

ISSN 2415-7058

Вестник Донецкого национального университета



НАУЧНЫЙ
ЖУРНАЛ
*Основан
в 1997 году*

Серия А
**Естественные
науки**

1/2023

Редакционная коллегия журнала «Вестник Донецкого национального университета. Серия А: Естественные науки»

Главный редактор – д-р физ.-мат. наук, проф. **С.В. Беспалова**.

Зам. главного редактора – д-р биол. наук, проф. **О.С. Горецкий**.

Ответственный секретарь – канд. физ.-мат. наук **М.В. Фоменко**.

Члены редколлегии: д-р хим. наук, проф. **А.С. Алемасова**; д-р хим. наук, доц. **Н.И. Белая**; канд. хим. наук, доц. **А.В. Белый**; доктор философии, профессор **С.В. Белый** (Тройский университет, США); д-р физ.-мат. наук, проф. **Вал.В. Волчков**; д-р физ.-мат. наук, проф. **Вит.В. Волчков**; д-р биол. наук, проф. **А.З. Глухов**; д-р физ.-мат. наук, проф. **А.С. Гольцев**; д-р физ.-мат. наук, проф. **Г.В. Горр**; д-р техн. наук, проф. **В.В. Данилов**; д-р физ.-мат. наук, проф., акад. НАН Беларуси **С.А. Жданок** (Беларусь); д-р физ.-мат. наук, доц. **А.В. Зыза**; д-р физ.-мат. наук, проф. **С.А. Калоеров**; д-р физ.-мат. наук, доц. **С.А. Мельник**; д-р физ.-мат. наук, проф. **А.Г. Милославский**; д-р хим. наук, проф. **В.М. Михальчук**; д-р физ.-мат. наук, доц. **И.А. Моисеенко**; канд. биол. наук, доц. **А.И. Сафонов**; д-р биол. наук, проф. **В.И. Соболев** (Крымский федеральный университет, РФ); д-р техн. наук, проф. **В.И. Сторожев**; д-р физ.-мат. наук, д-р техн. наук, проф. **В.К. Толстых**; д-р хим. наук, проф. **Т.Г. Тюрина**.

The Editorial Board of the journal “Bulletin of Donetsk National University. Series A: Natural Sciences”

The Editor-in-Chief – Dr. of phys. and math., prof. **S.V. Bespalova**.

The Deputy of the Editor-in-Chief – Dr. of biol., prof. **O.S. Goretskii**.

Executive Secretary – Cand. of phys. and math. **M.V. Fomenko**.

The Members of the Editorial Board: Dr. of chem., prof. **A.S. Alemasova**; Dr. of chem., docent **N.I. Belaya**; Cand. of chem., docent **A.V. Belyj**; Dr. of philosophy, prof. **S.V. Belyi** (Troy University, USA); Dr. of phys. and math., prof. **Val.V. Volchkov**; Dr. of phys. and math., prof. **Vit.V. Volchkov**; Dr. of biol., prof. **A.Z. Glukhov**; Dr. of phys. and math., prof. **A.S. Goltsev**; Dr. of phys. and math., prof. **G.V. Gorr**; Dr. of tech., prof. **V.V. Danilov**; Dr. of phys. and math., prof. **S.A. Zhdanok** (Belarus); Dr. of phys. and math., docent **A.V. Zyza**; Dr. of phys. and math., prof. **S.A. Kaloerov**; Dr. of phys. and math., docent **S.A. Melnik**; Dr. of phys. and math., prof. **A.G. Miloslavsky**; Dr. of chem., prof. **V.M. Mikhali'chuk**; Dr. of phys. and math., docent **I.A. Moiseyenko**; Cand. of biol., docent **A.I. Safonov**; Dr. of biol., prof. **V.I. Sobolev** (Crimean Federal University, Russian Federation); Dr. of tech., prof. **V.I. Storozhev**; Dr. of phys. and math., Dr. of tech., prof. **V.K. Tolstykh**; Dr. of chem., prof. **T.G. Tyurina**.

Адрес редакции: ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»
ул. Университетская, 24, г. Донецк, ДНР, РФ.

Тел: +7 (856) 302-92-56, 302-09-92.

E-mail: vestnikdonnu_a@mail.ru **URL:** <http://donnu.ru/vestnikA>

Научный журнал «Вестник Донецкого национального университета. Серия А: Естественные науки» включен в **Перечень** рецензируемых научных изданий, в которых могут быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней кандидата и доктора наук (приказы МОН ДНР № 1134 от 01.11.2016 г. и № 1468 от 26.12.2017 г.) по следующим группам научных специальностей: 01.01.00 – Математика; 01.02.00 – Механика; 01.04.00 – Физика; 02.00.00 – Химические науки; 03.02.00 – Общая биология.

Журнал включен в перечень **РИНЦ** (Лицензионный договор № 378-06/2016 от 24.06.2016 г.). Информация о статьях отражается в Реферативном журнале и Базах данных **ВИНИТИ РАН** (договор о сотрудничестве от 11.04.2011 г.).

*Издается по решению Ученого совета ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»
Протокол № 2 от 31.03.2023 г.*

© ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», 2023

Вестник Донецкого национального университета

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

ОСНОВАН В 1997 ГОДУ

Серия А. Естественные науки

№ 1

Донецк 2023

СОДЕРЖАНИЕ

Механика

- Бондаренко Н.С., Гольцев А.С.* Влияние теплопроницаемости разреза на коэффициенты интенсивности напряжений при термоупругом изгибе пластин в условиях одностороннего теплообмена 3
- Глущенко А.В., Дубяго Л.В., Сторожев С.В., Шалдырван В.А.* Окружные нормальные изгибные волны в кольцевой пластине с двумя разнородными концентрическими составляющими 12
- Калоеров С.А., Глушанков Е.С., Мироненко А.Б.* Исследование напряженного состояния изотропной полуплоскости с отверстиями и трещинами обобщенным методом наименьших квадратов 21
- Калоеров С.А., Мироненко А.Б., Глушанков Е.С.* Решение задачи о напряженном состоянии многосвязной изотропной пластинки обобщенным методом наименьших квадратов 32

Физика

- Абрамова О.П.* Влияние различных кубитных состояний отдельных фрактальных структур на комплексное поле деформации связанной структуры 45
- Абрамов В.С.* Тетранейтронный резонанс и релятивистские джеты в кварк-глюонной модели 58

Химические науки

- Крюк Т.В., Тюрина Т.Г., Кудрявцева Т.А.* Лекарственная форма пролонгированного действия на основе картофельного крахмала и сульфаниламида 70
- Хилько С.Л., Котенко А.А.* Влияние добавок электролитов на поверхностные характеристики дикатионного ПАВ на границе раздела водный раствор воздух 77
- Хилько С.Л., Шелест В.С., Макарова Р.А., Семенова Р.Г.* Влияние природы аминирующих реагентов на свойства солей аминокислот 83

Биологические науки

- Демьяненко Т.В., Витязь Е.М.* Перспективы создания электронного гербария в Донецком государственном университете 91
- Сафонов А.И., Гермонова Е.А.* Оценка геосистем Донбасса: фитоиндикация тератогенности и картографический анализ 98
- Фрунзе О.В.* Сорбционная способность некоторых видов декоративных травянистых растений в условиях контролируемого загрязнения почвы ионами кадмия 105

CONTENTS

Mechanics

- Bondarenko N.S., Goltsev A.S.* Influence of the heat permeability of the cut on the stress intensity factors at thermoelastic bending of plates under conditions of one-sided heat exchange 3
- Glushchenko A.V., Dubyago L.V., Storozhev S.V., Shaldyryan V.A.* Circumferential normal bending waves in an annular plate with two heterogeneous concentric components 12
- Kaloerov S.A., Glushankov E.S., Mironenko A.B.* Investigation of the stress state of isotropic half-plane with holes and cracks using the generalized least squares method 21
- Kaloerov S.A., Mironenko A.B., Glushankov E.S.* Solving the problem on the stress state of a multiply connected isotropic plate with the generalized least squares 32

Physics

- Abramova O.P.* Influence of different qubit states of separate fractal structures on the complex deformation field of a coupled structure 45
- Abramov V.S.* Tetraneutron resonance and relativistic jets in the quark-gluon model 58

Chemical sciences

- Kryuk T.V., Tyurina T.G., Kudryavtseva T.A.* A prolonged-action medicinal form based on potato starch and sulfanilamide 70
- Khilko S.L., Kotenko A.A.* The effect of electrolyte additives on the surface characteristics of the dicationic surfactant at the interface water solution air 77
- Khilko S.L., Shelest V.S., Makarova R.A., Semenova R.G.* Influence of the nature of aminating reagents on the properties of amino humic acids salts 83

Biological sciences

- Demyanenko T.V., Vityaz E.M.* Prospects for the creation of an electronic herbarium at donetsk state university 91
- Safonov A.I., Germonova E.A.* Assessment of Donbass geosystems: phytoindication of teratogenicity and cartographic analysis 98
- Frunze O.V.* Sorption capacity of some types of ornamental herbaceous plants in conditions of controlled soil contamination with cadmium ions 105

М Е Х А Н И К А

УДК 539.3

ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОПРОНИЦАЕМОСТИ РАЗРЕЗА НА КОЭФФИЦИЕНТЫ ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ТЕРМОУПРУГОМ ИЗГИБЕ ПЛАСТИН В УСЛОВИЯХ ОДНОСТОРОННЕГО ТЕПЛООБМЕНА

© 2023. *Н.С. Бондаренко, А.С. Гольцев*

Решена задача термоупругого изгиба для изотропной пластины с теплопроницаемым разрезом в случае одностороннего теплообмена с внешней средой. Использована обобщённая теория пластин и оболочек в варианте $\{1, 0\}$ -аппроксимации. Исследовано влияние длины разреза и его параметра теплопроницаемости на коэффициенты интенсивности температурных напряжений для поперечного и продольного сдвига при действии градиента температурного момента. Сделаны обобщающие выводы.

Ключевые слова: $\{1,0\}$ -аппроксимация; полиномы Лежандра; изотропная пластина; теплопроницаемый разрез; специальная G-функция; коэффициенты интенсивности напряжений.

Введение. В настоящее время значительно усилены требования к надёжности и длительности безаварийной эксплуатации конструкций. При проектировании конструкции необходимо провести всесторонний анализ прочности и надёжности её составляющих, основываясь на расчётах напряжённо-деформированного состояния. В ряде случаев необходимо учитывать наличие концентраторов напряжений в элементах конструкций, например, действие тепловых воздействий.

Поэтому выявление причин и механизмов разрушения конструкций является актуальной и практически значимой задачей. В рамках механики разрушения изучается состояние тел с трещинами, при этом в качестве критической величины используется коэффициент интенсивности напряжений (КИН). Решением задач механики разрушения занимаются и в настоящее время, о чём свидетельствуют публикации, перечисленные ниже.

В статье Н. Нуи и др. [1] предлагается расширение модели КИН на длинные трещины полуэллиптической формы с учётом обобщения Мураками, ограниченного короткими трещинами. Методика позволяет с приемлемой эффективностью рассчитать КИН путём использования новой поверхности, возникшей в результате распространения трещины. А. М. Покровский, М. П. Егранов [2] получили выражения для эффективного КИН, в которые кроме КИН входит отношение T -напряжений к пределу прочности. С помощью этих уравнений можно определить наиболее опасную точку фронта трещины. В работе А. В. Савиковского, А. С. Семёнова, М. Л. Качанова [3] рассмотрено взаимодействие одиночной прямолинейной трещины со свободной границей анизотропной упругой пластины конечных размеров; показано, что при приближении вершины трещины к границе пластины возрастает влияние упругой анизотропии материала на значения КИН. В публикации В. М. Тихомирова [4] разработаны алгоритмы определения КИН на основе результатов анализа асимптотических решений задач о деформировании однородного тела с разрезом и пластины с трещиной, расположенной на границе раздела двух сред. Предложенные алгоритмы применены для расчёта КИН с использованием результатов численного решения задач о нагружении различных плоских и пространственных однородных тел с

трещинами, а также пластины с трещиной, расположенной на границе раздела двух упругих сред.

Тенденции развития конструкций в современной промышленности и технике характеризуются снижением металлоёмкости за счёт применения новых композиционных материалов. Необходимость проведения прочностных расчётов таких конструкций обуславливает появление и развитие обобщённых теорий пластин и оболочек, позволяющих в отличие классической теории Г. Кирхгофа – О. Э. Х. Лява учесть явления, связанные с поперечными сдвигами и обжатием.

Целью настоящей работы является выявление влияния длины и параметра теплопроницаемости разреза на КИН для поперечного и продольного сдвига в изотропной пластине при действии градиента температурного момента.

Постановка задачи. Рассмотрим изотропную пластину толщины $2h$, содержащую теплопроницаемый разрез L . На лицевых поверхностях пластины осуществляется конвективный теплообмен, являющийся верхним односторонним, по закону И. Ньютона с внешней средой нулевой температуры.

Отнесём пластину к прямоугольной декартовой системе безразмерных координат x_1, x_2, x_3 , определённой с точностью до полутолщины пластины h . При этом x_1, x_2 – координаты точки в срединной плоскости пластины, а x_3 – координата в поперечном направлении.

Решение поставленной задачи осуществляется на базе обобщённой теории в варианте $\{1,0\}$ -аппроксимации, основанной на методе И. Н. Векуа разложения заданных и искомых функций в ряды Ж. Фурье по полиномам А. М. Лежандра от толщинной координаты x_3 [5].

В рамках данного приближения температура имеет представление [6]:

$$T = T_0 P_0 + T_1 P_1, \quad (1)$$

где $P_k = P_k(x_3)$ – полиномы А. М. Лежандра; T_0 – средняя температура; T_1 – температурный момент.

Компоненты вектора перемещений имеют вид [5]:

$$u_1 = u P_0 + \gamma_1 P_1; \quad u_2 = v P_0 + \gamma_2 P_1; \quad u_3 = w_0 P_0,$$

где коэффициенты разложения в ряды Ж. Фурье по полиномам А. М. Лежандра представляют собой обобщённые перемещения: u, v – аналоги перемещений точек срединной поверхности; w_0 – аналог прогиба; γ_1, γ_2 – аналоги углов поворота нормали.

Для компонент тензора напряжений имеют место такие представления [5]

$$\begin{aligned} \sigma_j &= \frac{1}{2} N_j P_0 + \frac{3}{2} M_j P_1 \quad (j=1, 2); \quad \tau_{12} = \frac{1}{2} S P_0 + \frac{3}{2} H P_1; \\ \tau_{j3} &= \frac{1}{2} Q_{j0} (P_0 - P_2) \quad (j=1, 2); \quad \sigma_3 = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где N_1, N_2, S – аналоги мембранных усилий; M_1, M_2 – аналоги изгибающих моментов; H – аналог крутящего момента; Q_{10}, Q_{20} – аналоги перерезывающих сил.

Разрешающая система дифференциальных уравнений обобщённой теории в варианте $\{1,0\}$ -аппроксимации включает в себя [5, 6]:

– приближение порядка $N=1$ трёхмерного уравнения теплопроводности, записанное для случая верхнего одностороннего теплообмена с внешней средой ($Bi^+ = Bi$; $Bi^- = 0$; $Bi^\pm$ – критерий Ж.-Б. Био на лицевых поверхностях $x_3 = \pm 1$):

$$\Delta T_0 - \frac{2Bi}{Bi+4}T_0 - \frac{5Bi}{3(Bi+4)}T_1 = 0; \quad \Delta T_1 - \frac{5Bi}{Bi+4}T_0 - \frac{10(2Bi+3)}{3(Bi+4)}T_1 = 0, \quad (3)$$

где

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2};$$

– уравнения Д. Дюамеля-Ф. Неймана в перемещениях

$$\begin{aligned} N_1 &= B_0 \{u_{,1} + v v_{,2} - \alpha(1+v)T_0\}; \quad N_2 = B_0 \{v_{,2} + v u_{,1} - \alpha(1+v)T_0\}; \\ S &= \frac{1-v}{2} B_0 (u_{,2} + v_{,1}); \quad M_1 = D_0 \{\gamma_{1,1} + v \gamma_{2,2} - \alpha(1+v)T_1\}; \\ M_2 &= D_0 \{\gamma_{2,2} + v \gamma_{1,1} - \alpha(1+v)T_1\}; \quad H = \frac{1-v}{2} D_0 (\gamma_{1,2} + \gamma_{2,1}); \\ Q_{i0} &= \Lambda_0 (\gamma_i + w_{0,i}) \quad (i=1, 2), \end{aligned} \quad (4)$$

где v – коэффициент С. Д. Пуассона; α – температурный коэффициент линейного расширения;

$$B_0 = 3D_0 = \frac{2}{1-v^2}; \quad \Lambda_0 = \frac{5}{6(1+v)};$$

– уравнения равновесия

$$\begin{aligned} N_{1,1} + S_{,2} &= 0; \quad S_{,1} + N_{2,2} = 0; \quad M_{1,1} + H_{,2} - Q_{10} = 0; \\ H_{,1} + M_{2,2} - Q_{20} &= 0; \quad Q_{10,1} + Q_{20,2} = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Мембранные усилия и перерезывающие силы в (4), (5) определены с точностью до значения Eh (E – модуль Т. Юнга), а изгибающие и крутящий моменты – с точностью до Eh^2 .

Компоненты термоупругого состояния в пластине G^* с разрезом представим в виде суммы компонент основного термоупругого состояния G^o (термоупругого состояния в сплошной пластине, которое будем считать известным) и компонент возмущённого термоупругого состояния G , вызванного наличием разреза.

Рассмотрим граничные условия для компонент возмущённого термоупругого состояния G на линии разреза L . При этом верхним индексом « o » в формулах обозначены компоненты основного термоупругого состояния:

– для компонент разложения температуры (1) граничные условия соответствуют случаю теплопонищаемого разреза [7]:

$$\left. \frac{\partial T_k}{\partial n} \right|_L - \beta_n [T_k] = - \left. \frac{\partial T_k^o}{\partial n} \right|_L \quad (k=0, 1), \quad (6)$$

где $[G] = G^+ - G^-$ – скачки компонент возмущённого термоупругого состояния G при переходе через линию разреза L , причём G^+ и G^- – граничные значения функции G в соответствии с выбранным направлением нормали $\vec{n} = (n_1, n_2)$;

$$\beta_n = \frac{\lambda^*}{\delta^*}; \quad \lambda^* = \frac{\lambda_c}{\lambda}; \quad \delta^* = \frac{\delta}{l},$$

β_n – параметр теплопроницаемости разреза, характеризующий его тепловые свойства в поперечном направлении; λ^* – относительная теплопроводность промежуточного слоя; λ_c – теплопроводность материала промежуточного слоя, расположенного между берегами трещины; λ – теплопроводность материала пластины; δ^* – относительное раскрытие разреза, где l – половина длины разреза; δ – раскрытие трещины;

– для коэффициентов разложения компонент тензора напряжений (2) граничные условия соответствуют свободной поверхности берегов разреза. При этом граничные условия записаны в предположении, что компоненты обобщённых усилий и моментов основного термоупругого состояния на линии разреза равны нулю [8]:

$$\begin{aligned} N_n|_L &= -N_n^o|_L; & S_{nt}|_L &= -S_{nt}^o|_L; \\ M_n|_L &= -M_n^o|_L; & H_{nt}|_L &= -H_{nt}^o|_L; & Q_{n0}|_L &= -Q_{n0}^o|_L, \end{aligned} \quad (7)$$

где N_n , S_{nt} – нормальное и касательное усилие; M_n , H_{nt} – изгибающий и крутящий момент; Q_{n0} – перерезывающая сила; $\vec{t}$ – касательная к линии разреза:

$$\begin{aligned} N_n &= n_1^2 N_1 + 2n_1 n_2 S + n_2^2 N_2; & S_{nt} &= n_1 n_2 (N_1 - N_2) + (n_2^2 - n_1^2) S; \\ M_n &= n_1^2 M_1 + 2n_1 n_2 H + n_2^2 M_2; & H_{nt} &= n_1 n_2 (M_1 - M_2) + (n_2^2 - n_1^2) H; & Q_{n0} &= n_1 Q_{10} + n_2 Q_{20}. \end{aligned}$$

При проведении дальнейших преобразований предполагаем, что линия разреза L удалена от внешней границы пластины на значительное расстояние, а компоненты возмущённого термоупругого состояния на внешнем граничном контуре равны нулю.

Методика решения. Решение задачи теплопроводности (3) с граничными условиями (6) можно получить, полагая в результатах статьи [9]

$$N = 1; \quad Bi^+ = Bi; \quad Bi^- = 0.$$

В качестве примера рассмотрим прямолинейный теплопроницаемый разрез длины $2l$, расположенный вдоль оси x_1 симметрично относительно начала координат:

$$L = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : |x_1| \leq l, x_2 = 0\}. \quad (8)$$

Применим к уравнениям термоупругости (4), (5) двумерное интегральное преобразование Ж. Фурье [8], учитывающее разрывный характер искомых функций на линии разреза L . Решая полученную в пространстве трансформант систему линейных алгебраических уравнений, найдём интегральные представления трансформант внутренних силовых факторов, представляющих собой коэффициенты разложения компонент тензора напряжений в ряды Ж. Фурье по полиномам А. М. Лежандра (2).

Применяя к данным трансформантам обратное двумерное интегральное преобразование Ж. Фурье и методику обращения, основанную на свойствах специальной G -функции [8, 10], найдём оригиналы компонент возмущённого термоупругого состояния:

$$P_j^q(x_1, x_2) = -\frac{l}{2\pi} \sum_{k=1}^{\kappa} \int_{-1}^1 K_{jk}^q(x_1 - ls, x_2) \psi_k^q(s) ds, \quad (9)$$

где $P_1^0 = N_1$, $P_2^0 = N_2$, $P_3^0 = S$ – мембранные усилия ($\kappa = 4$); $P_1^1 = M_1$, $P_2^1 = M_2$, $P_3^1 = H$ – изгибающие и крутящий моменты ($\kappa = 7$); $P_4^1 = Q_{10}$, $P_5^1 = Q_{20}$ – перерезывающие силы ($\kappa = 5$); ψ_k^q – искомые функции:

$$\begin{aligned} \psi_1^0 &= \frac{d[u]}{ds}; \quad \psi_2^0 = \frac{d[v]}{ds}; \quad \psi_1^1 = \frac{d[\gamma_1]}{ds}; \quad \psi_2^1 = \frac{d[\gamma_2]}{ds}; \quad \psi_3^1 = \frac{d[w_0]}{ds}; \\ \psi_4^1 &= [\gamma_1]; \quad \psi_5^1 = [\gamma_2]; \quad \psi_3^0 = \psi_6^1 = [T_0]; \quad \psi_4^0 = \psi_7^1 = [T_1]. \end{aligned} \quad (10)$$

Все функции (10) зависят от s – координаты точки на линии разреза L . Четыре последних функции (10) являются решением задачи теплопроводности (3), (6), а остальные функции представляют собой решение задачи термоупругости (4), (5), (7).

Ядра интегральных представлений (9) представляют собой линейные комбинации специальных G -функций, например,

$$K_{23}^0 = -\frac{\alpha}{r} \sin \varphi \cos 2\varphi + \frac{\alpha r}{4} \left\{ \sin \varphi g_{10}^0(r) + \sin 3\varphi g_{21}^0(r) \right\},$$

где (r, φ) – координаты точки в полярной системе координат:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{(x_1 - ls)^2 + x_2^2}; \quad \cos \varphi = \frac{x_1 - ls}{r}; \quad \sin \varphi = \frac{x_2}{r}; \\ g_{n,v}^0(r) &= C_0 G_{n,v}(\rho_0 r) + C_1 G_{n,v}(\rho_1 r); \quad \rho_{0,1}^2 = \frac{1}{3} \frac{13Bi + 15 \mp \sqrt{75Bi^2 + (7Bi + 15)^2}}{Bi + 4}; \end{aligned}$$

C_m – коэффициенты, зависящие от критерия Био Bi ; $G_{n,v}(z)$ – специальная G -функция [10]:

$$\begin{aligned} G_{n,v}(z) &= \left(\frac{z}{2}\right)^{v-n} K_{n+v}(z) - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (-1)^{n+k} \frac{\Gamma(v+k)}{(n-k)!} \left(\frac{z}{2}\right)^{2k} \quad (n > 0, \operatorname{Re} z > 0, \operatorname{Re} v > -1); \\ G_{0,v}(z) &= \left(\frac{z}{2}\right) K_v(z) \quad (\operatorname{Re} z > 0); \end{aligned} \quad (11)$$

$K_v(z)$ – функция Я. Г. Макдональда порядка v ; $\Gamma(v)$ – гамма-функция.

В результате подстановки интегральных представлений компонент возмущённого термоупругого состояния (9) в граничные условия (7) получены две независимые системы сингулярных интегральных уравнений (СИУ) типа А. Л. Коши, описывающие – безмоментное термоупругое состояние

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\psi_j^0(s)}{s-\zeta} ds = F_j^0(\zeta) \quad (j=1, 2; |\zeta| \leq 1); \quad (12)$$

– состояние термоупругого изгиба

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{\psi_j^1(s)}{s-\zeta} ds + \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^3 \int_{-1}^1 E_{jk}^1(\zeta-s) \psi_k^1(s) ds = F_j^1(\zeta) \quad (j=\overline{1, 3}; |\zeta| \leq 1), \quad (13)$$

где разностные ядра зависят от специальной G -функции (11) и её первообразной $IG_{n,v}$, например:

$$E_{22}^1(\zeta-s) = -1,5\Lambda_0 l^2 (\zeta-s) G_{2,0}(\sqrt{2,5}l|\zeta-s|) + \\ + 0,3\Lambda_0 \operatorname{sign}(\zeta-s) \{IG_{2,2}(\sqrt{2,5}l|\zeta-s|) - IG_{0,0}(\sqrt{2,5}l|\zeta-s|)\}.$$

В правых частях систем СИУ (12), (13) находятся суммы интегралов от скачков компонент температуры с разностными ядрами D_{ik}^q , представляющими собой линейные комбинации специальных G -функций, например:

$$F_1^1(\zeta) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=0}^1 \int_{-1}^1 D_{1k}^1(\zeta-s) [T_k] ds.$$

На искомые функции накладываются ограничения, которые следуют из требования непрерывности обобщённых перемещений в вершинах разреза L :

$$\int_{-1}^1 \psi_j^q(s) ds = 0. \quad (14)$$

Системы СИУ (12), (13) с учётом дополнительных ограничений (14) решаются численно методом механических квадратур [11], после чего находятся скачки обобщённых перемещений и углов поворота нормали на линии разреза L , что позволяет определять компоненты возмущённого термоупругого состояния по формулам (9).

Выражения КИН для поперечного (K_{II}) и продольного (K_{III}) сдвига получены путём сравнения коэффициентов в ненулевых компонентах тензора напряжений (2) с известными асимптотическими представлениями напряжений при особенности $r^{-1/2}$ в окрестностях концов разреза [11]. При этом K_{II} достигает максимального по модулю значения на одной из лицевых поверхностей пластины ($x_3 = 1$ или $x_3 = -1$), а K_{III} – в срединной плоскости пластины ($x_3 = 0$), причём:

$$K_{II}^{\max} = 0,25\sqrt{\pi l h E} \lim_{s \rightarrow 1} \left\{ \sum_{q=0}^1 |\psi_1^q(s)| \sqrt{1-s^2} \right\}; \\ K_{III}^{\max} = 0,375\sqrt{\pi l h E \Lambda_0} \lim_{s \rightarrow 1} \left\{ |\psi_3^1(s)| \sqrt{1-s^2} \right\}. \quad (15)$$

Анализ результатов численных исследований. Численные исследования посвящены оценке влияния параметра теплопроницаемости разреза (β_n) на

коэффициенты интенсивности температурных напряжений для поперечного и продольного сдвига (15) в зависимости от полудлины разреза (l).

Расчёты проведены для случая одностороннего теплообмена слабой интенсивности ($Bi^+ = 0,01$; $Bi^- = 0$) при значении коэффициента С. Д. Пуассона $\nu = 0,3$. Предполагалось, что основное температурное поле в пластине изменяется по линейному закону. Тогда внутренние силовые факторы основного термоупругого состояния не возникают [12]. Поэтому оценивалась только составляющая коэффициентов интенсивности, обусловленная возмущённым температурным полем, вызванным наличием разреза.

На линии разреза ($|x_1| \leq l$) предполагалось наличие лишь градиента температурного момента:

$$\left. \frac{\partial T_0^o}{\partial x_2} \right|_{x_2=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial T_1^o}{\partial x_2} \right|_{x_2=0} = q_1 = \text{const} \neq 0.$$

Результаты численных исследований представлены на рис. 1 и рис. 2 в виде графиков зависимостей максимальных относительных значений коэффициентов интенсивности температурных напряжений от полудлины разреза l при различных значениях параметра теплопроницаемости разреза β_n .

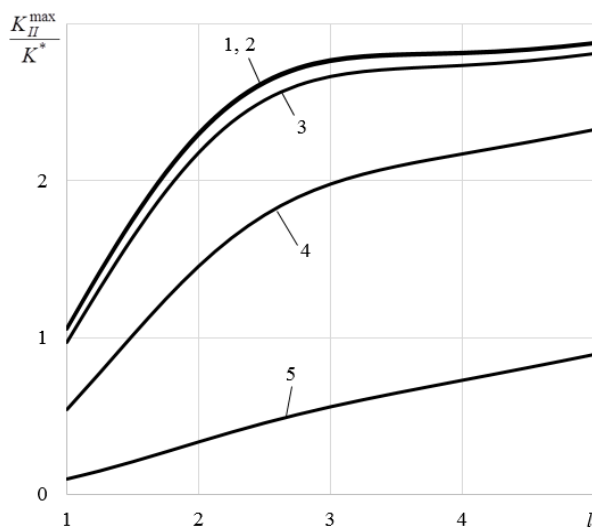


Рис. 1

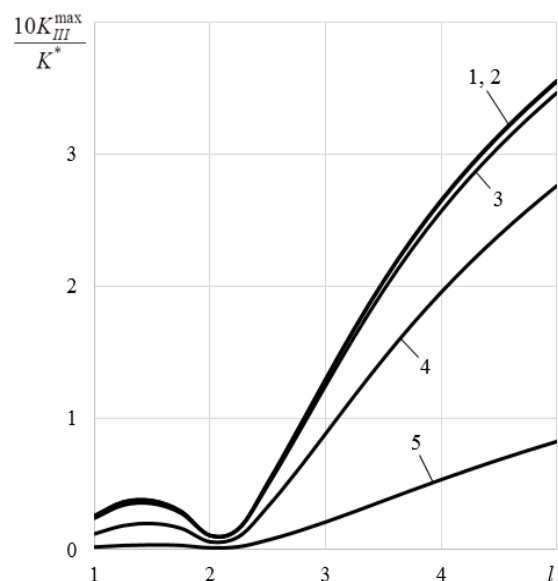


Рис. 2

На рис. 1 представлены графики максимальных значений коэффициентов интенсивности температурных напряжений для поперечного сдвига $K_{II}^{\max}$, а на рис. 2 — для продольного сдвига $K_{III}^{\max}$. Значения коэффициентов интенсивности даны в отношении к величине $K^* = \alpha q_1 E \sqrt{lh} / 4$, которая соответствует значению коэффициента интенсивности в пластине без теплообмена при действии однородного потока тепла интенсивности q_1 перпендикулярно линии разреза [11]. Кривые 1 – 5 на рис. 1 и рис. 2 отвечают следующим значениям параметра теплопроницаемости разреза β_n : 0 (теплоизолированный разрез); 0,01; 0,1; 1; 10 соответственно.

Из графиков на рис. 1, 2 следует, что с увеличением длины разреза значения коэффициентов интенсивности температурных напряжений как для поперечного, так и для продольного сдвига увеличиваются.

Графики коэффициентов интенсивности температурных напряжений для продольного сдвига $K_{III}^{\max}$, показанные на рис. 2, в случае малых значений параметра теплопроницаемости разреза, имеют заметное снижение своих значений при полудлине $l = 2$. Такое поведение коэффициентов интенсивности подобно случаю симметричного теплообмена с внешней средой при аналогичной нагрузке [13]. Однако в данном случае это уменьшение значений коэффициентов интенсивности не является столь резким, как в случае симметричного теплообмена.

Из графиков также следует, что с увеличением параметра теплопроницаемости разреза β_n происходит уменьшение значений максимальных относительных значений коэффициентов интенсивности температурных напряжений как для поперечного, так и продольного сдвига. Такой характер поведения коэффициентов интенсивности соответствует общим представлениям механики разрушения, поскольку скачки температуры на линии разреза в данном случае уменьшаются.

Необходимо также отметить, что коэффициенты интенсивности температурных напряжений для продольного сдвига на порядок меньше коэффициентов интенсивности температурных напряжений для поперечного сдвига. Поэтому основным параметром с позиции механики разрушения будет коэффициент интенсивности температурных напряжений поперечного сдвига $K_{II}^{\max}$.

Выводы. При температурных нагрузках на тонкостенные элементы конструкций, которые приводят к изгибу, определяющим является коэффициент интенсивности температурных напряжений для поперечного сдвига. При этом достаточно использовать модель теплоизолированного разреза, поскольку учёт теплофизических свойств трещин не приводит к увеличению температурных коэффициентов интенсивности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Расширенная модель коэффициента интенсивности напряжений для длинных трещин / Н. Нуи, Ф. З. Арзур, Т. Бухаруба и др. // Наука и технологии трубопроводного транспорта нефти и нефтепродуктов. – 2022. – Т. 12, № 2. – С. 160–168.
2. Покровский А. М. Двухпараметрический критерий разрушения для трещины нормального отрыва / А. М. Покровский, М. П. Егранов // Инженерный журнал: наука и инновации. – 2022. – № 7 (127).
3. Савиковский А. В. Влияние анизотропии материала на взаимодействие трещины со свободной границей / А. В. Савиковский, А. С. Семенов, М. Л. Качанов // Прикладная математика и механика. – 2022. – Т. 86, № 4. – С. 584–594.
4. Тихомиров В. М. Численный метод определения коэффициента интенсивности напряжений для тел из однородного и неоднородного материалов с трещиной / В. М. Тихомиров // Прикладная механика и техническая физика. – 2020. – Т. 61, № 1 (359). – С. 152–160.
5. Пелех Б. Л. Слоистые анизотропные пластины и оболочки с концентраторами напряжений / Б. Л. Пелех, В. А. Лазько. – Киев : Наукова думка, 1982. – 296 с.
6. Пелех Б. Л. Контактные задачи теории упругих анизотропных оболочек / Б. Л. Пелех, М. А. Сухорольский. – Киев : Наукова думка, 1980. – 216 с.
7. Кит Г. С. Плоские задачи термоупругости для тел с трещинами / Г. С. Кит, М. Г. Кривцун. – Киев : Наукова думка, 1984. – 280 с.
8. Шевченко В. П. Задачи термоупругости тонких оболочек с разрезами : учебное пособие / В. П. Шевченко, А. С. Гольцев. – Киев : УМК ВО, 1988. – 84 с.
9. Бондаренко Н. С. Исследование температурного поля в изотропной пластине с теплопроницаемым разрезом на базе обобщённой теории / Н. С. Бондаренко // Вісн. Донец. ун-ту. Сер. А. – 2014. – № 2. – С. 41–48.

10. Хижняк В. К. Смешанные задачи теории пластин и оболочек: учебное пособие / В. К. Хижняк, В. П. Шевченко. – Донецк : ДонГУ, 1980. – 128 с.
11. Панасюк В. В. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках / В. В. Панасюк, М. П. Саврук, А. П. Дацышин. – Киев : Наукова думка, 1976. – 444 с.
12. Коваленко А. Д. Основы термоупругости / А. Д. Коваленко. – Киев : Наукова думка, 1970. – 308 с.
13. Бондаренко Н. С. Исследование влияния длины теплопроницаемого разреза при термоупругом изгибе изотропных пластин / Н. С. Бондаренко, А. С. Гольцев // Теоретическая и прикладная механика. – 2022. – № 1 (78). – С. 16–24.

Поступила в редакцию 21.03.2023 г.

INFLUENCE OF THE HEAT PERMEABILITY OF THE CUT ON THE STRESS INTENSITY FACTORS AT THERMOELASTIC BENDING OF PLATES UNDER CONDITIONS OF ONE-SIDED HEAT EXCHANGE

N.S. Bondarenko, A.S. Goltsev

The problem of thermoelastic bending for an isotropic plate with a heat-permeable cut in the case of one-sided heat exchange with the external environment is solved. The generalized theory of plates and shells in the version of the $\{1, 0\}$ -approximation is used. The influence of the cut length and its heat permeability parameter on the thermal stress intensity factors for transverse and longitudinal shear under the action of a temperature moment gradient is investigated. Generalizing conclusions are made.

Keywords: $\{1,0\}$ -approximation; Legendre polynomials; isotropic plate; heat-permeable cut; special G-function; stress intensity factors.

Бондаренко Наталья Сергеевна

кандидат физико-математических наук, доцент;
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»,
г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: n.bondarenko@donnu.ru

Bondarenko Natalya Sergeevna

Candidate of Phisico-Mathematical Sciences, Docent;
Donetsk National University, Donetsk, DPR, RF.

Гольцев Аркадий Сергеевич

доктор физико-математических наук, профессор;
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»,
г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: a.goltsev@donnu.ru

Goltsev Arkady Sergeevich

Doctor of Phisico-Mathematical Sciences, Professor;
Donetsk National University, Donetsk, DPR, RF.

УДК 539:3:534.1

ОКРУЖНЫЕ НОРМАЛЬНЫЕ ИЗГИБНЫЕ ВОЛНЫ В КОЛЬЦЕВОЙ ПЛАСТИНЕ С ДВУМЯ РАЗНОРОДНЫМИ КОНЦЕНТРИЧЕСКИМИ СОСТАВЛЯЮЩИМИ

© 2023. *А.В. Глущенко, Л.В. Дубяго, С.В. Сторожев, В.А. Шалдырван*

Реализовано построение и исследование дисперсионного уравнения для изгибных нормальных волн вдоль углового окружного направления в составных тонких изотропных пластинах, образуемых двумя состыкованными с идеальным механическим контактом по круговой границе разнородными концентрическими кольцевыми составляющими. Использована прикладная модель динамического изгибного деформирования с заданием на внешних границах рассматриваемых пластин условий жесткого закрепления либо свободного опирания.

Ключевые слова: составные изотропные кольцевые пластины, разнородные концентрические составляющие, прикладная теория динамического изгиба, окружные изгибные волны, дисперсионные уравнения.

Введение. Анализ задач теории распространения волн механических напряжений вдоль криволинейных траекторий в упругих телах-волноводах различного геометрического строения [1, 2] продолжает оставаться крайне актуальным направлением исследований в теории математического моделирования деформационных процессов, как в фундаментальном аспекте получения новых научных знаний, так и в связи с многими современными приложениями. Так, в частности, эти задачи в значительной мере связаны с прочностными расчетами, с разработкой устройств и технологий неразрушающего ультразвукового контроля, а также с проблемами конструкторских расчётов при проектировании компонентов акустоэлектронных устройств [3–6]. Однако, несмотря на важность изучения основных классов моделей распространения упругих волн с криволинейными траекториями [7, 8], в том числе вдоль окружных направлений волноводов кольцевой и тороидальной геометрической формы, данные проблемы изучены в весьма незначительной степени. К числу малоисследованных принадлежат актуальные задачи распространения волн изгибного деформирования по волноводам в виде тонких изотропных и анизотропных пластин, отдельные варианты постановки которых рассматривались в работах [9–13].

В этом контексте, целью настоящей работы является получение и анализ дисперсионных соотношений для изгибных волн деформаций с окружной траекторией распространения в волноводе в виде тонкой составной кольцевой пластины из двух идеально контактирующих концентрических изотропных кольцевых составляющих с различными физико-механическими характеристиками и параметрами ширины при нескольких варьируемых случаях задания краевых условий на внутреннем и внешнем контуре.

1. Система исходных соотношений рассматриваемой математической модели. В рамках прикладной модели динамического изгиба тонких изотропных пластин уравнение для функции прогиба w кольцевой пластины, занимающей в полярных координатах $O r \theta$ область $S = \{R_1 \leq r \leq R_2, 0 \leq \theta < 2\pi\}$, записывается в виде

$$\Delta \Delta w(r, \theta, t) + (\rho h / D)(\partial^2 w(r, \theta, t) / \partial t^2) = 0, \quad (1)$$

где ρ – плотность материала плиты; h – толщина плиты; $D = Eh^3 / (12(1 - \nu^2))$ – параметр цилиндрической жесткости; E – модуль Юнга; ν – коэффициент Пуассона; $\Delta = \partial^2 / \partial r^2 + r^{-1} \partial / \partial r + r^{-2} \partial^2 / \partial \theta^2$ – оператор Лапласа в полярных координатах.

Усредненные характеристики динамического напряженно-деформированного состояния пластины

$$M_{rr}(r, \theta, t), M_{\theta\theta}(r, \theta, t), M_{r\theta}(r, \theta, t), N_r(r, \theta, t), N_\theta(r, \theta, t)$$

на основных площадках полярной координатной системы при неосесимметричном волновом деформировании имеют представления [14]

$$M_{rr}(r, \theta, t) = -D [(\partial^2 / \partial r^2 + \nu r^{-1} \partial / \partial r + \nu r^{-2} \partial^2 / \partial \theta^2) w(r, \theta, t)], \quad (2)$$

$$M_{\theta\theta}(r, \theta, t) = -D [(\nu \partial^2 / \partial r^2 + r^{-1} \partial / \partial r + r^{-2} \partial^2 / \partial \theta^2) w(r, \theta, t)],$$

$$M_{r\theta}(r, \theta, t) = -D(1 - \nu) [(r^{-1} \partial^2 / \partial r \partial \theta - r^{-2} \partial / \partial \theta) w(r, \theta, t)],$$

$$N_r(r, \theta, t) = -D$$

$$[(\partial^3 / \partial r^3 + r^{-1} \partial^2 / \partial r^2 - r^{-2} \partial / \partial r - 2r^{-3} \partial^2 / \partial \theta^2 + r^{-2} \partial^3 / \partial r \partial \theta^2) w(r, \theta, t)],$$

$$N_\theta(r, \theta, t) = -D [(r^{-3} \partial^3 / \partial \theta^3 + r^{-2} \partial^2 / \partial r \partial \theta + r^{-1} \partial^3 / \partial r^2 \partial \theta) w(r, \theta, t)].$$

При использовании прикладной модели динамического изгиба тонких изотропных пластин и модели линейного упругого основания Винклера уравнение для функции прогиба w кольцевой пластины, занимающей в полярных координатах $Or\theta$ область $S = \{R_1 \leq r \leq R_2, 0 \leq \theta < 2\pi\}$, записывается в виде

$$\Delta \Delta w(r, \theta, t) + (\zeta / D) w(r, \theta, t) + (\rho h / D) (\partial^2 w(r, \theta, t) / \partial t^2) = 0, \quad (3)$$

где ζ – коэффициент пастели линейного упругого основания.

Краевые условия в случае жесткого закрепления внутренней и внешней границ пластины могут быть записаны в форме

$$[w(r, \theta, t)]_{r=R_j, \theta \in [0, 2\pi]} = 0, [\partial / \partial r \cdot w(r, \theta, t)]_{r=R_j, \theta \in [0, 2\pi]} = 0 \quad (j = \overline{1, 2}); \quad (4)$$

в случае шарнирного опирания обеих границ пластины

$$[w(r, \theta, t)]_{r=R_j, \theta \in [0, 2\pi]} = 0, \quad (5)$$

$$[(\partial^2 / \partial r^2 + \nu r^{-1} \partial / \partial r + \nu r^{-2} \partial^2 / \partial \theta^2) w(r, \theta, t)]_{r=R_j, \theta \in [0, 2\pi]} = 0 \quad (= \overline{1, 2});$$

в случае жесткого закрепления внутренней и шарнирного опирания внешней границ пластины

$$[w(r, \theta, t)]_{r=R_j, \theta \in [0, 2\pi]} = 0 \quad (j = \overline{1, 2}); \quad (6)$$

$$[\partial / \partial r \cdot w(r, \theta, t)]_{r=R_1, \theta \in [0, 2\pi]} = 0;$$

$$[(\partial^2 / \partial r^2 + \nu r^{-1} \partial / \partial r + \nu r^{-2} \partial^2 / \partial \theta^2) w(r, \theta, t)]_{r=R_2, \theta \in [0, 2\pi]} = 0;$$

в случае жесткого закрепления внешней и шарнирного опирания внутренней границ пластины

$$[w(r, \theta, t)]_{r=R_j, \theta \in [0, 2\pi]} = 0 \quad (j = \overline{1, 2}); \quad (7)$$

$$[(\partial^2 / \partial r^2 + \nu r^{-1} \partial / \partial r + \nu r^{-2} \partial^2 / \partial \theta^2) w(r, \theta, t)]_{r=R_1, \theta \in [0, 2\pi]} = 0.$$

$$[\partial / \partial r \cdot w(r, \theta, t)]_{r=R_2, \theta \in [0, 2\pi]} = 0.$$

На линии контакта

$$r = R_*$$

двух разнородных по физико-механическим свойствам, но имеющих равную толщину h концентрических элементов составной кусочно-однородной кольцевой плиты, граничные условия для функций прогиба $w_j(r, \theta, t)$ ($j = \overline{1, 2}$); в сопрягаемых кольцевых элементах при их идеальном механическом контакте имеют вид

$$[w_1(r, \theta, t)]_{r=R_*, \theta \in [0, 2\pi]} = [w_2(r, \theta, t)]_{r=R_*, \theta \in [0, 2\pi]} \quad (8)$$

$$[\partial / \partial r \cdot w_1(r, \theta, t)]_{r=R_*, \theta \in [0, 2\pi]} = [\partial / \partial r \cdot w_2(r, \theta, t)]_{r=R_*, \theta \in [0, 2\pi]} \quad (9)$$

$$-D_1 [(\partial^2 / \partial r^2 + \nu_1 r^{-1} \partial / \partial r + \nu_1 r^{-2} \partial^2 / \partial \theta^2) w_1(r, \theta, t)]_{r=R_*, \theta \in [0, 2\pi]} = \quad (10)$$

$$= -D_2 [(\partial^2 / \partial r^2 + \nu_2 r^{-1} \partial / \partial r + \nu_2 r^{-2} \partial^2 / \partial \theta^2) w_2(r, \theta, t)]_{r=R_*, \theta \in [0, 2\pi]},$$

$$[-D_1 [(\partial^3 / \partial r^3 + r^{-1} \partial^2 / \partial r^2 - r^{-2} \partial / \partial r - 2r^{-3} \partial^2 / \partial \theta^2 + r^{-2} \partial^3 / \partial r \partial \theta^2) w_1(r, \theta, t)] - \quad (11)$$

$$-D_1 (1 - \nu_1) R_*^{-1} [(r^{-1} \partial^3 / \partial r \partial \theta^2 - r^{-2} \partial^2 / \partial \theta^2) w_1(r, \theta, t)]]_{r=R_*, \theta \in [0, 2\pi]} =$$

$$= [-D_2 [(\partial^3 / \partial r^3 + r^{-1} \partial^2 / \partial r^2 - r^{-2} \partial / \partial r - 2r^{-3} \partial^2 / \partial \theta^2 + r^{-2} \partial^3 / \partial r \partial \theta^2) w_2(r, \theta, t)] -$$

$$-D_2 (1 - \nu_2) R_*^{-1} [(r^{-1} \partial^3 / \partial r \partial \theta^2 - r^{-2} \partial^2 / \partial \theta^2) w_2(r, \theta, t)]]_{r=R_*, \theta \in [0, 2\pi]}$$

В соотношениях (1)–(11) ρ_j – плотности материалов составной плиты; $D_j = E_j h^3 / (12(1 - \nu_j^2))$ – параметры цилиндрической жесткости; E_j – модули Юнга; ν_j – коэффициенты Пуассона.

Для комплексных амплитудных функций изгибных перемещений в исследуемых гармонических волнах с круговой частотой ω и волновым числом k , распространяющихся вдоль окружного углового направления θ в кольцевых элементах рассматриваемой составной пластины, вводятся представления

$$w_j(r, \theta, t) = w_{j0}(r) \exp(-i(\omega t - k\theta)). \quad (12)$$

при подстановке которых в соотношения (2) следует $w_{j0}(r) = w_{1j0}(r) + w_{2j0}(r)$, где

$$(\partial^2 / \partial r^2 + r^{-1} \partial / \partial r - (k/r)^2 + \lambda_j^2)(\partial^2 / \partial r^2 + r^{-1} \partial / \partial r - (k/r)^2 - \lambda_j^2) w_{1j0}(r) = 0, \quad (13)$$

$$(\partial^2 / \partial r^2 + r^{-1} \partial / \partial r - (k/r)^2 + \lambda_j^2)(\partial^2 / \partial r^2 + r^{-1} \partial / \partial r - (k/r)^2 - \lambda_j^2) w_{2j0}(r) = 0;$$

$$\lambda_j = ((\rho_j h \omega^2) / D_j)^{1/4}. \quad (14)$$

Решения уравнений (13) выражаются через специальные цилиндрические функции первого и второго рода [15] с индексами k , отвечающими значениям волновых чисел для исследуемых волн

$$w_{j0}(r) = a_{j1} J_k(\lambda_j r) + a_{j2} Y_k(\lambda_j r) + a_{j3} I_k(\lambda_j r) + a_{j4} K_k(\lambda_j r). \quad (15)$$

Для случая, когда составная пластина расположена на упругом основании,

$$\lambda_j = ((\zeta - \rho_j h \omega^2) / D_j)^{1/4}, \quad (16)$$

а решение (3) сохраняет форму (15). Представления (15) являются основой для получения искомых дисперсионных уравнений относительно параметра волнового числа k для волн с заданной циклической частотой ω в качестве следствия из граничных условий на внутреннем и внешнем краевых контурах, а также на линии контакта составных частей рассматриваемой пластины.

2. Получение основных дисперсионных соотношений. Аналитические преобразования в процессе получения основных дисперсионных соотношений для рассматриваемых вариантов задания граничных условий заключаются в подстановке представлений вида (15) для концентрических кольцевых элементов составной пластины в краевые условия (8)–(11), и в соответствующие оговоренные варианты

условий вида (4)–(7). В процессе подстановки используются модифицированные соотношения теорем дифференцирования в теории цилиндрических бесселевых функций [15]:

$$\partial / \partial r (J_k(\lambda_j r)) = (\lambda_j / 2)(J_{k-1}(\lambda_j r) - J_{k+1}(\lambda_j r)) = \alpha_{1j}(r), \quad (17)$$

$$\partial / \partial r (Y_k(\lambda_j r)) = (\lambda_j / 2)(Y_{k-1}(\lambda_j r) - Y_{k+1}(\lambda_j r)) = \beta_{1j}(r),$$

$$\partial / \partial r (I_k(\lambda_j r)) = (\lambda_j / 2)(I_{k-1}(\lambda_j r) + I_{k+1}(\lambda_j r)) = \eta_{1j}(r),$$

$$\partial / \partial r (K_k(\lambda_j r)) = -(\lambda_j / 2)(K_{k-1}(\lambda_j r) + K_{k+1}(\lambda_j r)) = \varsigma_{1j}(r);$$

$$\partial^2 / \partial r^2 (J_k(\lambda_j r)) = (\lambda_j^2 / 4)(J_{k-2}(\lambda_j r) - 2J_k(\lambda_j r) + J_{k+2}(\lambda_j r)) = \alpha_{2j}(r), \quad (18)$$

$$\partial^2 / \partial r^2 (Y_k(\lambda_j r)) = (\lambda_j^2 / 4)(Y_{k-2}(\lambda_j r) - 2Y_k(\lambda_j r) + Y_{k+2}(\lambda_j r)) = \beta_{2j}(r)$$

$$\partial^2 / \partial r^2 (I_k(\lambda_j r)) = (\lambda_j^2 / 4)(I_{k-2}(\lambda_j r) + 2I_k(\lambda_j r) + I_{k+2}(\lambda_j r)) = \eta_{2j}(r)$$

$$\partial^2 / \partial r^2 (K_k(\lambda_j r)) = (\lambda_j^2 / 4)(K_{k-2}(\lambda_j r) + 2K_k(\lambda_j r) + K_{k+2}(\lambda_j r)) = \varsigma_{2j}(r);$$

$$\partial^3 / \partial r^3 (J_k(\lambda_j r)) = (\lambda_j^3 / 8)(J_{k-3}(\lambda_j r) - 3J_{k-1}(\lambda_j r) + 3J_{k+1}(\lambda_j r) - J_{k+3}(\lambda_j r)) = \alpha_{3j}(r), \quad (19)$$

$$\partial^3 / \partial r^3 (Y_k(\lambda_j r)) = (\lambda_j^3 / 8)(Y_{k-3}(\lambda_j r) - 3Y_{k-1}(\lambda_j r) + 3Y_{k+1}(\lambda_j r) - Y_{k+3}(\lambda_j r)) = \beta_{3j}(r),$$

$$\partial^3 / \partial r^3 (I_k(\lambda_j r)) = (\lambda_j^3 / 8)(I_{k-3}(\lambda_j r) + 3I_{k-1}(\lambda_j r) + 3I_{k+1}(\lambda_j r) + I_{k+3}(\lambda_j r)) = \eta_{3j}(r),$$

$$\partial^3 / \partial r^3 (K_k(\lambda_j r)) = -(\lambda_j^3 / 8)(K_{k-3}(\lambda_j r) + 3K_{k-1}(\lambda_j r) + 3K_{k+1}(\lambda_j r) + K_{k+3}(\lambda_j r)) = \varsigma_{3j}(r).$$

С учетом (17) дисперсионная функция для составной пластины с жестко закрепленными внешним и внутренним граничными контурами может быть представлена в виде

$$F(k, \omega) = \det \left\| \mathcal{G}_{qp}(k, \omega) \right\| \quad (q, p = \overline{1, 8}), \quad (20)$$

где

$$\mathcal{G}_{1p}(k, \omega) = \mathcal{G}_{2p}(k, \omega) = 0 \quad (p = \overline{5, 8}); \quad \mathcal{G}_{7p}(k, \omega) = \mathcal{G}_{8p}(k, \omega) = 0 \quad (p = \overline{1, 4}); \quad (21)$$

$$\mathcal{G}_{11}(k, \omega) = J_k(\lambda_1 R_1), \mathcal{G}_{12}(k, \omega) = Y_k(\lambda_1 R_1), \mathcal{G}_{13}(k, \omega) = I_k(\lambda_1 R_1), \mathcal{G}_{14}(k, \omega) = K_k(\lambda_1 R_1),$$

$$\mathcal{G}_{75}(k, \omega) = J_k(\lambda_2 R_2), \mathcal{G}_{76}(k, \omega) = Y_k(\lambda_2 R_2), \mathcal{G}_{77}(k, \omega) = I_k(\lambda_2 R_2), \mathcal{G}_{78}(k, \omega) = K_k(\lambda_2 R_2),$$

$$\mathcal{G}_{21}(k, \omega) = \alpha_{11}(R_1), \mathcal{G}_{22}(k, \omega) = \beta_{11}(R_1), \mathcal{G}_{23}(k, \omega) = \eta_{11}(R_1), \mathcal{G}_{24}(k, \omega) = \varsigma_{11}(R_1),$$

$$\mathcal{G}_{85}(k, \omega) = \alpha_{12}(R_2), \mathcal{G}_{86}(k, \omega) = \beta_{12}(R_2), \mathcal{G}_{87}(k, \omega) = \eta_{12}(R_2), \mathcal{G}_{88}(k, \omega) = \varsigma_{12}(R_2),$$

$$\mathcal{G}_{31}(k, \omega) = J_k(\lambda_1 R_*), \mathcal{G}_{32}(k, \omega) = Y_k(\lambda_1 R_*), \mathcal{G}_{33}(k, \omega) = I_k(\lambda_1 R_*), \mathcal{G}_{34}(k, \omega) = K_k(\lambda_1 R_*),$$

$$\mathcal{G}_{35}(k, \omega) = -J_k(\lambda_2 R_*), \mathcal{G}_{36}(k, \omega) = -Y_k(\lambda_2 R_*), \mathcal{G}_{37}(k, \omega) = -I_k(\lambda_2 R_*), \mathcal{G}_{38}(k, \omega) = -K_k(\lambda_2 R_*);$$

$$\mathcal{G}_{41}(k, \omega) = \alpha_{11}(R_*), \mathcal{G}_{42}(k, \omega) = \beta_{11}(R_*), \mathcal{G}_{43}(k, \omega) = \eta_{11}(R_*), \mathcal{G}_{44}(k, \omega) = \varsigma_{11}(R_*),$$

$$\mathcal{G}_{45}(k, \omega) = -\alpha_{12}(R_*), \mathcal{G}_{46}(k, \omega) = -\beta_{12}(R_*), \mathcal{G}_{47}(k, \omega) = -\eta_{12}(R_*), \mathcal{G}_{48}(k, \omega) = -\varsigma_{12}(R_*);$$

$$\mathcal{G}_{51}(k, \omega) = -D_1(\alpha_{21}(R_*) + \nu_1 R_*^{-1} \alpha_{11}(R_*) - \nu_1 k^2 R_*^{-2}),$$

$$\mathcal{G}_{52}(k, \omega) = -D_1(\beta_{21}(R_*) + \nu_1 R_*^{-1} \beta_{11}(R_*) - \nu_1 k^2 R_*^{-2}),$$

$$\mathcal{G}_{53}(k, \omega) = -D_1(\eta_{21}(R_*) + \nu_1 R_*^{-1} \eta_{11}(R_*) - \nu_1 k^2 R_*^{-2}),$$

$$\mathcal{G}_{54}(k, \omega) = -D_1(\varsigma_{21}(R_*) + \nu_1 R_*^{-1} \varsigma_{11}(R_*) - \nu_1 k^2 R_*^{-2}),$$

$$\mathcal{G}_{55}(k, \omega) = D_2(\alpha_{22}(R_*) + \nu_2 R_*^{-1} \alpha_{12}(R_*) - \nu_2 k^2 R_*^{-2}),$$

$$\mathcal{G}_{56}(k, \omega) = D_2(\beta_{22}(R_*) + \nu_2 R_*^{-1} \beta_{12}(R_*) - \nu_2 k^2 R_*^{-2}),$$

$$\mathcal{G}_{57}(k, \omega) = D_2(\eta_{22}(R_*) + \nu_2 R_*^{-1} \eta_{12}(R_*) - \nu_2 k^2 R_*^{-2}),$$

$$\mathcal{G}_{58}(k, \omega) = D_2(\varsigma_{22}(R_*) + \nu_2 R_*^{-1} \varsigma_{12}(R_*) - \nu_2 k^2 R_*^{-2});$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{G}_{61}(k, \omega) &= D_1(\alpha_{31}(R_*) + R_*^{-1}\alpha_{21}(R_*) - R_*^{-2}\alpha_{11}(R_*) + 2k^2R_*^{-3} - R_*^{-2}k^2\alpha_{11}(R_*) + \\
&\quad + (1-\nu_1)R_*^{-2}k^2(R_*^{-1} - \alpha_{11}(R_*))), \\
\mathcal{G}_{62}(k, \omega) &= D_1(\beta_{31}(R_*) + R_*^{-1}\beta_{21}(R_*) - R_*^{-2}\beta_{11}(R_*) + 2k^2R_*^{-3} - R_*^{-2}k^2\beta_{11}(R_*) + \\
&\quad + (1-\nu_1)R_*^{-2}k^2(R_*^{-1} - \beta_{11}(R_*))), \\
\mathcal{G}_{63}(k, \omega) &= D_1(\eta_{31}(R_*) + R_*^{-1}\eta_{21}(R_*) - R_*^{-2}\eta_{11}(R_*) + 2k^2R_*^{-3} - R_*^{-2}k^2\eta_{11}(R_*) + \\
&\quad + (1-\nu_1)R_*^{-2}k^2(R_*^{-1} - \eta_{11}(R_*))), \\
\mathcal{G}_{64}(k, \omega) &= D_1(\varsigma_{31}(R_*) + R_*^{-1}\varsigma_{21}(R_*) - R_*^{-2}\varsigma_{11}(R_*) + 2k^2R_*^{-3} - R_*^{-2}k^2\varsigma_{11}(R_*) + \\
&\quad + (1-\nu_1)R_*^{-2}k^2(R_*^{-1} - \varsigma_{11}(R_*))), \\
\mathcal{G}_{65}(k, \omega) &= -D_2(\alpha_{32}(R_*) + R_*^{-1}\alpha_{22}(R_*) - R_*^{-2}\alpha_{12}(R_*) + 2k^2R_*^{-3} - R_*^{-2}k^2\alpha_{12}(R_*) + \\
&\quad + (1-\nu_2)R_*^{-2}k^2(R_*^{-1} - \alpha_{12}(R_*))), \\
\mathcal{G}_{66}(k, \omega) &= -D_2(\beta_{32}(R_*) + R_*^{-1}\beta_{22}(R_*) - R_*^{-2}\beta_{12}(R_*) + 2k^2R_*^{-3} - R_*^{-2}k^2\beta_{12}(R_*) + \\
&\quad + (1-\nu_2)R_*^{-2}k^2(R_*^{-1} - \beta_{12}(R_*))), \\
\mathcal{G}_{65}(k, \omega) &= -D_2(\eta_{32}(R_*) + R_*^{-1}\eta_{22}(R_*) - R_*^{-2}\eta_{12}(R_*) + 2k^2R_*^{-3} - R_*^{-2}k^2\eta_{12}(R_*) + \\
&\quad + (1-\nu_2)R_*^{-2}k^2(R_*^{-1} - \eta_{12}(R_*))), \\
\mathcal{G}_{66}(k, \omega) &= -D_2(\varsigma_{32}(R_*) + R_*^{-1}\varsigma_{22}(R_*) - R_*^{-2}\varsigma_{12}(R_*) + 2k^2R_*^{-3} - R_*^{-2}k^2\varsigma_{12}(R_*) + \\
&\quad + (1-\nu_2)R_*^{-2}k^2(R_*^{-1} - \varsigma_{12}(R_*))).
\end{aligned}$$

Аналогично вышеизложенному может быть получено представление дисперсионной функции для случая, когда на внутреннем контуре кольцевой пластины задаются условия жесткого закрепления, а на внешнем – условия свободного опирания. При этом следующий из краевых условий дисперсионный определитель имеет элементы:

$$\mathcal{G}_{1p}(k, \omega) = \mathcal{G}_{2p}(k, \omega) = 0 \quad (p = 5, 8); \quad \mathcal{G}_{7p}(k, \omega) = \mathcal{G}_{8p}(k, \omega) = 0 \quad (p = 1, 4); \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{G}_{11}(k, \omega) &= J_k(\lambda_1 R_1), \quad \mathcal{G}_{12}(k, \omega) = Y_k(\lambda_1 R_1), \quad \mathcal{G}_{13}(k, \omega) = I_k(\lambda_1 R_1), \quad \mathcal{G}_{14}(k, \omega) = K_k(\lambda_1 R_1), \\
\mathcal{G}_{75}(k, \omega) &= J_k(\lambda_2 R_2), \quad \mathcal{G}_{76}(k, \omega) = Y_k(\lambda_2 R_2), \quad \mathcal{G}_{77}(k, \omega) = I_k(\lambda_2 R_2), \quad \mathcal{G}_{78}(k, \omega) = K_k(\lambda_2 R_2), \\
\mathcal{G}_{21}(k, \omega) &= \alpha_{11}(R_1), \quad \mathcal{G}_{22}(k, \omega) = \beta_{11}(R_1), \quad \mathcal{G}_{23}(k, \omega) = \eta_{11}(R_1), \quad \mathcal{G}_{24}(k, \omega) = \varsigma_{11}(R_1), \\
\mathcal{G}_{85}(k, \omega) &= \alpha_{22}(R_2) + \nu_2 R_2^{-1} \alpha_{12}(R_2) - \nu_2 R_2^{-2} k^2, \\
\mathcal{G}_{86}(k, \omega) &= \beta_{22}(R_2) + \nu_2 R_2^{-1} \beta_{12}(R_2) - \nu_2 R_2^{-2} k^2, \\
\mathcal{G}_{87}(k, \omega) &= \eta_{22}(R_2) + \nu_2 R_2^{-1} \eta_{12}(R_2) - \nu_2 R_2^{-2} k^2, \\
\mathcal{G}_{88}(k, \omega) &= \varsigma_{22}(R_2) + \nu_2 R_2^{-1} \varsigma_{12}(R_2) - \nu_2 R_2^{-2} k^2; \\
\mathcal{G}_{31}(k, \omega) &= J_k(\lambda_1 R_*), \quad \mathcal{G}_{32}(k, \omega) = Y_k(\lambda_1 R_*), \quad \mathcal{G}_{33}(k, \omega) = I_k(\lambda_1 R_*), \quad \mathcal{G}_{34}(k, \omega) = K_k(\lambda_1 R_*), \\
\mathcal{G}_{35}(k, \omega) &= -J_k(\lambda_2 R_*), \quad \mathcal{G}_{36}(k, \omega) = -Y_k(\lambda_2 R_*), \quad \mathcal{G}_{37}(k, \omega) = -I_k(\lambda_2 R_*), \quad \mathcal{G}_{38}(k, \omega) = -K_k(\lambda_2 R_*); \\
\mathcal{G}_{41}(k, \omega) &= \alpha_{11}(R_*), \quad \mathcal{G}_{42}(k, \omega) = \beta_{11}(R_*), \quad \mathcal{G}_{43}(k, \omega) = \eta_{11}(R_*), \quad \mathcal{G}_{44}(k, \omega) = \varsigma_{11}(R_*), \\
\mathcal{G}_{45}(k, \omega) &= -\alpha_{12}(R_*), \quad \mathcal{G}_{46}(k, \omega) = -\beta_{12}(R_*), \quad \mathcal{G}_{47}(k, \omega) = -\eta_{12}(R_*), \quad \mathcal{G}_{48}(k, \omega) = -\varsigma_{12}(R_*); \\
\mathcal{G}_{51}(k, \omega) &= -D_1(\alpha_{21}(R_*) + \nu_1 R_*^{-1} \alpha_{11}(R_*) - \nu_1 k^2 R_*^{-2}), \\
\mathcal{G}_{52}(k, \omega) &= -D_1(\beta_{21}(R_*) + \nu_1 R_*^{-1} \beta_{11}(R_*) - \nu_1 k^2 R_*^{-2}), \\
\mathcal{G}_{53}(k, \omega) &= -D_1(\eta_{21}(R_*) + \nu_1 R_*^{-1} \eta_{11}(R_*) - \nu_1 k^2 R_*^{-2}), \\
\mathcal{G}_{54}(k, \omega) &= -D_1(\varsigma_{21}(R_*) + \nu_1 R_*^{-1} \varsigma_{11}(R_*) - \nu_1 k^2 R_*^{-2}), \\
\mathcal{G}_{55}(k, \omega) &= D_2(\alpha_{22}(R_*) + \nu_2 R_*^{-1} \alpha_{12}(R_*) - \nu_2 k^2 R_*^{-2}), \\
\mathcal{G}_{56}(k, \omega) &= D_2(\beta_{22}(R_*) + \nu_2 R_*^{-1} \beta_{12}(R_*) - \nu_2 k^2 R_*^{-2}),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{G}_{57}(k, \omega) &= D_2(\eta_{22}(R_*) + \nu_2 R_*^{-1} \eta_{12}(R_*) - \nu_2 k^2 R_*^{-2}), \\
\mathcal{G}_{58}(k, \omega) &= D_2(\varsigma_{22}(R_*) + \nu_2 R_*^{-1} \varsigma_{12}(R_*) - \nu_2 k^2 R_*^{-2}); \\
\mathcal{G}_{61}(k, \omega) &= D_1(\alpha_{31}(R_*) + R_*^{-1} \alpha_{21}(R_*) - R_*^{-2} \alpha_{11}(R_*) + 2k^2 R_*^{-3} - R_*^{-2} k^2 \alpha_{11}(R_*) + \\
&\quad + (1 - \nu_1) R_*^{-2} k^2 (R_*^{-1} - \alpha_{11}(R_*))), \\
\mathcal{G}_{62}(k, \omega) &= D_1(\beta_{31}(R_*) + R_*^{-1} \beta_{21}(R_*) - R_*^{-2} \beta_{11}(R_*) + 2k^2 R_*^{-3} - R_*^{-2} k^2 \beta_{11}(R_*) + \\
&\quad + (1 - \nu_1) R_*^{-2} k^2 (R_*^{-1} - \beta_{11}(R_*))), \\
\mathcal{G}_{63}(k, \omega) &= D_1(\eta_{31}(R_*) + R_*^{-1} \eta_{21}(R_*) - R_*^{-2} \eta_{11}(R_*) + 2k^2 R_*^{-3} - R_*^{-2} k^2 \eta_{11}(R_*) + \\
&\quad + (1 - \nu_1) R_*^{-2} k^2 (R_*^{-1} - \eta_{11}(R_*))), \\
\mathcal{G}_{64}(k, \omega) &= D_1(\varsigma_{31}(R_*) + R_*^{-1} \varsigma_{21}(R_*) - R_*^{-2} \varsigma_{11}(R_*) + 2k^2 R_*^{-3} - R_*^{-2} k^2 \varsigma_{11}(R_*) + \\
&\quad + (1 - \nu_1) R_*^{-2} k^2 (R_*^{-1} - \varsigma_{11}(R_*))), \\
\mathcal{G}_{65}(k, \omega) &= -D_2(\alpha_{32}(R_*) + R_*^{-1} \alpha_{22}(R_*) - R_*^{-2} \alpha_{12}(R_*) + 2k^2 R_*^{-3} - R_*^{-2} k^2 \alpha_{12}(R_*) + \\
&\quad + (1 - \nu_2) R_*^{-2} k^2 (R_*^{-1} - \alpha_{12}(R_*))), \\
\mathcal{G}_{66}(k, \omega) &= -D_2(\beta_{32}(R_*) + R_*^{-1} \beta_{22}(R_*) - R_*^{-2} \beta_{12}(R_*) + 2k^2 R_*^{-3} - R_*^{-2} k^2 \beta_{12}(R_*) + \\
&\quad + (1 - \nu_2) R_*^{-2} k^2 (R_*^{-1} - \beta_{12}(R_*))), \\
\mathcal{G}_{65}(k, \omega) &= -D_2(\eta_{32}(R_*) + R_*^{-1} \eta_{22}(R_*) - R_*^{-2} \eta_{12}(R_*) + 2k^2 R_*^{-3} - R_*^{-2} k^2 \eta_{12}(R_*) + \\
&\quad + (1 - \nu_2) R_*^{-2} k^2 (R_*^{-1} - \eta_{12}(R_*))), \\
\mathcal{G}_{66}(k, \omega) &= -D_2(\varsigma_{32}(R_*) + R_*^{-1} \varsigma_{22}(R_*) - R_*^{-2} \varsigma_{12}(R_*) + 2k^2 R_*^{-3} - R_*^{-2} k^2 \varsigma_{12}(R_*) + \\
&\quad + (1 - \nu_2) R_*^{-2} k^2 (R_*^{-1} - \varsigma_{12}(R_*))).
\end{aligned}$$

Наконец, в случае жесткого закрепления внешнего контура и задания условий свободного опирания на внутренней границе

$$\begin{aligned}
\mathcal{G}_{1p}(k, \omega) = \mathcal{G}_{2p}(k, \omega) = 0 \quad (p = \overline{5, 8}); \quad \mathcal{G}_{7p}(k, \omega) = \mathcal{G}_{8p}(k, \omega) = 0 \quad (p = \overline{1, 4}); \quad (23) \\
\mathcal{G}_{11}(k, \omega) = J_k(\lambda_1 R_1), \mathcal{G}_{12}(k, \omega) = Y_k(\lambda_1 R_1), \mathcal{G}_{13}(k, \omega) = I_k(\lambda_1 R_1), \mathcal{G}_{14}(k, \omega) = K_k(\lambda_1 R_1), \\
\mathcal{G}_{75}(k, \omega) = J_k(\lambda_2 R_2), \mathcal{G}_{76}(k, \omega) = Y_k(\lambda_2 R_2), \mathcal{G}_{77}(k, \omega) = I_k(\lambda_2 R_2), \mathcal{G}_{78}(k, \omega) = K_k(\lambda_2 R_2), \\
\mathcal{G}_{21}(k, \omega) = \alpha_{21}(R_1) + \nu_1 R_1^{-1} \alpha_{11}(R_1) - \nu_1 R_1^{-2} k^2, \\
\mathcal{G}_{22}(k, \omega) = \beta_{21}(R_1) + \nu_1 R_1^{-1} \beta_{11}(R_1) - \nu_1 R_1^{-2} k^2, \\
\mathcal{G}_{23}(k, \omega) = \eta_{21}(R_1) + \nu_1 R_1^{-1} \eta_{11}(R_1) - \nu_1 R_1^{-2} k^2, \\
\mathcal{G}_{24}(k, \omega) = \varsigma_{21}(R_1) + \nu_1 R_1^{-1} \varsigma_{11}(R_1) - \nu_1 R_1^{-2} k^2, \\
\mathcal{G}_{85}(k, \omega) = \alpha_{12}(R_2), \mathcal{G}_{86}(k, \omega) = \beta_{12}(R_2), \mathcal{G}_{87}(k, \omega) = \eta_{12}(R_2), \mathcal{G}_{88}(k, \omega) = \varsigma_{12}(R_2), \\
\mathcal{G}_{31}(k, \omega) = J_k(\lambda_1 R_*), \mathcal{G}_{32}(k, \omega) = Y_k(\lambda_1 R_*), \mathcal{G}_{33}(k, \omega) = I_k(\lambda_1 R_*), \mathcal{G}_{34}(k, \omega) = K_k(\lambda_1 R_*), \\
\mathcal{G}_{35}(k, \omega) = -J_k(\lambda_2 R_*), \mathcal{G}_{36}(k, \omega) = -Y_k(\lambda_2 R_*), \mathcal{G}_{37}(k, \omega) = -I_k(\lambda_2 R_*), \mathcal{G}_{38}(k, \omega) = -K_k(\lambda_2 R_*); \\
\mathcal{G}_{41}(k, \omega) = \alpha_{11}(R_*), \mathcal{G}_{42}(k, \omega) = \beta_{11}(R_*), \mathcal{G}_{43}(k, \omega) = \eta_{11}(R_*), \mathcal{G}_{44}(k, \omega) = \varsigma_{11}(R_*), \\
\mathcal{G}_{45}(k, \omega) = -\alpha_{12}(R_*), \mathcal{G}_{46}(k, \omega) = -\beta_{12}(R_*), \mathcal{G}_{47}(k, \omega) = -\eta_{12}(R_*), \mathcal{G}_{48}(k, \omega) = -\varsigma_{12}(R_*); \\
\mathcal{G}_{51}(k, \omega) = -D_1(\alpha_{21}(R_*) + \nu_1 R_*^{-1} \alpha_{11}(R_*) - \nu_1 k^2 R_*^{-2}), \\
\mathcal{G}_{52}(k, \omega) = -D_1(\beta_{21}(R_*) + \nu_1 R_*^{-1} \beta_{11}(R_*) - \nu_1 k^2 R_*^{-2}), \\
\mathcal{G}_{53}(k, \omega) = -D_1(\eta_{21}(R_*) + \nu_1 R_*^{-1} \eta_{11}(R_*) - \nu_1 k^2 R_*^{-2}), \\
\mathcal{G}_{54}(k, \omega) = -D_1(\varsigma_{21}(R_*) + \nu_1 R_*^{-1} \varsigma_{11}(R_*) - \nu_1 k^2 R_*^{-2}), \\
\mathcal{G}_{55}(k, \omega) = D_2(\alpha_{22}(R_*) + \nu_2 R_*^{-1} \alpha_{12}(R_*) - \nu_2 k^2 R_*^{-2}),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{G}_{56}(k, \omega) &= D_2(\beta_{22}(R_*) + \nu_2 R_*^{-1} \beta_{12}(R_*) - \nu_2 k^2 R_*^{-2}), \\
\mathcal{G}_{57}(k, \omega) &= D_2(\eta_{22}(R_*) + \nu_2 R_*^{-1} \eta_{12}(R_*) - \nu_2 k^2 R_*^{-2}), \\
\mathcal{G}_{58}(k, \omega) &= D_2(\zeta_{22}(R_*) + \nu_2 R_*^{-1} \zeta_{12}(R_*) - \nu_2 k^2 R_*^{-2}); \\
\mathcal{G}_{61}(k, \omega) &= D_1(\alpha_{31}(R_*) + R_*^{-1} \alpha_{21}(R_*) - R_*^{-2} \alpha_{11}(R_*) + 2k^2 R_*^{-3} - R_*^{-2} k^2 \alpha_{11}(R_*) + \\
&\quad + (1 - \nu_1) R_*^{-2} k^2 (R_*^{-1} - \alpha_{11}(R_*))), \\
\mathcal{G}_{62}(k, \omega) &= D_1(\beta_{31}(R_*) + R_*^{-1} \beta_{21}(R_*) - R_*^{-2} \beta_{11}(R_*) + 2k^2 R_*^{-3} - R_*^{-2} k^2 \beta_{11}(R_*) + \\
&\quad + (1 - \nu_1) R_*^{-2} k^2 (R_*^{-1} - \beta_{11}(R_*))), \\
\mathcal{G}_{63}(k, \omega) &= D_1(\eta_{31}(R_*) + R_*^{-1} \eta_{21}(R_*) - R_*^{-2} \eta_{11}(R_*) + 2k^2 R_*^{-3} - R_*^{-2} k^2 \eta_{11}(R_*) + \\
&\quad + (1 - \nu_1) R_*^{-2} k^2 (R_*^{-1} - \eta_{11}(R_*))), \\
\mathcal{G}_{64}(k, \omega) &= D_1(\zeta_{31}(R_*) + R_*^{-1} \zeta_{21}(R_*) - R_*^{-2} \zeta_{11}(R_*) + 2k^2 R_*^{-3} - R_*^{-2} k^2 \zeta_{11}(R_*) + \\
&\quad + (1 - \nu_1) R_*^{-2} k^2 (R_*^{-1} - \zeta_{11}(R_*))), \\
\mathcal{G}_{65}(k, \omega) &= -D_2(\alpha_{32}(R_*) + R_*^{-1} \alpha_{22}(R_*) - R_*^{-2} \alpha_{12}(R_*) + 2k^2 R_*^{-3} - R_*^{-2} k^2 \alpha_{12}(R_*) + \\
&\quad + (1 - \nu_2) R_*^{-2} k^2 (R_*^{-1} - \alpha_{12}(R_*))), \\
\mathcal{G}_{66}(k, \omega) &= -D_2(\beta_{32}(R_*) + R_*^{-1} \beta_{22}(R_*) - R_*^{-2} \beta_{12}(R_*) + 2k^2 R_*^{-3} - R_*^{-2} k^2 \beta_{12}(R_*) + \\
&\quad + (1 - \nu_2) R_*^{-2} k^2 (R_*^{-1} - \beta_{12}(R_*))), \\
\mathcal{G}_{65}(k, \omega) &= -D_2(\eta_{32}(R_*) + R_*^{-1} \eta_{22}(R_*) - R_*^{-2} \eta_{12}(R_*) + 2k^2 R_*^{-3} - R_*^{-2} k^2 \eta_{12}(R_*) + \\
&\quad + (1 - \nu_2) R_*^{-2} k^2 (R_*^{-1} - \eta_{12}(R_*))), \\
\mathcal{G}_{66}(k, \omega) &= -D_2(\zeta_{32}(R_*) + R_*^{-1} \zeta_{22}(R_*) - R_*^{-2} \zeta_{12}(R_*) + 2k^2 R_*^{-3} - R_*^{-2} k^2 \zeta_{12}(R_*) + \\
&\quad + (1 - \nu_2) R_*^{-2} k^2 (R_*^{-1} - \zeta_{12}(R_*))).
\end{aligned}$$

Равенства нулю полученных функциональных определителей восьмого порядка представляют собой подлежащие исследованию трансцендентные дисперсионные уравнения, определяющие спектры окружных нормальных изгибных волн в волноводах рассматриваемого типа. Параметр k входит в представления элементов данных определителей в качестве алгебраических множителей и как индексный показатель специальных цилиндрических функций.

3. Результаты вычислительных экспериментов. Вычислительные эксперименты, связанные с получением и расчетом действительных корней дисперсионного уравнения (20), (21) путем применения прямого численного алгоритма бисекции отрезка перемены знака, реализованы для составной пластины со следующими приведенными нормированными модельными параметрами:

$$\begin{aligned}
R_1 &= 2.0 \cdot l_*, \quad R_* = 6.0 \cdot l_*, \quad R_2 = 8.0 \cdot l_*; \quad \nu_1 = 0.28, \quad \nu_2 = 0.31, \quad D_1 = 1.0 \cdot D_*, \quad D_2 = 1.6 \cdot D_*; \\
\rho_1 &= 1.0 \cdot \rho_*, \quad \rho_2 = 1.2 \cdot \rho_*, \quad h_1 = 1.0 \cdot l_*, \quad h_2 = 1.2 \cdot l_*, \quad l_* =, \quad D_* =, \quad \rho_* =.
\end{aligned}$$

В рамках описанной процедуры иллюстративно рассчитаны параметрические распределения $F(k, \omega_p)$ значений дисперсионного определителя для дискретного набора приведенных циклических частот $\omega_p = 0.185 \cdot p$ в интервале изменения нормированного волнового числа $k \in [0, 6.29]$. Зависимости $F(k, \omega_p)$, описываемые кривыми на рис. 1, с индексами, соответствующими значениям p , характеризуют параметрическую динамику в расположении корней уравнения $F(k, \omega_p) = 0$. Соответствующий данным расчетам фрагмент дисперсионной кривой для волн рассматриваемого типа представлен на рис. 2.

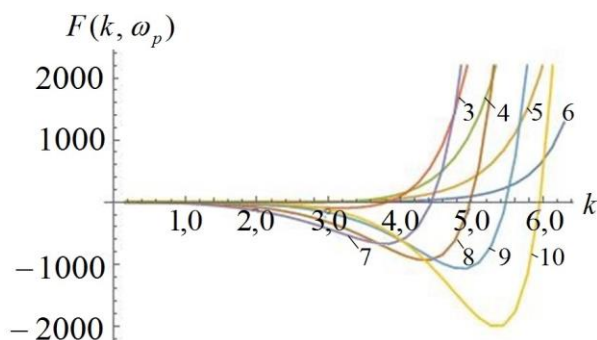


Рис. 1. Распределения значений $F(k, \omega_p)$ для составного волновода с двумя концентрическими компонентами при жестком закреплении внутреннего и внешнего контуров

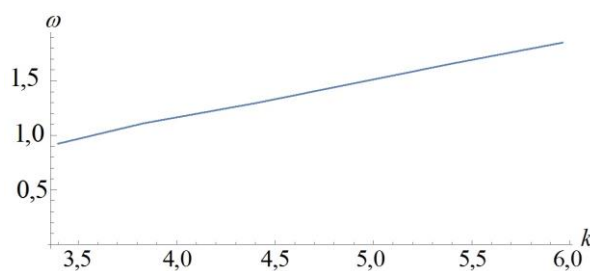


Рис. 2. Фрагмент ветви дисперсионного спектра бегущих окружных нормальных волн в составном волноводе с двумя концентрическими компонентами при жестком закреплении внутреннего и внешнего контуров

Выводы. Для решения задачи о спектре окружных нормальных изгибных волн в волноводах в виде составных изотропных кольцевых пластин из двух идеально контактирующих концентрических фрагментов применена аналитическая методика с использованием точных решения уравнений прикладной модели изгибного деформирования тонких изотропных кольцевых пластин в специальных цилиндрических функциях, в рамках которой дисперсионные соотношения применительно к вариантам задания однотипных краевых условий жесткого закрепления на внутреннем и внешнем граничных контурах, а также при условиях жесткого закрепления внешнего контура и задания условий свободного опирания на внутренней границе, либо при условиях жесткого закрепления внутреннего контура и задания условий свободного опирания на внешней границе, получены в аналитической форме равенств нулю функциональных определителей восьмого порядка. Представлен результат расчета фрагмента действительной ветви дисперсионного спектра бегущих нормальных изгибных упругих волн в окружном направлении изотропной составной кольцевой пластины из двух разнородных по физико-механическим свойствам идеально контактирующих концентрических элементов одинаковой толщины при однотипных краевых условиях жесткого закрепления на внутреннем и внешнем граничных контурах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Упругие волноводы: история и современность / В.В. Мелешко, А.А. Бондаренко, С.А. Довгий и др. // Математические методы и физико-механические поля. – 2008. – Т.51, №2. – С. 86–104.
2. Ватульян А.О. Исследование волновых процессов в упругих топографических волноводах / А.О. Ватульян, Л.И. Паринава // Акуст. журн. – 2021. – Т. 67, № 2. – С. 119–125.
3. Неразрушающий контроль и диагностика. Справочник / под ред. В.В. Клюева. – М.: Машиностроение, 2005. – 656 с.
4. Шутилов В.А. Основы физики ультразвука / В.А. Шутилов – Л.: Изд-во Ленинградского университета, 1980. – 280 с.
5. Joseph L.R. Ultrasonic waves in Solid Media / L.R. Joseph. – Cambridge University Press, 1999. – 121 p.
6. Речицкий В.И. Акустоэлектронные радиокомпоненты. Схемы, топология, конструкции / В.И. Речицкий. – М.: Радио и связь, 1987. – 192 с.
7. Бреховских Л.М. О поверхностных волнах в твердом теле, удерживаемых кривизной границы / Л.М. Бреховских // Акуст. журн. – 1960. – Т. 13, № 4. – С. 541–554.
8. Голубева Е.В. О винтовых поверхностных волнах на упругом цилиндре / Е.В. Голубева // Акуст. журн. – 1986. – Т. 22, № 3. – С. 385–386.
9. Тютюкин В.В. Волноводные свойства плоской кольцевой пластины. I. Изгибные волны. / В.В. Тютюкин // Акуст. журн. – 2003. – Т. 49, № 6 – С. 843–851.

10. Изгибные волны в окружном направлении кольцевой трансверсально-изотропной пластины с закрепленными краями / В.Е. Болнокин, А.В. Глущенко, Л.В. Дубяго, В.И. Сторожев // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2021. – №4 (77). – С. 35–43.
11. Изгибные волны в окружном направлении кольцевой трансверсально-изотропной пластины с шарнирно опертыми граничными контурами / В.Е. Болнокин, А.В. Глущенко, Л.В. Дубяго, В.И. Сторожев // Механика твердого тела. – 2021. – Вып. 51. – С. 114–121.
12. Дубяго Л.В. Дисперсионный спектр упругих волн изгиба вдоль окружного направления в тонкой изотропной кольцевой пластине с жестко закрепленными либо шарнирно опертыми краями / Л.В. Дубяго, В.И. Сторожев // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2019. – №4 (69). – С. 48–56.
13. Болнокин В.Е. Моды изгибных упругих волн в окружном направлении изотропной кольцевой пластины на упругом основании / В.Е. Болнокин, В.И. Сторожев, Л.В. Дубяго // Донецкие чтения 2020: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности: Материалы V Международной научной конференции (Донецк, 17-18 ноября 2020 г.). – Том 1: Физико-математические и технические науки. Часть 1 / под общей редакцией проф. С.В. Беспаловой. – Донецк: ДонНУ, 2020. – С. 35–38.
14. Строительная механика машин. Поперечный изгиб пластин / Т.Б. Гоцелюк, К.А. Матвеев, А.Н. Пель, Н.В. Пустовой. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2018. – 91 с.
15. Коренев Б.Г. Введение в теорию бесселевых функций / Б.Г. Коренев – М.: Наука, 1971. – 288 с.

Поступила в редакцию 21.03.2023 г.

CIRCUMFERENTIAL NORMAL BENDING WAVES IN AN ANNULAR PLATE WITH TWO HETEROGENEOUS CONCENTRIC COMPONENTS

A.V. Glushchenko, L.V. Dubyago, S.V. Storozhev, V.A. Shaldyrvan

The construction and study of the dispersion equation for bending normal waves along the angular circumferential direction in compound thin isotropic plates formed by two dissimilar concentric annular components docked with ideal mechanical contact along a circular boundary is implemented. An applied model of dynamic bending deformation is used with the assignment of conditions of rigid fastening or free support on the outer boundaries of the considered plates.

Key words: compound isotropic annular plates, dissimilar concentric components, applied theory of dynamic bending, circumferential bending waves, dispersion equations.

Глущенко Андрей Виктрович
аспирант ГОУ ВПО «Донецкий
национальный университет»,
г. Донецк, ДНР, РФ.

Glushchenko Andrey Viktorovich
postgraduate student of the
Donetsk National University,
Donetsk, DPR, RF.

Дубяго Любовь Васильевна
аспирант ГОУ ВПО «Донецкий
национальный университет»,
г. Донецк, ДНР, РФ.

Dubyago Lyubov Vasilievna
postgraduate student of the
Donetsk National University,
Donetsk, DPR, RF.

Сторожев Сергей Валериевич
доктор технических наук,
профессор ГОУ ВПО «Донбасская
национальная академия строительства
и архитектуры»,
г. Макеевка, ДНР, РФ.

Storozhev Sergey Valerievich
Doctor of technical science,
professor of Donbas National Academy
of Civil Engineering and Architecture,
Makeevka, DPR, RF.

Шалдырван Валерий Анатольевич
доктор физико-математических наук,
научный сотрудник ГОУ ВПО «Донецкий
национальный университет»,
г. Донецк, ДНР, РФ.

Shaldyrvan Valery Anatolievich
Doctor of Physical and
Mathematical Sciences, Research
fellow of Donetsk National University
Donetsk, DPR, RF.

УДК 539.3

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ИЗОТРОПНОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ С ОТВЕРСТИЯМИ И ТРЕЩИНАМИ ОБОБЩЕННЫМ МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

© 2023. С.А. Калоеров, Е.С. Глушанков, А.Б. Мироненко

Дано решение задачи о напряженно-деформированном состоянии изотропной полуплоскости с произвольными отверстиями и трещинами, использующее комплексные потенциалы, конформные отображения, представления голоморфных функций рядами Лорана и удовлетворение граничным условиям на прямолинейной границе методом интегралов типа Коши, на контурах отверстий – обобщенным методом наименьших квадратов. Задача сведена к переопределенной системе линейных алгебраических уравнений, решаемой методом сингулярных разложений. Описаны результаты численных исследований для полуплоскости с круговым отверстием или жестким ядром, с трещиной или жестким линейным включением, с круговым отверстием и краевой трещиной, выходящей из контура отверстия. Изучено влияние на значения и распределение напряжений и КИН геометрических характеристик отверстий, трещин, жестких включений.

Ключевые слова: изотропная полуплоскость, отверстия и трещины, жесткие включения, комплексные потенциалы, обобщенный метод наименьших квадратов.

Тонкие пластинки широко используются в современной науке и технике. Зачастую по техническим или эксплуатационным причинам они имеют отверстия и трещины, вблизи которых возникают высокие концентрации напряжений, приводящие к потере прочности пластинок, что нужно учитывать при проектировании и эксплуатации конструкций. В связи с этим возникает необходимость определения напряженно-деформированного состояния многосвязной пластинки с отверстиями и трещинами. Еще более актуален этот вопрос, когда отверстия и трещины находятся вблизи внешней прямолинейной границы и когда пластинка может рассматриваться как многосвязная полуплоскость. Известно, что наиболее надежные результаты при определении напряженно-деформированного состояния изотропных пластин с отверстиями и особенно в случае полуплоскости с отверстиями получаются при решении задач с использованием комплексных потенциалов Колосова-Мухелишвили [1]. Различные подходы использования этих функций при решении задач для бесконечных пластин и полуплоскости с отверстиями предложены Космодамианским А.С. и его учениками [2]. Но эти подходы не позволяют получать достаточно близкие к истинным результаты при малых расстояниях между границами и не пригодны в случаях, когда контуры отверстий пересекаются или переходят в трещины. Для получения достоверных результатов и в этих случаях в работах [3, 4] был предложен дискретный метод наименьших квадратов, когда составляется и минимизируется функционал невязок граничных значений функций и решение задачи сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений. Таким подходом решен ряд задач и для многосвязной полуплоскости с произвольными отверстиями и трещинами. Но дискретный метод наименьших квадратов приводит к необходимости реализации громоздкого алгоритма и не может эффективно использоваться инженерно-техническими работниками. В работе [5] для решения задач теории упругости для многосвязных областей был использован обобщенный метод наименьших квадратов (ОМНК), который приводит к несколько простому алгоритму

определения комплексных потенциалов, обеспечивая в то же время более точное удовлетворение граничным условиям краевых задач.

В данной статье после точного удовлетворения граничным условиям на прямолинейной границе полуплоскости методом интегралов типа Коши с использованием ОМНК дано общее решение задачи для изотропной полуплоскости с внутренними отверстиями и трещинами при их произвольном сочетании и расположении. Описаны полученные результаты численных исследований для полуплоскости с круговым отверстием или жестким включением, с трещиной или жестким линейным включением, с отверстием и трещиной, в том числе выходящей на контур отверстия. Исследованиями установлены закономерности влияния на значения и распределение напряжений и КИН геометрических характеристик отверстий и трещин.

Постановка и метод решения задачи. Рассмотрим находящуюся под действием внешних сил изотропную полуплоскость с произвольными отверстиями. При исследованиях возникающего в полуплоскости напряженно-деформированного состояния криволинейные отверстия можно аппроксимировать дугами эллипсов и берегами прямолинейных разрезов, рассматриваемых также эллипсами, одна из осей которых равна нулю. В связи с этим рассмотрим отнесенную к прямоугольной декартовой системе координат Oxy с осью Ox вдоль прямолинейной границы L_0

нижнюю полуплоскость S^- с произвольными эллиптическими отверстиями с контурами L_l ($l = \overline{1, \mathcal{L}}$), полуосями a_l , b_l , координатами центров x_{0l} , y_{0l} и направлениями полуосей a_l под углом φ_l к оси Ox (рис. 1). Тогда в локальных системах координат $O_l x_l y_l$ с началами в центрах эллипсов L_l и направлениями осей вдоль полуосей a_l параметрические уравнения эллипсов имеют вид

$$x_l = a_l \cos \theta, \quad y_l = b_l \sin \theta, \quad (1)$$

а в основной системе координат будут такими:

$$\begin{aligned} x &= x_{0l} + x_l \cos \varphi_l - y_l \sin \varphi_l, \\ y &= y_{0l} + x_l \sin \varphi_l + y_l \cos \varphi_l. \end{aligned} \quad (2)$$

Прямолинейная граница полуплоскости свободна от внешних усилий, контуры отверстий жестко подкреплены или на них действуют заданные непрерывными функциями внешние усилия; на бесконечности полуплоскость не нагружена или растягивается вдоль прямолинейной границы, т. е. $\sigma_x^\infty = p$, $\sigma_y^\infty = \tau_{xy}^\infty = \varepsilon^\infty = 0$; во внутренних точках полуплоскости $z_r^0(x_r^0, y_r^0)$ ($r = \overline{1, R}$) действуют сосредоточенные силы $P_r^0(X_r^0, Y_r^0)$.

Если вместо комплексного потенциала $\psi(z)$ Колосова-Мусхелишвили использовать функцию Шермана [6] $\omega(z) = z\varphi'(z) + \psi(z)$, то решение рассматриваемой задачи сводится к нахождению производных этих функций $\Phi(z) = \varphi'(z)$ и $\Omega(z) = \omega'(z)$ из граничных условий на контурах L_l ($l = \overline{0, \mathcal{L}}$) [7, 8]

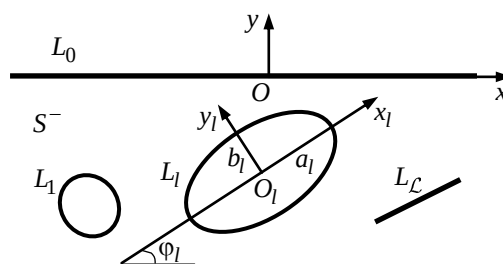


Рис. 1

$$s_l \delta_{ls} \Phi(t) + (\delta_{ls} - \overline{\delta_{ls}}) \overline{\Phi(t)} + (t - \bar{t}) \overline{\delta_{ls}} \overline{\Phi'(t)} + \overline{\delta_{ls}} \overline{\Omega(t)} = f_l(t), \quad (3)$$

где

$$s_l = -1, \quad f_l(t) = \mp i(X_{ln} + iY_{ln})$$

если на контуре L_l заданы усилия X_{ln} , Y_{ln} , или

$$s_l = \varkappa = (3 - \nu)/(1 + \nu), \quad f_l(t) = 0,$$

если контур L_l жестко подкреплён; ν – коэффициент Пуассона. В двойных знаках верхние знаки выбираются для прямолинейной границы L_0 (положительный обход области при обходе против часовой стрелки), нижние знаки – для контуров отверстий.

Исходя из общих представлений для комплексных потенциалов [7, 8], для рассматриваемой многосвязной полуплоскости получается такой общий вид этих функций:

$$\begin{aligned} \Phi(z) &= \Gamma_1 + A'(z) + \Phi_0(z) + \Phi_1(z), \\ \Omega(z) &= \Gamma_3 + B'(z) + \Omega_0(z) + \Omega_1(z), \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\Gamma_1 = \frac{\sigma_x^\infty}{4}, \quad \Gamma_3 = -\frac{\sigma_x^\infty}{4}; \quad (5)$$

$$\begin{aligned} A'(z) &= -\sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \frac{P_l}{z - z_l} - \sum_{r=1}^R \frac{P_r^0}{z - z_r^0}, \\ B'(z) &= \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \frac{\varkappa \overline{P_l}}{z - z_l} + \sum_{r=1}^R \frac{\varkappa \overline{P_r^0}}{z - z_r^0}; \end{aligned} \quad (6)$$

$$P_l = \frac{X_l + iY_l}{2\pi(1 + \varkappa)}, \quad P_r^0 = \frac{X_r^0 + iY_r^0}{2\pi(1 + \varkappa)}; \quad (7)$$

(X_l, iY_l) – главный вектор внешних усилий, приложенных к контуру отверстия L_l ; (X_r^0, iY_r^0) – сосредоточенная сила в точке z_r^0 ; $\Phi_0(z)$, $\Omega_0(z)$ – функции, голоморфные в нижней полуплоскости S^- , включая бесконечно удаленную точку; $\Phi_1(z)$, $\Omega_1(z)$ – функции, голоморфные вне круговых отверстий L_l и исчезающие на бесконечности. Для построения последних функций используем методы конформных отображений.

Отобразив конформно внешности единичных кругов $|\zeta_l| \geq 1$ на внешности эллипсов L_l ($l = \overline{1, \mathcal{L}}$) и разложив комплексные потенциалы $\varphi_1(z)$ и $\omega_1(z)$, голоморфные в отображенных областях вне круговых отверстий в ряды Лорана, для последних функций получаем [8, 9]

$$\varphi_1(z) = \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} a_{ln} \varphi_{ln}(z), \quad \omega_1(z) = \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} b_{ln} \omega_{ln}(z), \quad (8)$$

где

$$\varphi_{ln}(z) = 1/\zeta_l^n;$$

ζ_l – переменные, определяемые из конформных отображений

$$z = z_{0l} + R_l \left(\zeta_l + \frac{m_l}{\zeta_l} \right); \quad (9)$$

$$\begin{aligned} z_{0l} &= x_{0l} + iy_{0l}, \quad R_l = R_{0l} e^{i\varphi_l}, \\ R_{0l} &= \frac{a_l + b_l}{2}, \quad m_l = \frac{a_l - b_l}{a_l + b_l}; \end{aligned} \quad (10)$$

a_{ln}, b_{ln} – постоянные, определяемые из граничных условий на контурах отверстий.

На основе (8) находим, что

$$\begin{aligned} \Phi_1(z) &= \varphi'_1(z) = \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} a_{ln} \varphi'_{ln}(z), \\ \Omega_1(z) &= \omega'_1(z) = \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} b_{ln} \varphi'_{ln}(z), \end{aligned} \quad (11)$$

причем

$$\varphi'_{ln}(z) = -\frac{n}{\zeta_l^{n-1} R_l (\zeta_l^2 - m_l)}; \quad (12)$$

Граничное условие (3) и ему сопряженное на прямолинейной границе, где $t = \bar{t} = x$, $\delta_{s0} = \overline{\delta_{s0}} = 1$, $f'_s(t) = 0$, записываются в виде

$$\begin{aligned} \Phi_0(t) + \overline{\Omega_0(t)} &= -\Phi_1(t) - \overline{\Omega_1(t)}, \\ \overline{\Phi_0(t)} + \Omega_0(t) &= -\overline{\Phi_1(t)} - \Omega_1(t). \end{aligned}$$

Функции $\Phi_0(t)$, $\Omega_0(t)$, $\overline{\Phi_1(t)}$, $\overline{\Omega_1(t)}$ являются граничными значениями функций $\Phi_0(z)$, $\Omega_0(z)$, $\overline{\Phi_1(z)}$, $\overline{\Omega_1(z)}$, голоморфных в нижней полуплоскости, а остальные функции, наоборот, являются граничными значениями функций, голоморфных в верхней полуплоскости, а в нижней имеют особенность. Учитывая это и умножая обе части равенств (3) на ядро Коши $\frac{1}{2\pi i} \frac{1}{t-z}$ и вычисляя интегралы типа Коши от каждого слагаемого, получаем

$$\begin{aligned} \Phi_0(z) &= -\overline{\Omega_1(z)} = -\sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} \varphi'^+_{ln}(z) \bar{b}_{ln}, \\ \Omega_0(z) &= -\overline{\Phi_1(z)} = -\sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} \varphi'^+_{ln}(z) \bar{a}_{ln}, \end{aligned} \quad (13)$$

причем

$$\varphi'^+_{ln}(z) = -\frac{n}{R_l (\zeta_l^+)^{n-1} \left((\zeta_l^+)^2 - m_l \right)}; \quad (14)$$

$\zeta_l^+(z)$ – переменные, определяемые из конформных отображений

$$z = \bar{z}_{0l} + \bar{R}_l \left(\zeta_l^+ + \frac{m_l}{\zeta_l^+} \right) \quad (15)$$

внешности единичной окружности на внешность контура воображаемого отверстия L_l^+ верхней полуплоскости, симметричного с L_l относительно границы L_0 .

Подставляя функции (11) и (13) в формулы (4), окончательно находим

$$\begin{aligned}\Phi(z) &= \Gamma_1 + A'(z) + \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\varphi'_{ln}(z) a_{ln} - \varphi'^+_{ln}(z) \bar{b}_{ln} \right]; \\ \Omega(z) &= \Gamma_3 + B'(z) + \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\varphi'_{ln}(z) b_{ln} - \varphi'^+_{ln}(z) \bar{a}_{ln} \right],\end{aligned}\quad (16)$$

а также выражение

$$\Phi'(z) = A''(z) + \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\varphi''_{ln}(z) a_{ln} - \varphi''^+_{ln}(z) \bar{b}_{ln} \right], \quad (17)$$

в котором

$$\begin{aligned}\varphi''_{ln}(z) &= \frac{n \left[(n+1) \zeta_l^2 - (n-1) m_l \right]}{R_l^2 \zeta^{n-2} \left(\zeta_l^2 - m_l \right)^3}, \\ \varphi''_{ln}(z) &= \frac{n \left[(n+1) \left(\zeta_l^+ \right)^2 - (n-1) m_l \right]}{R_l^2 \left(\zeta_l^+ \right)^{n-2} \left(\left(\zeta_l^+ \right)^2 - m_l \right)^3}.\end{aligned}\quad (18)$$

Комплексные потенциалы (16) точно удовлетворяют граничным условиям на прямолинейной границе L_0 , а граничным условиям на контурах отверстий удовлетворим ОМНК [5, 10, 11]. Для этого на каждом из контуров L_p ($p = \overline{1, \mathcal{L}}$) выберем систему точек $M_{pm}(x_{pm}, y_{pm})$ ($p = \overline{1, \mathcal{L}}, m = \overline{1, M_p}$), в которых удовлетворим соответствующим граничным условиям, подставив в последние функции (16). Тогда для определения неизвестных коэффициентов рядов (16) получим следующую переопределенную систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned}\sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left[s_p \varphi'_{ln}(t_{pm}) - (\delta_{ps} - \overline{\delta_{ps}}) \overline{\varphi'_{ln}(t_{pm})} - \overline{\delta_{ps}} \overline{\varphi'^+_{ln}(t_{pm})} \right] a_{ln} + \right. \\ \left. + (t_{pm} - \overline{t_{pm}}) \overline{\varphi''_{ln}(t_{pm})} \overline{a_{ln}} - (t_{pm} - \overline{t_{pm}}) \overline{\varphi'^+_{ln}(t_{pm})} b_{ln} + \right. \\ \left. + \left[-s_p A'(t_{pm}) + \overline{\delta_{sl}} \overline{\varphi_{ln}(t_{pm})} \right] \overline{b_{ln}} \right\} = f_l(t) - (s_l - \delta_{sl} + \overline{\delta_{sl}}) \Gamma_1 + \\ + \overline{\delta_{sl}} \Gamma_3 - \left[s_p \delta_{ps} A(t_{pm}) - (\delta_{ps} - \overline{\delta_{ps}}) \overline{A(t_{pm})} - \right. \\ \left. - (t_{pm} - \overline{t_{pm}}) \overline{\delta_{ps}} \overline{A'(t_{pm})} + \overline{\delta_{ps}} \overline{B'(t_{pm})} \right] \quad (p = \overline{1, \mathcal{L}}, m = \overline{1, M_p}).\end{aligned}\quad (19)$$

Систему (19) будем решать с использованием сингулярных разложений [12]. После нахождения псевдорешения системы (19) постоянные a_{ln} и b_{ln} , а, следовательно, и комплексные потенциалы (16) будут известными и по ним можно найти в любой точке полуплоскости основные напряжения [1]

$$\begin{aligned}\sigma_x + \sigma_y &= 4 \operatorname{Re} \varphi'(z), \\ \sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} &= 2 \left[\bar{z} \varphi''(z) + \psi'(z) \right]\end{aligned}\quad (20)$$

а также нормальные и касательные напряжения [1, 7]

$$\begin{aligned}
\sigma_n &= \sigma_x \cos^2(nx) + \sigma_y \cos^2(ny) - 2\tau_{xy} \cos(nx) \cos(ny), \\
\sigma_s &= \sigma_x \cos^2(ny) + \sigma_y \cos^2(nx) + 2\tau_{xy} \cos(nx) \cos(ny), \\
\tau_{ns} &= (\sigma_y - \sigma_x) \cos(nx) \cos(ny) + \tau_{xy} (\cos^2(nx) - \cos^2(ny))
\end{aligned} \quad (21)$$

на любых площадках с нормалью n и касательной s . При этом, если некоторый эллипс L_l переходит в прямолинейный разрез (трещину или жесткое линейное включение), то в его концах производные комплексных потенциалов (16), а следовательно, и напряжения будут иметь сингулярность и можно определить такие важные характеристики, как коэффициенты интенсивности напряжений (КИН), исходя из следующего.

Если пластинка имеет прямолинейный разрез (эллиптическое отверстие с контуром L_l , полуось b_l которого равна нулю), то в концах такого разреза, как следует из конформных отображений (15), первые производные комплексных потенциалов (16) имеют корневую сингулярность $1/\sqrt{2r}$, где r – радиус-координата полярной системы координат с началом в вершине трещины. Такую же сингулярность имеют и напряжения σ_y^l и τ_{xy}^l в локальной системе координат $O_l x_l y_l$ (рис. 2), и КИН вводятся как коэффициенты сингулярности этих напряжений на продолжениях трещины:

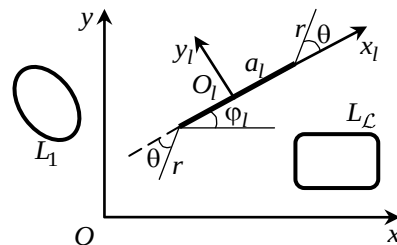


Рис. 2

$$k_1^\pm = \lim_{r \rightarrow 0} (\sqrt{2r} \sigma_y^l), \quad k_2^\pm = \lim_{r \rightarrow 0} (\sqrt{2r} \tau_{xy}^l).$$

Постоянные $k_1^\pm$ и $k_2^\pm$ называются коэффициентами интенсивности напряжений нормального отрыва σ_y^l и поперечного сдвига τ_{xy}^l для трещины в локальной системе координат $O_l x_l y_l$, причем КИН со знаком «+» в локальной системе относится к правому концу разреза, со знаком «-» – к левому его концу. Переходя от напряжений в локальной системе координат $O_l x_l y_l$ к основным напряжениям, получим выражения КИН через основные напряжения [13]:

$$\begin{aligned}
k_1^\pm &= \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2r} \left[\sigma_x \cos^2 \phi_l + \sigma_y \sin^2 \phi_l - 2\tau_{xy} \cos \phi_l \sin \phi_l \right], \\
k_2^\pm &= \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2r} \left[(\sigma_y - \sigma_x) \cos \phi_l \sin \phi_l + \tau_{xy} (\cos^2 \phi_l - \sin^2 \phi_l) \right].
\end{aligned} \quad (22)$$

Здесь верхний знак соответствует правому концу разреза в локальной системе координат $O_l x_l y_l$, нижний – к его левому концу.

Придавая r различные значения, стремящиеся к нулю, и вычисляя для них эти значения, находим последовательность приближенных значений КИН. При этом, начиная с некоторых r , значения коэффициентов (22) практически не изменяются. За КИН и принимаются эти значения, как предельные. Как показывают расчеты, устойчивые значения КИН получаются при $10^{-10} \leq r \leq 10^{-8}$ [13].

Описание результатов численных исследований для частных задач. Для полуплоскости с отверстиями, трещинами были проведены численные исследования распределения напряжений, а в случае наличия трещин и значений КИН. При проведении исследований количество членов, оставляемых в рядах (16) для каждого отверстия и количество выбираемых на контурах отверстий «коллокационных» точек

M_p увеличивались до тех пор, пока граничные условия на контурах отверстий не удовлетворялись с достаточно высокой степенью точности (отношение модуля разности точных и полученных значений величин к максимальным значениям этих величин не превышало 10^{-3}). Для такого удовлетворения граничным условиям на контурах отверстий и трещин, как показали численные исследования, в зависимости от близости отверстий друг к другу и границе полуплоскости достаточно было в рядах оставлять от 10 до 50 членов, на контуре каждого отверстия брать около 100 «коллокационных» точек. При этом, как указывалось, условия на границе полуплоскости удовлетворяются точно

Ниже описаны результаты численных исследований для полуплоскости с круговым отверстием или жестким ядром (рис. 3), трещиной или жестким линейным включением (рис. 4), с круговым отверстием и трещиной из его контура (рис. 5).

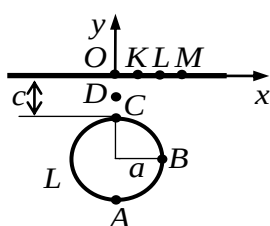


Рис. 3

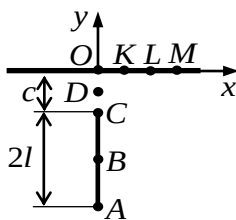


Рис. 4

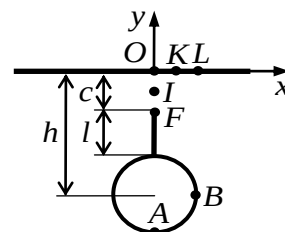


Рис. 5

В табл. 1 для растяжения полуплоскости с круговым отверстием (рис. 3) радиуса a усилиями $\sigma_x^\infty = p$ в зависимости от отношения c/a , где c – длина перемычки, приведены значения напряжений в некоторых характерных точках полуплоскости, а на рис. 6 для некоторых значений отношения c/a в зависимости от центрального угла θ контура отверстия, отсчитываемого от направления оси Ox против часовой стрелки, представлены графики распределения напряжений σ_s / p около контура отверстия. При этом в качестве характерных брались точки $A(0; -c-2a)$, $B(a; -c-a)$, $C(0; -c)$, $D(0; -c/2)$, $O(0; 0)$, $K(a/2; 0)$, $L(a; 0)$, $M(3a/2; 0)$. Из данных табл. 1 и рис. 6 следует, что приближение отверстия с неподкрепленным контуром к границе полуплоскости приводит к значительному увеличению значений напряжений около контура отверстия и в точках перемычки, за исключением точки перемычки на прямолинейной границе, вблизи которой при уменьшении длины перемычки напряжения уменьшаются. В остальных зонах вокруг контура отверстия значения напряжений изменяются незначительно. Незначительно влияние отверстия на значения напряжений вблизи прямолинейной границы в точках, расположенных от перемычки дальше радиуса отверстия. Подкрепление контура отверстия приводит к резкому снижению значений напряжений.

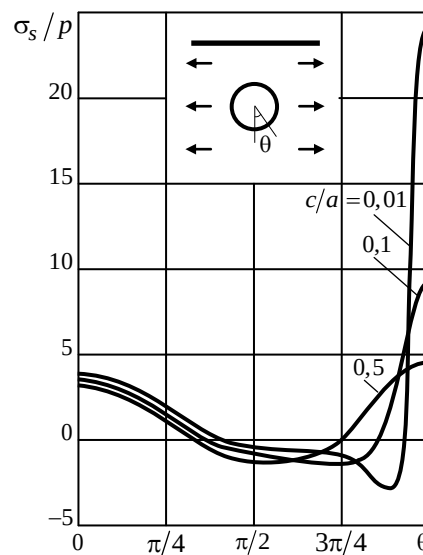


Рис. 6

Таблица 1
Значения напряжений в некоторых точках полуплоскости с круговым отверстием
(рис. 3) в зависимости от c/a

Точ- ка	Вели- чина	<i>c / a</i>					
		∞	2	1	0,5	0,1	0,01
		Контур отверстия не подкреплён					
<i>A</i>	σ_s	3,000	3,111	3,212	3,339	3,624	3,862
<i>B</i>	σ_s	-1,000	-1,127	-1,203	-1,203	-0,840	-0,342
<i>C</i>	σ_s	3,000	3,259	3,722	4,629	9,227	28,373
<i>D</i>	σ_x	1,000	1,243	1,569	2,101	4,511	14,154
	σ_y	0,000	0,187	0,216	0,193	0,106	0,035
<i>O</i>	σ_x	1,000	0,811	0,647	0,489	0,234	0,076
<i>K</i>	σ_x	1,000	0,888	0,984	1,499	4,524	3,900
<i>L</i>	σ_x	1,000	1,057	1,483	2,191	2,584	1,085
<i>M</i>	σ_x	1,000	1,205	1,629	1,895	1,329	0,416
		Контур отверстия жёстко подкреплён					
<i>A</i>	σ_n	0,073	0,075	0,066	0,049	0,026	0,021
<i>B</i>	σ_n	1,527	1,500	1,474	1,444	1,402	1,392
<i>C</i>	σ_n	0,073	0,108	0,156	0,179	0,024	0,000
<i>D</i>	σ_x	1,000	0,865	0,703	0,484	0,045	0,000
	σ_y	0,000	-0,058	-0,029	0,022	0,006	0,000
<i>O</i>	σ_x	1,000	1,030	0,962	0,707	0,061	0,000
<i>K</i>	σ_x	1,000	1,004	0,900	0,724	0,543	0,472
<i>L</i>	σ_x	1,000	0,947	0,800	0,697	0,713	0,732
<i>M</i>	σ_x	1,000	0,899	0,778	0,758	0,836	0,865

В табл. 2 для растяжения полуплоскости с вертикальной прямолинейной трещиной или жестким включением (рис. 4) полудлины l в зависимости от отношения c/l , где c – длина перемычки, даны значения КИН для вершин разреза (трещины или включения) и напряжений в некоторых характерных точках полуплоскости. На рис. 7 изображены графики изменения напряжений σ_x/p около прямолинейной границы. В качестве характерных точек брались точки $A(0; -c-2l)$, $B(+0; -c-l)$, $C(0; -c)$, $D(0; -c/2)$, $O(0; 0)$, $K(l/2; 0)$, $L(l; 0)$, $M(3l/2; 0)$. Видно, что сближении трещины с прямолинейной границей приводит к значительному росту в перемычке значений напряжений и КИН для концов трещины. В остальных зонах величины не претерпевают существенных изменений.

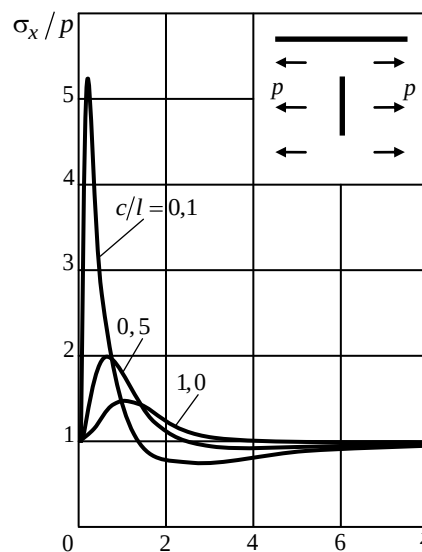


Рис. 7

Таблица 2

Значения напряжений и КИН для точек полуплоскости с трещиной (рис. 4)
в зависимости от c/l

Точ- ка	Вели- чина	c/l					
		∞	2	1	0,5	0,1	0,01
		Случай трещины					
A	k_1^-	1,000	1,025	1,054	1,097	1,211	1,330
B	σ_y	-1,000	-1,027	-1,059	-1,094	-1,058	-0,840
C	k_1^+	1,000	1,035	1,091	1,204	1,759	3,640
D	σ_x	1,000	1,204	1,475	1,992	5,333	31,946
	σ_y	0,000	0,119	0,245	0,456	1,714	11,669
O	σ_x	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,975
K	σ_x	1,000	1,045	1,279	1,962	2,619	1,807
L	σ_x	1,000	1,129	1,453	1,694	1,308	0,793
M	σ_x	1,000	1,177	1,358	1,301	0,873	0,524
		Случай жесткого включения					
A	k_1^-	0,054	0,053	0,052	0,051	0,048	0,047
B	σ_x	0,946	0,946	0,947	0,948	0,949	0,949
C	k_1^+	0,054	0,053	0,050	0,046	0,033	0,017
D	σ_x	1,000	1,013	1,035	1,080	1,331	2,109
	σ_y	0,000	-0,023	-0,042	-0,066	-0,123	-0,214
O	σ_x	1,000	1,034	1,085	1,175	1,566	2,567
K	σ_x	1,000	1,027	1,041	1,018	0,958	0,955
L	σ_x	1,000	1,012	0,993	0,965	0,955	0,957
M	σ_x	1,000	0,999	0,979	0,969	0,972	0,975

В табл. 3 для растяжения усилиями $\sigma_x^\infty = p$ полуплоскости с круговым отверстием радиуса a и краевой трещиной длины $l = a$ в перемычке (рис. 5) в зависимости от отношения c/a , где c – длина перемычки между трещиной и границей полуплоскости, приведены значения напряжений в некоторых характерных точках полуплоскости и КИН для концов трещины, а на рис. 8 изображены графики изменения напряжений σ_x/p около прямолинейной границы. В качестве характерных брались точки $A(0; -c-l-2a)$, $B(a; -c-l-a)$, $F(0; -c)$, $I(0; -c/2)$, $O(0; 0)$, $K(l/2; 0)$, $L(l; 0)$, $M(3l/2; 0)$. Из табл. 3 и рис. 8 следует, что с уменьшением c/a , как и в случае полуплоскости с трещиной, происходит резкое возрастание КИН, а также напряжений в точках перемычки и прямолинейной границы вблизи перемычки. При этом вблизи контура отверстия напряжения изменяются незначительно, а точках перемычки и

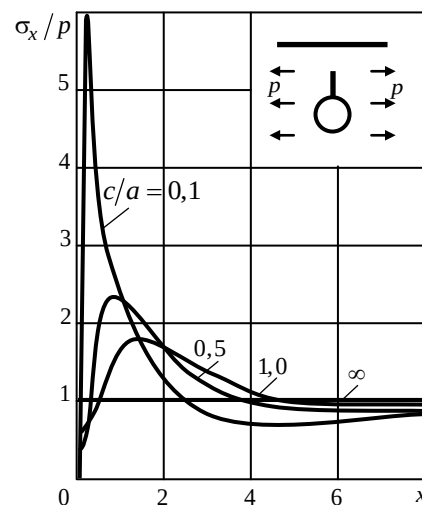


Рис. 8

прямолинейной границы они выше, чем в случае полуплоскости лишь с трещиной. Видно, наличие отверстия в данном случае влияет как увеличение длины трещины.

Таблица 3
Значения напряжений и КИН в точках полуплоскости с круговым отверстием и краевой трещиной (рис. 5) в зависимости от c/a

Точка	Величина	c/a					
		∞	2	1	0,5	0,1	0,01
F	k_1^+	1,306	1,402	1,514	1,676	2,305	4,768
A	σ_s	3,417	3,582	3,707	3,840	4,071	4,254
B	σ_s	-1,138	-1,256	-1,283	-1,234	-0,966	-0,680
I	σ_x	1,000	1,310	1,647	2,240	6,260	41,218
	σ_y	0,000	0,289	0,484	0,766	2,354	15,384
O	σ_x	1,000	0,776	0,550	0,279	-0,064	0,064
K	σ_x	1,000	0,883	1,117	2,111	3,442	2,653
L	σ_x	1,000	1,106	1,688	2,307	2,249	1,659
M	σ_x	1,000	1,290	1,785	1,987	1,669	1,183

Таким образом, удовлетворением граничным условиям на прямолинейной границе методом интегралов типа Коши, на контурах отверстий и трещин обобщенным методом наименьших квадратов получено решение задачи о напряженно-деформированном состоянии изотропной полуплоскости с произвольными отверстиями и трещинами. Описаны результаты численных исследований для полуплоскости с круговым отверстием или жестким ядром, с трещиной или жестким линейным включением, с круговым отверстием и краевой трещиной, выходящей из контура отверстия. Изучено влияние на значения и распределение напряжений и КИН геометрических характеристик отверстий, трещин, жестких включений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н.И. Мухелишвили. – М.: Наука, 1966. – 708 с.
2. Космодамианский А.С. Плоская задача теории упругости для пластин с отверстиями, вырезами и выступами / А.С. Космодамианский. – К.: Вища шк., 1975. – 227 с.
3. Kaloerov S.A. Antiplane strain of a body with a crack and an elliptical cavity / S.A. Kaloerov, E.F. Kosilova, V.A. Lapko // Sov. Appl. Mech. – 1989. – Vol. 25, No. 7. – P. 711-717.
4. Kaloerov, S.A. The stress state of an anisotropic plate with two arbitrarily located elliptic holes or cracks / S.A. Kaloerov, N.M. Neskorodev // J. Math. Sci. – 1995. – Vol. 77, No. 6. – P. 3499-3505.
5. Kaloerov S.A. Thermoviscoelastic state of multiply connected anisotropic plates / S.A. Kaloerov, O.A. Parshikova // Int. Appl. Mech. – 2012. – Vol. 48, No. 3. – P. 319-331.
6. Шерман Д.И. О напряжениях в плоской весовой среде с двумя одинаковыми симметрично расположенными круговыми отверстиями / Шерман Д.И. // Прикладная математика и механика. – 1951. – Т. 15, № 6. – С. 751-761.
7. Калоеров С.А. Концентрация напряжений в многосвязных изотропных пластинках / С.А. Калоеров, Е.В. Авдюшина, А.Б. Мироненко. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2013. – 440 с.
8. Калоеров С.А. Решение задачи о напряженном состоянии многосвязной изотропной пластинки обобщенным методом наименьших квадратов / С.А. Калоеров, А.Б. Мироненко, Е.С. Глушанков // Вестн. ДонНУ. Сер. А. Естеств. науки. – 2023. – № 1. – С. 32-44.
9. Kaloerov S.A. The two-dimensional stressed state of a multiconnected anisotropic body with cavities and cracks / S.A. Kaloerov, E.S. Goryanskaya // J. Math. Sci. – 1997. – Vol. 84, No. 6. – P. 1497-1504.
10. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры / В.В. Воеводин. – М.: Наука, 1977. – 304 с.

11. Форсайт Дж. Машинные методы математических вычислений / Дж. Форсайт, М. Малькольм, К. Моулер. – М.: Мир, 1980. – 280 с.
12. Drmač Z. New fast and accurate Jacobi SVD algorithm. I / Z. Drmač, K. Veselić // SIAM J. Matrix Anal. Appl. – 2008. – Vol. 29, No. 4. – P. 1322–1342.
13. Kaloerov S.A. An approximate method of determining the stress intensity factors for two-dimensional multiply connected bodies with rectilinear cracks / S.A. Kaloerov // J. Math. Sci. – 1995. – Vol. 77, No. 6. – P. 3494–3498.

Поступила в редакцию 14.03.2023 г.

INVESTIGATION OF THE STRESS STATE OF ISOTROPIC HALF-PLANE WITH HOLES AND CRACKS USING THE GENERALIZED LEAST SQUARES METHOD

S.A. Kaloerov, E.S. Glushankov, A.B. Mironenko

A solution to the problem on the stress-strain state of an isotropic half-plane with arbitrary holes and cracks is given with using the complex potentials, the conformal mappings, the expansions of holomorphic functions in Laurent series, and the satisfaction of the boundary conditions on the rectilinear bound with Cauchy-type integrals method, and on the holes' contours with the generalized least squares method. The problem is reduced to the overdetermined system of linear algebraic equation solved with applying the singular value decomposition. The results of numerical studies are described for a half-plane with circular hole or rigid inclusion, and with circular hole and edge crack originated from hole's contour. The influence of geometrical characteristics holes, cracks, and rigid inclusions on the values and distributions of the stresses and the SIFs is investigated.

Keywords: isotropic half-plane, holes and cracks, rigid inclusions, complex potentials, generalized least squares method.

Калоеров Стефан Алексеевич

доктор физико-математических наук, профессор;
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»,
г. Донецк, РФ.
E-mail: kaloerov@mail.ru

Kaloerov Stefan Alekseevich

Doctor of Physico-Mathematical Sciences, Professor;
Donetsk National University, Donetsk, Russia

Глушанков Евгений Сергеевич

кандидат физико-математических наук;
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»,
г. Донецк, РФ.
E-mail: evgenij.glushankov@gmail.com

Glushankov Eugene Sergeevich

Candidate of Physico-Mathematical Sciences;
Donetsk National University, Donetsk, Russia

Мироненко Андрей Борисович

кандидат физико-математических наук;
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»,
г. Донецк, РФ.
E-mail: a.mironenko@donnu.ru

Mironenko Andrey Borisovich

Candidate of Physico-Mathematical Sciences;
Donetsk National University, Donetsk, Russia

УДК 539.3

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ МНОГОСВЯЗНОЙ ИЗОТРОПНОЙ ПЛАСТИНКИ ОБОБЩЕННЫМ МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

© 2023. С.А. Калоеров, А.Б. Мироненко, Е.С. Глушанков

Дано решение задачи теории упругости для изотропной пластинки с отверстиями и трещинами, использующее комплексные потенциалы, конформные отображения, представления голоморфных функций рядами Лорана и по полиномам Фабера и удовлетворение граничным условиям на контурах обобщенным методом наименьших квадратов. Описаны результаты численных исследований для пластинки с двумя отверстиями, жесткими включениями или трещинами, с отверстием и трещиной, в том числе краевой, с двумя отверстиями и трещиной между ними, с двумя отверстиями и щелью между ними. Установлены закономерности влияния количества отверстий и трещин, их взаиморасположения на концентрацию напряжений и на значения КИН.

Ключевые слова: изотропная пластинка с отверстиями и трещинами; комплексные потенциалы; обобщенный метод наименьших квадратов, концентрация напряжений, КИН.

Тонкие изотропные пластинки с различными отверстиями широко применяются в качестве элементов конструкций современной техники. Под действием различных сил около контуров отверстий могут возникать высокие концентрации напряжений, которые нужно учитывать при проектировании и эксплуатации таких конструкций. При этом достаточно надежные результаты для определения напряжений и деформаций в многосвязных изотропных пластинках дают методы, использующие комплексные потенциалы Колосова-Мусхелишвили [1]. Различные методы, использующие эти потенциалы при решении задач в случае многосвязных пластин, были предложены в работах Космодамианского А.С. [2]. Однако в случае весьма близких расстояний между контурами отверстий эти методы малоэффективны, а в случаях, когда контуры отверстий пересекаются или переходят в прямолинейные разрезы, они вообще не применимы. Для решения задач о напряженно-деформированном состоянии пластин с произвольными отверстиями и трещинами в работах [3, 4] был предложен дискретный метод наименьших квадратов, когда составляется и минимизируется функционал невязок, что приводит к системе линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов разложений искомых функций в ряды Лорана и по полиномам Фабера. Этот подход нашел широкое применение в решениях разнообразных задач для изотропных, анизотропных, вязкоупругих и электромагнитоупругих пластин с различным набором концентраторов напряжений. Но реализация дискретного метода наименьших квадратов приводит к необходимости численной реализации достаточно громоздкого алгоритма, что не всегда удобно в инженерных расчетах. В работе [5] для решения задач в случае многосвязных пластин с произвольными отверстиями и трещинами был предложен обобщенный метод наименьших квадратов (ОМНК), реализация которого при решении задач значительно проще. Более того, его использование обеспечивает более точное удовлетворение граничным условиям решаемых задач.

В данной статье с использованием комплексных потенциалов и ОМНК решена задача для изотропной пластинки с произвольными отверстиями и трещинами. Описаны результаты численных исследований для пластинки с двумя отверстиями, жесткими включениями или трещинами, с отверстием и трещиной, в том числе

краевой, с двумя отверстиями и трещиной, с двумя отверстиями и соединяющей их щелью.

Постановка и метод решения задачи. Рассмотрим изотропную пластинку с отверстиями произвольной конфигурации. При наличии криволинейных отверстий их контуры можно аппроксимировать дугами эллипсов и берегами прямолинейных разрезов, рассматриваемых также эллипсами, одна из полуосей которых равна нулю. В связи с этим достаточно рассматривать пластинку, занимающую многосвязную область S , ограниченную внешним контуром L_0 и контурами произвольно расположенных эллиптических отверстий L_l ($l = \overline{1, \mathcal{L}}$) с полуосями a_l , b_l (рис. 1), причем в локальных системах координат $O_l x_l y_l$ с началами в центрах эллипсов L_l и направлениями осей $O_l x_l$ вдоль полуосей $\pi/2$ их параметрические уравнения будут такими:

$$x_l = a_l \cos \theta, \quad y_l = b_l \sin \theta, \quad (1)$$

а в основной системе координат Oxy имеют вид

$$\begin{aligned} x &= x_{0l} + x_l \cos \varphi_l - y_l \sin \varphi_l, \\ y &= y_{0l} + x_l \sin \varphi_l + y_l \cos \varphi_l, \end{aligned} \quad (2)$$

где θ – параметр параметрического задания эллипса, изменяющийся от 0 до 2π ; x_{0l} , y_{0l} – координаты начала локальной системы координат $O_l x_l y_l$ в основной системе координат Oxy ; φ_l – угол между направлениями осей Ox и $O_l x_l$, отсчитываемый от Ox против часовой стрелки. На контурах пластинки заданы непрерывно распределенные внешние усилия или они жестко подкреплены. Во внутренних точках пластинки $z_r^0(x_r^0, y_r^0)$ ($r = \overline{1, \mathcal{R}}$) действуют сосредоточенные силы $P_r^0(X_r^0, Y_r^0)$.

Если контур L_0 полностью уходит в бесконечность, то будем иметь бесконечную многосвязную область. В этом случае на

бесконечности могут быть заданы напряжения σ_x^∞ , σ_y^∞ , τ_{xy}^∞ и угол поворота ε^∞ .

Если для определения напряженно-деформированного состояния пластинки использовать комплексные потенциалы Колосова-Мусхелишвили [1], то решение рассматриваемой задачи сводится к нахождению функций комплексного переменного $\varphi(z)$, $\psi(z)$ из граничных условий на контурах [6]

$$s_l \varphi(t) - t \overline{\varphi'(t)} - \overline{\psi(t)} = f_l(t), \quad (3)$$

где

$$s_l = -1, \quad f_l(t) = \mp i \int_0^s (X_{ln} + i Y_{ln}) ds + c,$$

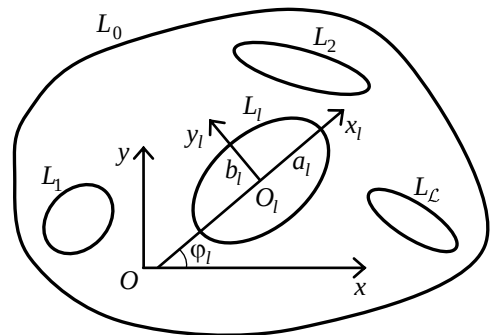


Рис. 1

если на контуре L_l заданы усилия X_{ln}, Y_{ln} , и

$$s_l = \alpha = \frac{3-\nu}{1+\nu}, \quad f(t) = 2\mu(u^* + iv^*) - 2\mu i \varepsilon t + c,$$

если на L_l заданы перемещения u^*, v^* ; ν – коэффициент Пуассона; ε – угол поворота контура пластинки как целого; c – постоянные, одна из которых произвольна и может быть принята равной нулю. В двойных знаках верхние знаки выбираются для внешнего контура области L_0 (положительный обход области при обходе против часовой стрелки), нижние знаки – для контуров отверстий.

Комплексные потенциалы $\varphi(z), \psi(z)$ определены в рассматриваемой многосвязной области S , и в общем случае имеют вид [6]

$$\begin{aligned} \varphi(z) &= g\Gamma_1 z + A(z) + \varphi_0(z), \\ \psi(z) &= g\Gamma_2 z + B(z) + \psi_0(z); \end{aligned} \quad (4)$$

в котором $g = 0$ в случае конечной области S , $g = 1$, если область S бесконечна;

$$\Gamma_1 = \frac{\sigma_x^\infty + \sigma_y^\infty}{4} + i \frac{2\mu\varepsilon^\infty}{1+\alpha}, \quad \Gamma_2 = \frac{\sigma_y^\infty - \sigma_x^\infty}{2} + i\tau_{xy}^\infty; \quad (5)$$

$\sigma_x^\infty, \sigma_y^\infty, \tau_{xy}^\infty$ – напряжения, ε^∞ – угол вращения на бесконечности;

$$\begin{aligned} A(z) &= -\sum_{l=1}^{\mathcal{L}} P_l \ln(z - z_l) - \sum_{r=1}^{\mathcal{R}} P_r^0 \ln(z - z_r^0), \\ B(z) &= \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \alpha \bar{P}_l \ln(z - z_l) + \sum_{r=1}^{\mathcal{R}} \alpha \bar{P}_r^0 \ln(z - z_r^0); \end{aligned} \quad (6)$$

$$P_l = \frac{X_l + iY_l}{2\pi(1+\alpha)}, \quad P_r^0 = \frac{X_r^0 + iY_r^0}{2\pi(1+\alpha)}; \quad (7)$$

(X_l, iY_l) – главный вектор внешних усилий, приложенных к контуру отверстия L_l . (X_r^0, iY_r^0) – сосредоточенная сила в точке $z_r^0(x_r^0, y_r^0)$; $\varphi_0(z), \psi_0(z)$ – функции, голоморфные в многосвязной области S , включая и точки приложения сосредоточенных сил.

Функции $\varphi_0(z), \psi_0(z)$ представим в виде

$$\varphi_0(z) = \sum_{l=g}^{\mathcal{L}} \varphi_l^*(z), \quad \psi_0(z) = \sum_{l=g}^{\mathcal{L}} \psi_l^*(z) \quad (8)$$

в котором $\varphi_0^*(z), \psi_0^*(z)$ – функции, голоморфные внутри внешнего контура L_0 области S ; $\varphi_l^*(z), \psi_l^*(z)$ ($l = \overline{1, \mathcal{L}}$) – функции, голоморфные вне контуров отверстий L_l . Для построения этих функций используем методы конформных отображений.

Отобразим конформно внешность единичной окружности $|\zeta_l| \geq 1$ на внешность контура L_l по формулам [7]

$$z = z_l + R_l \left(\zeta_l + \frac{m_l}{\zeta_l} \right), \quad (9)$$

в которых

$$z_l = x_{0l} + iy_{0l}, \\ R_l = R_{l0} e^{i\varphi_l}, \quad R_{l0} = \frac{a_l + b_l}{2}, \quad m_l = \frac{a_l - b_l}{a_l + b_l}. \quad (10)$$

Тогда функции $\varphi_0^*(z)$, $\psi_0^*(z)$, голоморфные внутри L_0 , можно разложить в ряды по полиномам Фабера для эллипса L_0 , которые можно записать в виде степенных рядов [6]

$$(\varphi_0^*(z), \psi_0^*(z)) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_{0n}, b_{0n}) (z - z_0)^n. \quad (11)$$

Остальные функции $\varphi_l^*(z)$, $\psi_l^*(z)$ ($l = \overline{1, \mathcal{L}}$), голоморфные вне отверстий с контурами L_l , после конформных отображений (9) в областях переменных ζ_l будут голоморфными вне единичных кругов $|\zeta_l| \geq 1$ и их можно разложить в ряды Лорана вида

$$(\varphi_l^*(z), \psi_l^*(z)) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(a_{ln}, b_{ln})}{\zeta_l^n} \quad (12)$$

с неизвестными коэффициентами a_{ln} , b_{ln} .

Окончательно для комплексных потенциалов получаем выражения

$$\varphi(z) = (1-g)a_{00} + g\Gamma_1 z + A(z) + \sum_{l=g}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} a_{ln} \varphi_{ln}(z), \\ \psi(z) = (1-g)b_{00} + g\Gamma_2 z + B(z) + \sum_{l=g}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} b_{ln} \varphi_{ln}(z), \quad (13)$$

в которых

$$\varphi_{0n}(z) = (z - z_0)^n, \quad \varphi_{ln}(z) = \frac{1}{\zeta_l^n} \quad (l = \overline{1, \mathcal{L}}); \quad (14)$$

a_{ln} , b_{ln} – неизвестные постоянные, определяемые из граничных условий (3) на контурах пластинки. В случае многосвязной области этим условиям удобнее удовлетворять в дифференциальной форме, получаемой из условий (3) их дифференцированием по дуге контура s и имеющей вид

$$s_l \delta_{ls} \Phi(t) - \delta_{ls} \overline{\Phi(t)} - t \delta_{ls} \overline{\Phi'(t)} - \overline{\delta_{ls}} \Psi(t) = \frac{df_l(t)}{ds}. \quad (15)$$

Здесь

$$\Phi(z) = \varphi'(z); \quad \Psi(z) = \psi'(z); \quad \delta_{ls} = \frac{dt}{ds} = \frac{x' + iy'}{\sqrt{x'^2 + y'^2}};$$

$$\frac{df_l(t)}{ds} = \mp i(X_{ln} + iY_{ln}), \text{ если на контуре } L_l \text{ заданы внешние усилия } X_{ln}, Y_{ln};$$

$$\frac{d f_l(t)}{ds} = 2\mu \left(\frac{du^*}{ds} + i \frac{dv^*}{ds} \right) - 2\mu i \varepsilon \delta_{ls}, \text{ если на } L_l \text{ заданы перемещения } u^*, v^*;$$

x', y' – производные по параметру θ параметрического задания (1) контура L_l . При этом

$$\Phi(z) = g\Gamma_1 + A'(z) + \sum_{l=g}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} a_{ln} \varphi'_{ln}(z),$$

$$\Phi'(z) = A''(z) + \sum_{l=g}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} a_{ln} \varphi''_{ln}(z),$$

$$\Psi(z) = g\Gamma_2 + B'(z) + \sum_{l=g}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} b_{ln} \varphi'_{ln}(z); \quad (16)$$

$$A'(z) = -\sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \frac{P_l}{z - z_l} - \sum_{r=1}^{\mathcal{R}} \frac{P_r^0}{z - z_r^0},$$

$$A''(z) = \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \frac{P_l}{(z - z_l)^2} + \sum_{r=1}^{\mathcal{R}} \frac{P_r^0}{(z - z_r^0)^2},$$

$$B'(z) = \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \frac{\bar{\alpha} \bar{P}_l}{z - z_l} + \sum_{r=1}^{\mathcal{R}} \frac{\bar{\alpha} \bar{P}_r^0}{z - z_r^0}; \quad (17)$$

$$\varphi'_{0n}(z) = n(z - z_0)^{n-1},$$

$$\varphi'_{ln}(z) = -\frac{n}{R_l \zeta_l^{n-1} (\zeta_l^2 - m_l)},$$

$$\varphi''_{ln}(z) = \frac{n[(n+1)\zeta_l^2 - (n-1)m_l]}{R_l^2 \zeta_l^{n-2} (\zeta_l^2 - m_l)^3} \quad (l = \overline{1, \mathcal{L}});$$

$$\delta_{ls} = \frac{dt}{ds} = \frac{x' + iy'}{\sqrt{x'^2 + y'^2}}.$$

Граничным условиям (15) будем удовлетворять обобщенным методом наименьших квадратов [5, 8, 9]. Для этого выберем на каждом из контуров L_p ($p = \overline{0, \mathcal{L}}$) систему точек $M_{pm}(x_{pm}, y_{pm})$ ($m = \overline{1, M_p}$), в которых удовлетворим заданным граничным условиям. Подставив функции (16) в граничные условия (15), получим переопределенную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned}
 2 \operatorname{Re} \sum_{l=g}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} & \left[s_p \delta_{ps} \Phi(t_{pm}) - \delta_{ps} \overline{\Phi(t_{pm})} - t_{pm} \overline{\delta_{ps} \Phi'(t_{pm})} - \overline{\delta_{ps} \Psi(t_{pm})} \right] = \\
 & = \frac{df_l(t)}{ds} - \left[s_p \delta_{ps} \Gamma_1 - \delta_{ps} \overline{\Gamma_1} - \overline{\delta_{ps} \Gamma_2} \right] - \left[s_p \delta_{ps} A'(t_{pm}) - \right. \\
 & \left. - \delta_{ps} \overline{A'(t_{pm})} - t_{pm} \overline{\delta_{ps} A''(t_{pm})} - \overline{\delta_{ps} B'(t_{pm})} \right] \quad (p = \overline{g, \mathcal{L}}, m = \overline{1, M_p}). \quad (18)
 \end{aligned}$$

После нахождения псевдорешения системы (18) методом сингулярного разложения [10, 11] постоянные a_{ln} , b_{ln} , а, следовательно, и комплексные потенциалы (13), будут известны и по ним можно найти в любой точке основные напряжения [1]

$$\begin{aligned}
 \sigma_x + \sigma_y &= 4 \operatorname{Re} \varphi'(z), \\
 \sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} &= 2 \left[\bar{z} \varphi''(z) + \psi'(z) \right], \quad (19)
 \end{aligned}$$

а также нормальные и касательные напряжения [1, 6]

$$\begin{aligned}
 \sigma_n &= \sigma_x \cos^2(nx) + \sigma_y \cos^2(ny) + 2\tau_{xy} \cos(nx) \cos(ny), \\
 \sigma_s &= \sigma_x \cos^2(ny) + \sigma_y \cos^2(nx) - 2\tau_{xy} \cos(nx) \cos(ny), \\
 \tau_{ns} &= (\sigma_y - \sigma_x) \cos(nx) \cos(ny) + \tau_{xy} (\cos^2(nx) - \cos^2(ny)) \quad (20)
 \end{aligned}$$

на любых площадках с нормалью n и касательной s . При этом, если некоторый эллипс L_l переходит в прямолинейный разрез (трещину или жесткое линейное включение), то в его концах производные комплексных потенциалов (16), а следовательно, и напряжения будут иметь сингулярность и можно определить такие важные характеристики, как коэффициенты интенсивности напряжений (КИН), исходя из следующего.

Если пластинка имеет прямолинейный разрез (эллиптическое отверстие с контуром L_l , полуось b_l которого равна нулю), то в концах такого разреза, как следует из конформных отображений (9), первые производные комплексных потенциалов (16) имеют корневую сингулярность $1/\sqrt{2r}$, где r – радиус-координата полярной системы координат с началом в вершине трещины. Такую же сингулярность имеют и напряжения σ_y^l и τ_{xy}^l в локальной системе координат $O_l x_l y_l$ (рис. 2), и КИН вводятся как коэффициенты сингулярности этих напряжений на продолжениях трещины:

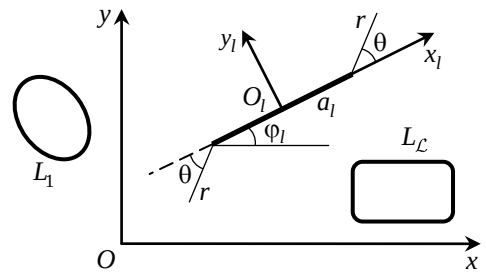


Рис. 2

$$k_1^{\pm} = \lim_{r \rightarrow 0} (\sqrt{2r} \sigma_y^l), \quad k_2^{\pm} = \lim_{r \rightarrow 0} (\sqrt{2r} \tau_{xy}^l).$$

Постоянные k_1 и k_2 называются коэффициентами интенсивности напряжений нормального отрыва (σ_y^l) и поперечного сдвига (τ_{xy}^l) для трещины в локальной

системе координат $O_l x_l y_l$, причем КИН со знаком «+» в локальной системе относится к правому концу разреза, со знаком «-» – к левому его концу. Переходя по формулам (20) от напряжений в локальной системе координат $O_l x_l y_l$ к основным напряжениям, получим выражения КИН через основные напряжения:

$$\begin{aligned} k_1^{\pm} &= \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2r} \left[\sigma_x \sin^2 \varphi_l + \sigma_y \cos^2 \varphi_l - 2\tau_{xy} \cos \varphi_l \sin \varphi_l \right], \\ k_2^{\pm} &= \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2r} \left[(\sigma_y - \sigma_x) \sin \varphi_l \cos \varphi_l + \tau_{xy} (\cos^2 \varphi_l - \sin^2 \varphi_l) \right]. \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь верхний знак соответствует правому концу разреза в локальной системе координат $O_l x_l y_l$, нижний – к его левому концу.

Придавая r различные значения, стремящиеся к нулю, и вычисляя для них эти значения, находим последовательность приближенных значений КИН. При этом, начиная с некоторых r , приближенные значения коэффициентов (21) практически не изменяются. За КИН и принимаются эти значения, как предельные. Как показывают расчеты, устойчивые значения КИН получаются при $10^{-8} \leq r \leq 10^{-10}$ [12].

Численные исследования для некоторых частных задач. Приведенный подход был использован для решения различных частных задач. Исследования проводились для пластин из изотропного материала алюминий, для которого $E=71000$ МПа, $\nu=0,25$.

При проведении исследований количество членов в бесконечных рядах (16) для каждого контура L_p и «коллокационных точек» M_p на этом контуре, для которых составлялись уравнения (18), увеличивалось до тех пор, пока граничные условия на контурах не удовлетворялись с достаточно высокой степенью точности (пока значения напряжений σ_n , τ_{ns} на площадках, касательных к неподкрепленным и незагруженным контурам не были менее 10^{-3} , $\sigma_s / \sigma_n - \nu$ не было величиной такого же порядка в случае жестко подкрепленных контуров (как известно, в случае жестко подкрепленных контуров $\sigma_s / \sigma_n = \nu$ [6, с. 46]). В описываемых ниже случаях для такого удовлетворения граничным условиям необходимо было в указанных рядах оставлять от 10 до 150 членов, и на каждом из контуров брать от 100 до 500 «коллокационных точек».

Для растяжения усилиями $\sigma_y^{\infty} = p$ пластинки с 2 одинаковыми круговыми отверстиями радиуса a_1 ($b_1 = a_1$, $b_2 = a_2 = a_1$) (рис. 3) с неподкрепленными или жестко подкрепленными контурами в табл. 1 в зависимости от отношения c/a_1 , где c – расстояние между контурами ↑ ↑ ↑ p ↑ ↑
↓ ↓ ↓ p ↓ ↓
Рис. 3

Таблица 1

Значения напряжений σ_s / p около контура левого отверстия в пластинке с 2-мя круговыми отверстиями или жесткими включениями

θ , рад.	c / a_1											
	∞	2	1	0,5	0,1	0,01	∞	2	1	0,5	0,1	0,01
	Контур не подкреплён						Контур жёстко подкреплён					
0	3,00	3,02	3,26	4,03	8,69	29,34	0,018	-0,011	-0,046	-0,091	-0,196	-0,533
$\pi/6$	2,00	2,20	2,45	2,66	2,41	1,09	0,109	0,093	0,079	0,066	0,054	0,066
$\pi/3$	0,00	0,23	0,30	0,26	-0,09	-0,51	0,291	0,283	0,276	0,270	0,265	0,265
$\pi/2$	-1,00	-0,88	-0,88	-0,91	-0,99	-1,05	0,382	0,373	0,366	0,360	0,355	0,354
$2\pi/3$	0,00	0,07	0,10	0,14	0,27	0,39	0,291	0,282	0,276	0,273	0,269	0,268
π	3,00	3,07	3,15	3,26	3,51	3,74	0,018	0,010	0,007	0,004	0,002	0,000

Как видно из данных табл. 1, рис. 4, рис. 5 и других полученных результатов, при пластинки около контуров отверстий возникает значительная концентрация напряжений; при сближении контуров друг с другом значения напряжений около контуров неподкрепленных отверстий вблизи точек перемычки резко возрастают, в случае жестких подкреплений контуров их сближение ведет к уменьшению значений

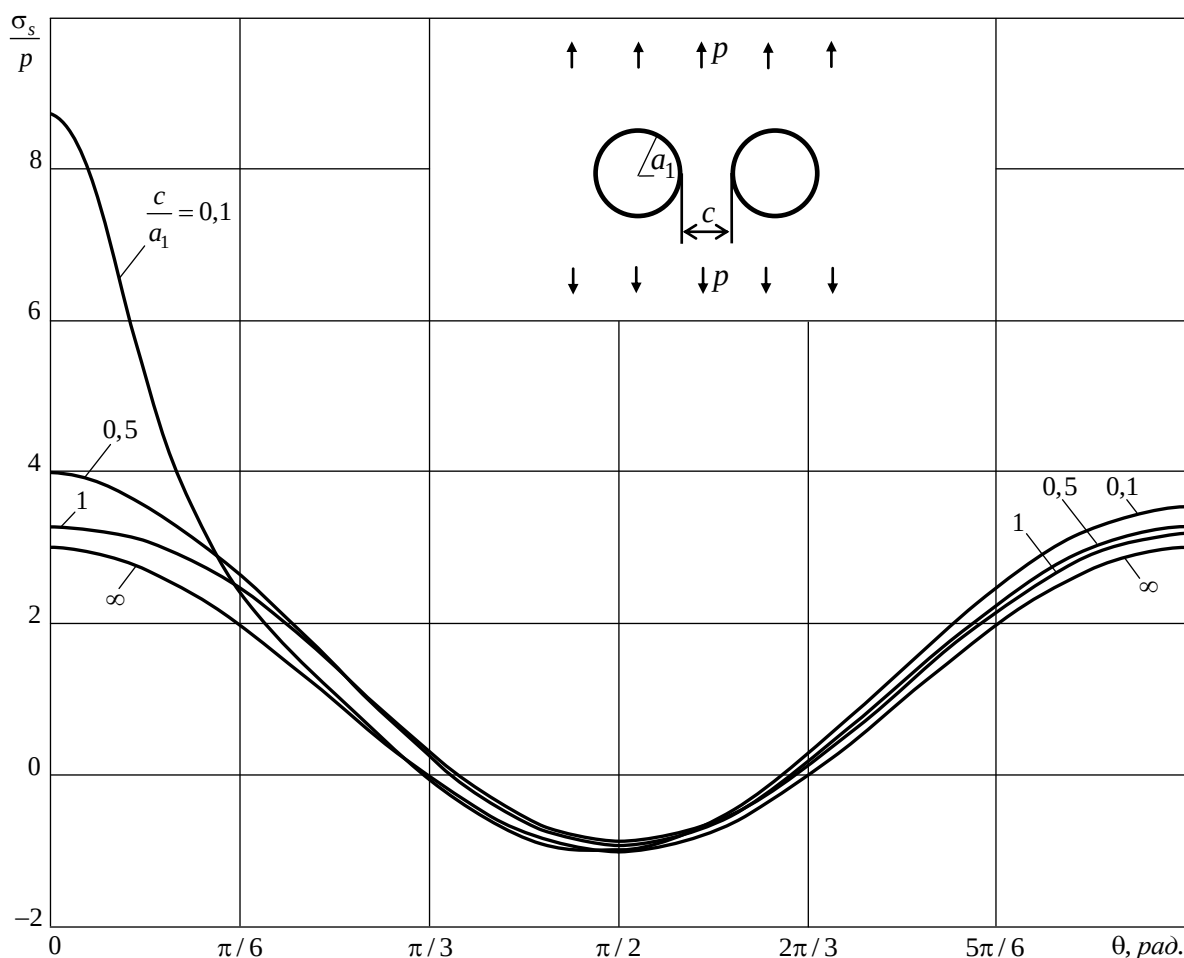


Рис. 4

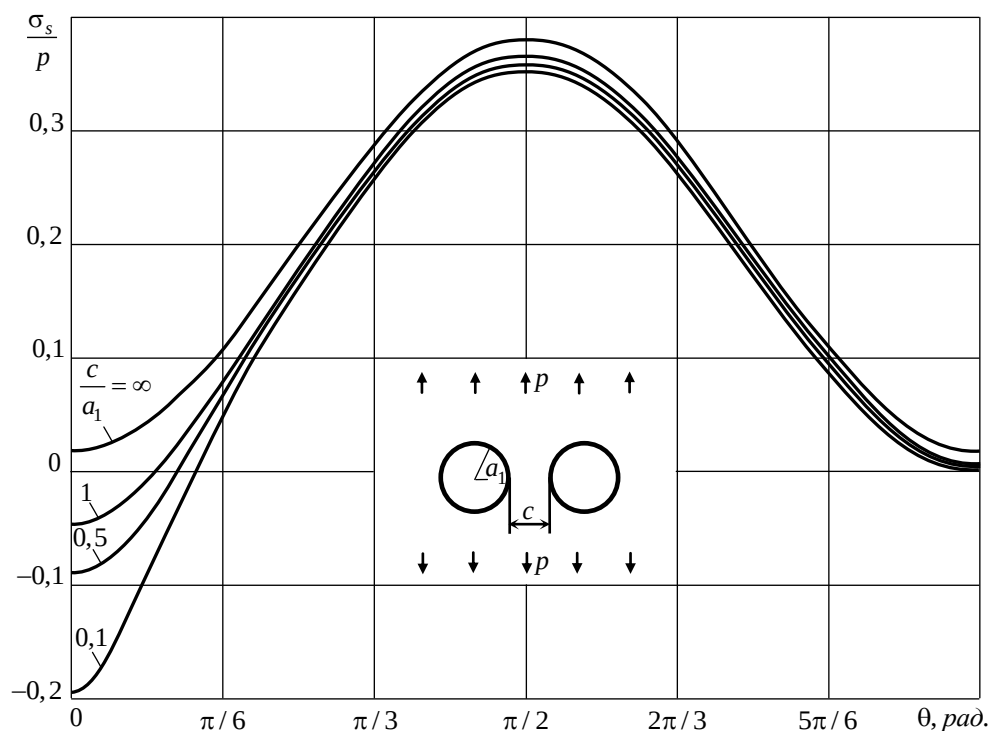


Рис. 5

напряжений около контуров. При этом в зонах, далеких от перемычек значения напряжений изменяются незначительно. При сближении жестких включений в точках перемычки возникают сжимающие (отрицательные) напряжения, растущие по модулю при сближении включений. При расстояниях между контурами, больших их диаметров ($c/a_1 \geq 2$), их взаимовлияние незначительно и им можно пренебречь. Заметим, что получаемые значения напряжений совпадают с известными [6, 13], найденными дискретным методом наименьших квадратов.

Как показали исследования для пластинки с эллиптическими отверстиями с большими полуосями a_i вдоль направления, перпендикулярного направлению растяжения, с уменьшением отношения полуосей b_i/a_i эллипса L_i значения напряжений вблизи концов большой полуоси бесконечно растут и при $b_i/a_i \leq 10^{-3}$ отверстие с контуром L_i можно считать трещиной и вычислять для ее концов КИН.

В табл. 2 для пластинки с двумя одинаковыми коллинеарными (рис. 6, а) или параллельными (рис. 6, б) трещинами длины $2l$ в зависимости от c/l , где c – расстояние между трещинами, для концов первой (левой или верхней) трещины приведены значения КИН k_1 . Из данных табл. 2 и других полученных результатов следует, что в случае трещин вдоль одной прямой при растяжении пластинки поперек линии трещин КИН k_1 (в этом случае $k_2 = 0$) особенно k_1^+ растет при сближении

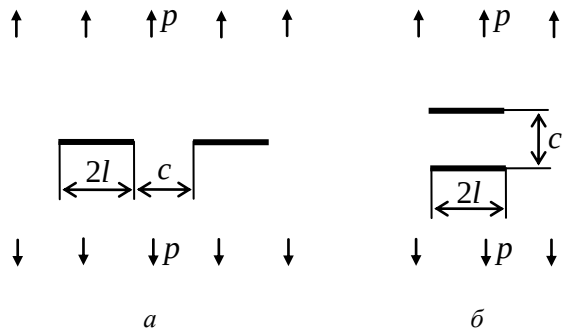


Рис. 6

Таблица 2

Значения КИН для пластинки с двумя одинаковыми коллинеарными или параллельными трещинами в зависимости от c/l

Геометрия трещин	КИН	c/l				
		∞	2	1	0,5	0,1
Коллинеарные трещины (рис. 6, а)	k_1^-	1,0	1,028	1,052	1,0811	1,1510
	k_1^+	1,0	1,048	1,112	1,2289	1,7950
Параллельные трещины (рис. 6, б)	$k_1^\pm$	1,0	0,843	0,773	0,7312	0,6881
	k_2^-	0,0	0,061	0,117	0,1543	0,1968

трещин; при $c \rightarrow 0$ КИН стремится к $\sqrt{2l}$, к КИН для трещины двойной полудлины $2l$, то есть обе трещины, сливаясь, создают одну трещину двойной длины. В случае пластинки с параллельными трещинами при ее аналогичном растяжении значение КИН k_1 (в этом случае $k_1^- = k_1^+$) значительно меньше, чем в случае одной трещины, КИН $k_2 \neq 0$, причем $k_2^- = -k_2^+$; если расстояние между параллельными трещинами больше длины трещин ($c/l > 2$), то влияние одной трещины на КИН для концов другой трещины незначительно и им можно пренебречь; в последнем случае и КИН k_2 пренебрежимо мало.

В табл. 3 для пластинки с круговым отверстием или жестким ядром радиуса a_1 и внутренней трещиной полудлины $l = a_1$ (рис. 7, а) в зависимости от отношения c/l , где c – длина перемычки между контуром отверстия (включения) и трещиной, и центрального угла θ , отсчитываемого от положительного направления оси Ox , с точностью до

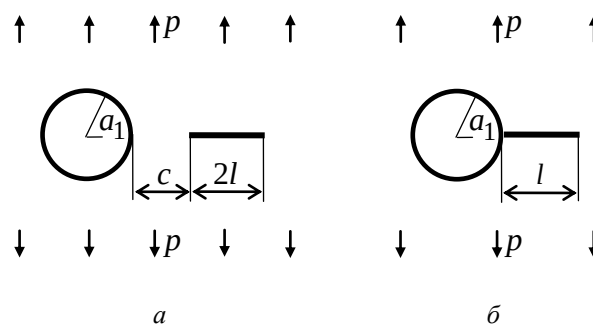


Рис. 7

Таблица 3

Значения напряжений σ_s / p около контура отверстия или включения в пластинке с круговым отверстием или круговым жестким включением и внутренней трещиной в зависимости от c/l

θ , рад.	c/l											
	∞	2	1	0,5	0,1	0,01	∞	2	1	0,5	0,1	0,01
	Пластинка с отверстием и трещиной						Пластинка с жестким включением и трещиной					
0	3,00	3,07	3,134	3,220	3,427	13,27	0,018	0,047	0,092	0,177	0,503	0,939
$\pi/36$	2,97	3,04	3,129	3,331	7,674	12,13	0,021	0,049	0,092	0,165	0,270	0,220
$\pi/12$	2,73	2,83	3,034	3,633	5,580	3,42	0,043	0,067	0,094	0,117	0,091	0,087
$\pi/6$	2,00	2,14	2,403	2,774	2,337	1,33	0,109	0,125	0,135	0,136	0,141	0,143
$\pi/3$	0,00	0,09	0,108	-0,004	-0,493	-0,78	0,291	0,303	0,314	0,326	0,334	0,333
$\pi/2$	-1,00	-0,98	-1,004	-1,059	-1,161	-1,22	0,382	0,395	0,404	0,411	0,413	0,410
$2\pi/3$	0,00	0,03	0,046	0,076	0,173	0,22	0,291	0,301	0,307	0,309	0,308	0,306
π	3,00	3,07	3,134	3,220	3,427	3,59	0,018	0,024	0,026	0,026	0,025	0,024

интенсивности приложенной нагрузки p приведены значения нормальных напряжений σ_s в точках контура отверстия на площадках, перпендикулярных к нему, а в табл. 4

Таблица 4

Значения КИН для концов трещины в пластинке с круговым отверстием (жестким включением) и внутренней трещиной в зависимости от c/l

КИН	c/l											
	∞	2	1	0,5	0,1	0,01	∞	2	1	0,5	0,1	0,01
	Пластинка с отверстием и трещиной						Пластинка с жестким включением и трещиной					
k_1^-	1,0	1,058	1,157	1,355	2,177	3,951	1,0	0,966	0,9116	0,8044	0,4405	0,1551
k_1^+	1,0	1,032	1,065	1,112	1,230	1,306	1,0	0,981	0,9624	0,9369	0,8849	0,8635

даны значения КИН k_1 для концов трещины. Из табл. 3, 4 видно, что приближение трещины к контуру отверстия или включения приводит к увеличению (в случае отверстия весьма значительному) напряжений около этого контура в зоне между контуром и трещиной и незначительному их изменению с противоположной стороны контура. При этом значения КИН k_1^- (для близкой к контуру вершины) в случае отверстия значительно увеличивается, а в случае жесткого включения уменьшается, тогда как k_1^+ (для дальней вершины) изменяется незначительно.

В табл. 5 для пластинки с круговым отверстием радиуса a_1 и краевой трещиной длины l (рис. 7, б) в зависимости от отношения l/a_1 и центрального угла θ , отсчитываемого от положительного направления оси Ox , с точностью до интенсивности приложенной нагрузки p приведены значения нормальных напряжений σ_s в точках контура отверстия на площадках, перпендикулярных к нему. Из данных табл. 5 видно, что при увеличении длины краевой трещины значения напряжений около отверстия резко уменьшаются в зоне около точки выхода трещины на контур и увеличиваются в зоне, противоположной точке выхода, вблизи соответствующей параметру $\theta = \pi$ точки.

В табл. 6 для пластинки с двумя круговыми отверстиями радиуса a_1 и трещиной (разрезом) длины l (рис. 8) в зависимости от отношения l/a_1 и центрального угла θ , отсчитываемого от положительного направления оси Ox , с точностью до интенсивности приложенной нагрузки p приведены значения нормальных напряжений σ_s в точках

Таблица 5

Значения напряжений σ_s / p около контура отверстия в пластинке с круговым отверстием и краевой трещиной в зависимости от l/a_1

θ , рад.	l/a_1				
	0,01	0,1	0,5	1	2
$\pi/36$	3,064	0,515	-0,098	-0,016	0,010
$\pi/12$	2,742	2,019	-0,112	-0,182	-0,126
$\pi/6$	2,002	1,811	0,313	-0,334	-0,559
$\pi/3$	0,000	-0,031	-0,436	-0,902	-1,372
$\pi/2$	-1,000	-1,001	-1,046	-1,138	-1,280
$2\pi/3$	0,000	0,009	0,103	0,215	0,394
π	3,000	3,014	3,181	3,417	3,843

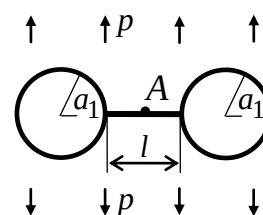


Рис. 8

контура левого отверстия на площадках, перпендикулярных к нему и напряжений σ_x / p в точке A в центре разреза.

Как видно из табл. 6, начиная с l , больших диаметра отверстия ($l/a_1 > 2$), с увеличением длины разреза значения напряжений около отверстия в зоне, противоположной точке выхода разреза на контур, резко возрастают. В остальных точках значения напряжений изменяются незначительно.

Таким образом, с использованием комплексных потенциалов Колосова-Мухелишвили решена задача для многосвязной изотропной пластинки с конечным числом отверстий при произвольном их количестве, месторасположении и конфигурации. Описаны результаты численных исследований для бесконечной пластинки с двумя отверстиями, жесткими включениями или трещинами, с отверстием и трещиной, в том числе краевой, с двумя отверстиями и прямолинейным разрезом между ними. Изучены закономерности изменения напряженного состояния пластинки в зависимости от количества концентраторов напряжений и их взаиморасположения.

Таблица 6
Значения σ_s / p около контура левого отверстия
в пластинке с двумя круговыми отверстиями и разрезом
между ними в зависимости от l/a_1

θ , рад.	l/a_1					
	0,5	1	2	5	10	50
$\pi/36$	0,005	0,009	0,013	0,019	0,019	0,022
$\pi/12$	0,037	0,023	-0,043	-0,078	-0,086	-0,137
$\pi/6$	-0,025	-0,159	-0,389	-0,590	-0,650	-0,806
$\pi/3$	-0,960	-1,111	-1,354	-1,694	-1,822	-1,816
$\pi/2$	-1,121	-1,150	-1,204	-1,272	-1,186	-0,086
$2\pi/3$	0,539	0,617	0,758	1,125	1,666	4,624
$5\pi/6$	2,928	3,078	3,358	4,081	5,050	9,773
π	4,053	4,228	4,558	5,415	6,555	11,998
В т. А	0,015	0,022	-0,208	-0,709	-0,915	-1,001

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н.И. Мухелишвили. – М.: Наука, 1966. – 708 с.
2. Космодамианский А.С. Плоская задача теории упругости для пластин с отверстиями, вырезами и выступами / А.С. Космодамианский. – К: Вища шк., 1975. – 227 с.
3. Kaloerov S.A. Antiplane strain of a body with a crack and an elliptical cavity / S.A. Kaloerov, E.F. Kosilova, V.A. Lapko // Soviet Applied Mechanics. – 1989. – Vol. 25(7). – P. 711-717.
4. Kaloerov S.A. The stress state of an anisotropic plate with two arbitrarily located elliptic holes or cracks / S.A. Kaloerov, N.M. Neskorojev // Journal of Mathematical Sciences. – 1995. – Vol. 77(6). – P. 3499-3505.
5. Kaloerov S.A. Thermoviscoelastic state of multiply connected anisotropic plates / S.A. Kaloerov, O.A. Parshikova // International Applied Mechanics. – 2012. – Vol. 48(3). – P. 319-331.
6. Калоеров С.А. Концентрация напряжений в многосвязных изотропных пластинках / С.А. Калоеров, Е.В. Авдюшина, А.Б. Мироненко. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2013. – 440 с.
7. Kaloerov S.A. The two-dimensional stressed state of a multiconnected anisotropic body with cavities and cracks / S.A. Kaloerov, E.S. Goryanskaya // Journal of Mathematical Sciences. – 1997. – Vol. 84(6). – P. 1497-1504.
8. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры / В.В. Воеводин. – М.: Наука, 1977. – 304 с.
9. Форсайт Дж. Машинные методы математических вычислений / Дж. Форсайт, М. Малкольм, К. Моулер. – М.: Мир, 1980. – 280 с.
10. Drmač Z. New fast and accurate Jacobi SVD algorithm. 1 / Z. Drmač, K. Veselič // SIAM J. Matrix Anal. Appl. – 2008. – Vol. 29, № 4. – P. 1322-1342.

11. Drmač Z. New fast and accurate Jacobi SVD algorithm. 2 / Z. Drmač, K. Veselič // SIAM J. Matrix Anal. Appl. – 2008. – Vol. 29, № 4. – P. 1343–1362.
12. Kaloerov S.A. An approximate method of determining the stress intensity factors for two-dimensional multiply connected bodies with rectilinear cracks // Journal of Mathematical Sciences. – 1995. – Vol. 77(6). – P. 3494–3498
13. Калоеров С.А. Концентрация напряжений в многосвязной анизотропной пластинке / С.А. Калоеров, А.Б. Мироненко, Е.С. Глушанков // Вестн. ДонНУ. Сер. А. Естеств. науки. – 2021. – № 4. – С. 14–28.

Поступила в редакцию 14.03.2023 г.

SOLVING THE PROBLEM ON THE STRESS STATE OF A MULTIPLY CONNECTED ISOTROPIC PLATE WITH THE GENERALIZED LEAST SQUARES.

S.A. Kaloerov, A.B. Mironenko, E.S. Glushankov

A solution to the problem of elasticity theory for an isotropic plate with holes and cracks is given, which uses complex potentials, conformal mappings, representations of holomorphic functions by Laurent series and Faber polynomials, and satisfaction of the boundary conditions on the contours by the generalized least squares method. The results of numerical studies are described for a plate with two holes, rigid inclusions or cracks, with a hole and a crack, including a boundary one, with two holes and a crack between them, with two holes and a gap between them. Regularities of the influence of the number of holes and cracks, their relative position on the stress concentration and on the values of the SIFs are established.

Keywords: *isotropic plate with holes and cracks*; complex potentials; generalized least squares method, stress concentration, SIFs.

Калоеров Стефан Алексеевич

доктор физико-математических наук, профессор;
профессор кафедры теории упругости и
вычислительной математики имени академика
А.С. Космодамианского
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»,
г. Донецк, РФ.
E-mail: kaloerov@mail.ru

Kaloerov Stefan Alekseevich

Doctor of Physico-Mathematical Sciences, Professor,
Donetsk National University, Donetsk, Russian
Federation

Мироненко Андрей Борисович

кандидат физико-математических наук;
доцент кафедры теории упругости и
вычислительной математики имени академика
А.С. Космодамианского
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»,
г. Донецк, РФ.
E-mail: a.mironenko@donnu.ru

Mironenko Andrey Borisovich

Candidate of Physico-Mathematical Sciences,
Donetsk National University, Donetsk, Russian
Federation

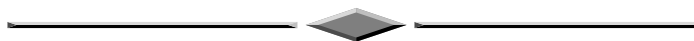
Глушанков Евгений Сергеевич

кандидат физико-математических наук;
доцент кафедры теории упругости и
вычислительной математики имени академика
А.С. Космодамианского
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»,
г. Донецк, РФ,
E-mail: vgenij.glushankov@gmail.com

Glushankov Eugene Sergeevich

Candidate of Physico-Mathematical Sciences,
Donetsk National University, Donetsk, Russian
Federation

Ф И З И К А



УДК 539:519.517.3

ВЛИЯНИЕ РАЗЛИЧНЫХ КУБИТНЫХ СОСТОЯНИЙ ОТДЕЛЬНЫХ ФРАКТАЛЬНЫХ СТРУКТУР НА КОМПЛЕКСНОЕ ПОЛЕ ДЕФОРМАЦИИ СВЯЗАННОЙ СТРУКТУРЫ

© 2023. *О.П. Абрамова*

Исследовано комплексное поле деформации связанной структуры, состоящей из отдельных фрактальных структур. Методом численного моделирования на примере отдельных круговых цилиндрических структур (границы, которых не пересекаются, касаются и пересекаются) и расщепленных дислокаций показаны особенности поведения комплексной функции смещения. Поле деформации связанной структуры зависит от кубитных состояний отдельных структур. Показана возможность предельного перехода от структур с цилиндрами к структурам типа расщепленных дислокаций.

Ключевые слова: фрактальные связанные структуры; отдельные круговые цилиндрические структуры; расщепленная дислокация; переменная амплитуда; комплексное поле деформации; численное моделирование.

Введение. Современные исследования в области нанотехнологий и наноматериалов особое внимание стали уделять новым материалам с фрактальной структурой. Наноструктуры, метаматериалы, искусственные структуры, состоящие из различных отдельных элементов [1–3] используют в качестве элементной базы в микроэлектронике, при создании различных технических устройств. Связанные системы, состоящие из таких отдельных элементов, могут проявлять различные особенности поведения физических свойств, которые связаны с наличием взаимодействия между отдельными элементами в структуре. Для фрактальных структур это взаимодействие может приводить к появлению стохастического поведения физических параметров всей связанной структуры. Одним из физических параметров является поле деформации. Метод численного моделирования позволяет исследовать особенности стохастического поведения таких связанных структур, которые возникают в результате итерационного процесса. В процессе итераций реализуются различные стохастические процессы, которые зависят от начального состояния отдельных элементов связанных структур. При этом поля деформации, как отдельных элементов, так и всей связанной структуры являются комплексными [4–9]. В результате итерационного процесса элементы матриц для поля деформации становятся случайными (появляется квантовый хаос [10]), что является характерным для фрактальных структур.

Поведение поля деформации связанной фрактальной структуры зависит и от различных кубитных состояний отдельных структур [4, 6, 7, 9]. Это позволяет выполнять управление и перестройку структуры связанной фрактальной системы.

Целью данной работы является исследование особенностей комплексного поля деформации связанной фрактальной структуры, состоящей из отдельных фрактальных структур (отдельных цилиндров и расщепленной дислокации).

Моделирование поля деформации связанной фрактальной структуры с цилиндрами. В данной работе будем исследовать связанные фрактальные структуры, состоящие из двух, трёх и четырёх круговых цилиндров со сдвинутыми центрами. Рассматриваемые фрактальные структуры находятся в объемной дискретной решетке $N_1 \times N_2 \times N_3$, узлы которой задаются целыми числами n, m, j . Функции смещения u_i отдельных структур в процессе итераций начинают зависеть от функции смещения u всей связанной структуры и характеризуются переменной амплитудой $2(k'_{ui})^2$. Поле деформации связанной структуры u представим как сумму полей деформаций отдельных структур. В этом случае нелинейные уравнения для безразмерной комплексной функции смещения u узла решетки имеют вид [8]

$$u = \sum_{i=1}^N R_i u_i; \quad u_i = k_{ui}^2 (1 - 2(k'_{ui})^2 \operatorname{sn}^2(u - u_{0i}, k'_{ui})); \quad (1)$$

$$k_{ui}^2 = (1 - \alpha_i) / Q_i; \quad k'_{ui} = (1 - k_{ui}^2)^{1/2}; \quad p_i = p_{0i} + p_{1i}n + p_{2i}m + p_{3i}j; \quad (2)$$

$$Q_i = p_i - b_{1i}(n - n_{0i})^2 / n_{ci}^2 - b_{2i}(m - m_{0i})^2 / m_{ci}^2 - b_{3i}(j - j_{0i})^2 / j_{ci}^2. \quad (3)$$

Здесь $N = 2, 3, 4$ – количество круговых цилиндров в связанной структуре, α_i – фрактальные размерности полей деформации u_i вдоль оси Oz ($i = \overline{1, N}$); u_{0i} – постоянные (критические) смещения; модули k_{ui} являются функциями от индексов n, m, j узлов решетки. Отдельные круговые цилиндры характеризуются параметрами: $R_i, p_{0i}, p_{1i}, p_{2i}, p_{3i}, b_{1i}, b_{2i}, b_{3i}, j_{0i}, j_{ci}$; координатами центров в узлах решетки n_{0i}, m_{0i} и радиусами $r_i = \sqrt{n_{ci}^2 + m_{ci}^2}$ в плоскости nOm , где $n_{ci} = m_{ci}$. При этом $N_1 = 240, N_2 = 240, \alpha_i = 0.5, u_0 = 29.537, p_0 = 1.0423, p_{1i} = 0, p_{2i} = 0, b_{1i} = b_{2i} = 1, b_{3i} = 0, j_{0i} = 31.5279, j_{ci} = 11.8247$.

Полю деформации связанной структуры соответствует упорядоченный оператор (1) и матрица $\mathbf{M}(u)$, элементы которой находятся методом итераций по индексу n при решении уравнений (1) – (3) с комплексным начальным условием $u = 0 + 0i$ (где i – мнимая единица).

Сначала рассмотрим вариант связанной фрактальной структуры, состоящей из отдельных круговых цилиндров, границы которых не касаются и не пересекаются (рис. 1).

На рис. 1, а, г показано поведение сечений $u \in [-0.5; 0.5]$ комплексной функции смещения связанной структуры, состоящей из четырех круговых цилиндров ($N = 4, i = 1, 2, 3, 4$) одинаковых радиусов r_i с центрами (n_{0i}, m_{0i}) в плоскости nOm , где полуоси $n_{ci} = m_{ci} = 24.3582$. Для первого цилиндра: $n_{01} = 80.3267, m_{01} = 160.3267, R_1 = 1$. Для второго цилиндра: $n_{02} = 160.3267, m_{02} = 160.3267, R_2 = 1$. Для третьего цилиндра: $n_{03} = 80.3267, m_{03} = 80.3267, R_3 = 1$. Для четвертого цилиндра: $n_{04} = 160.3267, m_{04} = 80.3267, R_4 = 1$. Расстояние между центрами сечений этих цилиндров $d = 80$. Для такой структуры комплексная функция смещения u из (1) имеет вид

$$u = R_1 u_1 + R_2 u_2 + R_3 u_3 + R_4 u_4. \quad (4)$$

Для $\operatorname{Re} u$ (рис. 1, а) характерно регулярное поведение внутренней области отдельных четырех цилиндров типа мембраны вогнутой (выпуклой), а для границ

характерно стохастическое поведение, локализованное в области отдельных колец. Во внешней области каждого отдельного цилиндра наблюдается волнообразное поведение. В областях между границами отдельных цилиндров возникает эффект взаимодействия (перестройки структуры деформированных волнового и стохастического поведения). В результате для всей связанной структуры возникают объединенные траектории деформированного волнового поведения.

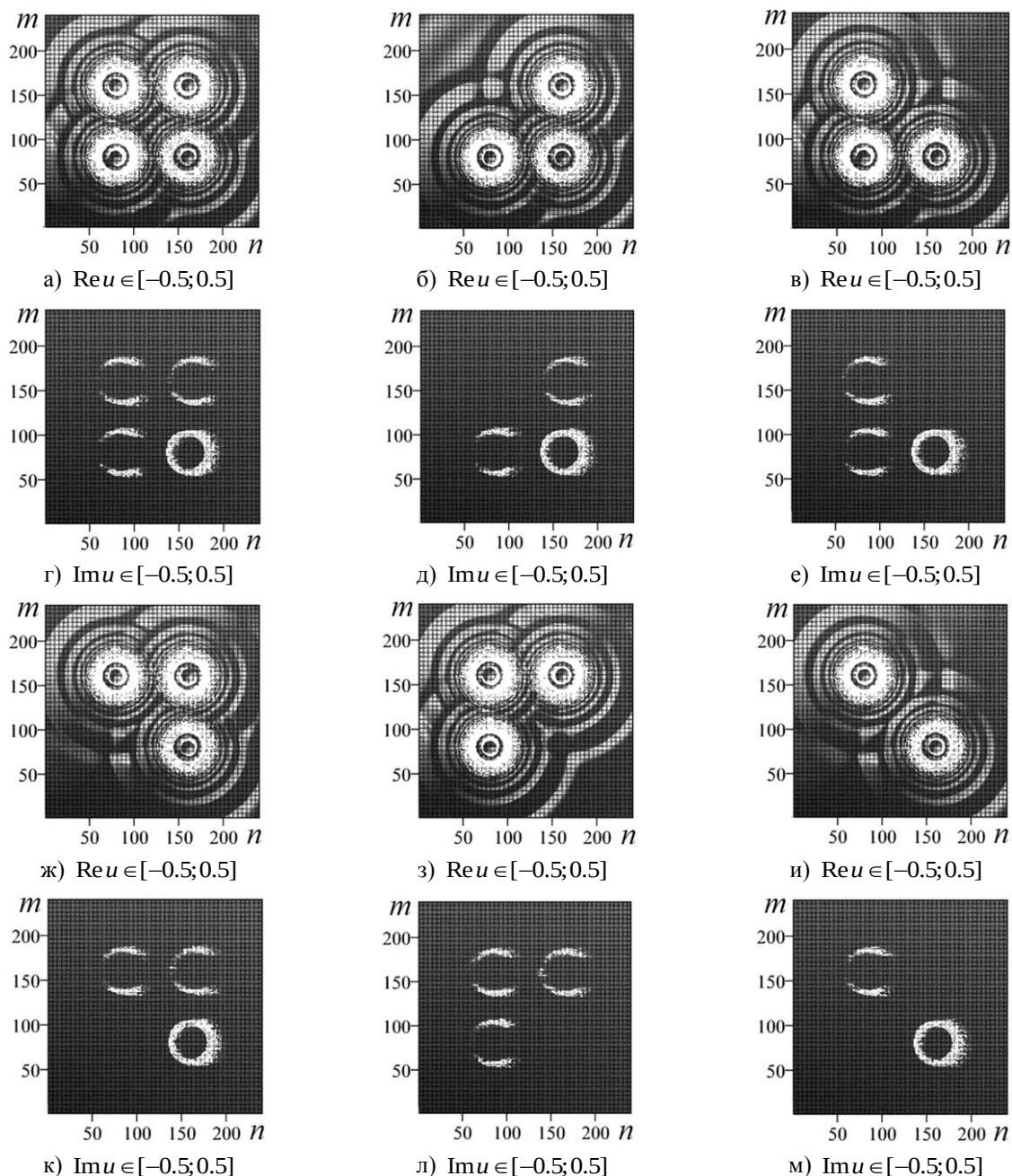


Рис. 1. Поведение функции смещения u связанной фрактальной структуры, состоящей из отдельных круговых цилиндров, границы которых не касаются и не пересекаются. Сечения $\text{Re } u \in [-0.5; 0.5]$, $\text{Im } u \in [-0.5; 0.5]$ (вид сверху)

Мнимая часть функции смещения $\text{Im } u$ (рис. 1, г) локализована в области четырех различных стохастических колец, что свидетельствует о наличии различных

механизмов эффективного затухания в каждом отдельном цилиндре. Для первого, второго и третьего цилиндров наблюдается локализация особенностей типа разрывов (где $\text{Im} u = 0$) в отличие от четвертого цилиндра, где реализуется затухание в виде сплошного стохастического кольца.

Далее рассмотрим поведение функции смещения u связанных фрактальных структур, состоящих из трех круговых цилиндров (при отсутствии одного из четырех цилиндров), отличающихся порядком следования отдельных цилиндров в структуре (рис. 1, б-з, к, л). Как и в предыдущем случае, круговые цилиндры имеют одинаковые радиусы сечений ($n_{ci} = m_{ci} = 24.3582$) с центрами (n_{0i}, m_{0i}) в плоскости nOm .

На рис. 1, б, д показано поведение сечений $u \in [-0.5; 0.5]$ комплексной функции смещения структуры, состоящей из второго, третьего и четвертого цилиндров ($N = 3, i = 2, 3, 4$)

$$u = R_2 u_2 + R_3 u_3 + R_4 u_4. \quad (5)$$

На рис. 1, в, е показано поведение сечений $u \in [-0.5; 0.5]$ комплексной функции смещения структуры, состоящей из первого, третьего и четвертого цилиндров ($N = 3, i = 1, 3, 4$)

$$u = R_1 u_1 + R_3 u_3 + R_4 u_4. \quad (6)$$

На рис. 1, ж, к показано поведение сечений $u \in [-0.5; 0.5]$ комплексной функции смещения структуры, состоящей из первого, второго и четвертого цилиндров ($N = 3, i = 1, 2, 4$)

$$u = R_1 u_1 + R_2 u_2 + R_4 u_4. \quad (7)$$

На рис. 1, з, л показано поведение сечений $u \in [-0.5; 0.5]$ комплексной функции смещения структуры, состоящей из первого, второго и третьего цилиндров ($N = 3, i = 1, 2, 3$)

$$u = R_1 u_1 + R_2 u_2 + R_3 u_3. \quad (8)$$

Основные особенности поведения комплексной функции смещения связанной структуры из трех круговых цилиндров сохраняются, как и для структуры из четырех цилиндров. Однако, отличительной особенностью для таких связанных структур является наличие деформированного регулярного волнового поведения $\text{Re} u$ и $\text{Im} u = 0$ в областях, где отсутствует структура отдельного цилиндра. Объединенные траектории деформированного волнового поведения между отдельными цилиндрами становятся другими по сравнению с рис. 1, а.

Далее рассмотрим поведение функции смещения u связанных фрактальных структур, состоящих из двух круговых цилиндров (при отсутствии двух из четырех цилиндров), отличающихся порядком следования отдельных цилиндров в структуре. В качестве примера на рис. 1, и, м показано поведение сечений $u \in [-0.5; 0.5]$ комплексной функции смещения одной из таких структур, состоящей из первого и четвертого цилиндров ($N = 2, i = 1, 4$)

$$u = R_1 u_1 + R_4 u_4. \quad (9)$$

В данном случае для связанной структуры характерным является наличие деформированного регулярного волнового поведения $\text{Re} u$ и $\text{Im} u = 0$ в областях, где отсутствуют структуры отдельных цилиндров (в данном случае второго и третьего). Объединенные траектории деформированного волнового поведения между отдельными цилиндрами становятся другими по сравнению с предыдущими вариантами.

Подобные исследования были проведены и для связанных фрактальных структур, состоящих из различных пар круговых цилиндров с различной ориентацией пар (диагональное, вертикальное и горизонтальное расположение цилиндров в паре).

Теперь рассмотрим варианты связанных фрактальных структур, состоящих из трех отдельных круговых цилиндров (первого, третьего и четвертого ($N = 3, i = 1, 3, 4$), границы которых касаются или пересекаются (рис. 2).

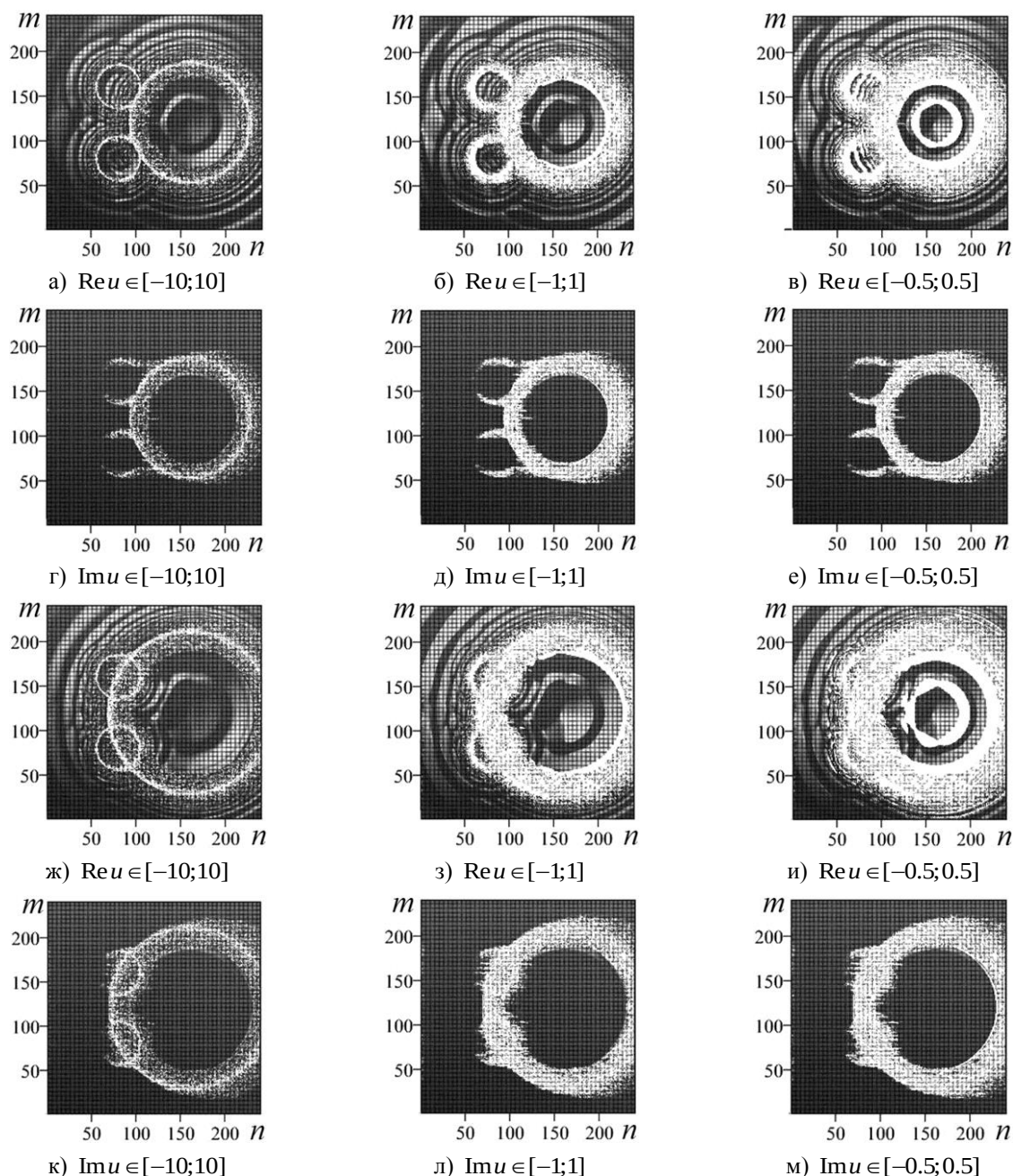


Рис. 2. Поведение функции смещения u связанной фрактальной структуры, состоящей из отдельных круговых цилиндров, границы которых касаются (а-е) и пересекаются (ж-м). Сечения $Re u$, $Im u$ (вид сверху)

Функция смещения таких структур также описывается уравнением (6). Эти варианты могут быть реализованы за счет изменения радиуса одного из цилиндров.

Здесь в качестве примера рассмотрим случай, когда радиусы первого и третьего цилиндров остаются прежними r_1 и r_3 с центрами (n_{0i}, m_{0i}) в плоскости nOm , а радиус четвертого цилиндра увеличивается. При этом четвертый цилиндр имеет смещенный центр $(n_{04}, m_{04}) = (160.3267, 120.3267)$. Границы цилиндров имеют точки касания (рис. 2, а-е) и пересечения (рис. 2, ж-м). Для варианта с точками касания радиус четвертого цилиндра определяется полуосями $n_{c4} = m_{c4} = 65.3582$. Для варианта пересечения границ радиус четвертого цилиндра имеет другое значение и определяется полуосями $n_{c4} = m_{c4} = 89.3582$. На рис. 2 показано поведение комплексной функции смещения u для различных вариантов выбора сечений вдоль оси Oz .

В случае, когда границы цилиндров касаются для Reu и Imu наблюдается стохастическое поведение на границах отдельных цилиндров. При изменении u от $Reu \in [-10; 10]$ до $Reu \in [-0.5; 0.5]$ наблюдается уширение стохастических границ отдельных цилиндров (рис. 2, а-в). Для внутренней области большего (четвертого) цилиндра характерным является регулярное поведение типа выпуклой (вогнутой) мембраны. Во внутренних областях первого и третьего цилиндров возникает дополнительная тонкая структура. При изменении u от $Imu \in [-10; 10]$ до $Imu \in [-0.5; 0.5]$ (рис. 2, г-е) характер эффективного затухания также изменяется.

Для варианта с пересечением границ цилиндров для Reu и Imu характерным является уширенное стохастическое поведение на границах четвертого цилиндра (рис. 2, ж-м) по сравнению с (рис. 2, а-е). Во внутренней области четвертого цилиндра на Reu появляется дополнительная тонкая структура, которая деформирует регулярное поведение типа мембраны (рис. 2, ж-и).

Поведение поля деформации связанной фрактальной структуры зависит от кубитных состояний [4, 6, 7, 9] отдельных цилиндров. При этом варианты касания и пересечения границ отдельных цилиндров в связанной структуре требуют дальнейшего исследования поведения поля деформации в зависимости от кубитных состояний отдельных цилиндров.

В качестве примера рассмотрим связанную фрактальную структуру из трех цилиндров, границы которых имеют точки касания (рис. 2, а-е). Исследуем особенности поведения поля деформации такой структуры в зависимости от различных кубитных состояний четвертого цилиндра с большим радиусом (рис. 3). При этом функция смещения такой структуры по-прежнему описывается уравнением (6).

Начальное состояние четвертого кругового цилиндра – состояние $(0,0)$ описывается в уравнениях (1) – (3) нулевыми коэффициентами $p_{14} = 0$, $p_{24} = 0$. В этом случае поведение сечений функции смещения всей связанной структуры приведено на рис. 2, а-е.

Базисные кубитные состояния четвертого цилиндра – состояния $(1,0)$, $(0,1)$, $(-1,0)$, $(0,-1)$, при которых коэффициенты $p_{14} \neq 0$ или $p_{24} \neq 0$. Так для состояния $(1,0)$ $p_{14} = 0.00423$, $p_{24} = 0$; для состояния $(0,1)$ – $p_{14} = 0$, $p_{24} = 0.00572$; для состояния $(-1,0)$ $p_{14} = -0.00423$, $p_{24} = 0$; для состояния $(0,-1)$ – $p_{14} = 0$, $p_{24} = -0.00572$. Для суперпозиционных состояний кубитов имеем, соответственно: состояние $(1,1)$ – $p_{14} = 0.00423$, $p_{24} = 0.00572$; состояние $(1,-1)$ – $p_{14} = 0.00423$, $p_{24} = -0.00572$; состояние $(-1,1)$ – $p_{14} = -0.00423$, $p_{24} = 0.00572$; состояние $(-1,-1)$ – $p_{14} = -0.00423$, $p_{24} = -0.00572$.

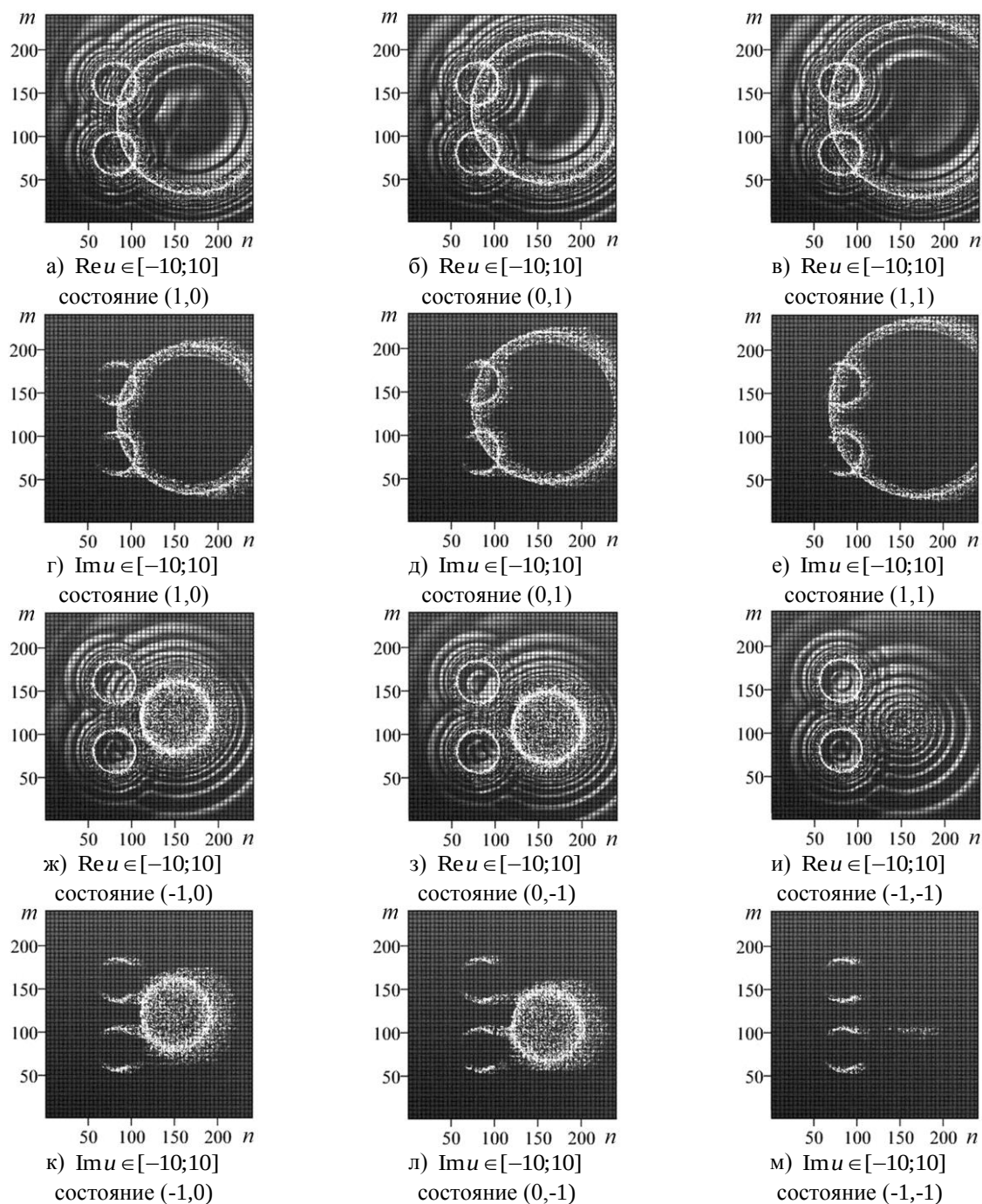


Рис. 3. Влияние кубитных состояний цилиндра с большим радиусом на поведение поля деформации связанной структуры. Сечения $\text{Re} u \in [-10; 10]$, $\text{Im} u \in [-10; 10]$ (вид сверху)

На рис. 3 показано влияние кубитных состояний четвертого цилиндра с большим радиусом на поведение поля деформации всей связанной структуры. Наличие положительных коэффициентов $p_{14} \neq 0$, $p_{24} \neq 0$ в линейной части p_4 из выражений (2) приводит к изменению кубитных состояний структуры и поведения поля деформации цилиндра с большим радиусом для кубитных состояний (1,0) (рис. 3, а, г), (0,1) (рис. 3, б, д), (1,1) (рис. 3, в, е). При этом в отличие от эффекта касания границ для $\text{Re} u$ и $\text{Im} u$ (рис. 2, а, г) наблюдается эффект пересечения границ отдельных цилиндров (рис. 3, а-е). Во внутренней области цилиндра с большим радиусом для $\text{Re} u$

происходит смена регулярного поведения типа выпуклой (вогнутой) мембраны (рис. 2, а) на деформированное волнообразное поведение (рис. 3, а-в). Для $\text{Im} u$ область локализации стохастического кольца для цилиндра с большим радиусом увеличивается (рис. 3, г-е) по сравнению с рис. 2, г.

Наличие отрицательных коэффициентов $p_{14} \neq 0$, $p_{24} \neq 0$ в линейной части p_4 из выражений (2) приводит к изменению кубитных состояний структуры и поведения поля деформации цилиндра с большим радиусом для кубитных состояний $(-1,0)$ (рис. 3, ж, к), $(0,-1)$ (рис. 3, з, л), $(-1,-1)$ (рис. 3, и, м). При этом в отличие от эффекта касания границ для $\text{Re} u$ и $\text{Im} u$ (рис. 2, а, г) наблюдается эффект сжатия цилиндра большего радиуса, что сопровождается удалением границ отдельных цилиндров друг от друга (рис. 3, ж-м). Во внутренней области цилиндра с большим радиусом для $\text{Re} u$ происходит смена регулярного поведения типа выпуклой (вогнутой) мембраны (рис. 2, а) на стохастическое поведение (рис. 3, ж, з) и деформированное кольцеобразное волновое поведение (рис. 3, и). Во внутренних областях цилиндров с меньшими радиусами для $\text{Re} u$ возникают тонкие структуры типа деформированного волнового поведения. Для $\text{Im} u$ область локализации стохастического кольца (рис. 2, г) для цилиндра с большим радиусом существенно изменяется (рис. 3, к-м), что свидетельствует об изменении механизма эффективного затухания.

Переход от структур с цилиндрами к структурам типа расщепленных дислокаций. Расщепленная дислокация представляет собой связанную структуру, состоящую из двух взаимодействующих дислокаций. Она может быть получена предельным переходом от структуры с отдельным цилиндром, изменяя параметры b_1 или b_2 в выражении (3).

В качестве примера рассмотрим модельную фрактальную структуру, которая представляет собой круговой цилиндр, находящийся в объемной дискретной решетке $N_1 \times N_2 \times N_3$. По аналогии с (1)–(3) нелинейные уравнения для безразмерной комплексной функции смещения u узла решетки имеют вид [4]

$$u = k_u^2 (1 - 2(k'_u)^2 \text{sn}^2(u - u_0, k'_u)); \quad (10)$$

$$k_u^2 = (1 - \alpha) / Q; \quad k'_u = (1 - k_u^2)^{1/2}; \quad p = p_0 + p_1 n + p_2 m + p_3 j; \quad (11)$$

$$Q = p - b_1(n - n_0)^2 / n_c^2 - b_2(m - m_0)^2 / m_c^2 - b_3(j - j_0)^2 / j_c^2. \quad (12)$$

Здесь $b_1 = b_2 = 1$, остальные параметры те же, что и в предыдущих примерах. При численном моделировании полагалось, что центр кругового цилиндра имеет координаты $(n_0, m_0) = (121.1471, 120.3267)$ и значения полуосей цилиндра следующие: $n_c = m_c = 57.4327$. Решение уравнений (10)–(12) находится методом итераций по индексу n с комплексным начальным условием $u = 0 + 0i$ (где i – мнимая единица).

На рис. 4 показано поведение функции смещения кругового цилиндра $u \in [-2.5; 2.5]$ в начальном состоянии $(0,0)$. Так для $\text{Re} u$ (рис. 4, б) характерно регулярное поведение внутренней области типа мембраны вогнутой (выпуклой), а для границы характерно стохастическое поведение. Во внешней области наблюдается волнообразное поведение (рис. 4, б). Наличие мнимой части безразмерной функции смещения $\text{Im} u$ свидетельствует о наличии эффективного затухания. Это затухание локализовано в области стохастического кольца (рис. 4, в).

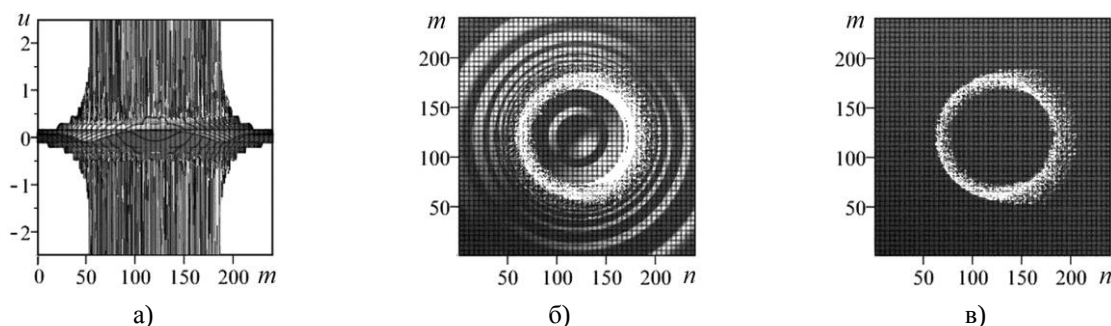


Рис. 4. Поведение функции смещения кругового цилиндра $u \in [-2.5; 2.5]$. Начальное состояние $(0,0)$. Проекция на плоскость mOu (а). Сечения $Reu \in [-2.5; 2.5]$ (б), $Imu \in [-2.5; 2.5]$ (в) (вид сверху)

Для перехода от фрактальной структуры с круговым цилиндром (рис. 4) к структуре с расщепленной дислокацией (рис. 5–7), положим в уравнениях (10) – (12) $b_1 = 0$, $b_2 = 1$. При этом начальное состояние $(0,0)$ кругового цилиндра (рис. 4) переходит в начальное состояние $(0,0)$ расщепленной дислокации (рис. 5, а, 6, а, 7, а). Для Reu проекция на плоскость mOu (рис. 4, а) и сечение (рис. 4, б) кругового цилиндра со стохастической границей в виде кругового кольца переходят в две взаимодействующие дислокации (рис. 5, а, 6, а), ориентированные вдоль оси On . Во внешней и внутренней областях расщепленной дислокации наблюдается регулярное волновое поведение, что свидетельствует о взаимодействии отдельных дислокаций в расщепленной дислокации. При этом Imu цилиндра, локализованная в области кругового кольца (рис. 4, а), переходит в Imu расщепленной дислокации, локализованной в области стохастических полос, ориентированных вдоль оси On (рис. 7, а).

Поведение поля деформации расщепленной дислокации в зависимости от различных кубитных состояний приведено на рис. 5–7.

Наличие положительных коэффициентов $p_1 \neq 0$, $p_2 \neq 0$ в линейной части p из выражений (11) приводит к изменению кубитных состояний структуры и поведения поля деформации расщепленной дислокации для кубитных состояний $(1,0)$ (рис. 5, б, 6, б, 7, б), $(0,1)$ (рис. 5, в, 6, в, 7, в), $(1,1)$ (рис. 5, г, 6, г, 7, г). В отличие от состояния $(0,0)$ (рис. 5, а, 6, а, 7, а) внутренняя область между ветвями Reu и Imu расщепленной дислокации расширяется. При этом это расширение сопровождается изменением регулярного волнового поведения во внутренней и внешней областях Reu . Для Imu ветвей расщепленной дислокации характерно стохастическое поведение и отклонение полос дислокации от оси On для состояния $(1,0)$ и суперпозиционного состояния $(1,1)$ (рис. 7, б, г), что связано со стохастическим процессом итераций вдоль оси On при решении уравнений (10) – (12). Поэтому для состояния $(0,1)$ наблюдается только расширение области между ветвями дислокации, а отклонение полос не наблюдается (рис. 7, в).

Наличие отрицательных коэффициентов $p_1 \neq 0$, $p_2 \neq 0$ в линейной части p из выражений (11) приводит к изменению кубитных состояний структуры и поведения поля деформации расщепленной дислокации для кубитных состояний $(-1,0)$ (рис. 5, д, 6, д, 7, д), $(0,-1)$ (рис. 5, е, 6, е, 7, е), $(-1,-1)$ (рис. 5, ж, 6, ж, 7, ж). В отличие от состояния $(0,0)$ (рис. 5, а, 6, а, 7, а) внутренняя область между ветвями Reu и Imu расщепленной дислокации сужается. При этом это сужение сопровождается изменением регулярного волнового поведения во внутренней и внешней областях Reu для состояний $(-1,0)$, $(0,-1)$ (рис. 5, д, е; рис. 6, д, е). Для суперпозиционного состояния $(-1,-1)$ ветви Reu расщепленной дислокации перекрываются с образованием ярко выраженного

стохастического поведения в центре (рис. 5, ж; рис. 6, ж) и регулярного волнового поведения во внешней области.

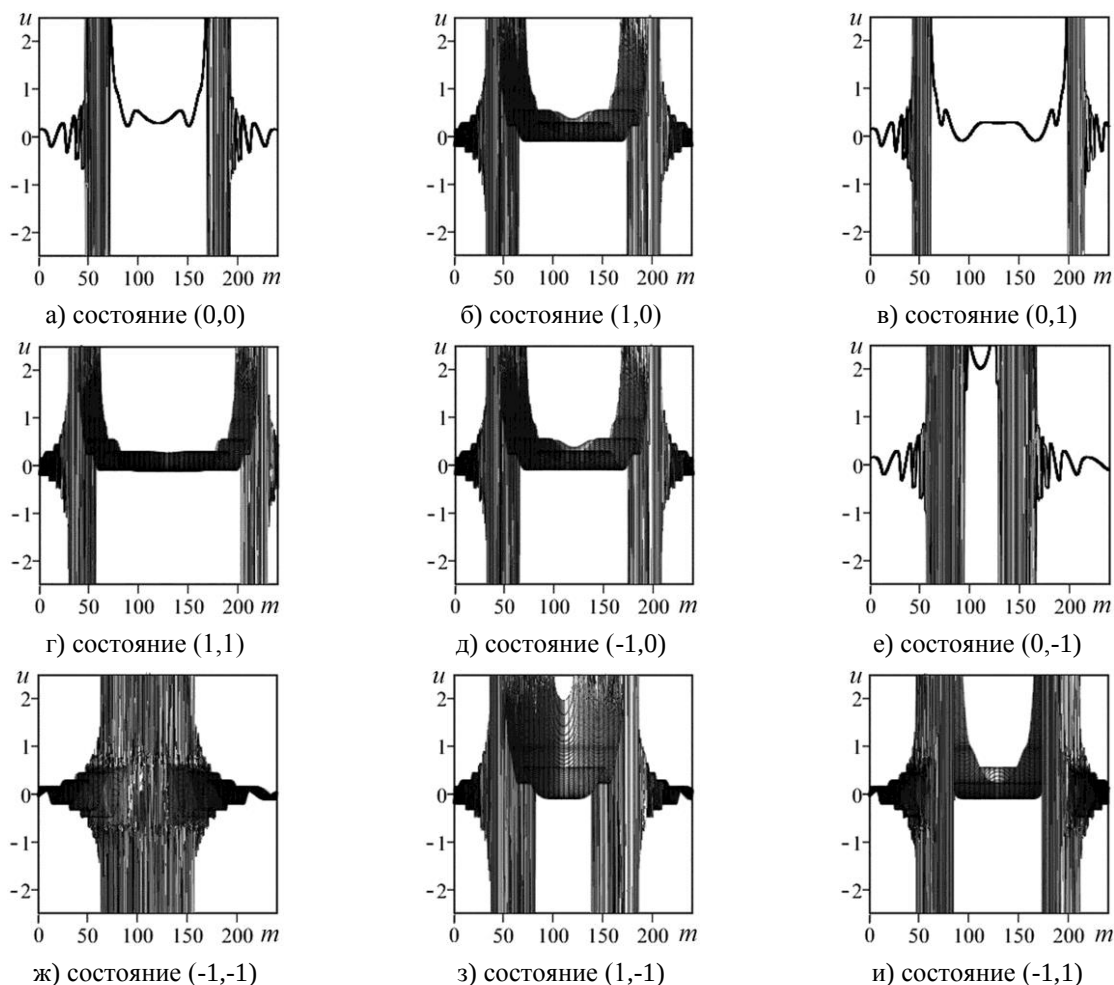


Рис. 5. Поведение $\text{Re}u$ поля деформации расщепленной дислокации в зависимости от кубитных состояний. Проекция на плоскость mOu $\text{Re}u \in [-2.5; 2.5]$

Для $\text{Im}u$ ветвей расщепленной дислокации характерно стохастическое поведение и отклонение полос дислокации от оси Op для состояния $(-1,0)$ (рис. 7, д), что связано со стохастическим процессом итерации вдоль оси Op при решении уравнений (10)–(12). Поэтому для состояния $(0,-1)$ наблюдается только сужение области между ветвями дислокации и уширение отдельных полос дислокации, а отклонение полос не наблюдается (рис. 7, е). Для суперпозиционного состояния $(-1,-1)$ на $\text{Im}u$ наблюдается ярко выраженное стохастическое поведение в центре, что связано с дальнейшим уширением и отклонением отдельных полос дислокации от оси Op . Такое поведение поля деформации на $\text{Im}u$ согласуется с поведением поля деформации на $\text{Re}u$ в центре (рис. 6, ж).

Суперпозиционные состояния $(1,-1)$, $(-1,1)$ образуются комбинацией положительных и отрицательных коэффициентов $p_1 \neq 0$, $p_2 \neq 0$ в линейной части p из выражений (11). Поведение поля деформации расщепленной дислокации для этих состояний имеет отличительные особенности (рис. 5, з, и; рис. 6, з, и; рис. 7, з, и) по сравнению с суперпозиционными состояниями $(1,1)$ и $(-1,-1)$.

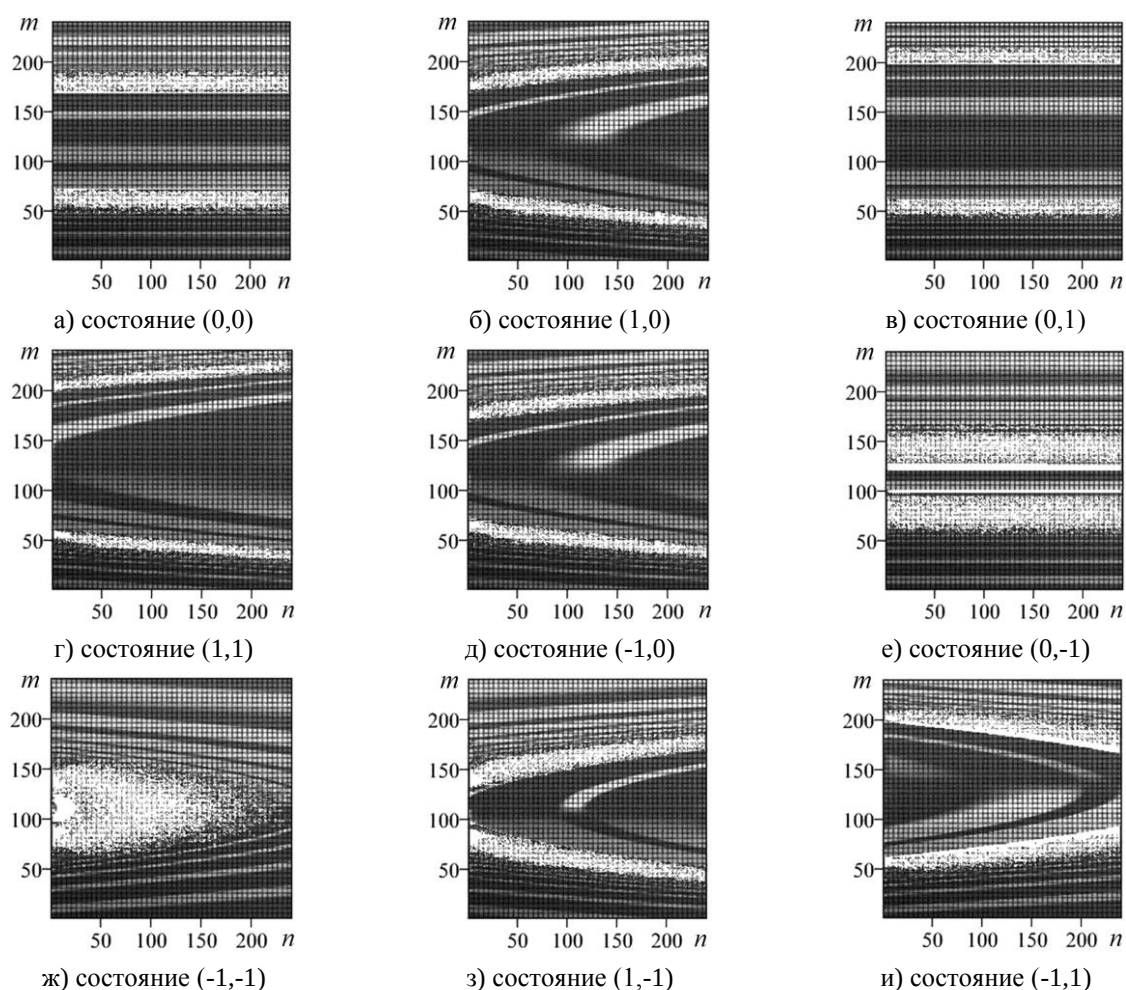


Рис. 6. Поведение $\text{Re } u$ поля деформации расщепленной дислокации в зависимости от кубитных состояний, $\text{Re } u \in [-2.5; 2.5]$ сечения (вид сверху)

Выводы. Исследовано комплексное поле деформации связанных фрактальных структур, состоящих из двух, трёх и четырёх круговых цилиндров со сдвинутыми центрами. Показано, что для варианта, когда границы цилиндров не пересекаются, между отдельными цилиндрами возникают объединенные траектории деформированного волнового поведения связанной структуры. Для $\text{Re } u$ каждого отдельного цилиндра наблюдается регулярное поведение внутренней области типа мембраны вогнутой (выпуклой), для границ – стохастическое поведение, во внешней области – волнообразное поведение. Наличие $\text{Im } u$ свидетельствует об эффективном затухании, которое локализовано в области стохастических колец.

Для вариантов с точками касания и пересечением границ цилиндров характерным является уширенное стохастическое поведение на границах, во внутренних областях появляются дополнительные тонкие структуры, которые деформируют регулярное поведение типа мембраны.

Показано влияние кубитных состояний цилиндра большего радиуса на поведение поля деформации всей связанной структуры. При этом в отличие от эффекта касания границ для $\text{Re } u$ и $\text{Im } u$ наблюдаются эффекты пересечения (удаления) границ отдельных цилиндров. Во внутренней области цилиндра с большим радиусом для $\text{Re } u$

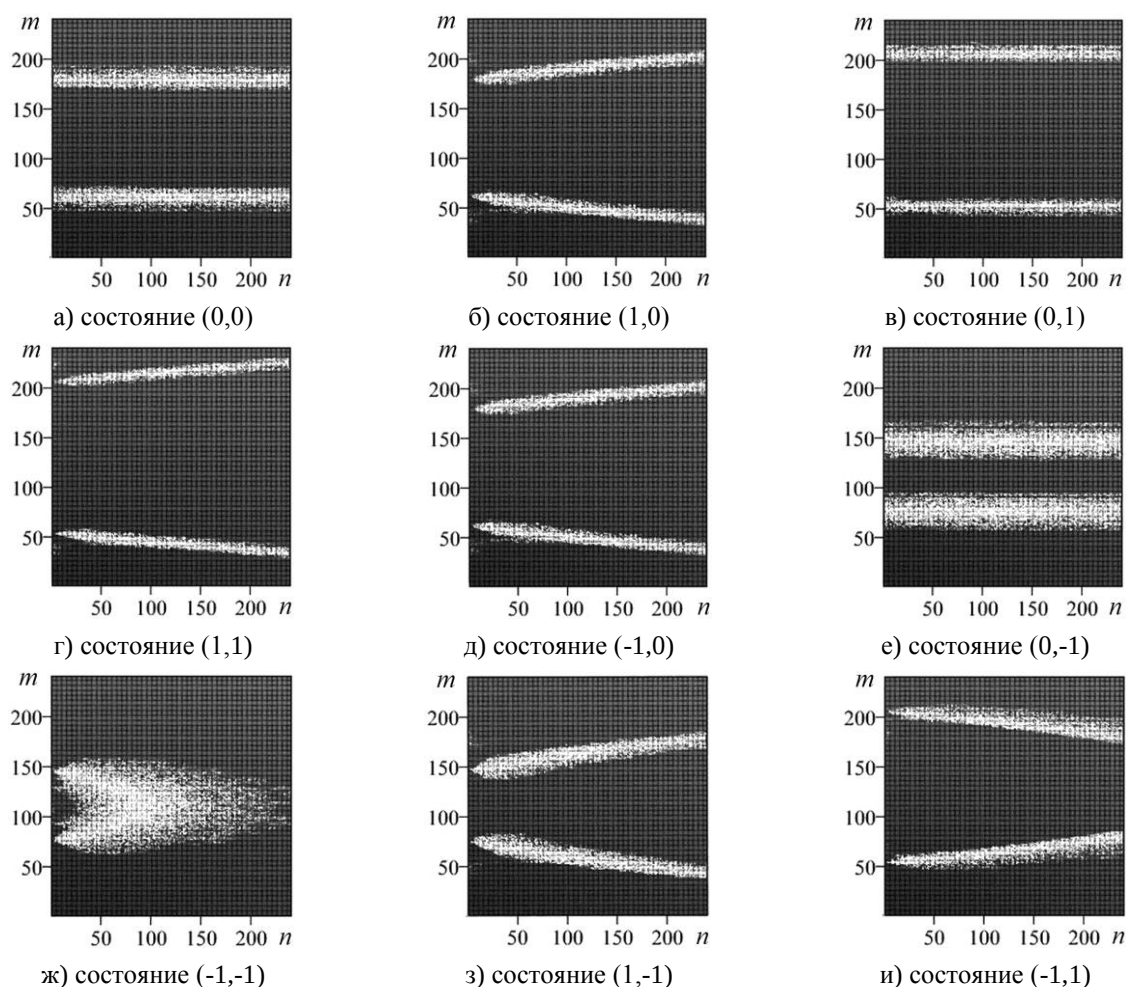


Рис. 7. Поведение $\text{Im} u$ поля деформации расщепленной дислокации в зависимости от кубитных состояний, $\text{Im} u \in [-2.5; 2.5]$ сечения (вид сверху)

происходит смена регулярного поведения типа выпуклой (вогнутой) мембраны на деформированное волнообразное поведение. Для $\text{Im} u$ область локализации стохастического кольца для цилиндра с большим радиусом увеличивается (уменьшается).

Выполнен предельный переход от структуры с отдельным круговым цилиндром к структуре с расщепленной дислокацией, которая представляет собой связанную структуру из двух взаимодействующих дислокаций. Показано влияние различных кубитных состояний на поведение поля деформации структуры с расщепленной дислокацией. При этом внутренняя область между ветвями расщепленной дислокации может расширяться, сужаться. Наблюдается эффект отклонения отдельных ветвей дислокации от оси On , что связано со стохастическим процессом итераций вдоль оси On , реализуемым при численном моделировании. Для суперпозиционного кубитного состояния $(-1,-1)$ эффект сужения между ветвями дислокации приводит к сближению и перекрытию отдельных полос дислокации. При этом расщепленная дислокация переходит в структуру, которая имеет стохастическое ядро и волновое поведение во внешней области.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нелинейности в периодических структурах и метаматериалах / под ред. Ю.С. Кившаря и Н.Н. Розанова. – М.: Физматлит, 2014. – 383 с.
2. Абрамов В.С. Активные объекты, асимметрия материи, черные дыры и бозон Хиггса во фрактальных системах / В.С. Абрамов // Известия РАН. Сер. Физическая. – 2022. – Т. 86, № 7. – С. 1047–1053.
3. Абрамов В.С. Активные наночастицы, агрегаты и бозон Хиггса в кварк-глюонной модели / В.С. Абрамов // Вестник Донецкого национального университета. Сер. А: Естественные науки. – 2022. – № 1. – С. 66–79.
4. Абрамова О.П. Поле деформации и кубитные состояния фрактальных структур с элементами цилиндрического типа / О.П. Абрамова // Вестник Донецкого национального университета. Сер. А: Естественные науки. – 2020. – № 1. – С. 3–15.
5. Abramova O.P. Coupled Fractal Structures with Elements of Cylindrical Type / O.P. Abramova, A.V. Abramov // C.H. Skiadas and Y. Dimotikalis (eds.), 12th Chaotic Modeling and Simulation International Conference, Springer Proceedings in Complexity. – Springer Nature Switzerland AG 2020. – P. 15–26.
6. Абрамова О.П. Ячейка памяти на основе кубитных состояний в модельной фрактальной связанной структуре / О.П. Абрамова // Вестник Донецкого национального университета. Сер. А: Естественные науки. – 2021. – № 3. – С. 3–15.
7. Abramova O.P. Qubits and Fractal Structures with Elements of the Cylindrical Type / O.P. Abramova, A.V. Abramov // C.H. Skiadas and Y. Dimotikalis (eds.), 13th Chaotic Modeling and Simulation International Conference, Springer Proceedings in Complexity. – Springer Nature Switzerland AG 2021. – P. 15–28.
8. Абрамова О.П. Поведение поля деформации структуры, состоящей из двух круговых цилиндров со сдвинутыми центрами при наличии модуляции фрактальных индексов // Вестник Донецкого национального университета. Сер. А: Естественные науки. – 2022. – № 1. – С. 53–65.
9. Abramova O.P. Memory Cell Based on Qubit States and Its Control in a Model Fractal Coupled Structure / O.P. Abramova, A.V. Abramov // C.H. Skiadas and Y. Dimotikalis (eds.), 14th Chaotic Modeling and Simulation International Conference, Springer Proceedings in Complexity. Springer Nature Switzerland AG 2022. – P. 17–30.
10. Stöckmann H.-J. Quantum Chaos. An Introduction / H.-J. Stöckmann. – Philipps-Universität Marburg, Germany, 2007. – 384 p.

Поступила в редакцию 20.03.2023 г.

INFLUENCE OF DIFFERENT QUBIT STATES OF SEPARATE FRACTAL STRUCTURES ON THE COMPLEX DEFORMATION FIELD OF A COUPLED STRUCTURE

O.P. Abramova

The complex deformation field of a coupled structure consisting of separate fractal structures has been studied. Using the numerical simulation method, on the example of separate circular cylindrical structures (boundaries that do not intersect, touch and intersect) and split dislocations, the features of the behavior of the complex displacement function are shown. The deformation field of a coupled structure depends on the qubit states of separate structures. The possibility of passing to the limit from structures with cylinders to structures of the split dislocation type is shown.

Keywords: fractal coupled structures, separate circular cylindrical structures, split dislocation, variable amplitude, complex deformation field, numerical simulation.

Абрамова Ольга Петровна

кандидат физико-математических наук, доцент;
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»,
г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: oabramova171@gmail.com

Abramova Olga Petrovna

Candidate of Physics and Mathematical Sciences,
Docent SEI HPE “Donetsk National University”,
Donetsk, DPR, RF.
E-mail: oabramova171@gmail.com

УДК 539.213; 530.1; 524.3; 524.8

ТЕТРАНЕЙТРОННЫЙ РЕЗОНАНС И РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ДЖЕТЫ В КВАРК-ГЛЮОННОЙ МОДЕЛИ

© 2023. В.С. Абрамов

Для описания связей и основных характеристик составных частиц типа тетранейтронов, потоков частиц (релятивистских джетов) с бозоном Хиггса и полем Хиггса предложена кварк-глюонная модель. Теоретически выполнены оценки положения и ширины основного пика тетранейтронного резонанса, времени жизни тетранейтрона, радиуса ядра (сердцевина) в нуклоне. Показано, что вклад релятивистского нейтрино в процессе классического распада нейтрона может приводить к изменениям космологического красного смещения, эффективного угла поляризации реликтового излучения, появлению тяжелой дырки в составной частице типа пары электрон-дырка. Учет дополнительных вкладов стохастического фона приводит к изменениям основных характеристик релятивистских джетов.

Ключевые слова: активные фемточастицы; тетранейтроны; бозон Хиггса и поле Хиггса; кварк-глюонная модель; лептонные пары; составные частицы; потоки частиц; релятивистские джеты.

Введение. В работе [1] для описания основных характеристик активных объектов и связей с бозоном Хиггса и полем Хиггса предложена кварк-глюонная модель. Показано, что длины волн активных наночастиц [2] определяются гравитационными радиусами Шварцшильда легких кварков [1]. Наличие поля Хиггса приводит к возможности образования тяжелых бозонов Хиггса [1]. Теоретически подтверждается возможность распада бозона Хиггса на лептонные пары (типа электрон-электронная дырка, мюон-мюонная дырка) и фотон. Поле Хиггса приводит также к появлению щелей (энергий колебательных мод) в энергетическом спектре активных нанообъектов и фемтообъектов [3]. Показано, что щели, эффективные температуры зависят от состояний антинейтринного поля Хиггса, связанного с барионной плотностью материи [4–7]. В работах [5–7] теоретически были исследованы связи основных характеристик релятивистских джетов (выбросов материи) с бозоном Хиггса и полем Хиггса. Полученные результаты согласуются с экспериментальными данными [8]. В работе [9] приводятся экспериментальные данные, которые указывают на образование релятивистского суперджета. Отметим, что в [10] выполнено моделирование сигналов от GRB 221009A [9] методом Монте Карло на межгалактическом световом фоне.

Взаимодействие парных активных объектов через глюоны может приводить к образованию агрегатов с большими длинами волн. При этом возможно появление составных частиц типа тетракварков [11, 5–7]. В работе [12] приводятся результаты экспериментов по обнаружению составных частиц типа тетранейтронов (системы из четырех нейтронов, взаимодействующих через глюоны). При этом возникают задачи описания тетранейтронного резонанса на основе кварк-глюонной модели, создания и перевода таких составных частиц в резонансное состояние, теоретического исследования каналов распада и времени жизни составных частиц. При этом возможно появление тяжелых лептонных пар, в состав которых входит тяжелая дырка. Возникает необходимость теоретического исследования таких явлений. При этом возникают задачи: описания структуры составных частиц типа тетранейтронов, пар электрон-дырка, тетранейтронного резонанса на основе кварк-глюонной модели; учет вклада от плотности релятивистского нейтрино в основные характеристики составных частиц типа тетранейтронов, релятивистских суперджетов. Такие составные частицы могут

изменять состав, структуру и поведение солнечного ветра (потоков различных частиц) вблизи Солнца, Земли и в межзвездном пространстве (вблизи гелиопаузы) [5–8].

Целью данной работы является описание тетранейтронного резонанса и релятивистского суперджета в рамках кварк-глюонной модели. Учет дополнительного вклада от плотности релятивистского нейтрино и стохастического фона в основные характеристики потоков составных частиц.

Тетранейтронный резонанс на основе кварк-глюонной модели. С учетом параметра $N_{f2} = 1597.602554$ (числа квантов фононного поля) из [1], энергии покоя нейтрона $E_n = 946.7027435 \text{ МэВ}$, числа квантов глюонов $n_g = 8$ находим энергию тетранейтронного резонанса ε_{nf2} на основе выражения

$$n_g E_n = N_{f2} \cdot 2\varepsilon_{nf2}; \quad \varepsilon_{nf2} = 2.370308538 \text{ МэВ}. \quad (1)$$

В [12] наблюдают узкий пик с максимумом при 2.37 МэВ и уширенный структурированный стохастический пик с максимумом вблизи 30 МэВ. Наша модель позволяет связать положение максимума уширенного пика с импульсом глюона $P_g = 29.79188196 \text{ МэВ}$ из [1].

Далее на основе энергии $2\varepsilon_{nf2}$ и структурных параметров S'_{0x} , S_{xu} из [2] находим энергетические ветви ε_{anx} , ε_{bnx} спектров по формулам

$$\varepsilon_{anx} = 2\varepsilon_{nf2} S'_{0x}; \quad \varepsilon_{bnx} = 2\varepsilon_{nf2} S_{xu}. \quad (2)$$

Энергии с индексами $x = 3, 4$ определяют оптические ветви: $\varepsilon_{an3} = 2182.858461 \text{ кэВ}$, $\varepsilon_{an4} = 2531.916174 \text{ кэВ}$; $\varepsilon_{bn3} = 2148.724629 \text{ кэВ}$, $\varepsilon_{bn4} = 2526.992019 \text{ кэВ}$. Энергии с индексами $x = 1, 2$ определяют акустические ветви: $\varepsilon_{an1} = 187.4500767 \text{ кэВ}$, $\varepsilon_{an2} = 161.6076361 \text{ кэВ}$; $\varepsilon_{bn1} = 221.5839086 \text{ кэВ}$, $\varepsilon_{bn2} = 156.6834813 \text{ кэВ}$. Основная энергия ε_{nf2} определяется резонансными переходами между энергетическими уровнями при сохранении условий резонанса

$$\varepsilon_{nf2} = \varepsilon_{an3} + \varepsilon_{an1} = \varepsilon_{an4} - \varepsilon_{an2}; \quad \varepsilon_{nf2} = \varepsilon_{bn3} + \varepsilon_{bn1} = \varepsilon_{bn4} - \varepsilon_{bn2}. \quad (3)$$

Отметим, что переходы между акустическими ветвями спектра с энергиями $2\varepsilon_{bn1} = 443.1678172 \text{ кэВ}$ и $\varepsilon_{bn1} + \varepsilon_{bn2} = 378.2673899 \text{ кэВ}$ отвечают за систематическую и статистическую ошибки измерений. В эксперименте [12] при определении положения максимума узкого резонансного пика с энергией ε_{nf2} наблюдают отклонения энергий $\pm 0.44 \text{ МэВ}$ и $\pm 0.38 \text{ МэВ}$, которые согласуются с нашими оценками ошибок измерений.

Для получения оценок других характерных параметров активных фемтообъектов используем энергию $E_{g02} = 5.824953291 \text{ эВ}$ и параметр $n'_{zg} = 0.114317037$ (учитывающий наличие сверхбезызлучательных состояний в рамках модели Р. Дикке) из [2], параметр $A_G = 0.960836162 \text{ фм/эВ}$ из [3, 5, 6]. Тогда по формулам

$$E_{z02} = E_{g02} / (1 + n'_{zg}); \quad R_{g02} = A_G E_{g02}; \quad R_{z02} = A_G E_{z02} \quad (4)$$

находим энергию $E_{z02} = 5.227375242 \text{ эВ}$ и гравитационные радиусы Шварцшильда $R_{g02} = 5.596825764 \text{ фм}$, $R_{z02} = 5.022651165 \text{ фм}$. С другой стороны, используя

эффективный радиус $r_{gp} = 0.6697484$ фм из [6] и число активных эффективных квазичастиц $N = 17.0073101$ из [2], находим оценку радиуса $R'_{z02} = (N - 2)r_{gp} / 2 = 5.025560964$ фм. Полученные оценки согласуются с суперрадиусами 5.6 фм (модель COSMA) и 5.0 фм (эксперимент) [12].

Оценку времени жизни тетранейтрона τ_{na} находим по формулам

$$\chi_0 \tau_{4A} = N_a \tau_{na}; \quad \tau_{4A} = (1 + 2\Omega_m - S_{12u}) \tau_{1A}; \quad \tau_{1A} = t_{1A} \ln 2. \quad (5)$$

Здесь число Авагадро N_a , эффективная восприимчивость χ_0 , плотность материи Ω_m , структурный параметр S_{12u} из работ [1 - 3, 5 - 7]. Если использовать время жизни для одного нейтрона $t_{1A} = 1013$ с, то период полураспада нейтрона по классическому каналу реакции (на протон, электрон и антинейтрино) $\tau_{1A} = 702.1580938$ с [13]. В системе из четырёх нейтронов эффективное время жизни свободного нейтрона заменяется на $\tau_{4A} = 890.7585674$ с. Тогда из (5) получим оценку времени жизни тетранейтрона $\tau_{na} = 3.800848454 \cdot 10^{-22}$ с, которая согласуется с временем $3.8 \cdot 10^{-22}$ с из эксперимента [12]. В системе из четырёх нейтронов также возможны другие каналы распада нейтрона. Отметим, что радиус ядра (сердцевины) $\bar{r}_{0\nu}$ распределения электрического заряда в нуклоне (с учетом плотности релятивистского нейтрино $\bar{\Omega}_{0\nu}$) связан с классическим радиусом протона r_{0p} выражением

$$n_g \bar{r}_{0\nu} = N'_{ra} r_{0p}; \quad N'_{ra} = (1 + \sin \theta_{0\nu}) N_{ra}; \quad \bar{\Omega}_{0\nu} = (\bar{n}_{0\nu})^2; \\ 2\bar{n}_{0\nu} = \Omega_m^* - S_{2u}; \quad \sin \theta_{0\nu} = \bar{n}_{0\nu} (1 - \bar{n}_{0\nu}). \quad (6)$$

Здесь $N'_{ra} = 1094.802296$, $\bar{n}_{0\nu} = 0.054339679$, $\bar{\Omega}_{0\nu} = 0.002952801$, $r_{0p} = 1.534698568$ ам; численные значения реликтовых фотонов N_{ra} , параметров Ω_m^* , S_{2u} приведены в работах [1 - 3, 5 - 7]. На основе (6) находим оценки $\sin \theta_{0\nu} = 0.051386878$, радиуса ядра $\bar{r}_{0\nu} = 210.0239394$ ам, который близок к оценке 210 ам из [13]. Двойной угол $2\theta_{0\nu} = 5.891097122^\circ$ близок к мюонному углу $\varphi_{\mu g} = 5.901862921^\circ$. Полученные оценки согласуются с оценками из [3, 5-7]. Это указывает на необходимость теоретического исследования других каналов распада.

Для получения оценки ширины $\varepsilon_{\tau f 2}^*$ основного резонансного пика с энергией $\varepsilon_{nf 2}$ из (1) рассмотрим случайную величину $\hat{\xi}_{0\nu}$ с двумя возможными значениями $\xi_{0\nu}$, $\xi'_{0\nu}$, которым соответствуют вероятности $\bar{P}_{0\nu}$, $\bar{P}'_{0\nu}$. Тогда математическое ожидание $M(\hat{\xi}_{0\nu})$, дисперсия $D(\hat{\xi}_{0\nu})$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(\hat{\xi}_{0\nu})$ определяем как

$$M(\hat{\xi}_{0\nu}) = \bar{P}_{0\nu} \xi_{0\nu} + \bar{P}'_{0\nu} \xi'_{0\nu} = 1; \quad D(\hat{\xi}_{0\nu}) = (\xi'_{0\nu} - \xi_{0\nu})^2 \bar{P}_{0\nu} \bar{P}'_{0\nu}; \quad \bar{P}_{0\nu} + \bar{P}'_{0\nu} = 1; \\ \sigma(\hat{\xi}_{0\nu}) = D^{1/2}(\hat{\xi}_{0\nu}); \quad \bar{P}_{0\nu} = 2 / (2 + \bar{\Omega}_{0\nu}); \quad \bar{P}'_{0\nu} = \bar{\Omega}_{0\nu} / (2 + \bar{\Omega}_{0\nu}). \quad (7)$$

Здесь $\bar{P}_{0\nu} = 0.998525776$, $\bar{P}'_{0\nu} = 0.001474224$. С учетом (6) возможное значение $\xi_{0\nu}$,

числа квантов N_{rb} и z_{rb} находим по формулам

$$\xi_{0\nu} = z'_{A2} / N'_{ra} = z'_{A2} r_{0p} / n_g \bar{r}_{0\nu}; \quad N'_{ra} = \bar{P}_{0\nu} N_{rb}; \quad z_{rb} = N_{rb} - z'_{A2}. \quad (8)$$

Здесь параметр (обычное красное смещение) $z'_{A2} = 1034.109294$ из [14]. На основе (8) находим численные значения $\xi_{0\nu} = 0.944562592$, $N_{rb} = 1096.429981$, $z_{rb} = 62.320687$. На основе чисел квантов N_{rb} , z_{rb} и z'_{A2} вводим функции плотностей распределения Ферми типа f_{rb} , f'_{rb} по формулам

$$f_{rb} = z'_{A2} / N_{rb}; \quad f'_{rb} = z_{rb} / N_{rb} = \bar{P}'_{0\nu} \xi'_{0\nu}; \quad f_{rb} + f'_{rb} = 1. \quad (9)$$

Отсюда находим $f_{rb} = 0.943170095$, $f'_{rb} = 0.056829905$, второе возможное значение $\xi'_{0\nu} = 38.54902986$ случайной величины $\hat{\xi}_{0\nu}$. Тогда на основе (7) находим $\xi'_{0\nu} - \xi_{0\nu} = 37.60446727$, $\sigma(\hat{\xi}_{0\nu}) = 1.442782328$. Функция f'_{rb} позволяет далее ввести параметры $u_{\tau f2}$, $v_{\tau f2}$ (аналоги u - v преобразования в теории сверхпроводимости)

$$u_{\tau f2}^2 = 0.5 + (f'_{rb})^{1/2}; \quad v_{\tau f2}^2 = 0.5 - (f'_{rb})^{1/2}; \quad u_{\tau f2}^2 + v_{\tau f2}^2 = 1. \quad (10)$$

С учетом (10) далее находим искомые энергии $\varepsilon_{\tau f2}^*$, $\varepsilon'_{\tau f2}$ для описания ширины основного резонансного пика

$$\varepsilon_{\tau f2}^* = u_{\tau f2}^2 \varepsilon_{nf2}; \quad \varepsilon'_{\tau f2} = v_{\tau f2}^2 \varepsilon_{nf2}; \quad \varepsilon_{\tau f2}^* + \varepsilon'_{\tau f2} = \varepsilon_{nf2}. \quad (11)$$

Численные значения $\varepsilon_{\tau f2}^* = 1.750212683 \text{ МэВ}$, $\varepsilon'_{\tau f2} = 620.0958549 \text{ кэВ}$ согласуются с данными из эксперимента [12].

По аналогии с (2) на основе энергии $\varepsilon'_{\tau f2}$ запишем релаксационный спектр $\varepsilon'_{b\tau x} = \varepsilon'_{\tau f2} S_{xu}$, для которого выполняются резонансные условия типа

$$0.5 \varepsilon'_{\tau f2} = \varepsilon'_{b\tau 3} + \varepsilon'_{b\tau 1} = \varepsilon'_{b\tau 4} - \varepsilon'_{b\tau 2}. \quad (12)$$

Энергии оптических ($\varepsilon'_{b\tau 4} = 330.6652309 \text{ кэВ}$, $\varepsilon'_{b\tau 3} = 281.1676967 \text{ кэВ}$) и акустических ($\varepsilon'_{b\tau 1} = 28.99498445 \text{ кэВ}$, $\varepsilon'_{b\tau 2} = 20.50254972 \text{ кэВ}$) ветвей релаксационного спектра позволяют выполнить оценку систематической ($\delta \varepsilon_{\tau}$) и статистической ($\delta \varepsilon'_{\tau}$) ошибок измерений при определении ширины наблюдаемого резонанса

$$\delta \varepsilon_{\tau} = \varepsilon'_{b\tau 3} + \varepsilon'_{b\tau 2} = \varepsilon'_{b\tau 4} - \varepsilon'_{b\tau 1}; \quad \delta \varepsilon'_{\tau} = \varepsilon'_{b\tau 3} - 2 \varepsilon'_{b\tau 1}. \quad (13)$$

Численные значения $\delta \varepsilon_{\tau} = 301.6702464 \text{ кэВ}$ и $\delta \varepsilon'_{\tau} = 223.1777278 \text{ кэВ}$ согласуются с данными из эксперимента [12], соответственно, $\pm 0.30 \text{ МэВ}$ и $\pm 0.22 \text{ МэВ}$.

Дополнительные вклады от плотности релятивистского нейтрино. Отметим, что параметр z_{rb} из (8), (9) учитывает вклад от плотности релятивистского нейтрино $\bar{\Omega}_{0\nu}$ из (6), (7), что приводит к изменению космологического красного смещения $z'_{\mu} = 7.18418108$ на эффективное космологическое красное смещение $z'_{\mu b} = 6.957429673$ и допускает представления вида

$$z_{rb} = z'_{\mu b}(z'_{\mu b} + 2); \quad a_{0b}^2 = a_m^2 + z_{rb} / 4; \quad J_{mb} / J(0) = (a_{0b} + a_m)(a_{0b} - a_m + 1). \quad (14)$$

Здесь параметры $a_{0b} = 32.39891149$, $a_m^2 = z'_{A2}$ описывают состояния источника излучения с $J_{mb} / J(0) = 80.13665285$, где максимальная J_{mb} и начальная $J(0)$ интенсивности излучения в рамках модели сверхизлучения Р.Дикке [14].

На основе функций f_{rb} , f'_{rb} из (9) и температуры $T'_A = 2635.582153 \text{ мК}$ из [14] находим связи характерных температур T_{rb} , T'_{rb} с температурой реликтового излучения $T_r = 2.72548 \text{ К}$ по формулам

$$T'_A = T_r / z'_{A2}; \quad T_{rb} = f_{rb} T'_A; \quad T'_{rb} = f'_{rb} T'_A; \quad T_{rb} + T'_{rb} = T'_A. \quad (15)$$

Температуры $T_{rb} = 2485.776609 \text{ мК}$, $T'_{rb} = 149.8055442 \text{ мК}$. С другой стороны, параметр $(f'_{rb})^{1/2}$ из (10) допускает представление через угол Кабибо θ_W [1, 15] и учитывает изменения угла поляризации излучения $\varphi_{0g} = 0.409715696^\circ$ [6] на эффективный угол поляризации $\varphi'_{0g} = 0.412156677^\circ$ по формулам

$$(f'_{rb})^{1/2} = \sin^2 \theta_W + \sin \varphi'_{0g}; \quad (E_e + E'_{eh}) / E_{H0} = f_{gA} \sin^2 \varphi'_{0g}. \quad (16)$$

С учетом $\sin^2 \theta_W = 0.231196808$ находим $\sin \varphi'_{0g} = 0.007193429$. Используя энергии покоя для электрона $E_e = 0.51099907 \text{ МэВ}$, бозона Хиггса $E_{H0} = 125.03238 \text{ ГэВ}$, функцию распределения $f_{gA} = 0.159850895$ из [6] находим энергию эффективной тяжелой дырки $E'_{eh} = 0.523212741 \text{ МэВ}$, которая входит в состав пары электрон-дырка с энергией $E_e + E'_{eh} = 2\varepsilon_0$, где $\varepsilon_0 = 0.517105906 \text{ МэВ}$. Далее на основе энергии тяжелой ($E'_{eh} > E_e$) дырки, плотности релятивистского нейтрино $\bar{\Omega}_{0\nu}$ и ξ_{gS} по формулам

$$(E'_{eh} - E_e)^2 = \bar{\Omega}_{0\nu} 4(\Delta'_{eh})^2; \quad (\Delta'_{eh})^2 S_{012} = n_g \Delta_{\xi\varepsilon}^2; \quad \xi_{gS} = S_{012} / n_g \quad (17)$$

находим энергетические щели $\Delta'_{eh} = 112.3826146 \text{ кэВ}$, $\Delta_{\xi\varepsilon} = 2.933616794 \text{ кэВ}$. Здесь основной параметр $\xi_{gS} = 0.00068141$ из нашей кварк-глюонной модели [1] связан со структурным параметром S_{012} и числом квантов глюонов n_g . Тогда для энергетического спектра новых элементарных возбуждений составных частиц (типа суперпозиции электрона и дырки) характерно появление двух расщепленных ветвей энергий $\varepsilon_{1\xi} = 523.8808265 \text{ кэВ}$, $\varepsilon_{2\xi} = 510.3309855 \text{ кэВ}$, определяемых по формулам

$$\varepsilon_{1\xi} = \varepsilon_0 + \Delta_{\gamma\xi}; \quad \varepsilon_{2\xi} = \varepsilon_0 - \Delta_{\gamma\xi}; \quad 4\Delta_{\gamma\xi}^2 = (E'_{eh} - E_e)^2 + 4\Delta_{\xi\varepsilon}^2. \quad (18)$$

Здесь $\Delta_{\gamma\xi} = 6.774920466 \text{ кэВ}$. Такие составные частицы и антинейтрино появляются в процессе классического распада нейтрона [6]. Отметим, что активные пары составных частиц могут находиться в различных точках объемных структур и взаимодействовать через глюоны. Возникает необходимость учета эффекта упорядочения операторов полей деформации [16–18] таких объектов.

Далее на основе N'_{ra} , N_{ra} из (6) вводим вероятности $P_{0B} = 0.951124672$,

$P'_{0B} = 0.048875328$ соотношениями

$$P_{0B} = N_{ra}/N'_{ra} = \cos^2(2\varphi_{0B}); \quad P'_{0B} = \sin^2(2\varphi_{0B}) = \sin \theta_{0\nu} / (1 + \sin \theta_{0\nu}), \quad (19)$$

где $P_{0B} + P'_{0B} = 1$. Из (19) находим характерный угол $\varphi_{0B} = 6.386168233^\circ$. Это позволяет записать основное соотношение для параметра z_{b2} , который описывает дополнительный вклад антинейтринного поля Хиггса в процесс классического распада нейтрона и связан с основным числом квантов черной дыры $n_{A0} = 58.04663887$ в виде

$$n_{A0} = 2P'_{0B} N_{f2} n_G/n_g - z_{b2} - 0.5; \quad (1 - \xi_{0J})E_{bJ} = n_{A0}E_{H0}. \quad (20)$$

Здесь параметр $\xi_{0J} = 0.60144595$ из [5]. Из (20) находим искомый основной параметр $z_{b2} = 0.01587276$, энергию частиц релятивистского джета (выброса материи из сверхмассивной черной дыры) $E_{bJ} = 18.21010076 \text{ ТэВ}$. Основной параметр z_{b2} позволяет определить барионные плотности $\Omega_{b2z} = 0.023734302$ и $\Omega_{b1z} = 0.022273752$, эффективные восприимчивости $\chi_{b2} = 0.178878351$ и $\bar{\chi}_{b2} = 0.177464294$ по формулам

$$\Omega_{b2z} = (0.5 + z_{b2})n_{\nu n}; \quad \Omega_{b1z} = (0.5 - z_{b2})n_{\nu n}; \quad \Omega_{b2z} + \Omega_{b1z} = n_{\nu n};$$

$$\chi_{b2}^2 = z_{b2}(z_{b2} + 2); \quad \bar{\chi}_{b2}^2 = z_{b2}(2 - z_{b2}). \quad (21)$$

Здесь параметр $n_{\nu n} = 0.046008054$ из [5].

На основе (21) находим энергетическую щель $\Delta_{b2} = 50.09417522 \text{ мэВ}$ и соответствующую ей эффективную температуру $T_{b2} = 290.6853988 \text{ К}$, характерные энергии $\varepsilon_{zb2} = 4.4451037 \text{ мэВ}$ и $\varepsilon_{b2\nu} = 284.4911512 \text{ мэВ}$, характерную температуру $T_{zb2} = 25.79395181 \text{ К}$ по формулам

$$\Delta_{b2} = \chi_{b2} \varepsilon_{HG}; \quad \varepsilon_{zb2} = z_{b2} \varepsilon_{HG}; \quad \varepsilon_{b2\nu}^2 = \varepsilon_{HG}^2 + \Delta_{b2}^2; \quad \varepsilon_{HG} = \varepsilon_{b2\nu} - \varepsilon_{zb2};$$

$$T_{b2} = a_T \Delta_{b2}; \quad T_{zb2} = a_T \varepsilon_{zb2}. \quad (22)$$

Здесь энергия покоя нейтрино $\varepsilon_{HG} = 280.0460475 \text{ мэВ}$ из [5].

В системе из четырех нейтронов [12] в процессе классического распада нейтрона на пару протон-электрон и антинейтрино возможно появление атомов ^2H . В эксперименте [19] при рассеянии протонов в качестве мишеней используют жидкий водород и жидкий дейтерий и наблюдают асимметрию антиматерии в протоне. В нашей модели магнитный момент $\langle \mu \rangle / \mu_N = 0.857407329$ и ядерное гироманнитное отношение $\gamma_n / 2\pi = 0.6535 \text{ МГц/кЭ}$ для атома ^2H находим по формулам

$$\langle \mu \rangle / \mu_N = 0.5 + \Omega'_{c1} + n'_{zg} / (1 - n'_{zg}) + n_G(\Omega_{HL} + \Omega_{0G});$$

$$\gamma_n / 2\pi = a'_n \langle \mu \rangle / \mu_N; \quad a'_n = 0.762181495 \text{ МГц/кЭ}. \quad (23)$$

Здесь параметры $\Omega'_{c1} = 0.228071512$, $\Omega_{HL} = 82.88159067 \cdot 10^{-6}$, $\Omega_{0G} = 4.99501253 \cdot 10^{-6}$ приведены в работах [1, 5, 6]. Температуру кипения $T_{bo} = 20.19798708 \text{ К}$ системы из атомов ^2H находим по формулам

$$T_{bo} = a_T \varepsilon_{bo}; \quad \varepsilon_{bo} = (2n_G / n_g + S_{2u}) \varepsilon_{zb2}; \quad \varepsilon_{zb2} = \varepsilon_{b2\nu} - \varepsilon_{HG}. \quad (24)$$

Здесь $\varepsilon_{bo} = 3.48074416 \text{ мэВ}$. Для оценки температуры плавления $T_{me}^* = 13.80107572 \text{ К}$ используем формулы

$$T_{me}^* = 0.5(T_{1me} + T_{2me}); \quad T_{1me} = n_{b2z} T_{bo}; \quad T_{2me} = (n_{0\alpha} - 1) T_{bo};$$

$$n_{0\alpha} = 1.5 + |\xi_{0H}|^2; \quad n_{b2z} = 2(N'_p + 1 - \Omega_{b2z}) P_{0B} / z'_{A2} P'_{0B}. \quad (25)$$

Здесь температура $T_{2me} = 13.77099006 \text{ К}$ связана с фрактальной размерностью $n_{0\alpha} = 1.681800122$ из [3, 5] и описывает холодную локальную область пространства. Эти локальные холодные пятна окружает горячая локальная область с температурой $T_{1me} = 13.83116137 \text{ К}$ и выполняется неравенство $T_{1me} > T_{2me}$. Такую интерпретацию допускают выражения из (25) для числа квантов $n_{b2z} = 0.684779197$, которое связано с барионной плотностью Ω_{b2z} , вероятностями P_{0B} , P'_{0B} из (19), параметром $N'_p = 17.21819709$ из [3, 5].

Дополнительный вклад стохастического фона в основные характеристики тетранейтронов. Наличие стохастического фона вносит дополнительный вклад в наблюдаемые сигналы из экспериментов [12, 19]. Для описания этого стохастического фона вводим числа квантов $n_{b0}^* = 20.01157769$ и $n_{vb} = 20.01160783$ соотношениями

$$n_g n_{b0}^* + z'_{A2} = 2n_G N_{f2} / n_g; \quad N_{b0}^* = 2n_{b0}^* + 1; \quad 2n_{b0}^* = n_g n_d^*; \quad n_{vb} - n_{b0}^* = 2n_G \Omega_{0G};$$

$$\Omega_{0G} N_{0A} = \langle \mu_2 \rangle / \mu_N; \quad N_{0A} = E_{0A} / E_G; \quad E_d^* = n_d^* E_{0g} = 2n_{b0}^* E_{H0}; \quad E_{0g} = n_g E_{H0}. \quad (26)$$

Параметры $\langle \mu_2 \rangle / \mu_N$, N_{0A} , энергии E_{0A} , E_G приведены в работе [1]. Из (26) находим число квантов $n_d^* = 5.002894423$, характерные энергии $E_d^* = 5.004190372 \text{ ТэВ}$ и $E_{0g} = 1.00025904 \text{ ТэВ}$ (связанные с энергией покоя бозона Хиггса E_{H0}), характерное число квантов $N_{b0}^* = 41.02315538$ стохастического фона, которое согласуется с экспериментом [12]. Для описания связей чисел квантов фононного N_{f2} и фотонного N_{f1} полей из [1] с числом квантов $n_{ra} = 2.785248449 \cdot 10^7$ (связанным с вкладом от нейтринного поля) из [1 - 3, 5, 6] вводим числа квантов $N_{vn} = 17.43392587 \cdot 10^3$ и $\bar{N}_{vn} = 8.819364693 \cdot 10^3$, энергии $E_{dm} = 2.478533141 \text{ кеВ}$ и $\bar{E}_{dm} = 2.507649492 \text{ кеВ}$ по формулам

$$N_{vn} = n_{ra} / N_{f2}; \quad \bar{N}_{vn} = n_{ra} / N_{f1}; \quad 2E_{dm} = N_{vn} \varepsilon_{vn};$$

$$\bar{E}_{dm} = \bar{N}_{vn} \varepsilon_{vn}; \quad \varepsilon_{vn} = \psi_{vn} \varepsilon_{HG}; \quad \psi_{vn} = 1 + z_{vn}. \quad (27)$$

Здесь число квантов антинейтринного поля $z_{vn} = 0.015313329$ описывает классический распад нейтрона на пару протон-электрон и антинейтрино из [6]. Энергия антинейтрино $\varepsilon_{vn} = 284.3344848 \text{ мэВ}$. Отметим, что основной параметр z_{b2} из (20) описывает другое состояние антинейтринного поля, отличное от состояния из (27).

С учетом (23), (24) запишем основные связи для чисел квантов

$$\begin{aligned} 2n_G/n_g &= (z'_{A2} + 0.5n_g N_{b0}^*) / N_{f2} = N'_{vn} / N_{vn} = \bar{N}'_{vn} / \bar{N}_{vn}; \\ \bar{n}_{fv} &= N_{f1} / N_{f2} = N_{vn} / \bar{N}_{vn} = N'_{vn} / \bar{N}'_{vn}. \end{aligned} \quad (28)$$

Из (28) находим числа квантов $N'_{vn} = 13.0754444 \cdot 10^3$, $\bar{N}'_{vn} = 6.61452352 \cdot 10^3$ и параметр $\bar{n}_{fv} = 1.976777974$. Выражения (27), (28) и (20) для чисел квантов и вероятностей дают возможность выполнить оценки числа случаев для наблюдаемых сигналов в экспериментах по рассеянию протонов на мишенях из жидкого водорода, жидкого дейтерия [19] и в экспериментах по наблюдению резонансного состояния системы из четырех нейтронов [12]. Детальный анализ данной задачи требует отдельного исследования и в этой статье не приводится.

Основные параметры релятивистского суперджета на основе кварк-глюонной модели. В работах [5–7, 20] было предложено описание ряда параметров релятивистского джета [8] вблизи сверхмассивных черных дыр. Было показано, что выброс материи из таких черных дыр сопровождается увеличением плотности релятивистского нейтрино $\bar{\Omega}_{0\nu}$ из (6) по сравнению с солнечным нейтрино $\Omega_{0\nu} = 0.002939801$ из [6, 7]. Выражения (6) указывают на необходимость использования кварк-глюонной модели при описании параметров релятивистского джета и учета вклада от нейтринного поля Хиггса, которое появляется в результате классического распада нейтрона на пару протон-электрон и антинейтрино.

В октябре 2022 года экспериментально зафиксирован самый сильный в истории гамма-всплеск GRB 221009A с энергией фотонов вблизи 18ТэВ [9]. Этот всплеск связывают со взрывом сверхновой на расстоянии около 2.4 миллиардов световых лет от нас, который сопровождается появлением релятивистского джета.

Для описания основных параметров такого релятивистского джета вводим функции плотности распределения Бозе типа $f_{BJ} = 2.509069974$, $f'_{BJ} = 1.509069974$ на основе параметра $\xi_{0J} = 0.60144595$ из [5–7] по формулам

$$\begin{aligned} f_{BJ} &= 1/(1 - \xi_{0J}); \quad f'_{BJ} = \xi_{0J}/(1 - \xi_{0J}); \quad f_{BJ} - f'_{BJ} = 1; \\ E_{0D} &= n_{A0} E_{H0}; \quad E_{bJ} = f_{BJ} E_{0D}; \quad E'_{bJ} = f'_{BJ} E_{0D}; \quad E_{bJ} - E'_{bJ} = E_{0D}. \end{aligned} \quad (29)$$

Из (29) находим энергии частиц релятивистского джета $E_{bJ} = 18.21010076$ ТэВ, $E'_{bJ} = 10.95239135$ ТэВ и энергии покоя «белой дыры» $E_{0D} = 7.257709409$ ТэВ. Энергия релятивистского джета E_{bJ} согласуется с энергией фотонов гамма всплеска 18ТэВ. При столкновении протонов на БАКе [21] наблюдают максимальную энергию частиц порядка 13ТэВ. С учетом параметра $\bar{n}_{fv}$ из (28), числа глюонов n_g , числа квантов черной дыры n_{A0} выполним оценку энергии таких частиц E_{AJ} по формуле

$$E_{AJ} = 2(n_{A0} + \bar{n}_{fv} - n_g) E_{H0}; \quad E_{bJ}^* = E_{AJ} + E_d^*. \quad (30)$$

В нашей модели оценка энергии этих частиц $E_{AJ} = 13.00922325$ ТэВ согласуется с [21]. Оценка энергии релятивистского суперджета $E_{bJ}^* = 18.01341362$ ТэВ получена с учетом характерной энергии E_d^* из (26).

На основе наблюдаемой длины волны $\lambda_{bJ} = 22100.9 \text{ нм}$ гамма-всплеска далее находим энергетическую щель $\Delta_{bJ} = 56.09020492 \text{ мэВ}$, эффективную восприимчивость $\chi_{bJ} = 0.200289222$, энергию $\varepsilon_{bJ} = 285.6079477 \text{ мэВ}$, параметр $z_{bJ} = 0.019860663$ нейтринного поля Хиггса по формулам

$$\Delta_{bJ} = a_\lambda / \lambda_{bJ}; \quad \chi_{bJ} = \Delta_{bJ} / \varepsilon_{HG}; \quad \varepsilon_{bJ} = (\varepsilon_{HG}^2 + \Delta_{bJ}^2)^{1/2} = \psi_{bJ} \varepsilon_{HG}; \quad \psi_{bJ} = 1 + z_{bJ}. \quad (31)$$

Здесь параметр $a_\lambda = 1239644.01 \text{ мэВ} \cdot \text{нм}$ из [22]. С учетом параметра z_{bJ} , энергетической щели Δ_{bJ} из (31) находим характерную энергию $\varepsilon_{zbJ} = 5.561900174 \text{ мэВ}$, соответствующие им характерные температуры $T_{zbJ} = 32.27447429 \text{ К}$ и $T_{bJ} = 325.4790305 \text{ К}$, барионные плотности $\Omega_{b2J} = 0.023917777$ и $\Omega_{b1J} = 0.022090277$ по формулам

$$\varepsilon_{zbJ} = z_{bJ} \varepsilon_{HG} = \varepsilon_{bJ} - \varepsilon_{HG}; \quad T_{zbJ} = a_T \varepsilon_{zbJ}; \quad T_{bJ} = a_T \Delta_{bJ}; \\ \Omega_{b2J} = (0.5 + z_{bJ}) n_{\nu n}; \quad \Omega_{b1J} = (0.5 - z_{bJ}) n_{\nu n}; \quad \Omega_{b2J} + \Omega_{b1J} = n_{\nu n}. \quad (32)$$

Здесь параметр $a_T = 5.802778417 \text{ К}(\text{мэВ})^{-1}$ из [22]. Отметим, что для параметров нейтринного поля Хиггса z_{bJ} из (32), z_{b2} из (20), $z_{\nu n}$ из (27) и соответствующих им энергий частиц ε_{bJ} из (31), $\varepsilon_{b2\nu}$ из (22), $\varepsilon_{\nu n}$ из (27) выполняются неравенства

$$z_{bJ} > z_{b2} > z_{\nu n}; \quad \varepsilon_{bJ} > \varepsilon_{b2\nu} > \varepsilon_{\nu n}. \quad (33)$$

Полученные результаты для параметров нейтринного поля Хиггса (33) подтверждают эффект увеличения плотности нейтрино релятивистского джета, связанного со взрывом сверхновой и появлением гамма-всплеска, по сравнению с плотностями релятивистского нейтрино $\bar{\Omega}_{0\nu}$ из (6) и солнечным нейтрино $\Omega_{0\nu}$ из [6, 7].

Для получения оценки расстояния до источника, связанного с взрывом сверхновой, используем радиус Хаббла $R_{AH} = 13.75 \cdot 10^9 \cdot L_{c0}$, где $L_{c0} = c_0 \tau_{c0} = 1 \text{ св.год}$, предельная скорость света в вакууме $c_0 = 2.99792458 \cdot 10^5 \text{ км с}^{-1}$, $\tau_{c0} = 365.2503353 \text{ дней} = 3.155762897 \cdot 10^7 \text{ с}$ из [5–7]. Для описания состояния источника излучения используем модель сверхизлучения Р. Дикке, в рамках которой получено выражение (14) с отношением интенсивностей излучения $J_{mb}/J(0)$. Тогда с учетом эффективной восприимчивости χ_{bJ} из (31) для характерного расстояния $R_{\chi j} = 2.753976802 \cdot 10^9 \cdot L_{c0}$, модуля k_{mb} эллиптических функций $\text{sn}(u_{mb}; k_{mb})$, $\text{dn}(u_{mb}; k_{mb})$ и параметров n'_{zg} , n_{zg} справедливо представление

$$R_{\chi j} = \chi_{bJ} R_{AH}; \quad k_{mb}^2 = 0.5(1 - J(0)/J_{mb}); \quad n'_{zg} + n_{zg} = 1; \\ n'_{zg} = k_{mb}^2 \sin^2(\theta_{mb}) = k_{mb}^2 \text{sn}^2(u_{mb}; k_{mb}); \quad n_{zg} = \text{dn}^2(u_{mb}; k_{mb}). \quad (34)$$

Здесь $k_{mb}^2 = 0.493760658$, параметр $n_{zg} = 0.885682963$, эффективный угол Кабибо $\theta_{mb} = 28.76175005^\circ$, $\sin^2(\theta_{mb}) = 0.231523179$. Далее с учетом параметра $\bar{n}_{f\nu}$ из (28),

числа квантов N_{b0}^* из (26) находим характерные углы $\varphi_{b\alpha}^* = 0.817995858^\circ$ и $\varphi_{b\alpha} = 0.413802596^\circ$, $\sin(\varphi_{b\alpha}^*) = 0.014276236$ и $\sin(\varphi_{b\alpha}) = 0.007222155$, характерное расстояние до источника излучения от нас $R_{SJ} = 2.399833912 \cdot 10^9 \cdot L_{c0}$, расстояние $R'_{SJ} = 0.354142891 \cdot 10^9 \cdot L_{c0}$ из соотношений

$$\begin{aligned} \sin(\varphi_{b\alpha}^*) &= 2 / (2N_{b0}^* + n_{A0}); \quad \varphi_{b\alpha}^* = \bar{n}_{fv} \varphi_{b\alpha}; \quad \varphi_{b\alpha} = \varphi_{b\alpha}^* / (N_{f1} - N'_{f1}); \\ R_{SJ} &= (n_{zg} - \sin(\varphi_{b\alpha}^*)) R_{\chi j}; \quad R'_{SJ} = (n'_{zg} + \sin(\varphi_{b\alpha}^*)) R_{\chi j}; \quad R_{SJ} + R'_{SJ} = R_{\chi j}. \end{aligned} \quad (35)$$

Полученное расстояние R_{SJ} согласуется с наблюдаемым расстоянием 2.4 миллиарда световых лет от нас до источника излучения, который связывают со взрывом сверхновой и появлением релятивистского суперджета.

Далее на основе барионной плотности Ω_{b2J} из (32) вводим функции плотностей распределения Бозе типа в основном ($f'_{1\Omega} = 0.023917777$, $f'_{2\Omega} = 41.80990566$) и возбужденном ($f_{1\Omega} = 1.023917777$, $f_{2\Omega} = 42.80990566$) состояниях по формулам

$$\begin{aligned} f'_{1\Omega} &= \Omega_{b2J} = 1 / f'_{2\Omega} = P'_{2\Omega} / P_{2\Omega}; \quad f_{1\Omega} = 1 / P_{2\Omega}; \quad f_{1\Omega} - f'_{1\Omega} = 1; \\ f'_{2\Omega} &= 1 / \Omega_{b2J}; \quad f_{2\Omega} = f_{1\Omega} / f'_{1\Omega} = 1 / P'_{2\Omega}; \quad f_{2\Omega} - f'_{2\Omega} = 1. \end{aligned} \quad (36)$$

Эти функции зависят от параметров z_{bJ} , n_{vn} , что следует из формул (32). При этом функции $P_{2\Omega} = 0.97664092$, $P'_{2\Omega} = 0.02335908$ имеют смысл вероятностей при выполнении условия нормировки $P_{2\Omega} + P'_{2\Omega} = 1$.

С учетом выражений (29), (36) находим числа заполнения $N_{BJ} = 145.6430787$, $N'_{BJ} = 87.59643981$, $N_{SJ} = 143.9219323$, $N'_{SJ} = 86.56126331$, $N_{\Omega J} = 1.721146404$, $N'_{\Omega J} = 1.035176534$ по формулам

$$\begin{aligned} N_{BJ} &= f_{BJ} n_{A0} = f_{1\Omega} N_{SJ} = f_{2\Omega} N_{\Omega J}; \quad N_{BJ} - N'_{BJ} = n_{A0}; \\ N'_{BJ} &= f'_{BJ} n_{A0} = f_{1\Omega} N'_{SJ} = f_{2\Omega} N'_{\Omega J}; \quad N_{\Omega J} - N'_{\Omega J} = n'_{S0}; \\ N_{SJ} - N'_{SJ} &= n_{S0}; \quad n_{S0} = f_{2\Omega} n_{A0}; \quad n'_{S0} = f'_{2\Omega} n_{A0}; \quad n_{S0} + n'_{S0} = n_{A0}. \end{aligned} \quad (37)$$

Выражения (37) дают возможность определить характерные энергии для суперджета, связанные с энергией покоя бозона Хиггса E_{H0} по формулам

$$\begin{aligned} E_{SJ} &= N_{SJ} E_{H0}; \quad E'_{SJ} = N'_{SJ} E_{H0}; \quad E_{SD} = n_{S0} E_{H0}; \\ E_{\Omega J} &= N_{\Omega J} E_{H0}; \quad E'_{\Omega J} = N'_{\Omega J} E_{H0}; \quad E'_{SD} = n'_{S0} E_{H0}. \end{aligned} \quad (38)$$

Численные значения энергий $E_{SJ} = 17.99490174 \text{ ТэВ}$; $E'_{SJ} = 10.82296077 \text{ ТэВ}$; $E_{SD} = 7.171940967 \text{ ТэВ}$ отличаются от численных значений E_{bJ} , E'_{bJ} , E_{0D} из (29), что связано с учетом дополнительных вкладов от барионной плотности Ω_{b2J} . При этом энергии $E_{\Omega J} = 215.1990312 \text{ ТэВ}$, $E'_{\Omega J} = 129.4305858 \text{ ТэВ}$, $E'_{SD} = 85.76844545 \text{ ТэВ}$ могут определять особенности поведения составных частиц при экспериментальных исследованиях на БАКе [21].

Выводы. Предложено теоретическое описание тетранейтронного резонанса и релятивистского суперджета в рамках кварк-глюонной модели. Выполнен учет дополнительных вкладов от плотности релятивистского нейтрино и стохастического фона в основные характеристики потоков составных частиц.

Показано, что энергия тетранейтронного резонанса в системе из четырех нейтронов связана с числом квантов фононного поля, глюонов, энергией покоя нейтрона. Ширина резонансного пика определяется релаксационным энергетическим спектром. Процессы распада и слияния в системе из четырех нейтронов могут сопровождаться появлением релятивистского нейтрино. Учет вклада от плотности релятивистского нейтрино приводит к появлению эффективного космологического красного смещения, эффективного угла поляризации реликтового излучения, эффективной тяжелой дырки и пары электрон-дырка. Стохастический фон от тетранейтронов вносит дополнительный вклад в наблюдаемые сигналы из экспериментов [12, 19]. Оценки основных характеристик составных частиц типа тетранейтронов в рамках кварк-глюонной модели согласуются с экспериментом [12].

Описаны связи основных параметров релятивистского суперджета с бозоном Хиггса. Показано, что учет вклада от нейтринного поля Хиггса подтверждает эффект увеличения плотности нейтрино релятивистского суперджета, связанного со взрывом сверхновой и появлением гамма-всплеска. С учетом вклада от барионной плотности материи выполнены оценки характерной энергии E_{SJ} релятивистского суперджета и расстояния до источника, связанного с взрывом сверхновой,

Полученные теоретические оценки энергий E_{bJ} из (29), E_{bJ}^* из (30), E_{SJ} из (38) согласуются с экспериментальными данными [9].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абрамов В.С. Активные наночастицы, агрегаты и бозон Хиггса в кварк-глюонной модели / В.С. Абрамов // Вестник Донецкого национального университета. Сер. А: Естественные науки. – 2022. – № 1 – С. 66-79.
2. Abramov V.S. Active Nanoobjects, Neutrino and Higgs Boson in a Fractal Models of the Universe / V.S. Abramov // C.H. Skiadas, Y. Dimotikalis (eds.), 12th Chaotic Modeling and Simulation International Conference, Springer Proceedings in Complexity. – Springer Nature Switzerland AG, 2020. – P. 1-14.
3. Abramov V.S. Active Femto- and Nano-Objects in Relation to the Solar and Interstellar Winds in Anisotropic Models / V.S. Abramov // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. – 2020. – No 84(12). – P. 1505-1510.
4. The baryon density of the Universe from an improved rate of deuterium burning / V. Mossa, K. Stöckel, F. Cavanna et al. // Nature. – 2020. – No 587. – P. 210-213.
5. Абрамов В.С. Черные дыры, релятивистские джеты, корональные дыры на Солнце, активные микрообъекты во фрактальных моделях // Вестник Донецкого национального университета. Сер. А: Естественные науки. – 2021. – № 3 – с. 16-29.
6. Абрамов В.С. Активные объекты, асимметрия материи, черные дыры и бозон Хиггса во фрактальных системах / В.С. Абрамов // Известия РАН. Сер. Физическая. – 2022. – № 86(7). – С. 1047-1053.
7. Abramov V.S. The Higgs boson and the Higgs field in fractal models of the Universe: supermassive black holes, relativistic jets, solar coronal holes, active microobjects / V.S. Abramov // C.H. Skiadas and Y. Dimotikalis (eds.), 14th Chaotic Modeling and Simulation International Conference, Springer Proceedings in Complexity. – Springer Nature Switzerland AG 2022. – P. 1-15.
8. Relativistic X-ray jets from the black hole X-ray binary MAXI J1820+070 / M. Espinasse, S. Corbel, Ph. Kaare et.al. // arXiv:2004.06416v1 [astro-ph.HE]. – 10 p.
9. Swift J1913.1+1946 a new bright hard X-ray and optical transient / S. Dichiara, J.D. Gropp, J.A. Kennea et.al. // Neil Gehrels Swift Observatory Team. The Astronomer's Telegram. 15650: 1. 2022.
10. Multi-TeV photons from GRB 221009A: uncertainty of optical depth considered / Zhi-Chao Zhao, Yong Zhou, Sai Wanga et.al. // arXiv:2210.10778v3 [astro-ph.HE]. – 6 p.

11. Liupan An. Latest results on exotic hadrons at LHCb. On behalf of the LHCb Collaboration Sezione INFN di Firenze in CERN-LHC Seminar, 16 June 2020. – 53 p.
12. Observation of a correlated free four-neutron system / M. Duer, T. Aumann, R. Gernhäuser et al. // Nature. – 2022. – No 606. – P. 678-682.
13. Вонсовский С.В. Магнетизм микрочастиц / С.В. Вонсовский. – Москва: Наука, 1973. – 280 с.
14. Абрамов В.С. Анизотропная модель и переходные сигналы от бинарных космологических объектов: черных дыр, нейтронных звезд / В.С. Абрамов // Вестник Донецкого национального университета. Сер. А: Естественные науки. – 2018. – № 1. – С. 55-68.
15. Вайнберг С. Квантовая теория поля. Т. 2. Современные приложения / С. Вайнберг. – Москва, Физматлит, 2015. – 528 с.
16. Abramova O.P. Effect of Ordering of Displacement Fields Operators of Separate Quantum Dots, Elliptical Cylinders on the Deformation Field of Coupled Fractal Structures / O.P. Abramova, A.V. Abramov; C.H. Skiadas and I. Lubashevsky (eds.), 11th Chaotic Modeling and Simulation International Conference, Springer Proceedings in Complexity. – Springer Nature Switzerland AG, 2019. – P. 15-27,
17. Abramova O.P. Coupled Fractal Structures with Elements of Cylindrical Type / O.P. Abramova, A.V. Abramov // C.H. Skiadas and Y. Dimotikalis (eds.), 12th Chaotic Modeling and Simulation International Conference, Springer Proceedings in Complexity. – Springer Nature Switzerland AG, 2020. – P. 15-26.
18. Abramova O.P. Qubits and Fractal Structures with Elements of the Cylindrical Type / O.P. Abramova, A.V. Abramov // C.H. Skiadas and Y. Dimotikalis (eds.), 13th Chaotic Modeling and Simulation International Conference, Springer Proceedings in Complexity. – Springer Nature Switzerland AG 2021. – P. 15-28.
19. The asymmetry of antimatter in the proton / J. Dove, B. Kerns, R.E. McClellan et al. // Nature. – 2021. – No 590. – P. 561-565.
20. Abramov V.S. Higgs Boson and Higgs Field in Fractal Models of the Universe: Active Femtoobjects, New Hubble Constants, Solar Wind, Heliopause / V.S. Abramov // C.H. Skiadas and Y. Dimotikalis (eds.), 13th Chaotic Modeling and Simulation International Conference, Springer Proceedings in Complexity. – Springer Nature Switzerland AG 2021. – P. 1-14.
21. The ATLAS Collaboration / CERN. Evidence for Higgs boson decays to a low-mass dilepton system and a photon in pp collisions at $\sqrt{s}=13\text{TeV}$ with the ATLAS detector. ATLAS-CONF-2021-002. – 1st February 2021.
22. Abramov V.S. Superradiance of Gravitational Waves and Relic Photons from Binary Black Holes and Neutron Stars / V.S. Abramov // Bulletin of the Russian Academy of Sciences Physics. – 2019. – No 83(3). – P. 364-369.

Поступила в редакцию 20.03.2023 г.

TETRANEUTRON RESONANCE AND RELATIVISTIC JETS IN THE QUARK-GLUON MODEL

V.S. Abramov

A quark-gluon model is proposed to describe the relationships and main characteristics of composite particles such as tetraneutrons, particle fluxes (relativistic jets) with the Higgs boson and the Higgs field. Theoretical estimates were made of the position and width of the main peak of the tetraneutron resonance, the lifetime of the tetraneutron, and the radius of the core in the nucleon. It is shown, that the contribution of the relativistic neutron in the process of classical neutron decay can lead to changes in the cosmological redshift, the effective polarization angle of the cosmic microwave background radiation, and the appearance of a heavy hole in a compound particle such as an electron-hole pair. Accounting for additional contributions from the stochastic background leads to changes in the main characteristics of relativistic jets.

Keywords: active femtoparticles; tetraneutrons; Higgs boson and Higgs field; quark-gluon model; lepton pairs; compound particles; particle flows; relativistic jets.

Абрамов Валерий Сергеевич

Кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник;
ГУ «Донецкий физико-технический институт имени А.А. Галкина», г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: vsabramov2018@gmail.com

Abramov Valeriy Sergeevich

Candidate of Physics and Mathematical Sciences,
Senior Research Officer
SI “Donetsk Institute for Physics and Engineering named after A.A. Galkin”, Donetsk, DPR, RF.

Х И М И Ч Е С К И Е Н А У К И

УДК 547.551.52. 06:664.22

ЛЕКАРСТВЕННАЯ ФОРМА ПРОЛОНГИРОВАННОГО ДЕЙСТВИЯ НА ОСНОВЕ КАРТОФЕЛЬНОГО КРАХМАЛА И СУЛЬФАНИАМИДА

© 2023. *Т.В. Крюк, Т.Г. Тюрина, Т.А. Кудрявцева*

В водном растворе получена матричная форма сульфаниламида, в которой полимерной основой является диальдегид картофельного крахмала, полученный периодатным окислением полисахарида (содержание звеньев с группой СНО 68 мол.%). Установлено, что степень конъюгации зависит от времени реакции и температуры: максимальное превращение альдегидных звеньев составляет 52–56 мас.% при проведении реакции при 60–80 °С в течение 1 ч. Высвобождение сульфаниламида из конъюгата в результате расщепления азометиновой связи происходит быстрее в кислой среде. Сделан вывод, что диальдегид картофельного крахмала можно рассматривать как матрицу для формирования систем доставки антимикробных препаратов класса сульфаниамидов с пролонгированным высвобождением.

Ключевые слова: крахмал картофельный; сульфаниамид; конъюгация; высвобождение.

Введение. В настоящее время имеется большое количество публикаций в области разработки систем доставки фармацевтических субстанций для повышения специфичности и эффективности действия лекарственных средств. В качестве носителей лекарственных веществ (ЛВ) наиболее предпочтительными являются широко доступные водорастворимые полимеры, обладающие биосовместимостью, низкой иммуногенностью, биоразлагаемостью и содержащие способные к модификации функциональные группы [1]. Таким критериям в полной мере отвечают полисахариды, в частности, крахмал (Кр) и его производные.

Нативные крахмалы традиционно используются в фармацевтических составах в качестве наполнителей – разбавителей, разрыхлителей, лубрикантов и связующих веществ [2]. Достижения в области химической модификации Кр позволяют сегодня получать полимеры с пониженной гидрофильностью, способные к набуханию и мукоадгезии, восприимчивые к ферментативным атакам, обладающие высокой эффективностью инкапсуляции и эффектом медленного высвобождения ЛВ [3], что значительно расширяет области медицинского применения полисахаридов. Производные Кр с улучшенными функциональными свойствами получают посредством его окисления, кислотного гидролиза, этерификации, эстерификации или сшивания [4].

Среди перечисленных модификаций диальдегидкрахмалы (ДАКр) являются потенциальной полимерной основой для образования оснований Шиффа, к которым возможно прямо присоединять ЛВ, содержащие в молекуле аминокгруппы. Высокомолекулярные соединения с азометиновой связью используются в качестве матриц для доставки лекарств, перевязочных материалов, биоразлагаемых гидрогелей [5]. При этом в абсолютном большинстве исследований, посвященных получению оснований Шиффа на основе ДАКр, как нуклеофильный агент выступают –NH₂ группы хитозана. Такие взаимодействия позволили получить, например, полиэлектролитные гидрогели, которые могут быть использованы для создания покрытий, способствующих

адгезии нормальных эпидермальных фибробластов человека [6], матриксы с эффективной кровоостанавливающей способностью [7], улучшенными механическими свойствами и антимикробным действием [8]. В связи с этим представляет интерес сочетание ДАКр с низкомолекулярными лекарственными веществами и изучение свойств полученных конъюгатов.

Целью настоящей работы была конъюгация диальдегида картофельного крахмала с модельным соединением группы сульфаниламидных препаратов – сульфаниламидом (СА) и изучение высвобождения лекарственного вещества из полученной матричной формы.

Экспериментальная часть. Для исследования использовали: сульфаниламид – субстанция-порошок (ООО «ЛЮМИ», Россия), картофельный крахмал пищевой (ГОСТ Р 53876-2010).

Окисление крахмала проводили в водном растворе (концентрация Кр 0,152 М, окислителя NaIO_4 – 0,3 М) при pH 4,0 и температуре 25 °С в течение 1 ч. Степень окисления Кр определяли йодометрическим методом [9].

Для получения конъюгата к навескам 0,161 г (0,0001 моль) окисленного полисахарида и 0,177 г (0,0001 моль) СА добавляли 3 мл бидистиллированной воды и 2 мл боратного буфера (pH 4,01), полученную суспензию выдерживали при заданных температуре (20, 40, 50, 60, 70 или 80 °С) и времени (1, 2, 3 или 4 ч). После окончания синтеза реакционную смесь охлаждали при комнатной температуре, конъюгат переносили на стеклянный фильтр с размером пор 16 мкм и промывали водой до pH фильтрата 7,0. Фильтрат собирали для определения количества непрореагировавшего СА методом нитритометрического титрования [10], после чего находили степень его конверсии (мас.%) по формуле:

$$\text{Степень конверсии СА} = \frac{m_1}{m_0} \cdot 100\%,$$

где m_0 – масса СА, взятая для конъюгации, m_1 – масса непрореагировавшего СА.

Полученный продукт измельчали в лабораторной шаровой мельнице MLW KM1 (Германия): масса шара 0,2 кг, 3000 об·мин⁻¹, прилагаемая нагрузка 20 Н.

ИК-спектры регистрировали на спектрофотометре Specord-75 IR (Германия) в таблетках KBr, УФ-спектры – на спектрофотометре Helios Gamma (США) в кварцевых кюветах с толщиной поглощающего слоя 1 см, потенциометрическое титрование проводили с помощью иономера И-160М (Россия).

Для исследования высвобождения ЛВ из матричной формы к ~0,005 г конъюгата добавляли 10 мл биорелевантной среды (Tris-HCl буфера, приготовленного в соответствии с [11], или 0,1 н HCl), выдерживали в термостате при (38±1) °С в течение заданного времени. Количество высвободившегося СА (мас.%) рассчитывали по формуле:

$$[\text{СА}] = \frac{m_3}{m_2} \cdot 100\%,$$

где m_2 – исходная масса СА в полимерной матрице, m_3 – масса СА, высвободившегося из полимерной матрицы к моменту времени t . Значения m_3 определяли по результатам УФ-спектроскопии.

Статистический анализ проводился с помощью программы Microsoft Excel 2016. Все экспериментальные результаты представлены в виде среднего значения ± стандартная ошибка среднего трех отдельных экспериментов при доверительном интервале 0,95.

Результаты и их обсуждение. Периодатное окисление крахмала в водной среде дает хороший химический выход ДАКр: варьирование pH среды, времени реакции и соотношения исходных концентраций реагентов позволяет модифицировать до 97 %

глюкозных звеньев полисахарида. Нами были выбраны условия окисления, позволяющими получить, согласно [12], 58 мас.% альдегидного производного картофельного крахмала, а именно: $\text{Кр}:\text{NaIO}_4 = 1:1$ моль/моль; pH 4,0; время реакции – 1 ч. На основании результатов йодометрии нами установлено, что в данных условиях окисление полностью завершается уже через 0,5 ч, при этом $[\text{CHO}]$ составляет $67,9 \pm 2,8$ мол.%. Продукт (выход 37 мас.%) представляет собой пластинчатые агломераты белого цвета, растворимые при нагревании в растворе щелочи; с целью получения однородных частиц их измельчали в шаровой мельнице в течение 30 мин.

Сравнение ИК-спектров нативного крахмала и продукта его обработки NaIO_4 (рис. 1) подтверждает протекание реакции окисления полисахарида с образованием полиальдегидного производного: на спектре образца модифицированного Кр проявляется характеристическая полоса валентных колебаний $\text{C}=\text{O}$ альдегидной группы (1730 см^{-1}); полосы, характерные для симметричных колебаний $\text{C}-\text{H}$ и смешанных валентных и деформационных колебаний связей $\text{C}-\text{O}$ и $\text{C}-\text{C}$ пиранозного цикла картофельного крахмала (1381 , 1157 , 929 см^{-1} соответственно [13]), в спектре ДАКр существенно отличаются. С учетом значения степени конверсии гидроксильных групп глюкозных звеньев биополимера до альдегидных можно записать схему реакции периодатного окисления картофельного крахмала в выбранных условиях (рис. 2а).

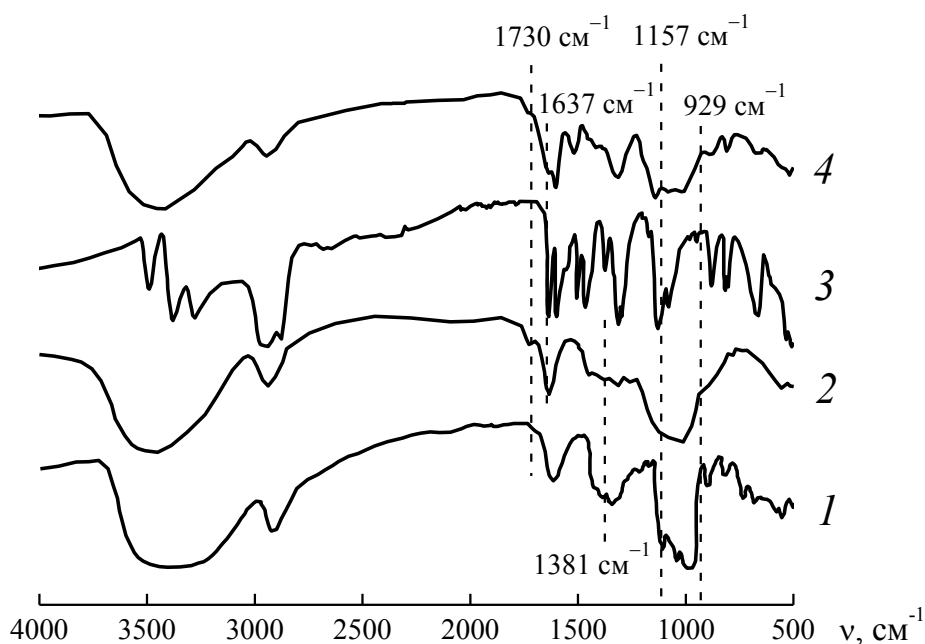


Рис. 1. ИК-спектры Кр (1), ДАКр (2), СА (3), конъюгата ДАКр–СА (4)

Продукт реакции ДАКр с СА представляет собой мелкокристаллический порошок светло-желтого цвета, нерастворимый в воде и спирте, растворимый в щелочной и кислой средах. ИК-спектры продуктов взаимодействия сульфаниламида с полисахаридом, полученных при разных условиях, идентичны. По внешнему виду ИК-спектра можно говорить, что он не является суммарным спектром смеси СА и ДАКр: все характеристические полосы колебаний сульфаниламида в конъюгате сохраняются, при этом они уширяются и несколько смещаются, что свидетельствует о вхождении ЛВ в состав полимерной матрицы; кроме того, появляется полоса поглощения $\text{C}=\text{N}$ при 1637 см^{-1} , а интенсивность полосы, относящейся к колебаниям группы CHO (1730 см^{-1}), снижается, и одновременно происходит ее смещение до 1725 см^{-1} (рис. 1).

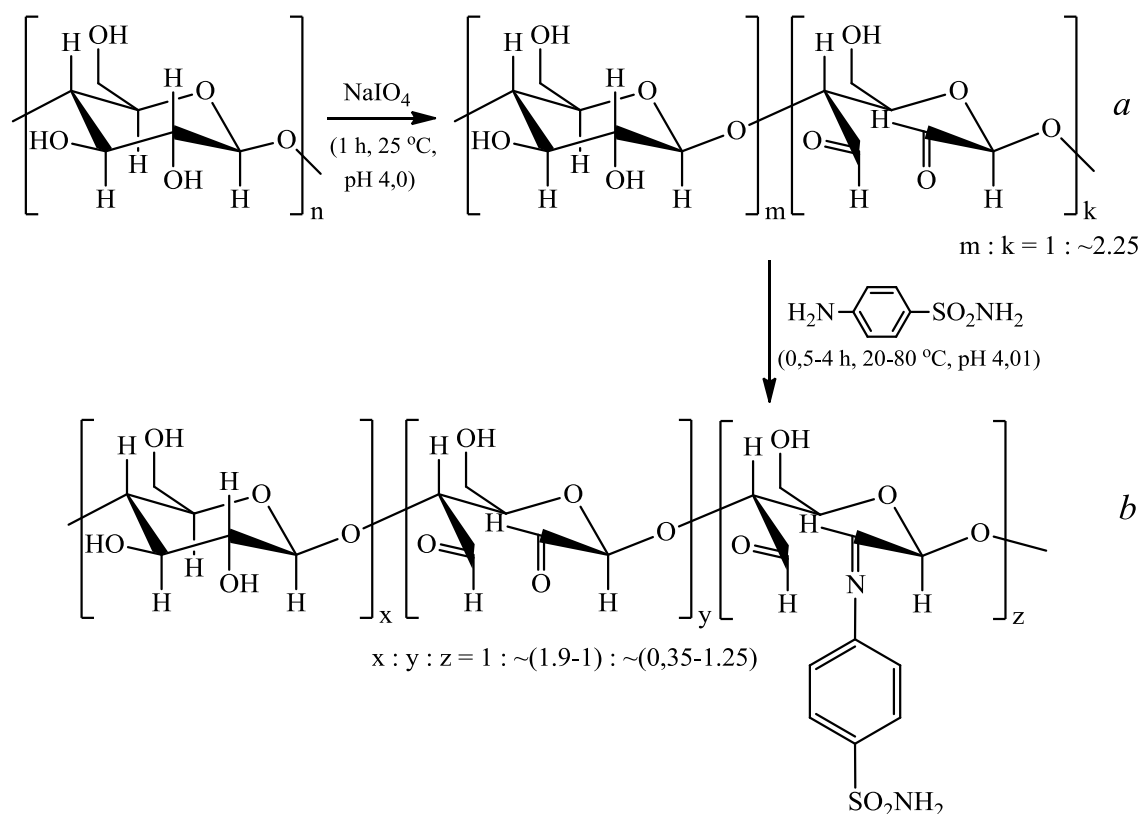


Рис. 2. Схемы синтеза ДАКр (а) и конъюгата ДАКр–СА (б)

Изучение влияния температуры на процесс взаимодействия СА и ДАКр при постоянном времени синтеза (1 ч) показало, что повышение температуры приводит к росту степени связывания амина от $\sim 15\%$ при 20 °C до $\sim 52\%$ при 60 °C и далее до $\sim 56\%$ при 80 °C. Таким образом, увеличение температуры выше 60 °C уже не оказывает заметного влияния на ход реакции (рис. 3, кривая 1), и эту температуру можно считать оптимальной для проведения модификации окисленного крахмала сульфаниламидом в водном растворе в течении 1 ч. Увеличение продолжительности реакции при температуре 60 °C не приводит к росту конверсии (рис. 3, кривая 2). Схема образования конъюгата представлена на рис. 2б; соотношение звеньев диальдегида (y) и альдегида, частично замещенного ЛВ в структуре ДАКр (z), определяется условиями синтеза (температура/время). Следует отметить, что выбранный нами режим конъюгации оказался более эффективным и экономически выгодным по сравнению с предложенным авторами [14]: при проведении синтеза между диальдегидом кукурузного крахмала ($[\text{CHO}] = 91,0\%$) и СА (соотношение реагентов 1:2 моль/моль) в кипящем этаноле в течение 48 ч были получены основания Шиффа с содержанием СНО групп 86,0 %, в нашем случае остаточное количество альдегидных групп составляло от 57,4 до 29,6 мас.% при проведении модификации при температуре от 20 до 80 °C.

Исследования по высвобождению СА из конъюгата проводили *in vitro* в кислой (pH 1,36) и щелочной (pH 8,0) средах, а также в присутствии фермента химотрипсина. Количество выделившегося сульфаниламида определяли методом УФ-спектроскопии по полученным в указанных средах калибровочным графикам (рис. 4). Для изучения кинетики высвобождения был использован образец с содержанием ЛВ 53 мас.%.

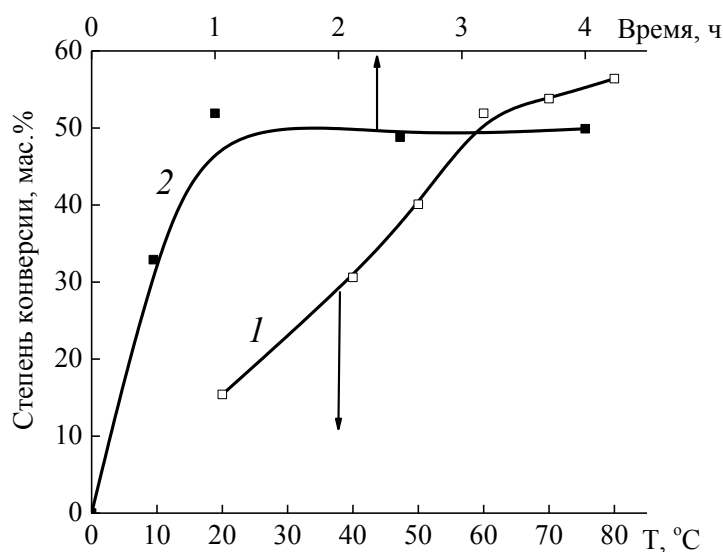


Рис. 3. Зависимость степени связывания СА с ДАКр от температуры (1) и времени (2).
Условия реакции:
1 ч (1), 60 °C (2)

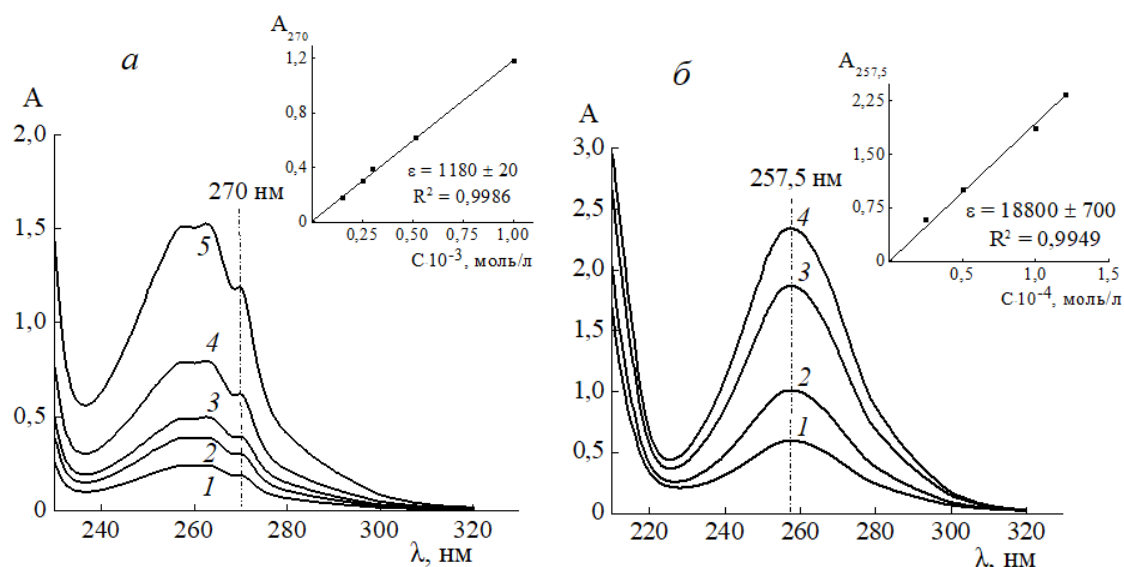


Рис. 4. УФ-спектры СА и зависимость величины светопоглощения от концентрации СА в 0,1 н НСl (а) и в Tris-НСl буфере (б).
[СА] · 10⁻⁴ моль/л: 1 – 1,5, 2 – 2,5, 3 – 3,0, 4 – 5,0, 5 – 10,0 (а); 1 – 0,25, 2 – 0,5, 3 – 1,0, 4 – 1,2 (б).

Установлено, что высвобождение СА из матричной формы происходит во всех выбранных биорелевантных средах (рис. 5), при этом скорость гидролиза азометиновой связи сильно зависит от величины pH: в кислой среде 50 мас.% ЛВ высвобождается за ~ 10 ч, в щелочной – за ~ 45 ч. Присутствие химотрипсина несколько замедляет выделение ЛВ, что может быть связано с изменением механизма расщепления связи – N=C–. В целом можно говорить, что полученный конъюгат отвечает всем признакам системы пролонгированного действия с непрерывным высвобождением: в начальный период (1 ч) выделяется (в зависимости от pH) от 10 до 17 мас.% СА (от общего его содержания в образце), а остальное количество ЛВ высвобождается непрерывно и без значительных концентрационных колебаний на протяжении длительного времени.

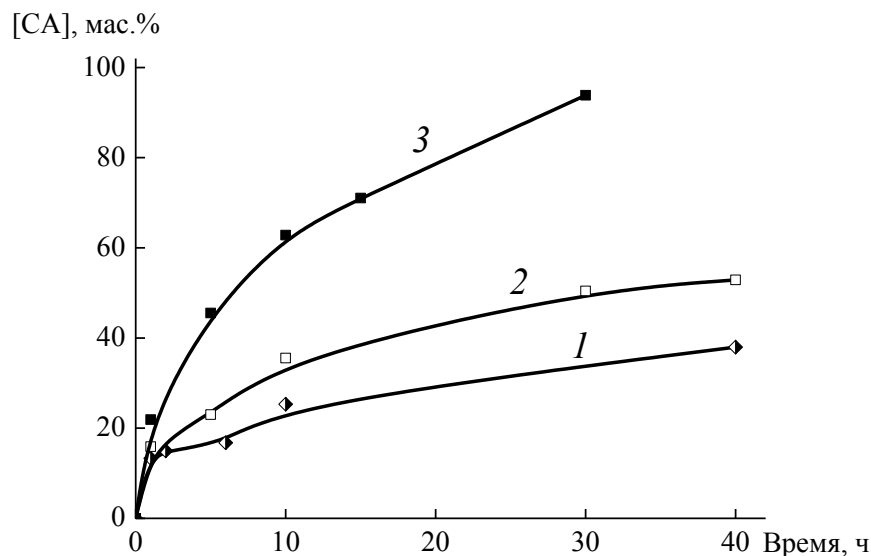


Рис. 5. Профиль высвобождения сульфаниамида из конъюгата в Tris-HCl буфере в присутствии химотрипсина (1), в Tris-HCl буфере (2), в 0,1 н HCl (3).
Концентрация, моль/л: химотрипсина – $1 \cdot 10^{-7}$, конъюгата – $5 \cdot 10^{-4}$.
Температура $(38 \pm 1)^\circ\text{C}$.

Выводы. Между сульфаниамидом и полиальдегидом картофельного крахмала в водном растворе происходит образование оснований Шиффа. В биорелевантных средах происходит расщепление азометиновой связи и высвобождение лекарственного вещества из матричной формы. Полученные результаты позволяют утверждать, что диальдегид картофельного крахмала можно рассматривать как потенциальную матрицу для формирования систем доставки антимикробных препаратов класса сульфаниамидов с пролонгированным высвобождением.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Polymers in drug delivery: an update / P. Bhatt, S. Trehan, N. Inamdar [et al.] // Applications of Polymers in Drug Delivery (2nd Ed.). – Chennai : Elsevier, 2020. – Ch. 1. – P. 1-42.
2. Pharmaceutical applications of native starch in conventional drug delivery / P. F. Builders, M. I. Arhewoh // Starch-Starke. – 2016. – Vol. 68, No 9-10. – P. 864-873.
3. Research advances in chemical modifications of starch for hydrophobicity and its applications: a review / X. Wang, L. Huang, C. Zhang [et al.] // Carbohydrate polymers. – 2020. – Vol. 240, No 1. – P. 116292.
4. Starch chemical modifications applied to drug delivery systems: from fundamentals to FDA-approved raw materials / P. V. F. Lemos, H. R. Marcelino, L. G. Cardoso [et al.] // International Journal of Biological Macromolecules. – 2021. – Vol. 184, No 13. – P. 218-234.
5. Hydrogels based on Schiff base linkages for biomedical applications / J. Xu, Y. Liu, S. Hsu // Molecules. – 2019. – Vol. 24, No 16. – P. 3005.
6. Biocompatible self-healing coating based on Schiff base for promoting adhesion of coral cells / C. Luo, M. Li, R. Yuan [et al.] // ACS Applied Bio Materials. – 2020. – Vol. 3, No 3. – P. 1481-1495.
7. In situ forming hydrogel of natural polysaccharides through Schiff base reaction for soft tissue adhesive and hemostasis / J. Liu, J. Li, F. Yu [et al.] // International Journal of Biological Macromolecules. – 2020. – Vol. 147. – P. 653-666.
8. N-succinyl chitosan-dialdehyde starch hybrid hydrogels for biomedical applications / E. A. Kamoun // Journal of Advanced Research. – 2016. – Vol. 7, No 1. – P. 69-77.
9. Structural and physicochemical changes of potato starch along periodate oxidation / S. Veelaert, M. Polling, De D. Wit // Starch- Stärke. – 1995. – Vol. 47, No 7. – P. 263-268.
10. European pharmacopoeia 10.0. – Vol. 3. – P. 3931.
11. Data for Biochemical Research (3rd Ed.) / R. M. C. Dawson, D. C. Elliott, W. H. Elliott, K. M. Jones. – Oxford : Oxford University Press, 1986. – 580 p.
12. An improved kinetic model for the periodate oxidation of starch / S. Veelaert, D. De Wit, H. Tournois // Polymer. – 1994. – Vol. 35, N 23. – P. 5091-5097.
13. Physical and chemical properties of corn, cassava, and potato starches / A. H. D. Abdullah, S. Chalimah, I. Primadona, M. H. G. Hanantyo // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. – 2018. – Vol. 160, No 1. – P. 012003.

14. Peculiar behavior of starch 2,3-dialdehyde towards sulfanilamide and sulfathiazole / S. M. A. S. Keshk, A. M. Ramadan, A. G. Al-Sehemi [et al.] // Carbohydrate polymers. – 2016. – Vol. 152. – P. 624-631.

Поступила в редакцию 30.01.2023 г.

A PROLONGED-ACTION MEDICINAL FORM BASED ON POTATO STARCH AND SULFANILAMIDE

T.V. Kryuk, T.G. Tyurina, T.A. Kudryavtseva

It has been determined that in an aqueous solution the formation of Schiff bases between potato starch dialdehyde and sulfanilamide was occurred. The degree of conjugation was from 14 to 52–56 wt.% depending on the reaction time and temperature; the maximum conversion of aldehyde units was achieved by carrying out the reaction at 60–80 °C for 1 h. The rate of release of sulfanilamide from the conjugate as a result of cleavage of the azomethine bond depends on the pH value and reached a maximum value in an acidic medium. The obtained results indicate that potato starch dialdehyde can be considered as a matrix for the formation of delivery systems for extended-release antimicrobial drugs of the sulfonamide class.

Key words: potato starch, sulfanilamide, conjugation, drug delivery, release.

Крюк Татьяна Владленовна

кандидат химических наук;
ГУ «Институт физико-органической химии
и углехимии им. Л. М. Литвиненко»,
г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: ktvl2010@mail.ru

Kryuk Tatyana

candidate of Chemical Sciences;
SBI «L.M. Litvinenko Institute of Physical Organic
and Coal Chemistry», Donetsk, DPR, RF.

Тюрина Татьяна Григорьевна

доктор химических наук;
ГУ «Институт физико-органической химии
и углехимии им. Л. М. Литвиненко»,
г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: t_turina@mail.ru

Tyurina Tatyana

doctor of Chemical Sciences;
SBI «L.M. Litvinenko Institute of Physical Organic
and Coal Chemistry», Donetsk, DPR, RF.

Кудрявцева Таисия Андреевна

младший научный сотрудник;
ГУ «Институт физико-органической химии
и углехимии им. Л. М. Литвиненко»,
г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: tkudryavceva19@gmail.com

Kudryavtseva Taisiya

junior researcher;
SBI «L.M. Litvinenko Institute of Physical Organic
and Coal Chemistry», Donetsk, DPR, RF.

УДК 532.6:544.72+547.288.4

ВЛИЯНИЕ ДОБАВОК ЭЛЕКТРОЛИТОВ НА ПОВЕРХНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИКАТИОННОГО ПАВ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ВОДНЫЙ РАСТВОР-ВОЗДУХ

© 2023. С.Л. Хилько, А.А. Котенко

Методами тензиометрии и дилатационной реологии исследовано влияние добавок электролитов (NaCl и CaCl₂) на особенности формирования поверхностных слоев дикатионного имидазолиевого ПАВ на границе раздела водный раствор-воздух. Выявлена высокая устойчивость растворов дикатионного ПАВ к действию CaCl₂ и возрастанию поверхностной активности ПАВ в широком диапазоне концентраций электролита. Устойчивость растворов ПАВ к действию добавок NaCl ограничена.

Ключевые слова: дикатионный имидазолиевый ПАВ; сильные электролиты; поверхностное натяжение; модуль вязкоупругости; тензиометрия; дилатационная реология.

Введение. Димерные ПАВ представляют собой соединения, которые состоят из двух гидрофильных головных групп и двух гидрофобных хвостов, соединенных мостиком (спейсер), который ковалентно связывает фрагменты гидрофильных молекул по полярным группам или вблизи этих групп. Димерные ПАВ характеризуются свойствами, отличающимися от мономерных аналогов. Они обладают высокой поверхностной активностью на межфазных границах, которая определяется более низкими значениями поверхностного натяжения и величиной критической концентрации мицеллообразования (ККМ), высокой способностью к образованию переменных агрегатных образований, т.е. к изменению физической формы мицеллярных структур (плеоморфность) [1–5].

Димерные ПАВ обладают высокой способностью к эмульгированию и солюбилизации [1–6], являются эффективными катализаторами в органической химии (мицеллярный катализ) [7], стабилизаторами наночастиц [2], выступают как антимикробные, противогрибковые агенты [8, 9] и ионные жидкости [10, 11]. Необычные амфифильные свойства димерных ПАВ определяют их экономическую эффективность и экологическую альтернативу мономерным ПАВ.

В этой связи исследования влияния различных факторов на физико-химические свойства димерных ПАВ является актуальным направлением химии поверхностных явлений, поскольку это позволит регулировать их поведение на границах раздела фаз, повысить эффективность таких ПАВ в дисперсных системах и их биологическую активность.

Свойства димерных ПАВ определяются природой всех составных частей этих соединений. Головная гидрофильная часть может иметь положительный заряд (дикатионные ПАВ), отрицательный заряд (дианионные ПАВ) или не иметь заряда (неионогенные димерные ПАВ). В значительной степени свойства димерных ПАВ определяются природой мостиковых фрагментов. Мостик может быть гидрофильным или гидрофобным, жестким или гибким, что имеет первостепенное значение при определении свойств водных растворов димерных ПАВ [5, 12].

Большое количество работ посвящено димерным ПАВ с полиметиленовыми мостиковыми фрагментами [1, 5, 13]. При этом, основное внимание уделялось влиянию длины мостикового фрагмента на тензиометрические свойства и агрегационное поведение димерных ПАВ на примере углеводородных мостиков с количеством

метиленовых групп больше 4 [5, 14–16]. Это связано с тем, что структура димерных ПАВ может существенно меняться в зависимости от изменения формы мостикового фрагмента. Возможны переходы молекулы ПАВ к форме «шпильки» с количеством метиленовых групп в мостике 8–10 и сворачивание мостикового фрагмента внутрь гидрофобных хвостов, когда число CH_2 -групп в нем превышает 10. Форма молекул димерных ПАВ с короткими жесткими мостиковыми фрагментами и длинными углеводородными радикалами на межфазной границе Ж-Г не выявлена.

Понимание закономерностей влияния сильных электролитов на агрегацию ПАВ необходимо в разнообразных химико-технологических и биомедицинских приложениях: при оптимизации технологических схем процессов с участием водно-солевых растворов ПАВ, например, процессов мицеллярного разделения веществ, инкапсуляции лекарственных препаратов, снижения сопротивления потоку, повышения нефтеотдачи при гидроразрыве пластов и др.

Выяснение механизмов влияния электролитов окажется полезным и при разработке новых подходов для описания поведения более сложных самоорганизующихся амфифильных молекул, в том числе белковых и фосфолипидных структур.

Влияние сильных электролитов на адсорбционное поведение дикатионных имидазолиевых ПАВ на границах раздела фаз в литературных источниках не описано.

Целью работы было исследование влияния сильных электролитов (NaCl и CaCl_2) на тензиометрические (равновесное поверхностное натяжение) и дилатационные реологические (модуль вязкоупругости) свойства водных растворов дикатионного имидазолиевого ПАВ на границе с воздухом.

Экспериментальная часть. В работе был использован дикатионный имидазолиевый ПАВ с цетилсодержащим радикалом и мостиковым фрагментом с количеством метиленовых групп $m = 4$. Вещество было синтезировано по усовершенствованной общей схеме, разработанной в работах [17, 18]*. Общая формула ПАВ приведена на рисунке 1.

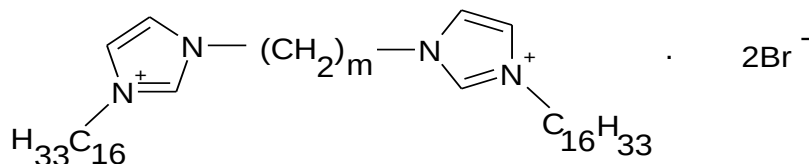


Рис. 1. Общая формула дикатионного диимидазолиевого ПАВ (дибромид 1,3-бис-(3'-цетилимидазолий-1'-ил)-2-алкана)

Равновесное поверхностное натяжение (γ_r , мН/м) водных растворов имидазолиевых ПАВ в зависимости от концентрации электролитов (C , моль/л) измеряли методом формы висячей капли (тензиометр PAT-2P, SINTERFACE, Technologies, Germany).

Дилатационные реологические характеристики поверхностных слоев растворов имидазолиевых солей изучали на тензиометре PAT-2P путем гармонических осцилляций капли (площадью A , объемом V) после достижения адсорбционного равновесия ($(5 \div 7) \times 10^4$ секунд с момента формирования капли). Результаты экспериментов с гармоническими осцилляциями капли анализировали с помощью преобразования Фурье, которое входит в программное обеспечение тензиометра [19].

* Вещества синтезированы к.х.н. В.А. Михайловым (ГБУ «Институт физико-органической химии и углехимии им. Л.М. Литвиненко», г. Донецк).

$$E(i2\pi f) = A_0 \frac{F[\Delta\gamma]}{F[\Delta A]},$$

где A_0 – начальная площадь поверхности капли.

Дилатационный модуль E характеризует вязкоупругие свойства поверхностных слоев ПАВ и учитывает все релаксационные процессы, влияющие на поверхностное натяжение.

Растворы ПАВ готовили в очищенной воде (Milli-Q), имеющей поверхностное натяжение $72,0 \pm 0,2$ мН/м, которое оставалось без изменений во временном интервале до 10^5 секунд (около 28 часов).

Была выбрана концентрация дикатионного имидазолиевого ПАВ, близкая к величине критической концентрации мицеллообразования (ККМ) $C_{\text{ПАВ}} = 1,0 \times 10^{-5}$ моль/л. Равновесное значение поверхностного натяжения при этой концентрации составляло 35 мН/м. Эта концентрация была постоянной в смесях. Концентрации NaCl и CaCl_2 варьировали в широком диапазоне.

Результаты и их обсуждение. Как следует из рис. 2, добавление NaCl в раствор димерного ПАВ до концентрации $1,0 \times 10^{-2}$ моль/л не вызывает изменения величины равновесного поверхностного натяжения. При увеличении концентрации NaCl в растворе ПАВ выше этого значения величина γ_r возрастает. Поверхностное натяжение растворов ПАВ при добавлении CaCl_2 вплоть до максимально высоких концентраций практически не изменяется.

Для получения дополнительной информации об особенностях формирования адсорбционных слоев ПАВ на границе раствор-воздух, наряду с тензиометрическими характеристиками, широко используется метод дилатационной реологии, который более чувствителен к взаимодействиям между адсорбированными молекулами. Информация о динамических процессах адсорбции↔десорбции на межфазных границах, полученная методом дилатационной реологии, позволяет судить о структурных особенностях адсорбционных слоев [20]. Кроме того, полученные дилатационные реологические характеристики позволяют прогнозировать свойства дисперсных систем, например, стабильность эмульсий и пен [21, 22].

Как следует из рис. 3, увеличение концентрации NaCl в растворе дикатионного ПАВ в диапазоне выше $1,0 \times 10^{-2}$ моль/л приводит к некоторому

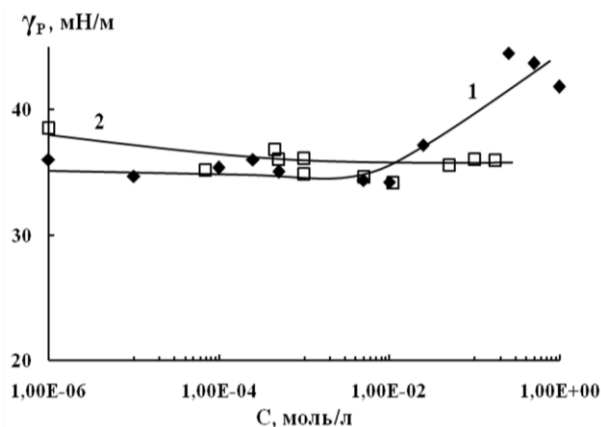


Рис. 2. Изменение величины равновесного поверхностного натяжения (γ_r) растворов дикатионного имидазолиевого ПАВ на границе с воздухом от концентраций NaCl (1) и CaCl_2 (2). Концентрация ПАВ 1×10^{-5} моль/л.

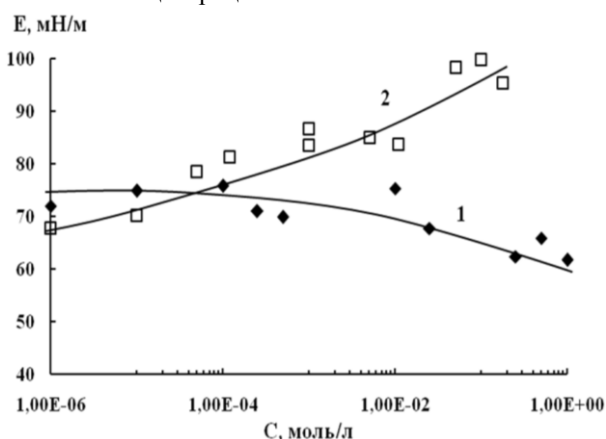


Рис. 3. Изменение величины дилатационного модуля вязкоупругости (E) растворов дикатионного имидазолиевого ПАВ на границе с воздухом от концентраций NaCl (1) и CaCl_2 (2). Концентрация ПАВ 1×10^{-5} моль/л.

снижению значений дилатационного модуля вязкоупругости. Добавки CaCl_2 к раствору ПАВ во всем исследуемом диапазоне концентраций электролита приводят к существенному росту значений модуля вязкоупругости.

Общие закономерности действия сильных электролитов в растворах ионогенных ПАВ сводятся к следующему. Увеличение концентрации электролитов в водных растворах ионогенных ПАВ приводит к росту адсорбции молекул ПАВ на границе раздела фаз. Это связано с тем, что электролит частично дегидратирует полярные группы ионов ПАВ, так как он связывает воду за счет гидратации своих ионов. Уменьшение гидратации ионов ПАВ повышает их способность к ассоциации. Во-вторых, добавленный электролит уменьшает эффективную степень ионизации поверхностно-активного вещества. Кроме того, снижение степени диссоциации поверхностно-активного электролита дополнительно гидрофобизирует ПАВ, так как недиссоциированные полярные группы менее гидрофильны, чем ионы.

Таким образом, поведение ПАВ в растворах электролитов отличается рядом особенностей, обусловленных действием трех основных факторов: экранированием и нейтрализацией заряда полярных групп молекул ПАВ противоионами, снижением степени гидратации молекул ПАВ и изменением структуры растворителя – воды.

Также известно, что с увеличением концентрации противоиона величина критической концентрации мицеллообразования (ККМ) уменьшается [23].

Кроме того, введение электролитов в водные растворы ионогенных ПАВ с ростом концентрации электролита мицеллярная масса ионогенных ПАВ растет. Известно, что максимум пенообразующей способности наблюдается при концентрации электролита в растворе, соответствующей максимальной адсорбции поверхностно-активного иона [24]. Дальнейшее увеличение концентрации электролита оказывает дестабилизирующее действие на растворы ионных ПАВ в результате интенсификации мицеллообразования с последующей коагуляцией и высаливанием реагента из раствора. Пенообразование в этом случае резко снижается [25].

Дикатионные ПАВ имеют два заряда в гидрофильном фрагменте молекулы. Добавки NaCl как электролита 1-1 даже при высоких концентрациях (до 10^{-2} моль/л) не оказывает влияния на тензиометрические и реологические свойства поверхностных слоев дикатионного имидазолиевого ПАВ. Это значит, что в этом диапазоне дикатионный ПАВ является устойчивым к действию этого электролита. Добавление в раствор ПАВ более высоких концентраций NaCl ($> 10^{-2}$ моль/л) приводят к нарушению устойчивости дикатионного ПАВ и агрегации его молекул за счет высаливания. Это выражается в резком увеличении равновесного поверхностного натяжения и уменьшении модуля вязкоупругости.

При добавлении CaCl_2 к раствору дикатионного ПАВ незначительно снижается равновесное поверхностное натяжение и значительно возрастает дилатационный модуль вязкоупругости. Это значит, что в этом случае количество противоионов (Cl^-) достаточно для экранирования двух положительных зарядов дикатионного ПАВ и не вызывает агрегирования молекул ПАВ в концентрированных растворах электролитов вплоть до концентрации 1,0 моль/л. Экранирование зарядов дикатионного ПАВ приводит к усилению обменных процессов за счет роста концентрации ПАВ в поверхностном слое. В этом случае, очевидно, что дикатионный ПАВ является полностью солестойким во всем исследованном концентрационном диапазоне CaCl_2 .

Выводы

1. Методами тензиометрии и дилатационной реологии изучено влияние добавок сильных электролитов (NaCl и CaCl_2) на особенности формирования поверхностных

- слоев дикатионного имидазолиевого ПАВ на границе раздела водный раствор-воздух.
2. Добавление NaCl в диапазоне концентраций более 10^{-2} моль/л приводит к отрицательному влиянию на поверхностные характеристики слоев ПАВ вследствие агрегации его молекул.
 3. Добавление CaCl_2 в диапазоне концентраций до 1,0 моль/л приводит к увеличению поверхностной активности дикатионного ПАВ на границе раздела фаз и не вызывает агрегации его молекул.
 4. Выявленная высокая солестойкость дикатионного ПАВ в водных растворах электролитов может найти применение в дисперсных системах различного назначения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Menger F.M. Gemini Surfactants with Acetylenic Spacers / F.M. Menger, J.S. Keiper, V. Azov // *Langmuir*. – 2000. – Vol. 16. – P. 2062–2067.
2. Hait S.K. Gemini surfactants: A distinct class of self-assembling molecules / S.K. Hait, S.P. Moulik // *Current Science*. – 2002. – Vol. 82. – P. 1101–1111.
3. Sekhon B.S. Gemini (dimeric) Surfactants / B.S. Sekhon // *Resonance*. – 2004. – Vol. 9. – P. 42–49.
4. Kamal M.S. A Review of Gemini Surfactants: Potential Application in Enhanced Oil Recovery / M.S. Kamal // *J. Surfact. Deterg.* – 2016. – Vol. 19. – P. 223–226.
5. Zana R. Dimeric (Gemini) Surfactants: Effect of the Spacer Group on the Association Behavior in Aqueous Solution / R. Zana // *J. Colloid Interface Sci.* – 2002. – Vol. 248. – P. 203–220.
6. Milton M.D. Flexible, dicationic imidazolium salts for in situ application in palladium-catalyzed Mizoroki-Heck coupling of acrylates under aerial conditions / M.D. Milton, P. Garg // *Appl. Organomet. Chem.* – 2016. – Vol. 30. – P. 759–766.
7. Реакционная способность сомицеллярных систем на основе димерного функционализированного тетраалкиламмониевого ПАВ в процессах переноса фосфорильной и сульфонильной групп / Т.М. Прокопьева, И.В. Капитанов, И.А. Белоусова и др. // *Журн. орг. химии*. – 2017. – Т. 53, № 4. – С. 503–506.
8. Thermodynamic and aggregation properties of aza- and imino-substituted gemini surfactants designed for gene delivery / S.D. Wettig, C. Wang, R.E. Verrall, M. Foldvari // *Phys. Chem. Chem. Phys.* – 2007. – Vol. 9, No 7. – P. 871–877.
9. Comparative Study of the Micellar and Antimicrobial Activity of Gemini-Conventional Surfactants in Pure and Mixed Micelles / M.S. Sheikh, A.J. Khanam, R.H. Matto, Kabir-ud-Din // *J. Surfact. Deterg.* – 2013. – Vol. 16. – P. 503–508.
10. Ester-bonded cationic gemini surfactants: Assessment of their cytotoxicity and antimicrobial activity / N. Fatma, M. Panda, Kabir-ud-Din, M. Beg // *J. Mol. Liq.* – 2016. – Vol. 222. – P. 390–394.
11. Multiscale Studies on Ionic Liquids / K. Dong, X.M. Liu, H.F. Dong, X.P. Zhang, S.J. Zhang // *Chem. Rev.* – 2017. – Vol. 117, No 10. – P. 6636–6695.
12. Hayes R. Structure and Nanostructure in Ionic Liquids / R. Hayes, G.G. Warr, R. Atkin // *Chem. Rev.* – 2015. – Vol. 115, No 13. – P. 6357–6426.
13. Menger F. Gemini surfactants with a disaccharide spacer / F. Menger, B.N. Mbadugha // *J. Am. Chem. Soc.* – 2001. – Vol. 123, No 5. – P. 875–885.
14. Effect on aggregation behavior of long-chain spacers of dicationic imidazolium-based ionic liquids in aqueous solution / C.P. Frizzo, I.M. Gindri, C.R. Bender et al. // *Colloids Surf. A*. – 2015. – Vol. 468. – P. 285–294.
15. Models for understanding the structural effects on the cation-anion interaction strength of dicationic ionic liquids / B.L. Hennemann, C.R. Bender, P.R.S. Salbego et al. // *J. Molec. Liquids*. – 2018. – Vol. 252. – P. 184–193.
16. The Effects of Temperature and Alkyl Chain Length on the Density and Surface Tension of the Imidazolium-Based Geminal Dicationic Ionic Liquids / M. Moosavi, F. Khashei, A. Sharifi, M. Mirzaei // *J. Chem. Thermodyn.* – 2017. – Vol. 107. – P. 1–7.
17. Synthesis and properties of ionic liquid-type Gemini imidazolium surfactants / M. Ao, G. Xu, Y. Zhu, Y. Bai // *J. Colloid Interface Sci.* – 2008. – Vol. 326, No 2. – P. 490–495.

18. Synthesis, surface activity and aggregation behavior of Gemini imidazolium surfactants 1,3-bis(3-alkylimidazolium-1-yl) propane bromide / C. Ren, F. Wang, Z. Zhang et al. // Colloids Surf. A. – 2015. – Vol. 467. – P. 1–8.
19. Optimisation of calculation methods for determination of surface tensions by drop profile analysis tensiometry / S.A. Zholob, A.V. Makievski, R. Miller, V.B. Fainerman // Adv. Colloid Interface Sci. – 2007. – Vol. 31. – No 134–135. – P. 322–329.
20. Dynamics of protein and mixed protein/surfactant adsorption layers at the water/fluid interface / R. Miller, V.B. Fainerman, A.V. Makievski, J. Kragel et al. // Adv. Colloid. Interface Sci. – 2000. – Vol. 86, No 1–2. – P. 39–82.
21. Surface dilational rheology of mixed adsorption layers at liquid interfaces / E.V. Aksenenko, V.I. Kovalchuk, V.B. Fainerman, R. Miller // Adv. Colloid. Interface Sci. – 2006. – Vol. 122, No 1–3. – P. 57–66.
22. Adsorption Kinetics and Rheological Interfacial Properties of Plant Proteins at the Oil-Water Interface / V. Duce, J. Richard, Y. Popineau, F. Boury // Biomacromolec. – 2004. – Vol. 5, No 6. – P. 2088–2093.
23. Проявление специфичности противоионов в водно-солевых растворах додецилсульфатов щелочных металлов / А.Ю. Власов, К.Р. Савчук, А.А. Старикова, Н.А. Смирнова // Жидкие кристаллы и их практическое использование. – 2011. – Т. 38, № 4. – С. 90–102.
24. Баранова Н.В. Влияние pH и электролитов на коллоидно-химические свойства поверхностно-активных веществ / Н.В. Баранова // Современные наукоемкие технологии. – 2004. – № 5. – С. 91–92.
25. Regulation of surfactant foaming in inorganic electrolytes / F.F. Mozheyko, L.V. Dikhtievskaya, I.I. Gancharik, V.V. Shevchuk // Proceedings of the National academy of sciences of Belarus. Chemical series. – 2018. – Vol. 54, No 1. – P. 37–45.

Поступила в редакцию 15.03.2023 г.

THE EFFECT OF ELECTROLYTE ADDITIVES ON THE SURFACE CHARACTERISTICS OF THE DICATIONIC SURFACTANT AT THE INTERFACE WATER SOLUTION-AIR

S.L. Khilko, A.A. Kotenko

The influence of electrolyte additives (NaCl and CaCl₂) on the features of the formation of surface layers of dicationic imidazolium surfactant at the aqueous solution-air interface was studied by tensiometry and dilatational rheology. A high resistance of dicationic surfactant solutions to the action of CaCl₂ and an increase in the surface activity of the surfactant in a wide range of electrolyte concentrations was revealed. The resistance of surfactant solutions to the action of NaCl additives is limited.

Keywords: dicationic imidazolium surfactant; strong electrolytes; surface tension; viscoelastic modulus; tensiometry; dilatational rheology.

Хилько Светлана Леонидовна

кандидат химических наук, старший научный сотрудник; ведущий научный сотрудник
ГБУ «Институт физико-органической химии и углехимии им. Л.М. Литвиненко», г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: sv-hilko@yandex.ru

Khil'ko Svetlana Leonidovna

Candidate of Chemical Sciences, Senior Researcher;
Leading Researcher,
SBI "The L.M. Litvinenko Institute of Physical Organic and Coal Chemistry", Donetsk, DPR, RF.
E-mail: sv-hilko@yandex.ru

Котенко Алла Александровна

младший научный сотрудник
ГБУ «Институт физико-органической химии и углехимии им. Л.М. Литвиненко», г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: alla.a.kotenko@yandex.ru

Kotenko Alla Alexandrovna

Junior Researcher;
SBI "The L.M. Litvinenko's Institute of Physical Organic and Coal Chemistry", Donetsk, DPR, RF.
E-mail: alla.a.kotenko@yandex.ru

УДК 544.463+532.612+631.4

ВЛИЯНИЕ ПРИРОДЫ АМИНИРУЮЩИХ РЕАГЕНТОВ НА СВОЙСТВА СОЛЕЙ АМИНОГУМИНОВЫХ КИСЛОТ

© 2023. *С.Л. Хилько, В.С. Шелест, Р.А. Макарова, Р.Г. Семенова*

Исследована возможность получения аминогуминовых кислот методом механосинтеза при использовании различных аминирующих реагентов (мочевина, циангуанидин, гидроперит). Свойства синтезированных продуктов изучены методами ИК спектроскопии, кислотно-основного потенциометрического титрования, тензиометрии и дилатационной реологии. Полученные данные свидетельствуют, что природа азотсодержащих реагентов оказывает влияние на свойства аминогуминовых кислот, в частности, на формирование поверхностных слоев их солей на границе раздела водный раствор-воздух. Более низкие значения поверхностного натяжения и более высокие значения модуля вязкоупругости продуктов аминирования по сравнению с исходными кислотами свидетельствует о получении новых полимеров с улучшенными поверхностно-активными свойствами.

Ключевые слова: гуминовые кислоты; механосинтез; аминирование; кислотно-основное потенциометрическое титрование; ИК спектроскопия; поверхностное натяжение; тензиометрия; дилатационная реология.

Введение. Гуминовые вещества широко применяются в химической промышленности, сельском хозяйстве, медицине и в других областях [1–3]. Это обусловлено тем, что гуминовые соединения обладают рядом полезных свойств, прежде всего, ионообменных, сорбционных и поверхностно-активных [2, 3].

Водорастворимые соли гуминовых кислот со щелочными металлами (гуматы) способны проявлять свойства анионных поверхностно-активных веществ (АПАВ) за счет сочетания гидрофобных и гидрофильных участков в молекулах. Известно, что природные (нативные) и модифицированные гуматы адсорбируются на различных границах раздела фаз: вода-уголь, вода-глина и масло-вода. Поэтому их применяют в качестве добавок, регулирующих физико-химические свойства дисперсных систем [4–7].

Актуальной задачей современной химии является разработка методов направленной химической модификации природных соединений и исследование их физико-химических свойств с целью создания новых типов эффективных продуктов с заданными свойствами [8, 9]. В этой связи перспективной является разработка методов структурного модифицирования гуминовых веществ путем введения в состав их макромолекул новых функциональных фрагментов.

В настоящее время механохимические методы активации твердофазных реакций широко применяются в различных областях химии, химической технологии и материаловедения [10, 11]. Интерес к твердофазным механохимическим реакциям связан с возможностью их использования в технике, особенно при создании новых технологических процессов, которые более экологически безопасны и экономически выгодны по сравнению с традиционными химическими методами [12, 13]. В процессах механосинтеза под действием механических сил вещества изменяют свой состав и строение. В результате чисто физические процессы измельчения и трения становятся причиной химических реакций.

При интенсивном механохимическом воздействии в гуминовых кислотах происходят изменения химического состава, которые связаны с разрушением С-С связей в алифатических мостиках, между ароматическими кольцами, в алифатических

боковых цепях и др. [14, 15]. Образование спиртовых групп при тонком диспергировании обусловлено деструкцией наиболее слабых связей С–О в кислородных мостиках [14, 16].

Применение механохимической активации было использовано для модифицирования гуминовых кислот в реакциях окисления [15], сульфирования [17], ацилирования [18], этоксилирования [19] и др.

Целью работы было исследование влияния различных аминирующих агентов (мочевина, циангуанидин, гидроперит) при получении аминокислот методом механосинтеза и сравнение тензиометрических и реологических свойств адсорбционных слоев полученных продуктов на границе раздела фаз водный раствор-воздух.

Экспериментальная часть. Гуминовые кислоты (ГК) выделяли из образцов бурого угля Александровского месторождения после механохимической обработки однократной экстракцией 0,1 н раствором NaOH при соотношении твердой и жидкой фаз 1:8 и при температуре 100 °С. Затем из «сырого» экстракта получали нерастворимые в воде гуминовые кислоты осаждением 5 % раствором HCl, который добавляли при постоянном перемешивании до pH 1–2. Выпавший осадок ГК отделяли от надосадочной жидкости центрифугированием. Осадок промывали дистиллированной водой до нейтральной реакции среды (pH 6–7). Промытые гуминовые кислоты сушили при $t = 80$ °С до постоянной массы.

Растворы гуматов натрия (ГН) для исследования получали растворением промытых и сухих гуминовых кислот в 0,1 н растворе NaOH. Растворы готовили на бидистиллированной воде.

Механохимические твердофазные реакции гуминовых кислот с мочевиной, циангуанидином или гидроперитом проводили в вибрационном аппарате 75Т-ДрМ при частоте вибрации $\nu = 50$ Гц и амплитуде $A = 3,0 \div 5,0$ мм. После обработки смеси компонентов (сухие порошки ГК, мочевина, циангуанидин или гидроперит) в механореакторе продукты реакции многократно промывали водой. При этом отделяли избыток водорастворимых непрореагировавших компонентов – мочевины, гуанидина или гидроперита. Нерастворимые в воде производные ГК отделяли центрифугированием.

Количество активных кислых групп (–COOH и –OH) определяли при титровании растворов солей гуминовых кислот раствором 0,1 н HCl из величин максимумов на дифференциальных кривых:

$$\Delta pH/\Delta V = f(V_{HCl}).$$

ИК спектры записывали на спектрометре Specord IR-75 в таблетках KBr (концентрация вещества в таблетке составляла 0,5 %).

Поверхностное натяжение (γ , мН/м) водных растворов фракций гуминовых веществ в зависимости от концентрации ПАВ измеряли методом формы висячей капли, реологические дилатационные характеристики измеряли методом осциллирующей висячей капли (тензиометр PAT-2P, SINTERFACE Technologies, Germany). Ошибка измерений не превышала $\pm 0,1$ мН/м.

Результаты и их обсуждение. На рис. 1 приведены ИК спектры продукта взаимодействия ГК с циангуанидином. В спектре регистрируется широкая полоса поглощения в области $1600\text{--}1700\text{ см}^{-1}$ в результате наложения полос поглощения С=О гуминового фрагмента, валентных колебаний С=N и деформационных колебаний NH_2 гуанидиновой части. Кроме того, в области $1000\text{--}1200\text{ см}^{-1}$ наблюдается изменение по сравнению со спектром исходной гуминовой кислоты, также свидетельствующее о

механохимическом взаимодействии ГК с гуанидином. В спектре продукта с циангуанидином отсутствует полоса поглощения цианидной группы в области 2200 см^{-1} . На основании этого можно предположить, что реакция присоединения протекает по этой группе.

Результаты потенциометрического титрования показали, что во всех солях аминогуминовых кислот уменьшается количество активных гидроксильных групп и увеличивается количество карбоксильных групп (табл. 1).



Рис. 1. ИК-спектры: 1 – циангуанидин, 2 – ГН_{амино}, 3 – ГН_{исх}

Таблица 1
Количество функциональных групп в образцах гуминовых соединений

Образец	Количество активных кислых групп, мг-экв/г	
	[ОН]	[COOH]
Исходный гумат натрия, ГН _{исх}	3,2	3,2
ГН _{ГК} + мочевины	1,6	4,8
ГН _{ГК} + циангуанидин	1,6	4,8
ГН _{ГК} + гидроперит	2,0	5,8

Известно, что мочевины способна реагировать с соединениями, содержащими активные ОН-группы, спиртами и фенолами, с образованием уретанов и аммиака или заменой ОН-группы на группу NH_2 [20]. Уменьшение количества гидроксильных групп в макромолекулах ГК после механохимических реакций с мочевиной, циангуанидином или гидроперитом указывает на возможность такого взаимодействия. Возрастание количества карбоксильных групп в продуктах аминирования ГК может быть обусловлено окислением фрагментов макромолекул при механохимическом воздействии. Наиболее сильно это выражено в реакции ГК с гидроперитом, содержащим мочевины и активную перекись водорода, которая выделяется при распаде этого клатрата в результате механохимического процесса.

Продуктом механохимической реакции гуминовой кислоты с азотсодержащими органическими соединениями являются аминогуминовые кислоты, которые должны сочетать свойства анионных и катионных ПАВ. Растворы солей аминогуминовых кислот были исследованы методами тензиометрии и дилатационной реологии. Включение аминогрупп в структуру макромолекул ГК может оказывать влияние на процесс формирования адсорбционных слоев таких ПАВ на межфазных границах.

На рис. 2 приведены зависимости изменения динамического поверхностного натяжения от времени для растворов солей аминогуминовых кислот, полученных при взаимодействии гуминовой кислоты с разными азотсодержащими органическими соединениями. Как следует из этих данных, для образца ГН_{ГК}+гидроперит скорость установления поверхностного натяжения (динамическое поверхностное натяжение, γ_d) несколько выше по сравнению с другими образцами.

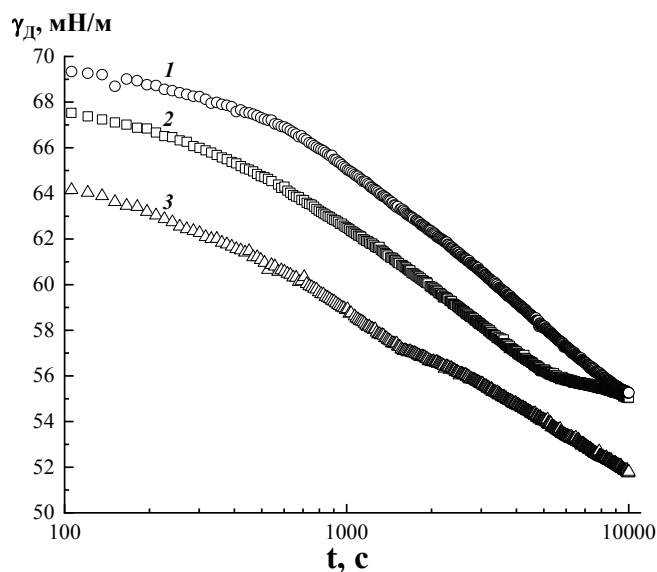


Рис. 2. Изменение динамического поверхностного натяжения от времени для солей аминокислот:
1 – ГНГК + цитруллин; 2 – ГНГК + мочевина; 3 – ГНГК + гидроперит.

Согласно данным, приведенным на рис. 3, во всем концентрационном диапазоне растворов солей аминокислот равновесные значения поверхностного натяжения (γ_p) для раствора образца ГНГК+гидроперит несколько ниже по сравнению с другими образцами.

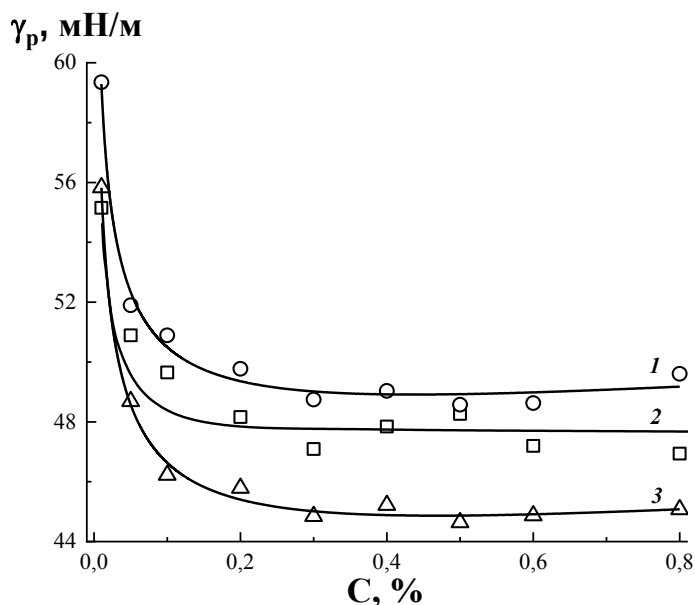


Рис. 3. Изменение равновесного поверхностного натяжения от концентрации для солей аминокислот:
1 – ГНГК + цитруллин; 2 – ГНГК + мочевина; 3 – ГНГК + гидроперит.

В условиях, близких к равновесию, связь между возмущением поверхности (осцилляция капли) и ответом поверхностного натяжения (γ) на это возмущение выражается через дилатационный модуль, который учитывает все релаксационные

процессы, влияющие на поверхностное натяжение. Дилатационный модуль ($|E|$) характеризует вязкоупругие свойства поверхностных слоев ПАВ и определяется как отношение изменения поверхностного натяжения раствора к относительному изменению площади поверхности капли (A) при наложении деформации «растяжение – сжатие» при постоянной температуре [21]:

$$|E| = \frac{d\gamma}{d \ln A}$$

Дилатационные реологические характеристики поверхности раздела фаз позволяют получать более точную информацию о процессах формирования и структуре адсорбционных слоев высокомолекулярных полиэлектролитов.

Как следует из рис. 4, зависимости $|E| = f(C)$ для всех растворов аминокислотных производных гумата натрия имеют выраженный максимум. Максимальные значения модуля вязкоупругости для всех образцов наблюдаются при концентрации $C \approx 1,0 \%$. Такой характер зависимостей является следствием уменьшения молярной поверхности полиэлектролита в поверхностном слое с ростом адсорбции. Подобное поведение свойственно белкам с гибкими цепями [22]. Наличие максимума функции $|E| = f(C)$ при определенных значениях концентрации для растворов аминокислотных производных образцов гумата натрия указывает на предельное заполнение поверхностного слоя и способность изменять молярную поверхность при адсорбции на границе раздела фаз жидкость-газ. Согласно результатам на рис. 4, наибольшие значения модуля вязкоупругости характерны для образца ГН_{ГК}+ мочевины.

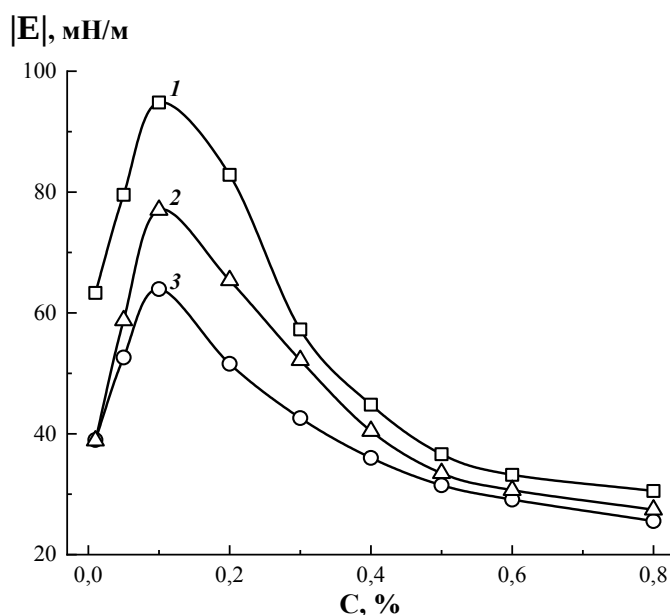


Рис. 4. Изменение величины модуля вязкоупругости от концентрации:
1 – ГН_{ГК}+ мочевины; 2 – ГН_{ГК}+ гидроперит; 3 – ГН_{ГК}+ циангуанидин.

Согласно данным, приведенным на рис. 5, величины модулей вязкоупругости и упругости (E_r – реальная компонента величин $|E|$) возрастают при увеличении частоты осцилляции капли. Значения $|E|$ и E_r значительно выше для образца ГН_{ГК}+мочевины по сравнению с другими аминированными формами ГН. При этом для всех образцов величины $|E|$ и E_r практически не отличаются.

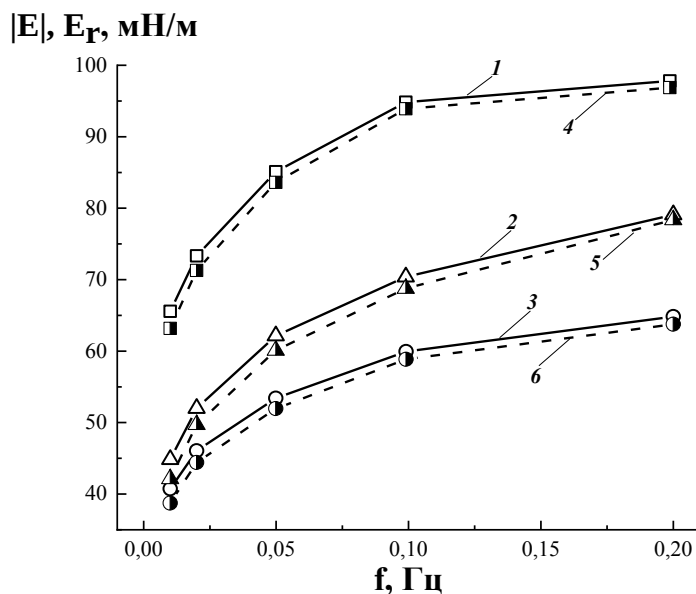


Рис. 5. Изменение величин модулей вязкоупругости, $|E|$ (1, 2, 3), и упругости, E_r (4, 5, 6) от частоты осцилляции площади капли (f): 1, 4 – ГН_{ГК}+ мочевины; 2, 5 – ГН_{ГК}+ гидроперит; 3, 6 – ГН_{ГК}+ циангуанидин. $C_{ПВ} = 0,1 \%$.

Несовпадение характера зависимостей $\gamma = f(C)$ и $E = f(C)$ для образцов аминогуматов натрия, полученных с разными аминирующими реагентами, может быть обусловлено тем, что дилатационные реологические характеристики позволяют получать более точную информацию о структуре адсорбционного слоя.

Модуль E_i (мнимая компонента величины $|E|$) незначительно изменяется, а величина фазового угла (ϕ) уменьшается с ростом частоты осцилляции капли для всех образцов аминогуматов натрия (рис. 6).

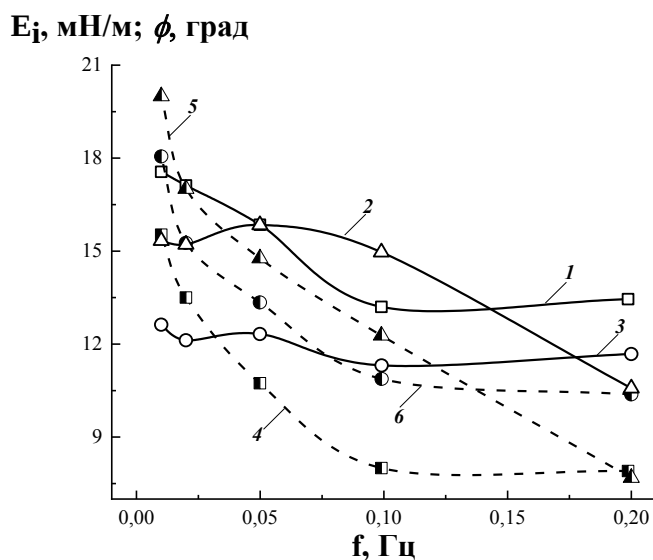


Рис. 6. Изменение величин модулей вязкости E_i (1, 2, 3) и фазового угла, ϕ (4, 5, 6) от частоты осцилляции площади капли (f): 1, 4 – ГН + мочевины; 2, 5 – ГН + гидроперит; 3, 6 – ГН + циангуанидин.

Низкие экспериментальные значения фазового угла и мнимой части динамической поверхностной упругости (E_i) и высокие значения величин

вязкоупругости и упругости ($|E|$ и E_r) при постоянной частоте осцилляции капли $f = 0,1$ Гц (рис. 5 и 6) характерны для упругих поверхностных слоев ПАВ [23–24].

Выводы.

1. Методом механосинтеза в вибрационном аппарате получены аминокуминовые кислоты при использовании в качестве аминирующих реагентов различные азотсодержащие органические соединения (мочевина, циангуанидан, гидроперит).

2. Введение аминокуминов в структуру макромолекул гуминовых кислот подтверждено методами ИК спектроскопии и кислотно-основного потенциометрического титрования.

3. Растворы солей аминокуминовых кислот исследованы методами тензиометрии и дилатационной реологии. Показано, что природа аминирующего реагента оказывает влияние на свойства продуктов реакции. Соль аминокуминовой кислоты, полученная с использованием мочевины, образует адсорбционные слои с высокими значениями поверхностной вязкоупругости. Все соли аминокуминовых кислот проявляют свойства упругих пленок на границе раздела раствор-воздух.

4. В результате включения аминокуминов в структуру макромолекул гуминовых кислот получен новый вид ПАВ, который сочетает в себе функции анионного и катионного ПАВ, что может быть полезным при использовании аминокуминов в дисперсных системах различного назначения, а также в качестве биологически активных веществ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yang F. The sleeping giant: a polymer view on humic matter in synthesis and applications / F. Yang, M. Antonietti // *Progress in Polymer Science*. – 2020. – Vol. 100. – P. 101182.
2. Попов А.И. Гуминовые вещества: свойства, строение, образование / Под ред. Ермакова Е.И. // СПб.: Изд-во СПбГУ, 2004. – 248 с.
3. Wang C. Electrochemical properties of humic acid and its novel applications: A tip of the iceberg / C. Wang, T. Cheng, D. Zhang, X. Pan // *Science of The Total Environment*. – 2023. – Vol. 863. – P. 160755.
4. Piccolo A. The Supramolecular Structure of Humic Substances / A. Piccolo // *Soil Sci.* – 2001. – Vol. 166. – P. 810-832.
5. Хилько С.Л. Способ получения и реологические характеристики суспензионного топлива на основе бурого угля / С.Л. Хилько, Е.В. Титов // *Химия тверд. топлива*. – 2001. – № 1. – С. 78-87.
6. Хилько С.Л. Топливные угольные суспензии / / С.Л. Хилько, Е.В. Титов // *Химия и технология топлив и масел*. – 2007. – № 3. – С. 52-56.
7. Лиштван И.И. Буровые растворы на основе модифицированного торфа / И.И. Лиштван, И.В. Косаревич // *Торфяная промышленность*. – 1984. – № 1. – С. 22-23.
8. Овчинников Ю.А. Биоорганическая химия / Ю.А. Овчинников. – М.: Просвещение, 1987. – 816 с.
9. Смирнова И.Г. Направленная химическая модификация антибиотиков пептидной группы / И.Г. Смирнова, Ж.П. Трифонова, Г.С. Катруха // *Вестник МГУ. Сер. 2. Химия*. – 2006. – Т. 47. – С. 49-151.
10. Фундаментальные основы механической активации, механосинтеза и механохимических технологий / Отв. ред. Авакумов Е.Г. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2009. – 342 с.
11. Baláz P. Hallmarks of mechanochemistry: from nanoparticles to technology / P. Baláz // *Chem. Soc. Rev.* – 2013. – Vol. 42. – P. 7571-7637.
12. Болдырев В.В. Механохимия и механическая активация твердых веществ / В.В. Болдырев // *Успехи химии*. – 2006. – Т. 75. – С. 203-216.
13. James S.L. Mechanochemistry: a web themed issue / S.L. James, T. Friscic // *Chem. Commun.* – 2013. – Vol. 49. – P. 5349-5350.
14. Хренкова Т.М. Механохимическая активация углей / Т.М. Хренкова – М.: Недра, 1993. – 176 с.
15. Иванов А.А. Влияние механохимической активации на состав и свойства гуминовых кислот торфов / А.А. Иванов, Н.В. Юдина, О.И. Ломовский // *Известия Томского политехнического университета*. – 2006. – Т. 309. – № 5. – С. 73-76.
16. Лебедев В.В. Механохимическая модификация углей / В.В. Лебедев, Л.П. Никанорова // *Химия тверд. топлива*. – 1985. – № 2. – С. 35-40.
17. Определение количества привитой серы в модифицированных гуматах / И.Е. Шаранова, Л.В. Гирина, И.Н. Думбай и др. // *Химия тверд. топлива*. – 1987. – № 6. – С. 38-43.

18. Ацилирование гуминовых кислот / С.Л. Хилько, Р.Г. Семёнова, И.В. Ефимова // Химия тверд. топлива. – 2015. – № 4. – С. 8-15.
19. Особенности формирования адсорбционных слоев продуктов механохимической модификации гуминовых кислот на границе раздела жидкость-газ / С.Л. Хилько, М.И. Рогатко, Р.А. Макарова, Р.Г. Семёнова // Коллоид. журн. – 2020. – Т. 82, № 6. – С. 749-760.
20. Резников В.А. Химия азотсодержащих органических соединений / В.А. Резников. – Новосибирск: НГУ, 2006.
21. Girardet J.M. Dilational rheology of mixed beta-casein/Tween 20 and beta-casein (f114-169)/Tween 20 films at oil-water interface. / J.M. Girardet et al. // J. Colloid Interface Sci. – 2001. – Vol. 243. – P. 515-522.
22. Lucassen-Reynders E.H. Surface Dilational Modulus or Gibbs' Elasticity of Protein Adsorption Layers / E.H. Lucassen-Reynders, V.B. Fainerman, R. Miller // J. Phys. Chem. B. – 2004. – Vol. 108. – P. 9173-9176.
23. Файнерман В.Б. Равновесные и динамические характеристики адсорбционных слоев белков на межфазных границах жидкость-газ: теория и эксперимент / В.Б. Файнерман, Р. Миллер // Коллоид. журн. – 2005. – Т. 67. – С. 437-449.
24. Maldonado-Valderrama J. Effect of gastric conditions on beta-lactoglobulin interfacial Networks: Influence of the oil phase on protein structure / J. Maldonado-Valderrama et al. // Langmuir. – 2010. – Vol. 26. – P. 15901-15908.

Поступила в редакцию 15.03.2023 г.

INFLUENCE OF THE NATURE OF AMINATING REAGENTS ON THE PROPERTIES OF AMINO HUMIC ACIDS SALTS

S.L. Khilko, V.S. Shelest, R.A. Makarova, R.G. Semenova

The possibility of obtaining aminohumic acids by mechanosynthesis using various aminating reagents (urea, cyanoguanidine, hydroperite) was studied. The properties of the synthesized products were researched by IR spectroscopy, acid-base potentiometric titration, tensiometry, and dilatational rheology. The data obtained indicate that the nature of nitrogen-containing reagents affects the properties of aminohumic acids the formation of surface layers of their salts at the aqueous solution-air interface. The lower values of surface tension and higher values of the viscoelasticity modulus of the amination products compared to the initial acids indicate the production of new polymers with improved surface-active properties.

Keywords: humic acids; mechanosynthesis; amination; acid-base titration; IR spectroscopy; surface tension; tensiometry; dilatational rheology.

Хилько Светлана Леонидовна

кандидат химических наук, старший научный сотрудник; ведущий научный сотрудник ГБУ «Институт физико-органической химии и углехимии им. Л.М. Литвиненко», г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: sv-hilko@yandex.ru

Макарова Раиса Александровна

кандидат химических наук; старший научный сотрудник ГБУ «Институт физико-органической химии и углехимии им. Л.М. Литвиненко», г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: makarova.ra@yandex.ru

Семёнова Римма Григорьевна

кандидат химических наук, старший научный сотрудник ГБУ «Институт физико-органической химии и углехимии им. Л.М. Литвиненко», г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: reemma2010@yandex.ru

Шелест Валентина Сергеевна

младший научный сотрудник ГБУ «Институт физико-органической химии и углехимии им. Л.М. Литвиненко», г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: valya.any@gmail.com

Khil'ko Svetlana Leonidovna

Candidate of Chemical Sciences, Senior Researcher; Leading Researcher, SBI "The L.M. Litvinenko Institute of Physical Organic and Coal Chemistry", Donetsk, DPR, RF.
E-mail: sv-hilko@yandex.ru

Makarova Raisa Aleksandrovna

Candidate of Chemical Sciences, Senior Researcher, SBI "The L.M. Litvinenko's Institute of Physical Organic and Coal Chemistry", Donetsk, DPR, RF.
E-mail: makarova.ra@yandex.ru

Semenova Rimma Grigor'yevna

Candidate of Chemical Sciences, Senior Researcher, SBI "The L.M. Litvinenko's Institute of Physical Organic and Coal Chemistry", Donetsk, DPR, RF.
E-mail: reemma2010@yandex.ru

Shelest Valentina Sergeevna

Junior Researcher SBI "The L.M. Litvinenko Institute of Physical Organic and Coal Chemistry", Donetsk, DPR, RF.
E-mail: valya.any@gmail.com

БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 581.6:727.65

ПЕРСПЕКТИВЫ СОЗДАНИЯ ЭЛЕКТРОННОГО ГЕРБАРИЯ В ДОНЕЦКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

© 2023. Т.В. Демьяненко, Е.М. Витязь

Изучены перспективы создания цифрового гербария в ДонГУ. Приводятся результаты определения географии и хронологии гербарных сборов, имеющихся на кафедре ботаники и экологии ДонГУ, на примере рода *Achillea* L. – тысячелистник, семейства Asteraceae. На примере *Cichorium intybus* L. приводится характеристика видов растений гербарных образцов, которая оформлена в печатном гербарном каталоге и в дальнейшем может быть использована для оформления электронного каталога. Приводится заключение о готовности части гербарной коллекции кафедры ботаники и экологии ДонГУ для оцифровки и внедрения в Глобальную базу данных биоразнообразия.

Ключевые слова: цифровой гербарий, электронный каталог, паспорт растения.

Введение. Полноценный учет и разносторонняя характеристика растительности любой территории не возможны без анализа составляющих ее компонентов: флористического, эколого-ценотического, биоморфологического, хозяйственного и т. п. Гербарии, как коллекции засушенных растений являются важнейшей и принципиально незаменимой основой систематических, флористических и ботанико-географических исследований. Гербарии дают возможность изучать растения в любое время года, позволяя сохранить для науки подлинные документы образцы-природы современных, исчезающих или вымерших растений со всего мира. Гербарные образцы – единственный источник информации для некоторых специальных исследований растений: морфологических, палинологических, генетических и т.д. Они отличаются от лучших схем и описаний растений тем, что их возможно использовать многократно для получения новой и проверки существующей информации. Однако, высушенные растения хрупки и могут быть повреждены при частом обращении, что приводит к потере отдельных частей или целых образцов [1, 2]. Эти факторы делают необходимым и актуальным компьютеризацию гербарных коллекций, т. е. превращение гербарных коллекций в виртуальные. В ботанике виртуальные цифровые гербарии являются основой для сохранения растений [3].

В настоящее время создание онлайн-ресурсов для гербарных коллекций является важной тенденцией в развитии гербарного дела и делает гербарные образцы более доступными для широкого круга специалистов. Сегодня в мире насчитывается около 2 500 гербариев. В них хранится более 30 млн. гербарных образцов. Наиболее крупные гербарные хранилища в Музее Естественной Истории (Париж, Франция) – 8,0 млн образцов сосудистых растений, оцифровано 5,4 млн. В таких крупных гербарных коллекциях более или менее равномерно представлено разнообразие растительного мира [4].

Большинство гербарных хранилищ являются региональными и в основном представляют флору тех стран или территорий, где они располагаются. Оцифровка таких гербарных коллекций является мощным средством организации коллекций и

улучшения управления ими за счет быстрого доступа к образцам и соответствующей информации. Так как оцифровка коллекций позволяет экспертам получить удаленный доступ к образцам и повышает качество их идентификации [5, 6]. Развитие глобальных цифровых платформ в последнее десятилетие, изменило системы гербарных хранилищ многих университетов. Платформы позволяют более эффективно использовать время для поиска необходимых таксонов. Сегодня разработана Глобальная база данных биоразнообразия GBIF (Global Biodiversity Information Facility), которая объединяет информацию из биологических коллекций и организует ее в соответствии с общими стандартами и протоколами. Создание этой международной платформы сделало информацию доступной для ботаников всего мира [7, 8].

Донецкий государственный университет располагается в уникальном, во флористическом отношении, регионе. Естественно, что имеющийся в его структуре биологический факультет, со времени основания формирует коллекцию гербарных образцов на кафедре ботаники и экологии. Ранее была начата работа по созданию каталога всех гербарных образцов, имеющихся на кафедре, для установления их количества, идентификации и упорядочения. Таким образом, уже имеющаяся информация по отдельным семействам вполне позволяет начать работу по оцифровке кафедрального гербария. Перспектива доступности изображения гербарного образца и полной информации о нем в Интернете повышает вероятность его научного распространения. Основная цель представленной работы, на примере представителей семейства *Asteraceae* Bezcht. et G. Pzegl показать спектр проделанной работы, для создания цифрового гербария в Донецком государственном университете.

Методика эксперимента. Для всех уже обработанных семейств проведена работа по определению соответствия образца растения на гербарном листе указанному в гербарной этикетке виду растения, с помощью определителей и флор [9–11]. Для выявления видового богатства и таксономического разнообразия изученных проведен таксономический анализ. Принадлежность видов и авторское соответствие указывали по системе А.Л. Тахтаджяна (2009) [12]. Места сбора гербарных образцов, а также названия населенных пунктов приведены в рамках, существующих на период сбора гербария территориальных границ. Помимо таксономического анализа, виды исследованных семейств занесены в печатный гербарный каталог, в котором приводится характеристика вида по данным определителей и флор, с выделением конкретных отличительных признаков и приводится информация, указанная на гербарной этикетке. Подготовленный материал вполне может быть использован для «Электронного каталога гербарных образцов». Последний, в основном включает в себя сканирование и описание растительного материала. При этом разрабатывается структура, форма и принцип работы электронного каталога. Электронный каталог содержит количество видов (список); количество семейств (список, объем); места произрастания; справочный материал, содержащий общее описание растения; биологическую характеристику растений. Это позволит использовать поле поиска для отображения списка растений, сгруппированных по различным признакам, использовать идентификаторы для установления родов и видов растений; использовать разделы визуального сравнения и описания для быстрого доступа к информации о растениях; разрешить одновременный доступ к работе нескольким пользователям.

При формировании цифрового гербария, к каждому растению прилагается паспорт. Паспорт растений является основой информационного наполнения электронного каталога. В нем информация о растении представлена в виде отчета с кратким описанием по пунктам с учетом морфологии, таксономии, систематики,

ботаники и экологии. Каждый экземпляр сопровождается информацией о его географическом положении и хозяйственном использовании. Паспорт содержит видовые и родовые названия на русском и латинском языках, а также следующие разделы: "Строение", "Биология", "Распространение", "Значение" и "Примечания", а также место, где был собран данный экземпляр.

Кроме того, описание будет сопровождаться фотографией растения (в природе и в гербарии). Паспорт растения должен быть представлен в виде отдельной HTML-страницы.

Результаты и обсуждение. Электронный виртуальный гербарий или цифровой гербарий университета может выступать в качестве информационного ресурса, обеспечивающего быстрый и качественный доступ к обновленным и открытым базам данных, способствуя международному сотрудничеству и обмену опытом между учеными из разных стран в изучении генофондов в мировых гербарных коллекциях.

В работе мы представляем готовность материала кафедрального общего гербария для оцифровки. Образец анализа мест сбора и хронологии сборов гербарных образцов приводится, на примере рода *Achillea* L. – тысячелистник семейства Asteraceae (табл. 1).

Таблица 1

География и хронология некоторых родов семейства Asteraceae Bezcht. et G. Pzesh в гербарной коллекции кафедры ботаники и экологии ФГБОУ ВО «ДонГУ»

Название вида	Место сбора	Год сбора
1	2	3
ОТДЕЛ MAGNOLIOPHYTA – МАГНОЛИОФИТЫ		
КЛАСС MAGNOLIOPSIDA – МАГНОЛИОПСИДЫ		
ПОРЯДОК ASTERALES – АСТЕРАЛЕС		
СЕМЕЙСТВО ASTERACEAE (COMPOSITAE) – АСТРОВЫЕ (СЛОЖНОЦВЕТНЫЕ)		
1. Род <i>Achillea</i> L. – тысячелистник		
1. <i>A. inundata</i> L. – т. пойменный	город Донецк, Донецкая область	2004
2. <i>A. stepposa</i> Klokov. et Krytzka – т. степной	1) поселок Пески, Донецкая область; 2) окрестности города Артемовск, Донецкая область; 3) село Дроновка, Артемовский район, Донецкая область; 4) город Донецк, Донецкая область	1996; 2005; 2007, 2011, 2013; 2006
3. <i>A. millefolium</i> L.– тысячелистник обыкновенный	1) деревня Мотяково, Люберецкий район, Московская область; 2) город Ясиноватая, Донецкая область; 3) село Шилово, Харьковская область; 4) село Дроновка, Артемовский район, Донецкая область; 5) село. Богородичное, Славянский район, Донецкая область; 6) город Амвросиевка, Донецкая область; 7) пгт. Яровая, Краснолиманский район, Донецкая область; 8) село Рубцы, Лиманский район, Донецкая область; 9) город Красноармейск, Донецкая область; 10) село Платоновка, Артемовский район, Донецкая область; 11) село Сидорово, Славянский район, Донецкая область	1997; 1981; 1977; 2013; 1976, 1979; 1979; 1979, 1981; 1986; 1993; 1974; 1985
4. <i>A. submillefolium</i> Klokov. et Krytzka – т. почти обыкновенный	село Дроновка, Артемовский район, Донецкая область	2010

Продолжение табл. 1

1	2	3
5. <i>A. leptophylla</i> M. Bieb. – т. тонколистный	1) село Дроновка, Артемовский район, Донецкая область; 2) урочище «Ларинское», село Ларино, Донецкая область; 3) территория ГУ «Донецкий ботанический сад», г. Донецк, Донецкая область; 4) пгт. Яровая, Краснолиманский район, Донецкая область; 5) село Старый Караван, Краснолиманский район, Донецкая область; 6) село Богородичное, Славянский район, Донецкая область; 7) село Дмитриевка, Шахтерский район, Донецкая область; 8) город Ясиноватая, Донецкая область	2010; 2005; 2006; 1980; 1992; 1979; 1983, 1982; 2006
6. <i>A. micrantha</i> Willd. – т. мелкоцветковый	село Дроновка, Артемовский район, Донецкая область	2007, 2010
7. <i>A. pannonica</i> Scheele – т. панонский	1) село Дроновка, Артемовский район, Донецкая область; 2) поселок Широкий, Донецкая область; 3) село Старый Караван, Краснолиманский район, Донецкая область	2013; 2011; 1992
8. <i>A. collina</i> L. – т. холмовой	1) поселок Пески, Донецкая область; 2) территория ГУ «Донецкий ботанический сад», г. Донецк, Донецкая область; 3) село Старый Караван, Краснолиманский район, Донецкая область; 4) село Дроновка, Артемовский район, Донецкая область	1996; 2005; 1992; 2008
9. <i>A. coarctata</i> Poir. – т. сученный	село Дроновка, Артемовский район, Донецкая область	2011
10. <i>A. nobilis</i> L. – т. благородный	1) село Дроновка, Артемовский район, Донецкая область; 2) урочище «Ларинское», село Ларино, Донецкая область; 3) город Артемовск, Донецкая область; 4) город Докучаевск, Донецкая область; 5) город Константиновка, Донецкая область; 6) село Дмитриевка, Шахтерский район, Донецкая область	2010, 2011; 2005; 2005; 1991; 1981; 1983
11. <i>A. cortilaginea</i> Ledeb. et Rchb. (= <i>Ptarmica cortilaginea</i> Ledeb. et Rchb.) – чихотник хрящеватый	село Платоновка, Артемовский район, Донецкая область	1984
12. <i>A. gerberi</i> L. – т. Гербера	пгт. Яровая, Краснолиманский район, Донецкая область	1980
13. <i>A. micrantha</i> Willd – т. мелколистный	1) село Богородичное, Славянский район, Донецкая область; 2) село Яцкое, Краснолиманский район, Донецкая область; 3) город Рахов, Ужгородская область; 4) село Сидорово, Славянский район, Донецкая область; 5) село Дроновка, Артемовский район, Донецкая область	1979, 1976; 1990; 1976; 1985; 2007, 2010
14. <i>A. ptarmica</i> L. (= <i>Ptarmica vulgaris</i> Ac.) – чихотник обыкновенный	село Богородичное Славянский район, Донецкая область	1975
15. <i>A. setacea</i> Wald et Kit. – т. щетинистый	1) село Дмитриевка, Шахтерский район, Донецкая область; 2) пгт. Яровая, Краснолиманский район, Донецкая область	1982; 1980
16. <i>A. ochroleuca</i> Ehrh. – т. бледно-желтый	1) пгт. Яровая, Краснолиманский район, Донецкая область; 2) село Ильичевки, Краснолиманский район, Донецкая область	1979, 1981; 1987

Окончание табл. 1

1	2	3
17. <i>A. leptophylla</i> (= <i>A. taurica</i> M. Bieb.) – т. крымский	село Дроновка, Артемовский район, Донецкая область	2003
18. <i>A. micranthoides</i> Klokov. – т. подовой	село Дроновка, Артемовский район, Донецкая область	2010

В результате установили, что большая часть гербарных образцов рода *Achillea* L., относящихся к разделу общего гербария кафедры, собраны в Донецкой области и особый интерес представляют образцы самых ранних сборов, для названного рода это 1975–1976 гг. Отдельный интерес – это образцы из Московской и Харьковской областей. Также следует отметить, что данная работа выделяет виды, которые в настоящее время либо имеют другое название (например, *A. leptophylla* (= *A. taurica* M. Bieb.), либо относятся к другому роду (например, *A. ptarmica* L. (= *Ptarmica vulgaris* As.), *A. cortilaginea* Ledeb. et Rchb. (= *Ptarmica cortilaginea* Ledeb. et Rchb.)).

В печатном гербарном каталоге кафедры, формируется паспорт растения, где приводится характеристика каждого исследованного вида с указанием, в примечании, его отличительных особенностей. Ниже приводим образец паспорта растения на примере *Cichorium intybus* L.

ПАСПОРТ РАСТЕНИЯ – *Cichorium intybus* L.

Семейство Астровые – Asteraceae Bezcht. et G. Pzsl Bezcht. et G. Pzsl.

Подсемейство Цикориевые – *Cichorioideae* Kitam.

Общая характеристика и распространение. Относится к подсемейству цикориевых (*Cichorioideae* Kitam.) обширного семейства (Asteraceae). Около 10–12 видов рода *Cichorium* L. распространены главным образом в районе Древнего Средиземноморья от Пиренейского полуострова и Северной Африки до западных провинций Китая. Один вид *C. intybus* L. распространен почти по всей Европе и в значительной части Азии, а как заносное растение встречается во многих умеренных и субтропических странах обоих полушарий. В гербарной коллекции род представлен одним видом *C. intybus* – ц. дикий.

Строение. Растение 20–150 см высотой, зеленое или сизовато-зеленое; стебли прямостоячие, разветвленные, часто с сильно отклоненными в стороны и несколько утолщающимися к верхушке ветвями, щетинисто- или курчаво-волосистые, нередко голые или почти голые. Листья с нижней стороны обычно щетинисто- и курчаво-волосистые, с верхней стороны курчаво-волосистые, прикорневые обычно сохраняющиеся во время цветения растения, от струговидно перисто-раздельных до цельных, но зубчатых по краю, у основания постепенно суженные в крылатый черешок, стеблевые (кроме самых нижних, сходных с прикорневыми) относительно немногочисленные и сильно уменьшенные, от ланцетно-яйцевидных до ланцетных, стеблеобъемлющие, с закругленными или стреловидными, часто зубчатыми ушками. Корзинки многочисленные, одиночные или скупенные по несколько на верхушке стебля и его боковых ветвей, а также в пазухах средних и верхних стеблевых листьев, обертки более менее цилиндрические 8–14 мм длиной, наружные листочки их в 1,5–2 раза короче внутренних и обычно от них отстоящие, неодинаковой длины и формы, в нижней части относительно тонкокожистые, по краю реснитчатые, снаружи также часто волосистые, с простыми или железистыми волосками, нередко совершенно голые. Внутренние листочки в верхней части обычно волосистые или реснитчатые. Венчики цветков 15–25 мм длиной, голубые разных оттенков, иногда беловатые, в воде

быстро обесцвечивающиеся. Плод – семянка 2–3 мм длиной, продолговатые, к верхушке не суженные, голые и гладкие, с многочисленными продольными жилками, из которых 3–5 более менее выступают, на верхушке с коронкой 0,2–0,8 мм длиной, состоящей из многочисленных и расположенных в 2–3 неправильных ряда пленковидно расширенных щетинок.

Место произрастания. На лугах, лесных полянах, травянистых склонах, часто как сорное р. у дорог, на полях, близ населенных пунктов.

Значение. Культивируется ради корнеплодов (суррогат кофе).

Примечание. Зеленое или немного сизоватое растение; стебель по всей длине или только в нижней части жестковолосистый, обычно в средней и верхней частях разветвленный, с косо вверх направленными ветвями и относительно короткими листьями. Наружные листочки обертки часто более менее волосистые, по краям реснитчатые, обычно почти в два раза короче внутренних.

Место сбора: Город Донецк, Донецкая область; город Горловка, Донецкая область; пгт. Яровая, Краснолиманский район, Донецкая область.

Год сбора: 1970, 1971, 2006.

Количество образцов: 3 (общий гербарий).

Отличительные особенности характерные именно для данного вида указаны в пункте «Примечание», что значительно облегчает идентификацию иногда не определенных образцов. Помимо этого, данный пункт корректируется, с целью выделения максимально значимого отличительного признака.

Заключение. Представленные в работе примеры исследования общего гербария кафедры ботаники и экологии ДонГУ, а на сегодня уже обработаны полностью 12 наиболее многочисленных семейств, указывают на высокие перспективы создания в ДонГУ цифрового гербария. Основным преимуществом его создания и использования в Интернете является доступность в других университетах, городах и странах. Использование такого виртуального цифрового гербария в рамках дистанционного образования может стать хорошим средством визуализации предмета при изучении ботаники: морфологии, экологии и систематики растений. Также виртуальный цифровой гербарий позволит получить доступ и к другим университетским гербариям для проведения научных исследований, например, таких как переопределение, морфометрия и отбор образцов для генетического анализа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Буланый Ю.И. Гербарий. Правила сбора, обработки и хранения коллекций растений / Ю.И. Буланый. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2006. – 47 с.
2. Бялт В.В. Ботаника. Гербарное дело / В.В. Бялт, Л.В. Орлова, А.Ф. Потокин. – СПб.: СПбГЛТА, 2009. – 52 с.
3. Цифровой гербарий ЦСБС СО РАН в Глобальной информационной системе по биоразнообразию / Н.К. Ковтонюк, И.В. Хан, Е.А. Гатилова, Ю.А. Пшеничкина // Растительный мир Азиатской России. – 2019. – № 4 – С. 68–73.
4. Серегин А. П. Цифровой гербарий МГУ – крупнейшая российская база данных по биоразнообразию / А.П. Серегин // Известия Российской академии наук. Серия биологическая. – 2017. – № 6. – С. 610 – 616.
5. Maxted N. Collecting plant genetic diversity / N. Maxted, M.W. Van Slageren, J.R. Rihan. – Wallingford, 1995. – P. 255 – 285.
6. Womersley J. S. Plant collecting and herbarium development / J.S. Womersley. – Rome: FAO, 1981. – 137 p.
7. Takhtajan A. Flowering Plants. Second Edition / A. Takhtajan – Springer-Verlag, 2009. – P. XZV+872.
8. Черепнин Л. М. Ученые записки. КГПУ. Том 3. Выпуск 1. Кафедра ботаники, географии и химии. / Л.М. Черепнин. – Издательство: «Красноярский рабочий» 1954. – 138 с.

9. Флора европейской части СССР: В 8-ми Томах – Л.: Наука, 1994. – Т. 7. – С.127-158.
10. Серегин А. П. Гербарий МГУ им. М. В. Ломоносова сегодня / А.П. Серегин // Зоологические исследования. – 2018. – No 20. – С. 137–138.

Поступила в редакцию 20.03.2023 г.

PROSPECTS FOR THE CREATION OF AN ELECTRONIC HERBARIUM AT DONETSK STATE UNIVERSITY

T.V. Demyanenko, E.M. Vityaz

The prospects of creating a digital herbarium in DonSU have been studied. The results of determining the geography and chronology of herbarium collections available at the Department of Botany and Ecology of DonSU are given, using the example of the genus *Achillea* L. – yarrow, Asteraceae family. Using the example of *Cichorium intybus* L., a characteristic of plant species of herbarium specimens is given, which is issued in a printed herbarium catalog and can be used in the future to design an electronic catalog. A conclusion is given on the readiness of part of the herbarium collection of the Department of Botany and Ecology of DonSU for digitization and introduction into the Global Database of Biodiversity.

Key words: digital herbarium, electronic catalog, plant passport.

Демьяненко Татьяна Викторовна

кандидат биологических наук; доцент кафедры
ботаники и экологии ФГБОУ ВО «ДонГУ»
г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: t.demianenko@donnu.ru

Demyanenko Tatyana Viktorovna

candidate of biological sciences, associate professor of
the department of botany and ecology,
FSBEI HE "DonSU", Donetsk, DPR, RF.

Витязь Елизавета Михайловна

студент магистратуры, биологический факультет
ФГБОУ ВО «ДонГУ»
г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: elizavetavityz@mail.ru

Vityaz Elizaveta Mikhailovna

master's degree student, Faculty of Biology,
FSBEI HE "DonSU", Donetsk, DPR , RF.

УДК 581.15 : 581.4 : 528 (477.60)

ОЦЕНКА ГЕОСИСТЕМ ДОНБАССА: ФИТОИНДИКАЦИЯ ТЕРАТОГЕННОСТИ И КАРТОГРАФИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

© 2023. *А.И. Сафонов, Е.А. Гермонова*

На основании фитоиндикационного эксперимента установлены характеристики тератогенности среды урбанизированных и буферных территорий Донбасса. Данные о проявлении тератных свойств растений разделены по интервальным значениям для картографической визуализации диапазонов ключевых признаков. В целевую основу реализованной работы положена задача установления динамики изменчивости показателей фитотератогенности за период 2017–2022 гг. Основной причиной фоновой флуктуации возникновения и проявления уродств у растений установлена зона военного конфликта по линии соприкосновения конфронтации, а также процесс стагнации тяжелой промышленности в регионе.

Ключевые слова: экологический мониторинг, Донбасс, картографический анализ, ГИС, фитоиндикация, тератоморфы растений

Введение. Внедрение геоинформационных систем и технологий в социально-экологическую практику позволяет представлять полученные многочисленные табличные данные в удобоваримом визуализированном формате в первую очередь для принятия решений по эксплуатационным вопросам конкретных территорий [1, 2]. Такие задачи рассматриваются интенсивно для показателей санитарно-гигиенических характеристик местности и демографических моделей конкретных этнографических групп [2–4]. Также геостратегический анализ широко применяется в сфере квантификации опасности и анализа рисков в урбанизированных районах [5–7], динамики региональных популяционных процессов [8] и актуальных природно-географических явлений [9], представляющих существенный вызов для экономического равновесия отдельных субъектов Российской Федерации. В Донбассе эколого-токсикологические разработки в полномасштабном территориальном аспекте реализации мониторинговых программ осуществляются по ботанической составляющей – признакам фитоиндикационного содержания [10–13]. Накоплен значительный цифровой (численный) материал о состоянии отдельных геолокалитетов [12, 13], что требует пространственного обобщения и понимания закономерностей изменений в состоянии локальных экосистем в условиях антропогенной трансформации ландшафтов.

Учитывая необходимость и возможность картографического анализа территорий Донбасса по доступным данным о состоянии экотопов, в качестве основной задачи было поставлено оценить геосистемы в динамике их функциональных ботанических откликов по тератогенному критерию за обозримый период с 2017 по 2022 гг.

Материал и методика исследования. В качестве концептуальных принципов реализации геоинформационного эксперимента использовали рекомендации ГИС-разработок в аспекте динамики состояния экосистем [2, 3, 5, 7, 9]. Геолокалитеты были зафиксированы для территории центрального Донбасса в 113-компонентной мониторинговой сети и представлены в предыдущих публикациях [14, 15]. К правилам работы с ботанико-экологической информацией для характеристики природных сред [16] были добавлены авторские разработки и данные о частоте встречаемости аномальных форм растений в урбанизированных объектах и участках техногенных изменений, что в большинстве работ опирается в сумму тератных проявлений или

физиологических отклонений у растений в конкретном месте ГИС-привязки – геолокалитете [14, 17–23]. При обработке данных и подготовке конечного визуализационного продукта пользовались рекомендациями по геоинформационному картографированию [3, 6, 24, 25].

Анализ результатов. Критерий общей тератогенности территории (ТТ) по фитоиндикационным данным был разделен на пять значимых диапазонов таким образом, чтобы континуально и наглядно ранжировать весь спектр форм проявляемых признаков в картографическом объекте.

Данные были получены за 2017–2022 г., для демонстрации результатов (рис. 1) представлено плоскостное распределение значений в 2022 г.

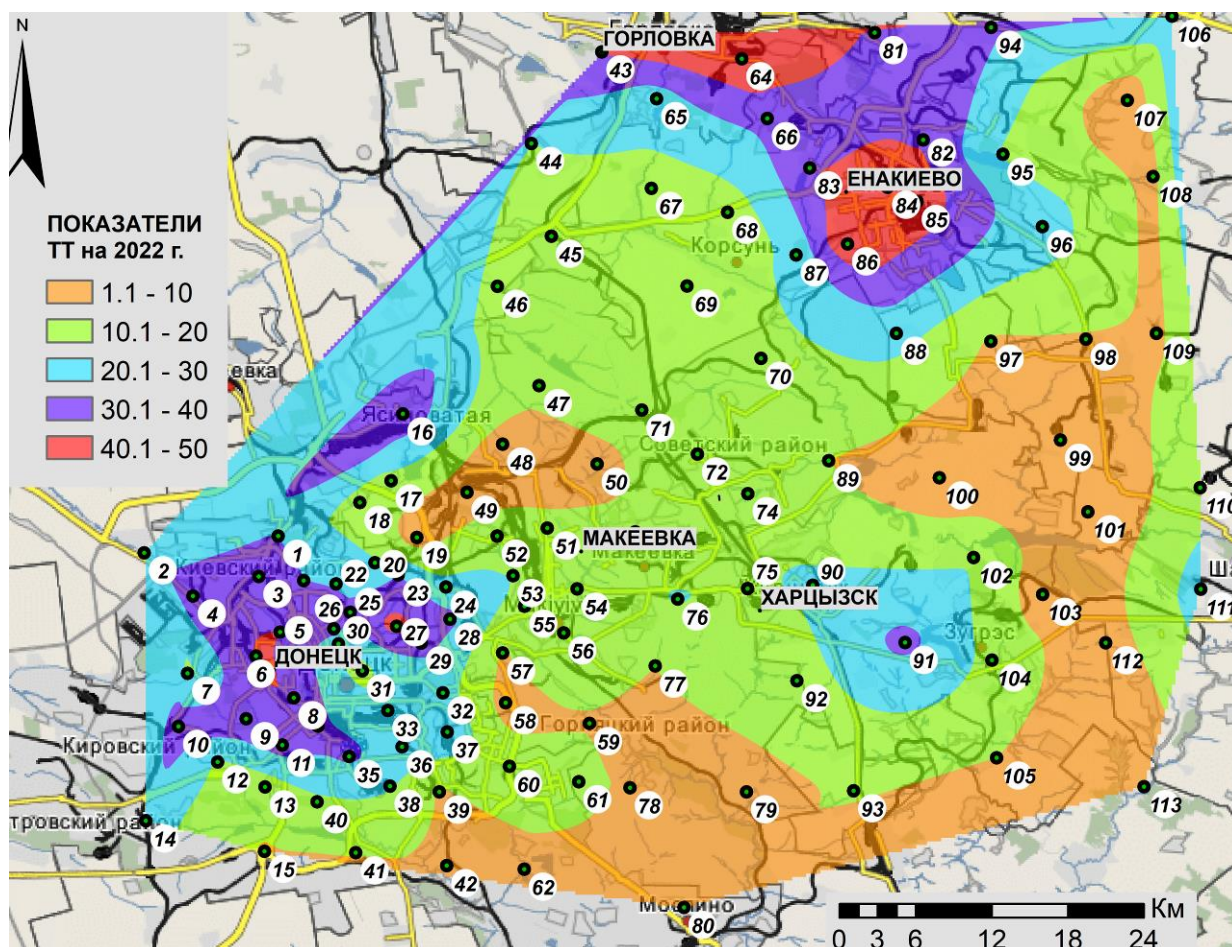


Рис. 1. Распределение значений показателя общей фитотератогенности на территории Донбасса в 2022 г.

Из выделенных закономерностей подтверждены первичные предположения о технофильном и урбаногенном тяготении проявления тератогенеза растений: максимальные показатели ТТ установлены для крупных городских агломерационных систем, которые в Донбассе территориально сопряжены также с местами размещения объектов промышленности и предприятий-загрязнителей, однако на момент тотального скрининга в 2022 г. возможность близкого расположения техногенных объектов не всегда коррелирует с проявлением аномального строения у растений-индикаторов, что, по-видимому, для вегетационного периода 2022 г. указывает на рецессию в системе работы объектов промышленного загрязнения, например, в городах Макеевке,

Харцызске, Зугрэсе. Определенным образом отмечено смещение ареолов загрязнения (опосредованно образованию тератоморф) в западном направлении (рис. 1), учитывая доминирующие восточные ветры в регионе, что продемонстрировано для городов Енакиево и Донецка. На основании эмпирических сведений рекомендовано считать территории с интервальным диапазоном от нуля до 20 значимых единиц (включительно) – местами с благоприятным развитием фитосистем, находящихся в состоянии своей физиологической нормы выносливости по существующим воздействиям экзотических факторов (диапазоны 1–2, рис. 1). Зонами критического состояния фотосистем (3–5 % всей территории) определены исключительно городские агломерации, это характерно и для многолетних наблюдений по фиксированию значений фитомониторинга в Донбассе [12, 13].

Данные по суммарной гетерогенности растительных индикаторов являются обобщенно консервативными, имеющими достоверную визуализационную разницу в интервале не менее 5-7 лет сравнений. В таких ситуациях возникает необходимость дробного оперирования значениями положительной и отрицательной динамики критерия ТТ, что доступно при реализации целевых сборов данных за период с 2017 по 2022 гг. (рис. 2).

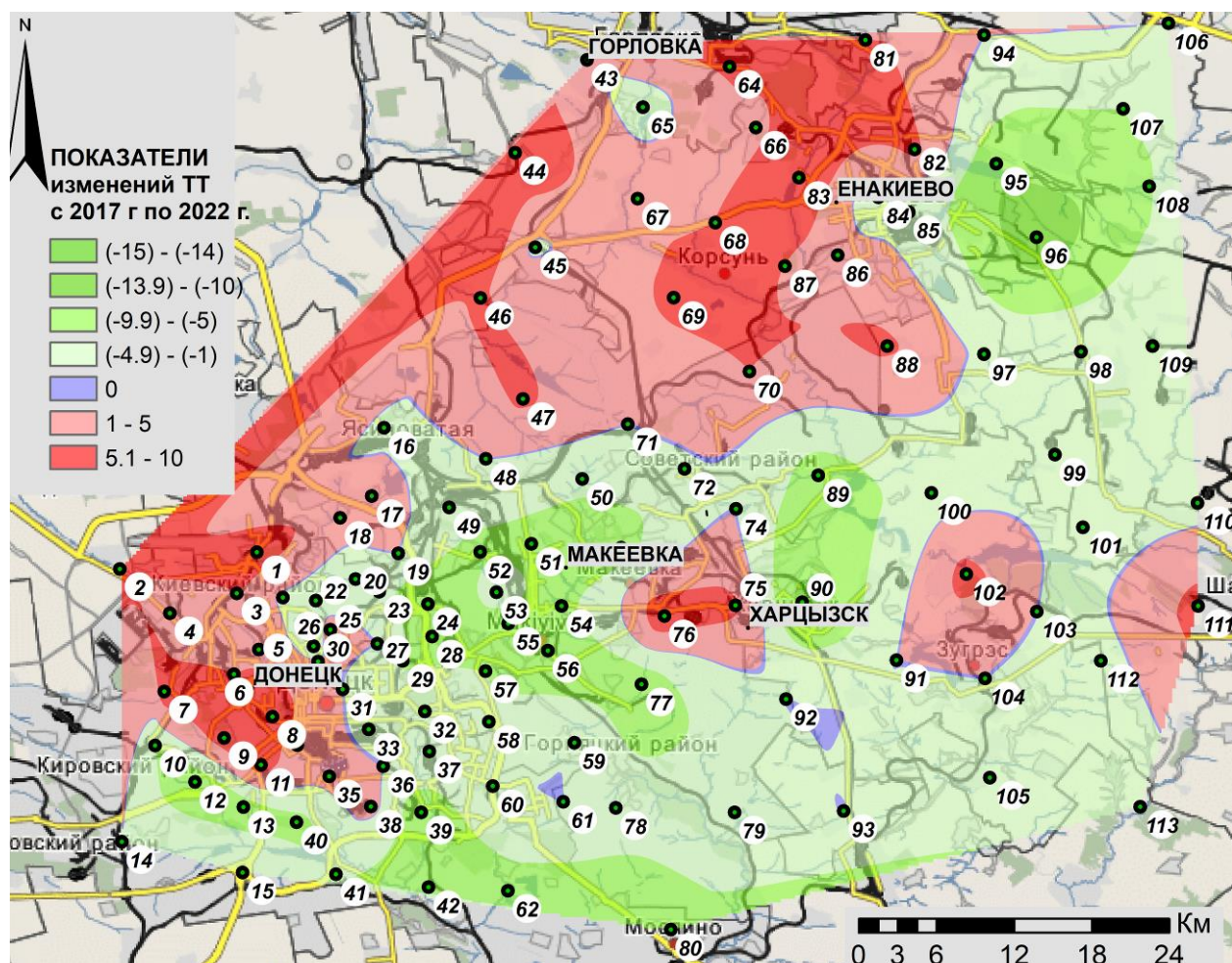


Рис. 2. Динамика показателя общей фитотератогенности на территории Донбасса с 2017 г. по 2022 г.

Эмпирическим путем было рекомендовано использовать для визуализации четыре диапазона в обозначении положительных тенденций (уменьшения тератогенного

фактора и, соответственно, эффектов) и два диапазона значения ТТ для обозначения увеличения показателя. Для 25–30 % территории центральной части Донбасса показатели ТТ за 5-летний период остались неизменными или имеющими 1–3 %-ные колебания. Отмечена положительная тенденция для территорий заповедных объектов и их буферных зон по уменьшению тератогенных эффектов. Основной линией (зоной) существенного достоверного увеличения показателя ТТ является линия военного конфликта, начатого с 2014 г. и продолжающегося по сегодняшний день: линия профиля соединяет западные части городов Донецк, Ясиноватая и Горловка. На 4–7 значимых пунктов возросли показатели ТТ для городских систем Харцызска, Шахтерска и Зугрэса, что может быть связано с увеличением антропогенной эксплуатации территории в результате локальных миграционных потоков, а также с незначительным увеличением работы промышленных предприятий (в сравнении с 2017 г.). В анализируемых точках большей трансформации подвергаются признаки ТТ генеративной сферы строения и функциональной активности растения, что во многом указывает на изменения в наследуемых признаках (по сравнению с соматическими) и возможность реализации программы приспособительного мутагенеза с большей скоростью по сравнению с ожидаемой эволюционной нормой.

Для наглядного представления о тенденциях в определяемой тератогенности территории за последние три года (учет в первую очередь резкого воздействия за период 2022 г.) были составлены ландшафтные профили значений основного показателя ТТ в двух направлениях: «запад – восток» – линия протяжённостью 84 км (рис. 3), «север – юг» протяжённостью 68 км (рис. 4).

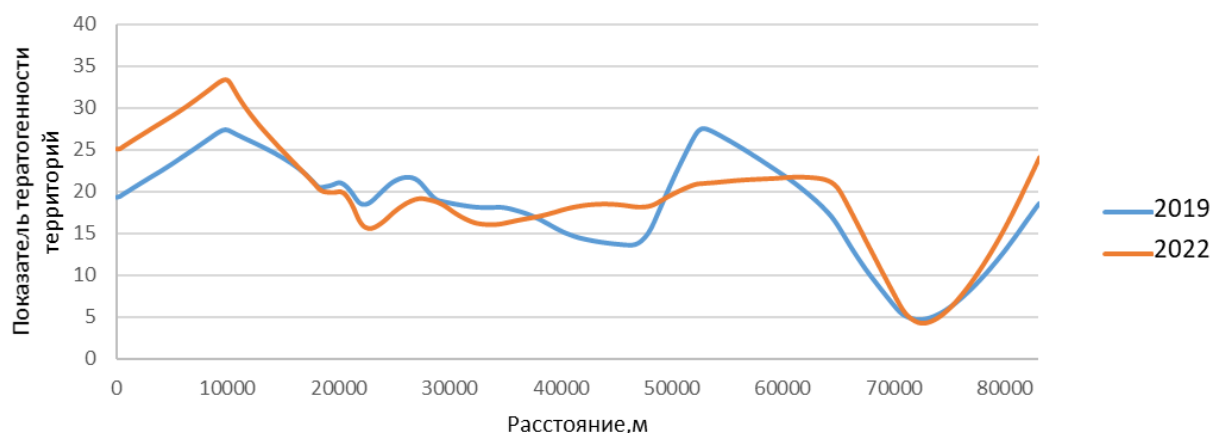


Рис. 3. Профиль показателей общей тератогенности территорий Донбасса по линии между крайними точками 2 и 111 (мониторинговая сеть [15] региона) в направлении «запад – восток», динамика флуктуирующих показателей в сравнении 2019 и 2022 гг.

Ландшафтное профилирование территории является в данном эксперименте вторичной иллюстративной операцией для демонстрации трехлетней разницы по индикаторному критерию в стоянии экосистем. Поскольку данные за период 2017–2019 гг. не характеризовались существенной разницей, то для демонстрации динамики были обозначены годы с 2019 по 2022 включительно. Такой метод может быть реализован и в результате полевых сборов образцов, однако на практике заложить такой профиль не получается с учетом требований к локализации стационаров по мониторинговой программе (в первую очередь – однородность естественно географических характеристик). Профиль в соответствии с линиями параллелей (с

запада на восток) по средней части всей территории исследования (рис. 3) позволяет установить существенное увеличение общей тератогенности в западных участках и в зоне импакта Харцызской, Зугресской и Шахтерской агломерационных систем.

Отмечены также два меридиональных экологических коридора в восточной части г. Макеевки и участке между Харцызском и Зугрэсом, что также сопряжено с наличием в этих местах объектов минимальной хозяйственной деятельности человека и перспективного природно-заповедного фонда Донецкой Народной Республики.

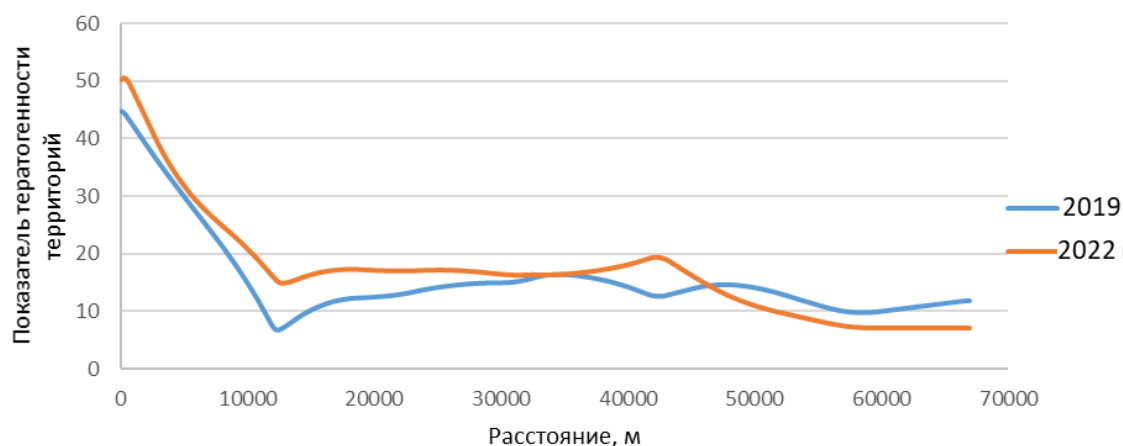


Рис. 4. Профиль показателей общей тератогенности территорий Донбасса по линии между крайними точками 64 и 80 (мониторинговая сеть [15] региона) в направлении «север – юг», динамика флуктуирующих показателей в сравнении 2019 и 2022 гг.

Линия с севера на юг (рис. 4) сначала затрагивает участки максимального тератообразования растений в Горловско-Енакиевском промышленном узле, – первые 44 из 68 км профиля – показатель за три года увеличился, тогда как при продвижении южнее наблюдается обратная зависимость и показатель ТТ имеет тенденцию к уменьшению на 1–6 значимых единицы, район населенного пункта Моспино характеризуется меньшими показателями по всей линии профиля. Технология внедрения профильной градации также является механизмом оридинационного способа визуализации данных с целью обнаружения эстремумов значения функции.

Выводы.

1. Сопряжённая с антропогенной нагрузкой на природные среды способность растений проявлять в большей степени свою гетерогенность по показателю регистрируемых тератоморф отражает специфику неблагоприятного воздействия на экотопы, благодаря чему можно реализовать мониторинговый и квантификационный эксперимент в доказательство экологической напряженности в конкретных территориальных позициях.

2. Выделены две причины разнонаправленной фоновой флуктуации при возникновении и проявлении уродств у растений в Донбассе: 1) ведение военных действий – фиксация данных по линии конфронтации; 2) процесс стагнации тяжелой промышленности в регионе установлен по вектору положительной динамики в сокращении тератогенности территорий.

3. Методы картографической визуализации по плоскостному распределению данных и по линиям экологических профилей позволяют наглядно представить и дополнительно проанализировать состояние экотопов за разные годы и в динамике их основных характеристик.

Работа выполнена в рамках инициативной научной темы кафедры ботаники и экологии Донецкого государственного университета «Ботаника антропогенеза: индикация и оптимизация», № 0122D000085.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бочарников В.Н. Эколого-географическое картографирование экономического пространства России на основе технологий ГИС / В.Н. Бочарников, Е.Г. Егидарев // Вестник Волгоградского государственного университета. Серия 3: Экономика. Экология. – 2016. – № 3(36). – С. 163–176.
2. Assessing, valuing, and mapping ecosystem services in Alpine forests / Т. Häyhä, P.P. Franzese, A. Paletto, B.D. Fath // *Ecosystem Services*. – 2015. – Vol. 14. – P. 12–23.
3. Картографический анализ состояния показателей общей заболеваемости и смертности населения в субъектах Российской Федерации за 10-летний период / О.В. Шарапова, А.В. Самойлова, Э.Н. Мингазова, Л.И. Герасимова // Проблемы социальной гигиены, здравоохранения и истории медицины. – 2020. – Т. 28, № 5. – С. 822–826.
4. Cartographic analysis of random inbreeding and surname structure of the population of North Ossetia / G.I. El'chinova, V.V. Kadyshev, A.B. Vekshina [et al.] // *Russian Journal of Genetics*. – 2020. – Vol. 56, N 8. – P. 996–999.
5. Карманова М.В. Использование цифровой картографической системы для анализа причин возникновения техногенных пожаров на примере города Барнаула Алтайского края / М.В. Карманова, Д.К. Помыткина, О.Д. Малахова // Интерэкспо Гео-Сибирь. – 2018. – Т. 2, № 8. – С. 47–56.
6. Оценка воздействия техногенного загрязнения воздушной среды на медико-демографические процессы крупных урбанизированных регионов / С.А. Епринцев, С.А. Куролап, О.В. Клепиков, С.В. Шекоян // Геополитика и экогеодинамика регионов. – 2020. – Т. 6, № 3. – С. 43–50.
7. Епринцев С.А. Дистанционное зондирование Земли как способ оценки качества окружающей среды урбанизированных территорий / С.А. Епринцев, О.В. Клепиков, С.В. Шекоян // Здоровье населения и среда обитания – ЗНиСО. – 2020. – № 4(325). – С. 5–12.
8. Chudnova V.I. Structural-territorial changes of the demographic situation in the Irkutsk region / V.I. Chudnova // *Geography and Natural Resources*. – 2008. – Vol. 29, No. 2. – P. 184–190.
9. Картографирование процесса опустынивания прикаспийской территории / М.С. Безуглова, И.С. Шарова, Г.В. Крыжановская, Д.Х. Мамина // Геология, география и глобальная энергия. – 2021. – № 2(81). – С. 74–85.
10. Аспекты изучения биоразнообразия в Центральном Донбассе: инвентаризация, оценка природных сред, регистрация антропогенных трансформаций / С.В. Беспалова, О.С. Горецкий, М.В. Рева и др. // Степная Евразия – устойчивое развитие: сб. матер. междунар. форума. – Ростов-на-Дону: ЮФУ, 2022. – С. 179–181.
11. Фрунзе О.В. Фиторемедиация почв, загрязненных ионами тяжелых металлов, с помощью древесных и кустарниковых растений / О.В. Фрунзе // Лесной вестник. *Forestry Bulletin*. – 2022. – Т. 26. – № 6. – С. 92–98.
12. Сафонов А.И. Чек-лист индикаторных признаков сорно-рудеральной фракции урбанofлоры г. Донецка (1998–2018 гг.) / А.И. Сафонов // Проблемы экологии и охраны природы техногенного региона. – 2018. – № 3–4. – С. 67–72.
13. Сафонов А.И. Инвентаризация промышленных объектов Донбасса по фитоиндикационным критериям / А.И. Сафонов // Вестник Донецкого национального университета. Серия А: Естественные науки. – 2019. – № 1. – С. 121–128.
14. Гермонова Е.А. Зонирование территории Центрального Донбасса по критериям экологического фитомониторинга / Е. А. Гермонова // Вестник Донецкого национального университета. Серия А: Естественные науки. – 2021. – № 4. – С. 77–82.
15. Сафонов А.И. Экологические сети фитомониторингового назначения в Донбассе / А.И. Сафонов, Е.А. Гермонова // Проблемы экологии и охраны природы техногенного региона. – 2019. – № 3–4. – С. 37–42.
16. Анализ секвестрационного потенциала геосистем на основе расчетов NDVI по спутниковым данным / К.В. Мячина, И.А. Керимов, С.А. Дубровская [и др.] // Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2022. – Т. 66, № 5. – С. 60–72.
17. Сафонов А.И. Тератогенез растений-индикаторов промышленного Донбасса / А.И. Сафонов // Разнообразие растительного мира. – 2019. – № 1(1). – С. 4–16.
18. Сафонов А.И. Аномалии эмбриональных структур растений-индикаторов Донбасса / А. И. Сафонов // Разнообразие растительного мира. – 2022. – № 3(14). – С. 5–18.

19. Мирненко Н.С. Жизнеспособность пыльцы некоторых видов древесных растений Донецкой агломерации / Н. С. Мирненко // Лесной вестник. Forestry Bulletin. – 2022. – Т. 26, № 6. – С. 55–61.
20. Мирненко Н.С. Тератоморфы пыльцевых зёрен *Ambrosia artemisiifolia* L. селитебных территорий г. Донецка / Н. С. Мирненко // Проблемы экологии и охраны природы техногенного региона. – 2017. – № 1-2. – С. 26–31.
21. Калинина А.В. Геостратегическая визуализация фитоценозов породных отвалов угольных шахт г. Макеевки в условиях самозарастания и рекультивации / А.В. Калинина, Е.А. Гермонова // Проблемы экологии и охраны природы техногенного региона. – 2018. – № 3-4. – С. 28–34.
22. Калинина А.В. Карполого-индикационная значимость рудералов в условиях городской среды / А.В. Калинина // Донецкие чтения 2016. Образование, наука и вызовы современности. – Донецк: Изд-во Южного федерального университета, 2016. – С. 312–314.
23. Гермонова Е.А. Визуализация микроклиматических изменений индикаторных признаков в локальных популяциях растений г. Донецка / Е.А. Гермонова, А.И. Сафонов // Глобальные климатические изменения: региональные эффекты, модели, прогнозы. – Воронеж: Цифровая полиграфия, 2019. – С. 39–40.
24. Modelling the productivity of Siberian larch forests from Landsat NDVI time series in fragmented forest stands of the Mongolian forest-steppe / S. Erasmі, M. Klinge, F. Schneider [et al.] // Environmental Monitoring and Assessment. – 2021. – Vol. 193, N 4. – P. 1–18.
25. Мядзелец А.В. Геоинформационное картографирование для решения эколого-просветительских задач: интерактивная карта растительности "Тропойю Доппельмаира" / А.В. Мядзелец, Н.М. Лужкова // Геодезия и картография. – 2020. – Т. 81, № 1. – С. 7-18.

Поступила в редакцию 20.03.2023 г.

ASSESSMENT OF DONBASS GEOSYSTEMS: PHYTOINDICATION OF TERATOGENICITY AND CARTOGRAPHIC ANALYSIS

A.I. Safonov, E.A. Germonova

Based on the phytoindication experiment, the characteristics of the teratogenicity of the urbanized and buffer territories of Donbass were established. Data on the manifestation of terat properties of plants are divided by interval values for cartographic visualization of ranges of key features. The objective basis of the implemented work is the task of establishing the dynamics of variability of phytoteratogenicity indicators for the period 2017-2022. The main reason for the background fluctuation of the occurrence and manifestation of deformities in plants is the zone of military conflict along the line of contact of confrontation, as well as the process of stagnation of heavy industry in the region.

Keywords: ecological monitoring, Donbass, cartographic analysis, GIS, phytoindication, teratomorphs of plants.

Сафонов Андрей Иванович

Кандидат биологических наук, доцент;
заведующий кафедрой ботаники и экологии
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»,
г. Донецк, ДНР, РФ
E-mail: a.safonov@donnu.ru

Safonov Andrey

Candidate of Biological Sciences, Docent;
Head of the Department of Botany and Ecology,
Donetsk National University, Donetsk, DPR, RF

Гермонова Екатерина Александровна

Кандидат технических наук, доцент;
ГОУ ВПО «Донецкий национальный
технический университет», г. Донецк, ДНР, РФ
E-mail: germonova@mail.ru

Germonova Ekaterina

Candidate of Technical Sciences, Docent;
Donetsk National Technical University, Donetsk,
DPR, RF

УДК 502.572 : 504.05

СОРБЦИОННАЯ СПОСОБНОСТЬ НЕКОТОРЫХ ВИДОВ ДЕКОРАТИВНЫХ ТРАВЯНИСТЫХ РАСТЕНИЙ В УСЛОВИЯХ КОНТРОЛИРУЕМОГО ЗАГРЯЗНЕНИЯ ПОЧВЫ ИОНАМИ КАДМИЯ

© 2023. О.В. Фрунзе

Исследована сорбционная способность некоторых видов декоративных травянистых растений в условиях контролируемого загрязнения почвы ионами кадмия с целью выявления видов-гипераккумуляторов тяжелых металлов, которые можно использовать для озеленения и фиторемедиации почв техногенного региона. Наибольшая сорбционная способность отмечена у проростков *B. napus* и *R. communis*, наименьшую сорбционную способность показали проростки *P. tanacetifolia*.

Ключевые слова: техногенный регион, кадмий, сорбционная способность, фиторемедиация, фактор переноса

Введение. Присутствие органических и неорганических загрязнителей в окружающей среде приводит к ее ухудшению, это стало серьезной проблемой, которая угрожает развитию глобальной экосистемы [1, 2]. Поступление в почву высоких концентраций таких токсичных металлов, как кадмий (Cd), свинец (Pb), мышьяк (As), никель (Ni), ртуть (Hg) и хром (Cr), создает серьезную угрозу для жизни растительных организмов и здоровья человека [3, 4, 5]. Данные потенциально токсичные элементы присутствуют в окружающей среде в природных низких концентрациях, однако их повышенные концентрации в воде, почве и атмосфере вредны для людей, растений и животных [4].

Кадмий является одним из наиболее токсичных тяжелых металлов для живых организмов [5, 6]. Это элемент, занимающий 7-е место в списке 20 наиболее токсичных металлов, он классифицируется как канцероген 1-й группы [7]. Токсичность и канцерогенность кадмия обусловлена его высокой степенью биоаккумуляции [4]. Высокие концентрации кадмия отрицательно влияют на организм человека, он накапливается в почках и вызывает эмфизему, повреждение почечных канальцев и камни в почках [8]. В соединениях он легко заменяет ионы кальция благодаря сходному заряду, ионному радиусу и химическому поведению, таким образом он может легко переноситься биохимическими системами, связываться и накапливаться в организме человека [6]. Высокие концентрации кадмия вызывают серьезное нарушение функций печени и препятствуют поступлению кальция в организм. Более того, ионы кадмия непосредственно влияют на регуляцию содержания ионов цинка и железа в организме.

Кадмий может поступать в окружающую среду природным путем, благодаря выветриванию пород, содержащих ионы кадмия, лесным пожарам, извержению вулканов [9]. Важным источником поступления кадмия в окружающую среду является так же и антропогенная деятельность которая включает работу металлургических предприятий, добычу полезных ископаемых, нанесение гальванических покрытий, красок, выбросы при сжигании и чрезмерное использование удобрений и пестицидов [4]. Соли кадмия легко растворимы, а ионы кадмия более подвижны по сравнению с другими металлами, следовательно, они быстро сорбируются корневой системой растений, перемещаются в надземные органы и накапливаются в вегетативных органах и плодах.

Концепция использования растений для восстановления загрязненной окружающей среды не нова. Более 300 лет назад растения предложили использовать в очистке сточных вод [10, 11]. Использование растений для восстановления окружающей среды назвали «зеленой рекультивацией», «ботанической биоремедиацией» и т.д. [12–14]. В сущности, фиторемедиация включает в себя способность человека усилить естественную инактивацию или восстановление загрязненных участков и, как следствие, представляет собой процесс, который занимает промежуточное положение между техническим и естественным восстановлением [15].

Материал и методика исследования. В качестве объектов исследований при проведении эксперимента были использованы декоративные травянистые растения: Клевер обыкновенный (*Ricinus communis* L.), Рапс обыкновенный (*Brassica napus* L.) Фацелия пижмолистная (*Phacelia tanacetifolia* Benth.), которые часто используются для озеленения Донецкого региона.

Исследования сорбционной способности проростков проводились по схеме полного однофакторного пятиуровневого эксперимента (табл. 1).

Таблица 1

Схема эксперимента влияния загрязнения почвы ионами кадмия на некоторые виды декоративных травянистых растений

Вариант загрязнения	Концентрации загрязнителя
	CdSO ₄ , мг/кг (в перерасчете на Cd ²⁺)
1	0 (контроль)
2	0,25 (0,5 ПДК)
3	0,5 (1 ПДК)
4	0,75 (1,5 ПДК)
5	1 (2 ПДК)

В качестве загрязнителей использовался сульфат кадмия по стехиометрическому отношению. Концентрации кадмия составляли 0, 0,5 ПДК, 1 ПДК, 1,5 ПДК, 2 ПДК. Семена растений проращивались согласно их биологическим особенностям. Выращивание велось на протяжении тридцати дней, продолжительности светового дня 14 часов, температуре 20–22 °С и влажности почвы около 70 % полной влажности. В каждый сосуд вносилось по 350 г почвы, просеянной через почвенное сито с диаметром отверстий 3 мм, в который предварительно вносился сульфат кадмия согласно схеме эксперимента.

Содержание кадмия в растительном материале определяли по методу атомно-абсорбционной спектроскопии по В. Прайсу на атомно-абсорбционном спектрофотометре «Сатурн-3». Метод основан на кислотном вскрытии растительного сырья, распылении полученных растворов в пламя ацетилен-воздух или введении в графитовую печь спектрофотометра полученного раствора с последующей электротермической атомизацией [10]. Полученные данные обрабатывали статистически с помощью специально разработанных программ.

Анализ результатов. Обширное загрязнение сельскохозяйственных угодий во всем мире значительно снижает продуктивность пахотных земель при выращивании сельскохозяйственных культур. Таким образом, общемировая проблема загрязнения окружающей среды требует немедленного решения, направленного на детоксикацию токсичных и опасных загрязнителей с целью восстановления нарушенной природной среды.

В настоящее время предприняты все меры для поиска менее загрязняющих окружающую среду и экономически эффективных экологически правильных технологий. В связи с этим, технология фиторемедиации рассматривается как эффективная, менее затратная альтернатива общепринятым рекультивационным технологиям восстановления окружающей среды, загрязнённой широким спектром токсичных и вредных веществ.

Проведенные исследования показали, что способность растений накапливать в своих органах ионы кадмия зависит как от концентрации металла, так и от видоспецифических особенностей растений.

Так, в вариантах внесения в почву ионов кадмия в концентрации 0,5 ПДК не наблюдалось достоверного повышения содержания данного металла в корневой системе проростков *R. communis*, по сравнению с растениями, выращенными на незагрязненной почве. При дальнейшем повышении концентрации поллютанта до 1 ПДК концентрация ионов кадмия в корнях данных растений увеличивалась практически в 2 раза (рис. 1).

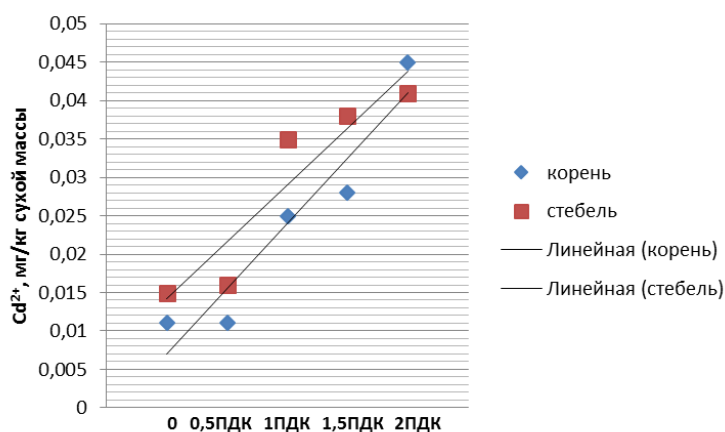


Рис. 1 Сорбция ионов кадмия вегетативными органами проростков *Ricinus communis* L.

В условиях внесения 1,5 ПДК ионов кадмия, концентрация токсиканта в корневой системе увеличилась на 145 %, а при дальнейшем увеличении кадмия до 2 ПДК, его содержание в корнях проростков увеличилось практически в 4 раза. Обработка экспериментальных данных показала, что степень сорбции кадмия корневой системой клеверины описывается уравнением Вагелера – Ленгмюра. На рисунке 1 изображена линеаризованная зависимость содержания кадмия в корнях растений от содержания кадмия в почве. Уравнение зависимости имеет вид:

$$y = 0,0085x - 0,0015, R^2 = 0,9077, \quad (1)$$

где R^2 – достоверность аппроксимации R^2 .

При внесении в почву ионов кадмия в концентрации 0,5 ПДК прослеживалось увеличение концентрации данного металла в надземной части проростков *R. communis* на 12 % в сравнении с контролем (рис. 1). При дальнейшем увеличении концентрации кадмия в почве до 1 ПДК, содержание поллютанта в стеблях растений увеличилось практически в два раза. Аналогичное увеличение содержания ионов кадмия в надземной части наблюдали и при увеличении концентрации токсиканта в почве на 1,5 и 2 ПДК, в условиях которого содержание металла в стеблях увеличилось в 4,6 раза в сравнении с растениями, выращенными на незагрязненной почве.

На рис. 1 изображена линеаризованная зависимость содержания кадмия в стеблях растений от содержания кадмия в почве. Уравнение зависимости имеет вид:

$$y = 0,0074x + 0,0068, R^2 = 0,8748, \quad (2)$$

где R^2 – достоверность аппроксимации R^2 .

В вариантах внесения в почву ионов кадмия в концентрации 0,5 ПДК наблюдалось снижение содержания данного металла в корневой системе проростков *B. napus* на 9 %, по сравнению с растениями, выращенными на незагрязненной почве. Данное явление может быть проявлением защитной реакции организма растений на действие токсиканта. При дальнейшем повышении концентрации поллютанта до 1 ПДК увеличивалась концентрация ионов кадмия в корнях данных растений на 43 % (рис. 2).

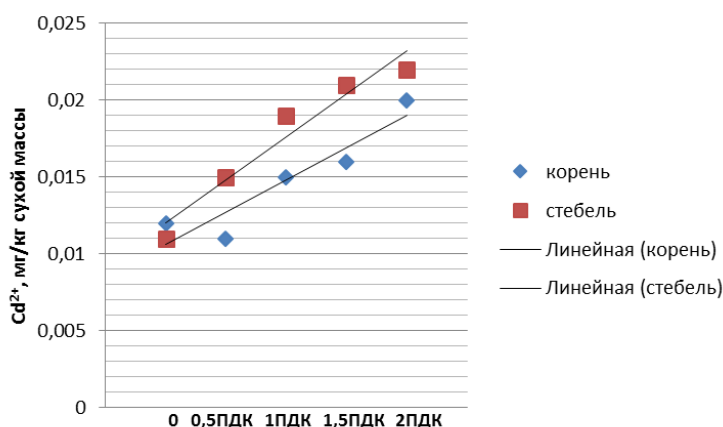


Рис. 2. Сорбция ионов кадмия органами проростков *Brássica napus* L.

В условиях внесения ионов кадмия в концентрации 1,5 ПДК, концентрация токсиканта в корневой системе увеличилась на 52 %, а при дальнейшем увеличении кадмия до 2 ПДК, его концентрация в корнях проростков увеличилась практически в 2 раза. Обработка экспериментальных данных показала, что степень сорбции кадмия корневой системой *B. napus* также описывается линеаризованной зависимостью Вагелера – Ленгмюра.

Уравнение зависимости имеет вид:

$$y = 0,0021x + 0,0085, R^2 = 0,8681 \quad (3)$$

где R^2 – достоверность аппроксимации R^2 .

При внесении в почву ионов кадмия в концентрации 0,5 ПДК прослеживалось увеличение концентрации данного металла в надземной части проростков *B. napus* на 48 % в сравнении с контролем (рис. 2). При дальнейшем увеличении концентрации кадмия в почве до 1 ПДК, содержание токсиканта в стеблях растений увеличилось практически в два раза. Аналогичное увеличение концентрации ионов кадмия в надземной части наблюдали и при увеличении концентрации токсиканта в почве на 1,5 и 2 ПДК, в условиях которого содержание металла в стеблях увеличилось в 2–2,5 раза в сравнении с растениями, выращенными на незагрязненной почве. На рис. 2 изображена линеаризованная зависимость содержания кадмия в стеблях растений от содержания кадмия в почве. Уравнение зависимости имеет вид:

$$y = 0,0028x + 0,0092, R^2 = 0,9423, \quad (4)$$

где R^2 – достоверность аппроксимации R^2 .

В вариантах внесения в почву ионов кадмия в концентрации 0,5 ПДК не наблюдалось изменения содержания данного металла в корневой системе проростков *Ph. tanacetifolia*, по сравнению с растениями, выращенными на незагрязненной почве.

При дальнейшем повышении концентрации загрязнителя до 1 ПДК было отмечено увеличение концентрации ионов кадмия в корнях данных растений практически на 25 % (рис. 3).

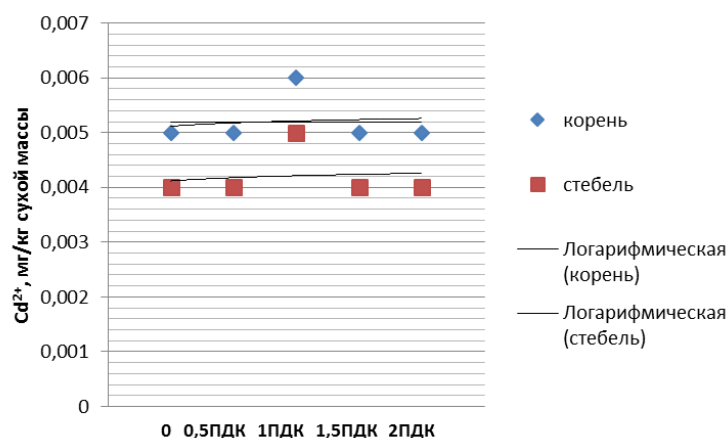


Рис. 3. Сорбция ионов кадмия органами проростков *Phacelia tanacetifolia* Benth.

Но в условиях внесения ионов кадмия в концентрации 1,5 ПДК, концентрация токсиканта в корневой системе резко уменьшилась, а при дальнейшем увеличении кадмия до 2 ПДК, его концентрация в корнях проростков так же продолжала уменьшаться. Данный факт можно объяснить защитной реакцией растения на пагубное воздействие загрязнителя. Обработка экспериментальных данных показала, что степень сорбции кадмия корневой системой *Ph. tanacetifolia* описывается логарифмической зависимостью.

Уравнение зависимости имеет вид:

$$y = 9E-05 \ln(x) + 0,0051, R^2 = 0,0154 \quad (5)$$

где R^2 – достоверность аппроксимации R^2 .

При внесении в почву ионов кадмия в концентрации 0,5 ПДК так же не прослеживалось увеличения концентрации данного металла в надземной части проростков *Ph. tanacetifolia* в сравнении с контролем (рис. 3). При дальнейшем повышении концентрации загрязнителя до 1 ПДК было отмечено увеличение концентрации ионов кадмия в стеблях данных растений практически в 2 раза. Но в условиях внесения ионов кадмия в концентрации 1,5 ПДК, концентрация токсиканта в надземной части проростков резко уменьшилась, а при дальнейшем увеличении ионов кадмия до 2 ПДК, его концентрация в стеблях растений так же продолжала уменьшаться. Степень сорбции кадмия надземной частью проростков *Ph. tanacetifolia* описывается логарифмической зависимостью.

Уравнение зависимости имеет вид:

$$y = 9E-05 \ln(x) + 0,0041, R^2 = 0,0154, \quad (6)$$

где R^2 – достоверность аппроксимации R^2 .

Сорбция металлов зависит от видовой специфики растений, химической характеристики металлов и характеристики почвы. Одним из показателей сорбционной способности растений является фактор переноса металла – это отношение концентрации металла в органах растений к концентрации металла в почве, подверженной фиторемедиации. В таблице 2 представлены данные фактора переноса ионов кадмия для изученных видов декоративных травянистых растений.

Таблица 2

Фактор переноса кадмия растениями

№ п/п	Вид растения	Семейство	Фактор переноса Cd
1.	<i>Brassica napus</i> L.	Brassicaceae	1,0
2.	<i>Ricinus communis</i> L.	Euphorbiaceae	1,0
3.	<i>Phacelia tanacetifolia</i> Benth.	Boraginaceae	0,43

Исследования показали, что у *Brassica napus* L. и *Ricinus communis* L. фактор переноса металла для кадмия равен 1, что говорит о высокой способности данных видов растений накапливать ионы кадмия в вегетативных органах. Наименьшую способность накапливать ионы кадмия показали проростки *Phacelia tanacetifolia* Benth. фактор переноса данного металла у которых составил 0,43.

Фиторемедиация имеет ряд некоторых недостатков: 1) наличие комплекса нескольких типов тяжелых металлов и органических загрязнителей могут представить сложность в накоплении; 2) климатические и гидрологические условия могут ограничить рост растений, используемых для рекультивации; 3) это длительный процесс, который может занять несколько лет, и он применим только к верхним слоям почвы; 4) накопленная растениями биомасса может превратиться в опасные отходы, для которых будет необходима надлежащая утилизация.

Эффективность выбранной технологии зависит от видов растений, устойчивых к абиотическим и антропогенным факторам, их способности сорбировать более высокие концентрации тяжёлых металлов. Подбор растений осуществляется с учётом высоких темпов роста, степени накопления биомассы и скорости поглощения ионов тяжелых металлов.

Выводы.

1. Наибольшая сорбционная способность кадмия отмечена у проростков *B. napus* и *R. communis*, наименьшую сорбционную способность показали проростки *Ph. tanacetifolia*.

2. Исследования показали, что у *Brassica napus* L. и *Ricinus communis* L. фактор переноса металла для кадмия равен 1, что позволяет отнести данные растения к гипераккумуляторам тяжелых металлов и использовать их в технологии фиторемедиации почв техногенного региона, загрязненных ионами тяжелых металлов. Наименьшую способность накапливать ионы кадмия показали проростки *Ph. tanacetifolia*.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фрунзе О.В. Фиторемедиация почв, загрязненных ионами тяжелых металлов, с помощью древесных и кустарниковых растений / О.В. Фрунзе // Лесной вестник. Forestry Bulletin. – 2022. – Т. 26. – № 6. – С. 92–98. <https://doi.org/10.18698/2542-1468-2022-6-92-98>
2. Toxic elements in food: occurrence, binding, and reduction approaches / P. Hajeb, J. J. Sloth, S. Shakibazadeh et al. // Comprehensive Reviews in Food Science and Food Safety. – 2014. – Vol. 13. – P. 457–472.
3. Kramer U. Phytoremediation: novel approaches to cleaning up polluted soils / U. Kramer // Current Opinion in Biotechnology. – 2015. – Vol. 16. – N 2. – P. 133–141.
4. Simple whole-cell bioremediation and bioremediation of heavy metals based on an engineered lead-specific operon / X. Liu, P. Sun, X. Wang et al. // Environmental science & technology. – 2015. – Vol 48. – N 6. – P. 3363–3371.

5. Mahajan P. Role of phytoremediation in reducing cadmium toxicity in soil and water / P. Mahajan, J. Kaushal // *Journal of Toxicology*. – 2018. – P. 1–16.
6. Safonov A. Ecological scales of indicator plants in an industrial region / A. Safonov // *BIO Web Conf.* – Vol. 43. – 2022. – 03002. <https://doi.org/10.1051/bioconf/20224303002>
7. Selenium treated Foliage and biochar treated soil for improved lettuce (*Lactuca sativa* L.) growth in Cd-polluted soil / M. Qianqian, F. U. Haider, M. Farooq et al. // *Journal of Cleaner Production*. – 2022. – P. 335.
8. Manzoor M. Fungi-assisted phytoextraction of lead: tolerance, plant growth-promoting activities and phytoavailability / M. Manzoor, I. Gul, J. Kallerhoff, M. Arshad // *Environmental Science and Pollution Research*. – 2019. – Vol. 26. – P. 23788–23797.
9. Silva P. R. C. Evaluation of phyto-and genotoxicity of lead in *Lactuca sativa* L. / Dissertation (Master's degree in comparative Molecular Genetics and Technological) – University of Trás-os-Montes and Alto Douro, Vila Real – 2014. – 180 p.
10. Алемасова А.С. Тяжелые металлы в фитосубстратах – индикаторы антропогенного загрязнения воздуха в промышленном регионе / А.С. Алемасова, А.И. Сафонов // *Лесной вестник. Forestry Bulletin*. – 2022. – Т. 26. – № 6. – С. 5–13. <https://doi.org/10.18698/2542-1468-2022-6-5-13>
11. Сафонов А.И. Новые виды растений в экологическом мониторинге Донбасса / А.И. Сафонов // *Вестник Донецкого национального университета. Серия А: Естественные науки*. – 2020. – № 1. – С. 96–100.
12. Variation of Cd concentration in various rice cultivars and derivation of cadmium toxicity thresholds for paddy soil by species-sensitivity distribution / W. Song, S. Chen, J. Liu et al. // *Journal of Integrative Agriculture*. – 2015. – Vol.14. – P. 1845–1854.
13. Lata S. Cadmium bioremediation: a review / S. Lata, H. P. Kaur, T. Mishra // *International journal of Pharmaceutical sciences and research*. – 2019. – Vol.10. – P. 4120–4128.
14. The negative impact of cadmium on nitrogen transformation processes in a paddy soil is greater under non-flooding than flooding conditions / M. Afzal, M. Yu, C. Tang et al. // *Environment International*. – 2019. – Vol. 129. – P. 451–460.
15. Chellaiah E. R. Cadmium (heavy metals) bioremediation by *Pseudomonas aeruginosa*: a mini-review / E.R. Chellaiah // *Applied Water Science*. – 2018. – Vol. 8. – P. 154.

Поступила в редакцию 20.03.2023 г.

SORPTION CAPACITY OF SOME TYPES OF ORNAMENTAL HERBACEOUS PLANTS IN CONDITIONS OF CONTROLLED SOIL CONTAMINATION WITH CADMIUM IONS

O.V. Frunze

The sorption capacity of some types of ornamental herbaceous plants under conditions of controlled soil contamination with cadmium ions has been studied in order to identify species-hyperaccumulators of heavy metals that can be used for landscaping and phytoremediation of soils in a technogenic region. The highest sorption capacity was noted in seedlings of *B. napus* and *R. communis*, the lowest sorption capacity was shown by seedlings of *P. tanacetifolia*.

Keywords: technogenic region, cadmium, sorption capacity, phytoremediation, transfer factor

Фрунзе Оксана Валентиновна

Кандидат технических наук, доцент;
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»,
г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: o.frunze@donnu.ru

Frunze Oksana

Candidate of Technical Sciences, Docent;
Donetsk National University,
Donetsk, DPR, RF.

Научное издание

**Вестник Донецкого национального университета.
Серия А: Естественные науки**

2023. – № 1

Технический редактор: *М.В. Фоменко*

Свидетельство о регистрации СМИ Серия ААА № 000077 от 21.11.2016 г.

Адрес редакции:
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»,
ул. Университетская, 24,
283001, г. Донецк, ДНР, РФ.
Тел: (062) 302-92-56, 302-09-92.
E-mail: vestnikdonnu_a@mail.ru
URL: <http://donnu.ru/vestnikA>
