ см. **Б.** 6 см. **В.** 12 см. **Г.** $\sqrt{26}$ см



25. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Чему равен угол между плоскостями A_1D_1C и ABC?

А. 30°. **Б.** 45°. **В.** 60°. **Г.** 90°.

Базовый уровень **Вариант 2**

1. Радианная мера угла в 270° равна …

А. π. **Б.** $\frac{3\pi}{2}$. **В.** $\frac{3\pi}{4}$. **Г.** $\frac{4\pi}{3}$.

2. Число $\frac{3\pi}{2}$ соответствует точке тригонометрической окружности с ординатой …

А. 1. **Б.** –1. **В.** 0. **Г.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

3. Укажите значение $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = b$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

А. $1 - b$. **Б.** $\sqrt{1-b^2}$. **В.** $-\sqrt{1-b^2}$. **Г.** $-\sqrt{b^2-1}$.

4. Из данных чисел выберите наименьшее: $3tg\frac{\pi}{4}$; $\cos\frac{\pi}{2}$; -2^{-4}; $-\sqrt[3]{8}$.

А. $3tg\frac{\pi}{4}$. **Б.** $\cos\frac{\pi}{2}$. **В.** -2^{-4}. **Г.** $-\sqrt[3]{8}$.

5. Вычислите: $\log_3 27 - \log_{\frac{1}{5}} 25$.

А. 0. **Б.** 1. **В.** 5. **Г.** 6.

6. Вычислите: $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$.

А. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. **Б.** $\frac{1}{2}$. **В.** $-\frac{1}{2}$. **Г.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

7. Для всех допустимых значений x выражение $(\text{tg } x + \text{ctg } x)\cdot\sin 2x$ равно …

А. $\frac{1}{2}$. **Б.** 2. **В.** 1. **Г.** $\sin^2 2x$.

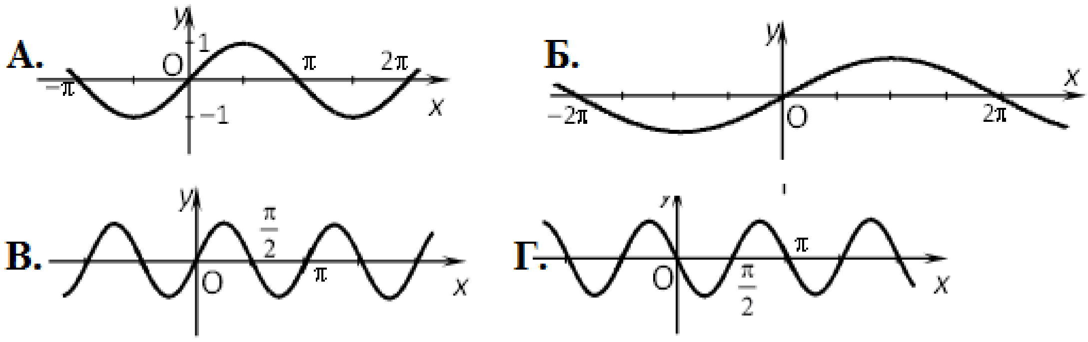
8. Чему равно наименьшее значение выражения: $1 - \cos x$?

А. –2. **Б.** –1. **В.** 0. **Г.** 1.

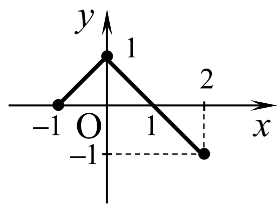
9. Областью определения функции $y = \sqrt{x^2 - 1}$ является множество …

А. [–1; 1]. **Б.** $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$. **В.** (–∞; 1). **Г.** [1; +∞).

10. На каком рисунке изображен график функции $y = \sin 2x$?



11. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Какое из утверждений относительно функции верно?

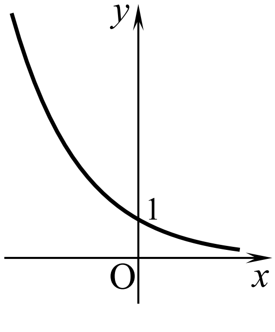


А. Функция возрастающая.

Б. Функция является нечетной. **В.** Функция имеет один нуль.

Г. Наименьшее значение функции равно –1.

12. Укажите функцию, график которой схематически изображен на рисунке.



А. $y = -\sqrt{x}$. **Б.** $y = -\frac{1}{x}$. **В.** $y = 3^x$. **Г.** $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

13. Единственное решение имеет уравнение …

А. $\sin x = \frac{1}{2}$. **Б.** $(x - 1)^3 = -8$. **В.** $3^x = -1$. **Г.** $\frac{1}{x+2} = 0$.

14. Решите уравнение $4^{x-6} = (0{,}25)^5$.

А. $x = -1$. **Б.** $x = 11$. **В.** $x = -11$. **Г.** $x = 1$.

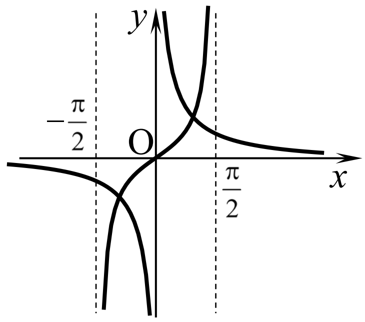
15. Решите неравенство $\sqrt{3x - 2} < 2$.

А. $\frac{2}{3} \le x < 2$. **Б.** $x < 2$. **В.** $-\frac{2}{3} < x < 2$. **Г.** $x > \frac{2}{3}$.

16. Из формулы $I = \frac{U}{R+2}$ выразите R через U, I.

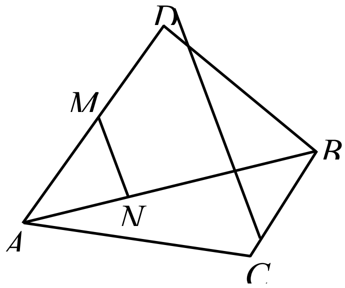
А. $R = \frac{U}{I} + 2$. . **Б.** $R = \frac{I}{U} - 2$. **В.** $R = \frac{U}{I} - 2$. **Г.** $R = \frac{I}{U} + 2$.

17. На рисунке изображены графики функций $y = tgx$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ и $y = \frac{1}{x}$. Сколько корней имеет уравнение $tgx = \frac{1}{x}$ на промежутке $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?



А. Один. **Б.** Два. **В.** Четыре. **Г.** Бесконечно много

18. Точки *A*, *B*, *C*, *D* не лежат в одной плоскости. Прямые *CD* и *MN*, изображенные на рисунке …



А. скрещивающиеся. **Б.** параллельные.

В. пересекающиеся.

Г. могут быть расположены по-разному.

19. Если параллельные проекции двух прямых на одну плоскость совпадают, то эти прямые не могут…

А. скрещиваться. **Б.** пересекаться.

В. быть параллельными. **Г.** иметь общие точки.

20. Если диагональ и сторона трапеции параллельны плоскости α, то плоскость трапеции и плоскость α …

А. совпадают. **Б.** пересекаются. **В.** имеют общие точки. **Г.** параллельны.

21. Сколько существует плоскостей, проходящих через точку, не лежащую в данной плоскости, и параллельных этой плоскости?

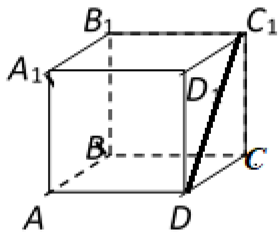
А. Ни одной. **Б.** Бесконечно много. **В.** Одна. **Г.** Две.

22. Если только одна из двух прямых перпендикулярна плоскости, то прямые …

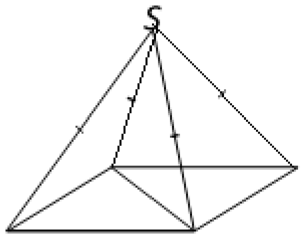
А. скрещиваются. **Б.** не параллельны.

В. пересекаются. **Г.** параллельны.

23. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Прямая C_1D образует с плоскостью $ABCD$ угол …

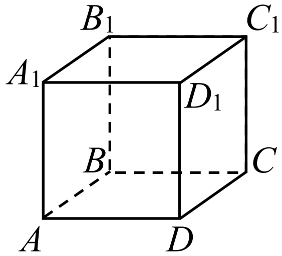


А. 45°. **Б.**30°. **В.** 60°. **Г.** 90°.



24.Точка S равноудалена от всех вершин прямоугольника на расстояние 6 см. На каком расстоянии от плоскости прямоугольника находится точка S, если диагональ прямоугольника равна 10 см?

А. $\sqrt{3}$ см. **Б.** $\sqrt{11}$ см. **В.** $\sqrt{61}$ см. **Г.** 4 см.



25. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Чему равен угол между плоскостями A_1B_1C и ABC?

А. 90°. **Б.** 60°. **В.** 45°. **Г.** 30°.

Базовый уровень **Вариант 3**

1. Градусная мера угла $\frac{5\pi}{3}$ радиан равна …

А. 300°. **Б.** 330°. **В.** 600°. **Г.** 150°.

2. Точка тригонометрической окружности с ординатой 1 соответствует числу …

А. π. **Б.** $\frac{3\pi}{2}$. **В.** $\frac{\pi}{2}$. **Г.** 0.

3. Укажите значение $\sin\alpha$, если $\cos\alpha = -\frac{1}{2}$ и $\pi < \alpha < 2\pi$.

А. $\frac{1}{2}$. **Б.** $-\frac{1}{2}$. **В.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **Г.** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

4. Из данных чисел выберите наибольшее: $\sin\frac{3\pi}{2}$; $\sqrt[3]{27}$; $2tg\frac{\pi}{4}$; $\sqrt{2}$.

А. $\sqrt{2}$. **Б.** $2tg\frac{\pi}{4}$. **В.** $\sqrt[3]{27}$. **Г.** $\sin\frac{3\pi}{2}$.

5. Вычислите $\log_5 100 + \log_5 \frac{1}{4}$.

А. 2. **Б.** –2. **В.** 1. **Г.** –1.

6. Вычислите $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)$.

А. $-\frac{1}{2}$. **Б.** $\frac{1}{2}$. **В.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **Г.** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

7. Для всех допустимых значений x выражение $(\sin x + \cos x)^2$ равно …

А. 1. **Б.** $1 - 2\sin 2x$. **В.** $1 + \cos 2x$. **Г.** $1 + \sin 2x$.

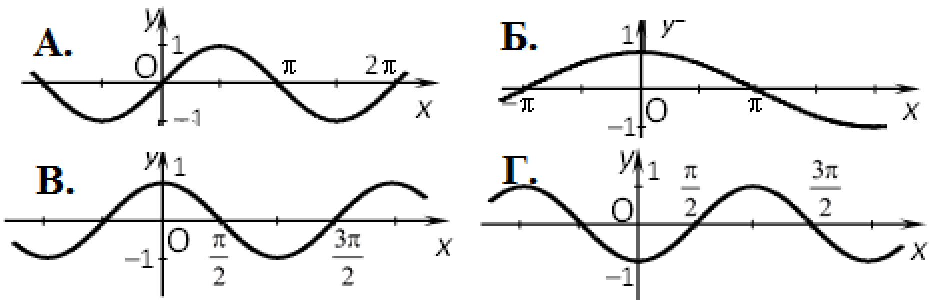
8. Чему равно наибольшее значение выражения $\sin x + 1$?

А. 1. **Б.** $\frac{3}{2}$. **В.** 0. **Г.** 2.

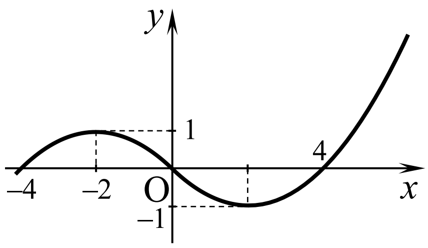
9. Областью определения функции $y = \sqrt{\frac{1}{4} - x^2}$ является множество …

А. $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$. **Б.** $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **В.** $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **Г.** $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right]$.

10. На каком рисунке изображен график функции $y = -\cos x$?



2



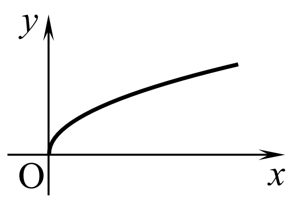
11. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Какое из утверждений относительно функции верно?

А. Наибольшее значение функции равно 1.

Б. Функция убывает на промежутке [–2; 2].

В. Функция сохраняет знак на всей области определения.

Г. Функция является нечетной.



12. Укажите функцию, график которой схематично изображен на рисунке.

А. $y = (0,5)^x$. **Б.** $y = 2^x$. **В.** $y = \sqrt{x}$. **Г.** $y = x^2$.

13. Ровно один корень имеет уравнение …

А. $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **Б.** $2^x = -2$. **В.** $(x-1)(x+3) = 0$. **Г.** $\frac{1}{x-2} = 3$.

14. Решите уравнение $5^{3x-1} = \sqrt{5}$.

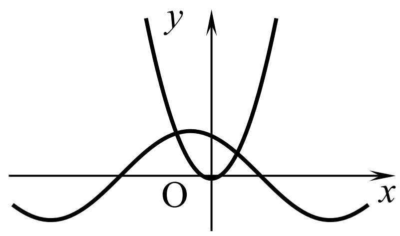
А. 1. **Б.** $\frac{1}{2}$. **В.** $-\frac{1}{2}$. **Г.** –1.

15. Решите неравенство $\sqrt{-x} < 2$.

А. $(-\infty; 4)$. **Б.** $[0; 4)$. **В.** $(-4; 0]$. **Г.** $[-2; 0)$.

16. Из формулы $c = \sqrt{\frac{3p}{v}}$ выразите переменную v через c и p.

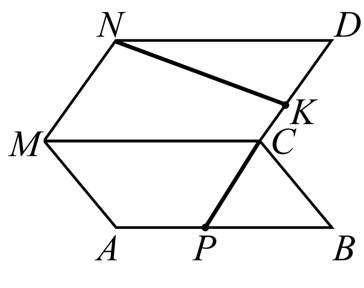
А. $v = 3pc^2$. **Б.** $v = \frac{c^2}{3p}$. **В.** $v = \frac{3p}{c}$. **Г.** $v = \frac{3p}{c^2}$.



17. На рисунке изображены графики функций $y = \cos x$ и $y = x^2$. Сколько корней имеет уравнение $\cos x = x^2$ на промежутке $(0; +\infty)$?

А. Ни одного. **Б.** Один. **В.** Два. **Г.** Три.

18. Плоскости ABC и MND пересекаются. Как расположены прямые NK и CP, изображенные на рисунке?



А. Параллельны. **Б.** Пересекаются.

В. Скрещиваются.

Г. Могут быть расположены как угодно

19. Если две прямые параллельны, то их параллельные проекции на одну плоскость не могут …

А. совпадать. **Б.** быть параллельными. **В.** пересекаться. **Г.** иметь общие точки.

20. Если две стороны треугольника параллельны некоторой плоскости α, то третья сторона …

А. лежит в плоскости α. **Б.** пересекает плоскость **В.** параллельна плоскости α.

Г. может пересекать плоскость α, может быть ей параллельна.

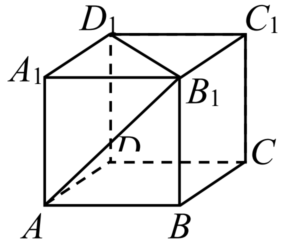
21. Прямые a и b параллельны. Сколько плоскостей можно провести через прямую a параллельно прямой b?

А. Ни одной. **Б.** Одну. **В.** Ни одной или одну. **Г.** Бесконечно много.

22. Если плоскость α параллельна прямой b, а прямая b перпендикулярна плоскости β, то плоскости α и β …

А. параллельны. **Б.** перпендикулярны **В.** параллельны или совпадают.

Г. могут быть расположены как угодно.

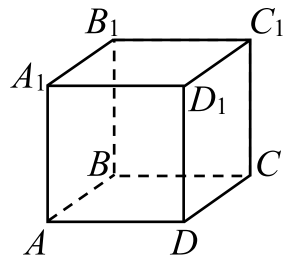


23. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Чему равен угол между прямыми B_1A и B_1D_1?

А. 90°. **Б.** 60°. **В.** 45°. **Г.** 30°.

24. Наклонная длиной a составляет с плоскостью проекции угол 45°. Ортогональная проекция этой наклонной на плоскость равна …

А. $a\sqrt{2}$. **Б.** $2a\sqrt{2}$. **В.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **Г.** a.



25. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Чему равен угол между плоскостями ADC_1 и $A_1B_1C_1$?

А. 60°. **Б.** 45°. **В.** 30°.

Г. Ответ отличен от приведенных.

Подсказки к заданиям тестов базового уровня

1. Воспользуйтесь следующими соотношениями между градусной и радианной мерами измерениями углов: $1° = \frac{\pi}{180}$ рад., 1 рад. = $\frac{180°}{\pi}$.

2. Воспользуйтесь тем, что **тригонометрическая окружность — это окружность с центром в начале координат и радиусом, равным 1.** Найдите на ней точку с указанной координатой и определите длину дуги, соединяющей эту точку против часовой стрелки с точкой (1; 0). Искомое число и равно полученному значению. Для решения обратной задачи по известной длине указанной дуги найдите координату искомой точки.

3. Воспользуйтесь тригонометрическим тождеством **$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$**, а по заданному неравенству определите знак искомого значения.

4. Для нахождения наибольшего (наименьшего) значения сравните заданные положительные (отрицательные) числа, например, с 1 (–1).

5. Воспользуйтесь формулами для разности или суммы логарифмов положительных чисел с одинаковыми основаниями и определением логарифма.

Для произвольных положительных a, b, c, $a \neq 1$ справедливы равенства:

$$\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c, \qquad \log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c.$$

6. Используйте формулы приведения: **в формуле приведения название функции не меняется, если к аргументу t прибавлять $\pm\pi$ или же $\pm 2\pi$, и меняется (синус на косинус, тангенс на котангенс, косинус на синус, котангенс на тангенс), если прибавлять числа $\pm\frac{\pi}{2}$ или $\pm\frac{3\pi}{2}$. Полученная функция в правой части равенства берется со знаком, совпадающим со знаком значения левой части, если считать, что $0 < t < \frac{\pi}{2}$.**

7. Преобразуйте данное выражение, воспользовавшись основным тригонометрическим тождеством, определениями тангенса, котангенса.

8. Воспользуйтесь тем, что **множеством значений функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$ является отрезок [–1; 1]** и свойствами неравенств.

9. Воспользовавшись тем, что **областью определения функции $y = \sqrt{x}$ является промежуток $[0; +\infty)$**, составьте неравенство, задающее область определения, и решите его, например, методом интервалов.

10. Контролируйте выбор графика с помощью точек пересечения его с осями.

11. Воспользуйтесь геометрической интерпретацией свойств функции.

Область определения	Проекция графика на ось x
Четность, нечётность функции	Симметрия графика относительно оси y или начала координат
Нули функции	Точки пересечения графика с осью x
Промежутки знакопостоянства	Промежутки на оси x, соответствующие

функции, то есть промежутки, на которых функция положительна (отрицательна)	точкам графика, лежащим выше (ниже) оси x
Промежутки возрастания (убывания) функции — промежутки монотонности.	Промежутки на оси x, на которых большему значению аргумента соответствует большее (меньшее) значение функции
Наибольшее и наименьшее значения функции	Ординаты наивысшей и наинизшей точек графика
Множество значений функции	Проекция графика на ось y

12. Можно сравнить данный график с эскизами графиков указанных функций, или — свойства функции, график которой задан, со свойствами указанных в ответах функций.

13. Можно воспользоваться графическим методом решения уравнений или множеством значений функций, стоящих в левых частях уравнений.

Корни уравнения $f(x) = a$, где a — некоторое число, также можно найти графически: это абсциссы точек пересечения графика функции $y = f(x)$ и прямой $y = a$, параллельной оси абсцисс.

14. Воспользуйтесь тем, что **решением уравнения $a^x = a^c$ является $x = c$.**

15. Воспользуйтесь тем, что **иррациональные неравенства вида** $\sqrt{f(x)} < a$ **при $a > 0$ равносильны двойному неравенству $0 \le f(x) < a^2$.**

16. Задание сводится к решению уравнения относительно искомой переменной с буквенными коэффициентами.

17. Воспользуйтесь тем. что **решениями уравнения $f(x) = g(x)$ являются абсциссы точек пересечения графиков функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$.**

18. Воспользуйтесь признаком скрещивающихся прямых.

Прямые a и b скрещивающиеся, если существует плоскость, содержащая прямую a и пересекающая прямую b в точке, не принадлежащей прямой a.

19. Воспользуйтесь одним из основных свойств параллельного проектирования — **проекции параллельных прямых параллельны или совпадают**.

20. Воспользуйтесь признаком параллельности плоскостей.

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны второй плоскости, то эти плоскости параллельны.

21. Воспользуйтесь признаком параллельности прямой и плоскости и свойством двух плоскостей.

Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна некоторой прямой плоскости, то она параллельна самой плоскости.

Через точку, расположенную вне данной плоскости, можно провести единственную плоскость, параллельную данной.

22. Воспользуйтесь одним из следующих утверждений.

Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна некоторой прямой плоскости, то она параллельна самой плоскости.

Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна плоскости, то и вторая прямая перпендикулярна этой плоскости.

Если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную второй плоскости, то эти плоскости перпендикулярны.

23. Для нахождения угла между прямой и плоскостью воспользуйтесь определением угла между прямой и плоскостью.

Углом между прямой и неперпендикулярной ей плоскостью называется угол между прямой и ее ортогональной проекцией на эту плоскость.

24. Воспользуйтесь определением ортогональной проекции прямой на плоскость, свойством проекций равных наклонных, проведенных к плоскости из одной точки. Примените теорему Пифагора или соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике.

25. Воспользуйтесь определением угла между двумя плоскостями.

Углом между пересекающимися плоскостями называется угол между прямыми, образующимися при пересечении данных плоскостей плоскостью, перпендикулярной линии их пересечения.

Основной уровень **Вариант 1**

1. Колесо в минуту делает 80 оборотов. За какое время оно повернётся на угол 2880°?

А. За 6 с. **Б.** За 5 с. **В.** За 8 с. **Г.** За 4 с.

2. Сколько имеется чисел на промежутке [0, 3π], соответствующих точке тригонометрической окружности с ординатой –1?

А. Ни одного. **Б.** Одно. **В.** Два. **Г.** Три.

3. Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = –0,8$ и $tg\, \alpha > 0$.

А. –0,8. **Б.** 0,6. **В.** 0,8. **Г.** –0,6.

4. Расположите в порядке возрастания числа $a = \cos 90°$, $b = \cos 225°$, $c = \cos$ 360°.

А. $b < a < c$. **Б.** $b < c < a$. **В.** $a < b < c$. **Г.** $a < c < b$.

5. Вычислите $\log_3 18 + \log_{\frac{1}{3}} 2$.

А. 9. **Б.** 2. **В.** –2. **Г.** $\frac{1}{2}$.

6. Если $\sin 15° = b$, то $\sin 345°$ равен …

А. $\sqrt{1-b^2}$. **Б.** $-\sqrt{1-b^2}$. **В.** b. **Г.** $-b$.

7. Сумма квадратов синусов углов прямоугольного треугольника равна …

А. 0. **Б.** 1. **В.** 2. **Г.** $\frac{3}{2}$.

8. Наибольшее значение выражения $-\frac{1}{2}\sin\alpha + \frac{1}{4}$ на промежутке [π; 3π] равно...

А. $\frac{1}{4}$. **Б.** $\frac{3}{4}$. **В.** $\frac{3}{2}$. **Г.** $-\frac{1}{4}$.

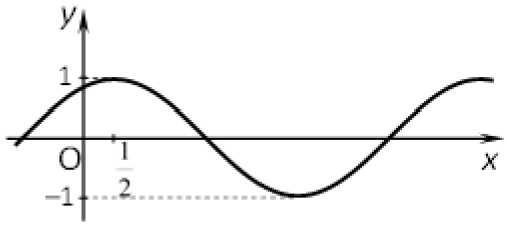
9. Найдите область определения функции $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{1-x}$.

А. $\left(-\infty; -1\right] \cup \left(1; +\infty\right)$. **Б.** (–∞; +1]. **В.** (–1; 1]. **Г.** [–1; 1).

10. На рисунке изображен график функции …

А. $y = \cos\left(x + \dfrac{1}{2}\right)$. **Б.** $y = \cos x + \dfrac{1}{2}$.

В. $y = \cos x - \dfrac{1}{2}$. **Г.** $y = \cos\left(x - \dfrac{1}{2}\right)$



11. Функция $y = \dfrac{2^x - 2^{-x}}{x}$ — …

А. четная. **Б.** нечетная.

В. ни четная, ни нечетная. **Г.** и четная, и нечетная.

12. Выражение arccos*a* имеет смысл при *a*, равном…

А. $\dfrac{\sqrt{10}}{3}$. **Б.** $2 - \sqrt{10}$. **В.** $\dfrac{\sqrt{10}+1}{3}$. **Г.** $\dfrac{\sqrt{10}-1}{3}$.

13. Сколько решений на промежутке $\left[-\dfrac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ имеет уравнение $\cos 2x = 0$?

А. Два. **Б.** Три. **В.** Четыре. **Г.** Пять.

14. Закон радиоактивного распада вещества имеет вид $m = m_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$, где m_0 — масса вещества в момент времени $t = 0$, m — масса вещества в момент времени t, τ — постоянная величина. Найдите момент времени, в который масса вещества уменьшится вдвое.

А. $t = -\tau \ln 2$. **Б.** $t = \tau \ln 2$. **В.** $t = -\dfrac{\ln 2}{\tau}$. **Г.** $t = \dfrac{\tau}{\ln 2}$.

15. Решите неравенство $\log_3 0{,}7 \cdot \log_{\frac{1}{3}} x < 0$.

А. (–∞; 1). **Б.** (0; 3). **В.** (0; 1). **Г.** (1; +∞).

16. Ежегодно зарплата молодого специалиста возрастает на *p*%. Выразите через *p* количество лет *n*, через которое зарплата возрастёт в 10 раз.

А. $n = \lg\left(1 + \frac{p}{100}\right)$. **Б.** $n = \frac{1}{\lg\left(1 - \frac{p}{100}\right)}$. **В.** $n = \frac{1}{\lg\left(1 + \frac{p}{100}\right)}$. **Г.** $n = \lg\left(1 - \frac{p}{100}\right)$.

17. Сколько корней имеет уравнение $\log_{\frac{1}{3}} x = x - 4$?

А. Ни одного. **Б.** Один. **В.** Два. **Г.** Три.

18. Плоскости α и β пересекаются по прямой *a*, прямая *b* лежит в плоскости α и пересекает плоскость β. Каково взаимное расположение прямых *a* и *b*?

А. Пересекаются. **Б.** Параллельны. **В.** Скрещиваются.

Г. Расположение прямых зависит от расположения плоскостей

19. Плоскости α и β параллельны, через точку $A \in \alpha$ проведена прямая *a*, параллельная плоскости β. Прямая *a* …

А. лежит в плоскости α. **Б.** пересекает плоскость α.

В. параллельна плоскости α.

Г. может быть параллельной плоскости α**,** может пересекать ее.

20. Если две смежные стороны параллелограмма параллельны двум сторонам другого параллелограмма, то плоскости этих параллелограммов …

А. совпадают. **Б.** параллельны. **В.** совпадают или параллельны.

Г. не могут иметь общих точек.

21. Сколько плоскостей, перпендикулярных двум данным пересекающимся плоскостям, можно провести через любую точку пространства?

А. Бесконечно много. **Б.** Три. **В.** Две. **Г.** Одну.

22. Плоскости квадратов *ABCD* и ABC_1D_1 перпендикулярны, *AB* = *a*. Расстояние C_1D равно …

А. *a*. **Б.** $a\sqrt{2}$. **В.** $a\sqrt{3}$. **Г.** 2*a*.

23. Наклонная, проведенная из некоторой точки к плоскости α, вдвое длиннее ее проекции на плоскость. Чему равен угол между наклонной и плоскостью?

А. 30°. **Б.** 45°. **В.** *arctg*2. **Г.** 60°.

24. Точка *S*, не лежащая в плоскости квадрата *ABCD*, удалена от каждой из его сторон на 5 см. Сторона квадрата равна 6 см. Расстояние от точки *S* до плоскости квадрата равно…

А. $\sqrt{7}$ см. **Б.** 3 см. **В.** 4 см. **Г.** 1 см.

25. Из центра *O* квадрата *ABCD* восстановлен перпендикуляр *OP*, который в два раза длиннее стороны квадрата. Угол между плоскостями *PDC* и *ABC* равен…

А. arctg 4. **Б.** arctg 2. **В.** $arctg\frac{2}{\sqrt{13}}$. **Г.** $arctg\frac{1}{4}$.

Основной уровень **Вариант 2**

1. Колесо за час делает 4200 оборотов. За какое время оно повернётся на угол 2940°?

А. За 5 с. **Б.** За 6 с. **В.** За 7 с. **Г.** За 8 с.

2. Сколько имеется чисел на промежутке [0; 7π], соответствующих точке тригонометрической окружности с абсциссой 1?

А. Семь. **Б.** Четыре. **В.** Два. **Г.** Три.

3. Найдите значение sinα, если cosα = –0,6 и *tg*α > 0.

А. 0,6. **Б.** –0,6. **В.** 0,8. **Г.** –0,8.

4. Расположите в порядке убывания числа $a = \sin\pi$, $b = \sin\frac{7\pi}{6}$, $c = \sin\frac{\pi}{8}$.

А. $b > c > a$. **Б.** $c > a > b$. **В.** $c > b > a$. **Г.** $a > b > c$.

5. Вычислите: $2\log_3\sqrt{12} + \log_{\frac{1}{3}} 4$.

А. 1. **Б.** 0. **В.** –2. **Г.** –1.

6. Если cos15° = *a*, то cos345° равен …

А. $\sqrt{1-a^2}$. **Б.** $-\sqrt{1-a^2}$. **В.** *a*. **Г.** –*a*.

7. Сумма квадратов косинусов углов прямоугольного треугольника равна …

А. 0. **Б.** 1. **В.** 2. **Г.** $\frac{3}{2}$.

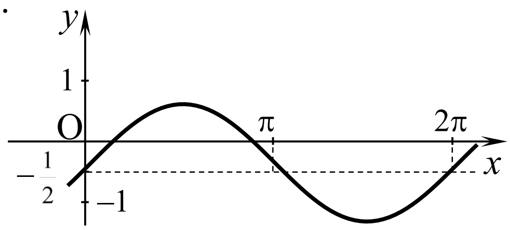
8. Наибольшее значение выражения $-\frac{1}{4}\cos\alpha+\frac{1}{2}$ на промежутке $\left[\frac{\pi}{3};\,2\pi\right]$ равно …

А. $\frac{3}{8}$. **Б.** 1. **В.** $\frac{3}{4}$. **Г.** $\frac{1}{2}$.

9. Найдите область определения функции $y=\frac{\sqrt{1-x^2}}{1+x}$.

А. $(-\infty;-1)\cup[-1;+\infty)$. **Б.** $(-1;\,1]$. **В.** $(1;\,+\infty)$. **Г.** $(-1;\,1)$.

10. На рисунке изображен график функции ...



А. $y=\sin\left(x+\frac{1}{2}\right)$. **Б.** $y=\sin\left(x-\frac{1}{2}\right)$.

В. $y=\sin x-\frac{1}{2}$. **Г.** $y=\sin x+\frac{1}{2}$.

11. Функция $y=x^2(e^x-e^{-x})$ — ...

А. четная. **Б.** нечетная.

В. ни четная, ни нечетная. **Г.** и четная, и нечетная.

12. Выражение $\arcsin a$ имеет смысл при a, равном ...

А. $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$. **Б.** $-\sqrt{5}$. **В.** $\frac{\sqrt{5}+1}{3}$. **Г.** $\frac{\sqrt{5}-5}{2}$.

13. Сколько решений на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2};\,2\pi\right]$ имеет уравнение $\sin 2x=0$?

А. Шесть. **Б.** Пять. **В.** Четыре. **Г.** Три.

14. Скорость ракеты v, в зависимости от массы m, изменяется по закону $v=v_{\text{г}}\ln\frac{m_0}{m}$, где $v_{\text{г}}$ — скорость газов, которые вылетают, m_0 — стартовая масса ракеты. Какой будет масса ракеты, если ее скорость превысит скорость истечения газа в 10 раз?

А. $m=\frac{1}{m_0}e^{-10}$. **Б.** $m=m_0e^{10}$. **В.** $m=\frac{1}{m_0}e^{10}$. **Г.** $m=m_0e^{-10}$.

15. Решите неравенство: $\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{x^2+1}{2}} < \frac{1}{3}$.

А. (0; +∞). **Б.** $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$**.** **В.** (–∞; +∞). **Г.** Решений нет.

16. Ежегодно стоимость некоторого товара уменьшается на *p*%. Выразите через *p* количество лет *n*, через которое стоимость уменьшится в 10 раз.

А. $n = \lg\left(1+\frac{p}{100}\right)$.**Б.** $n = \frac{1}{\lg\left(1+\frac{p}{100}\right)}$.**В.** $n = -\frac{1}{\lg\left(1-\frac{p}{100}\right)}$**.Г.** $n = -\lg\left(1-\frac{p}{100}\right)$.

17. Сколько корней имеет уравнение $\log_3(-x) = x-4$?

А. Один. **Б.** Два. **В.** Три. **Г.** Ни одного.

18.Прямая, параллельная линии пересечения двух плоскостей, и не лежащая в этих плоскостях …

А. параллельна обеим плоскостям.

Б. параллельна только одной из этих плоскостей.

В. не параллельна ни одной из этих плоскостей.

Г. пересекает хотя бы одну из этих плоскостей.

19. Плоскости α и β параллельны, прямая *a* лежит в плоскости α. Прямая *a* ...

А. пересекается с плоскостью β. **Б.** параллельна плоскости β.

В. может пересекаться с плоскостью β или лежать в β.

Г. лежит в плоскости β.

20. Если две стороны треугольника параллельны двум сторонам другого треугольника, то плоскости этих треугольников …

А. совпадают. **Б.** параллельны. **В.** параллельны или совпадают.

Г. не могут иметь общих точек.

21. Сколько существует плоскостей, пересекающих две данные пересекающиеся плоскости, по параллельным прямым?

А. Бесконечно много. **Б.** Одна. **В.** Две. **Г.** Ни одной.

22. Плоскости квадратов $ABCD$ и ABC_1D_1 перпендикулярны, $AB = a$. Угол между диагоналями AC и AC_1 равен …

А. 30°. **Б.** 45°. **В.** 90°. **Г.** 60°.

23. Наклонная, проведенная из некоторой точки плоскости, вдвое длиннее перпендикуляра, проведенного из той же точки на ту же плоскость. Угол между наклонной и плоскостью равен ...

А. 30°. **Б.** 45°. **В.** 60°. **Г.** $arctg\frac{1}{2}$.

24. Точка P удалена от всех сторон правильного треугольника на расстояние 2, а от плоскости треугольника на расстояние 1. Чему равна высота треугольника?

А. 1. **Б.** $\sqrt{3}$. **В.** $3\sqrt{3}$. **Г.** 3.

25. Из центра O квадрата $ABCD$ восстановлен перпендикуляр OS, который вдвое короче стороны квадрата. Угол между плоскостями SDC и ABC равен...

А. 45°. **Б.** 30°. **В.** 60°. **Г.** $arctg\frac{2}{\sqrt{2}}$.

Основной уровень **Вариант 3**

1. Колесо делает 70 оборотов в минуту. На какой угол оно повернется за 3 с?

А. На 4200°. **Б.** На 210°. **В.** На 756°. **Г.** На 1260°.

2. Значению $\alpha = 1935°$ на тригонометрической окружности соответствует точка с координатами ...

А. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2};-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. **Б.** $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. **В.** $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. **Г.** $\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

3. Чему равно значение $\cos\alpha$, если $tg\alpha = \frac{3}{4}$ и $\sin\alpha < 0$?

А. $\frac{4}{5}$. **Б.** $-\frac{4}{5}$. **В.** $\frac{3}{5}$. **Г.** $-\frac{3}{5}$.

4. Расположите в порядке возрастания числа $a = tg\pi$, $b = tg\frac{\pi}{8}$, $c = tg\frac{3\pi}{4}$.

А. $b < a < c$. **Б.** $c < b < a$. **В.** $a < c < b$. **Г.** $c < a < b$.

5. Вычислите: $\log_{0,7}49 - 2\log_{0,49}100$.

А. 2. **Б.** –2. **В.** 1. **Г.** –1.

6. Если $\sin 75° = a$, то $\cos 285°$ равен …

А. $-\sqrt{1-a^2}$. **Б.** $\sqrt{1-a^2}$. **В.** a. **Г.** $-a$.

7. Произведение котангенсов острых углов прямоугольного треугольника …

А. равно 1. **Б.** равно 0. **В.** больше 1. **Г.** меньше 1.

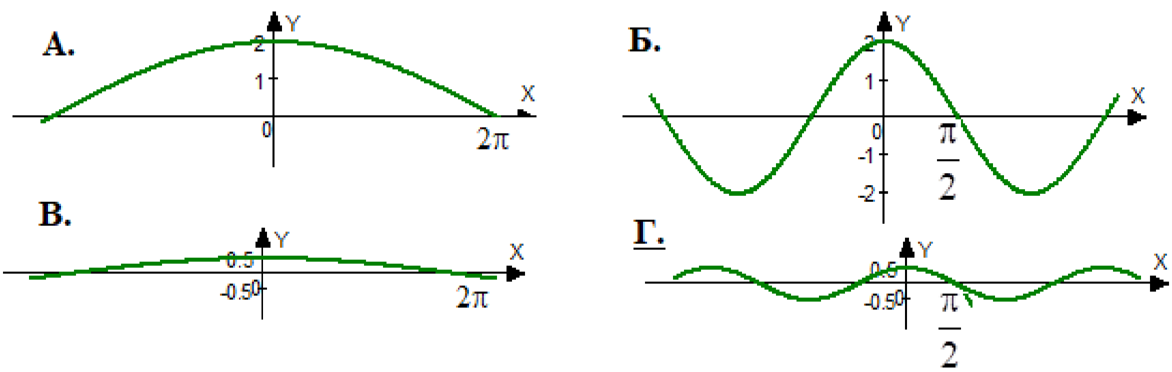
8. Наименьшее значение выражения $-\frac{1}{2}\cos\alpha + \frac{1}{4}$ на. промежутке $\left[-\frac{4\pi}{3}; 2\pi\right]$ равно …

А. $-\frac{3}{4}$. **Б.** $-\frac{1}{2}$. **В.** $\frac{1}{2}$. **Г.** $-\frac{1}{4}$.

9. Найдите область определения функции $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x-0,5}$.

А. $[-1; 1]$. **Б.** $(-\infty; 0,5) \cup (0,5; +\infty)$. **В.** $[-1; 0,5) \cup (0,5; 1]$. **Г.** $(-\infty; 1]$.

10. На каком из приведенных ниже рисунков изображён график функции $y = 2\cos\frac{x}{4}$?



11. Функция $y = x(2^x + 2^{-x})$ — ...

А. четна. **Б.** нечетна.

В. ни четна, ни нечетна. **Г.** и четна, и нечетна.

12. Выражение $\arccos\frac{a}{2}$ имеет смысл при *a*, равном …

А. $\sqrt{7}$. **Б.** $\frac{\sqrt{7}-1}{2}$. **В.** $2\left(\sqrt{7}-1\right)$. **Г.** $\frac{1}{3-\sqrt{7}}$.

13. Сколько решений на промежутке $\left[\frac{\pi}{2}; 6\pi\right]$ имеет уравнение $\cos\frac{x}{2}=0$?

А. Четыре. **Б.** Одно. **В.** Два. **Г.** Три.

14. Изменение количества населения в стране на небольшом промежутке времени описывается формулой $N = N_0 e^{\alpha t}$, где N — количество людей в момент времени t, N_0 — количество людей при $t = 0$, $\alpha > 0$ — некоторая постоянная. Укажите момент времени, в который население увеличится на 2%.

А. $t=-\frac{1}{\alpha}\ln 1{,}02$. **Б.** $t=-\alpha\ln 1{,}02$. **В.** $t=\frac{1}{\alpha}\ln 1{,}02$. **Г.** $t=\alpha\ln 1{,}02$.

15. Решите неравенство $(\log_{0,1}x)^2 \geq 9$.

А. $[-0{,}001; 1000]$. **Б.** $\left(0; 0{,}001\ \right]\cup\left[1000; +\infty\right)\big]$.

В. $[1000; +\infty)$. **Г.** $(0; 1000]$.

16. Ежегодно зарплата молодого специалиста возрастает на p%. Выразите через p количество лет n, через которое зарплата возрастёт в 5 раз.

А. $n=\frac{\lg\left(1+\frac{p}{100}\right)}{\lg 5}$. **Б.** $n=\frac{\lg 5}{\lg\left(1-\frac{p}{100}\right)}$. **В.** $n=\frac{\lg 5}{\lg\left(1+\frac{p}{100}\right)}$. **Г.** $n=\frac{\lg\left(1-\frac{p}{100}\right)}{\lg 5}$.

17. Сколько корней имеет уравнение $\log_{\frac{1}{3}} x = x+4$?

А. Ни одного. **Б.** Один. **В.** Два. **Г.** Три.

18. Плоскости α и β пересекаются по прямой a, прямая b лежит в плоскости α и не пересекает плоскость β. Как расположены прямые a и b?

А. Скрещиваются. **Б.** Пересекаются. **В.** Параллельны.

Г. Могут быть расположены как угодно.

19. Известно, что прямая a параллельна прямой b, а прямая b параллельна плоскости γ. Как расположены прямая a и плоскость γ?

А. Обязательно параллельны. **Б.** Могут пересекаться.

В. Прямая a лежит в плоскости γ.

Г. Прямая a или параллельна плоскости γ, или лежит в ней.

20. Сколько плоскостей можно провести через одну из двух скрещивающихся прямых параллельно другой прямой?

А. Одну. **Б.** Две. **В.** Бесконечно много.

Г. Ответ зависит от расположения прямых.

21. Сколько плоскостей, перпендикулярных данной плоскости, проходит через прямую, перпендикулярную данной плоскости?

А. Одна. **Б.** Две. **В.** Три. **Г.** Бесконечно много.

22. Плоскости правильных треугольников ABC и ABC_1 перпендикулярны, $AB = a$. Длина CC_1 равна …

А. $a\sqrt{\frac{3}{2}}$. **Б.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **В.** $\frac{3a}{\sqrt{2}}$. **Г.** $a\sqrt{\frac{2}{3}}$.

23. Длина перпендикуляра, проведенного из некоторой точки к плоскости α, равна длине проекции наклонной, проведенной из той же точки, на ту же плоскость. Чему равен угол между наклонной и плоскостью?

А. 30°. **Б.** 45°. **В.** 60°. **Г.** $arctg\frac{1}{2}$.

24. Точка M, не лежащая в плоскости равнобедренной трапеции, удалена от всех ее сторон на расстояние 10 см, а от ее плоскости на 8 см. Высота трапеции равна ...

А. 6 см. **Б.** 12 см. **В.** $\sqrt{164}$ см. **Г.** $2\sqrt{164}$ см.

25. Из центра O правильного треугольника ABC восстановлен перпендикуляр OS, который вдвое короче стороны треугольника. Угол между плоскостями SBC и

ABC равен ...

А. 30°. **Б.** 45°. **В.** 60°. **Г.** $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{3}$**.**

Подсказки к заданиям тестов основного уровня

1. Обратите внимание на то, что колесо вращается равномерно и что один оборот составляет 360°.

2. Найдите на тригонометрической окружности точку с указанной координатой (или соответствующую данному значению) и определите наименьшее положительное число, соответствующее этой точке. Если существуют и другие числа, соответствующие этой точке, то они отличаются от найденного на $2\pi n$, $n \in \boldsymbol{Z}$. Координаты найденной точки можно найти, применив соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике.

3. Примените основное тригонометрическое тождество $\mathbf{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1}$ или следствия из него $1+tg^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}, 1+ctg^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$. По заданному условию, воспользовавшись знаками тригонометрических функций, установите знак искомого значения.

4. Определите знаки заданных чисел, проверьте, нет ли среди них равных нулю.

5. В первую очередь необходимо привести логарифмы к одному основанию, пользуясь формулой $\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$. Затем воспользуйтесь следующими свой

ствами логарифмов положительных чисел и определением логарифма.

Для произвольных положительных *a*, *b*, *c*, *a* ≠ 1 и произвольного действительного *p* справедливы равенства:

$$\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c, \qquad \log_a\frac{b}{c}=\log_a b-\log_a c, \; \log_a b^p = p\log_a b.$$

6. Используйте формулы приведения: **в формуле приведения название функции не меняется, если к аргументу *t* прибавлять ± π или же ±2π, и меняется (синус на косинус, тангенс на котангенс, косинус на синус, котангенс на тангенс), если прибавлять числа $\pm\frac{\pi}{2}$ или $\pm\frac{3\pi}{2}$. Полученная функция в правой части равенства берется со знаком, совпадающим со знаком значения левой части, если считать, что $0 < t < \frac{\pi}{2}$.** При необходимости примените основное тригонометрическое тождество $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$. Можно воспользоваться геометрическими соображениями — точки тригонометрической окружности, которые соответствуют заданным углам, симметричны относительно оси x, их проекции на одну и ту же ось или противоположны, или равны.

7. Воспользуйтесь тем, что синус острого угла прямоугольного треугольника равен косинусу другого острого угла этого треугольника, а тангенс острого угла прямоугольного треугольника равен котангенсу другого острого угла этого треугольника. Не забудьте и о прямом угле.

8. Воспользуйтесь тем. что **множеством значений функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$ является отрезок [–1; 1]** и свойствами неравенств**.** Обратите внимание на то, принимает ли на заданном промежутке $\sin\alpha$ или $\cos\alpha$ все значения из промежутка [–1; 1].

9. Воспользуйтесь тем, что область определения функции $y = \frac{\sqrt{f(x)}}{g(x)}$ состоит из тех и только тех значений x, при которых $f(x) \geq 0$, $g(x) \neq 0$.

10. Для нахождения функции, график которой задан, воспользуйтесь правилами преобразования графика функции.

График функции $y = f(x) + a$ получают из графика функции $y = f(x)$ параллельным переносом вдоль оси y на $|a|$ единиц: в направлении оси y, если $a > 0$ и в противоположном направлении, если $a < 0$.

График функции $y = f(x + b)$ получают из графика функции $y = f(x)$ параллельным переносом вдоль оси x на $|b|$ единиц: в направлении оси x, если $b < 0$ и в противоположном направлении, если $b > 0$.

Выбрать график заданной функции можно при помощи вычисления значений функции в характерных точках.

11. Воспользуйтесь определениями чётной и нечётной функций.

Функция $y = f(x)$ называется чётной, если:

1) её область определения вместе с каждой точкой x содержит и точку $–x$;

2) для каждого x из области определения функции выполняется равенство: $f(–x) = f(x)$.

Функция $y = f(x)$ называется нечётной, если:

1) ее область определения вместе с каждой точкой x содержит и точку $–x$;

2) для каждого x из области определения функции выполняется равенство: $f(–x) = – f(x)$.

Сравните значения функции в точках x и $–x$.

12. Обратите внимание на то, что **arcsin *a* и arcos *a* определены только для $-1 \le a \le 1$**.

13. Найдите общее решение данного уравнения и отберите те из них, которые принадлежат заданному промежутку. Можно составить двойное неравенство для найденного общего решения и решить его относительно неизвестного целого числа, входящего в запись общего решения.

14. Составьте и решите уравнение для нахождения искомой величины, пользуясь законом изменения заданной величины.

15. Воспользуйтесь тем, что решение логарифмических и показательных неравенств основывается на использовании свойств монотонности этих функций.

Функции $y = a^x$ при $a > 1$ монотонно возрастают, а при $0 < a < 1$ — монотонно убывают.

Функции $y = \log_a x$ определены при $x > 0$ и при $a > 1$ монотонно воз растают, а при $0 < a < 1$ — монотонно убывают.

16. Воспользовавшись формулой сложных процентов $A_t = a\left(1 + \frac{p}{100}\right)^t$, составьте и решите уравнение относительно *n*.

17. Воспользуйтесь тем. что **решениями уравнения *f*(*x*) = *g*(*x*) являются абсциссы точек пересечения графиков функций *y* = *f*(*x*) и *y* = *g*(*x*).**

18. Для установления взаимного расположения двух прямых воспользуйтесь признаком скрещивающихся прямых.

Прямые *a* и *b* скрещивающиеся, если существует плоскость, содержащая прямую *a* и пересекающая прямую *b* в точке, не принадлежащей прямой *a*.

Для установления взаимного расположения прямой и плоскости воспользуйтесь признаком параллельности прямой и плоскости.

Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна некоторой прямой плоскости, то она параллельна самой плоскости.

19. Воспользуйтесь методом доказательства от противного. При установлении взаимного расположения прямой и плоскости выясните, может ли эта прямая лежать в указанной плоскости.

20. Воспользуйтесь признаком параллельности плоскостей.

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны второй плоскости, то эти плоскости параллельны.

Для нахождения количества плоскостей, которые можно провести со гласно условиям задания, можно воспользоваться признаком параллельности прямой и плоскости.

Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна некото

рой прямой плоскости, то она параллельна самой плоскости.

Можно воспользоваться методом от противного.

21. Обратите внимание на следующие утверждения:

Плоскость, проходящая через данную точку пространства и перпендикулярная линии пересечения двух данных плоскостей, перпендикулярна этим плоскостям.

Плоскость, параллельная линии пересечения двух плоскостей, пересекает эти плоскости по параллельным прямым.

Если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную второй плоскости, то эти плоскости перпендикулярны.

Если две плоскости, перпендикулярные третьей плоскости, пересекаются, то линия их пересечения перпендикулярна этой плоскости.

Воспользуйтесь методом доказательства от противного.

22. Для нахождения длины отрезка укажите прямоугольный треугольник, одной из сторон которого является этот отрезок, воспользуйтесь теоремой Пифагора.

Для нахождения угла между заданными отрезками укажите треугольник, сторонами которого являются эти отрезки, и установите его вид.

Для нахождения угла между прямой и плоскостью воспользуйтесь определением угла между прямой и плоскостью.

Углом между прямой и неперпендикулярной ей плоскостью называется угол между прямой и ее ортогональной проекцией на эту плоскость.

23. Воспользуйтесь соотношениями между сторонами и углами прямоугольного треугольника.

24. Воспользуйтесь определением ортогональной проекции прямой на плоскость, свойством проекций равных наклонных, проведенных к плоскости из одной точки. Примените теорему Пифагора или соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике.

25. Воспользуйтесь определением угла между двумя плоскостями.

Углом между пересекающимися плоскостями называется угол между прямыми, образующимися при пересечении данных плоскостей плоскостью, перпендикулярной линии их пересечения.

Продвинутый уровень **Вариант 1**

1. Между какими последовательными целыми числами находится $\log_{0,25}100$?

А. –5 и –4. **Б.** –4 и –3. **В.** –3 и –2. **Г.** 3 и 4.

2. Вычислите: $\sqrt[3]{1-\sqrt{2}}\cdot\sqrt[6]{3+2\sqrt{2}}$.

А. 1. **Б.** $2\sqrt{2}$. **В.** $\sqrt{2}$. **Г.** Ответ отличен от приведенных.

3. Вычислите значение выражения $\dfrac{2\sin^4\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha-3\cos^2\alpha}$, если ctgα = 2.

А. $-\dfrac{1}{10}$. **Б.** $-\dfrac{1}{25}$. **В.** $\dfrac{1}{10}$. **Г.** $\dfrac{1}{25}$.

4. Вычислите: $5^x + 5^{-x}$, если $25^x + 25^{-x} = a$.

А. $\sqrt{a}$. **Б.** $\sqrt{a-2}$. **В.** $\sqrt{a+2}$. **Г.** $a^2 + 2$.

5. При $a < 2$ выражение $\left(3^{\log_9(2-a)^2}-a\right)$ равно …

А. $2(1 - a)$. **Б.** 2. **В.** $2(a - 1)$. **Г.** –2.

6. Радиус колеса автомобиля 31 см. Сколько примерно оборотов сделало колесо, если автомобиль проехал 2,9 км? Выберите наиболее точное значение.

А. 150. **Б.** 1500. **В.** 3000. **Г.** 15000.

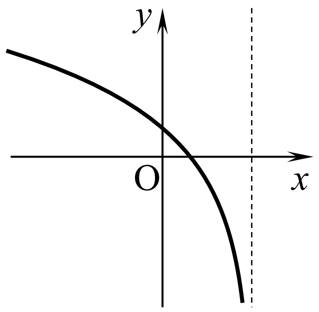
7. При радиоактивном распаде количество вещества уменьшается вдвое за сутки. Сколько грамм вещества останется от 100 г через t суток?

А. $100\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^t$. **Б.** $100\cdot2^t$. **В.** $100^{\frac{1}{t}}$. **Г.** 100^{-t}.

8. Укажите область определения функции $y=\sqrt{-x\cdot\sin 4}$.

А. (–∞; 0]. **Б.** [0; 1]. **В.** [0; +∞). **Г.** [–1; 0].

9. График функции $y = \lg(ax + b)$ имеет такой вид, как на рисунке, если …



А. $a > 0, b > 0$. **Б.** $a > 0, b < 0$.

В. $a < 0, b < 0$. **Г.** $a < 0, b > 0$

10. Функция $y = \dfrac{1-2^{-2x}}{1+2^{-2x}}$ …

А. нечетна. **Б.** четна. **В.** ни четна, ни нечетна. **Г.** и четна, и нечетна.

11. Найдите сумму корней уравнения $\dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{3-x}}\cos\pi x\cdot\log_{x+3}2\cdot e^{\frac{1}{x-1}}=0$.

А. 4. **Б.** 2,5. **В.** 1,5. **Г.** 3.

12. Укажите все значения a, при которых решение системы уравнений $\begin{cases}2x+ay=3,\\ -x+2y=1\end{cases}$ изображается точкой второй четверти координатной плоскости.

А. $(-\infty;-4)\cup(6;+\infty)$. **Б.** $(6; +\infty)$. **В.** $a \neq -4$. **Г.** Таких значений нет.

13. Решите неравенство $\log_2\sqrt{1-2x}\le 1$.

А. $\left[\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right]$. **Б.** $\left(-\infty;-\dfrac{3}{2}\right]$. **В.** $\left[-\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **Г.** $\left[-\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

14. Если две стороны трапеции параллельны плоскости α, то плоскость трапеции и плоскость α …

А. пересекаются. **Б.** параллельны. **В.** параллельны или пересекаются.

Г. совпадают или параллельны.

15. Какой фигурой не может быть проекция параллелограмма?

А. Ромбом. **Б.** Прямоугольником. **В.** Квадратом. **Г.** Трапецией.

16. Сечением куба не может быть …

А. равносторонний треугольник. **Б.** ромб, не являющийся квадратом.

В. тупоугольный треугольник. **Г.** пятиугольник.

17. В треугольнике ABC $\angle C = 90°$. Прямая PB перпендикулярна плоскости ABC. Какое соотношение неверно?

А. $PAC \perp PAB$. **Б.** $ABC \perp PBC$. **В.** $PAC \perp PBC$. **Г.** $ABC \perp PAB$.

18. Пусть d_1 — расстояние между параллельными плоскостями, d_2 — расстояние между параллельными прямыми, лежащими в этих плоскостях. Какое соотношение верно?

А. $d_1 > d_2$. **Б.** $d_1 < d_2$. **В.** $d_1 = d_2$. **Г.** $d_1 \le d_2$.

19. Внутри двугранного угла величиной 60° дана точка, удаленная от каждой грани на расстояние a. Расстояние от этой точки до ребра двугранного угла равно …

А. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. **Б.** $2a$. **В.** $\frac{a}{\sqrt{3}}$. **Г.** $a\sqrt{3}$.

20. Геометрическим местом точек пространства, равноудалённых от всех сторон трапеции, является …

А. пустое множество. **Б**. точка. **В**. прямая

Г. прямая или пустое множество

Продвинутый уровень   Вариант 2

1. Между какими последовательными целыми числами находится $\log_3 0{,}1$?

А. 1 и 2. **Б.** –3 и –2. **В.** –2 и –1. **Г.** –1 и 0.

2. Вычислите $\sqrt[3]{1-\sqrt{5}} \cdot \sqrt[6]{6+2\sqrt{5}}$.

А. $\sqrt[6]{4}$. **Б.** $-\sqrt[3]{4}$. **В.** $\sqrt[3]{4}$. **Г.** $-\sqrt[3]{16}$.

3. Вычислите значение выражения $\frac{\sin\alpha\cos^2\alpha - 3\cos\alpha}{2\sin\alpha - \cos\alpha}$, если $tg\alpha = 3$.

А. $-\frac{27}{20}$. **Б.** $\frac{27}{50}$. **В.** $\frac{27}{20}$. **Г.** $-\frac{27}{50}$.

4. Известно, что $16^x + 16^{-x}$ равно 527. Чему равно $2^x + 2^{-x}$.

А. 23. **Б.** $\sqrt[4]{527}$. **В.** $\frac{527}{4}$. **Г.** 5.

5. При $a > 3$ выражение $\left(2^{\log_{16}(3-a)^4} - a\right)$ равно …

А. $2a - 3$. **Б.** 3. **В.** –3. **Г.** 2,**5.**

6. Колесо автомобиля радиусом 42 см сделало 2500 оборотов. Какой примерно путь при этом прошел автомобиль? Выберите наиболее точное значение.

А. 6,6 км. **Б.** 10,2 км. **В.** 66 км. **Г.** 3,2 км.

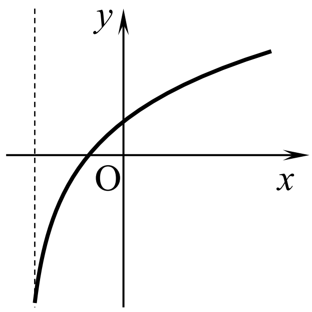
7. На лесном участке за год заготовили a м^3 древесины. Ежегодный прирост деревьев равен 4%. Сколько можно заготовить древесины через t лет?

А. $a\cdot 0{,}96^t$. **Б.** $a\cdot(1{,}04)^t$. **В.** $(0{,}04\cdot a)^t$. **Г.** $a\cdot 1{,}4^t$.

8. Укажите область определения функции $y = \sqrt{x \cdot tg 2}$.

А. $(-\infty; 0]$. **Б.** $[0; +\infty)$. **В.** $[0; 1]$. **Г.** $[-1; 0]$.

9. График функции $y = \log_b(x + a)$ имеет такой вид, как на рисунке, если …



А. $a > 0$, $0 < b < 1$. **Б.** $a > 0$, $b > 1$.

В. $a < 0$, $0 < b < 1$. **Г.** $a < 0$, $b > 1$.

10. Функция $y = \dfrac{3^{2x}+1}{3^x}$ …

А. ни четна, ни нечетна. **Б.** нечетна. **В.** четна. **Г.** и четна, и нечетна.

11. Укажите сумму корней уравнения $\dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{2-x}} \sin \pi x \cdot \log_{x+2} 2 \cdot e^{-\frac{1}{x}} = 0$.

А. 1. **Б.** 0. **В.** –1. **Г.** 2.

12. Укажите все значения параметра b, при которых решение системы уравнений $\begin{cases} 2x + by = 3, \\ x + 2y = -1 \end{cases}$ изображается точкой четвертой четверти координатной плоскости.

А. $(-\infty; -6) \cup (4; +\infty)$. **Б.** $b = 0$. **В.** $(-6; 0)$. **Г.** $(-6; 4)$.

13. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{2x-1} \le 1$.

А. $\left[\frac{5}{9};+\infty\right)$**.** **Б.** Нет решений. **В.** $\left(-\infty;\frac{5}{9}\right]$**.** **Г.** $\left(\frac{1}{2};\frac{5}{9}\right]$**.**

14. Если две стороны параллелограмма параллельны плоскости α, то плоскости параллелограмма и плоскость α …

А. параллельны. **Б.** совпадают или параллельны.

В. параллельны или пересекаются. **Г.** пересекаются.

15. Проекцией куба на плоскость не может быть …

А. квадрат. **Б.** прямоугольник, отличный от квадрата.

В. шестиугольник. **Г.** пятиугольник

16. Сечением куба не может быть …

А. равнобедренная трапеция. **Б.** параллелограмм с неравными сторонами.

В. прямоугольный треугольник. **Г.** ромб, не являющийся квадратом.

17. В треугольнике ABC $\angle C = 90°$. Прямая PC перпендикулярна плоскости ABC. Какое соотношение неверно?

А. $ABC\perp APC$**.** **Б.** $APB\perp ABC$**.** **В.** $ABC\perp BPC$**.** **Г.** $APC\perp CPB$**.**

18. Пусть d_1 — расстояние от точки A до прямой a, лежащей в плоскости α, а d_2 — расстояние от точки A до плоскости α. Какое соотношение верно?

А. $d_1 > d_2$**.** **Б.** $d_1 = d_2$**.** **В.** $d_1 \le d_2$**.** **Г.** $d_1 \ge d_2$**.**

19. Внутри двугранного угла величиной 120° дана точка, удаленная от каждой грани на расстояние a. Расстояние от этой точки до ребра двугранного угла равно …

А. $\frac{2}{\sqrt{3}}a$**.** **Б.** $\frac{a}{\sqrt{3}}$**.** **В.** $a\sqrt{3}$**.** **Г.** $2a\sqrt{3}$**.**

20. Геометрическим местом точек пространства, равноудалённых от всех сторон равнобедренной трапеции, является …

А. пустое множество **Б.** точка. **В.** прямая.

Г. прямая или пустое множество.

Продвинутый уровень **Вариант 3**

1. Между какими последовательными целыми числами находится $\log_{0,5}40$?

А. –5 и –4. **Б.** –7 и –6. **В.** –6 и –5. **Г.** 5 и 6.

2. Вычислите: $\sqrt[3]{1+\sqrt{2}}\cdot\sqrt[6]{3-2\sqrt{2}}$.

А. $\sqrt{2}$. **Б.** $2\sqrt{2}$. **В.** 1. **Г.** Ответ отличен от приведенных.

3. Вычислите значение выражения $\dfrac{2\sin^4\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha-3\cos^2\alpha}$, если $ctg\alpha = 2$.

А. $-\dfrac{1}{10}$. **Б.** $-\dfrac{1}{25}$. **В.** $\dfrac{1}{10}$. **Г.** $\dfrac{1}{25}$.

4. Известно, что $tg^2\alpha + ctg^2\alpha = a$. Чему равно $tg\alpha - ctg\alpha$, если $0<\alpha<\dfrac{\pi}{4}$?

А. $\sqrt{a+2}$. **Б.** $\sqrt{a-2}$. **В.** $\sqrt{2-a}$. **Г.** $-\sqrt{a-2}$.

5. При $a > 2$ выражение $\left(3^{\log_9(2-a)^2}-a\right)$ равно …

А. $2(1-a)$. **Б.** 2. **В.** $2(a-1)$. **Г.** –2.

6. Угловая скорость шкива электродвигателя, делающего 6000 оборотов в минуту, равна …

А. $12000\pi\ \dfrac{\text{рад}}{\text{с}}$. **Б.** $200\pi\ \dfrac{\text{рад}}{\text{с}}$. **В.** $\dfrac{50}{\pi}\ \dfrac{\text{рад}}{\text{с}}$. **Г.** $100\pi\ \dfrac{\text{рад}}{\text{с}}$.

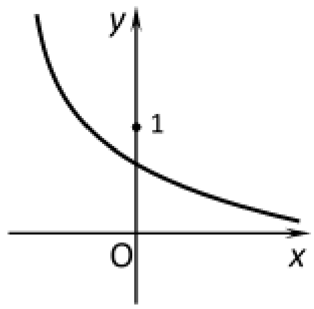
7. Каждый час количество бактерий увеличивается на 40%. Первоначально их было p. Через t часов оно станет равным …

А. $p\cdot(1{,}4)^t$. **Б.** $p\cdot(1{,}6)^t$. **В.** $p\cdot(0{,}4)^t$. **Г.** $p\cdot(0{,}6)^t$.

8. Укажите область определения функции $y=\sqrt{x\cdot\cos 3}$.

А. $[0; +\infty)$. **Б.** $[0; 1]$. **В.** $[-1; 0]$. **Г.** $(-\infty; 0]$.

9. График функции $y = 2^{ax + c}$ имеет такой вид, как на рисунке, если…



А. $a < 0$, $c > 0$. **Б.** $a < 0$, $c < 0$

В. $a > 0$, $c > 0$. **Г.** $a > 0$, $c < 0$.

10. Функция $y=\dfrac{3^{2x}-1}{3^{2x}+1}$ …

А. нечетна. **Б.** четна. **В.** ни четна, ни нечетна. **Г.** и четна, и нечетна.

11. Найдите сумму корней уравнения $\log_2(3-x)\cdot\log_{x+2}2\cdot tg\pi x\cdot e^{\frac{1}{2-x}}=0$.

А. 3. **Б.** 2. **В.** 0. **Г.** 1.

12. Укажите все значения параметра *a*, при которых система уравнений $\begin{cases}4x-ay=4,\\ 2x+y=a\end{cases}$ имеет бесконечное множество решений.

А. –2. **Б.** 2. **В.** $-\dfrac{1}{2}$. **Г.** Таких значений нет.

13. Решите неравенство $\log_{0,5}\sqrt{2x-1}\geq 1$.

А. $\left[\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{8}\right]$. **Б.** $\left(-\infty;\dfrac{5}{8}\right]$. **В.** $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{8}\right]$. **Г.** $\left[\dfrac{5}{8};+\infty\right)$.

14. Если сторона и средняя линия треугольника параллельны плоскости α, то плоскости треугольника и плоскость α …

А. параллельны. **Б.** параллельны или пересекаются.

В. совпадают или пересекаются. **Г.** пересекаются.

15. Какие из следующих фигур можно получить как параллельную проекцию квадрата со стороной 2 дм:

I прямоугольник 2 дм × 2 дм;

II прямоугольник 2 дм × 4 дм;

III трапецию с основаниями 1 дм и 2 дм?

А. Ни одну из этих фигур. **Б.** Только фигуру I.

В. Фигуры I и II. **Г.** Все три фигуры.

16. Сечением правильного тетраэдра не может быть …

А. трапеция. **Б.** равносторонний треугольник.

В. ромб. **Г.** правильный шестиугольник.

17. Если в равнобедренном прямоугольном треугольнике гипотенуза лежит в плоскости α, а катет наклонен к этой плоскости под углом 30°, то угол между плоскостью треугольника и плоскостью α равен …

А. 30°. **Б.** 45°. **В.** 60°. **Г.** $arctg\frac{1}{2}$.

18. Точка M находится на расстоянии a от вершин квадрата $ABCD$ со стороной a. Сравните расстояние d_1 от точки M до плоскости ABC и расстояние d_2 от точки A до плоскости BMD.

А. $d_1 = d_2$. **Б.** $d_1 > d_2$. **В.** Сравнить нельзя. **Г.** $d_1 < d_2$.

19. Сравните величину двугранного угла α между гранями правильного тетраэдра и угол β грани.

А. $\alpha > \beta$. **Б.** $\alpha = \beta$. **В.** $\alpha < \beta$. **Г.** Сравнить нельзя.

20. Геометрическим местом точек пространства, равноудалённых от всех вершин трапеции, является …

А. пустое множество **Б.** точка. **В.** прямая.

Г. прямая или пустое множество

Подсказки к заданиям тестов продвинутого уровня

1. Вначале определите знак логарифма, а затем подбором найдите искомые числа.

2. Приведите вначале оба корня к общему показателю, а затем перемножьте их подкоренные выражения и запишите произведение под знаком корня с тем же показателем. Обратите внимание на связь подкоренных выражений. Применив основное свойство корня, приведите сомножители к одинаковому показателю корня.

Если $a \geq 0$, то для натуральных n, m и k, $n > 1$, справедливо равенство $\sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m}$.

3. Примените формулы приведения к некоторым парам слагаемых и основное тригонометрическое тождество.

Примените следствия из основного тригонометрического тождества $1+tg^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}, 1+ctg^2\alpha=\dfrac{1}{\sin^2\alpha}$. Обратите внимание на то, что sinα и cosα имеют одинаковые знаки. При необходимости вначале преобразуйте данное выражение.

4. Выразите искомое выражение через данное возведением искомого выражения в квадрат, воспользовавшись тем, что $a^x \cdot a^{-x} = a^0 = 1$. Если же дано значение $a^{4x} + a^{-4x}$, то этот приём повторите дважды.

5. Воспользуйтесь основным логарифмическим тождеством $a^{\log_a b}=b$ и следующими свойствами логарифмов:

Для произвольных положительных *a*, *b*, *c*, *a* ≠ 1, *c* ≠ 1 и произвольного действительного *p* справедливы равенства:

$$\log_a b^p = p\log_a b,\ \log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}.$$

6. Воспользуйтесь тем, что оборот колеса составляет 360° или 2π радиан, и за один оборот колесо проходит путь, равный длине окружности колеса.

7. Можно последовательно находить значение рассматриваемой величины через 1. 2, 3, … единицы времени. Проконтролируйте выдвинутую гипотезу подстановкой нескольких значений t.

8. Воспользуйтесь тем, что область определения функции $y=\sqrt{ax}$, где a — некоторое число, совпадает с множеством решений неравенства $ax \geq 0$. Определите знак числового множителя, стоящего под корнем.

9. Воспользуйтесь тем, что **график функции $y = f(ax + b) = f\left(a\left(x+\dfrac{b}{a}\right)\right)$ ($a > 0$) получают из графика функции $y = f(x)$ сжатием его к оси y в a раз при $a > 1$ и растяжением в $\dfrac{1}{a}$ раз от оси y при $0 < a < 1$), затем параллельным переносом вдоль оси x на $\left|\dfrac{b}{a}\right|$ единиц: в направлении оси x, ес-**

ли $\frac{b}{a} < 0$ и в противоположном направлении, если $\frac{b}{a} > 0$. Если $a < 0$, то применяют ещё симметричное отражение относительно оси y.

10. Воспользуйтесь определениями чётной и нечётной функций.

Функция y = f(x) называется чётной, если:

1) её область определения вместе с каждой точкой x содержит и точку –x;

2) для каждого x из области определения функции выполняется равенство:

f(–x) = f(x).

Функция y = f(x) называется нечётной, если:

1) ее область определения вместе с каждой точкой x содержит и точку –x;

2) для каждого x из области определения функции выполняется равенство: f(–x) = – f(x).

Сравните значения функции в точках x и $-x$.

11. Обычно уравнение $f(x)\cdot g(x) = 0$ решают так:

а) находят область определения уравнения;

б) решают каждое из уравнений совокупности $\left[\begin{array}{l} f(x)=0, \\ g(x)=0. \end{array}\right.$;

в) из найденных решений совокупности отбирают те, которые входят в область определения данного уравнения.

12. Сначала найдите зависимость решения от параметра. Далее воспользуйтесь тем, что линейное уравнение $ax = b$:

а) имеет единственное решение, если $a \neq 0$;

б) имеет бесконечное множество решений, если $a = b = 0$;

в) не имеет решений, если $a = 0$, $b \neq 0$.

13. Воспользуйтесь тем, что логарифмическое неравенство $\log_a \sqrt{f(x)} \geq b$ при $0 < a < 1$ равносильно системе неравенств $\begin{cases} f(x) > 0, \\ \sqrt{f(x)} \leq a^b, \end{cases}$ а при $a > 1$ — системе неравенств $\begin{cases} f(x) > 0, \\ \sqrt{f(x)} \geq a^b. \end{cases}$

14. Воспользуйтесь признаком параллельности плоскостей.

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны второй плоскости, то эти плоскости параллельны.

Рассмотрите различные случаи взаимного расположения данных прямых.

15. Воспользуйтесь свойствами параллельного проектирования.

Параллельной проекцией прямой является прямая, а проекцией отрезка — отрезок.

Проекции параллельных прямых — параллельны или совпадают.

Воспользуйтесь свойства параллельных проекций плоских фигур:

Проекцией угла является угол.

Проекцией треугольника является треугольник.

Проекцией параллелограмма является параллелограмм.

Проекцией трапеции является трапеция.

Проекцией *n*-угольника является *n*-угольник.

16. Чтобы построить сечение куба, тетраэдра, n-угольной пирамиды и т. п., необходимо построить пересечение каждой грани с секущей плоскостью.

17. Воспользуйтесь признаком перпендикулярности двух плоскостей, определением угла между двумя плоскостями.

Если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную второй плоскости, то эти плоскости перпендикулярны.

Углом между пересекающимися плоскостями называется угол между прямыми, образующимися при пересечении данных плоскостей плоскостью, перпендикулярной линии их пересечения.

18. Сравните отрезки, длинами которых измеряются данные величины.

19. Воспользуйтесь сечением двугранного угла плоскостью, проходящей через данную точку перпендикулярно его ребру.

20. Вначале укажите в плоскости трапеции, если существует, точку, равноудалённую от всех её вершин или от всех её сторон.

Повышенный уровень **Вариант 1**

1. Чему равно произведение $\log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \ldots \log_{10} 9 \cdot \log_{11} 10$?

А. $\log_2 11$. **Б.** $\log_{11} 3$. **В.** $\log_3 10$. **Г.** $\log_{11} 2$.

2. Если $tg\varphi + ctg\varphi = m$, то $\sin\varphi + \cos\varphi$ при $\pi < \varphi < \frac{3\pi}{2}$ равно …

А. $\sqrt{\frac{m+2}{m}}$. **Б.** $-\sqrt{\frac{m+2}{m}}$. **В.** $\sqrt{\frac{m+1}{m}}$. **Г.** $-\sqrt{\frac{m+1}{m}}$.

3. Первая цифра после запятой в десятичной записи числа $\sqrt[3]{0{,}6}$ заключена в интервале …

А. (6; 9). **Б.** (4; 7). **В.** (3; 6). **Г.** (5; 8).

4. Среди участников лыжной гонки процент числа сошедших с дистанции оказался заключенным между 2,6% и 2,7%. Какое минимально возможное число участников гонки?

А. 40. **Б.** 39. **В.** 38. **Г.** 37.

5. Множеством значений функции $f(x) = x^2 - 2x + \sin a + 1$ не может быть промежуток … **А.** $[2; +\infty)$. **Б.** $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **В.** $[-1; +\infty)$. **Г.** $[0; +\infty)$.

6. График функции $y = \log_2 \frac{x-1}{x+1}$ симметричен относительно …

А. оси y. **Б.** оси x. **В.** начала координат. **Г.** прямой $y = 1$.

7. Сумма корней уравнения $tgx = \dfrac{\cos x}{|\cos x|}$, лежащих на промежутке $[0; 2\pi]$, равна …

А. 2π. **Б.** π. **В.** $\dfrac{9\pi}{4}$. **Г.** $\dfrac{11\pi}{4}$.

8. Сколько решений имеет система уравнений $\begin{cases} |x| + |y| = 4, \\ |xy| = 4 \end{cases}$?

А. Ни одного. **Б.** Два. **В.** Шесть. **Г.** Четыре.

9. Найдите все значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 2x + 2^a < 0$ не имеет решений.

А. $[1; +\infty)$. **Б.** $[0; +\infty)$. **В.** $(0; 1)$. **Г.** $(-\infty; 1)$.

10. Сколько существует двузначных чисел в 4 раза больших суммы их цифр?

А. Четыре. **Б.** Три. **В.** Два. **Г.** Одно.

11. Даны две скрещивающиеся прямые a и b. Сколько существует пар взаимно перпендикулярных плоскостей, одна из которых проходит через a, а другая через b?

А. Ни одной. **Б.** Одна. **В.** Бесконечно много. **Г.** Ни одной или одна.

12. Из трех точек, лежащих в горизонтальной плоскости на расстоянии a, b, c от основания телевизионной вышки, эту вышку видно под углами, сумма которых равна 90°. Высота вышки равна …

А. $\sqrt{ab+ac+bc}$. **Б.** $\dfrac{abc}{(a+b+c)^2}$. **В.** $\dfrac{ab+ac+bc}{a+b+c}$. **Г.** $\sqrt{\dfrac{abc}{a+b+c}}$.

13. Через вершину B прямоугольника $ABCD$ со сторонами $AB = 2$ и $BC = 5$ проведен перпендикуляр BP к плоскости $ABCD$. Сравните углы α и β, образованные, соответственно, плоскостями ADP и CDP с плоскостью ABC.

А. $\alpha < \beta$. **Б.** $\alpha > \beta$. **В.** $\alpha = \beta$. **Г.** Сравнить невозможно.

14. Сколько осей симметрии имеет пространственная фигура, состоящая из двух пересекающихся прямых?

А. Ни одной. **Б.** Одну. **В.** Две. **Г.** Три.

15. Ортогональная проекция куба, имеющая наибольшую площадь, является …

А. квадратом. **Б.** шестиугольником. **В.** прямоугольником. **Г.** пятиугольником.

Повышенный уровень **Вариант 2**

1. Чему равно произведение $\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{2}\cdot\log_{\frac{1}{4}}\frac{1}{3}\cdot...\log_{\frac{1}{10}}\frac{1}{9}\cdot\log_{\frac{1}{11}}\frac{1}{10}$?

А. $\log_2 11$. **Б.** $\log_{11} 3$. **В.** $\log_3 10$. **Г.** $\log_{11} 2$.

2. Если $tg\varphi + ctg\varphi = m$, то $\cos\varphi - \sin\varphi$ при $\frac{3\pi}{2} < \varphi < 2\pi$ равно …

А. $\sqrt{\frac{m-2}{m}}$. **Б.** $-\sqrt{\frac{m-1}{m}}$. **В.** $-\sqrt{\frac{m-2}{m}}$. **Г.** $\sqrt{\frac{m-1}{m}}$.

3. Первая цифра после запятой в десятичной записи числа $\sqrt[3]{0{,}3}$ заключена в интервале …

А. (1; 4). **Б.** (2; 5). **В.** (3; 6). **Г.** (5; 8).

4. В некотором регионе среди выпускников школ, сдававших ЕГЭ по определённому предмету, процент числа не сдавших оказался заключенным между 2,4% и 2,8%. Какое минимально возможное число выпускников, сдававших ЕГЭ по этому предмету?

А. 35. **Б.** 36. **В.** 39. **Г.** 41.

5. Множеством значений функции $f(x) = x^2 + 2x + \cos a + 1$ не может быть промежуток …

А. $[1; +\infty)$. **Б.** $[2; +\infty)$. **В.** $[0; +\infty)$. **Г.** $[-1; +\infty)$.

6. График функции $y = \frac{2^{6x}+1}{2^{3x}}$ симметричен относительно …

А. начала координат. **Б.** оси x. **В.** оси y. **Г.** прямой $y = 1$.

7. Сумма корней уравнения $ctgx = \frac{\sin x}{|\sin x|}$, лежащих на промежутке $[0; 2\pi]$, равна …

А. π. **Б.** 2π. **В.** $\frac{9\pi}{4}$. **Г.** $\frac{11\pi}{4}$.

8. Сколько решений имеет система уравнений $\begin{cases} |x| + |y| = 4, \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$?

А. Четыре. **Б.** Восемь. **В.** Два. **Г.** Шесть.

9. Найдите все значения параметра b, при которых неравенство $x^2 + 2^b x + 1 \le 0$ не имеет решений.

А. $(-\infty; 1)$. **Б.** $(0; 1)$. **В.** $(-1; 1)$. **Г.** $(-\infty; -1)$.

10. Сколько в первой сотне чисел, равных сумме их цифр?

А. 12. **Б.** 11. **В.** 10. **Г.** 9.

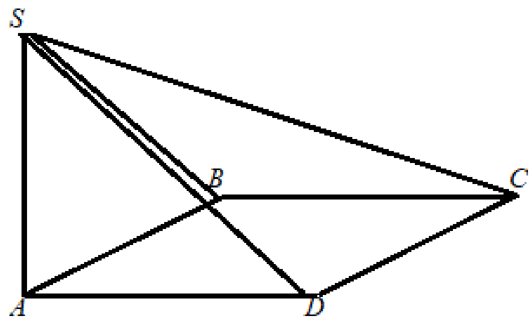
11. Даны две скрещивающиеся прямые a и b. Сколько существует плоскостей, проходящих через прямую a и перпендикулярных прямой b?

А. Ни одной. **Б.** Одна. **В.** Бесконечно много. **Г.** Ни одной или одна.

12. Из трех точек, лежащих в горизонтальной плоскости на расстоянии a, b, c от основания телевизионной вышки, эту вышку видно под углами, сумма которых равна 180°. Высота вышки равна …

А. $\sqrt{ab+ac+bc}$. **Б.** $\dfrac{abc}{(a+b+c)^2}$. **В.** $\dfrac{ab+ac+bc}{a+b+c}$. **Г.** $\sqrt{\dfrac{abc}{a+b+c}}$.

13. Через вершину A прямоугольника $ABCD$ со сторонами $AB = 3$ и $BC = 4$ проведен перпендикуляр AS к плоскости $ABCD$. Сравните углы α и β, образованные, соответственно, плоскостями SBC и SDC с плоскостью ABC.



А. Сравнить невозможно. **Б.** $\alpha < \beta$. **В.** $\alpha = \beta$. **Г.** $\alpha > \beta$.

14. Сколько осей симметрии имеет пространственная фигура, состоящая из двух параллельных прямых?

А. Ни одной. **Б.** Две. **В.** Три. **Г.** Бесконечно много.

15. Ортогональная проекция куба, имеющая наименьшую площадь, является …

А. шестиугольником. **Б.** квадратом. **В.** треугольником. **Г.** пятиугольником.

Повышенный уровень Вариант 3

1. Сравните числа $a = \log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}\cdot\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{4}\cdot\log_{\frac{1}{4}}\frac{1}{5}\cdot\log_{\frac{1}{5}}\frac{1}{7}$ и $b = \sqrt[3]{28}$.

А. $a < b$. **Б.** $a = b$. **В.** $a > b$. **Г.** Сравнить нельзя.

2. Упростите выражение $\sqrt{\frac{1+\cos 6}{2}}+\cos 3+3$.

А. 2cos3 + 3. **Б.** sin3 + cos3 + 3. **В.** –sin3 + cos3 + 3. **Г.** 3.

3. Первая цифра после запятой в десятичной записи числа $\sqrt[4]{0,4}$ заключена в интервале …

А. (3; 6). **Б.** (6; 9). **В.** (4; 7). **Г.** (8; 11).

4. При выборочном контроле партии изделий процент числа бракованных изделий оказался заключенным между 2,5% и 2,6%. Какое минимально возможное число изделий в партии?

А. 38. **Б.** 40. **В.** 39. **Г.** 41.

5. Множеством значений функции $y = 4x + \cos a - x^2 - 4$ может быть промежуток …

А. (–∞; 2]. **Б.** (–∞; 1,5]. **В.** (1; +∞). **Г.** (–∞; 0,5).

6. Укажите все значения a, при которых функция $y=\ln\frac{a^2-x}{4+x}$ нечетна.

А. 4. **Б.** 4; –4. **В.** 2; –2. **Г.** Таких значений нет.

7. Сумма корней уравнения $\cos x=\frac{|tgx|}{2tgx}$, лежащих на промежутке [0; 2π], равна…

А. $\frac{5\pi}{3}$. **Б.** 4π. **В.** π. **Г.** $\frac{7\pi}{3}$.

8. Сколько решений имеет система уравнений $\begin{cases}|x|-|y|=4,\\ x^2+y^2=16?\end{cases}$

А. Ни одного. **Б.** Одно. **В.** Два. **Г.** Четыре.

9. Укажите все значения параметра a, при которых неравенство $tg^2x - 2tgx + 0{,}2^a < 0$ не имеет решений.

А. [0; +∞). **Б.** (–∞; –1]. **В.** [1; +∞). **Г.** (–∞; 0].

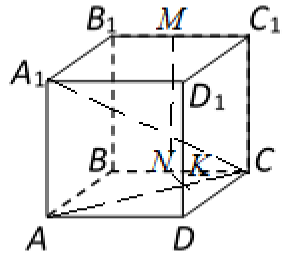
10. Сколько существует двузначных чисел, в 3 раза больших суммы их цифр?

А. Ни одного. **Б.** Одно. **В.** Два. **Г.** Четыре.

11. Даны три попарно скрещивающиеся прямые *a*, *b* и *c*. Сколько существует прямых, пересекающих все эти три прямые?

А. Бесконечно много. **Б.** Одна.

В. Ни одной. **Г.** Ни одной или одна.



12. Найдите расстояние между диагональю A_1C куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром 8 и прямой, проходящей через середины ребер BC и B_1C_1.

А. $\sqrt{2}$. **Б.** $2\sqrt{2}$. **В.** 4. **Г.** $4\sqrt{2}$

13. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ проведено сечение плоскостью A_1C_1D. Сравните угол α между этой плоскостью и гранью $A_1B_1C_1D_1$ и угол $\beta = \angle A_1DC_1$.

А. $\alpha < \beta$. **Б.** $\alpha = \beta$. **В.** $\alpha > \beta$. **Г.** Сравнить невозможно.

14. Сколько осей симметрии имеет пространственная фигура, состоящая из двух равных правильных четырёхугольных пирамид, вершины которых расположены по разные стороны от общего основания, а боковые ребра не равны ребрам основания?

А. Десять. **Б.** Шесть. **В.** Пять. **Г.** Одну.

15. Длины ребер прямоугольного параллелепипеда равны 1, 2, 3. Чему равно наибольшее значение площади ортогональной проекции этого параллелепипеда на некоторую плоскость?

А. 3,5. **Б.** 14. **В.** 7. **Г.** 5,25.

Подсказки к заданиям тестов повышенного уровня

1. Приведите все логарифмы к одному основанию.

2. Воспользуйтесь определениями тангенса и котангенса, основным тригонометрическим тождеством, формулой синуса двойного аргумента, формулами половинного аргумента. Не забудьте, что $\sqrt{a^2} = |a|$.

3. Рассмотрите степени однозначных чисел, показатели которых равны показателям данных корней.

4. Введите обозначения для значений рассматриваемой величины и указанной её части. Составьте по условию неравенство для них и решите его относительно первого обозначения.

5. Выделите квадрат двучлена.

6. Исследуйте данную функцию на четность.

7. При решении данного уравнения не забывайте учитывать зна7к выражения, стоящего под знаком модуля.

8. Можно построить графики данных уравнений.

9. Данное неравенство не имеет решений, если квадратный трехчлен принимает неотрицательные (положительные) значения при всех значениях переменной.

10. Двузначное число $\overline{ab}$ представьте в виде $10a + b$. Подумайте, какие числа входят в первую сотню натуральных чисел.

11. Воспользуйтесь признаками перпендикулярности прямой и плоскости, двух плоскостей.

12. Выразите высоту вышки из трех прямоугольных треугольников. Не забудьте, что один из углов выражается через два других. Для нахождения расстояния между двумя скрещивающимися прямыми найдите плоскость, перпендикулярную одной из них, и ортогонально спроектируйте на эту плоскость скрещивающиеся прямые.

13. Воспользуйтесь определением угла между двумя плоскостями.

14. Воспользуйтесь понятием осевой симметрии фигуры.

15. Наибольшую площадь имеет проекция куба на плоскость, параллельную плоскости, проходящей через концы ребер, выходящих из одной вершины куба.

Углубленный уровень **Вариант 1**

1. Сравните для всех $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ значения выражений $a = 1 + tgx$ и $b = \frac{1}{1-\sin x}$.

А. $a < b$. **Б.** $a = b$. **В.** $a > b$.

Г. При разных x может выполняться любое из приведенных соотношений.

2. Сколько существует целых значений x, для которых существует сумма

$$\log^2_{\frac{1}{5}}|x| + \log^4_{\frac{1}{5}}|x| + \ldots + \log^{2n}_{\frac{1}{5}}|x| + \ldots$$

А. 2. **Б.** 4. **В.** 0. **Г.** 8.

3. Сравните $\cos 0{,}5$ и $\log_4 \sqrt{5}$.

А. $\cos 0{,}5 > \log_4 \sqrt{5}$. **Б.** $\cos 0{,}5 = \log_4 \sqrt{5}$.

В. $\cos 0{,}5 < \log_4 \sqrt{5}$. **Г.** Сравнить нельзя.

4. На полоске бумаги записана последовательность 123123…123123…123, в которой 360 цифр. На какое наибольшее число частей можно разрезать эту полоску, чтобы все числа на полученных при этом кусочках полоски были разными?

А. На 15. **Б.** На 45. **В.** На 30. **Г.** На 60.

5. Пусть $d(x, y)$ — наибольший общий делитель натуральных чисел x и y. Установите четность числа $d(x + y, xy) - d(x, y)$.

А. Четно. **Б.** Нечетно.

В. Может быть как четным так и нечетным. **Г.** Установить нельзя.

6. График функции $y = f(x)$ симметричен относительно точки $(-1; 0)$. Какая из следующих функций является нечетной?

А. $y = f(x) + 1$. **Б.** $y = f(x) - 1$. **В.** $y = f(x - 1)$. **Г.** $y = f(x + 1)$.

7. Укажите все значения параметра a, при которых хотя бы один корень уравнения $x^2 - 2x + a = 0$ находится в промежутке $[-1; 2]$.

А. $[0; 1]$. **Б.** $[-1; 0]$. **В.** $[-3; 1]$. **Г.** $[-3; 0]$.

8. Решением неравенства $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x+2} \le x^2 + 3x + 12$ является множество …

А. $(-\infty; 0)$. **Б.** $(2; +\infty)$. **В.** $\{2\}$. **Г.** $(-\infty; +\infty)$.

9. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Сравните площадь S_1 сечения, проведенного через середины ребер AB, BB_1, B_1C_1 с площадью S_2 диагонального сечения куба, ему перпендикулярного.

А. $S_1 = S_2$. **Б.** $S_1 < S_2$. **В.** $S_1 > S_2$. **Г.** Сравнить нельзя.

10. Ортогональной проекцией прямоугольника, одна из сторон которого параллельна плоскости проекций, является квадрат. Найдите угол между плоскостями прямоугольника и квадрата, если стороны прямоугольника 6 см и $3\sqrt{3}$ см.

А. $\arccos\frac{\sqrt{3}}{6}$. **Б.** 60°. **В.** 45°. **Г.** 30°.

Углубленный уровень **Вариант 2**

1. Сравните для $x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ значения выражений $a = 1 + ctgx$ и $b = \frac{1}{1-\cos x}$.

А. $a < b$. **Б.** $a = b$. **В.** $a > b$.

Г. при разных x может выполняться любое из приведенных соотношений.

2. Сколько существует целых значений x, для которых существует сумма $\log_{\frac{1}{4}}|x| + \log^2_{\frac{1}{4}}|x| + ... + \log^n_{\frac{1}{4}}|x| + ...$?

А. Ни одного. **Б.** Шесть. **В.** Четыре. **Г.** Восемь

3.Сравните sin0,75 и $\log_3 \sqrt{5}$.

А. $\sin 0,75 < \log_3 \sqrt{5}$. **Б.** $\sin 0,75 = \log_3 \sqrt{5}$. **В.** $\sin 0,75 > \log_3 \sqrt{5}$.

Г. Сравнить нельзя.

4. На полоске бумаги записана последовательность 2341234…12341234…1234, в которой 180 цифр. На какое наибольшее число частей можно разрезать эту полоску, чтобы все числа на полученных при этом кусочках полоски были разными?

А. На 9. **Б.** На 18. **В.** На 27. **Г.** На 36.

5. Пусть $d(x, y)$ — наибольший общий делитель натуральных чисел x и y. Установите четность числа $d(x - y, xy) - d(x, y)$, где $x > y$.

А. Нечетно. **Б.** Четно. **В.** Может быть как четным, так и нечетным.

Г. Установить нельзя.

6. График функции $y = f(x)$ симметричен относительно точки (–2; 2). Нечетной является функция …

А. $y = f(x + 2) - 2$. **Б.** $y = f(x + 2) + 2$. **В.** $y = f(x - 2) - 2$. **Г.** $y = f(x - 2) + 2$.

7. Укажите все значения параметра a, при которых хотя бы один корень уравнения $x^2 + 2x - a = 0$ находится в промежутке [–2; 1].

А. [0; 1]. **Б.** [–1; 0]. **В.** [0; 3]. **Г.** [–1; 3].

.**8.** Решением неравенства $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-6x+6} \le x^2 + 5x + 16$ является множество …

А. $(-\infty; 0)$. **Б.** $(2; +\infty)$. **В.** $\{2\}$. **Г.** $(-\infty; +\infty)$.

9. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Сравните периметр P_1 сечения, проведенного через середины ребер AB, BB_1, B_1C_1 с периметром P_2 диагонального сечения ему перпендикулярного.

А. $P_1 < P_2$.. **Б.** $P_1 = P_2$. **В.** $P_1 > P_2$. **Г.** Сравнить нельзя.

10. Ортогональной проекцией прямоугольника, одна из сторон которого параллельна плоскости проекций, является квадрат. Одна из сторон и диагональ прямоугольника соответственно равны 6 см и $2\sqrt{21}$ см. Найдите угол между плоскостями прямоугольника и квадрата.

А. Определить нельзя. **Б.** 60°. **В.** 45°. **Г.** 30°.

Углубленный уровень **Вариант 3**

1. Сравните для $x \in \left(\dfrac{\pi}{2}; \pi\right)$ значения выражений $a = 1 - tgx$ и $b = \dfrac{1}{1+\sin x}$.

А. $a = b$ **Б.** $a < b$. **В.** $a > b$. **Г.** Сравнить нельзя.

2. Сколько существует целых значений x, для которых существует сумма $\log_{\frac{1}{2}}|x| + \log^2_{\frac{1}{2}}|x| + \ldots + \log^n_{\frac{1}{2}}|x| + \ldots$?

А. Ни одного. **Б.** Два. **В.** Одно. **Г.** Четыре.

3. Какое из чисел ближе к 1: $a = 2\sin 29°$ или $b = 2\sin 31°$?

А. Одинаково близки. **Б.** a. **В.** b.

Г. Без вычислительных средств определить нельзя.

4. На листе бумаги написано 30 единиц. У каждой второй изменён знак. Потом у каждого третьего из полученных чисел изменён знак, потом у каждого пятого изменён знак. Сумма полученных чисел равна …

А. 0. **Б.** 15. **В.** 10. **Г.** –10.

5. Пусть $d(x, y)$ — наибольший общий делитель натуральных чисел x и y. Установите четность числа $d(2x + y, xy) - d(x, y)$.

А. Четно. **Б.** Нечетно. **В.** Может быть как четным, так и нечетным.

Г. Установить нельзя.

6. График функции $y = f(x)$ симметричен относительно прямой $x = 3$. Четной является функция …

А. $y = f(x - 3)$. **Б.** $y = f(x) - 3$. **В.** $y = f(x) + 3$. **Г.** $y = f(x + 3)$.

7. Укажите все значения параметра a, при которых оба корня уравнения $x^2 - 4x + a = 0$ находится в промежутке $[-2; 4]$.

А. $[-12; 4]$. **Б.** $[0; 16]$. **В.** $[-12; 16]$. **Г.** $[0; 4]$.

8. Сколько пар чисел $(x; y)$ удовлетворяют неравенству

$2^y - 2\cos x + \sqrt{y - x^2 - 1} \le 0$?

А. Ни одной. **Б.** Одна. **В.** Две. **Г.** Бесконечно много.

9. Правильный тетраэдр пересечен двумя плоскостями, параллельными двум скрещивающимся ребрам. Одна из них проходит через среднюю линию грани, другая — через центр тяжести той же грани. Сравните периметры P_1 и P_2 соответственно этих сечений.

А. $P_1 = P_2$. **Б.** $P_1 < P_2$. **В.** $P_1 > P_2$. **Г.** Сравнить нельзя.

10. Ортогональной проекцией квадрата на плоскость, содержащую одну из его вершин, является ромб. Сторона квадрата равна 12 см, а одна из диагоналей ромба — $6\sqrt{2}$ см. Найдите угол между плоскостями ромба и квадрата.

А. 15°. **Б.** 30°. **В.** 45°. **Г.** 60°.

Подсказки к заданиям тестов углубленного уровня

1. Преобразуйте разность $a - b$, установите знаки всех множителей в полученном выражении.

2. Данная сумма существует, если ее слагаемые образуют бесконечно убывающую геометрическую прогрессию.

3. Попробуйте сравнить данные числа с числом, лежащим между ними.

Преобразуйте разность модулей разностей данных чисел и 1..

4. Убедитесь, что после разрезания можно получить одинаковое количество однозначных, двузначных, трехзначных и т.д., n-значных чисел, равное количеству цифр в каждой группе, из которых состоит последовательность. Найдите n.

5. Рассмотрите всевозможные случаи четности x и y.

6. Установите, каким преобразованием можно заданную точку перенести в начало координат или заданную прямую в ось ординат.

7. Можно найти корни уравнения и решить совокупность двух неравенств.

8. Для решения неравенств установите множества значений обеих частей неравенства. Для нахождения пар чисел (x; y), удовлетворяющих неравенству, найдите, в каких границах находится значение y.

9. Постройте указанные сечения.

10. Воспользуйтесь соотношениями между площадями фигуры и её ортогональной проекции.

Ответы к тестам тренажёра

ВАРИАНТ 1

Уровень	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Базовый	В	Б	В	Г	Б	А	В	А	Г	В	Г	Б	Г
Основной	А	Б	Г	А	Б	Г	В	Б	Г	Г	А	Г	Г
Продвинутый	Б	Г	Б	В	А	Б	А	В	Г	А	Г	Б	Г
Повышенный	Г	Б	А	В	А	В	Б	Г	Б	А	Г	Г	Б
Углублённый	В	Г	А	Б	А	В	В	Г	Б	Г			
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
Базовый	Б	А	Г	Б	А	Б	В	Г	А	Б	В	Б	
Основной	Б	В	В	Б	А	А	В	Г	В	Г	В	А	
Продвинутый	В	Г	В	А	Г	Б	Г						
Повышенный	Г	Б											

ВАРИАНТ 2

Уровень	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Базовый	Б	Б	В	Г	В	А	Б	В	Б	В	Г	Г	Б
Основной	В	Б	Г	Б	А	В	Б	В	Б	В	Б	А	А
Продвинутый	Б	Б	Г	Г	В	А	Б	А	Б	В	А	Г	А
Повышенный	Г	А	Г	Б	Б	В	А	Б	А	Г	Г	А	Г
Углублённый	В	Б	А	Г	Б	В	Г	Г	А	Г			
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
Базовый	Г	А	В	А	А	А	Г	В	Б	А	Б	В	
Основной	Г	Б	В	А	А	Б	В	А	Г	А	В	А	
Продвинутый	В	Г	В	Б	Г	А	Г						
Повышенный	Г	В											

ВАРИАНТ 3

Уровень	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Базовый	А	В	Г	В	А	Б	Г	Г	А	Г	Б	В	Г
Основной	Г	В	Б	Г	А	Б	А	Г	В	А	Б	Б	Г
Продвинутый	В	В	Б	Г	Г	Б	А	Г	Б	А	Г	Г	В
Повышенный	А	Г	Б	В	Г	В	В	В	Г	Б	В	Б	А
Углублённый	В	Б	В	А	В	Г	Г	Б	А	Г			
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
Базовый	Б	В	Г	Б	В	В	В	Г	Б	Б	В	Б	
Основной	В	Б	В	Б	В	Г	А	Г	А	Б	Б	В	
Продвинутый	Б	В	Г	Б	А	А	Г						
Повышенный	В	Б											

Контрольное задание

Контрольное задание состоит из **основного и дополнительного** заданий, которые оцениваются отдельно.

Основное задание предполагает выполнение тестов базового, основного и продвинутого уровней. Дополнительное — тестов повышенного и углублённого уровней.

Каждый правильный ответ на задание базового уровня оценивается одним баллом, основного — двумя баллами, продвинутого — четырьмя баллами, повышенного — шестью баллами и углубленного — десятью баллами.

Выберите для **каждого** тестового задания **правильный** ответ из приведенных. **Помните**, что правильный ответ среди них есть, и он ровно один. Если же Вы уверены, что правильного ответа нет, то в качестве ответа запишите букву «Д».

Критерии оценок

Основное задание : **«отлично»** — получено от 121 до 155 баллов

«хорошо» — получено от 91 до 120 баллов

«зачтено» — получено от 52 до 90 баллов

Дополнительное задание: **«отлично»** — получено от 81 до 190 баллов

«хорошо» — получено от 54 до 80 баллов

Надеемся, что работа над тестами будет для Вас и интересной, и полезной.

Желаем Вам успехов!

Основное задание

Базовый уровень

1. Радианная мера угла 240° равна …

А. $\frac{2\pi}{3}$ радиан. **Б.** $\frac{4\pi}{3}$ радиан. **В.** $\frac{7\pi}{6}$ радиан. **Г.** $\frac{5\pi}{4}$ радиан.

2. Число 2π соответствует точке тригонометрической окружности с абсциссой …

А. 1. **Б.** –1. **В.** 0. **Г.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

3. Укажите значение $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = -\frac{4}{5}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

А. $\frac{3}{5}$**.** **Б.** $-\frac{9}{25}$**.** **В.** $-\frac{3}{5}$**.** **Г.** $\frac{9}{25}$**.**

4. Из данных чисел выберите наименьшее; $\cos\frac{\pi}{2}$; $\sqrt[3]{0{,}001}$; - 3^{-8}; $(-8)^3$.

А. $\cos\frac{\pi}{2}$. **Б.** $\sqrt[3]{0{,}001}$. **В.** 3^{-8}. **Г.** $(-8)^3$.

5. Вычислите $\log_{\frac{1}{3}} 3 - \lg 0{,}0001$.

А. 2. **Б.** 3. **В.** 4. **Г.** 1,5.

6. Вычислите $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$.

А. $\frac{1}{2}$. **Б.** $-\frac{1}{2}$. **В.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **Г.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

7. Для всех допустимых значений x выражение $\frac{\sin x ctgx}{\cos x}$ равно …

А. $\sin^2 x$. **Б.** $tg^2 x$. **В.** 1. **Г.** $\cos^2 x$.

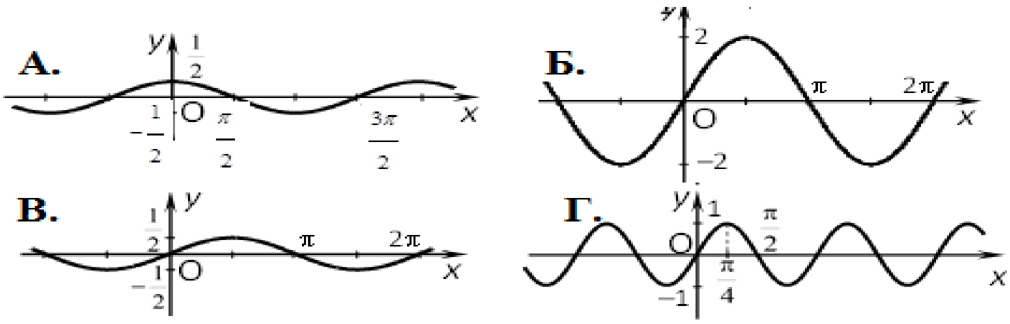
8. Чему равно наименьшее значение выражения $\cos x - 1$?

А. 2. **Б.** 1. **В.** –1. **Г.** –2.

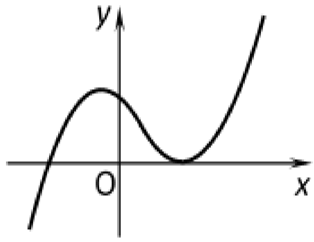
9. Областью определения функции $y = \sqrt{x^2 - \frac{1}{4}}$ является множество …

А. $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$**.** **Б.** $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$**.** **В.** $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. **Г.** $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

10. На каком рисунке изображен график функции $y = \dfrac{1}{2}\sin x$?



11. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Какое из утверждений относительно функции верно?

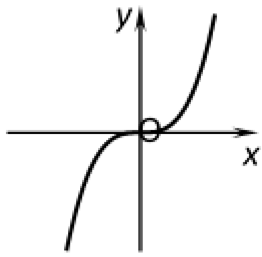


А. Функция является нечетной.

Б. Функция периодическая.

В. Функция возрастающая **Г.** Функция имеет два нуля.

12. Укажите функцию, график которой схематично изображен на рисунке.



А. $y = \sqrt{x}$. **Б.** $y = x^3$. **В.** $y = \sqrt[3]{x}$. **Г.** $y = 2^x$.

13. Не имеет решений уравнение …

А. $\cos x = -\sqrt{2}$ **Б.** $2^{x-1} = 0{,}00024$. **В.** $ctgx = 10$. **Г.** $9x^2 + 6x + 1 = 0$.

14. Решите уравнение: $3^{2(x+1)} = \dfrac{1}{27}$.

А. 2,5. **Б.** –2,5. **В.** –0,5. **Г.** 0,5.

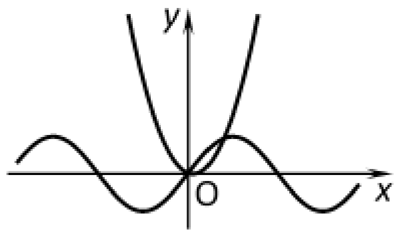
15. Решите неравенство $\sqrt{4x-3} < \sqrt{5}$.

А. $x < 2$. **Б.** $-\dfrac{3}{4} < x < 2$. **В.** $\dfrac{3}{4} \le x < 2$. **Г.** $x > \dfrac{3}{4}$.

16. Из формулы $E = \dfrac{q}{4\pi r^2}$ выразите переменную $r > 0$ через другие переменные.

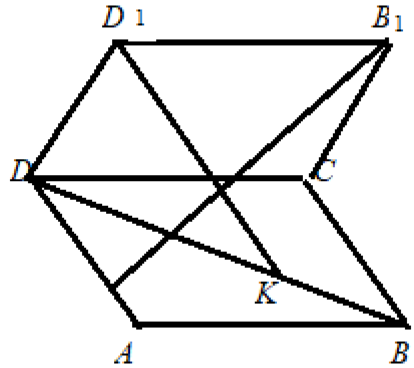
А. $r = 2\sqrt{\dfrac{\pi E}{q}}$. **Б.** $r = 2\sqrt{\dfrac{q}{\pi E}}$. **В.** $r = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{q}{\pi E}}$. **Г.** $r = 2\sqrt{\pi E q}$.

17. На рисунке изображены графики функций $y = \sin x$ и $y = x^2$. Сколько решений имеет уравнение $x^2 = \sin x$ на промежутке $(-\infty; 4]$?



А. Ни одного. **Б.** Одно. **В.** Два. **Г.** Три.

18. Плоскости ABC и DD_1B_1 пересекаются. Как расположены прямые AB_1 и D_1K, изображенные на рисунке?



А. Пересекаются. **Б.** Скрещиваются.

В. Параллельны. **Г.** Ответ зависит от выбора точки K внутри отрезка BD.

19. Если две прямые скрещиваются, то их параллельные проекции на одну плоскость не могут …

А. быть параллельными. **Б.** пересекаться.

В. иметь общие точки. **Г.** совпадать.

20. Если диагонали трапеции параллельны плоскости α, то меньшее основание трапеции …

А. может пересекать плоскость α. **Б.** может лежать в плоскости α.

В. параллельно плоскости α.

Г. может быть по-разному расположено относительно плоскости α.

21. Сколько прямых проходит через данную точку пространства параллельно данной плоскости, не содержащей данную точку?

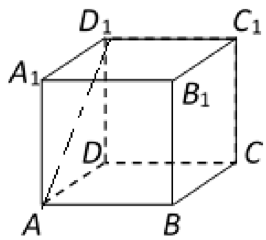
А. Одна. **Б.** Бесконечно много. **В.** Ни одной.

Г. Ответ отличается от приведенных.

22. Если прямая a перпендикулярна плоскости β, а плоскость α параллельна прямой a, то плоскости α и β ...

А. параллельны. **Б.** перпендикулярны. **В.** имеют общие точки.

Г. могут быть расположены как угодно.

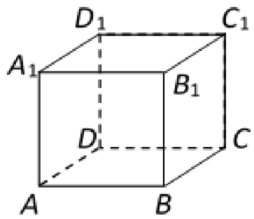


23. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Прямая AD_1 образует с плоскостью $A_1B_1C_1$ угол…

А. 30°. **Б.** 45°. **В.** 60°. **Г.** 90°.

24. Наклонная длины a образует с некоторой плоскостью угол 60°. Ортогональная проекция этой наклонной на плоскость равна …

А. $\frac{a}{2}$. **Б.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **В.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **Г.** $\frac{a}{\sqrt{2}}$.



25. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Чему равен угол между плоскостями CD_1A_1 и ABC?

А. 30°. **Б.** 45°. **В.** 60°. **Г.** 90°.

Основной уровень

1. Колесо за 3 с повернулось на угол в 1620°. Сколько оборотов в минуту делает колесо?

А. 100. **Б.** 90. **В.** 80 . **Г.** 900.

2. Значению α = 1920° на тригонометрической окружности соответствует точка с координатами …

А. $\left(-\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. **Б.** $\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. **В.** $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2}\right)$. **Г.** $\left(\frac{\sqrt{3}}{2};-1\right)$.

3. Найдите значение $\sin\alpha$, если $ctg\alpha=-\frac{3}{4}$ и $\cos\alpha > 0$.

А. $\frac{3}{5}$. **Б.** $\frac{4}{5}$. **В.** $-\frac{4}{5}$. **Г.** $-\frac{3}{5}$.

4. Расположите в порядке убывания числа $a=ctg\frac{1}{2}\pi$, $b=ctg\frac{5\pi}{9}$, $c=ctg\frac{\pi}{7}$.

А. $b > a > c$. **Б.** $c > b > a$. **В.** $a > c > b$. **Г.** $c > a > b$.

5. Вычислите: $\log_{\frac{1}{4}} 3+\log_4 6$.

А. 1. **Б.** $\frac{1}{2}$. **В.** –1. **Г.** 2.

6. Если $\cos 75° = b$, то $\sin 285°$ равен …

А. $-\sqrt{1-b^2}$. **Б.** $\sqrt{1-b^2}$. **В.** b. **Г.** $-b$.

7. Произведение тангенсов острых углов прямоугольного треугольника ...

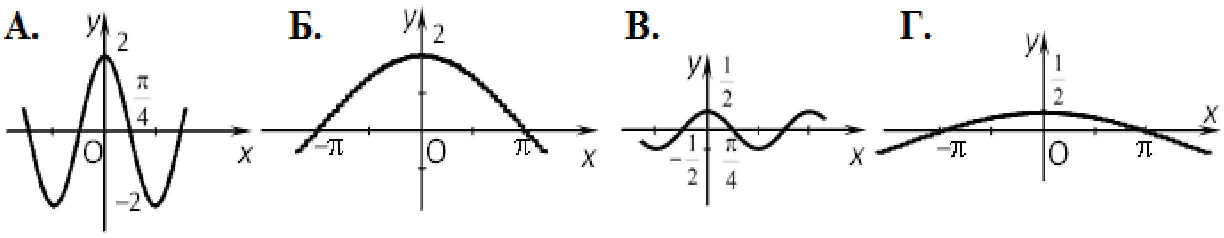
А. меньше 1. **Б.** больше 1. **В.** больше 2. **Г.** равно 1.

8. Наибольшее значение выражения $-\frac{1}{4}\sin\alpha-\frac{1}{2}$ на промежутке $\left[\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$ равно ... **А.** 1. **Б.** $-\frac{1}{4}$. **В.** $-\frac{3}{4}$. **Г.** $\frac{1}{4}$.

9. Найдите область определения функции $y=\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$.

А. $(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$. **Б.** $[-1;\ 1]$. **В.** $[-1;0)\cup(0;1]$. **Г.** $(0;\ 1]$.

10. На каком рисунке изображен график функции $y=\frac{1}{2}\cos 2x$?



11. Функция $y=\frac{e^x+e^{-x}}{x}$ — ...

А. четна. **Б.** нечетна. **В.** ни четна, ни нечетна. **Г.** и четна, и нечетна.

12. Выражение arcsin2a имеет смысл при a, равном ...

А. $\frac{3-\sqrt{11}}{2}$. **Б.** $\sqrt{11}-2$. **В.** $\frac{\sqrt{11}-2}{2}$. **Г.** $\frac{\sqrt{11}-5}{2}$.

13. Сколько решений на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2};5\pi\right]$ имеет уравнение $\sin\frac{x}{2}=0$?

А. Ни одного. **Б.** Одно. **В.** Два. **Г.** Три.

14. Коэффициент звукоизоляции стен вычисляется по формуле $D=20\lg\frac{p_0}{p}$, где p_0 — давление звука до поглощения, p — давление звука, который прошел через стену. При каком значении коэффициента звукоизоляции стена снизит давление звука в 10 раз?

А. $D = \frac{1}{20}$.   **Б.** $D = 20$.   **В.** $D = 400$.   **Г.** $D = \frac{1}{400}$.

15. Решите неравенство $\left(0{,}01\right)^{\frac{x^2-4}{8}} \geq 10$.

А. 0.   **Б.** $(-\infty;\ +\infty)$.   **В.** $[0;\ +\infty)$.   **Г.** $\left(-\infty;0\right)\cup\left(0;+\infty\right)$.

16. Ежегодно стоимость некоторого товара уменьшается на p%. Выразите через p количество лет n, через которое стоимость уменьшится в 5 раз.

А. $n = \frac{\lg\left(1+\frac{p}{100}\right)}{\lg 5}$. **Б.** $n = \frac{\lg 5}{\lg\left(1+\frac{p}{100}\right)}$. **В.** $n = -\frac{\lg 5}{\lg\left(1-\frac{p}{100}\right)}$. **Г.** $n = -\frac{\lg\left(1-\frac{p}{100}\right)}{\lg 5}$.

17. Сколько корней имеет уравнение $\log_3 x = \frac{1}{x}$?

А. Один.   **Б.** Два.   **В.** Три.   **Г.** Ни одного.

18. Прямая, не параллельная линии пересечения двух плоскостей и не лежащая ни в одной из этих плоскостей, …

А. параллельна обеим плоскостям.   **Б.** параллельна только одной из них.

В. не параллельна ни одной из них.   **Г.** пересекает хотя бы одну из них.

19. Плоскости α и β параллельны, прямая a параллельна плоскости α. Каково взаимное расположение прямой a и плоскости β?

А. Прямая a лежит в плоскости β. **Б.** Прямая a пересекает плоскость β.

В. Прямая a параллельна плоскости β или лежит в ней.

Г. Прямая a параллельна плоскости β.

20 Сколько существует плоскостей, параллельных данной прямой, проходящих через данную точку?

А. Бесконечно много.   **Б.** Одна.   **В.** Ни одной.

Г. Ответ зависит от расположения данной точки относительно данной прямой.

21. Сколько плоскостей, перпендикулярных к данной плоскости, проходит через прямую, не лежащую в этой плоскости и не перпендикулярную ей?

А. Бесконечно много.   **Б.** Ни одной.   **В.** Одна.   **Г.** Две.

22. Плоскости правильных треугольников ABC и ABC_1 перпендикулярны. Угол между прямой AC_1 и плоскостью ABC равен …

А. 30°. **Б.** 45°. **В.** 60°. **Г.** 90°.

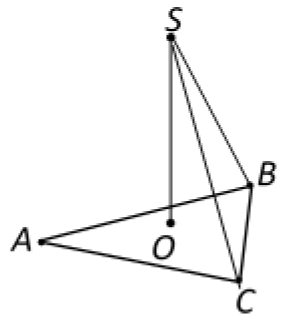
23. Длина перпендикуляра, проведенного из некоторой точки к плоскости α, вдвое больше длины проекции наклонной, проведенной из той же точки, на ту же плоскость. Чему равен угол между наклонной и плоскостью?

А. 30°. **Б.** $arctg2$. **В.** 60°. **Г.** 45°.

24. Точка B, не лежащая в плоскости ромба, удалена от всех его сторон на расстояние 13 см, а от плоскости ромба на 5 см. Высота ромба равна...

А. 24 см. **Б.** 12 см. **В.** $\sqrt{194}$ см. **Г.** $2\sqrt{194}$ см.

25. Из центра O правильного треугольника ABC восстановлен перпендикуляр OS, который вдвое длиннее стороны треугольника. Угол между плоскостями SBC и ABC равен ...



А. $arctg\dfrac{1}{4\sqrt{3}}$. **Б.** $arctg\dfrac{4}{\sqrt{3}}$.

В. $arctg2\sqrt{3}$. **Г.** $arctg4\sqrt{3}$.

Продвинутый уровень

1.Между какими последовательными целыми числами находится $\log_4 0{,}3$?

А. 1 и 2. **Б.** –3 и –2. **В.** –2 и –1. **Г.** –1 и 0.

2. Вычислите $\sqrt[3]{1-\sqrt{3}}\cdot\sqrt[6]{4+2\sqrt{3}}$.

А. $\sqrt[6]{2}$. **Б.** $-\sqrt[3]{2}$. **В.** $1-\sqrt{3}$. **Г.** ответ отличен от приведенных.

3. Вычислите значение выражения $\dfrac{\sin\alpha\cos^2\alpha-3\cos\alpha}{2\sin\alpha-\cos\alpha}$, если $tg\alpha = 3$.

А. $-\dfrac{27}{20}$. **Б.** $\dfrac{27}{50}$. **В.** $\dfrac{27}{20}$. **Г.** $-\dfrac{27}{50}$.

4. Известно, что $tg^2x + ctg^2x = m$. Чему равно $tgx + ctgx$, если $-\dfrac{\pi}{4}<\alpha<0$?

А. $-\sqrt{m-2}$. **Б.** $\sqrt{m-2}$. **В.** $-\sqrt{m+2}$. **Г.** $\sqrt{m+2}$.

5. При $a < 3$ выражение $\left(2^{\log_{16}(3-a)^4} + a\right)$ равно …

А. $2a - 3$. **Б.** -3. **В.** 3. **Г.** 2.

6. Сколько примерно оборотов в минуту делает шкив электродвигателя, угловая скорость которого равна $310\,\frac{\text{рад}}{\text{с}}$? Выберите наиболее точное значение.

А. 3000. **Б.** 12000. **В.** 300. **Г.** 1200.

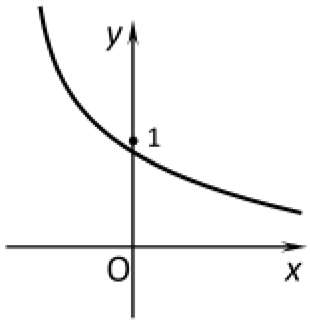
7. Сбербанк начисляет ежегодно по вкладам 2%. Какой станет сумма в a руб. через t лет?

А. $(2a)^t$. **Б.** $a \cdot 2^t$. **В.** $a \cdot (1{,}02)^t$. **Г.** $a \cdot 1{,}2^t$.

8. Укажите область определения функции $y = \sqrt{-x \cdot ctg 1}$.

А. $(-\infty; 0]$. **Б.** $[0; +\infty)$. **В.** $[0; 1]$. **Г.** $[-1; 0]$.

9. График функции $y = a^{x+b}$ имеет такой вид, как на рисунке, если …



А. $a > 1$, $b > 0$. **Б.** $0 < a < 1$, $b > 0$.

В. $a > 1$, $b < 0$. **Г.** $0 < a < 1$, $b < 0$.

10. Функция $y = \dfrac{1 + 2^{6x}}{2^{3x}}$ …

А. нечетна. **Б.** четна. **В.** ни четна, ни нечетна. **Г.** четна при $x \geq 0$.

11. Найдите сумму корней уравнения $\log_3(3-2x) \cdot \log_{x+3} 5 \cdot ctg \pi x \cdot e^{\frac{1}{2x-1}} = 0$.

А. $-2{,}5$. **Б.** $-3{,}5$. **В.** $-4{,}5$. **Г.** $0{,}5$.

12. Укажите все значения параметра b, при которых система уравнений $\begin{cases} bx - 3y = 2, \\ 4x + 6y = 3 \end{cases}$ не имеет решений.

А. $b = -2$. **Б.** $b = -8$. **В.** $b = 2$. **Г.** Таких значений нет.

13. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{1-2x} \geq 1$.

А. $\left[\frac{4}{9}; +\infty\right)$. **Б.** Нет решений. **В.** $\left(\frac{4}{9}; \frac{1}{2}\right]$. **Г.** $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.

14. Если сторона и средняя линия трапеции параллельны плоскости α, то плоскости трапеции и α …

А. параллельны. **Б.** пересекаются.

В. совпадают или параллельны. **Г.** параллельны или пересекаются.

15. Какие из следующих фигур можно получить как параллельную проекцию прямоугольника 1 дм × 2 дм: I квадрат со стороной 1 дм; II квадрат со стороной 2 дм; III прямоугольник 2 дм × 3 дм?

А. Ни одну из этих фигур. **Б.** Только фигуру I.

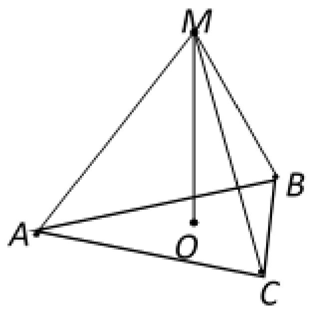
В. Только фигуры I и II. **Г.** Все три фигуры.

16. Сечением правильного тетраэдра не может быть …

А. пятиугольник. **Б.** треугольник. **В.** прямоугольник. **Г.** квадрат.

17. Если в равнобедренном прямоугольном треугольнике катет лежит в плоскости α, а гипотенуза наклонена к плоскости α под углом 30°, то угол между плоскостью треугольника и плоскостью α равен …

А. 60°. **Б.** 45°. **В.** 30°. **Г.** $\arccos\sqrt{\frac{2}{3}}$.



18. Точка M находится на расстоянии a от всех вершин равностороннего треугольника ABC со стороной a и центром в точке O. Сравните расстояние d_1 от точки M до плоскости ABC и расстояние d_2 от точки C до плоскости AOM.

А. $d_1 > d_2$. **Б.** $d_1 < d_2$. **В.** $d_1 = d_2$. **Г.** Сравнить нельзя.

19. Внутри двугранного угла величиной 90° дана точка, удаленная от каждой грани на расстояние a. Расстояние от этой точки до ребра двугранного угла равно …

А. $\frac{a}{\sqrt{2}}$. **Б.** $2a$. **В.** $\frac{a}{2}$. **Г.** $a\sqrt{2}$.

20. Геометрическим местом точек пространства, равноудалённых от всех сторон трапеции, является …

А. пустое множество. **Б.** точка. **В.** прямая **Г.** прямая или пустое множество

Дополнительное задание

Повышенный уровень

1. Сравните числа $a = \log_{\frac{1}{3}} 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \log_7 8$ и $b = -\frac{3}{2} - \frac{2}{3}$.

А. $a = b$. **Б.** $a > b$. **В.** $a < b$. **Г.** Сравнить нельзя.

2. Упростите выражение $\sqrt{\frac{1+\cos 8}{2}} + \sin 4 + 4$.

А. 2sin4 + 4. **Б.** 4. **В.** cos4 + sin4 + 4. **Г.** –cos4 + sin4 + 4.

3. Первая цифра после запятой в десятичной записи числа $\sqrt[4]{0{,}5}$ заключена в интервале …

А. (5; 8). **Б.** (8; 10). **В.** (7; 10). **Г.** (4; 7).

4. Среди выпускников класса процент медалистов оказался в пределах от 2,6% до 3,0%. Каково минимально возможное число выпускников класса?

А. 33. **Б.** 31. **В.** 34. **Г.** 32.

5. Множеством значений функции $y = -\sin a - 6x - 9 - x^2$ может быть промежуток

А. (–∞; 1,7). **Б.** (1; +∞). **В.** (–∞; 0,7). **Г.** (–∞; –2].

6. Укажите все значения параметра a, при которых функция $y = \ln\left(x + \sqrt{a^2 + x^2}\right)$ нечетна.

А. ±1. **Б.** 1. **В.** –1. **Г.** Таких значений нет.

7. Сумма корней уравнения $\sin x = \frac{|ctgx|}{\sqrt{2}ctgx}$ на промежутке [0; 2π] равна …

А. π. **Б.** $\frac{3\pi}{2}$. **В.** $\frac{5\pi}{2}$. **Г.** 2π.

8. Сколько решений имеет система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 8, \\ |xy| = 4 \end{cases}$?

А. Четыре. **Б.** Шесть. **В.** Два. **Г.** Ни одного.

9. Укажите все значения параметра b, при которых неравенство $tg^2x - (0{,}5)^b tgx + 1 < 0$ не имеет решений.

А. [–1; +∞). **Б.** [1; +∞). **В.** (–∞; –1]. **Г.** (–∞; 1].

10. Сколько существует двузначных чисел, в 7 раз больших суммы их цифр?

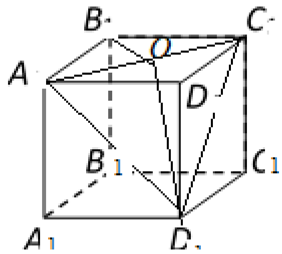
А. Одно. **Б.** Два. **В.** Четыре. **Г.** Шесть.

11. Даны две скрещивающиеся прямые a и b и не лежащая на них точка M. Сколько существует прямых, проходящих через M, пересекающих прямые a и b?

А. Ни одной. **Б.** Ни одной или одна. **В.** Одна. **Г.** Бесконечно много.

12. Найдите расстояние между средней линией грани ABC правильного тетраэдра $DABC$, параллельной ребру BC, и ребром AD. Ребро тетраэдра равно a.

А. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **Б.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **В.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. **Г.** $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$.



13. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ проведено сечение плоскостью AD_1C. Сравните величину угла α между этой плоскостью и гранью $A_1B_1C_1D_1$ и угол $\beta = \angle D_1AC$.

А. $\alpha = \beta$. **Б.** $\alpha < \beta$. **В.** $\alpha > \beta$. **Г.** Сравнить невозможно.

14. Сколько осей симметрии имеет пространственная фигура, состоящая из двух равных правильных пятиугольных пирамид, вершины которых расположены по разные стороны от общего основания, а боковые ребра не равны ребрам основания?

А. Десять. **Б.** Шесть. **В.** Пять. **Г.** Одну.

15. Дан правильный тетраэдр с ребром 1. Чему равно наибольшее значение площади ортогональной проекции этого тетраэдра на некоторую плоскость?

А. 0,5. **Б.** 1. **В.** 2. **Г.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Углубленный уровень

1. Сравните для $x \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ значения выражений $a = 1 - ctgx$ и $b = \frac{1}{1+\cos x}$.

А. $a = b$. **Б.** $a > b$. **В.** $a < b$. **Г.** Сравнить невозможно.

2. Сколько существует целых значений x, для которых существует сумма $\log^2_{\frac{1}{3}}|x| + \log^4_{\frac{1}{3}}|x| + \ldots + \log^{2n}_{\frac{1}{3}}|x| + \ldots$?

А. Ни одного. **Б.** Шесть. **В.** Четыре. **Г.** Два.

3. Какое из чисел ближе к 1: $a = tg44°$ или $b = tg46°$?

А. a. **Б.** b. **В.** Одинаково близки.

Г. Без вычислительных средств определить нельзя.

4. На листе бумаги написано 105 единиц. У каждой третьей изменён знак. Потом у каждого пятого из полученных чисел изменён знак, потом у каждого седьмого изменён знак. Сумма полученных чисел равна …

А. 5. **Б.** 45. **В.** 15. **Г.** –15.

5. Пусть $d(x, y)$ — наибольший общий делитель натуральных чисел x и y. Установите четность числа $d(x + y, 2xy) – d(x, y)$.

А. Четно. **Б.** Нечетно. **В.** Может быть как четным, так и нечетным.

Г. Установить нельзя.

6. График функции $y = f(x)$ симметричен относительно прямой $x = –2$. Четной является функция …

А. $y = f(x + 2)$. **Б.** $y = f(x) – 2$. **В.** $y = f(x) + 2$. **Г.** $y = f(x – 2)$.

7. Укажите все значения параметра a, при которых оба корня уравнения $x^2 + 4x – 2a = 0$ находится в промежутке [–4; 2].

А. [–2; 6]. **Б.** [–2; 0]. **В.** [–0,5; 6]. **Г.** [–0,5; 0].

8. Сколько пар чисел $(x; y)$ удовлетворяют неравенству $\cos x \geq y^2 + \sqrt{y - x^2 - 1}$?

А. Ни одной. **Б.** Одна. **В.** Две. **Г.** Бесконечно много.

9. Правильный тетраэдр пересечен двумя плоскостями, параллельными двум скрещивающимся ребрам. Одна из них делит высоту грани тетраэдра в отношении 1:3, другая — в отношении 1:4 (обе считая от вершины). Сравните периметры P_1 и P_2 сечений.

А. $P_1 < P_2$. **Б.** $P_1 = P_2$. **В.** $P_1 > P_2$. **Г.** Сравнить нельзя.

10. Ортогональной проекцией ромба на плоскость, содержащую одну из его вершин, является квадрат. Найдите угол между плоскостями ромба и квадрата, если диагонали ромба равны 9 см и 18 см.

А. Определить нельзя. **Б.** 60°. **В.** 45°. **Г.** 30°.

Бродский Яков Соломонович

Павлов Александр Леонидович

ПОВТОРИМ МАТЕМАТИКУ

Тесты для самостоятельной работы

и контроля знаний
обучающихся 10 – 11 классов

Пособие для дополнительного изучения математики

обучающимися 10-11 классов

Учебное пособие