Донецкий государственный университет
Факультет математики и информационных технологий
Центр математического просвещения

О. Н. Афанасьева, Я. С. Бродский,
А. Л. Павлов, А. К. Слипенко

ПОВТОРИМ МАТЕМАТИКУ

Тесты для самостоятельной работы и контроля знаний обучающихся 11 классов и абитуриентов

Донецк, 2024

УДК 519 11

ББК 22.1я 72

Б 881

Рекомендовано к изданию Ученым советом
факультета математики и информационных технологий
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»
(протокол № 5 от 21 января 2021 г.)

О. Н. Афанасьева, Я. С. Бродский, А. Л. Павлов,А. К. Слипенко. Повторим математику. Пособие для дополнительного изучения математики обучающимися 11 классов и абитуриентов. — Донецк. – 66 с.

Пособие предназначается для повторения математики обучающимися 11 классов и абитуриентами, изучающими математику дополнительно к школьному курсу. Оно соответствует программе дополнительного обучения математике «Реальная математика», утвержденной Ученым Советом ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет» (протокол №4 05.05.2017).

В пособии содержатся задания пяти уровней: базового, основного, продвинутого, повышенного и углубленного. Тесты базового, основного и продвинутого уровней предназначены для диагностики уровня математической подготовки обучающихся. Тесты повышенного и углубленного уровня можно использовать для более глубокой дифференциации уровня подготовки обучающихся. Они могут быть использованы для подготовки к школьным и районным олимпиадам и другим соревнованиям, предусматривающим высокий уровень математической подготовки.

Пособие состоит из двух частей. В первой части представлен материал для обучения. В этой части содержатся примерно равноценные варианты тестов каждого из уровней, указания к выполнению заданий каждого уровня, а также ответы. Вторая часть пособия содержит систему заданий для проверки владения обучающимися действиями и приёмами, представленными в первой части.

Пособие предназначено для учащихся 11 классов общеобразовательных школ, лицеев, гимназий, колледжей, абитуриентов и студентов первых курсов вузов. Оно может быть использовано учителями математики для диагностики математической подготовки обучающихся, организации самостоятельной работы как на уроках, так и во внеурочных формах обучения.

Содержание

Дорогой друг!

Настоящее пособие позволит тебе:

- выяснить прочность и глубину усвоения математики, изученной в школе;
- повторить материал и систематизировать свои знания по математике;
- подготовиться к дальнейшему обучению математике и её применениям.

Пособие состоит из **тренажёра** и **контрольного задания**. Тренажёр предназначен для выявления пробелов в математической подготовке и их устранения. Контрольное задание предназначено для оценивания успешности повторения математики.

Задания для тренировки имеют пять уровней: базовый, основной, продвинутый, повышенный и углубленный. Это позволит тебе двигаться, как по ступенькам: сначала почувствовать, что твёрдо стоишь на первой ступеньке — хорошо владеешь базовым уровнем, — затем поднимаешься на вторую и так можно добраться до верхней ступеньки — углублённого уровня. Если же ты почувствуешь, что подъём для тебя на какую-то следующую ступеньку пока не под силу, остановись, подготовься к дальнейшему подъёму.

Хорошо потренировавшись хотя бы на первых двух уровнях, можно начинать выполнять контрольное задание, продолжая тренировки. Контрольное задание состоит из двух частей: основного и дополнительного заданий.

В заданиях для тренировки и контроля приведены варианты ответов, из которых только один правильный. Возможно, у тебя уже есть опыт работы с такими заданиями. Если нет, то ты его приобретёшь. Все необходимые разъяснения для выполнения заданий приведены далее.

Надеемся, что работа над пособием будет полезной и интересной.

Желаем успехов!

Повторенье – мать учения

Повторим математику

Зачем нужно повторять математику

Всякие знания со временем забываются, а умения утрачиваются. Это касается и школьных знаний, и умений. Приходится изученный ранее материал повторять и восстанавливать.

Особенно сложным, но в то же время важным, является повторение математики перед государственной аттестацией и при переходе к следующему этапу обучения.

Почему важным? Потому что дальнейшее обучение математике постоянно использует результаты предыдущего обучения, оно базируется на предыдущем, как на фундаменте. А фундамент должен быть прочным, надёжным.

Почему сложным? Во-первых, потому, что на государственной аттестации может быть предложен материал, который долго не использовался. А всё, что не используется, забывается очень быстро. Во-вторых, потому что нужно повторить изученное не за четверть и даже не за учебный год. Повторить нужно материал, изученный на протяжении всей учёбы в предыдущих классах. А если ещё были пробелы во время обучения, то сейчас на их месте образовались провалы. И их надо устранить.

Как можно повторить математику

Самый простой способ повторения состоит в листании учебника или справочника по математике. Простой, но бесполезный.

Настоящее повторение состоит в осознании того, что из знаний и умений осталось, а что устарело. А это можно проверить только что-то делая. Поэтому настоящее повторение предполагает выполнение разнообразных заданий, подобных тем, что выполнял ранее, но таких, что выявляют пробелы. Кроме того, необходимы анализ допущенных ошибок и их устранение.

Именно такое повторение предполагает настоящее пособие. Он предусматривает:

- выполнение заданий разного уровня сложности, охватывающих главное содержание курса математики всего периода обучения в школе;
- анализ результатов выполнения заданий и корректировку математической подготовки;
- установление уровня готовности к дальнейшему обучению математике.

В данном пособии выполнение заданий сводится к выбору правильного ответа из приведенных. Для повторения большого массива материала такие задания вполне пригодны. Среди заданий есть и очень сложные.

Данное пособие состоит из двух частей. Первая часть предназначена для тренировки. Поэтому она называется «Тренажёром». Вторая часть предназначена для проверки того, хорошо ли ты тренировался. Поэтому она называется «Контрольным заданием».

Как организовать повторение

Организация повторения состоит из организации тренировок и работы над контрольным заданием. Последовательность действий может быть следующей.

1. Надо сначала попробовать выполнить самостоятельно задания первого варианта теста базового уровня, содержащегося в тренажёре. Выбранные ответы записывайте на отдельном листочке.

Пользоваться учебником и калькулятором не рекомендуется. Желательно это сделать за 40 – 50 минут.

2. После завершения работы над первым вариантом теста необходимо сверить свои ответы с приведенными в тренажёре.

Нельзя обращаться к приведенным ответам, пока не получены самостоятельно ответы ко всем заданиям.

3. **Каждое задание, по которому твой ответ не совпал с приведенным, нужно тщательно проанализировать, пользуясь при необходимости приведенными в тренажёре указаниями.**

Такую работу полезно проделать со всеми заданиями теста. Наверное, некоторые ответы угаданы или «почувствованы», не зная решения задания.

4. Когда у тебя появится уверенность в том, что неясных вопросов не осталось, проверь надёжность своей уверенности с помощью второго варианта теста базового уровня.

Если ты до конца выполнил данные выше рекомендации, то твои результаты при выполнении следующего варианта теста будут значительно выше первоначальных.

5. Если уверенность подтвердилась при выполнении второго варианта теста, то можно подняться на ступеньку выше — перейти к работе над первым вариантом теста основного уровня. Методика работы над ним остаётся такой же.

6. Если же при выполнении второго варианта теста базового уровня осталось ощущение, что не всё усвоено, то нужно продолжать работу по исправлению ошибок, выполнить задания второго варианта ещё раз или 3-го варианта, записывая при этом все проделанные шаги. Дальнейшее движение по тренажёру проводится по той же схеме. Оно зависит от возможностей и от желаний.

Ни в коем случае не бросайте работу!

Постарайтесь пройти все этапы тренировок!

Завершив тренировку, приступайте к выполнению контрольного задания, размещенного в конце пособия.

Тренажёр

Базовый уровень **Вариант 1**

1. Из данных чисел выберите наибольшее: cosπ; $2\sin\frac{\pi}{6}$; $\sqrt{3}$; $\lg\frac{1}{10}$.

А. cosπ. **Б.** $2\sin\frac{\pi}{6}$. **В.** $\sqrt{3}$. **Г.** $\lg\frac{1}{10}$.

2. Вычислите $\log_5 45 - \log_5 9$.

А. 1. **Б.** 2. **В.** $\frac{1}{2}$. **Г.** –1.

3. Упростите выражение $\frac{4x^2}{x^2-9}\cdot\frac{3-x}{4x}$.

А. $\frac{x}{x+3}$. **Б.** $\frac{-x}{x+3}$. **В.** $\frac{x}{x-3}$. **Г.** $\frac{x}{3-x}$.

4. Упростите выражение $\frac{2\sin\alpha-\sin 2\alpha}{(1-\cos\alpha)\cos\alpha}$.

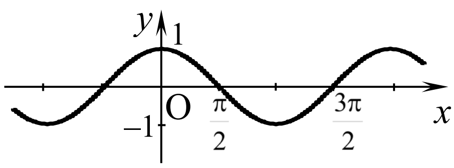
А. sinα. **Б.** 1 + cosα. **В.** 2cosα. **Г.** 2*tg*α.

5. Найдите область определения функции $y=\sqrt[3]{x-5}$.

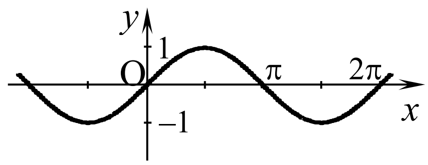
А. (–∞; +∞). **Б.** (–∞; 5] . **В.** [5; +∞). **Г.** $(-\infty;5)\cup(5;+\infty)$.

6. На каком из рисунков изображен график функции $y = -\sin(x - \pi)$?

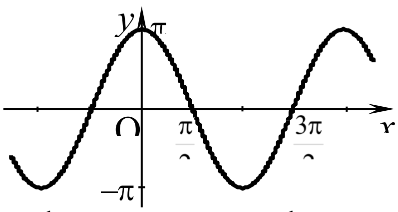
А.



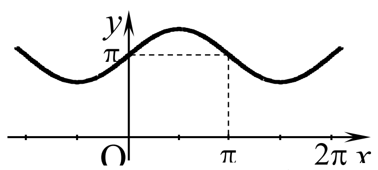
Б.



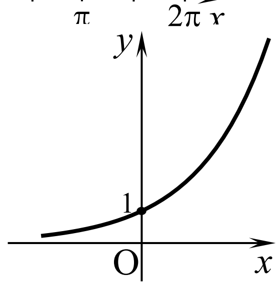
В.



Г.



7. Укажите функцию, график которой схематично изображен на рисунке.



А. $y=\log_{\frac{1}{3}} x$. **Б.** $y = 3^x$ **В.** $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$. **Г.** $y=\frac{1}{x}$.

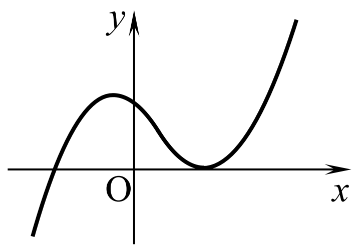
8. График функции $y = 2\cos x$ проходит через точку …

А. $(0; 2)$. **Б.** $\left(\frac{\pi}{3}; 2\right)$. **В.** $(\pi; 2)$. **Г.** $\left(\frac{\pi}{4}; 2\right)$.

9. Производная функции $y = -3x^2 + 2\sin x$ равна ...

А. $-3x - \sin x$. **Б.** $6x + \cos x$. **В.** $-6x + 2\cos x$. **Г.** $-6x - 2\sin x$.

10. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Какое из утверждений относительно этой функции верно?



А. Функция является нечетной.

Б. Функция имеет 1 точку экстремума.

В. Функция возрастающая. **Г.** Функция имеет 1 точку минимума.

11. Наибольшее значение функции $y = x^2 + 1$ на промежутке $[-2; -1]$ равно …

А. 4. **Б.** 5. **В.** 2. **Г.** 1.

12. Скорость точки, движущейся прямолинейно, выражается формулой $v(t) = -2t + 1$. Найдите зависимость координаты точки x от времени t, если в начальный момент времени точка находилась в начале координат.

А. $x = t^2 + 1$. **Б.** $x = -t^2 + t + 1$. **В.** $x = -t^2 + t$. **Г.** $x = -2t^2 + t$.

13. Не имеет ни одного корня уравнение …

А. $\log_{0,1}x = -2$. **Б.** $tg5x = -100$. **В.** . $\frac{x-3}{x+2} = 0$ **Г.** $2^x = -3$.

14. Решите уравнение $\log_8(x^2 - 1) = 1$.

А. 3. **Б.** –3. **В.** 3;–3 **Г.** $\sqrt{3}$; $-\sqrt{3}$.

15. Решите неравенство: $(0{,}25)^{6-x} > (0{,}25)^5$.

А. $x > 1$. **Б.** $x > 11$. **В.** $x < 1$. **Г.** $x < 11$.

16. Известно, что прямая a параллельна прямой b, а прямая b пересекает плоскость γ. Как расположены прямая a и плоскость γ?

А. Могут быть параллельными. **Б.** Прямая a может принадлежать плоскости γ.

В. Обязательно пересекаются. **Г.** Могут быть расположены как угодно.

17. Если плоскость α параллельна прямой b, а прямая b перпендикулярна плоскости β, то плоскости α и β …

А. параллельны. **Б.** перпендикулярны.

В. параллельны или пересекаются. **Г.** параллельны или совпадают.

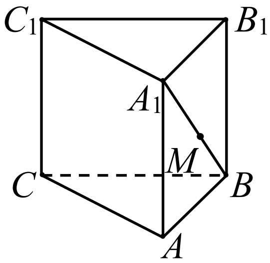
18. Диаметр шара равен 2 м. Некоторая плоскость удалена от центра шара на расстояние 1 м. Как взаимно расположены эти шар и плоскость?

А. Касаются. **Б.** Не имеют общих точек. **В.** Пересекаются по кругу.

Г. Могут быть расположены как угодно.

19. Сколько прямых проходит через любую точку пространства перпендикулярно данной плоскости?

А. Бесконечно много. **Б.** Ни одной. **В.** Одна. **Г.** Две.



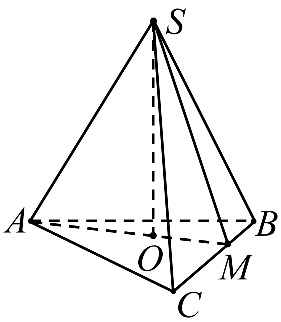
20. Сечение призмы $ABCA_1B_1C_1$, изображенной на рисунке, плоскостью ACM является …

А. параллелограммом. **Б.** трапецией.

В. прямоугольником. **Г.** треугольником.

21. Какое наибольшее число боковых граней, перпендикулярных основанию, может иметь четырехугольная пирамида?

А. Одну. **Б.** Две. **В.** Три **Г.** Четыре.

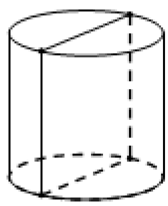


22. Угол между боковой гранью и плоскостью основания правильной пирамиды $SABC$ с высотой SO и апофемой SM равен …

А. $\angle SMO$. **Б.** $\angle SBO$. **В.** $\angle SCA$. **Г.** $\angle SMC$.

23. Высота конуса равна 3 см, а объем — 27π см^3. Образующая конуса равна …

А. $3\sqrt{3}$ см. **Б.** 4 см. **В.** 6 см. **Г.** $3\sqrt{2}$ см.



24. Во сколько раз площадь боковой поверхности цилиндра больше площади его осевого сечения?

А. В π. **Б.** В 4. **В.** В 2π. **Г.** Ответ зависит от высоты цилиндра.

25. Во сколько раз нужно увеличить ребро куба, чтобы его объем увеличился вдвое? **А.** В 8. **Б.** В 2. **В.** В $\sqrt{2}$. **Г.** В $\sqrt[3]{2}$.

Базовый уровень **Вариант 2**

1. Из данных чисел выберите наименьшее: $\lg 10^3$; $\cos\frac{\pi}{2}$; 2^{-4}; $-\sqrt[3]{8}$.

А. $\lg 10^3$. **Б.** $\cos\frac{\pi}{2}$. **В.** 2^{-4}. **Г.** $-\sqrt[3]{8}$.

2. Вычислите $\log_{0,3}3 - \log_{0,3}10$.

А. 1. **Б.** –1. **В.** 3. **Г.** Без вычислительных средств вычислить невозможно.

3. Упростите выражение $\dfrac{x-y}{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}$.

А. $x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}$. **Б.** $\dfrac{1}{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}$. **В.** $\dfrac{1}{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}}$. **Г.** $x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}$.

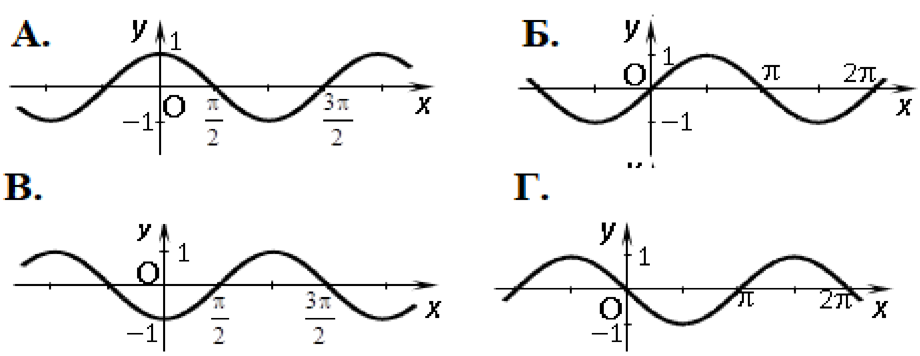
4. Упростите выражение: $\dfrac{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}{\sin 2\alpha}$.

А. $-ctg2\alpha$. **Б.** $ctg\alpha$. **В.** $-tg2\alpha$. **Г.** $\dfrac{1}{\sin 2\alpha}$.

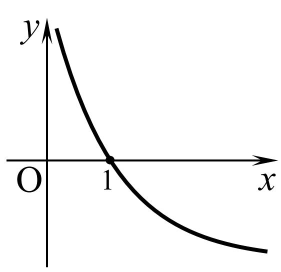
5. Найдите область определения функции $y=\sqrt[4]{1-x^2}$.

А. $(-\infty;\ 1]$. **Б.** $(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$. **В.** $[-1;\ 1]$. **Г.** $[1;\ +\infty)$.

6. На каком из рисунков изображен график функции $y=\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$?



7. Укажите функцию, график которой схематично изображен на рисунке.



А. $y=\log_3 x$. **Б.** $y=\log_{\frac{1}{3}}x$. **В.** $y=3^x$. **Г.** $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$.

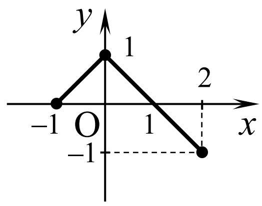
8. График функции $y = \dfrac{x-2}{x+2}$ проходит через точку …

А. $(0;\ 1)$. **Б.** $\left(0;\ \dfrac{1}{2}\right)$. **В.** $(0;\ –1)$. **Г.** $\left(0;\ -\dfrac{1}{2}\right)$.

9. Найдите $f'(x_0)$, если $f(x) = –x^5 + 2\cos x$, $x_0 = 0$.

А. 0. **Б.** –2. **В.** π. **Г.** 2.

10. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Какое из утверждений относительно функции является правильным?



А. Функция не имеет точек экстремума.

Б. Функция убывающая.

В. Множеством значений функции является промежуток $[–1;\ 2]$.

Г. Функция имеет точку максимума $x = 0$.

11. Наименьшее значение функции $y = –2x + 3$ на промежутке $[–2;\ –1]$ равно …

А. 5. **Б.** 7. **В.** –1. **Г.** 1.

12. Скорость точки, которая движется прямолинейно, задается формулой $v(t) = –3t$. Найдите зависимость координаты точки x от времени, если в начальный момент времени точка находилась в начале координат.

А. $1{,}5t^2$. **Б.** $–3t^2$. **В.** $–1{,}5t^2$. **Г.** $–t^2$.

13. Единственное решение имеет уравнение …

А. $\sin x = \dfrac{1}{2}$. **Б.** $\log_2 x = 4$. **В.** $3^x = –1$. **Г.** $\dfrac{1}{x+2} = 0$.

14. Решите уравнение: $5^{4x-2} = 25$.

А. 0. **Б.** –1. **В.** $\dfrac{1}{2}$. **Г.** 1.

15. Решите неравенство $\log_3 x > –1$.

А. $\left(0;\ \dfrac{1}{3}\right)$. **Б.** $(–\infty;\ 3)$. **В.** $\left(\dfrac{1}{3};\ +\infty\right)$. **Г.** $(3;\ +\infty)$.

16. Плоскость α параллельна плоскости β, а прямая m пересекает плоскость β. Как расположены прямая m и плоскость α?

А. Могут быть параллельными. **Б.** Обязательно пересекаются.

В. Прямая m лежит в плоскости α. **Г.** Могут быть расположены как угодно.

17. Если одна из двух прямых перпендикулярна плоскости, а другая прямая параллельна этой плоскости, то эти прямые …

А. скрещивающиеся. **Б.** пересекаются.

В. скрещивающиеся или пересекаются.

Г. могут быть расположены как угодно.

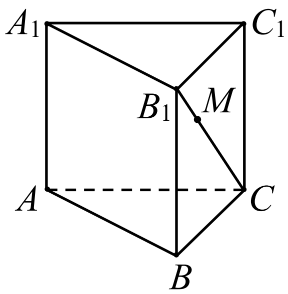
18. Диаметр шара равен 1 м. Некоторая плоскость расположена от центра шара на расстоянии 0,5 м. Каково взаимное расположение этого шара и плоскости?

А. Касаются. **Б.** Не имеют общих точек. **В.** Пересекаются по кругу.

Г. Могут быть расположены как угодно.

19. Сколько плоскостей, перпендикулярных данной плоскости, проходит через данную точку?

А. Одна. **Б.** Две. **В.** Три. **Г.** Бесконечно много.



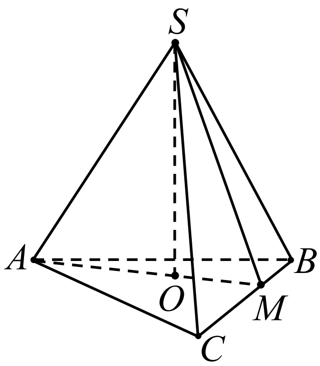
20. Сечение призмы $ABCA_1B_1C_1$, изображенной на рисунке, плоскостью ABM является …

А. параллелограммом. **Б.** трапецией.

В. прямоугольником. **Г.** треугольником.

21. Какое наибольшее число боковых ребер, перпендикулярных основанию может иметь треугольная пирамида?

А. Ни одного. **Б.** Два. **В.** Одно. **Г.** Три

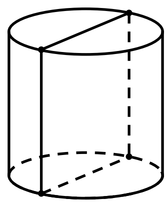


22. Угол между боковым ребром и плоскостью основания правильной треугольной пирамиды $SABC$ с высотой SO и апофемой SM равен …

А. $\angle SCO$. **Б.** $\angle SAB$. **В.** $\angle SMO$. **Г.** $\angle ASO$.

23. Радиус основания конуса равен 3 см, объем конуса 9π см^3. Образующая конуса равна…

А. $3\sqrt{2}$ см. **Б.** $\sqrt{8}$ см. **В.** $\sqrt{10}$ см. **Г.** 1 см.



24. Во сколько раз площадь осевого сечения цилиндра меньше площади его боковой поверхности?

А. В 4. **Б.** В 2π. **В.** В 2. **Г.** Ответ отличен от приведенных.

25. Во сколько раз увеличится объем шара, если его радиус увеличить в 2 раза?

А. В 2. **Б.** В 4. **В.** В 8. **Г.** В 16.

Базовый уровень **Вариант 3**

1. Из данных чисел выберите наибольшее: $\sin\frac{3\pi}{2}$; $2^{\log_2 3}$; $2tg\frac{\pi}{4}$; $\sqrt{2}$.

А. $\sqrt{2}$. **Б.** $2tg\frac{\pi}{4}$. **В.** $2^{\log_2 3}$. **Г.** $\sin\frac{3\pi}{2}$.

2. Вычислите $\log_2\frac{1}{8}+\lg 0{,}01$.

А. 5. **Б.** –1. **В.** 1. **Г.** –5.

3. Упростите выражение $\dfrac{a-b}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}$.

А. $a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}$. **Б.** $a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}$. **В.** . $\dfrac{1}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}$. **Г.** $\dfrac{1}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}$.

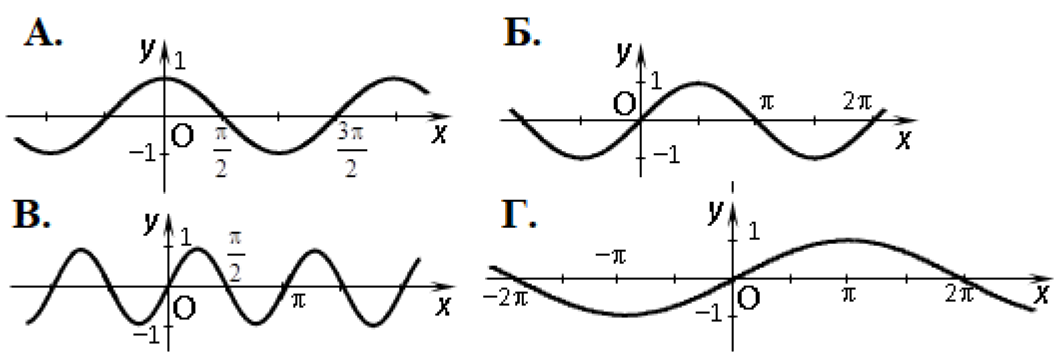
4. Упростите выражение $1-(\cos\alpha-\sin\alpha)^2$.

А. sin2α. **Б.** cos2α. **В.** –sin2α. **Г.** –cos2α.

5. Областью определения функции $y=\sqrt[4]{4-x^2}$ является промежуток …

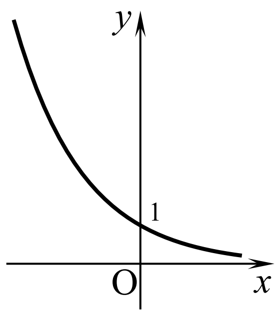
А. [0; 2] . **Б.** [2; +∞). **В.** [–2; 2] . **Г.** (–∞; 2] .

6. На каком из рисунков изображен график функции $y=\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$?



7. Выберите функцию, график которой схематично изображен на рисунке.

А. $y = \frac{1}{x}$. **Б.** $y = \log_3 x$. **В.** $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. **Г.** $y = 3^x$.



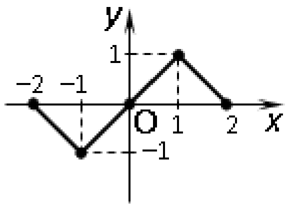
8. График функции $y = \frac{2}{x-1}$ проходит через точку…

А. (2; 2). **Б.** (1; 2) . **В.** (–1; 2) . **Г.** (–2; 2).

9. Точка движется прямолинейно по закону $x = t^2$, где x — координата, t — время. Ее скорость в момент времени $t = 1$ равна…

А. 3. **Б.** –1. **В.** 1. **Г.** 2.

10. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Какое из утверждений верно?



А. Функция не имеет точек экстремума.

Б. Функция является нечетной.

В. Функция имеет один нуль. **Г.** Наименьшее значение функции равно –2.

11. Наибольшее значение функции $y = -3x + 1$ на промежутке [–1; 2] равно …

А. 5. **Б.** 7. **В.** –2. **Г.** 4.

12. Первообразная функции $y = 2x - 4$, график которой проходит через точку (0; 1), равна …

А. $x^2 - 4x$. **Б.** $x^2 - 4x + 1$. **В.** 1. **Г.** $2x^2 - 4x + 1$.

13. Единственное решение имеет уравнение …

А. $\sin x = \sqrt{3}$. **Б.** $2^x = -2$. **В.** $(x - 1)(x + 3) = 0$. **Г.** $\log_{\frac{1}{3}} x = -2$.

14. Решите уравнение $3^{4x+1} = 3\sqrt{3}$.

А. 8. **Б.** $\frac{1}{8}$. **В.** $-\frac{1}{8}$. **Г.** –8.

15. Укажите все решения неравенства $\frac{5}{\lg x} > 0$.

А. $(-\infty; 1)$. **Б.** (0; 1) . **В.** $(1; +\infty)$. **Г.** $(0; +\infty)$.

16. Как расположены две прямые, если их проекции на некоторую плоскость совпадают?

А. Пересекаются. **Б.** Скрещиваются.

В. Параллельны или пересекаются. **Г.** Параллельны.

17. Если прямая a перпендикулярна плоскости α, а прямые a и b скрещивающиеся, то прямая b …

А. параллельна плоскости α. **Б.** не перпендикулярна плоскости α.

В. лежит в плоскости α. **Г.** пересекает плоскость α.

18. Диаметр шара равен 2 м. Некоторая плоскость удалена от центра шара на расстояние 1,5 м. Как взаимно расположены эти шар и плоскость?

А. Касаются. **Б.** Пересекаются по кругу.

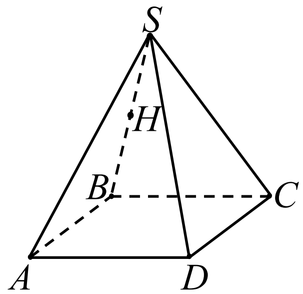
В. Пересекаются по отрезку. **Г.** Не имеют общих точек.

19. Если через данную точку можно провести прямую, перпендикулярную данным двум различным плоскостям, то эти плоскости ...

А. перпендикулярны. **Б.** пересекаются. **В.** параллельны.

Г. могут быть расположены как угодно.

20. Сечение пирамиды $SABCD$, изображенной на рисунке, плоскостью, проходящей через ребро DC и точку H на ребре BS является …



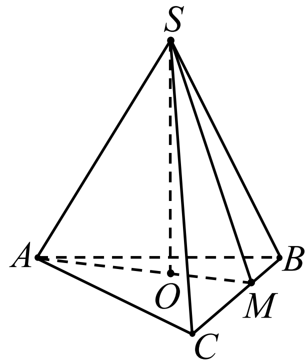
А. прямоугольником. **Б.** трапецией.

В. пятиугольником. **Г.** треугольником.

21. Какое наибольшее число боковых ребер перпендикулярных основанию может иметь четырехугольная пирамида?

А. Ни одного. **Б.** Одно. **В.** Два. **Г.** Три.

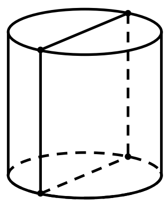
22. Угол между боковой гранью и высотой правильной пирамиды $SABC$ с высотой SO и апофемой SM равен …



А. $\angle MSO$. **Б.** $\angle BSO$. **В.** $\angle OMS$. **Г.** $\angle MSB$.

23. Образующая конуса равна 6 см, площадь его боковой поверхности равна $18\sqrt{3}\pi$ см^2. Высота конуса равна ...

А. $3\sqrt{3}$ см. **Б.** $3\sqrt{2}$ см. **В.** 3 см. **Г.** $\sqrt{3}$ см.



24. Во сколько раз площадь поверхности цилиндра больше площади его боковой поверхности, если высота цилиндра равна радиусу его основания?

А. В 2. **Б.** В 1,5. **В.** В 3. **Г.** В 4.

25. Ребра куба уменьшили в два раза. Во сколько раз уменьшится площадь полной поверхности куба?

А. В 2 раза. **Б.** В 4 раза. **В.** В 6 раз. **Г.** В 12 раз.

Подсказки к заданиям теста базового уровня варианта 1

1. Вычислите $\cos\pi$, $2\sin\frac{\pi}{6}$, $\lg\frac{1}{10}$ и сравните полученные числа с $\sqrt{3}$.

2. Используя свойство логарифмов, перейдите от разности логарифмов к логарифму частного.

3. Разложите на множители знаменатель первой дроби, воспользовавшись формулами сокращённого умножения. При сокращении дроби учитывайте знаки множителей.

4. Разложите на множители числитель дроби, предварительно преобразовав его с помощью формулы синуса двойного угла.

5. Обратите внимание на то, что функция $y = \sqrt[3]{x}$ определена при всех значениях аргумента в отличие от функции $y = \sqrt{x}$.

6. Вначале преобразуйте выражение $-\sin(x - \pi)$, пользуясь формулами приведения. Затем рассмотрите характерные точки (нули, точки экстремума) полученной функции.

7. Вспомните свойства каждой из приведенных функций. Так, функция $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ определена только на интервале $(0; +\infty)$ и убывает на этом промежутке, что не соответствует изображённому графику. Функция $y = \frac{1}{x}$ не определена при $x = 0$ и её графиком, как известно, является гипербола. Из двух показательных функций выберите ту, которая возрастает, т. е. у которой основание больше 1.

8. График функции $y = f(x)$ проходит через точку $A(x_0; y_0)$, если выполняется ра венство $f(x_0) = y_0$. Найдите значения функции $y = 2\cos x$ при $x = 0$, $x = \frac{\pi}{3}$, $x = \pi$, $x = \frac{\pi}{4}$ и сравните их с соответствующими ординатами заданных точек. Заметьте, что у всех приведенных в ответе точек одна и та же ордината. Поэтому для ответа на вопрос нужно выяснить, для какого из значений x 0; $\frac{\pi}{3}$; π; $\frac{\pi}{4}$ имеет место равенство $2\cos x = 2$.

9. Воспользуйтесь таблицей производных и правилами дифференцирования функций.

10. Для решения подобных задач необходимо знать геометрическую интерпретацию таких свойств функции, как нечетность, четность, монотонность, наличие точек экстремума и т. п. Так, график нечетной функции симметричен относительно начала координат; график возрастающей функции все время «поднимается вверх». Наличие «горбов» и «впадин» на графике непрерывной функции указывает на существование точек экстремума у этой функции.

11. Легко убедиться (по графику или с помощью производной), что функция $y = x^2 + 1$ убывает на промежутке [–2; 1]. Следовательно, наибольшее значение на этом промежутке она принимает на левом конце промежутка, в точке $x = -2$.

12. Функция, выражающая зависимость координаты точки от времени $x = x(t)$, является первообразной для функции скорости $v = v(t)$. Следовательно, решение задачи сводится к нахождению первообразной функции $v = -2t + 1$, удовлетворяющей условию $x(0) = 0$.

13. Любая показательная функция, в частности $y = 2^x$, может принимать только положительные значения.

14. Воспользуйтесь определением логарифма. Учтите, что уравнение $x^2 = a$ при $a > 0$ имеет два корня $\pm\sqrt{a}$.

15. Обратите внимание на то, что функция $y = 0{,}25^t$ является убывающей функцией.

16. Если плоскость пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пере секает и другую.

17. Прямая, лежащая в плоскости α и параллельна прямой b, перпендикулярна плоскости β. Следовательно плоскость α проходит через прямую, перпендикулярную плоскости β.

18. Заметьте, что радиус шара равен 1 м и плоскость удалена от центра шара на расстояние, равное радиусу.

19. Рассмотрите случай, когда точка принадлежит данной плоскости, или не принадлежит ей.

20. Решение задачи зависит от того, пересечет ли прямая AM отрезок B_1B или отрезок A_1B_1. В нашем случае прямая AM пересечет отрезок B_1B в некоторой точке N. Следовательно, плоскость CAM пересечет плоскость CC_1B_1 по прямой CN и сечением будет треугольник CNA.

21. Известно, что две пересекающиеся плоскости α и β перпендикулярны третьей плоскости γ, поэтому их линия пересечения также перпендикулярна γ. Воспользуйтесь этим фактом, а также тем, что из вершины пирамиды на плоскость ее основания можно опустить только один перпендикуляр.

22. Докажите, что плоскость ASM перпендикулярна прямой CB и воспользуйтесь определением угла между двумя плоскостями.

23. Треугольник, образованный высотой конуса, его образующей и радиусом основания, — прямоугольный. Поэтому, зная радиус и высоту конуса, можно найти его образующую по теореме Пифагора.

24. Осевым сечением цилиндра является прямоугольник со сторонами равными высоте цилиндра и диаметру его основания. Выразите площади боковой поверхности цилиндра и площади этого прямоугольника через высоту цилиндра и радиус его основания.

25. Искомое отношение $\frac{b}{a}$ можно найти из формул $V = a^3$, $2V = b^3$, где a, V — первоначальные ребро и объем куба, b — ребро куба после того, как его объем увеличился вдвое.

Основной уровень **Вариант 1**

1. Расположите в порядке возрастания числа $a = 2^{-0,5}$; $b = 2\cos\dfrac{\pi}{2}$; $c = \log_{0,1}2$.

А. $c < a < b$. **Б.** $a < b < c$. **В.** $c < b < a$. **Г.** $b < c < a$.

2. Вычислите $\log_2 12 + \log_{\frac{1}{2}} 3$.

А. $\dfrac{1}{2}$. **Б.** 4. **В.** –2. **Г.** 2.

3. Упростите выражение $\dfrac{8a-1}{4\sqrt[3]{a^2}+2\sqrt[3]{a}+1}$.

А. $2\sqrt[3]{a}-1$. **Б.** $2\left(\sqrt[3]{a}+1\right)$. **В.** $\sqrt[3]{a}-1$. **Г.** $2\sqrt[3]{a^2}-1$.

4. Упростите выражение $\sin2\alpha(1 + tg^2\alpha)$.

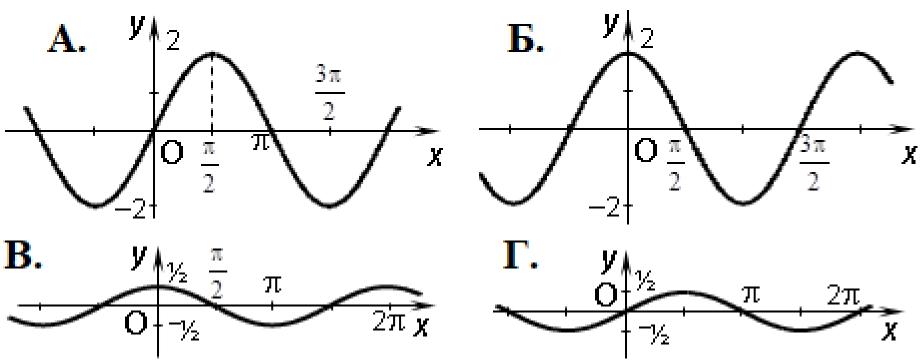
А. $2ctg\alpha$. **Б.** $2\sin^3\alpha\cos\alpha$. **В.** $2\sin\alpha\cos^3\alpha$. **Г.** $2tg\alpha$.

5. Найдите область определения функции $y = \dfrac{\sqrt{x+2}}{x^2-1}$.

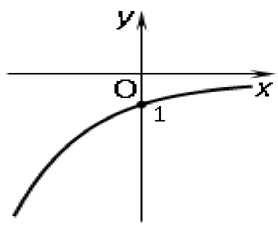
А. $[-2; +\infty)$. **Б.** $(-2;-1)\cup(-1;1)\cup(1;+\infty)$.

В. $[-2;1]\cup(1;+\infty)$. **Г.** $(-\infty;-1)\cup(-1;1)\cup(1;+\infty)$.

6. На каком из рисунков изображен график функции $y = 2\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}+x\right)$?



7. Выберите функцию, график которой схематично изображен на рисунке.



А. $y = 2^{-x}$. **Б.** $y = -2^{x}$. **В.** $y = -2^{-x}$. **Г.** $y = 2^{x}$.

8. График функции $y = \log_3(x + 1)$ проходит через точку …

А. (26; –3). **Б.** (–28; –3). **В.** $\left(\frac{26}{27}; -3\right)$. **Г.** $\left(-\frac{26}{27}; -3\right)$.

9. Производная функции $y = (x + 2)^2(4 - x)$ в точке $x = -2$ равна...

А. 1. **Б.** 3. **В.** 0 **Г.** –3.

10. Функция $y = 2^x - 2^{-x}$ …

А. четна при $x \geq 0$. **Б.** нечетна. **В.** ни четна, ни нечетна. **Г.** четна.

11. Наименьшее значение функции$y = 3^{-2x}$ на промежутке [–1; 1] равно …

А. $\frac{1}{3}$. **Б.** 1. **В.** 9. **Г.** $\frac{1}{9}$.

12. Точка движется прямолинейно со скоростью $v(t) = \sin 2t$. Найдите зависимость координаты точки x от времени t, если в начальный момент $t = 0$ точка имела координату $\frac{1}{2}$.

А. $x = \cos 2t - \frac{1}{2}$.**Б.** $x = -\cos 2t + \frac{3}{2}$. **В.** $x = -\frac{\cos 2t}{2} + 1$. **Г.** $x = -2\cos 2t + \frac{5}{2}$.

13. Сколько корней имеет уравнение $\cos x = x^2$ на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

А. Два. **Б.** Один. **В.** Ни одного. **Г.** Четыре.

14. Решите уравнение $\log_8(x - 1) + \log_{x-1}8 = 2$.

А. $\frac{9}{8}$. **Б.** 5. **В.** 2. **Г.** 9.

15. Решите неравенство $(0{,}25)^{\frac{x^2+1}{2}} < \frac{1}{2}$.

А. (0; +∞). **Б.** $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. **В.** Нет решений. **Г.** (–∞; +∞).

16. Пусть a и b — пересекающиеся прямые, прямая c параллельна прямой a. Тогда прямые b и c …

А. параллельны. **Б.** пересекаются.

В. скрещиваются. **Г.** пересекаются или скрещиваются.

17. Отрезок длины l лежит по одну сторону от плоскости и его концы отстоят от плоскости на a и b. Синус угла наклона отрезка к плоскости равен ...

А. $\frac{a-b}{l}$. **Б.** $\frac{b-a}{l}$. **В.** $\frac{|a-b|}{l}$. **Г.** $\frac{a+b}{l}$.

18. Площадь сечения шара, отстоящего от его центра на 6 см, равна 64π см^2. Радиус шара равен …

А. 10 см. **Б.** $\frac{16}{3}$ см. **В.** 8 см. **Г.** 10π см.

19. Наибольшая длина отрезка, который может быть помещен в цилиндр с радиусом основания 2 и высотой 3, равна…

А. $\sqrt{7}$. **Б.** 3. **В.** 4. **Г.** 5.

20. Сечением правильного тетраэдра не может быть …

А. равносторонний треугольник. **Б.** пятиугольник.

В. трапеция. **Г.** параллелограмм.

21. Угол при основании боковой грани правильной четырехугольной пирамиды может быть равен …

А. 30°. **Б.** 40°. **В.** 70°. **Г.** 90°.

22. Если все боковые ребра пирамиды одинаково наклонены к плоскости основания, то основание пирамиды не может быть …

А. равнобокой трапецией. **Б.** прямоугольником.

В. тупоугольным треугольником. **Г.** прямоугольной трапецией.

23. Угол между смежными боковыми гранями правильной шестиугольной призмы равен …

А. 60°. **Б.** 120°. **В.** 150°. **Г.** 240°.

24. При каких значениях m точки $A(-6; 3; 8)$ и $B(4; -m; 6)$ симметричны относительно точки $C(-1; m; 7)$?

А. 1. **Б.** –1 или 0. **В.** –1. **Г.** 0.

25. На боковую поверхность детали цилиндрической формы нанесли равномерно слой покрытия, толщина которого составляет $\frac{1}{10}$ радиуса основания. Во сколько раз увеличился объем детали?

А. В $\left(\frac{11}{10}\right)^3$. **Б.** В $\frac{1}{10}$. **В.** В $\frac{11}{10}$. **Г.** В $\frac{121}{100}$.

Основной уровень **Вариант 2**

1. Расположите в порядке возрастания числа $a = 3^{-0,2}$; $b = 2\sin\frac{\pi}{6}$; $c = \log_2 5$.

А. $a < c < b$. **Б.** $b < a < c$. **В.** $b < c < a$. **Г.** $a < b < c$.

2. Вычислите $\log_5 45 + \log_{\frac{1}{5}} 9$.

А. 1. **Б.** 2. **В.** $\frac{1}{2}$. **Г.** –2.

3. Упростите выражение $\frac{1-27b}{1+3\sqrt[3]{b}+9\sqrt[3]{b^2}}$.

А. $1+9\sqrt[3]{b}$. **Б.** $1+3\sqrt[3]{b}$. **В.** $1-3\sqrt[3]{b}$. **Г.** $1-\sqrt[3]{b}$.

4. Упростите выражение $\sin^4\alpha - \sin^2\alpha - \cos^4\alpha$.

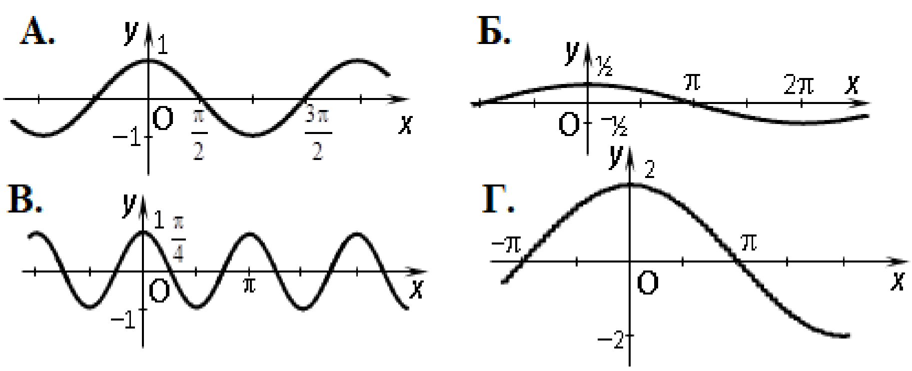
А. $-\sin^2\alpha$. **Б.** $\sin^2\alpha$. **В.** $\cos^2\alpha$. **Г.** $-\cos^2\alpha$.

5. Найдите область определения функции $y = \frac{\sqrt{1-x}}{x^2+x}$.

А. $(-\infty; 1)$. **Б.** $(-\infty; -1)\cup(-1; 0)\cup(0; 1]$.

В. $(-\infty; -1)\cup(-1; +\infty)$. **Г.** $(-\infty; 0)\cup(0; 1)$.

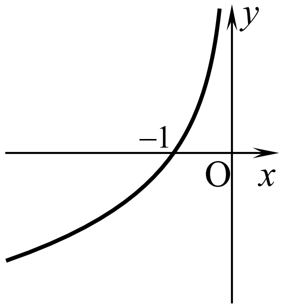
6. На каком из рисунков изображен график функции $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$?



7. Выберите функцию, график которой схематично изображен на рисунке.

А. $y = \log_3 \frac{1}{x}$. **Б.** $y = (0,3)^x$.

В. $y = -\log_{0,3}x$. **Г.** $y = -\log_{0,3}(-x)$.



8. График функции $y = \sqrt{\sin x}$ проходит через точку …

А. $\left(\frac{3\pi}{2};1\right)$. **Б.** $\left(-\frac{3\pi}{2};1\right)$. **В.** $\left(-\frac{\pi}{2};1\right)$. **Г.** $\left(\frac{\pi}{4};1\right)$.

9. Производная функции $y = (x-1)^2(3-x)$ в точке $x = 3$ равна ...

А. 4. **Б.** –2. **В**. 0. **Г.** –4.

10. Функция $y = e^x - e^{-x}$ …

А. нечетна. **Б.** ни четна, ни нечетна. **В.** четна. **Г.** четна при $x \geq 0$.

11. Наибольшее значение функции $y = \frac{1}{x}$ на промежутке [–2; –1] равно…

А. 2. **Б.** 1. **В.** $-\frac{1}{2}$. **Г.** –1.

12. Тело движется по прямой со скоростью $v(t) = 2t - 2$. Перемещение тела за промежуток времени [0; 1] равно …

А. –1. **Б.** 1. **В.** 2. **Г.** –4.

13. Сколько корней имеет уравнение $2^x = 5 - 3x$?

А. Ни одного. **Б.** Два. **В.** Один. **Г.** Три.

14. Решите уравнение $(0,75)^{2x-3} = \left(1\frac{1}{3}\right)^{5-x}$.

А. 2. **Б.** $\frac{8}{3}$. **В.** $-\frac{8}{3}$. **Г.** –2.

15. Решением неравенства $\log_{\frac{1}{3}} 2 \cdot \log_3 x > 0$ является множество чисел …

А. $x < 1$. **Б.** $0 < x < 3$. **В.** $0 < x < 1$. **Г.** $x > 1$.

16. Прямые a и b параллельны. Прямая c пересекает прямую a. Прямые b и c …

А. параллельны. **Б.** пересекаются.

В. параллельны или скрещиваются. **Г.** пересекаются или скрещиваются.

17. Сравните длину l отрезка и длину l_1 его ортогональной проекции на некоторую плоскость.

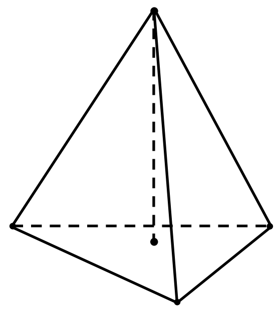
А. $l_1 \le l$. **Б.** $l_1 < l$. **В.** $l_1 \ge l$. **Г.** $l_1 > l$.

18. Площадь сечения шара радиуса 5 см плоскостью, отстоящей от центра шара на 4 см, равна …

А. 20 см^2. **Б.** 9π см^2. **В.** 9 см^2. **Г.** 3 см^2.

19. В куб со стороной 2 см можно поместить отрезок наибольшей длины…

А. 2 см. **Б.** $2\sqrt{2}$ см. **В.** $2\sqrt{3}$ см. **Г.** 4 см.



20. Всякое сечение правильного тетраэдра плоскостью, проходящей через его высоту, является …

А. четырехугольником.

Б. равнобедренным треугольником.

В. равносторонним треугольником.

Г. остроугольным треугольником.

21. Плоский угол при вершине правильной четырехугольной пирамиды может быть равен …

А. 90°. **Б.** 120°. **В.** 60°. **Г.** 95°.

22. Если боковые грани пирамиды одинаково наклонены к основанию, то основанием пирамиды не может быть …

А. ромб с острым углом. **Б.** параллелограмм с неравными сторонами.

В. прямоугольная трапеция. **Г.** тупоугольный треугольник.

23. Двугранный угол при боковом ребре правильной шестиугольной призмы равен …

А. 120°. **Б.** 150°. **В.** 108°. **Г.** 216°.

24. При каком значении m точки $P(m; 4; 2)$ и $Q(4; 4; -2)$ симметричны относительно точки $R(-2; 4; 0)$?

А. $m = 0$. **Б.** $m = -8$. **В.** $m = 12$. **Г.** При другом значении m.

25. Мыло расходуется равномерно. Через семь дней все размеры куска мыла уменьшились вдвое. На сколько дней еще хватит этого куска?

А. На 7. **Б.** На 4. **В.** На 2. **Г.** На 1.

Основной уровень **Вариант 3**

1. Расположите в порядке убывания числа $a = \sqrt{3}$; $b = 3^{-0,1}$; $c = tg\dfrac{\pi}{4}$.

А. $a > b > c$. **Б.** $c > b > a$. **В.** $a > c > b$. **Г.** $c > a > b$.

2. Вычислите $2\log_{\frac{1}{5}}\sqrt{45} + \log_5 9$.

А. –1. **Б.** 0. **В.** 1. **Г.** 2.

3. Сократите дробь $\dfrac{x^{\frac{4}{3}} + yx^{\frac{1}{3}}}{x + y}$.

А. y. **Б.** $x^{\frac{1}{3}}$. **В.** $x^{\frac{4}{3}}$. **Г.** x.

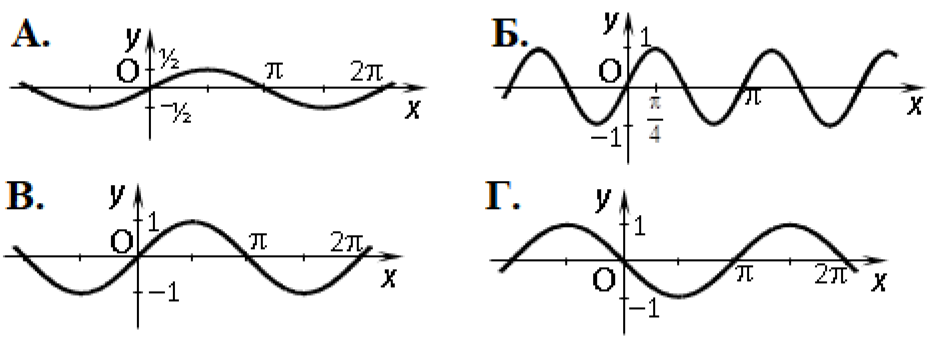
4. Вычислите $\dfrac{\cos\alpha - \sin\alpha}{2\sin\alpha - 3\cos\alpha}$, если $tg\alpha = 2$.

А. 0. **Б.** 1. **В.** –1. **Г.** 2.

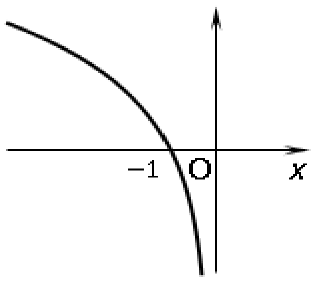
5. Найдите область определения функции $y = \dfrac{\sqrt{1 - x^2}}{x}$.

А. $[-1;\ 1]$. **Б.** $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$. **В.** $[1;\ +\infty)$. **Г.** $[-1; 0) \cup (0; 1]$.

6. На каком из рисунков изображен график функции $y = \sin(\pi - 2x)$?



7. Выберите функцию, график которой схематично изображен на рисунке.



А. $y = \log_{0,1}x$. **Б.** $y = \lg\dfrac{1}{x}$. **В.** $y = -2^x$. **Г.** $y = \lg(-x)$.

8. График функции $y = \sqrt{(t-1)^2} + 1$ проходит через точку

…

А. (2; 2). **Б.** (2; –2) . **В.** (–2; –2) . **Г.** (–2; 2) .

9. Укажите критические точки функции $y = x\,(x-4)^3$.

А. 0; 4. **Б.** 4. **В.** 1; 4. **Г.** 3.

10. Функция $y = x\sin x$ …

А. нечетна. **Б.** четна. **В.** ни четна, ни нечетна. **Г.** четна при $x \ge 0$.

11. Наименьшее значение функции $y = \sin x - 2$ равно …

А. –1. **Б.** –2. **В.** –3. **Г.** 1.

12. Тело движется по прямой со скоростью $v(t) = 3t^2 + 1$. Перемещение тела за промежуток времени [0; 1] равно …

А. 7. **Б.** 2. **В.** 0. **Г.** $\frac{4}{3}$.

13. Два корня имеет уравнение …

А. $\frac{x^2(x-1)}{x-1} = 0$. **Б.** $x\sqrt{x-1} = 0$. **В.** $\sqrt{2}\sin x = 3$. **Г.** $\frac{x(x-1)}{x+1} = 0$.

14.Решите уравнение $\log_4 x^2 - \log_4(-x) = \frac{1}{2}$.

А. –2. **Б.** 2. **В.** 4. **Г.** Корней нет.

15. Решите неравенство $(0{,}25)^{6+x} > (0{,}5)^4$.

А. $x < -4$. **Б.** $x > -4$. **В.** $x < 4$. **Г.** $x > 4$.

16. Прямые a и b скрещиваются. Прямая c пересекает прямую a. Прямые b и c …

А. параллельны. **Б.** пересекаются. **В.** пересекаются или скрещиваются.

Г. могут быть расположены как угодно.

17. Пусть l, m — наклонные, проведенные из одной точки, $l > m$, а φ и ψ — их углы наклона к плоскости. Тогда …

А. $\varphi > \psi$. **Б.** $\varphi \ge \psi$. **В.** $\varphi < \psi$. **Г.** $\varphi = \psi$.

18. Сечение шара радиуса 13 см плоскостью имеет площадь 25π см^2. Расстояние от сечения до центра шара равно …

А. 12 см. **Б.** 5π см. **В.** 10 см. **Г.** 8 см.

19. Сколько общих перпендикуляров могут иметь две непересекающиеся прямые пространства?

А. Ни одного. **Б.** Один. **В.** Бесконечно много. **Г.** Один или бесконечно много.

20. Сечением правильной четырехугольной призмы не может быть …

А. правильный треугольник. **Б.** квадрат. **В.** трапеция. **Г.** семиугольник.

21. Площадь диагонального сечения правильной четырехугольной призмы равна $8\sqrt{2}$ см^2**,** а сторона основания — 2 см. Объем призмы равен …

А. 16 см^3. **Б.** 8 см^3. **В.** $24\sqrt{2}$ см^3. **Г.** 32 см^3.

22. Если боковые грани треугольной пирамиды одинаково наклонены к основанию, то вершина пирамиды ортогонально проектируется …

А. в центр описанной окружности около основания.

Б. в центр вписанной окружности в основание.

В. в точку пересечения серединных перпендикуляров к сторонам основания.

Г. в точку пересечения медиан основания.

23. Двугранный угол при ребре правильного тетраэдра равен …

А. 60°. **Б.** 120°. **В.** $\arcsin\frac{1}{3}$. **Г.** $\arccos\frac{1}{3}$.

24. При каких значениях m точки $A(1;\ 3;\ 2)$ и $B(1;\ 5;\ 8)$ симметричны относительно точки $C(1;\ m;\ 3)$?

А. Таких значений m не существует. **Б.** При $m=0$.

В. При $m=1$. **Г.** При $m=4$.

25. В металлической заготовке цилиндрической формы по ее оси просверлили отверстие, диаметр которого втрое меньше диаметра заготовки. Какая часть металла ушла в стружку?

А. $\frac{1}{3}$. **Б.** $\frac{1}{9}$. **В.** $\frac{2}{3}$. **Г.** $\frac{4}{9}$.

Подсказки к заданиям теста основного уровня варианта 1

1. Для сравнения чисел иногда достаточно сравнить их с каким-нибудь числом, например, с 1 или 0.

2. Следует привести логарифмы к одному основанию.

3. Сначала заметим, что знаменатель дроби является неполным квадратом суммы чисел $\sqrt[3]{2}$ и 1. После этого легко увидеть структуру числителя дроби — это разность кубов тех же чисел.

4. Воспользуйтесь формулой синуса двойного аргумента и одним из основных тригонометрических тождеств, связывающих $tg\alpha$ и $\cos\alpha$.

5. Не забудьте исключить нули знаменателя.

6. Вначале упростите выражение, пользуясь формулами приведения, а затем рассмотрите характерные точки полученной функции.

7. Учтите, что функция $y = f(x)$ убывающая, если $y = -f(x)$ — возрастающая. Воспользуйтесь также равенством $2^{-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

8. Так как у приведенных точек ордината одинаковая, то для выбора правильного ответа достаточно решить уравнение $\log_3(x + 1) = -3$.

9. Воспользуйтесь правилом дифференцирования произведения двух функций $y = (x + 2)^2$ и $y = 4 - x$.

10. Исследование функции на четность (нечетность) проводится по определению, т. е. проверяется выполнение соотношения $f(-x) = f(x)$ ($f(-x) = -f(x)$).

11. Обратите внимание на то, что функция убывающая и наименьшее значение принимает на правом конце данного промежутка.

12. Зависимость координаты точки от времени $x = x(t)$ является первообразной для скорости $v = v(t)$. Следовательно, решение задачи сводится к выбору первообразной, удовлетворяющей условию $x(0) = \frac{1}{2}$.

13. Уравнение целесообразно решить графически.

14. Переход к основанию 8 во втором слагаемом сведёт уравнение к квадратному уравнению относительно $\log_8(x - 1)$.

15. Заметьте, что $0{,}25 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$. Воспользуйтесь тем, что функция $y = a^x$ убывает, если $0 < a < 1$.

16. Необходимо рассмотреть все возможные случаи расположения b и c.

17. Следует учесть то, что неизвестно соотношение между числами a и b, а синус угла наклона отрезка — величина неотрицательная.

18. Найдя радиус данного сечения шара, сведите задачу к решению прямоугольного треугольника, у которого гипотенуза является радиусом шара, один из катетов — радиусом сечения и другой катет совпадает с перпендикуляром, опущенным из центра шара на плоскость сечения.

19. Наибольшую длину имеет диагональ осевого сечения цилиндра.

20. Достаточно заметить, что тетраэдр содержит четыре грани. Поэтому всякое сечение тетраэдра имеет не более четырех сторон.

21. Так как ортогональной проекцией боковой грани на плоскость основания является равнобедренный прямоугольный треугольник, то угол при основании боковой грани больше 45°.

22. Из того, что боковые рёбра одинаково наклонены к плоскости основания следует существование окружности, описанной около основания.

23. Обратите внимание на то, что искомый угол равен углу правильного шестиугольника.

24. Воспользуйтесь тем, что точка C является серединой отрезка AB.

25. Так как указанные цилиндрические детали имеют одинаковую высоту, то решение задания сводится к нахождению отношения площадей кругов радиусов $\frac{11}{10}R$ и R.

Продвинутый уровень **Вариант 1**

1. Сравните без вычислительных средств числа $a=\sqrt{11}-\sqrt{10}$ и $b=\sqrt{6}-\sqrt{5}$.

А. $a = b$. **Б.** $a > b$. **В.** $a < b$.

Г. Без вычислительных средств сравнить нельзя.

2. Найдите $\log_2 x$, если $\log_{0,25} x - \log_4 x = 1$.

А. –1. **Б.** 1. **В.** 4. **Г.** $-\frac{1}{4}$.

3. Чему равен $\cos\frac{\alpha}{2}$, если $\cos\alpha = -0{,}02$ и $\alpha\in(-\pi; 0)$?

А. –0,7. **Б.** 0,7. **В.** $\sqrt{0,98}$. **Г.** $-\sqrt{0,98}$.

4. В определенный момент население города составляет 500000 человек. Ежегодно оно уменьшалось на 1%. Каким станет население города через 2 года?

А. 495000. **Б.** 490000. **В.** 485000. **Г.** 490050.

5. График функции $y=\sqrt{x^2+4x+4}$ совпадает с графиком линейной функции $y = -x - 2$ на промежутке …

А. [–2; 2]. **Б.** (–∞; –2]. **В.** [–2; +∞). **Г.** (–∞; –2).

6. Производная функции $y = f(x)$ равна $x(x-1)^2$. Укажите все точки экстремума функции $y = f(x)$.

А. $x = 0$. **Б.** $x = 1$. **В.** $x = 0, x = -1$. **Г.** $x = 0, x = 1$.

7. При $x < 0$ график функции $y = a^x$ проходит ниже прямой $y = 1$, если a равно …

А. $e - 2$. **Б.** $\frac{1}{\pi}$. **В.** $\pi - 2$. **Г.** cos2.

8. Найдите множество значений функции $y = (\sin x + \cos x)^2$.

А. [1; 2]. **Б.** [0; 2]. **В.** $\left[-\sqrt{2}; \sqrt{2}\right]$. **Г.** [0; 1].

9. Тело движется по прямой со скоростью $v(t) = 2t - 4$, где v — скорость, м/с, t — время, с. Путь, пройденный телом за промежуток времени [0; 6], равен …

А. 12 м. **Б.** 16 м. **В.** 42 м. **Г.** 20 м.

10. Сколько корней на промежутке [0; 2π] имеет уравнение $\sin^2 x \cdot ctg x = 0$?

А. Ни одного. **Б.** Один. **В.** Два. **Г.** 3

11. Решением неравенства $\sqrt{0,2^{x+3}-0,04} > \log_3 0,2$ является множество …

А. (–∞; 1]. **Б.** [1; +∞). **В.**(–∞; +∞). **Г.** отличное от приведенных.

12. Сколько решений имеет система $\begin{cases} \left(x^2-1\right)^2+\left(y+2\right)^2=0, \\ xy=2? \end{cases}$

А. Ни одного. **Б.** Одно. **В.** Два. **Г.** Четыре.

13. Укажите все значения a, при которых функция $f(x) = x^2 + x + a$ принимает в точках $x = 0$ и $x = 1$ значения с противоположными знаками.

А. $a = -1$. **Б.** $a < 0$. **В.** $-2 < a < 0$. **Г.** $a > 2$.

14. Большее основание прямоугольной трапеции с острым углом 45^0 лежит в плоскости α. Угол между плоскостью трапеции и плоскостью α также равен 45^0. Угол наклона большего бокового ребра трапеции к плоскости α равен …

А. 30^0. **Б.** 45^0. **В.** 60^0. **Г.** $arctg\frac{1}{2}$.

15. Через середины ребер SA и SC правильного тетраэдра $SABC$ проведена секущая плоскость, параллельная ребру BC. В сечении получим …

А. правильный треугольник. **Б.** равнобедренный треугольник.

В. квадрат. **Г.** равнобокую трапецию.

16. Если ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно 3, то объем пирамиды CA_1C_1B равен … **А.** 3. **Б.** $\frac{9}{2}$. **В.** 9. **Г.** $\frac{27}{8}$.

17. Дан круг. Совокупность всех точек M таких, что объем прямого кругового конуса с данным кругом в качестве основания и вершиной M не меньше 1, есть … **А.** прямая. **Б.** луч. **В.** полупространство.

Г. фигура, отличная от приведенных

18. Двугранные углы при ребрах AB и AC наклонной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равны. Высота этой призмы, проведенная из точки A_1 пересекает …

А. прямую, проходящую через биссектрису угла A.

Б. медиану стороны BC основания. **В.** биссектрису угла A.

Г. серединный перпендикуляр к BC.

19. Площадь боковой поверхности пирамиды равна S. Все боковые грани ее наклонены к плоскости основания под углом 30^0. Площадь полной поверхности пирамиды равна …

А. $\frac{S\sqrt{3}}{2}$. **Б.** $\frac{2S}{\sqrt{3}}$. **В.** $\frac{S}{2+\sqrt{2}}$. **Г.** $S\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

20. Диагонали осевого сечения усеченного конуса взаимно перпендикулярны, равны $4\sqrt{2}$ и точкой пересечения делятся в отношении 3:1. Определите площадь боковой поверхности конуса.

А. 16π. **Б.** $8\pi\sqrt{5}$. **В.** $16\pi\sqrt{3}$. **Г.** 32π.

Продвинутый уровень **Вариант 2**

1. Сравните без вычислительных средств числа: $a = \sqrt{15} - \sqrt{14}$ и $b = \sqrt{8} - \sqrt{7}$.

А. $a = b$. **Б.** $a < b$. **В.** $a > b$.

Г. Без вычислительных средств сравнить нельзя.

2. Найдите lg88, если $\lg 2 = a$, $\log_2 11 = b$.

А. $3a^2b$. **Б.** $2a + \frac{b}{a}$. **В.** $3a + \frac{b}{a}$. **Г.** $3a + ab$.

3. Чему равен $\sin\alpha$, если $\cos\alpha = 0{,}6$ и $\pi < \alpha < 2\pi$?

А. 0,8. **Б.** 0,2. **В.** –0,8. **Г.** –0,2.

4. В определенный момент население города составляет 100000 человек. Ежегодно оно увеличивалось на одно и то же число процентов и через 2 года достигло 121000 человек. На сколько процентов ежегодно увеличивалось население?

А. На 20%. **Б.** На 10%. **В.** На 15%. **Г.** На 1%

5. График функции $y = \sqrt{9 - 6x + x^2}$ совпадает с графиком линейной функции $y = 3 - x$ на промежутке …

А. $(-\infty; +3]$. **Б.** $(-\infty; -3]$. **В.** $[-3; +\infty)$. **Г.** $[3; +\infty)$.

6. Производная функции $y = f(x)$ равна $x^2(x - 1)$. Укажите все точки экстремума функции $y = f(x)$.

А. $x = 0$. **Б.** $x = 1$. **В.** $x = 0$, $x = 1$. **Г.** $x = 0$, $x = -1$.

7. При $x > 1$ график функции $y = \log_a x$ проходит выше оси x, если a равно …

А. $2 - \frac{\sqrt{2}}{2}$. **Б.** $\frac{1}{\pi}$. **В.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **Г.** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

8. Найдите множество значений функции $y = |\sin x \cdot \cos x|$.

А. $[0; 1]$. **Б.** $[-1; 1]$. **В.** $\left[0; \frac{1}{2}\right]$. **Г.** $[0; 2]$.

9. Тело движется по прямой со скоростью $v(t) = t - 2$, где v — скорость, м/с, t — время, с. Путь, пройденный телом за промежуток времени $[0; 8]$, равен…

А. 16 м **Б.** 20 м. **В.** 12 м. **Г.** $\frac{25}{2}$ м.

10. Сколько корней на промежутке $[0; 2\pi]$ имеет уравнение $\cos^2 x \cdot tgx = 0$?

А. Ни одного. **Б.** Один. **В.** Два. **Г.** Три.

11. Решите неравенство $\log_{0,5}^2(x+1) > \log_{0,5}^3(x+1)$.

А. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **Б.** $\left(-\frac{1}{2}; 0\right) \cup (0; +\infty)$. **В.** $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$. **Г.** $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

12. Сколько решений имеет система $\begin{cases} x - |y| = 0, \\ x^2 + y^2 = 1? \end{cases}$

А. Ни одного. **Б.** Одно. **В.** Два. **Г.** Три.

13. Укажите все значения a, при которых функция $y = 2x - ax^2$ в точках $x = 1$ и $x = -1$ принимает значения противоположных знаков.

А. $-2 < a < 2$. **Б.** $a < -2$. **В.** $a > 2$. **Г.** $a \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

14. В равностороннем треугольнике одна из сторон лежит в плоскости α, а другая составляет с этой плоскостью угол 30^0. Угол между плоскостью треугольника и плоскостью α равен …

А. 30^0. **Б.** 45^0. **В.** 60^0. **Г.** величине, отличной от приведенных.

15. Плоскость, параллельная ребру AC правильного тетраэдра $SABC$, делит его ребра SA и SC в отношении 1:2, считая от вершины S, а ребра AB и BC — пополам. Сечение тетраэдра плоскостью будет …

А. прямоугольником. **Б.** параллелограммом с острым углом.

В. равнобокой трапецией. **Г.** прямоугольной трапецией.

16. Если ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно 6, то объем пирамиды A_1BDC_1 равен … **А.** 72. **Б.** 36. **В.** 108. **Г.** $\frac{128}{3}$.

17. В пространстве дан треугольник ABC. Совокупность всех точек M таких, что объем пирамиды $MABC$ не превосходит 1, представляет собой …

А. две плоскости. **Б.** полупространство. **В.** шар.

Г. фигуру, отличную от приведенных.

18. Вершина A_1 наклонной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равноудалена от прямых AB и AC. Высота этой призмы, проведенная из точки A_1 пересекает прямую, содержащую …

А. медиану к стороне BC основания.

Б. высоту основания, проведенную из точки A.

В. биссектрису угла A основания.

Г. серединный перпендикуляр к стороне BC основания.

19. Площадь основания S правильной пирамиды втрое меньше площади полной поверхности. Угол наклона боковой грани к плоскости основания равен …

А. 60^0. **Б.** 45^0. **В.** 30^0. **Г.** $arctg\sqrt{2}$.

20. Образующая усеченного конуса равна 10. Определите площадь его боковой поверхности, если диагонали осевого сечения взаимно перпендикулярны и точкой пересечения делятся в отношении 1:2.

А. $30\sqrt{10}\pi$. **Б.** 120π. **В.** $10\sqrt{15}\pi$. **Г.** $6\sqrt{5}\pi$.

Продвинутый уровень **Вариант 3**

1. Если $b < 0$, то выражение $\sqrt{b\left(\sqrt{a}+\sqrt{a-b}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{a-b}\right)}$ равно …

А. b. **Б.** $a - b$. **В.** $-b$. **Г.** $b - a$.

2. Сравните без вычислительных средств числа $a = \frac{1}{\log_2 4} + \log_4 7$ и $b = 2$.

А. $a < b$. **Б.** $a = b$. **В.** $a > b$. **Г.** Сравнить нельзя.

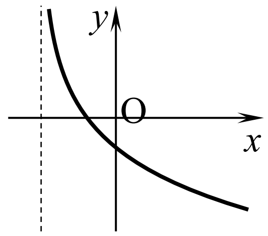
3. Известно, что $\cos\alpha\sin\alpha = p$. Чему равно $\sin\alpha - \cos\alpha$, если $0 \le \alpha \le \frac{\pi}{4}$?

А. $\sqrt{1-p}$. **Б.** $\sqrt{1-2p}$. **В.** $-\sqrt{1-p}$. **Г.** $-\sqrt{1-2p}$.

4. Население города составляло 500000. Ежегодно оно уменьшалось на одно и то же число процентов и через 2 года достигло 490050 человек. На сколько процентов ежегодно уменьшалось население?

А. На 20%. **Б.** На 1%. **В.** На 10%. **Г.** На 2%.

5. График функции $y = \log_b(x + a)$ имеет вид, как на рисунке, если …



А. $a > 0$, $0 < b < 1$. **Б.** $a > 0$, $b > 1$.

В. $a < 0$, $b > 0$. **Г.** $a > 0$, $b > 0$.

6. Производная некоторой функции $y = f(x)$ равна $(x + 1)^2(x - 2)$. Укажите все точки экстремума функции $y = f(x)$.

А. $x = -1$. **Б.** $x = -1$, $x = 2$. **В.** $x = 1$, $x = 2$. **Г.** $x = 2$.

7. График функции $y = -1 + \dfrac{2}{x-2}$ не пересекает прямую …

А. $y = 1$. **Б.** $y = 0$. **В.** $y = -1$. **Г.** $y = -2$.

8. Наибольшее значение функции $y = \sin(\sin x)$ равно ...

А. 1. **Б.** $\dfrac{\pi}{2}$. **В.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **Г.** $\sin 1$.

9. Тело совершает гармонические колебания со скоростью $v(t) = 6\cos(3t - 1)$, где v — скорость, м/с, t — время, с. Амплитуда колебания точки равна …

А. 2 м. **Б.** –2 м. **В.** 6 м. **Г.** 18 м.

10. Сколько корней на промежутке $\left[-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right]$ имеет уравнение $\sqrt{\sin x}\left(2\cos x - 1\right) = 0$?

А. Один. **Б.** Два. **В.** Три. **Г.** Ни одного.

11. Решите неравенство $\dfrac{\sqrt{x}}{\log_{\frac{1}{3}}\left(x+2\right)+1} \geq 0$.

А. $(-2; 1)$. **Б.** $(1; +\infty)$. **В.** $[0; 5)$. **Г.** $[0; 1)$.

12. Сколько решений имеет система $\begin{cases} \left(x-1\right)^2 + \left(y-1\right)^2 = 1, \\ xy = 1? \end{cases}$

А. Одно. **Б.** Два. **В.** Три. **Г.** Ни одного.

13. Укажите все значения a, при которых уравнение $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}+a=0$ имеет хотя бы один корень.

А. $\left(-\frac{1}{4};+\infty\right)$. **Б.** $\left(-\infty;-\frac{1}{4}\right)$. **В.** $\left[\frac{1}{4};+\infty\right)$. **Г.** $\left(-\infty;\frac{1}{4}\right]$.

14. Если в равнобедренном прямоугольном треугольнике один катет лежит в плоскости α, а гипотенуза составляет с этой плоскостью угол 30^0, то угол между плоскостью треугольника и плоскостью α равен …

А. 30^0. **Б.** 45^0. **В.** 60^0. **Г.** 120^0.

15. Через середины ребер AB и BC параллельно ребру SB правильной треугольной пирамиды $SABC$ проведена плоскость. Полученное сечение есть …

А. параллелограмм с острым углом. **Б.** ромб. **В.** прямоугольник. **Г.** квадрат.

16. Если ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно 6, то объем пирамиды с основанием BDD_1 с вершиной C равен …

А. 36. **Б.** $36\sqrt{2}$. **В.** $24\sqrt{2}$. **Г.** 48.

17. В пространстве дан треугольник ABC. Совокупность всех точек M таких, что объемы пирамид $MABC$ одинаковы, представляет собой …

А. прямую. **Б.** плоскость. **В.** сферу. **Г.** две плоскости.

18. Боковое ребро AA_1 наклонной призмы $ABCA_1B_1C_1$ образует равные острые углы со смежными ребрами AB и AC этой призмы. Высота призмы, проведенная из точки A_1 пересекает прямую, содержащую …

А. медиану к стороне BC. **Б.** высоту основания, проведенную из точки A.

В. биссектрису угла A.

Г. серединный перпендикуляр к стороне BC основания

19. Все боковые грани пирамиды наклонены к плоскости основания под углом 60^0. Площадь основания пирамиды равна S. Площадь полной поверхности пирамиды равна …

А. $2S$. **Б.** $3S$. **В.** $S\left(\frac{2}{\sqrt{3}}+1\right)$. **Г.** $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+1\right)S$.

20. Радиусы оснований усеченного конуса равны 3 и 6, а диагонали осевого сечения взаимно перпендикулярны. Площадь боковой поверхности конуса равна … **А.** 90π. **Б.** $9\pi\sqrt{10}$. **В.** $27\pi\sqrt{10}$. **Г.** $18\pi\sqrt{15}$.

Подсказки к заданиям теста продвинутого уровня варианта 1

1. Перенесите иррациональности в знаменатели и сравните полученные выражения.

2. Целесообразно перейти к логарифмам по основанию 2.

3. При использовании формулы для нахождения косинуса половинного угла, следует учесть в какой четверти находится угол α.

4. Можно найти последовательно население города через год, через 2 года или воспользоваться известной формулой «сложных процентов»: $a_t = a\left(1+\frac{p}{100}\right)^t$, где a — исходное значение величины, p — количество процентов, на которое растет эта величина за единицу времени, t — время, a_t — значение величины через t единиц времени. В нашем случае: $a = 500000$, $p = -1$, $t = 2$.

5. Заметьте, что $\sqrt{a^2} = |a| = -a$, при $a < 0$.

6. Обратите внимание на то, что производная не меняет знак при переходе через точку $x = 1$.

7. Рассмотрите графики функции $y = a^x$ при $a > 1$ и при $0 < a < 1$.

8. Воспользуйтесь тем, что заданная функция тождественна функции $y = 1 + \sin 2x$ и $-1 \le \sin 2x \le 1$.

9. Интеграл $\int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$ представляет собой приращение координаты точки, движущейся прямолинейно со скоростью $v(t)$ на промежутке $[t_1; t_2]$. Если $v(t) > 0$ при $t \in [t_1; t_2]$, т. е. точка движется в одном положительном направлении, то интеграл совпадает с путём пройденным за время $[t_1; t_2]$. В общем случае путь равен $\int_{t_1}^{t_2} |v(t)|dt$.

10. Учтите, что решение уравнения $f(x)\cdot g(x) = 0$ составляют все значения x, при которых один из сомножителей обращается в 0, а другой при этом же значении имеет смысл.

11. Установите знак правой части неравенства. Неравенство $\sqrt{f(x)} > a$, где $a < 0$ равносильно неравенству $f(x) \geq 0$.

12. Первое уравнение заданной системы имеет вид $f^2(x) + g^2(x) = 0$ и, следовательно, равносильно системе $\begin{cases} f(x) = 0, \\ g(x) = 0. \end{cases}$ Решите эту систему и выберите те пары $(x; y)$ которые удовлетворяют второму уравнению исходной системы, т. е. уравнению $xy = 2$.

13. Следует решить неравенство $f(0)f(1) < 0$.

14. Обозначьте, например, высоту, опущенную из вершины трапеции на плоскость α, через a. Последовательно выразите через а высоту трапеции, большее боковое ребро трапеции, а затем вычислите искомый угол.

15. Обратите внимание на то, что сечение пройдёт через середины рёбер BA и BC.

16. В треугольной пирамиде любая из граней может служить основанием. Если за основание пирамиды принять треугольник BCC_1, то высотой будет отрезок A_1B_1.

17. Обратите внимание на то, что точки M могут лежать по обе стороны от плоскости круга. Положение точки M зависит от высоты конуса, длина которой не меньше некоторой константы.

18. Из равенства двугранных углов при рёбрах AB и AC вытекает, что проекция точки A_1 на плоскость ABC одинаково удалена от прямых AB и AC. Обратите внимание на то, что эта проекция может лежать как внутри треугольника ABC, так и вне его.

19. Если все боковые грани пирамиды наклонены к плоскости основания под углом α, то $S_{б} = \frac{S_{осн}}{\cos\alpha}$, где $S_{б}$ — площадь боковой поверхности, $S_{осн}$ — площадь основания пирамиды.

20. Вначале найдите отрезки диагоналей осевого сечения, на которые они делятся точкой пересечения, а затем из прямоугольных треугольников диаметры оснований и образующую.

Повышенный уровень **Вариант 1**

1. Сравните выражения: $a = \cos 2 - \sin 2$ и $b = \log_{\lg 5} 0{,}8$.

А. $a > b$. **Б.** $a = b$. **В.** $a < b$. **Г.** Сравнить нельзя.

2. Укажите все значения $\alpha \in [0;\ 2\pi]$, при которых имеет место равенство

$$\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos\alpha}} = \cos\frac{\alpha}{4}.$$

А. $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. **Б.** $[0;\ 2\pi]$. **В.** $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$. **Г.** $[0;\ \pi]$.

3. Чему равна сумма выражений $\sqrt{24 - x^2 - x}$ и $\sqrt{4 - x^2 - x}$, если их разность равна 4?

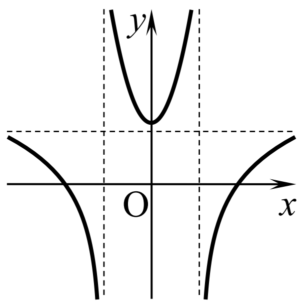
А. 4. **Б.** 5. **В.** 20. **Г.** 4,5.

4. Укажите наибольшее значение функции $y = 10^{x - |x|}$.

А. 10. **Б.** 0,1. **В.** 1. **Г.** Наибольшего значения нет.

5. Если множеством значений функции $y = f(x)$ является промежуток $[-3;\ 1]$, то множеством значений функции $y = \frac{1}{2} f(4x + 9) + 2$ будет промежуток …

А. $\left[\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right]$. **Б.** $[-3;\ 1]$. **В.** $[-5; -1]$. **Г.** $[-3; -2]$.



6. По эскизу графика функции $y = \dfrac{a|x| + b}{|x| + c}$ определите знаки a, b, c.

А. $a > 0, b > 0, c > 0$. **Б.** $a > 0, b < 0, c < 0$.

В. $a > 0, b < 0, c > 0$. **Г.** $a < 0, b < 0, c > 0$.

7. Укажите все значения a, при которых функция $y = ax - \sin x$ возрастает на всей числовой оси.

А. $-1 \le a \le 1$. **Б.** $a \ge -1$. **В.** $|a| \ge 1$. **Г.** $a \ge 1$.

8. Укажите наименьший положительный корень уравнения $\frac{\sin \pi x}{\sqrt{(x+1)(x-3)}}=0$.

А. 4. **Б.** 1. **В.** 2. **Г.** 3.

9. Решите неравенство: $x^{\log_{0,1} x}>10000$.

А. (100; +∞). **Б.** (0,01; 100). **В.** $(0;0,01)\cup(100;+\infty)$. **Г.** Нет решений.

10. Сколько решений имеет уравнение $2^{-\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2}\cdot|\sin x|=1$?

А. Ни одного. **Б.** Одно. **В.** Два. **Г.** 3.

11. После того как зарплату понизили на 10%, а цены на товары подняли на 20%, на месячную зарплату можно купить товара меньше на …

А. 30%. **Б.** 15%. **В.** 25%. **Г.** 75%.

12. Площадь одной из боковых граней прямой треугольной призмы равна *Q*, а ее расстояние от параллельного ребра равно *d*. Чему равен объем призмы?

А. Qd. **Б.** $\frac{1}{2}Qd$. **В.** $2Qd$. **Г.** $\frac{1}{6}Qd$.

13. Даны две одноименные правильные призмы. У первой сторона основания *a*, боковое ребро *b*, у второй сторона основания *b*, боковое ребро *a*, $a > b$. У какой из призм объем больше?

А. У первой. **Б.** У второй. **В.** Объемы одинаковы. **Г.** Определить нельзя.

14. Площади нижнего и верхнего оснований усеченной пирамиды равны a^2 и b^2. Площадь сечения, параллельного основаниям, равна ab. Отношение высот полученных усеченных пирамид равно …

А. $a^2:b^2$. **Б.** $a:b$. **В.** $\sqrt{a}:\sqrt{b}$. **Г.** отличному от приведенных.

15. Около шара радиуса 3 см описан многогранник, площадь поверхности которого равна 200 см^2. Объем этого многогранника равен …

А. 600 см^3. **Б.** $\frac{400}{3}\pi$ см^3. **В.** 200π см^3. **Г.** 200 см^3.

Повышенный уровень **Вариант 2**

1. Сравните выражения $a=\log_{\frac{\pi}{4}} tg1$ и $b=2^{-\sqrt{2}}-2^{-\sqrt{3}}$.

А. $a = b$. **Б.** $a > b$. **В.** $a < b$. **Г.** Сравнить нельзя.

2. Укажите все значения $\alpha \in [0; 2\pi]$, при которых имеет место равенство

$$\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos\alpha}} = \sin\frac{\alpha}{4}.$$

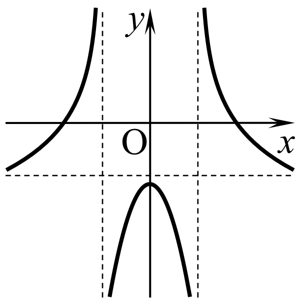
А. $[0; \pi]$. **Б.** $[\pi; 2\pi]$. **В.** $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$. **Г.** $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

3. Чему равна разность выражений $\sqrt{34-x^2-2x}$ и $\sqrt{18-x^2-2x}$, если их сумма равна 8?

А. 4. **Б.** 1. **В.** 6. **Г.** 2.

4. Укажите наибольшее значение функции $y = (0,1)^{|x| - x}$.

А. 0,1. **Б.** 10. **В.** 1. **Г.** Наибольшего значения нет.



5. Если множеством значений функции $y = f(x)$ является промежуток $[–1; 1]$, то множеством значений функции $y = 2f(2x + 3) + 1$ будет промежуток …

А. $[–1; 1]$. **Б.** $[–1; 3]$. **В.** $[–2; 0]$. **Г.** $[–2; –1]$.

6. По эскизу графика функции $y = \dfrac{a|x|+b}{|x|+c}$ определите знаки a, b, c.

А. $a < 0$, $b < 0$, $c < 0$. **Б.** $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$.

В. $a < 0$, $b > 0$, $c < 0$. **Г.** $a > 0$, $b < 0$, $c < 0$.

7. Укажите все значения a, при которых функция $y = a\sin x – 2x$ убывает на всей числовой оси.

А. $a \le 2$. **Б.** $|a| \ge 2$. **В.** $a \le –2$. **Г.** $a \ge 2$.

8. Укажите наибольший отрицательный корень уравнения $\dfrac{\cos\pi x}{\sqrt{(x+2)\left(x-\frac{1}{2}\right)}} = 0$.

А. $-\frac{1}{2}$. **Б.** $-\frac{5}{2}$. **В.** $–2$. **Г.** $-\frac{3}{2}$.

9. Решите неравенство $x^{\lg x} > 10000$.

А. $(100; +\infty)$. **Б.** $(-\infty; 0{,}01)$. **В.** $(0{,}01; 100)$. **Г.** $(0;0{,}01)\cup(100;+\infty)$.

10. Сколько решений имеет уравнение $5^x + 5^{-x} = 2^{\cos x}$?

А. Ни одного. **Б.** Одно. **В.** Два. **Г.** Бесконечно много.

11. После того как зарплату повысили на 20%, а цены на товары понизили на 4%, на месячную зарплату можно купить товара больше на …

А. 16%. **Б.** 20%. **В.** 24%. **Г.** 25%.

12. Объем треугольной призмы равен V. Одна из боковых граней имеет площадь S. Расстояние от этой грани до противолежащего бокового ребра равно …

А. $\frac{2V}{S}$. **Б.** $\frac{V}{2S}$. **В.** $\frac{V}{S}$. **Г.** величине, отличной от приведенных.

13. Даны две одноименные правильные пирамиды. У первой сторона основания a, а апофема b, у второй сторона основания b, а апофема a, $a > b$. У какой из пирамид площадь полной поверхности больше?

А. Определить нельзя. **Б.** Одинаковы. **В.** У первой. **Г.** У второй.

14. Радиусы оснований верхнего и нижнего оснований усеченного конуса равны r и R. Радиус сечения, параллельного основаниям, равен $\sqrt{Rr}$. Отношение высот полученных усеченных конусов равно …

А. $\sqrt{r}:\sqrt{R}$. **Б.** $r:R$. **В.** $r^2:R^2$. **Г.** величине, отличной от приведенных.

15. Многогранник с площадью поверхности 216 см^2 и объемом 216 см^3 описан около шара. Объем шара равен …

А. 108 см^3. **Б.** 36π см^3. **В.** 48π см^3. **Г.** 54π см^3.

Повышенный уровень **Вариант 3**

1. Сравните выражения $x=\frac{1}{\sqrt{a}}+\frac{1}{\sqrt{b}}$ и $y=\sqrt{\frac{b}{a^2}}+\sqrt{\frac{a}{b^2}}$ при $a > 0$, $b > 0$, $a \neq b$.

А. $x > y$. **Б.** $x = y$. **В.** $x < y$. **Г.** Сравнить нельзя.

2. Укажите все значения x, при которых имеет место равенство $10^{\lg x^2}+\left|x^2-1\right|=1$.

А. $[-1;0)\cup(0;1]$. **Б.** $[-1; 1]$. **В.** $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **Г.** Таких значений нет.

3. Чему равна разность выражений $\sqrt{19-\sqrt{x}}$ и $\sqrt{7-\sqrt{x}}$, если их сумма равна 6?

А. 1, **Б.** 2. **В.** 3. **Г.** 4.

4. Укажите множество значений функции $y=\dfrac{2|x|-1}{|x|+1}$.

А. (–∞; +∞). **Б.** $(-\infty;\,2)\cup(2;+\infty)$. **В.** [2; +∞). **Г.** [–1; 2).

5. Если область определения функции $y = f(x)$ состоит из промежутка [–3; 1], то областью определения функции $y=\dfrac{1}{2}f(4x+9)+2$ будет промежуток …

А. $\left[\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{2}\right]$. **Б.** [–3; 1]. **В.** [–5; –1]. **Г.** [–3;–2].

6. Укажите критические точки функции $y = x + \cos^2 x$, удовлетворяющие условию $\sin x > 0$.

А. $\dfrac{\pi}{2}+\pi k$, $k\in\boldsymbol{Z}$. **Б.** $\dfrac{\pi}{4}+\pi k$, $k\in\boldsymbol{Z}$. **В.** $\dfrac{\pi}{2}+2\pi k$, $k\in\boldsymbol{Z}$. **Г.** $\dfrac{\pi}{4}+2\pi k$, $k\in\boldsymbol{Z}$.

7. Укажите все значения a, при которых уравнение $tg^2x-tgx+\sin a+\dfrac{1}{4}=0$ не имеет решений.

А. (0; π). **Б.** [$2k\pi$; $(2k + 1)\pi$], $k\in\boldsymbol{Z}$.

В. ($2k\pi$; $(2k + 1)\pi$), $k\in\boldsymbol{Z}$. **Г.** Таких значений нет.

8. Найдите наименьшее положительное значение α, удовлетворяющее соотношению $\cos\alpha=\dfrac{a+b}{2\sqrt{ab}}$ при некоторых значениях $a > 0$, $b > 0$.

А. 0. **Б.** π. **В.** $\dfrac{\pi}{2}$. **Г.** 2π.

9. Решите неравенство: $\log_{\log_{0,1}x}2>0$.

А. (0; +∞). **Б.** (0; 0,1). **В.** (0; 0,01). **Г.** (0,1; +∞).

10. Сколько решений имеет система $\begin{cases}\left(3x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}\right)\left(3x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}\right)=10,\\ x+y=1?\end{cases}$

А. Нет решений. **Б.** Одно решение.

В. Два решения. **Г.** Более двух решений.

11. Затраты электроэнергии снизились на 16%, а выпуск изделий вырос на 50%. На сколько процентов уменьшилось количество электроэнергии, расходуемое на производство одного изделия?

А. На 56%. **Б.** На 54%. **В.** На 34%. **Г.** На 44%.

12. Основанием прямой призмы служит ромб с острым углом α. Плоскость, рассекающая призму по квадрату, наклонена к плоскости основания под углом φ таким, что $\cos\varphi$ равен …

А. $\cos\frac{\alpha}{2}$. **Б.** $tg\frac{\alpha}{2}$. **В.** $\sin\alpha$. **Г.** величине, отличной от приведенных.

13. Даны две одноименные правильные призмы. У первой сторона основания a, а боковое ребро b, у второй сторона основания b, а боковое ребро a, $a < b$. У какой из призм площадь полной поверхности больше?

А. Определить нельзя. **Б.** Одинаковы. **В.** У первой. **Г.** У второй.

14. Два равных конуса объема V имеют общую высоту и параллельные основания. Объем их общей части равен …

А. $\frac{1}{4}V$. **Б.** $\frac{1}{2}V$. **В.** $\frac{1}{8}V$. **Г.** $\frac{1}{6}V$.

15. Около шара радиуса 3 см описан многогранник, объем которого равен 400 $см^3$. Площадь поверхности этого многогранника равна …

А. 1200 $см^2$. **Б.** 300π $см^2$. **В.** $\frac{800}{3}$ $см^2$. **Г.** 400 $см^2$.

Подсказки к заданиям теста повышенного уровня варианта 1

1. Очень часто для сравнения двух чисел, в частности «разной природы» (одно значение тригонометрического выражения, а другое логарифмического), нужно сравнить их с некоторым числом, которое нужно «увидеть», «почувствовать», угадать. Как правило, начинают с выяснения знаков (сравнение с числом 0). В данном задании именно различие знаков позволяет сравнить выражения. Отрицательность числа *a* следует из того, что 2 рад соответствует точка единичной окружности, расположенная во 2^{й} четверти. Так как $0 < \lg 5 < 1$, то $\log_{\lg 5} 0{,}8 > 0$.

2. Примените формулу $\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{2}} = \left|\cos\dfrac{\alpha}{2}\right|$. Если $\cos\dfrac{\alpha}{2} < 0$, то левая часть преобразовывается к виду $\left|\sin\dfrac{\alpha}{4}\right|$. $\cos\dfrac{\alpha}{4}$ получится при $\cos\dfrac{\alpha}{2} \ge 0$, т. е. если $\dfrac{\alpha}{2} \in \left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$, $\alpha \in [0; \pi]$.

3. Если данные выражения обозначить соответственно *a* и *b*, то можно заметить, что $a^2 - b^2 = 20$. Теперь учитывая, что $a - b = 4$, можно найти $a + b$.

4. Следует учесть, что функция $y = 10^x$ возрастающая. Поэтому сначала необходимо найти наибольшее значение функции $y = x - |x|$, которая при $x \ge 0$ равна 0, при $x < 0$ совпадает с $2x$.

5. Необходимо проанализировать, какими преобразованиями может быть получен график функции $y = \dfrac{1}{2} f(4x+9) + 2$ из графика функции $y = f(x)$. Среди них есть преобразования, которые меняют множество значений: сдвиг и сжатие вдоль оси *y*. Не меняют множество значений функции растяжение и сдвиг вдоль оси *x*.

6. Знаки параметров, входящих в данную формулу, определяются по характерным свойствам графика, по знакам значений в отдельных точках. Например, в точке $x = 0$ значение функции равно $\dfrac{b}{c}$ и положительно. Так как у графика имеются вертикальные асимптоты, то $c < 0$ (в противном случае знаменатель не может обращаться в нуль). Следовательно, $b < 0$. Осталось заметить, что $y = a$ является горизонтальной асимптотой и, по условию, $a > 0$.

7. Достаточным условием возрастания функции есть условие $y' = a - \cos x > 0$ при всех x. Отсюда следует, что $a > 1$. При $a < 1$ указанное неравенство имеет решения, образующие промежутки. Поэтому функция не может возрастать. А при $a = 1$ неравенство $y' > 0$ выполняется для всех чисел кроме чисел вида $2\pi k$. Следовательно, на каждом промежутке $(2\pi k;\ 2\pi(k + 1))$ функция возрастает. А так как она непрерывна в точках $2\pi k$, то она возрастает при всех x.

8. ОДЗ исходного уравнения определяется неравенством $(x + 1)(x - 3) > 0$ и представляет собой множество $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. Нули числителя имеют вид $x = k$, где $k \in \boldsymbol{Z}$. Осталось сделать правильный выбор.

9. Так как $x > 0$, то можно логарифмировать неравенство. Пользуясь свойствами логарифмов, имеем $\log_{0,1}^2 x < -4$.

10. Решение неравенства основано на том, что левая часть уравнения является произведением неотрицательных выражений, не превосходящих 1. Достаточно рассмотреть только случай, когда они равны единице одновременно (только в этом случае произведение равно 1!).

11. Можно воспользоваться такой моделью в данной задаче: зарплата x, количество товара l (одинакового!), средняя цена единицы товара S. Тогда до изменений $l \cdot S = x$, а после изменений $l_1 \cdot 1{,}2S = 0{,}9x$ или $l_1 \cdot S = \frac{3}{4}x$. Следовательно, $l - l_1 = \frac{1}{4} \cdot \frac{x}{S}$, т. е. на 25% меньше можно купить товара.

12. Заметьте, что d равно одной из высот основания, а Q — произведение высоты призмы на сторону основания, к которой проведена указанная выше высота.

13. Нетрудно вычислить объемы двух данных n–угольных призм, а затем сравнить результаты. Но гораздо быстрее к цели приводит догадка, что вычисления объемов призм ведется по одинаковой схеме, причем, полученные выражения однородны по отношению к параметрам a и b (т.е. их можно вынести в качестве сомножителей). Таким образом, объем призмы со стороной основания a равен $a^2bf(u)$, а со стороной основания b – $b^2af(u)$, $f(u) > 0$. Осталось сравнить a^2b и b^2a.

14. Рассмотрите сечение пирамиды плоскостью, проходящей через ребро и высоту пирамиды. Сечением, параллельным основаниям, оно разбивается на две подобные трапеции.

15. Целесообразно разбить описанный многогранник на пирамиды, основаниями которых являются грани многогранника, вершины совпадают с центром шара, а высоты равны радиусу шара.

Углубленный уровень **Вариант 1**

1. В числе 0,12345678910111213…2930 вычеркнули после запятой 47 цифр так, что полученное число оказалось наибольшим. Получили число …

А. 0,9999. **Б.** 0,99993. **В.** 0,9993. **Г.** 0,999.

2. Найдите сумму $\frac{\sin 1^0}{\cos 0^0 \cos 1^0} + \frac{\sin 1^0}{\cos 1^0 \cos 2^0} + ... + \frac{\sin 1^0}{\cos 44^0 \cos 45^0}$.

А. $\sqrt{3}$. **Б.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **В.** 1. **Г.** Ответ отличен от приведенных.

3. Найдите $f(-a)$, если $f(a) = b$ и $f(x) = 3x^{12} - 5x^8 - 4x^4 + 2x^2 - \frac{1}{x}$.

А. $\frac{ab+2}{a}$. **Б.** $b - \frac{2}{a}$. **В.** $b + 2a$. **Г.** $\frac{a+2b}{a}$.

4. Наибольшее значение функции $y = \sin^8 x + \cos^{14} x$ равно …

А. 2. **Б.** 1. **В.** $\sqrt{2}$. **Г.** $\sqrt{3}$.

5. Укажите все значения a, при которых уравнение $\frac{x^3}{3} - 2ax^2 + 4ax - a = b$ имеет ровно одно решение для каждого значения b.

А. $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$. **Б.** (0; 1). **В.** [1; +∞). **Г.** [0; 1].

6. Если $(a + b + c)(a - b + c) < 0$, то …

А. $b^2 = 4ac$. **Б.** $b^2 > 4ac$. **В.** $b^2 < 4ac$. **Г.** $b^2 \leq 4ac$.

7. Укажите все значения a и b при которых система уравнений $\begin{cases} \sin x = a, \\ tgx = b \end{cases}$ имеет решение.

А. $|a| \le 1,\ b \in \boldsymbol{R}$. **Б.** $a \le b$. **В.** $a^2 + \dfrac{a^2}{b^2} = 1$. **Г.** $a^2b^2 + a^2 = b^2$.

8. Сколько решений имеет уравнение $x^2 + 2x\sin xy + 1 = 0$ в прямоугольнике $-1 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 2\pi$?

А. Одно. **Б.** Два. **В.** Ни одного. **Г.** Четыре.

9. На сколько частей разбивают пространство плоскости всех граней тетраэдра?

А. На 4. **Б.** На 6. **В.** На 10. **Г.** На 15 .

10. В треугольной призме через середины двух боковых ребер и вершину основания проведена плоскость, отсекающая четырехугольную пирамиду объема V. Объем оставшейся части призмы равен …

А. $\dfrac{4}{3}V$. **Б.** $2V$. **В.** $3V$. **Г.** $\dfrac{5}{3}V$.

Углубленный уровень **Вариант 2**

1. В числе 0,12345678910111213…2930 вычеркнули после запятой 47 цифр так, что полученное число оказалось наименьшим. Получили число …

А. 0,000. **Б.** 0,0010. **В.** 0,0001. **Г.** 0,00010.

2. Найдите сумму $\dfrac{\sin 3^0}{\cos 0^0 \cos 3^0} + \dfrac{\sin 3^0}{\cos 3^0 \cos 6^0} + ... + \dfrac{\sin 3^0}{\cos 57^0 \cos 60^0}$.

А. 1. **Б.** $\sqrt{3}$. **В.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **Г.** Ответ отличен от приведенных.

3. Найдите $f(a)$, если $f(x) = 5x^7 - 2x^5 + 3x^3 + x^2 - 7x$, $f(-a) = b$.

А. $a^2 - 2b$. **Б.** $2a^2 + b$. **В.** $2a^2 - b$. **Г.** $2b - a^2$.

4. Наименьшее значение функции $y = -\sin^7 x - \cos^9 x$ равно …

А. $-\sqrt{2}$. **Б.** $-\sqrt{3}$. **В.** –2. **Г.** –1.

5. Укажите все значения a, при которых уравнение $-\dfrac{x^3}{3} - ax^2 - 3ax + 4a = b$ имеет ровно одно решение для каждого значения b.

А. $(-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$. **Б.** (0; 3). **В.** [3; +∞). **Г.** [0; 3].

6. Если $c(a + b + c) < 0$, то …

А. $b^2 \le 4ac$. **Б.** $b^2 > 4ac$. **В.** $b^2 = 4ac$. **Г.** $b^2 < 4ac$.

7. Укажите все значения m и n при которых система уравнений $\begin{cases} \cos x = m, \\ tgx = n \end{cases}$ имеет решение.

А. $n^2(1 + m^2) = 1$ **Б.** $|m| \le 1, n \in \boldsymbol{R}$. **В.** $m^2n^2 + n^2 = m^2$. **Г.** $m^2(1 + n^2) = 1$.

8. Сколько решений имеет уравнение $x^4 + 2x^2\cos xy + 1 = 0$ в прямоугольнике $-1 \le x \le 1$, $0 \le y \le 2\pi$?

А. Ни одного. **Б.** Одно. **В.** Два. **Г.** Четыре.

9. На сколько частей разбивают пространство плоскости всех граней треугольной призмы?

А. На 5. **Б.** На 11. **В.** На 21. **Г.** На 27.

10. В треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ на ребрах B_1B и C_1C взяты соответственно точки M и N, делящие эти ребра в отношении 2:1 (считая от точек B_1 и C_1). Через точки A_1, M, N проведена плоскость, отсекающая четырехугольную пирамиду объема V. Объем оставшейся части равен …

А. $3{,}5V$. **Б.** $2V$. **В.** $2{,}5V$. **Г.** $\frac{5}{4}V$.

Углубленный уровень **Вариант 3**

1. Укажите сумму первых 20 цифр после запятой в десятичной записи числа $\left(6-\sqrt{37}\right)^{20}$.

А. 0. **Б.** 180. **В.** 144. **Г.** 20.

2. Сравните выражения $a = \cos(\sin\alpha)$ и $b = \sin(\cos\alpha)$.

А. $a < b$. **Б.** $a = b$. **В.** $a > b$. **Г.** Ответ зависит от α

3. Укажите все значения b при которых существует хотя бы одна точка минимума функции $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + |b|x - 2$.

А. $(-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$. **Б.** [–4; 4]. **В.** (4; +∞). **Г.** (–4; 4).

4. Наименьший положительный период функции $y = f(x)$ равен 1. Укажите все значения k, при которых значения функций $y = f(x)$ и $y = f\left(\dfrac{k^2-6}{k}x + \dfrac{4}{5}\right)$ совпадают при всех x.

А. –2. **Б.** –2; 3. **В.** –2; 3; 1. **Г.** Таких значений нет

5. Укажите наибольшее значение функции $y = \min(-|\log_3 x|,\ x - 4)$, где $\min(a,b) = \begin{cases} a, \text{ если } a \le b, \\ b, \text{ если } a \ge b. \end{cases}$

А. 0. **Б.** –1. **В.** –3. **Г.** Наибольшего значения нет.

6. Сколько решений уравнения $\sin\pi(|x| + |y|) = 0$ принадлежит кругу $(x-0{,}5)^2 + y^2 \le \dfrac{1}{4}$?

А. Ни одного. **Б.** Бесконечно много. **В.** Пять. **Г.** Четыре

7. Если действительные числа x и y имеют одинаковые знаки, то выражение $\left|\dfrac{x+y}{2} - \sqrt{xy}\right| + \left|\dfrac{x+y}{2} + \sqrt{xy}\right|$ равно…

А. $x + y$. **Б.** $2\sqrt{xy}$. **В.** $|x| + |y|$. **Г.** $|x - y|$.

8. Наименьшее значение отношения двузначного числа к числу, равному сумме его цифр равно …

А. 1,5 . **Б.** 1,9. **В.** 2. **Г.** 2,1.

9. Треугольная призма вписана в шар. Все грани призмы продолжены. На сколько частей разделится этими плоскостями поверхность шара?

А. На 21. **Б.** На 15. **В.** 6. **Г.** 14.

10. В треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ на ребрах B_1B и C_1C взяты соответственно точки M и N, делящие эти ребра в отношении 1:2 (считая от точек B_1 и C_1). Через точки A_1, M, N проведена плоскость, отсекающая четырехугольную пирамиду объема V. Объем оставшейся части призмы равен …

А. $2V$. **Б.** $3V$. **В.** $3{,}5V$. **Г.** $4V$

Подсказки к заданиям теста углубленного уровня варианта 1

1. Прежде всего необходимо найти количество цифр в записи данного числа, а затем уточнить количество девяток среди этих цифр.

2. Используйте формулу $\dfrac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cos\beta} = tg\alpha - tg\beta$.

3. Обратите внимание на то, что $\sin^8 x \le \sin^2 x$, $\cos^{14} x \le \cos^2 x$.

4. Воспользуйтесь достаточным условием возрастания функции.

5. Достаточно заметить, что каждый множитель в левой части неравенства является значением квадратного трехчлена в некоторой точке.

6. Достаточно заметить, что каждый множитель в левой части неравенства является значением квадратного трехчлена в некоторой точке.

7. Условие разрешимости системы следует из тождества $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

8. Выделите в левой части уравнения полный квадрат и воспользуйтесь условием равенства суммы квадратов 2^x выражений нулю.

9. Следует учесть, что кроме «центральной» части пространства, составляющей данный тетраэдр, возникают части, примыкающие к каждой грани, к каждому ребру и к каждой его вершине.

10. Пусть CMN — сечение призмы $ABCA_1B_1C_1$. По условию объем четырехугольной пирамиды $CABNM$ равен V. Ясно, что эта пирамида равновелика пирамиде $CMNB_1A_1$. С другой стороны, объем треугольной пирамиды $CA_1B_1C_1$ составляет треть объема данной призмы, а значит он также равен V. Итак, оставшаяся согласно условию часть призмы имеет объем $2V$.

Ответы к заданиям тестов тренажёра

Вариант 1

Уровень	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Базовый	В	А	Б	Г	А	Б	Б	А	В	Г	Б	В	Г
Основной	В	Г	А	Г	Б	А	В	Г	В	Б	Г	В	А
Продвинутый	В	А	Б	Г	Б	А	В	Б	Г	В	Г	Б	В
Повышенный	В	Г	Б	В	А	Б	Г	А	Г	Б	В	Б	А
Углублённый	В	В	А	Б	Г	Б	Г	Б	Г	Б			
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
Базовый	В	А	В	Б	А	В	Г	Б	А	В	А	Г	
Основной	Г	Б	Г	В	А	Г	Б	В	Г	Б	А	Г	
Продвинутый	А	В	Б	Г	А	Г	Б						
Повышенный	В	Г											

Вариант 2

Уровень	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Базовый	Г	А	Г	А	В	Г	Б	В	А	Г	А	В	Б
Основной	Г	А	В	Г	Б	В	Г	Б	Г	А	В	А	В
Продвинутый	Б	Г	В	Б	А	Б	А	В	Б	Г	Б	В	А
Повышенный	В	Б	Г	В	Б	В	А	Б	Г	Б	Г	А	В
Углублённый	Б	Б	В	Г	Г	Б	Г	В	В	А			
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
Базовый	Г	В	Б	В	А	Г	Б	В	А	Б	Г	В	
Основной	Г	В	Г	А	Б	В	Г	В	Б	А	Б	Г	
Продвинутый	Г	В	А	Г	В	А	А						
Повышенный	А	Б											

Вариант 3

Уровень	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Базовый	В	Г	Б	А	В	А	В	А	Г	Б	Г	Б	Г
Основной	В	А	Б	В	Г	Б	Г	А	В	Б	В	Б	Г
Продвинутый	В	А	Г	Б	А	Г	В	Г	А	Б	Г	Б	Г
Повышенный	В	Б	Б	Г	Г	Г	В	Г	Б	А	Г	Б	Г
Углублённый	А	В	Г	Г	Б	Г	В	Б	Б	В			
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
Базовый	Б	В	В	Б	Г	В	Б	Б	А	В	А	Б	
Основной	А	А	Г	В	А	Г	Г	А	Б	Г	Г	Б	
Продвинутый	Б	В	А	Г	В	Б	В						
Повышенный	Б	Г											

Контрольное задание

Контрольное задание состоит из **основного и дополнительного** заданий, которые оцениваются отдельно.

Основное задание предполагает выполнение тестов базового, основного и продвинутого уровней, дополнительное — тестов повышенного и углублённого уровней.

Каждый правильный ответ на задание базового уровня оценивается одним баллом, основного — двумя баллами, продвинутого — четырьмя баллами, повышенного — шестью баллами и углубленного — десятью баллами.

Выберите для ***каждого*** тестового задания ***правильный*** ответ из приведенных. ***Помните***, что правильный ответ среди них ровно один. Если же вы уверены, что правильного ответа нет, то в качестве ответа поставьте букву «Д».

Критерии оценок

Основное задание : **«отлично»** — получено от 121 до 155 баллов

«хорошо» — получено от 91 до 120 баллов

«зачтено» — получено от 52 до 90 баллов

Дополнительное задание: **«отлично»** — получено от 81 до 190 баллов

«хорошо» — получено от 54 до 80 баллов

Надеемся, что работа над тестами будет для Вас и интересной, и полезной.

Желаем Вам успехов!

Основное задание

Базовый уровень

1. Из данных чисел выберите наименьшее $\cos\frac{\pi}{2}$; $\sqrt[3]{0{,}001}$; 3^{-8}; $(-8)^3$.

А. $\cos\frac{\pi}{2}$. **Б.** $\sqrt[3]{0{,}001}$. **В.** 3^{-8}. **Г.** $(-8)^3$.

2. Вычислите $\log_{\frac{1}{3}} 3 - \lg 10^{-4}$.

А. 2. **Б.** 3. **В.** 4. **Г.** 1,5.

3. Упростите выражение $\dfrac{2a^3}{a^2-4}:\dfrac{a^2}{2-a}$.

А. $\dfrac{2a}{a+2}$. **Б.** $\dfrac{2a}{a-2}$. **В.** $-\dfrac{2a}{a+2}$. **Г.** $\dfrac{2a}{2-a}$.

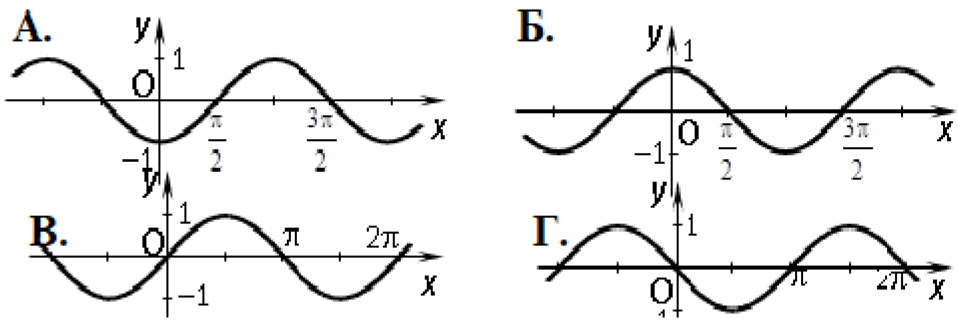
4. Упростите выражение $\dfrac{\sin 2\alpha + 2\cos\alpha}{(\sin\alpha+1)\sin\alpha}$.

А. $2ctg\alpha$. **Б.** $2tg\alpha$. **В.** $\cos\alpha$. **Г.** $\sin\alpha - 1$.

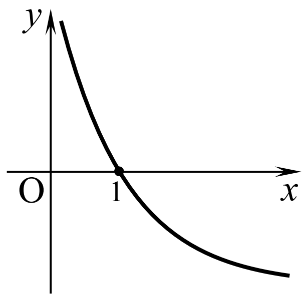
5. Областью определения функции $y=\sqrt[3]{x^2-1}$ является множество …

А. $[1; +\infty)$. **Б.** $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **В.** $[-1; 1]$. **Г.** $(-\infty; +\infty)$.

6. На каком из рисунков изображен график функции $y = \sin(x + 2\pi)$?



7. График какой функции схематично изображен на рисунке?



А. $y=\dfrac{1}{x}$. **Б.** $y=\log_{\frac{1}{2}} x$. **В.** $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$. **Г.** $y = 2^x$.

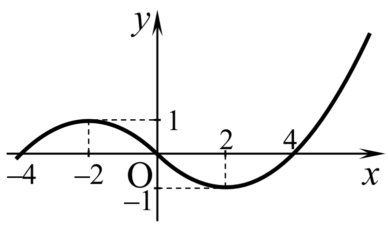
8. График функции $y=\log_{\sqrt{2}} x$ проходит через точку …

А. $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$. **Б.** $\left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$. **В.** $\left(\dfrac{1}{2};2\right)$. **Г.** $\left(\dfrac{1}{2};-2\right)$.

9. Точка движется прямолинейно по закону $x = t^2 + t$, где x — координата, t — время. Скорость точки в момент $t = 1$ равна ...

А. 1. **Б.** –1. **В.** 3. **Г.** 2.

10. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Какое из утверждений относительно функции вер-



но?

А. Наибольшее значение функции равно 1.

Б. Функция убывает на промежутке [0; 4].

В. Функция имеет точку минимума $x = 2$.

Г. Функция четная.

11. Наименьшее значение функции $y = 2x^2 - 1$ на промежутке [–3; –1] равно …

А. 1. **Б.** –1. **В.** 17. **Г.** 19.

12. Первообразная функции $y = 3x - 2$, график которой проходит через точку (0; –1), равна …

А. $1,5x^2 - 2x - 1$. **Б.** $1,5x^2 + 2x + 1$. **В.** $6x^2 - 2x - 1$. **Г.** 3.

13. Не имеет решений уравнение …

А. $\cos x = -\sqrt{2}$. **Б.** $\log_4 x = -1$. **В.** $ctgx = 10$. **Г.** $9x^2 + 6x + 1 = 0$.

14. Решите уравнение $\log_{0,3}(x^2 - 1) = \log_{0,3}2$.

А. 1. **Б.** 1;–1. **В.** $\sqrt{3}; -\sqrt{3}$. **Г.** –3.

15. Решите неравенство: $3^{2(x+1)} < \frac{1}{27}$.

А. $\left(-\frac{5}{2}; +\infty\right)$. **Б.** $\left(-\infty; -\frac{5}{2}\right)$. **В.** $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. **Г.** $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

16. Как расположены проекции двух скрещивающихся прямых?

А. Параллельны. **Б.** Пересекаются.

В. Скрещиваются. **Г.** Параллельны или пересекаются.

17. Если через данную точку можно провести плоскость, перпендикулярно двум данным плоскостям, то данные плоскости …

А. перпендикулярны. **Б.** пересекаются.

В. параллельны. **Г.** могут быть расположены как угодно.

18. Диаметр шара равен 1 м. Некоторая плоскость расположена на расстоянии 0,3 м от центра шара. Каково взаимное расположение этих шара и плоскости?

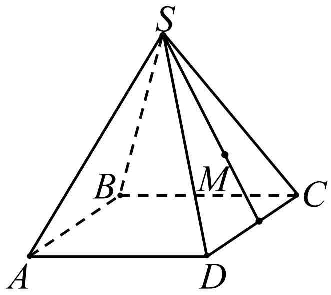
А. Не имеют общих точек. **Б.** Касаются.

В. Пересекаются по отрезку. **Г.** Пересекаются по кругу.

19. Прямая a перпендикулярна плоскости α. Как расположены относительно плоскости α прямые, перпендикулярные прямой a?

А. Параллельны α или лежат в α. **Б.** Лежат в α.

В. Пересекают α. **Г.** Параллельны α.



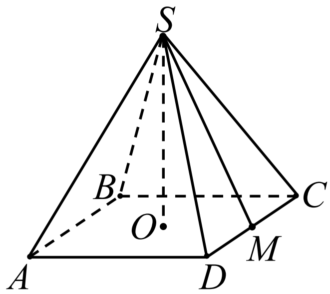
20. Сечением пирамиды $SABCD$, изображенной на рисунке, плоскостью ADM является …

А. параллелограмм. **Б.** трапеция.

В. треугольник. **Г.** пятиугольник.

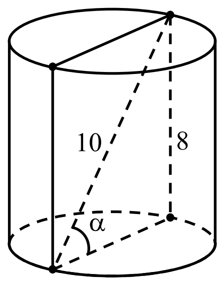
21. Какое наибольшее количество боковых граней, перпендикулярных основанию, может иметь треугольная пирамида?

А. Четыре. **Б.** Три. **В.** Две. **Г.** Одну.



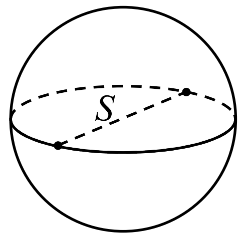
22. Угол между боковой гранью и высотой правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ с высотой SO и апофемой SM равен …

А. $\angle DSO$. **Б.** $\angle MSO$. **В.** $\angle SCO$. **Г.** $\angle SCM$.



23. Отрезок длиной 10 см соединяет точки окружностей верхнего и нижнего оснований цилиндра, высота которого равна 8 см. Синус угла, который образует отрезок с плоскостью нижнего основания, равен…

А. $\frac{3}{4}$. **Б.** $\frac{5}{4}$. **В.** $\frac{4}{3}$. **Г.** $\frac{4}{5}$.



24. Площадь сечения шара плоскостью, проходящей через ее центр, равна S. Объем шара равен …

А. $4S$. **Б.** $\frac{4S}{3}\sqrt{\frac{S}{\pi}}$. **В.** $2S$. **Г.** $\frac{4S}{3\pi}\sqrt{\frac{S}{\pi}}$.

25. Во сколько раз нужно увеличить ребро куба, чтобы его площадь полной поверхности увеличилась вдвое?

А. В 4. **Б.** В 2. **В** $\sqrt[3]{2}$. **Г.** В $\sqrt{2}$.

Основной уровень

1. Расположите в порядке убывания числа $a=\sqrt{0{,}1}$; $b=2^{0,1}$; $c=tg\dfrac{\pi}{4}$.

А. $a > b > c$. **Б.** $c > b > a$. **В.** $c > a > b$. **Г.** $b > c > a$.

2. Вычислите $\log_{0,3}9 - 2\log_{0,3}10$.

А. 2. **Б.** –2. **В.** 1. **Г.** –1.

3. Сократите дробь $\dfrac{x^2-xy}{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}$.

А. $\dfrac{x}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$. **Б.** $x\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)$. **В.** $x\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)$. **Г.** $\dfrac{x}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$.

4. Упростите выражение $\sin^4\alpha-\sin^4\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)$.

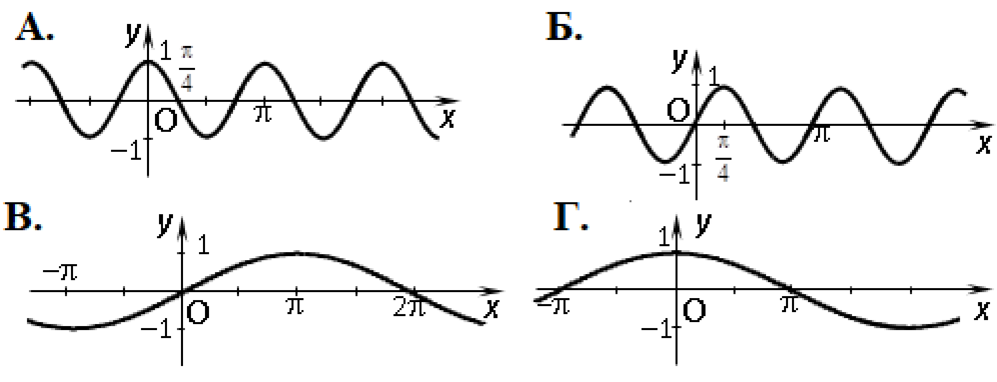
А. $\cos 2\alpha$ **Б.** $-\cos 2\alpha$. **В.** $\sin 2\alpha$. **Г.** $-\sin 2\alpha$.

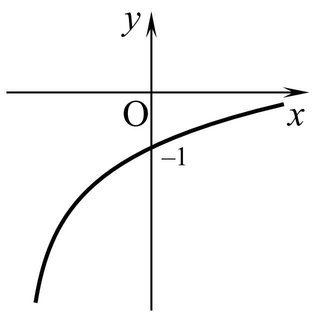
5. Найдите область определения функции $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x+1}$.

А. $[-2;\, 2]$. **Б.** $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$.

В. $[-2;-1)\cup(-1;2]$. **Г.** $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$.

6. На каком из рисунков изображен график функции $y=\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-2x\right)$?





7. Выберите функцию, график которой схематично изображен на рисунке.

А. $y = -3^x$. **Б.** $y = 3^{-x}$. **В.** $y = 3^x$. **Г.** $y = -3^{-x}$.

8. График функции $y = tg^2x$ проходит через точку …

А. $\left(\frac{4\pi}{3}; 3\right)$. **Б.** $\left(\frac{\pi}{6}; 3\right)$. **В.** $\left(\frac{5\pi}{6}; 3\right)$. **Г.** $\left(\frac{3\pi}{4}; 3\right)$.

9. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = 2x^2 + 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

А. 5. **Б.** –4. **В.** 4. **Г.** 2.

10. Функция $y = \frac{1+\cos x}{\sin x}$ …

А. четна. **Б.** нечетна. **В.** ни четна, ни нечетна.

Г. определена на множестве всех действительных чисел

11. Наименьшее значение функции $y = \frac{2}{x} - 1$ на отрезке [1; 4] равно …

А. –1. **Б.** 1. **В.** $-\frac{1}{2}$. **Г.** $\frac{1}{2}$.

12. Точка движется по прямой со скоростью $v(t) = 2t + 1$. Найдите координату точки в момент времени $t = 2$, если в начальный момент времени ($t = 0$) точка находилась в начале координат.

А. 3. **Б.** –6. **В.** 0. **Г.** 5.

13. Единственное решение имеет уравнение …

А. $x^2 + \frac{1}{x} = \frac{1}{x}$. **Б.** $\frac{(x-3)(x+1)}{x+1} = 0$. **В.** $2\cos x = \sqrt{2}$. **Г.** $|x - 1| = 1$.

14. Решите уравнение $0{,}2 \cdot 5^{4x-1} = 25$.

А. 0. **Б.** –1. **В.** $\frac{1}{2}$. **Г.** 1.

15. Решите неравенство $(\log_{0,5}x)^2 \geq 4$.

А. $\left[-\frac{1}{4}; 4\right]$. **Б.** $\left(0; \frac{1}{4}\right] \cup [4; +\infty)$. **В.** $[4; +\infty)$. **Г.** $(0; 4]$.

16. Прямые a и b скрещивающиеся. Прямая c параллельна прямой a. Прямые b и c …

А. параллельны. **Б.** пересекаются. **В.** скрещиваются или пересекаются.

Г. параллельны или скрещиваются

17. Пусть l, m — наклонные, проведенные из одной точки, $l > m$, l_1, m_1 — их ортогональные проекции на плоскость. Тогда …

А. $l_1 > m_1$. **Б.** $l_1 \geq m_1$. **В.** $l_1 < m_1$. **Г.** $l_1 \leq m_1$.

18. Расстояние между равновеликими сечениями шара радиуса 5 см параллельными плоскостями 6 см. Площадь каждого из сечений равна …

А. 11 см^2. **Б.** 16π см^2. **В.** 64π см^2. **Г.** 30 см^2.

19. Сколько общих перпендикулярных прямых можно провести к двум данным плоскостям?

А. Ни одной. **Б.** Одну. **В.** Бесконечно много.

Г. Ни одной или бесконечно много.

20. Сечением правильной треугольной призмы не может быть …

А. правильный треугольник. **Б.** трапеция.

В. прямоугольник. **Г.** шестиугольник.

21. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 2 см, а площадь сечения, проходящего через боковое ребро и середину ребра основания, равна 8 см^2. Объем призмы равен …

А. 8 см^3. **Б.** 16 см^3. **В.** $4\sqrt{3}$ см^3. **Г.** $8\sqrt{3}$ см^3.

22. Если боковые ребра пирамиды одинаково наклонены к основанию, то основанием пирамиды не может быть …

А. прямоугольник. **Б.** тупоугольный треугольник.

В. прямоугольная трапеция. **Г.** равнобокая трапеция

23. Угол между диагоналями смежных боковых граней куба, выходящих из одной вершины, равен …

А. 60°. **Б.** 90°. **В.** 120°. **Г.** 150°.

24. При каких значениях m точка $A(4;\ m;\ -2)$ симметрична точке $B(-4;\ m;\ -2)$ относительно точки $C(0;\ 2;\ -2)$?

А. 2. **Б.** При любых значениях m. **В.** 1. **Г.** –1.

25. С боковой поверхности детали цилиндрической формы сняли равномерно слой, толщина которого составляет $\frac{1}{5}$ радиуса основания. Во сколько раз уменьшился объем детали?

А. В 5 раз. **Б.** В 4 раза. **В.** В $\frac{5}{4}$ раза. **Г.** В $\frac{25}{16}$ раза.

Продвинутый уровень

1. Если $a \le b$, то выражение $\sqrt{(a-b)(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}$ равно …

А. a. **Б.** $-a$. **В.** $b - a$. **Г.** $a - b$.

2. Сравните без вычислительных средств числа $a = \frac{1}{\log_2 3} + \log_3 5$ и $b = 2$.

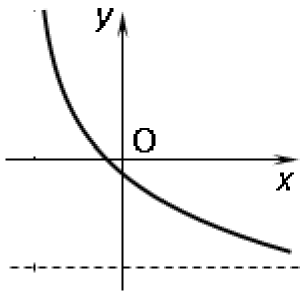
А. $a > b$. **Б.** $a = b$. **В.** $a < b$. **Г.** Сравнить нельзя.

3. Известно, что $\sin\alpha \cos\alpha = t$. Чему равно $\sin\alpha + \cos\alpha$, если $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$?

А. $\sqrt{1-2t}$. **Б.** $\sqrt{1-t}$. **В.** $-\sqrt{1+2t}$. **Г.** $\sqrt{1+2t}$.

4. Население города составляло 100000. Ежегодно оно увеличивается на 10%. Каким станет население города через 2 года?

А. 110000. **Б.** 121000. **В.** 102010. **Г.** 180000.



5. График функции $y(x) = a^x + b$ имеет вид, как на рисунке, если…

А. $a > 1$, $b > -1$. **Б.** $a > 1$, $b > 0$.

В. $0 < a < 1$, $b < 0$. **Г.** $0 < a < 1$, $b < -1$.

6. Производная некоторой функции $y = f(x)$ равна $(x-1)^2(x+2)$. Укажите все точки экстремума функции $y = f(x)$.

А. $x = 1$, $x = -2$. **Б.** $x = 1$. **В.** $x = -2$. **Г.** $x = -1$, $x = 2$.

7. График функции $y = 2 + \frac{3}{x-1}$ не пересекает прямую …

А. $y = 1$. **Б.** $y = 2$. **В.** $y = 0$. **Г.** $y = -2$.

8. Наименьшее значение функции $y = \cos(\sin x)$ равно...

А. $\cos 1$. **Б.** 0. **В.** 1. **Г.** -1.

9. Тело совершает гармонические колебания с ускорением $a = -16\cos(2t + 3)$, где a — ускорение, м/с^2, t — время, с. Амплитуда колебания точки равна …

А. –4 м. **Б.** 8 м. **В.** –8 м. **Г.** 4 м.

10. Сколько корней на промежутке $[0; \pi]$ имеет уравнение $\sqrt{\cos x}\left(\sin x - \frac{1}{2}\right) = 0$?

А. Ни одного. **Б.** Один. **В.** Два. **Г.** Три.

11. Решите неравенство $\sqrt{x^2 - 1}\left(0{,}2^{x-3} - 5\right) \geq 0$.

А. $(-\infty; -1] \cup [1; 2]$. **Б.** $(-\infty; -1)$. **В.** $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$. **Г.** $[1; 2]$.

12. Сколько решений имеет система $\begin{cases} \sqrt{x+2} + \sqrt{y-2} = 0, \\ x + 2y = 2? \end{cases}$

А. Ни одного. **Б.** Одно. **В.** Два. **Г.** Три.

13. Укажите все значения a, при которых уравнение $\frac{1}{x} - ax + 1 = 0$ не имеет корней.

А. $\left(-\frac{1}{4}; +\infty\right)$. **Б.** $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$. **В.** $\left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$. **Г.** $\left(-\infty; -\frac{1}{4}\right)$.

14. Если в равнобедренном прямоугольном треугольнике гипотенуза лежит в плоскости α, а катет наклонен к этой плоскости под углом 30^0, то угол между плоскостью треугольника и плоскостью α равен …

А. 30^0. **Б.** 45^0. **В.** 60^0. **Г.** 120^0.

15. Через середины ребер SA и SC параллельно ребру SB пирамиды $SABCD$ проведена плоскость. Полученное сечение есть …

А. квадрат. **Б.** пятиугольник. **В.** прямоугольник. **Г.** параллелограмм.

16. Если ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно 3, то объем пирамиды с основанием A_1B_1CD с вершиной A равен …

А. 9. **Б.** 12. **В.** 36. **Г.** $3\sqrt{6}$.

17. В пространстве дан треугольник ABC. Совокупность всех точек M таких, что объем пирамид $MABC$ больше 1, представляет собой …

А. сферу. **Б.** полупространство. **В.** пространство с удаленным шаром.

Г. фигуру, отличную от приведенных.

18. Боковая грань BCC_1B_1 наклонной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольником. Высота призмы, проведенная из точки A_1 пересекает прямую, содержащую …

А. медиану к стороне BC. **Б.** высоту основания, проведенную из точки A.

В. биссектрису угла A. **Г.** серединный перпендикуляр к BC.

19. Площадь полной поверхности пирамиды равна S. Все боковые грани ее наклонены к плоскости основания под углом 45^0. Площадь основания пирамиды равна …

А. $\frac{S}{3}$. **Б.** $\frac{S}{\sqrt{5}}$. **В.** $\frac{S}{1+\sqrt{2}}$. **Г.** $\frac{S}{2\sqrt{2}}$.

20. Диагонали осевого сечения усеченного конуса взаимно перпендикулярны и делятся точкой пересечения в отношении 1:2. Площадь большего основания конуса равна 4. Площадь боковой поверхности конуса равна …

А. $3\sqrt{10}$ **Б.** $3\sqrt{5}$ **В.** $2\pi\sqrt{10}$. **Г.** $\frac{3}{2}\pi\sqrt{10}$.

Дополнительное задание

Повышенный уровень

1. Сравните выражения $x=\sqrt{a}+\sqrt{b}$ и $y=\sqrt{\frac{a^2}{b}}+\sqrt{\frac{b^2}{a}}$ при $a > 0$, $b > 0$, $a \neq b$.

А. $x = y$. **Б.** $x > y$. **В.** $x < y$. **Г.** Сравнить нельзя.

2. Укажите все значения a, при которых имеет место равенство $3^{\log_3(a+3)}+\sqrt{a^2-6a+9}=6$.

А. $(-3; +\infty)$. **Б.** $(-3; 3]$. **В.** $[-3; 3]$. **Г.** $(-\infty; +\infty)$.

3. Чему равна сумма выражений $\sqrt{x^3-1}$ и $\sqrt{x^3-7}$, если их разность равна 1?

А. 6. **Б.** 3. **В.** $\sqrt{7}-\sqrt{1}$. **Г.** –6.

4. Укажите множество значений функции $y=\frac{2-|x|}{1+|x|}$.

А. $(-\infty; +\infty)$. **Б.** $[-1; +\infty)$. **В.** $(-1; 2]$. **Г.** $[0; 2]$.

5. Если областью определения функции $y = f(x)$ является промежуток $[-1; 1]$, то областью определения функции $y = 2f(2x + 3) + 1$ будет промежуток …

А. $[-1; 1]$. **Б.** $[-2; -1]$. **В.** $[-2; 0]$. **Г.** $[-3; -1]$.

6. Укажите критические точки функции $y = x - \sin^2 x$, удовлетворяющие условию $tgx < 0$.

А. $\frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in \boldsymbol{Z}$. **Б.** $\frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in \boldsymbol{Z}$. **В.** $\frac{\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in \boldsymbol{Z}$.

Г. Таких точек не существует

7. Укажите все значения a, при которых уравнение $tg^2 x - 2tgx + 0{,}2^a = 0$ имеет решение.

А. $a \le 0$. **Б.** $a \ge 0$. **В.** $a > 0$. **Г.** $a \in \boldsymbol{R}$.

8. Найдите наибольшее отрицательное значение α, удовлетворяющее соотношению $2\sin\alpha = a + \frac{1}{a}$ при некоторых значениях $a > 0$.

А. $-\frac{\pi}{2}$. **Б.** $-\pi$. **В.** $-\frac{3\pi}{2}$. **Г.** -2π

9. Решите неравенство $\log_{\log_2 x} 0{,}1 \ge 0$.

А. $(1; 2]$. **Б.** $[2; +\infty)$. **В.** $(1; 2)$. **Г.** $(0; +\infty)$.

10. Сколько решений имеет система $\begin{cases} \left(\sqrt{2}x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right) = \dfrac{3}{\sqrt{2}x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}}, \\ x + y = -4? \end{cases}$

А. Бесконечно много. **Б.** Одно. **В.** Два. **Г.** Ни одного.

11. Рабочий день сократился на 4%, а выпуск изделий вырос на 20%. На сколько процентов повысилась производительность труда?

А. На 25%. **Б.** На 24%. **В.** На 16%. **Г.** На 20%.

12. В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный треугольник с тупым углом α при вершине A. Плоскость, проходящая через ребро BC и пересекающая призму по прямоугольному треугольнику наклонена к плоскости основания под углом φ таким, что $\cos\varphi$ равен …

А. $\sin\frac{\alpha}{2}$. **Б.** $\cos\frac{\alpha}{2}$. **В.** $ctg\frac{\alpha}{2}$. **Г.** Величине, отличной от приведенных.

13. Даны две одноименные правильные пирамиды. У первой сторона основания a, а высота b, у второй сторона основания b, а высота a, $a < b$. У какой из пирамид объем больше?

А. У первой. **Б.** У второй. **В.** Объемы одинаковы. **Г.** Определить нельзя.

14. Два равных конуса с боковой поверхностью S имеют общую высоту и параллельные основания. Боковая поверхность их общей части равна…

А. $\frac{1}{4}S$. **Б.** $\frac{1}{2}S$. **В.** $\frac{1}{3}S$. **Г.** $\frac{3}{4}S$.

15. Около шара с объемом $\frac{32}{3}\pi$ см^3 описан многогранник с объемом 60 см^3. Площадь поверхности многогранника равна …

А. 30 см^2. **Б.** 90 см^2. **В.** $\frac{800}{3}$ см^2. **Г.** 100 см^2.

Углубленный уровень

1. Укажите сумму первых 20 цифр после запятой в десятичной записи числа $\left(5-\sqrt{26}\right)^{20}$.

А. 10. **Б.** 20. **В.** 1. **Г.** 0.

2. Сравните выражения $a = \sin(\cos\alpha)$ и $b = \cos(\sin\alpha)$.

А. $a = b$. **Б.** $a < b$. **В.** $a > b$.

Г. При разных α имеют место различные соотношения между a и b

3. Укажите все значения a при которых существует хотя бы одна точка максимума функции $f(x) = x^3 + 3x^2 + |a|x - 5$.

А. $(-3; 3)$. **Б.** $[-3; 3]$. **В.** $(-\infty; 3]$. **Г.** $(3; +\infty)$.

4. Наименьший положительный период функции $y = f(x)$ равен 3. Укажите сумму всех натуральных значений k, при которых значения функций $y = f(x)$ и $y = f\left(x + \frac{24}{k}\right)$ совпадают при всех x.

А. 8. **Б.** 7. **В.** 15. **Г.** 0.

5. Укажите наименьшее значение функции $y = \max(|\log_3 x|,\ 4 - x)$, где

$$\max(a, b) = \begin{cases} a, \text{ если } a \geq b, \\ b, \text{ если } a \leq b. \end{cases}$$

А. 0. **Б.** 1. **В.** 3. **Г.** Наименьшего значения нет.

6. Сколько решений уравнения $\sin\pi(|x| + |y|) = 0$ принадлежит кругу $x^2 + y^2 \leq \frac{1}{2}$?

А. Ни одного. **Б.** Четыре. **В.** Пять. **Г.** Бесконечно много.

7. Если действительные числа a и b имеют одинаковые знаки, то выражение

$\left|2 - \frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right| + \left|\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2\right|$ равно …

А. $2\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)$. **Б.** 4. **В.** $2\left|\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right|$. **Г.** $2\left|\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right|$.

8. Наибольшее значение отношения трехзначного числа к числу равному сумме его цифр равно …

А. 110. **Б.** 74. **В.** 55. **Г.** 100.

9. Треугольная пирамида вписана в шар. Все грани пирамиды продолжены. На сколько частей разделится этими плоскостями поверхность шара?

А. На 10. **Б.** На 15. **В.** На 11. **Г.** На 4.

10. В треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ на ребрах B_1B и C_1C взяты соответственно точки M и N, делящие эти ребра в отношении 1:3 (считая от точек B_1 и C_1). Через точки A_1, M, N проведена плоскость, отсекающая четырехугольную пирамиду объема V. Объем оставшейся части призмы равен …

А. 3,5V. **Б.** 4V. **В.** 3V. **Г.** 5V.

Рекомендовано к изданию Ученым советом
факультета математики и информационных технологий
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»
(протокол № 5 от 21 января 2021 г.)

Афанасьева Ольга Николаевна

Бродский Яков Соломонович

Павлов Александр Леонидович

Слипенко Анатолий Константинович

ПОВТОРИМ МАТЕМАТИКУ

Тесты для самостоятельной работы и контроля знаний обучающихся 11 классов и абитуриентов

Пособие для дополнительного изучения математики обучающимися 11 классов и абитуриентами

Учебное пособие